1 Integration

Das Integral ist die "Summe einer kontiniuierlichen Funktion". Im eindimensionalen Fall entspricht das Integral über die Funktion f(x) der Fläche unter dem Graphen von f.

1.1 Partielle Integration

$$\boxed{\int f'g\,dx = fg - \int fg'}$$

Die partielle Integration ist dann sinnvoll, **wenn ein störendes Element durch ableiten verschwindet** (z.B. x' = 1).

- **"Faktor 1 Trick":** Wenn eigentliche Funktion nicht aufleitbar
  $\rightarrow$ Funktion mit 1 multiplizieren (f'=1 und g= Funktion), somit **muss die Funktion nur abgeleitet**, aber nicht aufgeleitet werden.
  (z.B. $ln(x) = 1 * ln(x) \Rightarrow \int 1 * ln(x) dx = x * ln(x) - \int x * \frac{1}{x} = ...$)
- **"Faktor 2 Trick":** Wenn im neuen Integral der part. Integration das selbe wie im eigentlichen Integral steht (vor allem bei sin/cos/exp):
  z.B. $\int sin\ cos\ dx = -cos^2 + c - \int sin\ cos dx \quad | auf beiden Seiten + \int sin\ cos\ dx$ und $*\frac{1}{2}$
  $= \frac{1}{2}cos^2 + \frac{c}{2}$

1.2 Substitution

$$\boxed{\text{(i) } \int f(u(x))\,u'(x)\,dx = F(u(x)) + c}$$

$$\boxed{\text{(ii)} I = [a,b] \Rightarrow \int_a^b f(u(x))\,u'(x)\,dx = F(u(b)) - F(u(a))}$$

Bei unschöner Verkettung einfach die Verkettung substituieren. Oftmals geben auch die Integralgrenzen Aufschluss darüber, welche Substitution geschickt ist.
Wichtig: Bei unbestimmtem Integral rücksubstituieren; sonst Grenzen anpassen. **Nicht vergessen!!**

1.3 Uneigentliches Integral

Eine Grenze des Integrals ist ∞ bzw. lässt den Nenner eines Quotienten 0 setzen. (z.B. $\int_0^\infty x^2\,dx$ Die "kritische" Integralgrenze wird mit einer Variablen a ersetzt. Nach der Berechnung des Integrals berechnet man den Grenzwert (limes) des Terms.

- **konvergent**, wenn $lim_{a \to \xi}$ existiert

1.4 Tricks zur Analyse von uneigentlichen Integralen

- **Partialbruchzerlegung** ($\frac{1}{x*(x+4)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+4}$)
- **Majorantenkriterium für Konvergenz (bzw. Minorante für Divergenz)**
- Integral aufteilen, wenn beide Grenzen kritisch ($\int_{-\infty}^{\infty} x\,dx = \int_{-\infty}^{c} dx + \int_c^\infty x\,dx$)