

Nachrichtentechnik II – Kanalbeschreibung

Holger Jäkel

Communications Engineering Lab (CEL)



- 3 Kanalbeschreibung
 - **Vorbetrachtungen**
 - Betrachtung der Impulsantwort
 - Kohärenzbegriffe und ihre Bedeutung
 - Kanalkoeffizienten und Fadingverteilungen
 - Kanalsimulation am Beispiel von COST 207
 - Ergänzungen
 - Lernziele
 - Literatur



■ *Pfadverlust*

- Abnahme der Empfangsleistung wegen räumlicher Trennung von Tx und Rx
- Üblicherweise mit der Entfernung zunehmend
- Meist beschrieben durch Ausbreitungskoeffizienten („*path loss factor*“) α

■ „*large-scale fading*“

- Veränderung der Signalamplitude durch Abschattungen o.ä.
- Oft beschrieben durch Lognormal-Verteilung, d. h. $\log(P_r)$ ist normalverteilt.
- Aus [Mol11]: „[...] These fluctuations occur on a larger scale – typically a few hundred wavelengths [...]“

■ „*small-scale fading*“

- (kurzfristige) Änderung der Kanalparameter
- Ursachen: Überlagerung von Mehrwegen
- Aus [Mol11]: „[...] These fluctuations happen on a scale that is comparable with one wavelength [...]“
- Meist wird für small-scale fading eine mittlere Leistung von 1 verwendet, da die anderen Effekte durch large-scale fading und Pfadverlust erfasst sind.

- Insgesamt folgt eine Gesamtbilanz¹ von

$$P_r = \underbrace{|h|^2}_{\text{small scale fading}} \cdot \underbrace{g}_{\text{large scale fading}} \cdot \underbrace{\frac{1}{d^\alpha}}_{\text{path loss}} P_t.$$

¹Beachte: h beschreibt einen Amplitudenfaktor und g einen Leistungsfaktor.

- **Bemerkung:** Zur Analyse der unterschiedlichen Fading-Arten nach [Jun97]:

„[...] Es hat sich als zweckmäßig erwiesen, den langsamen Schwund [...] und den schnellen Schwund getrennt voneinander zu betrachten [94]. Da innerhalb einer Zelle von Leistungsregelung ausgegangen werden kann, ist die Langzeitstatistik innerhalb einer Zelle weitgehend ausregelbar und daher unbedeutend [94]. Innerhalb einer Zelle des Zellennetzes spielt deshalb nur die Kurzzeitstatistik eine Rolle [94]. [...]“



- Folgende Diskussionen betrachten nur das small-scale Fading und erfolgen gemäß

[TV08]: D. Tse, P. Viswanath, *Fundamentals of Wireless Communications*, Cambridge University Press, 2008

- 3 Kanalbeschreibung
 - Vorbetrachtungen
 - Betrachtung der Impulsantwort
 - Kohärenzbegriffe und ihre Bedeutung
 - Kanalkoeffizienten und Fadingverteilungen
 - Kanalsimulation am Beispiel von COST 207
 - Ergänzungen
 - Lernziele
 - Literatur



Konvention

- In Erweiterung der bisherigen Konvention bezeichnen im Folgenden

$$h(t), h(t, \tau), h[n], h[n, n + k]$$

Kanäle im Basisband.

- Sollten die Bandpasskanäle referenziert werden, erfolgt dies durch einen tiefgestellte Kennzeichner, etwa „ $h_{BP}(t)$ “.



- Zeitinvariante Kanäle: „einfache“ LTI-Darstellung

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int h(\tau)x(t - \tau)d\tau,$$

die die Konstruktion des Ausgangssignals $y(t)$ zum Zeitpunkt t durch „Aufsummieren“ beschreibt. Hierbei wird der um τ verschobene Eingangswert mit dem Faktor $h(\tau)$ gewichtet².

²Gelegentlich findet sich in der Literatur für die Impulsantwort auch die Bezeichnung *Gewichtsfunktion*.



- **Bemerkung:** Die Notation der Faltung als $x(t) * h(t)$ kann gelegentlich irreführend sein. Die in diesem Fall „bessere“ Darstellung ist $(x * h)(t)$. Diese bringt deutlicher zum Ausdruck, dass durch Faltung eine neue Funktion entsteht, deren Wert an der Stelle t betrachtet wird. Meist gönnen wir uns die faule Notation.



- **Aber:** In drahtloser Kommunikation sind Teilnehmer (und/oder deren Umgebung) mobil. Somit ändert sich die Charakteristik der Impulsantwort.
- **Konsequenz:** Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit der Impulsantwort³ gemäß $h(t, \tau)$ und damit

$$y(t) = \int h(t, \tau) x(t - \tau) d\tau.$$

Die Gewichte sind zeitveränderlich (*Linear Time Variant System, LTV*).

³Beachte: $h(t, \tau)$ ist die Antwort des Kanals auf einen Impuls zum Zeitpunkt $t - \tau$. Damit beschreibt τ eine Verzögerung (und „keine Zeit“).

