

Introdução à Teoria dos Grafos (MAC0320)

Lista 1

Conceitos e resultados básicos

Data para entrega da lista resolvida: 7/março/2019

- E1.** Seja $s = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ uma sequência de inteiros não-negativos tal que $\sum_{i=1}^n s_i$ é par. Mostre que existe um grafo (não necessariamente simples) cuja sequência de graus é exatamente s .

[Definição: Uma sequência formada pelos graus dos vértices de um grafo G é chamada *sequência de graus* de G .]

- E2.** Afirmação A: “Num grupo com n pessoas, $n \geq 2$, há pelo menos duas com o mesmo número de amigos”.

Escreva a afirmação A na linguagem de grafos e prove-a.

- E3.** (a) Prove que um grafo simples de ordem n com mais do que $n^2/4$ arestas não é bipartido.
(b) Encontre todos (diga como são estruturalmente) os grafos bipartidos simples de ordem n com $\lfloor n^2/4 \rfloor$ arestas. Justifique.

- E4.** Um grafo é *auto-complementar* se é simples e é isomorfo ao seu complemento. Mostre que, se G é um grafo auto-complementar de ordem n , então $n \equiv 0 \pmod{4}$ ou $n \equiv 1 \pmod{4}$.

- E5.** É possível que um grafo auto-complementar de ordem 100 tenha exatamente um vértice de grau 50? Justifique.

EXTRA - opcional - vale Bônus, se resolvido corretamente

- B1.** Prove que o problema de decidir se dois grafos arbitrários são isomorfos pode ser reduzido ao problema de decidir se dois grafos auto-complementares são isomorfos. Ou seja, dados dois grafos quaisquer G_1 e G_2 , é possível construir grafos auto-complementares H_1 e H_2 tais que $G_1 \cong G_2$ se e só se $H_1 \cong H_2$. [Dica: pense num grafo de ordem 4 que é auto-complementar, e inspire-se nele para construir H_i .]

Recomendações

- (a) Entregar a lista resolvida em **folhas sulfite**.
- (b) **Identificar a lista**, colocando o seu nome completo e curso.
- (c) **Escrever o enunciado de cada exercício** (mesmo que você não consiga resolver).
- (d) Deixar um **espaçamento duplo** entre as linhas para facilitar a correção.
- (e) **Usar a terminologia adotada nas notas de aula**.
- (f) **Caprichar na apresentação** (produzir um texto legível). Pode ser manuscrito.

Resolver individualmente e sem copiar de outras fontes!