**喀什市高中生立体几何认知水平调查及对策研究**

**——基于范希尔理论**

学科名称：教育学

专业名称：课程与教学论（数学） 申 请 人：邓靓

指导教师：艾尔肯·吾买尔

年 级：2013 级

**论文答辩委员会**



I



II

**喀什市高中Th立体几何认知水平调查及对策研究**

**——基于范希尔理论中文摘要**

本研究以促进少数民族地区数学教育的不断进步为初衷，以新疆喀什市的三所高中学生为研究对象，比较和分析喀什市高中生的立体几何认知水平，并根据出现的问题提出解决策略，以期望对民族地区的数学教育起到一定的指导对用。

本文主要以范希尔理论依据，参考Usiskin论文中的范希尔测试卷，并结合几何教材与一线数学教师的教学意见，编制了测试喀什市高中生的立体几何认知水平测试卷。本研究共选取了405名高中生为被试，其中维吾尔族学生为158人，汉族学生为247人，采用定性研究与定量研究相结合的方法，运用SPSS统计分析被试学生的认知水平及相关问题，并通过访谈及课堂观察的方法深入分析学生立体几何认知水平现状、原因及寻找对策。研究结果表明：全体被试立体几何认知水平有近三分之二的学生达到了水平二及以上，其中水平四和水平五占比为6.9%和3.2%；研究发现三所学校比较中，A校的认知水平明显高于其他两校，且高认知水平（水平四和水平五）占比较多，将近19%；男女生比较中总体差异不大，就每个水平比较而言，男生水平略高于女生；维汉被试比较发现存在显著性差异，汉族学生普遍水平较高，而维吾尔族学生在水平一和水平二阶段较理想；高一年级与高二年级对比差异显著，主要表现为高二年级几何平均成绩（2.20）高于高一年级（1.40）。

最后，根据研究结论，结合少数民族地区的教学现状，提出策略。首先根据数据比较的差异，提出通过因材施教提高不同水平学生的认知水平，具体从四个方面改进：1.通过均衡选拔与合理的教学方法缩小学校间认知水平差距；2.根据不同性别的学生思维特点进行差异化培养；3.将维吾尔族文化背景与语言引入立体几何教学的同时发展高认知水平；

4.根据正确评价的立体几何认知水平有针对性的教学。其次根据喀什市教师队伍的现状提出加强数学专业教师队伍建设，主要从两方面改进：1.完善师资队伍；2.建构数学教师学习共同体。

**关键词**：立体几何；认知水平；范希尔理论；比较

III

**The Research on the Three-**

# **Dimensional Geometry of Senior High School Students Cognitive Level and Countermeasures in the City of Kashgar**

**–on the Basis of Van Hiele Theory Abstract**

In order to promote the development of mathematics education in minority areas, this study takes three senior high school students as the subjects. The paper compares and analyzes cognitive level of senior high school students' solid geometry in Kashgar City, points out the problems existing, and puts forward some suggestions to solve these problems. It is in order to give some instructions for mathematical education in nationality areas.

The author compiled a test for senior high school students in Kashgar, which was based on taking Van Hiele's five levels of thinking as its theoretical basis, referencing the test volume in Usiskin, and combining Geometry Teaching Materials and suggestion of Mathematics Teachers. In this study, 405 high school students were selected as subjects, which includs 158 Uygur students, 247 Han students. The research method of this paper is a combination of qualitative and quantitative research. The author analyzes the investigation results with SPSS. Classroom observation method and interview method are also used to analyze the present situation and reason of cognitive level of senior high school students' solid geometry. And try to explore the countermeasures on that data. The study indicates that: The cognitive level of solid geometry of nearly two-thirds of total subjects reached level 2 and above, among them, level 4 and level 5 respectively accounted for 6.9% and 3.2%. By comparing three schools, the srudy found that the cognitive level of A was significantly higher than that of the other two school, and high levels of cognition (level 4 and level 5) accounted for a large proportion, nearly 19%; the difference between male and female students is not big, but in each level, the level of boys is slightly higher than that of girls; there was a significant difference between Han and Uygur subjects, Han students reached generally high leve, and Uygur students reached the ideal leve in level 1 and level 2; the difference between high grade one and grade two is significant, mainly for the grade two geometric average (2.20) higher than that of the grade one(1.40).

Finally, based on the conclusion, the author puts forward suggestions, which combined with the teaching situation of Minority Areas. First, according to the difference of the statistics, there are suggestions for improving the cognitive level of different levels of students through teaching, specific improvement measures include:1. To narrow the gap between the cognitive

IV

Level of the schools by balancing selection and using reasonable teaching methods;2. To carry out differential cultivation according to the students' thinking characteristics of different sex;3. To introduce Uygur cultural background and language to the teaching of the cognitive level of solid geometry, and to develop high cognitive level;4. To carry out targeted teaching according to correct evaluation of the cognitive level. Secondly, according to the present situation of the teachers in Kashgar City, the construction of teachers' team is put forward. Specific improvement measures include:1. Improving the teaching staff;2. Constructing the learning community of mathematics teachers.

**Keywords**: solid geometry; Cognitive level; Van Hiele theory; Comparison

V

目 录

**[Dimensional Geometry of Senior High School Students Cognitive Level and Countermeasures in the City of Kashgar](#_Toc686323385)** 2

[附录66](#_Toc686323386) 5

[导论](#_Toc686323387) 5

[第一节 研究背景](#_Toc686323388) 5

[第二节 研究目的与意义](#_Toc686323389) 6

[一、 研究目的](#_Toc686323390) 6

[二、 研究意义](#_Toc686323391) 6

[（一）理论意义](#_Toc686323392) 6

[（二）实践意义](#_Toc686323393) 6

[第三节 研究问题](#_Toc686323394) 6

[第四节 术语界定](#_Toc686323395) 6

[第五节 创新点与局限性](#_Toc686323396) 6

[一、 局限性](#_Toc686323397) 6

[二、 创新点](#_Toc686323398) 6

[第一章 文献综述](#_Toc686323399) 7

[第一节 几何认知水平的相关研究](#_Toc686323400) 7

[一、 范希尔理论几何认知水平评价的相关研究](#_Toc686323401) 7

[二、 基于范希尔几何理论的教学研究](#_Toc686323402) 7

[三、 基于范希尔理论的几何课程评价的相关研究](#_Toc686323403) 8

[第二节 关于新疆少数民族地区数学教育的相关研究](#_Toc686323404) 8

[一、 新疆地区少数民族学生数学学习相关研究](#_Toc686323405) 8

[二、 新疆地区数学教学及教材研究](#_Toc686323406) 9

[第二章 理论背景](#_Toc686323407) 10

[第一节 范希尔几何思维水平划分层次与表现特征](#_Toc686323408) 10

[第二节 范希尔理论的特点](#_Toc686323409) 10

[第三章 研究方法](#_Toc686323410) 11

[第一节 研究的主要内容与研究流程](#_Toc686323411) 11

[一、 研究的主要内容](#_Toc686323412) 11

[二、 研究流程](#_Toc686323413) 11

[第二节 研究对象与研究方法](#_Toc686323414) 11

[一、 研究对象](#_Toc686323415) 11

[二、 研究方法](#_Toc686323416) 12

[三、 实施过程](#_Toc686323417) 12

[四、 问卷回收情况](#_Toc686323418) 12

[第三节 测试卷编制](#_Toc686323419) 12

[一、 内容维度设计](#_Toc686323420) 12

[二、 题目设计](#_Toc686323421) 14

[三、 试题来源](#_Toc686323422) 14

[四、 预测](#_Toc686323423) 15

[五、 正式问卷信度](#_Toc686323424) 15

[第四节 评价方式](#_Toc686323425) 15

[第四章 数据整理与统计分析](#_Toc686323426) 17

[第一节 立体几何认知水平的学校差异比较](#_Toc686323427) 17

[一、 三所学校学生立体几何认知水平分布情况](#_Toc686323428) 17

[（一）](#_Toc686323429)**[A](#_Toc686323429)**[校学生立体几何认知水平分布情况](#_Toc686323429) 17

[（二）](#_Toc686323430)**[B](#_Toc686323430)**[学校学生立体几何认知水平分布情况](#_Toc686323430) 17

[（三）](#_Toc686323431)**[C](#_Toc686323431)**[学校学生立体几何认知水平分布情况](#_Toc686323431) 18

[二、](#_Toc686323432) **[A、B、C](#_Toc686323432)** [三所学校立体几何认知水平比较](#_Toc686323432) 18