Zeitabhängige Impulsantwort

$$h(t, \tau)$$

Beschreibt zeitabhängiges Verhalten
im Zeitbereich

Zeitabhängiger Frequenzgang

$$H(t, f) = \mathcal{F}_\tau \{h(t, \tau)\}$$

Beschreibt zeitabhängiges Verhalten
im Frequenzbereich

Spreading Function

Spreading Function

$$S(\nu, \tau) = \mathcal{F}_t \{h(t, \tau)\}$$

Beschreibt „Verschmieren“ in
Frequenz- und Zeitrichtung

Doppler Frequenzgang

$$B(\nu, f) = \mathcal{F}_{t, \tau} \{h(t, \tau)\}$$

Beschreibt Verhalten des Kanals in
Doppler- und Frequenzrichtung

⁴Nach [Mol11]; Beispiele kommen im Abschnitt zu COST 207

- Physikalische Effekte führen im Bandpassbereich auf den Zusammenhang⁵

$$y_{\text{BP}}(t) = \sum_i a_{\text{BP},i}(t) x_{\text{BP}}(t - \tau_i(t));$$

also:

$$h_{\text{BP}}(t, \tau) = \sum_i a_{\text{BP},i}(t) \delta(\tau - \tau_i(t))$$

⁵Siehe [TV08]

- Im Basisband folgt daraus der Zusammenhang⁶

$$y(t) = \sum_i a_{\text{BP},i}(t) e^{-j2\pi f_c \tau_i(t)} x(t - \tau_i(t));$$

also:

$$h(t, \tau) = \sum_i a_i(t) \delta(\tau - \tau_i(t)), \quad a_i(t) := a_{\text{BP},i}(t) e^{-j2\pi f_c \tau_i(t)} \in \mathbb{C}$$

⁶Siehe [TV08]

- **Bemerkung:** Für die Impulsantwort

$$h(t, \tau) = \sum_i a_i(t) \delta(\tau - \tau_i(t))$$

ist

$$\mathcal{F}_\tau \{h(t, \tau)\} = \sum_i a_i(t) e^{-j2\pi f \tau_i(t)};$$

der Kanal ist nicht bandbegrenzt.

- Ist $x(t)$ bandbegrenzt⁷ auf $(-\frac{B}{2}, \frac{B}{2})$, so folgt mit $x[n] := x(n/B)$

$$x(t) = \sum_n x[n] \operatorname{sinc} \left(\pi B \left(t - \frac{n}{B} \right) \right)$$

- Damit ergibt sich⁸ für $y[m] := y(m/B)$ mit $a_i[m] := a_i(m/B)$:

$$\begin{aligned} y[m] &= \sum_{n,i} a_i[m] x[n] \operatorname{sinc} \left(\pi(m - n) - \pi B \tau_i \left(\frac{m}{B} \right) \right) \\ &= \sum_{\ell} \sum_i a_i[m] \operatorname{sinc} \left(\pi \ell - \pi B \tau_i \left(\frac{m}{B} \right) \right) x[m - \ell] \\ &=: \sum_{\ell} h_{\ell}[m] x[m - \ell] \end{aligned}$$

⁷Gleiches Resultat durch Anwendung des Abtasttheorems auf $h(t, \tau)$ bzgl. τ und „etwas Rechnung“.

⁸Bei Doppler-Verbreiterung ist $y(\cdot)$ spektral breiter als $x(\cdot)$, damit würde $y(\cdot)$ zu langsam abgetastet. Zur Vereinfachung rechnen wir mit derselben Abtastrate.

- Die Kanalkoeffizienten sind gegeben durch

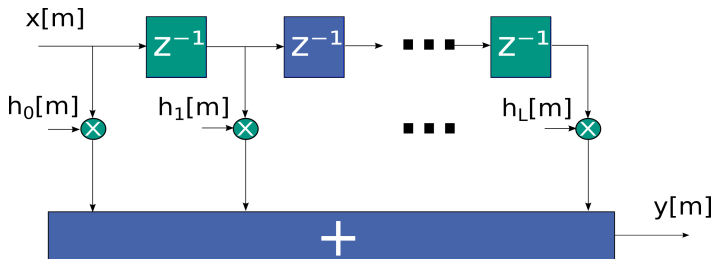
$$h_\ell[m] = \sum_i a_{\text{BP},i}[m] e^{-j2\pi f_c \tau_i[m]} \text{sinc}(\pi \ell - \pi B \tau_i[m])$$

mit

$$\begin{aligned} a_{\text{BP},i}[m] &= a_{\text{BP},i}(m/B), \\ \tau_i[m] &= \tau_i(m/B). \end{aligned}$$

■ *Tapped-Delay-Line-Modell*

- Pfade eingeteilt in „Taps“ ähnlicher Ausbreitungsdauer/Verzögerung
- Anzahl der Pfade bestimmt durch die Umgebung
- Physikalische Pfade können bei Umgebungsänderung in anderen Tap wandern



■ Bemerkungen:

