



بسمه تعالی
طراحی الگوریتم ها
تمرین شماره ششم



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

دانشجویان گرامی، ضمن آرزوی موفقیت

لطفا با دقت موارد زیر را مطالعه کرده و در تهیه پاسخنامه نهایی تمرین رعایت فرمائید.

پاسخنامه تمرینات به صورت دست نویس، نهایتا در قالب یک فایل pdf باید ارسال گردد و نام فایل را به صورت **StudentNumber_HW6.pdf** (به عنوان مثال **9831055_HW6.pdf**) از طریق سامانه **courses.aut.ac.ir** در بازه زمانی تعیین شده ارسال نمائید.

در توصیف الگوریتم ها می توانید از هر زبان برنامه نویسی دلخواه همچون Python، Java، C و یا شبه کدها استفاده نمائید. اما توجه نمائید که در صورت استفاده از داده ساختارهای پیچیده مانند انواع درخت ها، یا انواع داده ای غیر پایه¹ باید هزینه های مربوط به آنها نیز در تحلیل پیچیدگی الگوریتم در نظر گرفته شود.

در صورت نیاز به راهنمایی یا بروز هر گونه مشکلی می توانید از طریق لینک های ارتباطی در کانال با تدریساران در ارتباط باشید یا از ایمیل AUTAlgorithmTA@gmail.com استفاده نمائید.

آخرین مهلت ارسال تمرین شماره ششم تا ساعت ۲۳:۵۹ روز ۲۰ خرداد می باشد.

در صورت تاخیر در ارسال پاسخنامه، به ازای هر روز تاخیر 20٪ از نمره تمرین کسر خواهد شد.

هرگونه شباهت در کل یا بخشی از پاسخنامه ها فارغ از اینکه از چه منبعی تهیه شده باشند، به عنوان **عدم رعایت حق کپی رایت** لحاظ خواهد شد و نمره بین تمامی نسخه های مشابه تقسیم خواهد شد.

پاسخنامه نهایی باید به صورت شخصی و با بیان و ادبیات شخصی تهیه شده و منحصر بفرد باشد. لذا کلیه دانشجویانی که به صورت مشترک اقدام به حل مساله ها می نمایند و یا بخشی از پاسخ ها را از اینترنت یا سایر منابع تهیه می کنند، بعد از فراگیری کامل راه حل، به صورت انفرادی اقدام به تهیه پاسخنامه نمایند.

موفق باشید

سوالات تشریحی:

۱- (۲۵ امتیاز) یک مسیر راه آهن ساخته شده است، اما مکان ایستگاه ها هنوز انتخاب نشده است. مسیر راه آهن را به عنوان یک خط راست در نظر بگیرید که مکان شهرها با نقاطی روی این خط مشخص شده است. وظیفه ما انتخاب نقاط خاصی در این مسیر برای ساخت ایستگاه های قطار است. ایستگاه ها لزوما در شهر نیستند ولی در فاصله ۲ از هر شهر باید حداقل یک ایستگاه قطار باشد.



بسمه تعالی

طراحی الگوریتم ها
تمرین شماره ششم



با در نظر گرفتن این شرایط ، به ۲ سوال زیر پاسخ دهید.

(الف) می گوئیم ایستگاه قطار S به ایستگاه ها اضافه میشود اگر شهر T در فاصله r از S باشد و T قبلاً در فاصله r از ایستگاه های انتخاب شده قبلی نباشد. الگوریتمی را در نظر بگیرید که در آن یکی از شهرهای بدون ایستگاه قطار به دلخواه انتخاب می شود و برای آن یک ایستگاه دلخواه در فاصله r از آن ساخته می شود. این الگوریتم را تا جایی ادامه می دهیم که همه شهر ها به ایستگاه قطار دسترسی داشته باشند. ثابت کنید این الگوریتم نادرست است.

(ب) برای این مشکل، الگوریتمی مبتنی بر روش حریصانه با پیچیدگی زمانی و حافظه ی چند جمله ای طراحی کنید. صحت این الگوریتم را بررسی کنید.

۲- (۲۵ امتیاز) تعدادی کیسه شن با وزنها W_i که $0 < W_i \leq 1$ داریم که بدون ترتیب در انباری پشت سر هم گذاشته ایم، می خواهیم آنها را در جعبه هایی با حداکثر ظرفیت یک قرار دهیم. در یک الگوریتم پیشنهادی، کیسه ها را با همان ترتیبی که در انباری هستند در جعبه ها قرار می دهیم، یعنی یک کیسه برداریم و اگر جعبه جا دارد در آن قرار می دهیم. در غیر این صورت جعبه را کنار گذاشته و جعبه بعدی را برمی داریم. اثبات کنید حداکثر تعداد جعبه های استفاده شده در این الگوریتم دو برابر الگوریتم بهینه است.

۳- (۲۵ امتیاز) مسئله ی کوله پشتی را به ازای ۵ بسته با ظرفیت کوله پشتی 10 واحد وزن های $w[] = \{2, 3.14, 1.98, 5, 3\}$ و ارزش های $v[] = \{40, 50, 100, 95, 30\}$ به همان ترتیب وزن ها، با الگوریتم branch and bound حل کنید و جواب بهینه را بدست بیاورید. مراحل اجرای الگوریتم را توضیح دهید.

۴- (۲۵ امتیاز) نقاط P_i برای $1 \leq i \leq n$ محل زباله ها در یک شهر را روی یک صفحه دو بعدی مشخص می کنند. دو ماشین حمل زباله قصد دارند از مرکز شهر (مختصات $[0,0]$) شروع کرده و زباله ها را جمع آوری کنند. اگر ماشینی زباله های محل i را قبل از محل j بردارد، باید $i < j$ باشد و هزینه آن برابر با فاصله بین نقطه i و نقطه j خواهد بود. لذا هزینه کل برابر با مسافت پیموده شده توسط ماشین ها خواهد بود. الگوریتمی ارائه دهید تا این دو خودرو حمل زباله بتوانند با کمترین هزینه، تمامی زباله ها را جمع آوری کنند. الگوریتم خود را تحلیل کنید.