[第二节 立体几何认知水平的性别差异比较](#_Toc686323433) 24

[一、 三所学校内部男女生性别比较](#_Toc686323434) 24

[（一）](#_Toc686323435)**[A](#_Toc686323435)**[校男女生的立体几何认知水平比较](#_Toc686323435) 24

[（二）](#_Toc686323436)**[B](#_Toc686323436)**[校男女生立体几何认知水平比较](#_Toc686323436) 28

[（三）](#_Toc686323437)**[C](#_Toc686323437)**[校男女生立体几何认知水平比较](#_Toc686323437) 32

[二、 全体被试男女生立体几何认知水平比较](#_Toc686323438) 36

[第三节 立体几何认知水平的民族差异比较](#_Toc686323439) 40

[一、 汉族和维吾尔族学生立体几何认知水平分布](#_Toc686323440) 40

[（一）汉族学生立体几何认知水平分布情况](#_Toc686323441) 40

[（二）维吾尔族学生立体几何认知水平分布情况](#_Toc686323442) 40

[通过图3-16和图3-17的分析结果可知，维吾尔族学生立体几何认知水平主要集中到](#_Toc686323443) 41

[二、 汉族、维吾尔族学生立体几何认知水平比较](#_Toc686323444) 41

[第四节 立体几何认知水平年级差异比较](#_Toc686323445) 45

[一、 高一、高二立体几何认知水平分布情况](#_Toc686323446) 45

[（一）高一学生立体几何认知水平分布](#_Toc686323447) 45

[（二）高二学生立体几何认知分布](#_Toc686323448) 45

[二、 高一、高二年级立体几何认知水平比较](#_Toc686323449) 45

[第五章 研究结论与建议](#_Toc686323450) 49

[第一节 结论](#_Toc686323451) 49

[一、 三所学校的立体几何认知水平现状及原因](#_Toc686323452) 50

[二、 男女生立体几何认知水平现状及原因](#_Toc686323453) 50

[三、 汉族和维吾尔族学生立体几何认知水平现状及原因](#_Toc686323454) 50

[四、 高一、高二年级的立体几何认知水平现状及原因](#_Toc686323455) 50

[第二节 建议](#_Toc686323456) 50

[一、 因材施教提高学生立体几何认知水平](#_Toc686323457) 50

[（一）通过均衡选拔与合理教学方法缩小学校间认知水平差距](#_Toc686323458) 50

[（二）根据不同性别的学生思维特点进行差异化培养](#_Toc686323459) 51

[（三）将维吾尔族文化背景与语言引入立体几何教学的同时发展高认知水平](#_Toc686323460) 51

[（四）根据正确评价的立体几何认知水平有针对性的教学](#_Toc686323461) 51

[二、 加强数学专业教师队伍建设](#_Toc686323462) 52

[（一）完善师资队伍](#_Toc686323463) 52

[（二）构建数学教师的学习共同体](#_Toc686323464) 52

[第三节 研究不足与展望](#_Toc686323465) 52

[参考文献](#_Toc686323466) 53

[附录](#_Toc686323467) 55

[附录66](#_bookmark111)

[致谢70](#_bookmark112)

VII

导**论**

## 第一节 研究背景

几何是数学学科中备受关注的部分，而立体几何又是其中较直观的部分，与整个高中数学课程的学习都有着密切的联系。立体几何的研究对象主要为三维空间的实物，它是人类用于描述和探索现实空间的重要工具。在高中立体几何学习阶段，让学生学会识别空间图形的同时，发展其空间思维能力以及逻辑推理的能力，在此基础上培养学生通过图形语言进行交流及拥有几何直观能力等，都是该阶段的课程基本要求。[①](#_bookmark4)而新课标提出，在高中阶段进行立体几何教学，不仅能够培养学生运用空间与图形的相关知识更好的认知和了解我们现实的生存空间，而且可以在立体几何的学习过程中，发展学生几何直觉的判断能力，在以后的数学相关学习以及非数学领域的学习中，能够运用立体几何培养的思维能力去解决相应问题，真正的做到学以致用。

当今，各个国家对立体几何课程进行了内容多样的设置，其课程改革的目的主要在于使学生从多个方面、多种角度认识立体图形，使得学生关于立体几何的知识结构得以丰富、完善，培养他们的空间想象能力，同时也能够更好的发展他们的数学思维。国外的许多国家在立体几何的相关研究中，认知水平的研究一直是他们关注的重点，而范希尔理论，则是许多学者进行几何研究的理论依据。他们对不同的年龄，不同地区，不同国家的学生都进行过几何认知水平测试。而我国对于立体几何的相关研究，主要是围绕课程改革前后关于高中立体几何的教材内容变化、学生的学习障碍、学生性别差异、解题等的研究，对于新疆民汉学生立体几何认知水平的相关研究较少。根据查阅国内与几何认知水平有关的各类研究可发现，对于民族地区的几何认知水平关注相对较为匮乏，而在新疆地区，专门针对民汉学生的几何认知水平研究则更为缺乏。

我国是个多民族国家，各民族受不同因素影响，导致教育情况不均衡，其中各民族学生的几何认知水平情况，已然成为教育学者们关注的研究。通过已有研究表明，在运用范希尔理论的相关研究中，少数民族学生在几何认知水平上，都有不同程度的差异。究其原因，主要是语言和文化的差异影响学生的认知发展，而我国有许多民族在自己的文化背景、语言文字的影响下，他们的认知水平也会明显不同。当前，数学教育中已经出现了许多的民族比较研究，那么在新疆喀什市，同一地区中有着相同的教学大环境下，不同民族的高中生，他们的立体几何认知水平是否也存在差异？这些差异是什么？以及该如何缩小差距？本论文将针对这些问题进行比较研究。

①席高文，许梦日.中学几何研究与教学[M].郑州：郑州大学出版社,2007: 138。

1

## 第二节 研究目的与意义

### 一、 研究目的

该研究以相同地区、相同环境中的不同民族，即维吾尔族学生和汉族学生为研究对象，以范希尔理论为基础，通过对不同学校、不同性别、不同民族以及不同年级的学生的立体几何认知水平进行比较，针对比较出的差异及现状，提出适合新疆喀什的教学策略。

### 二、 研究意义

#### （一）理论意义

通过对喀什市三所高中学生的立体几何认知水平进行测试研究，不仅使得我国关于少数民族地区数学教育研究的相关理论得到了丰富，而且完善了新疆地区数学教育研究的相关理论系统，为培养少数民族地区学生的立体几何认知水平提出建议。

#### （二）实践意义

首先，该研究对象为喀什市三所中学的高中生，主要以调查学生的立体几何认知水平为目的，比较不同学校、不同性别、不同民族、不同年级的高中生立体几何认知水平的差距，并以此数据为依据，分析出现差异的因素，使得学生和一线教师能够更加深入的了解范希尔理论，并将该理论运用到教学中。

其次，对新疆少数民族地区高中数学课堂教学设计的指导意义。根据对喀什市三所高中学生的几何认知水平分析得出的数据，分析这一地区的高中生在立体几何学习中所表现出的认知特点，以此为依据为少数民族地区立体几何部分的课堂教学设计提供参考。

第三，对数学教学实践的意义。数学课堂教学的方法、教师自身的数学素养等都可能影响学生的认知水平，而学生认知水平的高低，会直接影响其在数学学习中对知识的了解以及掌握。本论文主要针对喀什市三所高中学生进行水平测试以及相关研究，期望为少数民族地区的一线数学教师提供参考。

## 第三节 研究问题

本研究以喀什市区三所中学的高一、高二学生为研究对象，在这里表述为A校、B校和C校，他们处于同一地区，有着大致相同的背景和资源，本论文主要研究以下问题：

1.不同学校的学生立体几何认知水平是否存在差异？

2.不同性别的学生立体几何的认知水平是否存在差异？

3.维汉学生的立体几何认知水平有何异同？

4.不同年级的学生立体几何认知水平是否存在差异？

5.通过分析数据得出结论，再根据结论提出合适的策略。

2

## 第四节 术语界定

为达到研究目的，该研究者通过对有关术语的书籍进行查阅、分析和理解后，对研究中的重点术语进行界定。

认知水平：指使头脑中产生认识的内部处理过程及结果的不同状态层次。[①](#_bookmark11)

立体几何认知水平：通过对范希尔理论的研究分析，将立体几何认知水平界定为在立体几何学习过程中，形成的认知活动的五种不同状态层次——视觉、分析、非形式化的演绎、形式化的演绎、严密性。[②](#_bookmark12)

## 第五节 创新点与局限性

### 一、 局限性

该研究以喀什市这一少数民族地区的大背景为依托，主要针对于喀什市的汉族学生和维吾尔族学生进行，研究这一地区中不同学校、不同性别、不同年级、不同民族的学生间在立体几何知识中是否存在认知水平不同，而其他民族的相关研究未涉及到。其研究结果是否能推广到其他少数民族地区，是否能运用在其他民族学生身上，还有待考察。同时，本研究主要是侧重于探索高中生在立体几何知识体系中认知水平高低，其结论也仅能表明学生在高中阶段的认知水平，对于学生在其他发展阶段和其他学科领域中的认知水平如何，其策略是否也能运用，这则需要研究者们在以后的相关研究中加以论证。

### 二、 创新点

通过查阅国内外与几何认知水平相关的文献可知，其主要研究侧重于运用范希尔理论诊断学生的几何认知水平，以及基于范希尔理论提出教学设策略。在立体几何认知水平的相关研究上，我国的研究还相对匮乏，特别是民族学生立体几何认知水平这方面，通过对相关文献的查阅发现与之直接相关的研究不多。本研究旨在以喀什市为例，针对同一地区的不同学校中的维、汉学生的实际情况分析其几何认知水平，运用范希尔理论的五点水平来划分学生现在所处的立体几何认知阶段，通过调查结果分析其存在差异及现状，以此为依据有针对性的提出相应的策略，为少数民族一线教师提供具体而有针对性的教学措施，同时该研究也丰富了范希尔理论的进一步应用。

①L. E.贝克.儿童发展[M].吴颖等译.南京：江苏教育出版社,2002。

②鲍建生，周超.数学学习的心理基础与过程[M].上海：上海教育出版社,2009。

3

# 第一章 文献综述

## 第一节 几何认知水平的相关研究

### 一、 范希尔理论几何认知水平评价的相关研究

范希尔理论是范希尔夫妇在中学教学中的亲身经验结合皮亚杰认知理论建立起来的，是几何认知水平的相关理论中，最有影响的理论之一。该理论国外的相关研究主要涉及两个方面：一是各国学者通过研究以检验范希尔认知水平的合理性；二是通过范希尔认知水平测试题评价学生的几何认知水平。

1974年芝加哥大学的威兹普（Isaak Wirszup）在召开的大西洋城全美数学教师学会的年会上，将范希尔的思想正式介绍给了美国学者，并将此称之为“惊人进展”；同时，弗赖登塔尔（H. Freudenthal）也提出了思维水平在数学归纳法学习中的范例，并发现数学归纳法也是沿着五个思维水平发展的。这些相关的研究，都使得范希尔理论在20世纪80年代被广泛关注并成为研究热点。

