



Σύνθετα Δίκτυα

Εαρινό Εξάμηνο 2020-2021

Δημήτριος Κατσαρός

Σειρά προβλημάτων: 2^η

Ημέρα ανακοίνωσης: Monday, April 12, 2021

Προθεσμία παράδοσης: Κυριακή, Απρίλιος 25, 2021



Πρόβλημα-01

Θεωρήστε ένα μη κατευθυνόμενο, χωρίς βάρη στις ακμές, γράφημα με N κόμβους. Θα συμβολίσουμε ως x_{ij} το βάρος του συνδέσμου (i,j) που θα θέσουμε παρακάτω. Πρώτα

κατασκευάστε τον πίνακα A όπου τα διαγώνια κελιά είναι $A_{ii} = 1 + \sum_j x_{ij}$ (άρα 1 συν το

degree), $A_{ij} = 1 - x_{ij}$ εάν οι κόμβοι i και j είναι συνδεδεμένοι, και $A_{ij} = 1$ σε διαφορετική περίπτωση. Τώρα, υπολογίστε τον αντίστροφο: $C = A^{-1}$. Η επόμενη ποσότητα αποκαλείται **information centrality** του κόμβου i :

$$C_I(i) = \frac{1}{C_{ii} + (T - 2R)/N},$$

όπου $T = \sum_i C_{ii}$ είναι το ίχνος (trace) του πίνακα C , και $R = \sum_j C_{ij}$ είναι

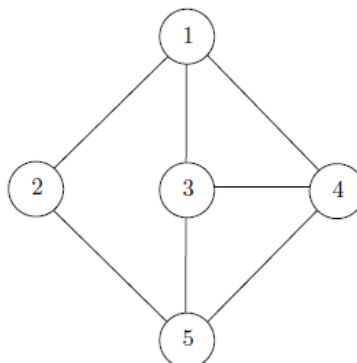
(οποιοδήποτε) άθροισμα γραμμής του πίνακα C .

Μπορείτε να σκεφτείτε γιατί αυτή η μετρική αποκαλείται information centrality;



Πρόβλημα-02

Να υπολογιστεί η **edge betweenness centrality** κάθε συνδέσμου του παρακάτω δικτύου. [Απαριθμήστε και τα shortest paths.]



Πρόβλημα-03

Ανατρέχοντας στο άρθρο: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378873310000183>, δώστε τους ορισμούς της degree centrality (απλής και κανονικοποιημένης) για undirected και directed δίκτυα που έχουν weights στις ακμές τους.



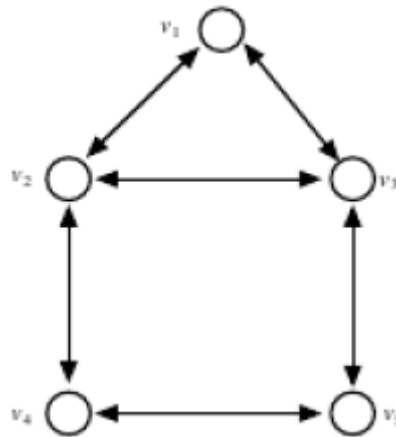
Πρόβλημα-04

Από το δίκτυο των co-authors για το μέλος ΔΕΠ του Τμήματός μας που έχει αναλάβει η κάθε ομάδα για τα έτη 2000-2019, δημιουργήστε ένα directed δίκτυο ως εξής: εάν ένα άρθρο έχει τους συγγραφείς $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ (με αυτήν την σειρά) τότε δημιουργήστε τους συνδέσμους $(\alpha \rightarrow \beta)$, $(\alpha \rightarrow \gamma)$, $(\alpha \rightarrow \delta)$, $(\beta \rightarrow \gamma)$, $(\beta \rightarrow \delta)$ και $(\gamma \rightarrow \delta)$. Να υπολογιστεί η τιμή PageRank για κάθε κόμβο του directed δικτύου. Εάν υπάρχει και κάποιο άρθρο με συγγραφείς τους δ, α (με αυτήν την σειρά), τότε στο δίκτυο θα πρέπει να προστεθεί και ο σύνδεσμος $(\delta \rightarrow \alpha)$.



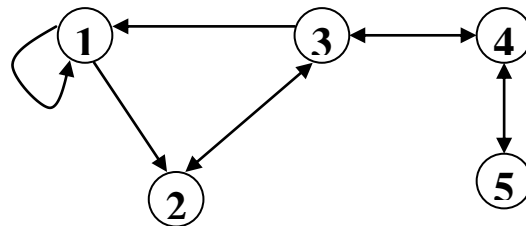
Πρόβλημα-05

Να υπολογιστούν ως αναλυτική παράσταση (ως συνάρτηση του damping factor d) οι τιμές PageRank των κόμβων στο κάτωθι δίκτυο.