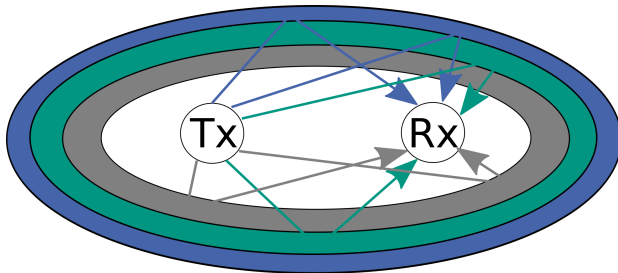
- Es lässt sich zeigen, dass die Doppler-Verschiebung $-f_c d\tau_i(t)/dt$ ist
- Das Modell entspricht bei Zeitunabhängigkeit der Amplituden und der Verzögerungen dem bekannten LTI-Modell (**Übung!**)
- Herleitung über sinc-Pulsformung \implies aufgrund ihrer Form und ihres langsamen Abfalls nicht realistisch
- Die Kanäle zellularer Mobilfunksysteme können meist mit wenigen Taps beschrieben werden (GSM: < 6 Taps)
- Es wird deutlich, dass der von einem Kommunikationssystem „gesehene“ Kanal stark von der Bandbreite des Systems abhängt.



■ Bemerkungen: (ctd.)

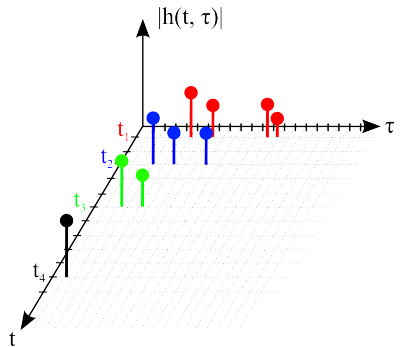
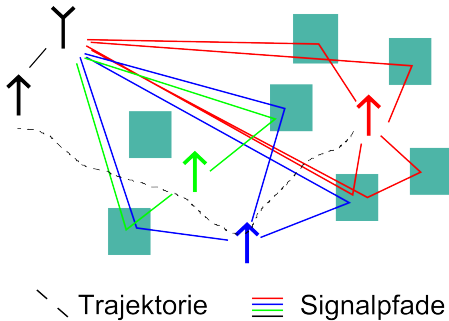
- Aus [Mol11]: „[...] Fortunately, most wireless channels can be classified as *slowly* time-variant systems, also known as *quasi-static*. In that case many of the concepts of LTI-systems can be retained with only minor modifications.“

■ Veranschaulichung des TDL-Modells⁹



⁹Nach [Mol11]

■ Veranschaulichung des TDL-Modells



- 3 Kanalbeschreibung
 - Vorbetrachtungen
 - Betrachtung der Impulsantwort
 - Kohärenzbegriffe und ihre Bedeutung
 - Kanalkoeffizienten und Fadingverteilungen
 - Kanalsimulation am Beispiel von COST 207
 - Ergänzungen
 - Lernziele
 - Literatur

■ Erinnerung:

$$h_\ell[m] = \sum_i a_{\text{BP},i} \left(\frac{m}{B} \right) e^{-j2\pi f_c \tau_i \left(\frac{m}{B} \right)} \text{sinc} \left(\pi \ell - \pi B \tau_i \left(\frac{m}{B} \right) \right)$$

■ Beobachtungen:

- Änderungen im sinc-Term der IA abhängig von der Bandbreite
 - Änderungen im Phasenterm der IA abhängig von der Trägerfrequenz
- ⇒ Änderungen der Tap-Werte aufgrund von Phasenänderungen



Definition

Der *Doppler-Spread* ist die maximale Differenz der auftretenden Doppler-Verschiebungen

$$D_s := \max_{i,k} f_c \cdot \left| \frac{d}{dt} \tau_i(t) - \frac{d}{dt} \tau_k(t) \right|$$



■ Erinnerung:

$$h_\ell[m] = \sum_i a_{\text{BP},i} \left(\frac{m}{B} \right) e^{-j2\pi f_c \tau_i \left(\frac{m}{B} \right)} \text{sinc} \left(\pi \ell - \pi B \tau_i \left(\frac{m}{B} \right) \right)$$

■ Beobachtungen:

- Phasenänderung um $\frac{\pi}{2}$, falls sich $\tau_i(t)$ um $\frac{1}{4f_c}$ ändert
- Entspricht Längenänderung um eine viertel Wellenlänge: $\frac{c}{4f_c}$
- Ändert sich Pfadlänge mit Geschwindigkeit v , so geschieht signifikante Phasenänderung in Zeitdauer $\frac{c}{4f_c v} = \frac{1}{4D_s}$, D_s =Doppler-Spread



Definition

Die *Kohärenzzeit* eines Kanals wird definiert durch

$$T_c := \frac{1}{4D_s}.$$

Mit Hilfe von T_c unterscheidet man:

- *fast fading*, falls¹⁰ $T_c \ll$ zulässige Verzögerung oder $T_c <$ Symboldauer
- *slow fading*, falls $T_c >$ Symboldauer

¹⁰Erste Definition nach [TV08]; zweite Definition in der Literatur üblicher



Definition

Der *Delay-Spread* ist die Differenz zwischen Ausbreitungsdauer des kürzesten und des längsten Pfades:

$$T_d := \max_{i,k} |\tau_i(t) - \tau_k(t)|$$

Definition

Die *Kohärenzbandbreite* wird definiert durch:

$$B_c := \frac{1}{2T_d}$$

Mit Hilfe von B_c unterscheidet man:

- *flat fading*, falls $B_c \geq$ Systembandbreite \implies Im TDL-Modell genügt 1 Tap zur Beschreibung des Kanals
- *frequency selective fading*, falls $B_c \ll$ Systembandbreite \implies mehrere Taps zur Beschreibung des Kanals notwendig



Kenngößen der Kanalcharakterisierung

Aus dem Doppler-Spread ergibt sich die Kohärenzzeit eines Kanals gemäß:

$$D_s := \max_{i,k} f_c \cdot \left| \frac{d}{dt} \tau_i(t) - \frac{d}{dt} \tau_k(t) \right| \quad \Rightarrow \quad T_c := \frac{1}{4D_s}.$$

Aus dem Delay-Spread folgt die Kohärenzbandbreite:

$$T_d := \max_{i,k} |\tau_i(t) - \tau_k(t)| \quad \Rightarrow \quad B_c := \frac{1}{2T_d}$$



Fadingbegriffe

Bzgl. der Fading-Charakteristik eines Kanals ergeben sich die folgenden Begriffe bzw. Unterscheidungen:

Fadingbegriffe	$T < T_d$	$T > T_d$
$T < T_c$	freq. selective, slow	flat, slow
$T > T_c$	freq. selective, fast	flat, fast

■ Zahlenwerte:¹¹

Parameter	Variable	Größenordnung
Trägerfrequenz	f_c	$\sim 1 - 5$ GHz für drahtlose Übertragung
Bandbreite	B	200 kHz - 20 MHz
Doppler Spread	D_s	einige 100 Hz für schnelle Bewegung
Kohärenzzeit	T_c	\sim ms
Delay Spread	T_d	\sim μ s
Kohärenzbandbreite	B_c	\sim 500 kHz

¹¹Nach [TV08]



- 3 Kanalbeschreibung
 - Vorbetrachtungen
 - Betrachtung der Impulsantwort
 - Kohärenzbegriffe und ihre Bedeutung
 - **Kanalkoeffizienten und Fadingverteilungen**
 - Kanalsimulation am Beispiel von COST 207
 - Ergänzungen
 - Lernziele
 - Literatur

- Übergang von zeitkontinuierlicher auf zeitdiskrete Darstellung:
Abtasttheorem $\implies h_\ell[m]$ beschreibt alle Pfade mit „ungefähr der Verzögerung $\frac{\ell}{B}$ “
- Phase des i -ten Pfades ist $2\pi f_c \tau_i \bmod 2\pi = 2\pi d_i / \lambda \bmod 2\pi$, wobei d_i die von dem i -ten Pfad zurückgelegte Strecke ist
 \implies Wegen $d_i \gg \lambda$ kann die Phase als gleichverteilt angenommen werden
- **Annahme:** Große Anzahl von Pfaden trägt zu $h_\ell[m]$ bei \implies Mit ZGWS und obiger Phasenbetrachtung folgt, dass $\operatorname{Re}\{h_\ell[m]e^{j\phi}\}$ und $\operatorname{Im}\{h_\ell[m]e^{j\phi}\}$ für jedes ϕ normalverteilt sind.

- $h_\ell[m] \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_\ell^2) \implies r := |h_\ell[m]|$ hat eine Rayleighverteilung:¹²

$$f(r) = \frac{2r}{\sigma_\ell^2} \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma_\ell^2}\right) \sigma(r)$$

- Die Momentanleistung $p := |h_\ell[m]|^2$ ist exponentialverteilt¹³:

$$f(p) = \frac{1}{\sigma_\ell^2} \exp\left(-\frac{p}{\sigma_\ell^2}\right) \sigma(p)$$

¹²Unter Verwendung von: $\sigma(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$; ([PJ15])

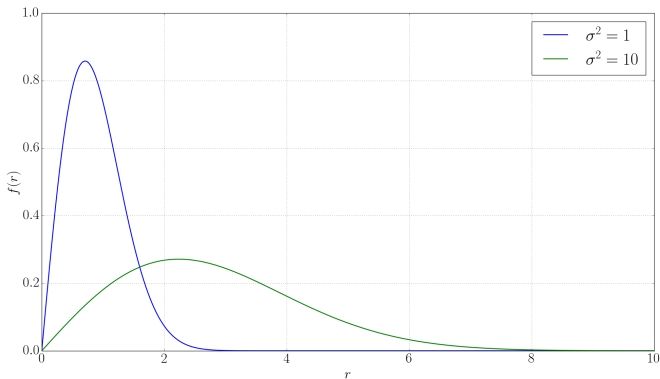
¹³Eigentlich erwartet man bei Betrachtung von Leistungen (zweiten Momenten) die χ^2 -Verteilung. Die Exponentialverteilung entspricht gerade der zentralen χ^2 -Verteilung mit 2 Freiheitsgraden.