其中，1982年芝加哥大学Usiskin教授进行的研究，题为“中学几何课上学生认知的发展和成就”[①](#_bookmark16)，成为了范希尔理论相关研究中的经典。该研究主要是针对学生认知发展阶段进行的，目的在于确定其五个发展阶段，并据此研究学生在数学基础知识能力测试中，其成绩对学生所掌握的几何概念和证明的影响。这项研究共涉及了2900个洲的中学生，其结果显示：1、参加测试的学生中，有8%的人数达到了范希尔水平三以上；2、有部分学生出现了其认知水平介于两个水平之间的情况；3、在完成中学几何知识的学习后，任有40%的学生几何认知水平未达到水平三及以上；4、证实了性别间是存在认知水平差异的。通过该结果可知，范希尔几何思维水平与几何成就之间呈相关性，同时也证明了该理论能够准确测试出学生的几何思维水平，并可用作评价学生认知水平的工具。

Gutierrez、Jaime和Fortuny以Usiskin的研究结论为依据，对50名小学生及师范生进行了范希尔认知水平测试，主要内容涉及的是水平一至水平四的几何空间。该研究结论表明，在小学师范生中，文科与理科师范生存在一定差异的，且理科师范生认知水平比文科认知水平高，具体数据为：文科师范生在水平二中完全获得，其中有部分师范生在水平三中达到了高获得水平；理科师范生在水平三中达到完全获得，其中有大部分师范生在水平四中有所获得。[②](#_bookmark17)而小学生的研究结果表明，大部分学生的认知水平处于水平二阶段，同时该阶段的学生未达到高获得或者完全获得。

卡罗尔（Carroll）的研究中，建议通过开放性的题型来评价学生的认知水平，因为与

①Usiskin Z. Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geoinetry[M]. Chicago: University of Chicago,1982.

②Gutierrez A, Jaime A, Fortuny J M. An alternative paradigm to evaluate the acquisition Of the van Hiele levels [J]. Journal for Research in Mathematics Education,1991(3):237-251.

4

传统的简答题相比，开放题更能够观察出学生的错误概念，[①](#_bookmark18)这也引导我国数学领域向开放题型教学的研究进行发展。

对于运用范希尔理论评估学生的几何认知水平，范希尔夫妇根据其自身的教学经验发现，学生的学习成长经验，与教学的组织与方法及教材的选择有很大的关系，由此推出，在学生的认知水平发展时，教学活动也起着至关重要的作用。根据这一发现，部分学者也以此为理论依据考察了教师的思维特征。Mayberry是第一个从事这方面研究的人。他通过研究证明，范希尔的理论在教师教学中能够发挥重要作用，可以帮助教师重视教学流程，同时为学生建构高效率的学习环境。他以19位师范生为访谈对象进行研究，其研究内容主要是关于小学数学课程。[②](#_bookmark19)结果表明，大部分学生关于学习形式演绎几何课程的准备知识都比较缺乏。针对这一问题，Lawrie和Pegg随后根据Meyberry的访谈提纲设计了一套书面测试卷，[③](#_bookmark20)以60名师范生为测试对象，研究表明，大多数被试的几何认知水平停留在水平一和水平二。

在性别差异的相关研究中，E・Hala在其设计的研究假设“中学预备教师比小学预备教师欧氏几何知识更好”这一研究中，以281名小学和中学预备教师为研究对象，进行范希尔几何水平测试，其研究结论表明，总体上，小学和中学预备教师没有显著性差异，小学教师和中学预备教师在认知水平上都能够达到水平二，但是不能达到水平三；在性别比较上，小学预备教师同样不存在显著性差异，但是中学预备教师中，男性教师的认知水平则稍高于女性教师。这一研究对于范希尔理论运用在性别差异上，也是一个很好的启示。

Atebe在2008年也进行了性别差异的相关研究。其主要围绕尼日利亚和南非中学中的

144名学生和6名数学教师进行调查研究。其研究结果发现，大部分学生未能达到高认知水平，而低认知水平的学生占比较多，其中水平一的学生有22%，水平二的学生有24%；同时在其研究中还发现，性别间在范希尔几何认知水平上是存在一定差异的，即男生的水平比女生更高。

上述的国外相关研究均能证实范希尔理论运用在几何认知水平上的合理性，同时其能够做为评价学生几何水平的理论工具，和指导教师教学的相关理论。研究表明：学生的范希尔几何思维水平可能介于两个相邻的水平之间，并且多数学生处在低水平阶段，学生很难达到水平4和水平5。多数研究都针对男女生认知水平差别进行了比较，而研究结果各不相同，男女生是否存在差异及影响差异的因素有待研究。对于国内学者在范希尔理论的运用上，则主要倾向于学生及几何水平研究。

林军治主要针对范希尔思维水平与几何概念理解及错误概念的关系进行研究。其研究

①Carroll, W. M. Middle school students' reasoning about geometric situations[J]. Mathematics Teaching in the Middle School, 1998 (3): 398.

②Mayberry J W. The van Hiele levels of geometric thought in undergraduate preserve teachers [J]. Journal for Research in

Mathematics Education,1983(1):58-60.

③Lawrie, C., Pegg, J. Some issues in using Mayberry's test to identify van Hiele levels[J]. Paper presented at the International Group for Psychology of Mathematics Education,1997.

5

表明，范希尔几何水平越高的学生越倾向场独立型；在几何概念理解的得分上，城市学生高于乡村学生；在错误概念的出现率上，理论层次、描述层次、视觉层次，这三个层次的学生出现率依次增高。

吴德邦、马秀兰随机抽取了台湾四个市县的小学中的3514名学生进行范希尔思维水平研究，主要涉及的是几何基本图形概念，尝试将试题关联结构分析法运用于该研究，其分析结果显示，几何认知水平的发展是随着年级的增加而增加的，且各年级间有显著差异；对于基本图形的概念，各市县间有显著差异；而在性别差异中，除了正方形的概念没有显著差异之外，其他的基本图形概念也有显著差异。

黄盈均运用三角形的概念分析了小学生的思维特征，其结果显示，要学习水平二的相关概念并非一定要先达到水平一；同时学生比较容易辨认以标准位置出现的图形，而对于旋转后的图形则反应不明显；难以判断图形的包含关系。

金美月、冯雪娇以朝鲜族、蒙古族和汉族三个民族为研究对象，共选取了614名初中生，通过对比不同民族、不同性别的学生间认知水平是否有差异，以及探究几何认知水平与数学成就间的相互作用。[①](#_bookmark21)该研究结果表明，三个民族的学生都达到了直观水平，同时在认知水平上都存在差异；对于性别的研究表明，民族间的男女生在整体认知上不存在明显差异，但是通过仔细对比可发现，随着认知水平的不断发展，男生逐渐显露出不足。

戴天羽根据范希尔理论编制测试卷，以同一地区、同一环境的蒙古族和汉族学生为研究对象，比较学生认知水平的不同。该研究以是否系统学习几何知识为界限，进行前后对比，其结果显示：在相同的地域下，有着相同的教育资源条件时，立体几何认知水平在汉族学生和蒙古族学生中没有明显差别，但是根据数学成绩的好坏可以发现，学生在认知上还是有不同的。[②](#_bookmark22)具体表现为：在进行系统学习前，蒙、汉两个民族都只达到直观水平，且在描述水平上，汉族学生有一定的优势；在进行了系统学习之后，蒙古族学生则在理论水平上占有一定优势。通过这一结论可知，在相同的环境下，不同民族学生间的立体几何认知水平是不存在明显差异的，这也为民族地区的几何认知水平研究提供了有力的参考。冯雪娇则是以多元文化为背景，比较不同民族学生间的几何认知水平差异。该研究主

要涉及蒙古族、汉族和朝鲜族三个民族的初中生，以范希尔理论的三个水平为评价标准，其结论与戴天羽的结论基本相同：整体认知水平都只达到直观水平；从性别差异方面比较，汉族和蒙古族在直观水平上差异都不明显，而在描述水平和理论水平上则都表现为女生认知高于男生，而性别差异在朝鲜族学生中都不明显；[③](#_bookmark23)同时也证明了几何认知水平的高低对数学成就有一定影响。

祁明衡以范希尔理论为指导，选取了北京市的两所学校的初中生进行研究，结果表明：处于高认知水平的学生人数较多，具体为达到水平四及以上的接近一半（约占总人数的

①金美月，冯雪娇.汉、蒙古、朝鲜族初中生几何认知水平比较研究[J].民族教育研究，2011(6)：25-28.

