Departamento de Ciência da Computação – IME-USP — 1o.semestre/2019

Introdução à Teoria dos Grafos (MAC0320)

Lista 7

Emparelhamentos

Data para entrega da lista: 9/maio/2019 (5af)

E24. Seja G um grafo simples no qual todo vértice tem grau pelo menos 1. Seja E um emparelhamento máximo em G. Prove que existe em G um conjunto F de arestas tal que todo vértice de G é extremo de pelo menos uma aresta em F e $|F| = |V(G)| - |E|$.

E25. Prove que se G é um grafo (X, Y)-bipartido simples com $|X| = |Y| = k$ e $A(G)| > k(k-1)$, então G tem um emparelhamento perfeito.

EXERCÍCIO EXTRA - Bônus 8

Se você resolveu o exercício E25 (acima), faça uma segunda prova, distinta da que você fez.

EXERCÍCIO EXTRA - para casa (não precisa entregar)

Uma *lagarta* (*'caterpillar'*) é uma árvore T tal que o grafo que resulta após a remoção de todas as folhas de T é um caminho. (Tal caminho é a "coluna" da lagarta.)

```
o-----o-----o-----o------o-----o-----o----o
     /\           |     /|\          |
    o  o          o    o o o         o
```

Para $k \geq 2$, define-se a *a k-ésima potência de um grafo G*, denotado por G^k, o grafo que tem o mesmo conjunto de vértices que G, e no qual dois vértices distintos u e v são adjacentes se a distância entre u e v em G é no máximo k. (Em outras palavras, é o grafo obtido de G acrescentando-se arestas entre todos os pares de vértices (não-adjacentes) que estão à distância no máximo k em G.

Prove que se G é uma lagarta com pelo menos 3 vértices, então G^2 é hamiltoniano. (Há várias soluções; basta pensar se você consegue uma, e depois ver se consegue uma simples e elegante.)

Recomendações

Seguir todas as recomendações dadas até a Lista 5, principalmente a de usar a terminologia adotada. Caprichar na apresentação. Entregar até a hora da aula.

Resolver individualmente e sem consultas a outras fontes!