

Introdução à Teoria dos Grafos (MAC0320)

Lista 10 - Exercícios E32 a E36

Grafos Planares

Data para entrega dos exercícios: 13/junho (5a.feira)

E32. Mostre que se G é um grafo simples conexo planar com cintura $k \geq 3$, então

$$|A(G)| \leq k(|V(G)| - 2)/(k - 2).$$

Usando o resultado acima prove que o grafo de Petersen não é planar. (Lembramos que a *cintura* de G é o comprimento de um menor circuito de G .)

E33. Mostre que se G é um grafo de ordem 11, então ou G ou o seu complemento não é planar.

E34. Um grafo planar G é *auto-dual* se é isomorfo ao seu dual (geométrico) G^* .

a) Mostre que se G é auto-dual, então $2|V(G)| = |A(G)| + 2$.

b) Mostre que nem todo grafo G com $2|V(G)| = |A(G)| + 2$ é auto-dual.

E35. Seja G um grafo plano conexo. Prove que

a) Se as faces de G são pentagonais ou hexagonais (suas fronteiras são C_5 ou C_6) então o número de faces pentagonais é par.

b) Se, adicionalmente, G é cúbico, então o número de faces pentagonais de G é 12 e G não tem faces hexagonais.

E36. Seja G uma triangulação plana e considere uma 3-coloração arbitrária dos vértices de G (referimo-nos aqui a uma coloração dos vértices de G , sem nenhum tipo de restrição). Prove que G tem um número par de triângulos tricoloridos. Faça duas provas distintas.

EXTRA - entregar até 18/junho

[**Bônus-12**] Se você resolveu E36 (na parte acima), faça no máximo duas outras provas distintas dessa mesma questão.

Recomendações

- (a) **Identificar a lista**, colocando o seu nome completo e curso.
- (b) **Escrever o enunciado de cada exercício** (mesmo que você não consiga resolver).
- (c) Deixar um **espaçamento duplo** entre as linhas para facilitar a correção.
- (d) **Usar a terminologia adotada nas notas de aula**. ATENÇÃO!!!
- (e) **Caprichar na apresentação**: pode ser um texto manuscrito, em folhas sulfite (se entregar na aula), ou um arquivo em pdf (se entregar no Paca).

Resolver individualmente e sem consultas a outras fontes!