②戴天羽.高中生立体几何认知水平比较研究[D].辽宁师范大学,2012。

③冯雪娇.多元文化背景下初中生几何认知水平比较研究[D].辽宁师范大学,2011。

6

45%），但同时也发现水平一和水平二的学生占比为23%；在性别比较上，男女生存在差别，且女生成绩好于男生。[①](#_bookmark25)

王奎彩以上海市两所中学的内高班学生为研究对象，根据范希尔五认知水平，对学生的认知水平所处阶段进行测试，结果表明：高二年级与高三年级间认知水平有较大差异；性别比较中，通过两所不同的学校的对比发现，男女生在认知水平上是存在差异的；在立体几何认知水平与数学成就相关性分析上发现，认知水平越高其数学成就也随之增高。[②](#_bookmark26)

### 二、 基于范希尔几何理论的教学研究

范希尔理论的一个特点就是可以通过划分的五个几何认知阶段对教学进行指导，这也为教学设计建立了理论框架。因此，许多国内外的学者在进行几何认知水平测试的同时，也尝试运用范希尔理论为指导，进行相关的教学设计，以研究是否可以通过教学提高学生几何认知能力。杰米（Jaime）和古狄瑞思（Gutierrez）以该理论为基础，对数学等距变化的内容进行课堂设计。[③](#_bookmark27)从中可发现，教师在使用范希尔理论进行教学设计时，应该以教学的实际内容以及学生所处的具体情况为观测标准，随情况进行适当的修改。他们通过该设计认为，教师应该具有判断学生所处认知水平的能力，并且能够通过这种判断，以学生原有的知识为基础，改进学生的几何认知。

帕森斯等（Parsons、Stack & Breen）在其论文中，以范希尔理论为参考，指导实验教学，其结果表明，学生的几何成绩在实验进行前后是有显著差异的，试验后学生的认知水平明显提高。[④](#_bookmark28)

克莱门兹（Douglas H. Clements）等人参考范希尔理论的教学五阶段，利用LOGO编程语言设计了一套课程，以此考察小学生是如何学习几何概念的，结果也是肯定的。[⑤](#_bookmark29)

吴德邦在其以师范生为研究对象、以非欧几何为主要内容的实验教学中发现，与教师在日常课堂中经常运用的教学方法对比，范希尔提出的方法更能发展他们的认知水平。

王远帆以范希尔理论为依据，以九年级学生为研究对象，围绕“圆”进行认知水平测试，同时根据范希尔的五段教学法进行试验。结果表明：在重点班的试验中，五段教学法并未有明显的效果，而在普通班效果则相对更为突出。该结果正好表明了该教学法更适用于数学能力普通的学生。[⑥](#_bookmark30)

刘立梅针提出“对高中立体几何部分的教学内容主要具有知识点难度大、空间想象力、逻辑思维能力、分析问题与解决问题能力要求高等特点”[⑦](#_bookmark31)，她尝试利用范希尔理论指导设计教学，以此考察该理论在立体几何教学中是高效的。而其结果表明基于范希尔几何思

①祁明衡.范希尔理论下的初中生几何思维水平现状研究[D].首都师范大学,2013。

②王奎彩.内地新疆班立体几何认知水平的比较研究[D].华东师范大学,2014。

③Jaime, A. &Gutierrez, A. Guidelines for teaching plane isometries in secondary school[J]. The Mathematics Teacher,1995.

④Parson, R. R., Stack, R. &Breen, J. Writing and Computers: Increasing Geometric Content Based Knowledge Using the van Hiele Model[J]. the Curriculum and Instruction Research Symposium,1998.

⑤Clements, D. & Battista, M. Geometry and Spacial Reasoning[M]. New York: Macmillan Publishing Company,1992:420-464.

⑥王远帆.基于Van Hiele理论的初中几何有效教学研究[D].广州大学,2012。

⑦刘立梅.范希尔理论在高中立体几何教学中的应用研究[D].天津师范大学,2014。

7

维水平理论教学法设计的关于几何内容的方案，比使用的日常教学方法更加合适，教师可以根据该方法，对照不同的阶段，随时调整策略。这为几何教学提供了又一个可供参考的教学方法。

金美月、李静等人以教学目标的设定为主要研究问题，目的在于提升学生的几何认知水平。[①](#_bookmark33)根据范希尔理论以八年级的“等腰三角形”为研究案例，进行教学设计。其提出在进行课标分析、目标设定时，应做到“学生为中心”，实现发展学生几何认知水平的目的。该研究在教学设计上只进行了很小的一部分，对于针对学生认知水平的教学目标设计教学等，都是以后研究可以涉及的领域。

范希尔理论是几何教学的重要理论框架。通过对各国学者关于几何的相关研究可知，在数学这一学科教学中，相对于其他内容而言，学生的几何认知水平差别较大，而教学又是可以改变其认知的最关键之处。在国外，关于运用范希尔理论指导教学的相关研究比较充分，但是国内在这一方面的研究则相对薄弱。由此可知，将范希尔理论运用于几何教学是我们将要继续关注的。

### 三、 基于范希尔理论的几何课程评价的相关研究

现今，范希尔模型已经被许多国家运用在数学课程的编制上，其中包括美国、俄罗斯、德国与荷兰等。前苏联学者皮什卡罗（Pyshkalo）则是最早将范希尔理论运用于几何课程设计的。他参考了范希尔理论的具体水平，用以分析1960年1——8年级学生的学习材料，结论中提出了关于带有目的地学习几何知识提高学生发展的结论；同时也提出小学儿童的有序思维能力较高，甚至高于传统教学前的水平。

除了将范希尔理论用于几何课程设计之外，它还被用于比较不同教材的理论框架研究。弗斯等人（Fuys、Geddes & Tischler）[②](#_bookmark34)运用范希尔理论对美国三套K-8年级的数学教材进行评价，对于原教材发现许多不足：一是其各水平的分布并非按照层层递进的关系而是混乱的；二是对于水平二的相关知识关注度远远不够，这将不利于学生的几何学习。针对这些不足，该研究给出了相应的建议：一是让教师根据教材上给出的范希尔指标对学生的几何认知水平进行评价；二是增加水平一中的教学内容；三是对于教材语言进行规范，使其在使用上更加准确；同时还提出教师应该通过主动评价学生认知水平的方式对教学内容进行完善。

维特曼（Whitman）等人通过比较日、美每节课几何知识中的范希尔水平可知，两国教材间有较为明显的不同：以水平一这一阶段内容为根据，日本教材基本在一年级阶段就已经完成，而美国教材在六年级还含有70%的内容；日本的教材已经安排自三年级起就学习水平三的内容，但是美国学校在小学高年级阶段都未完成该水平知识，通过比较可知，

①金美月，李静，罗曼.基于学生几何认知水平的教学目标设计探讨[J].科教导刊（中旬刊）,2014(1)：100+135.

②Fuys D., Geddes D. & Tischler, R. Journal for Research in Mathematics Education Mono-graph 3: The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. Reston: National Council of Teachers of Mathematics,1988.

8

日本比美国更加注重课本知识的严格认知水平。[①](#_bookmark35)

范希尔理论在编制几何课程上的作用已经得到了国外各学术界的普遍认可，相比之下，我国关于这方面的研究还相对较为缺乏。

唐恒钧和张维忠在2005年发表的论文中，提出以范希尔理论为依据，对美国教材与中国教材的部分几何知识进行对比，以分析教材中的几何认知水平。通过研究分析可知，中美两国进行几何学习时，均重视以直观几何为开端。但是两国细比较而言，美国教材的几何内容侧重于广度和深度，教学策略则是通过提出的问题，使得学生根据问题构建出的环境学习新的几何知识；但是我国课本内容在几何知识部分，更加重视对正、反例的证明操作来巩固已有知识，并得到发展。[②](#_bookmark36)该研究结论得出我国在几何教材编制上，还需要更为有效的策略，以提高学生在几何认知上的水平。

梁竹以课程改革的大背景为前提，利用范希尔理论水平体系评价了中国的人教版和新加坡的Mathematics两套教材中平面几何内容编排，经过对比发现两本教材的共同特点为：不同水平的知识点会交叉出现的，而非线性排列；两本教材在水平2、3、4上的学习内容相差不大，并且位于水平3、4的内容是最多的，说明了两版本的教科书均比较注重培养学生几何认知的较高水平；两本教材均从直观的水平引入概念，从知识和结构逐步地从水平1（视觉）向水平5（严密性）过渡。[③](#_bookmark37)但是，通过两国教材的具体比较发现，一是我国几何知识在呈现方式上，内容更加丰富活泼，更注重提高学生的兴趣；而新加坡的教材则注重非标准图形的内容；二是在知识连贯性上，新加坡的教材更加注重知识间的联系，是以循环拓展的方式编排知识点，这也是我国应该学习借鉴的地方。

任芬芳通过对初中数学课程标准和人教版初中数学教材的研究，以范希尔理论为基础，比较二者在内容上的认知水平的不同。该研究最终得出新旧课程标准与教材的知识点大致相同，其中几何教材中处于水平三与水平四的内容主要分布在初二。[④](#_bookmark38)这为几何教材的编制和完善提供了参考。

高洁的研究以范希尔理论为依据，“旨在调查和分析人民教育出版社八年级数学教科书、课堂教学和学生在‘图形与几何’领域的认知水平”[⑤](#_bookmark39)，主要涉及两方面的研究：一是比较学生几何认知水平与教科书和课堂教学间的关系；二是对比学生进行课堂教学前后认知水平的差异，以检测几何教学是否会影响学生的认知水平。该研究结果显示，教科书与教学的几何认知水平相同，两者始终保持在同一水平上；但是教学时所处的认知水平则与学生学习的认知水平不相同，且教学认知水平高于学生的认知水平。

金美月、景敏以范希尔理论的分析框架为依据，比较分析了《标准（2011年版）》和

①Whitman, N. C., Nohda, N., Lai, M. K., Hashimoto, Y., Iijima, Y., Isoda, M., etal. Mathematics education: across-cultural study[J]. Peabody Journal of Education.,1997(l):215-232.

②唐恒钧，张维忠.中美初中几何教材“相似”内容的比较[J].数学教育学报，2005(4)：59-62.

