

1 Grenzwert

1.1 Definition

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = y$$

,wenn $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0$, so dass

$$0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - y| < \varepsilon$$

Diese Definition sagt, dass wenn man sich einem bestimmten x_0 annähert (also der Abstand $|x - x_0|$ sehr klein wird), sich auch der y Wert dem Funktionswert an dieser Stelle annähert. Wenn dies nicht der Fall ist, **existiert der Limes nicht**. Dies ist zum Beispiel bei Sprungstellen der Fall.

1.2 Trickkiste

- **l'Hopital:** Nenner und Zähler eines Bruches konvergieren **beide** gegen Null oder $\infty / -\infty$ \rightarrow Grenzwert von der Ableitung des Bruches bilden
- x aus Nenner/Zähler herausziehen
- **Kürzungstrick**
- **Sandwichkriterium**
- Reihendarstellung verwenden \rightarrow Teleskopsummenarstellung, dann kürzen
- **Polynomdivision** um auf gleichen Nennen zu bringen / zu kürzen
- **Binomialsatz**
- bei **3. Wurzel:** $a - b = \frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2}$ (bei Quadratwurzel 3. Binomische Formel)
- **2 Teilfolgen** mit unterschiedlichem Grenzwert $\rightarrow f(x)$ hat keinen Grenzwert
- bei Nenner $\rightarrow 0$ (z.B. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-3}$) **einseitigen Grenzwert** betrachten.
- Produkt **in Bruch "zwingen"**; dann z.B. l'Hopital (z.B. $x * \ln(x) = \frac{\ln(x)}{\frac{1}{x}}$)