■ Bemerkungen:

- Rayleighverteilung setzt mittelwertfreie Pfadvariablen voraus und führt auf gleichverteilte Phase
- Rayleighverteilung modelliert NLOS¹⁴-Szenarien
- Aus [Mol11]:
 - „It describes a worst case scenario in the sense that there is no dominant signal component [...] Such a worst case assumption is useful for the design of robust systems.“
 - „It depends on a single parameter [...] is easier and less error-prone, to obtain this single parameter from measurements or deterministic prediction methods [...] “

¹⁴Non-Line-of-Sight

■ Illustration: Rayleighdichte für verschiedene Werte von σ^2



- Trägt ein dominanter Pfad zu $h_\ell[m]$ bei, so sind Real- und Imaginärteil nicht mehr mittelwertfrei
- Es folgt $h_R \sim \mathcal{N}(m_R, \frac{\sigma_\ell^2}{2})$ und $h_I \sim \mathcal{N}(m_I, \frac{\sigma_\ell^2}{2})$
- Damit ergibt sich für $r := |h_\ell[m]|$ eine Rice-Verteilung mit Dichte

$$f(r) = \frac{2r}{\sigma_\ell^2} \exp\left(-\frac{r^2 + A^2}{\sigma_\ell^2}\right) I_0\left(\frac{2rA}{\sigma_\ell^2}\right) \sigma(r)$$

mit $A^2 := m_R^2 + m_I^2$.

- Für die Momentanleistung $p := |h_\ell[m]|^2$ folgt eine nichtzentrale χ^2 -Verteilung mit Wdichte:

$$f(p) = \frac{1}{\sigma_\ell^2} \exp\left(-\frac{p + A^2}{\sigma_\ell^2}\right) I_0\left(\frac{2\sqrt{pA^2}}{\sigma_\ell^2}\right) \sigma(p)$$



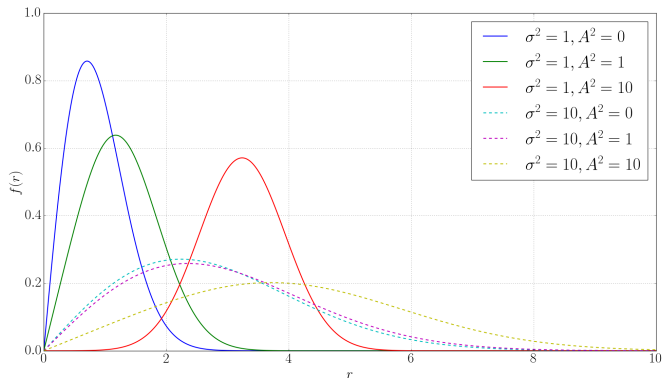
■ Bemerkungen:

- Phase nicht mehr gleichverteilt
- Modelliert LOS-Szenarien
- Oft realistischer als Rayleigh-Fading
- Dichte aufgrund der modifizierten Besselfunktion erster Art analytisch schwer handhabbar; hilfreiche Approximation

$$I_{\alpha}(x) \approx \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}}, x \gg \alpha$$



■ **Illustration:** Ricedichte für verschiedene Werte von σ^2 und A^2



- Andere hilfreiche Verteilung zur Modellierung von Mehrwege-Ausbreitung ist die *Nakagami-Verteilung* mit der Wdichte

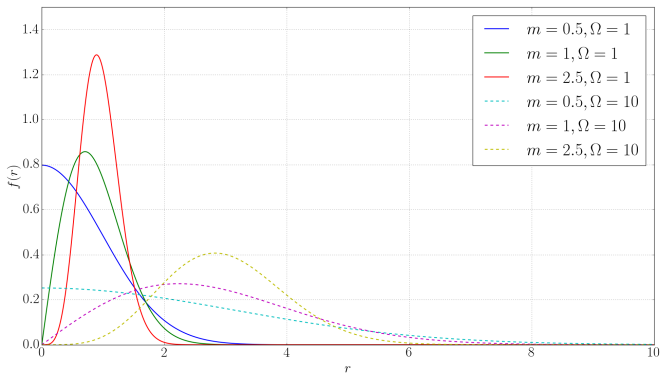
$$f(r) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m r^{2m-1} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right) \sigma(r)$$

■ Bemerkungen:

- 2 Parameter \implies „mächtiger“ als Rayleigh-Verteilung
- $m = 1$: liefert die Rayleigh-Verteilung
- $m \in [0, 5; 1]$: mehr WMasse (als Rayleigh) auf kleinen Werten; höhere Wdichte als Rayleigh bei großen Werten
- $m > 1$: WMasse eher auf großen Werten; niedrigere Wdichte als Rayleigh bei großen Werten



■ **Illustration:** Nakagamidichte für verschiedene Werte von m und Ω



- 3 Kanalbeschreibung
 - Vorbetrachtungen
 - Betrachtung der Impulsantwort
 - Kohärenzbegriffe und ihre Bedeutung
 - Kanalkoeffizienten und Fadingverteilungen
 - **Kanalsimulation am Beispiel von COST 207**
 - Ergänzungen
 - Lernziele
 - Literatur