③梁竹.中国、新加坡初中教材平面几何的比较研究[D].华东师范大学,2010。

④任芬芳.初中数学“图形与几何”内容认知水平比较研究[D].辽宁师范大学,2012。

⑤高洁.初中几何认知水平比较研究[D].辽宁师范大学,2013。

9

《标准（实验版）》及人教版初中八年级数学教材“图形与几何”领域的认知水平，进而深入探讨认知水平与教材知识点的分布特点，为编写几何教材与提升学生认知水平提出建议。[①](#_bookmark42)

国内外学者根据范希尔理论进行了一系列与几何教材编制有关联的研究，各国以此作为改进和完善几何教材编制的参考，而我国的相关研究，不论是与国外教材的对比，还是我国不同版本的教材间对比，或者是课标与教材的对比，通过不同的比较，使得我国在几何教材编制上，能够合理汲取各自几何内容的长处，完善我国几何课程的设计建设。

## 第二节 关于新疆少数民族地区数学教育的相关研究

我国是一个多民族的国家，而新疆地处我国最西部，这里有汉族、维吾尔族、哈萨克族等等的多种民族聚居，因此，数学教育相对于内地而言，尤为复杂。在新疆地区，数学领域中的相关研究正在增加，不同的研究者从不同的角度，不同的内容方面对数学进行研究，但与立体几何认知水平直接相关的研究较少。针对新疆地区的数学教育问题，我国的研究者们进行了不同程度的研究。

### 一、 新疆地区少数民族学生数学学习相关研究

吴勤文、曹一鸣[②](#_bookmark43)以新疆昌吉州的6所学校为研究对象，对于新课改后少数民族地区学生的学习情况进行调查了解。通过研究调查发现：数学学习中的合作交流方式得到运用；提升了学生对数学的喜爱程度，使得学生对数学更感兴趣；但同时也发现学生数学基础薄弱。对于这些问题，其提出在数学基础知识教学中进行适当的技能训练是有助于提高学生双基能力的；同时教师应该深刻理解数学教学的本质，关注学生心理发展；改善师生关系等。

杨清霞[③](#_bookmark44)以中央民族大学预科教育学院新疆民考民学生为研究对象，结合当今数学教学的情况，考察学生的数学学习情况。根据研究发现，影响学生数学水平的主要原因在于语言问题。民考民学生在初中以前大部分接触的都是民族语言，而数学教材大部分以汉语的形式呈现，因此学生在数学学习的过程中则会遇到语言阅读的障碍，数学的学习兴趣也会大减。对于此类问题，建议在中小学就加强汉语的学习；对于教材的编制应该更加合理化；重视数学语言的运用。

阿力木・阿不力克木[④](#_bookmark45)以考察新疆少数民族学生数学学习成绩的影响因素为目的，选取了新疆16所维吾尔族中小学学生为研究对象。通过研究分析发现，影响维吾尔族学生

①金美月，景敏.八年级“图形与几何”领域认知水平分析[J].中国数学教育,2014(5)：2-7.

②吴勤文，曹一鸣. 实施新课程初中学生数学学习状况分析——基于新疆昌吉州的调研报告[J]. 中学数学教学参考，2006(12)：43-46.

③杨清霞.语言与少数民族学生的数学学习刍议——以中央民族大学预科新疆民考民学生为例的分析思考[J].民族教育研

究,2011(2):62-65.

④阿力木・阿不力克木.影响新疆维吾尔族中小学生数学成绩的内在因素研究[J].民族教育研究，2011(6)：29-31.

10

数学成绩的主要原因有：对于数学学习的好坏判断，学生自我效能感不高；在学习归因上，有近一半学生将数学成绩归结为能力较差，这将直接影响学生对于数学学习的积极性；数学学习方式的不合理；性别上的差异，导致女生对于数学学习的兴趣降低。针对此类问题，引导我们对于提高少数民族地区学生数学学习能力上，有极大地帮助。

根据以上综述可知，在新疆地区，学生的学习能力、学习方法、学习兴趣等都与其数学能力的好坏有一定关系，那么，以此类推，在数学立体几何内容的学习中，这些普遍的因素是否也是影响其认知水平高低的原因？

### 二、 新疆地区数学教学及教材研究

阿布地莎在其2007年发表的文章中，以伊犁地区的哈维“实验班”为研究对象，考察学生在数学学习中的问题。经过研究发现，该地区的少数民族学生在数学成绩上不如汉族学生的最主要原因是由于语言的差异。[①](#_bookmark47)根据研究结论提出，在初中阶段，由于学生的汉语水平未达到相当程度，因此应该加以民族语言进行辅助教学，让学生更加容易理解所学内容；到了高中阶段，当他们的汉语水平达到相关要求时，则可以进行全部汉语化教学。这为新疆的数学教学中实行双语教学提供了借鉴。

阿力木・阿不力克木以多元文化为研究背景，指出在数学中应该努力开发少数民族地区的多元数学课程资源，是实施多元文化整合数学教育的有效途径。[②](#_bookmark48)其在研究中表明：应该充分利用维吾尔族的饮食文化与几何图形的教学；维吾尔族传统民族建筑与数学中的多面体相结合；传统民族种植业工具与立体几何教学相结合等等的建议，为维吾尔族学生学习数学知识提供了与实际想结合，与民族文化相结合的思路。

何伟、孙晓天和贾旭杰选取双语教学环境为大背景的新疆地区的11所学校为样本数据采集，对“分数与代数、空间与图形、统计与概率、综合与应用”[③](#_bookmark49)4个领域进行考察，主要在于考察学生对其知识的理解程度以及实际运用的能力。为改善少数民族地区数学双语教学情况提出：一是要坚持双语教学；二是在数学双语教材中，应该多加考虑少数民族地区的实际情况，加入少数民族特色，建立辅助教材，而非完全参照内地版本；对于数学双语教师的培养要有针对性；还提出要逐步渐进的从双语教学向汉语教学过渡。

杨军、连吉娥等专门针对新疆少数名族初中数学的实际情况，研究编写适合少数民族地区的双语教材。其在研究中指出：根据人教版为参考标准，按照数学教材编制的基本原则，在此基础上加入维吾尔族数学文化和语言特色。具体表现为：在原有教材基础上渗入维吾尔族的文化；展现维汉在数学用语中的异同；减少在书面语言中出现的难以理解的文字；对于数学内容的难易程度要把握适中，不能用内地数学学习中一套，求快求难。[④](#_bookmark50)

①阿布地莎，阿依丁，木尼拉.新疆伊犁地区哈维“实验班”数学教学调查研究[J].数学教育学报，2007(1)：59-62.

②阿力木・阿不力克木.多元文化整合数学教育理论[J].数学教育学报，2010(5)：31-35.

③何伟，孙晓天，贾旭杰.关于民族地区数学双语教学问题的研究与思考[J].数学教育学报，2013(6)：16-19.

④杨军，连吉娥，莎吉旦木・买买提依明.试论新疆维汉初中双语数学教材的编写思路[J]. 数学教育学报，2014(2)：86-88+100.

11

孙晓天、贾旭杰[①](#_bookmark51)通过对西北少数民族地区的400多名数学教师的访谈发现，在数学教学中存在教材编制的难度问题：一是在于教材认知水平与学生认知水平的不符；二是由于教材中的实际案例与现实生活中的实际情况不符；三是新课改后对于民族地区学生数学要求降低，但是内容却未减少；四是数学教材用语过于倾向“都市化”导致少数民族地区的学生不能够理解。通过该研究，能够引起数学研究者对于少数民族地区数学教材编制的关注。

通过对新疆地区数学相关研究的文献综述的查阅发现，我国研究者在少数民族地区的相关研究中，主要集中在对数学课堂教学的改进、编制适合少数民族学生的数学教材以及对该地区不同民族间学生的数学学习情况的分析方面，但是具体到数学部分知识，特别是几何认知水平的相关研究，则较为缺乏。同时也可发现，教学往往是我们日常学习中的关键部分，学生学习能力的高低，学习成绩的好坏都与之有着密切的联系。通过文献查阅分析可知，在新疆地区，教学水平的高低直接影响着学生数学学习。新疆相对内地而言，有一定的特殊性，语言，文化背景等都会对学生的认知造成影响，因此在数学立体几何教学过程中，加入一定的民族元素，与当地的文化背景，民族特色相结合，提高学生学习立体几何的兴趣等，都是改进学生其认知水平的方法。

①孙晓天，贾旭杰. 当前少数民族地区数学教师对数学课程的看法——基于访谈的梳理与分析[J]. 民族教育研究，2014(1)：77-83.

# 第二章 理论背景

范希尔理论主要涉及两个方面：一是几何思维的五个水平；二是根据五个思维水平提出的数学教学阶段。教学阶段主要是根据几何内容按步骤进行的可以直接使用的模式；而思维水平不仅可以判断学生几何认知所处的阶段，还可指导几何课堂活动的相关教学设计。本文主要采用几何思维的五个水平，测试喀什市区的三所高中学生的立体几何所处的认知水平。分析各项比较的数据，再运用该理论提出相应对策。

## 第一节 范希尔几何思维水平划分层次与表现特征

根据克莱门兹（D. Clements）和贝蒂斯塔（M. Battista）相关研究表明，范希尔理论是与几何学习有关的研究中影响力较为重大的理论之一。[①](#_bookmark54)范希尔夫妇（Pierre wan Hiele & Dina van Hiele）通过教学的实际经验发现有关于在几何教学过程中出现的各种各样的问题，当中最为突出的同时也是引起他们感到疑惑的就是在授课或者课本中出现的专业名词与学生当时所处的认知水平不相匹配。经过研究分析后，提出了关于几何思维的五个水平。现将范希尔理论划分的五个层次以及相应的特征描述如下：[②](#_bookmark55)

###### 层次0:视觉(visually)

处于该层次的学生能够识别简单图形，但是对于几何图形的性质不能够区分。这一层次的特点为：通过整体图形的轮廓，对该图形进行辨别，并可以操作其各种组成图形的元素；可以自主画图或仿照画图，对几何图形运用规范或不规范的名称进行描述；能够根据对图形的形状进行操作，以解决几何问题，但不能根据图形的特征或者要素名称分析几何图形，也不能对图形进行概括性的论述。例如：学生知道书是长方形的，但是却不知道长方形的特征、定义等。

###### 层次1:分析(analysis)

该层次的学生一个最突出的特点就是能够辨别图形之间的特征和性质，但是却无法理解性质间是否存在一定的关联。该层次的学生有以下特点：可以解析几何图形的组成元素及特点，并以此为依据，构建几何图形的特性；能够根据图形的性质解答几何问题，但是不能阐明性质间关联；能根据图形的组成要素来比较图形，根据性质对图形进行分类，但不可以解释图形性质间的关联，不会推导公式，也不会用正式的定义。例如：学生知道正方形有四条边，且四条边长都相等，两组对边平行，但是不能理解性质间的关系。

###### 层次2:非形式化的演绎(informal deduction)

该层次的学生可以通过非形式化的推论，建立图形及图形性质间的联系，对于图形间

①Clements, D. & Battista, M. Geometry and Spacial Reasoning[M]. New York: Macmillan Publishing Company,1992:420-464.