Πρόβλημα-06

Υπολογίστε τις τιμές PageRank καθώς και την διάταξη (ranking) των κόμβων του κάτωθι δικτύου για τιμές damping factor $d=0.1, 0.3, 0.5$ και 0.85 :



Παρατηρείτε αλλαγές στην διάταξη των κόμβων;
[Χρησιμοποιείτε λογισμικό όπως python, CentiBin, και άλλα.]



Πρόβλημα-07

Θυμηθείτε από τις διαλέξεις την έννοια της centralization. Στην παρούσα άσκηση μάς ενδιαφέρει ο ορισμός για την περίπτωση της closeness centrality, δηλαδή την closeness centralization, και συγκεκριμένα για ένα line network (κόμβοι διατεταγμένοι σε σειρά) με n κόμβους (το n είναι περιττός αριθμός).

Για λόγους ευκολίας την υπενθυμίζουμε ξανά:

$$C^c = \frac{\sum_i [c^{c*} - c_i^d]}{\max \sum_i [c^{c*} - c_i^c]}$$

όπου:

- C^c : closeness centralization
- c_i^d : closeness centrality του κόμβου i στο line network
- c_i^c : closeness centrality του κόμβου i στο δίκτυο n κόμβων για το οποίο ισχύει η μέγιστη διαφορά $c^{c*} - c_i^c$

- c^* : maximum closeness centrality στο εκάστοτε δίκτυο (εάν εμφανίζεται στον αριθμητή, τότε αφορά στο line network, ενώ εάν εμφανίζεται στον παρονομαστή, τότε αφορά στο δίκτυο όπου μεγιστοποιείται η διαφορά $c^* - c^c$).

Βρείτε την closeness centralization του line network συναρτήσει του n .

[Προφανώς, πρώτα πρέπει να σκεφτείτε για ποιο δίκτυο μεγιστοποιείται η διαφορά $c^* - c^c$, και να υπολογίσετε το αντίστοιχο άθροισμα, δηλαδή να υπολογίσετε τον παρονομαστή. Όλα τα δίκτυα είναι undirected, unweighted.]



Πρόβλημα-08

Μια μετρική δικτύου, ιδιαίτερα δημοφιλής στην θεωρία χημικών γραφημάτων, προτάθηκε το 1947 από τον Harry Wiener. Απεικονίζει την δομή ενός (μοριακού) γραφήματος G σε έναν αριθμό, και αποκαλείται Wiener-Index $I_W(G)$. Αυτός ο δείκτης είναι απλά το άθροισμα όλων των shortest path distances (μεταξύ όλων των ζευγών atoms σε ένα μόριο in a molecule), και κάθε ζεύγος μετρείται μόνο μια φορά, δηλαδή:

$$I_W(G) = \frac{1}{2} \sum_{v \in V} \sum_{w \in V} d_G(v, w)$$

Θεωρήστε έναν τροποποιημένο ορισμό της Shortest-Path Betweenness Centrality (SPBC), η οποία ορίζεται όπως παρακάτω:

$$c_{\bar{B}}(v) := \sum_{\substack{s, t \in V \\ s \neq t, v \neq t}} \frac{\bar{\sigma}(s, t|v)}{\sigma(s, t)}$$

για όλα τα $v \in V$, όπου $\sigma(s, t)$ είναι ο αριθμός των shortest (s,t)-paths and $\bar{\sigma}(s, t|v)$ είναι ο αριθμός των shortest (s,t)-paths με το v ως εσωτερικό κόμβο ή κόμβο-πηγή ($v=s$).

Αποδείξτε ότι οι τιμές closeness centrality και οι τιμές της τροποποιημένης SPBC ισούνται η κάθε μια με το διπλάσιο του Wiener-Index, δηλαδή:

$$\sum_{v \in V} (c_C(v))^{-1} = 2 \cdot I_W(G) = \sum_{v \in V} c_{\bar{B}}(v)$$

Χρησιτικές πληροφορίες:

Η παράδοση γίνεται με email στο dkatsar@e-ce.uth.gr των λύσεων σε μορφή pdf (typeset ή scanned).

Το subject του μηνύματος πρέπει να είναι: ECE434-Problem-set-02: AEMx-AEMy

Ερμηνεία συμβόλων:



Δεν απαιτεί την χρήση υπολογιστή ή/και την ανάπτυξη κώδικα.



Απαιτεί την χρήση του Web για ανεύρεση πληροφοριών ή διεξαγωγή πειράματος.



Απαιτεί την ανάπτυξη κώδικα (σε όποια γλώσσα επιθυμείτε) ή την χρήση έτοιμου λογισμικού (όποιου εργαλείου επιθυμείτε).