- **Ansatz:**¹⁵ Betrachte Korrelationsfunktion der Impulsantwort

$$\phi_{hh}(t, \tau; t + \Delta t, \tau + \Delta \tau) := E(h(t + \Delta t, \tau + \Delta \tau)h^*(t, \tau))$$

- **Annahme:** *Wide Sense Stationary, Uncorrelated Scattering*

- WSS: Kanal schwach stationär
- US: Pfade ungleicher Laufzeit unabhängig

liefert:

$$\phi_{hh}(t, \tau; t + \Delta t, \tau + \Delta \tau) = \phi_{hh}(\Delta t, \tau) \delta(\Delta \tau)$$

¹⁵Nach [Bel63]; der Artikel ist lesenswert und führt unter anderem auch das Tapped-Delay-Line-Modell ein. Dessen Lektüre – wenngleich verhältnismäßig „anstrengend“ – kann lehrreich sein.

Definition

Die *spreading function* bzw. *scatter function*

$$\Phi_{hh}(\nu, \tau) := \mathcal{F}_{\Delta t}\{\phi_{hh}(\Delta t, \tau)\}$$

beschreibt die Verbreiterung des Signals in Zeit- und Frequenzrichtung. Aus ihr lassen sich wichtige Kenngrößen ableiten (siehe nachfolgend).

Definition

Das *Power Delay Profile*, *PDP*,

$$P_d(\tau) := \int \Phi_{hh}(\nu, \tau) d\nu = \phi_{hh}(0, \tau) = E(|h(0, \tau)|^2),$$

beschreibt die Verteilung der Leistung über die Verzögerung. Dessen „Breite“, ähnlich der Varianz einer W’dicke, ergibt¹⁶ den Delay Spread.

¹⁶ . . . bis auf Skalierung . . .

Definition

Das *Doppler Power Profile, DPP*,

$$S_D(\nu) := \int \Phi_{hh}(\nu, \tau) d\tau = E(|H(\nu, 0)|^2),$$

beschreibt die Verteilung der Leistung über die Dopplerverschiebung. Dessen „Breite“, ähnlich der Varianz einer W’dicthe, ergibt¹⁶ den Doppler Spread.

■ Beispiel: Kanalmodellierung in COST 207¹⁷

- Power Delay Profile: Für das PDP werden vier Szenarien angegeben:¹⁸

- Rural Area:

$$P_d(\tau)e^{-9.2\frac{\tau}{\mu s}}, \quad 0 < \tau < 0.7\mu s$$

- Typical (non hilly) Urban:

$$P_d(\tau)e^{-\frac{\tau}{\mu s}}, \quad 0 < \tau < 7\mu s$$

- Bad hilly Urban:

$$P_d(\tau) = \begin{cases} e^{-\frac{\tau}{\mu s}}, & 0 < \tau < 5\mu s \\ 0.5e^{5-\frac{\tau}{\mu s}}, & 5\mu s < \tau < 10\mu s \end{cases}$$

- Hilly Terrain:

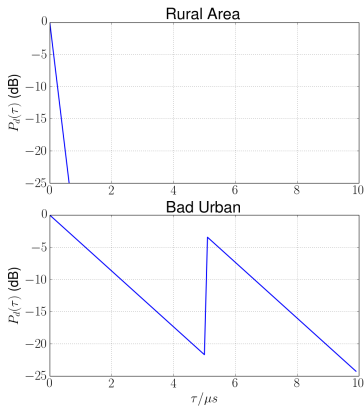
$$P_d(\tau) = \begin{cases} e^{-3.5\frac{\tau}{\mu s}}, & 0 < \tau < 2\mu s \\ 0.1e^{15-\frac{\tau}{\mu s}}, & 15\mu s < \tau < 20\mu s \end{cases}$$

¹⁷Folgendes nach [COST207]

¹⁸**Hinweis:** Zur Vereinfachung ist zu allen nicht anderen Verzögerungen $P_d(\tau) = 0$.

■ Beispiel: Kanalmodellierung in COST 207 (ctd.)

■ Power Delay Profile:



■ Beispiel: Kanalmodellierung in COST 207 (ctd.)

- Doppler Power Profile: Für das DPP werden vier Typen angegeben^{19 20}:

- CLASS: *Jakes-Spektrum*; verwendet für $\nu \in (-f_D, f_D)$ und $\tau_i \leq 0.5\mu s$

$$\Phi(\nu, \tau_i) = \frac{A}{\sqrt{1 - (\nu/f_D)^2}}$$

- GAUS1: Summe zweier Gauß-Funktionen²¹ ; verwendet für $0.5\mu s < \tau_i \leq 2\mu s$

$$\Phi(\nu, \tau_i) = G(A, -0.8f_D, 0.05f_D) + G(A - 10\text{dB}, 0.4f_D, 0.1f_D)$$

¹⁹Die Größe $f_D = \frac{v}{c} f_c$ beschreibt die maximale Doppler-Verschiebung.

²⁰Der Parameter A wird gemäß $\int \Phi(\nu, \tau_i) d\nu = 1$ gewählt.

²¹Abkürzung: $G(A, f_1, f_2) := A \exp(-\frac{(f-f_1)^2}{2f_2^2})$.



■ Beispiel: Kanalmodellierung in COST 207 (ctd.)