②鲍建生，周超.数学学习的心理基础与过程[M].上海：上海教育出版社,2009。

13

的包含与被包含关系比较感兴趣，会努力探索它们的内在属性，但是却理解不了推理过程。同时该层次的学生能够看懂证明的步骤，却不能独立自主的证明。该层次的学生还具有的特征为：能够得出非形式化推论；了解建构图形的元素；不能领悟定理与证明的关键作用，能运用公式、定义和理解的性质进行演绎推理；不知道如何通过不了解的前提假设去建构证明结果的成立，对于定理网络的内在联系也不会建立。例如：学生在理解了长方形的性质之后，还会推导出正方形也是长方形的一种，因为正方形较长方形多了一些特定的性质限定。因此，这一层次的学生能够进行部分非正式的证明，但是不能进行系统性的证明。

###### 层次3:形式化的演绎(formal deduction)

处于该层次的学生，不仅可以建立图形性质间的联系，还可以运用定理、公式以及定义进行简单的几何证明，同时也可以判断并运用充要条件进行证明；对于公理、定义和定理，不仅能够通过逻辑推理的方式进行解释，还可以推理出新的定理。处于该层次的学生还有以下特征：能够明白证明的重要性，明了“不定义元素”、“定理”及“公理”的含义，以及相信形式逻辑推理是构建几何定理的关键；理解几何证明中的必要和充分条件，并且会尝试猜测，同时用演绎的方法去证明猜测；可以写出定理的逆定理，如等腰三角形的两个底角相等，其逆定理是如果一个三角形有两个角相等，那么这个三角形是等腰三角形；对于同一几何题目，会运用不同时方式进行证明，其逻辑思维能力有所提高。

###### 层次4:严密性(rigior)

处于这一层次的学生，能够进行严密的逻辑推理，理解并运用不同几何系统下的公理、定理和定义，同时比较不同几何系统的差别。该层次的学生还具有的特点为：可以在以不相同的公理体系为背景的情况中，谨严地建构定理进行判辨，对比几何系统的差异（如能够对欧式与非欧式几何体系进行区别）；能理解一个公理于另一个相同公理的独立性；能够合理地利用数学定理或者推理；能够在不同的公理系统中推到出新的定理。

范希尔通过研究和改进，在二十世纪中后期，把五个水平合并至三个思维水平，具体如下：[①](#_bookmark56)

直观水平(visual level):学习者能够整体地认识几何图形。处于这一阶段的学生通过几何图形的外部特征对这些图形进行认识、命名、比较和模仿画出，比如三角形、四边形等等；

描述水平(descriptive level):学习者通过几何图形的性质识别几何对象。在这一阶段学生通过图形组成要素及组成要素之间的关系对图形进行分析。学生在解决问题时能够根据所学的经验来确立图形的性质并应用这些性质；

理论水平(theoretical level):采用演绎的方式推断几何关系。Murray（1997）提出了概念网络图，而处于理论水平学生的概念网络图已经基本完善并且稳固了。该水平的学生己经接受并领会正确的定义。该水平的学生能够理解图形内部和图形与图形之间的关联。同时处于此水平的学生具有“如果…那么…”的逻辑思维，且依据这种思维方式促进逻辑推理能

①王奎彩.内地新疆班立体几何认知水平的比较研究[D].华东师范大学,2014。

14

力的发展。

## 第二节 范希尔理论的特点

针对范希尔几何思维水平发展形式的特征，各国学者都有其不同的看法，依据克劳雷

（Crowley）意见可知，其具体的特征有如下几点：

次序性：即学生几何认知水平的发展，是循序渐进的，即必须先达到低认知水平，掌握这一个水平所有的知识，其认知水平才能向更高认知水平发展。

进阶性：即学生的几何认知水平发展，并非随着年龄增长或心智成熟就可以不通过主动学习而习得知识，而是要通过老师教学对其进行知识的讲解，给予知识的积累，才能够得到发展。

内隐性和外显性：即学生在低认知水平阶段所掌握的内隐性的知识，会在高一认知水平阶段以外显的特性变现出来，比如学生在水平一阶段对某一概念能够理解，却无法用语言表达出来，到了水平二阶段，则能够用自己的语言对同一概念进行准确描述。

语言性：即每个认知水平都有属于该水平的语言表达方式，即专属语言符号，对于同一知识，在不同的水平阶段，会有不同的表达。

不匹配性：这是专门针对教师和学生的认知水平匹配性的。即当老师教学时的认知水平高于或者低于学生的认知水平时，会影响教学效果。如教师在某一水平阶段的教学中，采用的是高一水平的语言符号、教材教具等，将会导致学生对知识无法理解，即教与学的水平差距较大。

不连续性：是指从低水平向高一水平发展时，过程并非平缓连接的，而是一个“跳跃”过渡的过程。

15

# 第三章 研究方法

## 第一节 研究的主要内容与研究流程

### 一、 研究的主要内容

1.对高中数学几何有关认知水平的分析、范希尔理论的相关研究等进行文献整理和分析提炼，总结出适合于新疆喀什市高中生的研究方案。这一部分主要采用文献分析法进行。

2.对高一、高二学生进行立体几何水平测试，以范希尔几何思维水平为依托，编制出可以检验喀什市高中生立体几何认知水平的试卷，根据数据结果分析学生的认知水平在学校、性别、民族和年级间存在的异同，同时通过访谈了解测试卷结果的真实性。

3.通过课堂观察，深入了解立体几何教学课堂中，教师的教学方法，学生的学习状态，以及课堂气氛，找出影响学生立体几何认知水平差异的原因，提出相应对策。

### 二、 研究流程

第一步：通过查阅文献，了解有关高中立体几何的研究成果及运用范希尔理论进行的几何相关研究。

第二步：通过调查与访谈进行研究构想，提出研究假设。

第三步：通过范希尔几何测试卷测试学生所处的范希尔几何水平。

第四步：对三所学校的被试课堂进行观察，对任课老师、相关人员及学生进行访谈，寻找解决各种差异的对策，提出相应建议，以期望提高喀什市高中生立体几何水平。

第五步：分析研究结论，提出研究不足。

## 第二节 研究对象与研究方法

### 一、 研究对象

研究选取了新疆喀什市三所高中的高一及高二两个年级进行抽样调查，其中汉族中学两所，民族中学一所。通过调查得知，高一及高二对数学必修（二）中的第一章和第二章

（即第一章：空间几何体；第二章：点、直线、平面之间的关系）学习已经完成，因此可以对三所中学的两个年级同时进行调查，以期进行后续的纵向比较。

为尽量排除其他社会因素对研究所造成的干扰，本研究选择的被试学校以拥有大致相同的教育环境为背景，在拥有同一教学资源的条件下，通过随机抽样的方式选择被试学生。由于喀什市高中的汉族和维吾尔族都拥有自己的语言文字，而民族中学的双语班学生都是用汉语进行教学活动，且通过访谈多名资深教研员得知，民族中学中的普通班相对于汉族中学及民族中学的双语班学生而言基础有较大差距，因此在选取维吾尔族学生时尽量选择双语班学生，这样可以缩小差距，以保持客观性。

测试卷收回剔除无效问卷后，有效问卷为405份，详见表2-1。为了便于统计，对调

16

查的学生进行编码，三所学校分别用A、B、C表示，1表示男生，2表示女生，01表示汉族，02表示维吾尔族，最后三位数字表示问卷的序号。例如编码A102045，表示学校A的序号为45的维吾尔族男生。

**表2-1** **研究对象人数统计表**

|  | 汉族 | 维吾尔族 | 合计 |
| --- | --- | --- | --- |
| 男 | 102 | 46 | 148 |
| 女 | 145 | 112 | 257 |
| 合计 | 247 | 158 | 405 |

### 二、 研究方法

文献法。通过对收集到的相关文献进行分析，夯实本研究的理论基础。通过上网查阅期刊、论文，借阅大量关于范希尔几何思维水平和几何教学的理论著作，来对文献资料进行综合分析，提炼出主要的理论和原理，为下一步研究范希尔几何理论的应用提供理论和现实的依据。

测试卷。为了解喀什市三所高中生的立体几何认知水平，本研究参照范希尔理论以及

Usisikin的范希尔几何水平测试卷，通过与一线教师研究讨论，对部分试题做了相应改动后，对喀什市的三所高中学生进行测试。

访谈。为了更加真实地了解数学老师在课堂上的教学以及学生对于授课知识的理解程度，选取了参加测试的部分学生和一线的数学老师进行访谈。

课堂观察法。为了更加深入地了解数学教师在几何教学上的实际情况，经过各方面协调后，本研究者深入数学课堂，对教师教学进行记录，观察教师在课堂上的教学方法，学生在课堂中动态反应，来初步判断教学中的优缺点。本方法采用非参与性观察。

### 三、 实施过程

该研究分别选择三个时段，在三所中学的非正式授课时间进行检测。在检测过程中安排教师进行监考，以确保学生能够独立自主的进行考试，检测出学生真实的认知水平。评分阶段由本研究者一人完成，以保证测试卷的客观公正性。

