1 Differentiation

1.1 Definition

Nach der Defintion rechnet man nur, wenn die Ableitung für diese Stelle nicht gegeben bzw. definiert ist.

$$\boxed{f'(x_0) = lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}}$$

- wenn f d'bar im Intervall I $\Rightarrow$ f stetig in I
- für $n \in \mathbb{N}, f \in C^n \ \Rightarrow$ f n-mal d'bar auf I und $f^{(n)} : I \to R$ stetig

1.2 Ableitungsregeln

- **Produktregel:** $(f * g)'(x_0) \ = \ f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$
- **Kettenregel:** $f(g(x_0))' \ = \ f'(g(x_0))g'(x_0)$
- **Quotientenregel:** $(\frac{f(x)}{g(x)})' \ = \ \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$

1.3 Wichtige Ableitungen

- $(e^x)' = e^x$
- $(Sinx)' = Cosx$ und $(cosx)' = -Sinx$
- $(tanx)' = 1 + tan^2 x$
- $(ln(x))' = \frac{1}{x}$
- $(arctanx)' = \frac{1}{1+x^2}$

1.4 Mittelwertsatz

Sei $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ stetig und auf (a,b) differenzierbar.
Dann $\exists \xi \in (a,b)$ mit $f'(\xi) \ = \ \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

2 Monotonie

f monoton wachsend für $x_1 < x_2 \ \Rightarrow \ f(x_1) \leq f(x_2) \ \ \forall x_1, x_2 \in D$
oder $f'(x_0) \geq 0 \ \ \forall x \in (x_1, x_2)$

Bei strenger Monotonie ($f'(x) > 0$) gilt:

(1) f injektiv und f^{-1} auch stetig
(2) f^{-1} stetig wenn f zusätzlich stetig