■ Doppler Power Profile: (ctd.)

- GAUS2: Summe zweier Gauß-Funktionen; verwendet für $\tau_i > 2\mu\text{s}$

$$\Phi(\nu, \tau_i) = G(A, 0.7f_D, 0.1f_D) + G(A - 15\text{dB}, -0.4f_D, 0.15f_D)$$

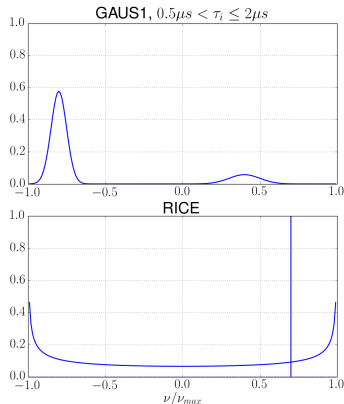
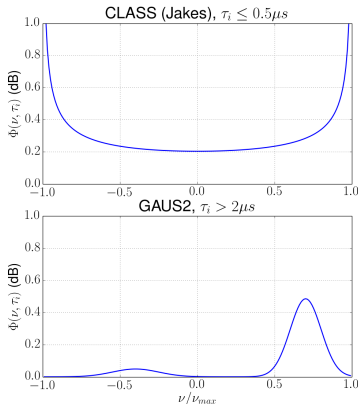
- RICE: Summe eines klassischen Doppler-Spektrums und eines direkten Pfads; verwendet für $\nu \in (-f_D, f_D)$ und rural areas

$$\Phi(\nu, \tau_i) = \frac{0.41}{2\pi f_D \sqrt{1 - (\nu/f_D)^2}} + 0.91\delta(\nu - 0.7f_D)$$



■ Beispiel: Kanalmodellierung in COST 207 (ctd.)

■ Doppler Power Profile:²²



²²Beispiele sind auf diskrete Leistung 1 normiert.

■ **Beispiel:** Kanalmodellierung in COST 207 (ctd.)

- Simulation der Kanäle über²³

$$H(t, f) = \lim_{E \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{E}} \sum_{i=1}^E e^{j\theta_i} e^{j2\pi\nu_{D,i}t} e^{-j2\pi f\tau_i}$$

mit zufällig bestimmten Parametern²⁴

$$\theta_i \sim \mathcal{U}[0, 2\pi)$$

$$\tau_i \sim P_d(\tau) / \|P_d(\tau)\|_1$$

$$\nu_{D,i} \sim \Phi(\nu, \tau_i) / \|\Phi(\nu, \tau_i)\|_{1,\nu}$$

²³Nach [Jun97]

²⁴Durch Normierung haben das PDP und das DPP die Fläche 1 und definieren eine Wdichte.

- 3 Kanalbeschreibung
 - Vorbetrachtungen
 - Betrachtung der Impulsantwort
 - Kohärenzbegriffe und ihre Bedeutung
 - Kanalkoeffizienten und Fadingverteilungen
 - Kanalsimulation am Beispiel von COST 207
 - **Ergänzungen**
 - Lernziele
 - Literatur



Hinweis: Alle folgenden Betrachtungen geben lediglich einen groben Überblick darüber, „was es alles gibt“. Für Details sei auf die zitierten Bücher oder klassische HF-Literatur verwiesen.

■ *Link Budget*

- Zusammenhang zwischen Sende- und Empfangsleistung
- Vereinfachend geschrieben als²⁵

$$P_r = \underbrace{G_t G_r}_{\text{Antennengewinne}} \cdot \underbrace{L_s}_{\text{Freiraumdämpfung}} \cdot \underbrace{L_a}_{\text{Sonstige Verluste}} \cdot P_t$$

- Ermöglicht Abschätzung der benötigten Sendeleistung

■ *Fading margin*

- Sicherheitszuschlag in der Berechnung des Link-Budget, welches oft mittlere Leistungen betrachtet
- **Beispiel:** Eine System wird so ausgelegt, dass Zielpiegel nur in x % aller Fälle unterschritten wird

²⁵Nach [PS08]

■ Rauschzahl²⁶

- Beschreibt SNR-Degradation in einem Zweitor

$$F := \frac{\text{SNR}_{\text{in}}}{\text{SNR}_{\text{out}}}$$

- **Beispiel:** Ein Verstärker um Faktor G mit interner Rauschleistung N_{amp} liefert

$$F = \frac{S_{\text{in}}/N_{\text{in}}}{GS_{\text{in}}/(GN_{\text{in}} + N_{\text{amp}})} = \frac{N_{\text{in}} + \frac{N_{\text{amp}}}{G}}{N_{\text{in}}} = 1 + \frac{N_{\text{amp, in}}}{N_{\text{in}}},$$

wobei $N_{\text{amp, in}} := N_{\text{amp}}/G$ die (virtuelle) zusätzliche Eingangs-Rauschleistung bei einem als ideal angenommenen Verstärker kennzeichnet.