### 四、 问卷回收情况

本研究共发放测试卷430份，收回413份，回收率为96.05%；收回的测试卷中有效问卷为405份，有效率为98.06%。

## 第三节 测试卷编制

### 一、 内容维度设计

根据范希尔理论的五个思维水平特征的描述，经过与一线教师及教研员的研究谈论，

17

结合新疆喀什市的实际教学水平和大纲要求，参照王奎彩[①](#_bookmark64)制定高中生立体几何思维水平量表，如表2-2所示。

**表2-2** **立体几何思维水平量表**

范希尔思维水平立体几何在各思维水平中的详细特点

水平一能够识别出各种立体几何图形，同时能够说出它们的名称能够对立体几何图形进行简单分类

水平二能够根据立体图形的定义和性质，对图形进行简单的分类

能够根据立体图形特点进行简单猜想，具有简单的逻辑推理能力能够根据立体图形的信息进行简单的运算

水平三能够深刻理解立体图形的概念及性质

能够利用立体图形的定义、公式和性质进行推理，有一定推理能力 能够利用立体图形的信息进行稍微复杂的运算

水平四能够深刻理解定理、公理的意义 具有较强的推理能力

能够用不同的方法证明一个结论

能够利用立体图形的信息进行较为复杂的运算

水平五具有很强的推理能力

能够辨别欧氏几何与非欧几何的异同

能够理解非欧式几何系统下的定义、公理并能证明能够进行复杂的立体几何的运算

参照顾泠沅提出的关于课堂活动与范希尔思维水平间的对应关系，笔者做了符合于立体几何的活动定位水平表，也是反映立体几何思维水平与数学能力之间的量表，如表2-3所示。

①王奎彩.内地新疆班立体几何认知水平的比较研究[D].华东师范大学,2014。

18

**表2-3** **范希尔模型用于学生几何活动水平的定位**

| 活动 | 水平 1 | 水平 2 | 水平 3 | 水平 4 | 水平 5 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 辨认 | 形状 | 形状和性质 | 形状和性质 | 形状和性质 | 形状和性质 |
| 运用定义 | —— | 简单立体图形 | 定义任何立体 | 理解等价定义 | 理解不同几何体系 |
|  |  | 定义 | 几何图形 |  | 下的定义 |
| 性质 | —— | 了解立体图形 | 理解并建立性 | 理解公里与定理 | 理解不同几何体系 |
|  |  | 简单性质 | 质间联系 |  | 下性质特点 |
| 证明 | —— | 举例证明 | 非正式的逻辑 | 正式的数学证明 | 严密的推理证明 |
|  |  |  | 证明 |  |  |
| 逻辑推理 | —— | 简单推理 | 非形式化的推 | 形式逻辑推理及 | 在不同的几何体系 |
|  |  |  | 理 | 演绎证明 | 下严密的逻辑推理 |

### 二、 题目设计

根据查阅高中数学课程标准中的立体几何部分以及仔细阅读范希尔理论，结合高中数学教材及对数学任课教师的访谈和沟通，以范希尔理论中的五个几何思维水平为依托，参照了Usiskin的范希尔水平测试题及王彩奎硕士论文的部分试题，编制了适合新疆喀什市高中生的立体几何认知水平测试卷。

测试卷共20道题目，包括19道单选题和一道解答题。题目涉及了数学人教版教材（必修二）的第一章和第二章的部分常考知识点，主要测试学生对立体几何图形及图形元素之间的把握关系，从而能够让我们进一步了解测试地区学生立体几何认知水平。

### 三、 试题来源

本测试卷17、19题选自Usiskin测试卷题目；18题改编自Usiskin测试卷题目；8题选自华东师范大学王彩奎编制的几何测试卷；其余题目为自选题，根据范希尔理论以及

Usiskin的测试卷为参考，结合立体几何知识点以及新课标的对立体几何的要求，并与一线的高中数学教师进行探讨后，通过改编和摘选于教材课后习题以及历年高考真题，编制了符合喀什市的高中生立体几何水平测试卷。

首先，根据范希尔五个思维水平的理论，参照教材课后练习题，把填空题改编成了单选题。这样一方面便于保证学生答题的速度，另一方面由于给出了多个选项供其选择，考察了学生在知道几何体名称的同时，还能辨别图形。

如第4题.下列图形中是棱台的是（ ）

19



（1） （2） （3）

A.只有（1）B.只有（2）C.只有（3）D.以上都是

该题处于范希尔理论思维水平中的第一水平，主要考察的是数学必修（二）中第一章的棱台部分，要求辨别图形及知道图形的名称。这一题目相对于第二水平的图形辨别题目则较简单，因为一水平要求的只是辨别简单的立体几何图形。

其次，考虑到喀什市有部分民族学生为被试，而其汉语水平相对较弱的情况，测试卷在编制的时候尽量选择语言较为简洁明了，同时配有相应图形以供学生能更直观参考。



如第7题.在右图的四面体A-BCD中，下列说法正确的是（

A. BD与AD异面 B. AD//BC

C. AC与BD异面D. AB与CD相交

该题为第二水平测试题目，主要考察的是学生对四面体的定义及性质的掌握情况，处于该水平的学生能够根据图形的定义和性质对立体几何图形进行简单猜想，同时具有简单的逻辑推理能力。

第三，高考题在一定范围内能够很好的反映学生对知识的掌握情况，同时难易程度也适中，所以本测试卷直接采用了部分的高考真题。

如第13题，已知直线*l*⊥平面α，直线*m*⊂平面β，有下列命题：

（1）α//β==> *l*⊥*m* (2)α⊥β==> *l*//*m* (3) *l*//*m* ==>α⊥β (4) *l*⊥*m* ==>α//β其中正确的命题是( )

A.（1）和（2）B.（3）和（4）C.（2）和（4）D.（1）和（3）

该题为第四水平题目，考察的是学生对线面的基本性质及其推论的题目，处于该水平的学生，具有较强的推理能力，能够用不同的方法证明同一个结论。

第四，除了客观题之外，还添加了一道解答题。参考Usiskin编制的范希尔测试卷发现其只有选择题，这在一定程度上难以很好的反映学生的思维过程，特别是相对于较高思维水平而言，当学生确实不会答题时，如果全是客观题，很大程度上会用猜想的方法选择答案，这将难以反映学生的真实水平。

测试卷共19道选择题，一道解答题，其中1——4题为水平一测试题；5——8题为水平二测试题；9——12题为水平三测试题；13——16题为水平四测试题；17——20题为水平五测试题。总分为100分，每小题5分。

### 四、 预测

为了使得在正式测试时达到测试目的，通过与一线教师商讨后，选取了喀什市一所学校的高二学生进行预测。该测试共发放65份测试卷，有效问卷为61份，有效率为93.8%。希望通过预测，能够了解到学生对于本测试卷题目的理解要求，考察题目的测试量是否合适，测试语言是否恰当。测试卷由本人审阅。通过预测发现，测试卷中的第16题正确率

20

较低，通过与一线教师的讨论和分析，认为这道题目考察学生的高认知水平不合适，因此将此题删除，选择考察平行六面体体积的题目。

### 五、 正式问卷信度

预测后通过分析对测试卷进行了细节上的修改，并确定正式测试的时间以保证学生有充足的时间完成测试卷。表2-4是对405份正式卷进行的信度检验。由SPSS统计结果可知，本测卷的α系数为0.796，而课堂测试一般以0.7以上为可接受性系数，表明本测试卷具有良好的稳定性，能够反映学生的实际水平，测试结果可靠。

**表2-4** **正式卷克朗巴哈阿尔法系数**

Cronbach's Alpha基于标准化项的 Cronbachs Alpha项数

.793.796 5

## 第四节 评价方式

本研究采用定量研究和定性研究相结合的方法研究汉族和维吾尔族学生在立体几何认知水平上的异同。其中定量研究主要采用测试卷的方式进行，主要测试不同学校、不同年级、不同性别以及民汉学生的立体几何认知水平；定性研究有访谈和课堂观察，主要是寻找出现异同的原因和对策时采用，同时还可以通过访谈考察学生在答题时的客观性。那么，对于学生及学生群体达到某一水平的情况如何刻画？第一，是通过测试卷，判定学生个体是否达到某一水平；第二，通过数据分析，进行整体被试立体几何水平判断。

Usiskin在其论文中运用范希尔理论测评被试学生的几何认知水平时，判断标准则是根据该学生答对某一水平测试题总分的3/5或4/5来评价学生达到该水平。但是Usiskin在他的论文中同时也指出，研究的学生中可能会出现生未达到n水平，但达到n+1水平的现象，笔者通过阅读不同作者的文献，在此介绍两种解决方法。第一种是Usiskin的文中指出范希尔本人的改良版理论计分方法给出了解决办法，采用加权和的方式，即水平0的加权分

为0或者16分；水平1 的加权分为1分或者17分；水平2的加权分为3分或者19分；

水平3的加权分为7分或者23分；水平4的加权分为15分或者31分。这种计算方法则

考虑到了如果学生达到了水平1，水平2和水平5时，判断学生最终处于什么水平的现象。第二种是根据Atebe在其相关研究中提出的，如果出现上述现象，则规定：如果学生同时达到了n+1、n+2水平，则判定该学生达到了n+2水平；如果仅仅达到n+1水平但却未达到n+2水平，即使达到了n+3水平，则只能说明学生到达了n-1水平。本文由于采用百分制的计分方法，通过和专业老师讨论，最终确定如果在本研究中出现上述现象，则以Atebe的水平划分标准进行，同时本研究中达到水平四及以上水平的，则统一认为是达到了高认知水平。