- *Friis' Formel* besagt, dass für eine Kaskade von Zweitoren gilt:

$$F_{\text{ges}} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \dots + \frac{F_n - 1}{G_1 G_2 \dots G_{n-1}}$$

²⁶Nach [Sklar01]



■ Rauschtemperatur²⁷

- Interpretiert eine Rauschleistung N als von Johnson-Rauschen stammend und berechnet die Temperatur gemäß

$$T_R := \frac{N}{k_B B}$$

- Einsetzen in $(F - 1)N_{\text{in}} = N_{\text{amp, in}}$ liefert:

$$k_B T_{\text{amp, in}} B = (F - 1) k_B T_{\text{in}} B \implies T_{\text{amp, in}} = (F - 1) T_{\text{in}}$$

- Verwenden von Friis' Formel liefert:

$$T_{\text{ges}} = T_1 + \frac{T_2}{G_1} + \dots + \frac{T_n}{G_1 G_2 \dots G_{n-1}}$$

²⁷Nach [Sklar01]



■ *Outage Wahrscheinlichkeit*

- Wahrscheinlichkeit, mit der ein gewisser Pegel unterschritten wird, ab welchem das System als „nicht funktionstüchtig“ eingestuft wird

■ *Level crossing rate, LCR*

- Charakterisiert die Häufigkeit, mit der eine bestimmte Fadingtiefe erreicht wird
- Bezeichnet $f(r, \dot{r})$ die Verbunddichte von Pegel r und Ableitung \dot{r} , so folgt²⁸

$$N(r) = \int_0^{\infty} \dot{r} f(r, \dot{r}) d\dot{r}$$

■ *Average duration of fades*

- Charakterisiert die mittlere Verweildauer in einem Fade mit Tiefe mehr als r
- Bezeichnet r den Pegel und $F(r)$ dessen Verteilungsfunktion, so folgt²⁸

$$\text{ADF}(r) = \frac{F(r)}{N(r)}$$

²⁸Nach [Mol11]

- 3 Kanalbeschreibung
 - Vorbetrachtungen
 - Betrachtung der Impulsantwort
 - Kohärenzbegriffe und ihre Bedeutung
 - Kanalkoeffizienten und Fadingverteilungen
 - Kanalsimulation am Beispiel von COST 207
 - Ergänzungen
 - **Lernziele**
 - Literatur



- Die folgende Aufstellung fasst die zentralen Punkte zusammen.
- Es wird aufgezeigt, welche Punkte nach Bearbeitung des Kapitels klar sein sollten.
- **Hinweise:**
 - Die Auflistung ist nicht vollständig, sondern führt die wichtigsten Aussagen auf; nicht erwähnte Inhalte sind dennoch bedeutsam.
 - Oft enthalten die Nachweise wichtige Ideen; diese also nicht vernachlässigen.
 - Stets versuchen, Gleichungen in Verbindung mit Interpretationen und Anwendungen zu sehen
 - Des weiteren sollten alle kleinen nützlichen Ergänzungen verstanden sein.
 - Es ist immer eine gute Idee, etwas Gelerntes im Rechner umzusetzen. Dies hilft beim Verständnis und schärft das Bewusstsein für mögliche Probleme.



Nach diesem Kapitel sollten als zentrale Punkte klar sein:

- Unterscheidung/Beiträge der verschiedenen Ausbreitungscharakteristika
- Herleitung des Tapped-Delay-Modells durch Abtastung
- Physikalische Ursachen der Gestalt der Impulsantwort und deren Interpretation
- Diskussion über Dynamik der $h_\ell[m]$ und hierfür verantwortliche Parameter
- Doppler- und Delay-Spread; Kohärenzbegriffe; Fadingbegriffe



Nach diesem Kapitel sollten als zentrale Punkte klar sein:

- Herleitung und Bedeutung der komplexen (zirkulären) Normalverteilung
- Fading-Verteilungen
- Alternative Kanalcharakterisierung, insbesondere Scatter-Funktion, Power Delay Profile und Doppler Power Profile
- Grundidee der Kanalmodellierung am Beispiel COST 207



- 3 Kanalbeschreibung
 - Vorbetrachtungen
 - Betrachtung der Impulsantwort
 - Kohärenzbegriffe und ihre Bedeutung
 - Kanalkoeffizienten und Fadingverteilungen
 - Kanalsimulation am Beispiel von COST 207
 - Ergänzungen
 - Lernziele
 - Literatur



- [Mol11] A. Molisch, *Wireless Communications*, Wiley, 2011
- [Jun97] P. Jung, *Analyse und Entwurf digitaler Mobilfunksysteme*, Teubner, 1997
- [TV08] D. Tse, P. Viswanath, *Fundamentals of Wireless Communications*, Cambridge University Press, 2008
- [PS08] J. Proakis, M. Salehi, *Digital Communications*, McGraw-Hill, 2008
- [PJ15] F. Puente Leon, H. Jäkel, *Signale und Systeme*, Oldenbourg, 2015
- [Bel63] P. Bello, *Characterization of Randomly Time-Variant Linear Channels*, IEEE Transactions on Communications Systems, 1963
- [COST207] COST 207, *Digital land mobile radio-communications*, final report, 1989
- [Sklar01] B. Sklar, *Digital Communications*, Prentice Hall, 2001