21

该研究采用描述性分析以及独立样本T检验对三所学校的学生进行范希尔五认知水平上的分析，具体的分析方法，因不同类型的比较而选择不同。描述性的分析主要用于表述不同的被试群体的立体几何认知水平分布情况，T检验则主要用于比较被试群体间的认知水平差异。

22

# 第四章 数据整理与统计分析

该研究以新疆喀什市汉族和维吾尔族高中生为研究对象，主要考察学生的立体几何认知水平及其存在的异同。通过数据的采集，接下来将进行以下四方面的数据分析：第一，通过测试卷了解被试学生范希尔立体几何认知水平，并比较三所学校学生认知水平是否存在差异；第二，比较三所学校的男女生在性别上的几何认知水平差异；第三，进行高中生立体几何认知水平的民族比较；第四，研究不同年级的学生在立体几何认知水平上的差异。

通过对数据的整理统计分析，以下为全体405个被试学生认知水平分布情况：



23

**表3-1** **全体被试水平均值**

N均值标准差均值的标准误

level 405 1.97 1.293.064

通过以上三个图表我们可知，参加测试的405个学生中，处于水平二的学生最多，有

154人，占总人数的38%；紧随其后的是水平三的学生，所占百分比为22.5%；接着为水平一、水平四和水平五，依次为9.9%、6.9%和3.2%。同时我们可以看出，在总体被试中，还有79位学生未达到水平一，占总体人数的19.5%,这一部分学生对于立体几何基本图形的识别可能都无法完成。全体被试的立体几何认知水平均值为1.97，即水平二左右，这一部分学生的立体几何认知处于基础阶段，即他们能够根据图形的定义和性质对图形进行简单分类，具有简单的逻辑推理能力；而还有相当一部分学生属于认知低水平阶段，这一部分学生有的对基本的立体几何图形识别都有困难。通过数据分析可知，被试学生认知水平差别较大，两级分化较为严重，同时高认知水平学生较少。

## 第一节 立体几何认知水平的学校差异比较

通过对被试学校的任课老师与学生的访谈和课堂观察证实了测试卷能够真实的反映学生立体几何认知水平的高低。本研究首先以三所学校为对象，对其学生所处的立体几何认知水平进行一般描述，然后分水平对三所学校进行比较。

### 一、 三所学校学生立体几何认知水平分布情况

#### （一）**A**校学生立体几何认知水平分布情况

A校参加测试的学生人数为195人，通过柱状图和饼图分别描述该校学生立体几何水平分布情况，具体如下图：

24





通过数据统计分析我们可以看出，在这195人当中，未达到水平一的有18人，占被试中的9.21%；水平二和水平三的人数相对较多，分别占被试的41.04%和28.73%，这说明在A校学生对于立体几何中图形的基本性质、概念等的掌握比较好，同时通过测试卷答题情况可知，该校学生对于命题这部分知识的了解也相对较好，他们的简单推理能力得到了发展；水平四占被试人数的13.81%；水平一和水平五的人数任然较少，分别为2.1%和

5.11 %，说明该校学生对于高认知水平上的知识掌握情况不是很好，对于复杂的几何运算与严密的逻辑推理能力不是很强。从这些数据我们可知，A校学生在水平二、水平三中所占比例较重，为A校被试的69.77%，占被试的一半以上，同时只处在水平一学生的占比不大，其被试均值为2.51，由此可知，A校学生立体几何认知水平基础较好，但处于高认知水平的任然不多。

#### （二）**B**学校学生立体几何认知水平分布情况

B校参加测试的学生人数为94人，具体数据通过柱状图和饼图体现如下：

25





通过统计分析可知，B校学生立体几何水平总体分布集中在水平三及之前水平；水平一为19人，占B校全体被试学生人数的20.20%；人数最多的在水平二，有37人，占B校全体被试的39.4%；水平三为16人，占17%；水平四和水平五分别为0人和1人，占比为0和1%。通过数据可知，B校高认知水平的学生不多，大多集中在水平一和水平二阶段，他们对于立体几何中图形的辨别与基本概念的认知较好，但是对于稍微复杂的运算题目，应对较困难；而其均值为1.55，这可能是由于该校高认知水平阶段的人数较少，从而导致其均值下降。而B校还有22.3%的学生未达到水平一。

#### （三）**C**学校学生立体几何认知水平分布情况

C校参加测试的学生共有116人，其立体几何认知水平分布情况如下：

26





通过表3-7和图3-8的统计分析可知，该校被试中，到达水平一的有17人，占C校全体被试中的14.7%；到达水平二的有37人，占该校被试的31.9%；水平三的人数为19人，占比16.4%；水平四和水平五的人数分别为1人和2人，占被试人数的0.9%和1.7%；通过柱状图我们能够发现，虽然该校水平四和水平五的学生占比较少，但是未达到水平一的学生有40人，占比为34.5%，这表明C校中立体几何认知水平较差的学生占多数，他们在识别立体几何图形时，只能识别简单的，特殊的图形，如长方体，但是对于棱锥、棱台的识别，整体情况不理想，由此可知，该校应该注重学生的立体几何基础知识的积累和学习，加强学生在水平一阶段知识学习以及技能的培养。

27

### **二、** **A、B、C** 三所学校立体几何认知水平比较

通过上述对三所学校学生在五个认知水平的分布情况表述可知，A校整体水平相对较高，同时水平五的学生大多出自A校，而未达到水平一的学生大多出自B校和C校。那么A、B、C三所学校的学生在立体几何认知水平上是否存在差异？其差异到底有多大，是否显著？接下来笔者将分别通过对三所学校进行百分比比较、均值比较和多重比较来探讨以上问题。

**表3-2** **A校、B校和C校被试学生立体几何认知水平分布对比表**

各学校水平分布表

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | 频率 |  |  | 百分比 |  |  | 累计百分比 |  |
|  | A 校 | B 校 | C 校 | A 校 | B 校 | C 校 | A 校 | B 校 | C 校 |
| 水平 0 | 18 | 21 | 40 | 9.2% | 22.3% | 34.5% | 9.2% | 22.3% | 34.5% |
| 水平 1 | 4 | 19 | 17 | 2.1% | 20.2% | 14.7% | 11.3% | 42.6% | 49.1% |
| 水平 2 | 80 | 37 | 37 | 41.0% | 39.4% | 31.9% | 52.3% | 81.9% | 81.0% |
| 水平 3 | 56 | 16 | 19 | 28.7% | 17.0% | 16.4% | 81.0% | 98.9% | 97.4% |
| 水平 4 | 27 | 0 | 1 | 13.8% | 0.0% | 0.9% | 94.9% | 98.9% | 98.3% |
| 水平 5 | 10 | 1 | 2 | 5.1% | 1.1% | 1.7% | 100.0% | 100.0% | 100.0% |
| 合计 | 195 | 94 | 116 | 100.0% | 100.0% | 100.0% |  |  |  |



通过表3-2和图3-9的数据对比可知，三所学校的学生认知水平集中分布在水平二和水平三，高认知水平的学生相对较少，其中A学校的学生占比在水平三、水平四和水平五阶段明显高于其他两校，证明A校的高水平学生较多，该部分学生相对其他两校而言，在立体几何概念、性质、定理及逻辑推理方面的能力相对较好，同时A校在五个水平上的分布也相对其他两校而言更加平均。高水平上的分布表明B校和C校的学生在这两阶段的认知相对较弱，从测试卷的答题情况上分析，两校学生对于线面部分知识的掌握情况不理想，

28

同时在六面体的运算能力上较弱，对于复杂的逻辑推理题目正确率也较低，说明需要加强学生在立体几何定理、公理、复杂运算及严密逻辑推理上的学习和巩固。而未达到水平一阶段的三所学校都有，但是通过比较可知，B校和C校明显高于A校，这说明B校和C校的学生有相当多的一部分学生在立体几何能力较低，对于基本的理论知识都无法掌握。通过以上分析可知，三所学校都比较重视学生立体几何基础知识的学习，而对于高思维水平的训练相对于基础而言则较轻，从而导致这种现象的发生；而其中未达到水平一的这一部分学生占比也较大，可能与学生自身因素存在较大关系，具体原因有待在接下来的研究中解决。

**表3-3** **A校、B校和C校学生在各水平的对题数目均值**

|  | 学校 | 水平一 | 水平二 | 水平三 | 水平四 | 水平五 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 均值 | 4.31 | 4.49 | 3.48 | 2.93 | 1.72 |
| A 校 | N | 195 | 195 | 195 | 195 | 195 |
|  | 标准差 | .772 | .560 | .706 | 1.000 | .811 |
|  | 均值 | 4.11 | 3.85 | 2.88 | 2.20 | 1.41 |
| B 校 | N | 94 | 94 | 94 | 94 | 94 |
|  | 标准差 | .836 | .950 | .937 | .824 | .646 |
|  | 均值 | 3.65 | 3.73 | 2.71 | 2.04 | 1.34 |
| C 校 | N | 116 | 116 | 116 | 116 | 116 |
|  | 标准差 | .980 | .888 | .969 | .859 | .591 |
|  | 均值 | 4.07 | 4.13 | 3.12 | 2.51 | 1.54 |
| 总计 | N | 405 | 405 | 405 | 405 | 405 |
|  | 标准差 | .894 | .842 | .912 | 1.009 | .736 |

**表3-4** **A校、B校和C校学生立体几何认知水平均值**

| 学校 | 均值 | N | 标准差 | 总和的 % |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| A 校 | 2.51 | 195 | 1.199 | 61.4% |
| B 校 | 1.55 | 94 | 1.084 | 18.3% |
| C 校 | 1.40 | 116 | 1.236 | 20.3% |
| 总计 | 1.97 | 405 | 1.293 | 100.0% |

通过以上两个表可知，三所学校立体几何认知水平都是呈递减的趋势。从表3-3我们

知道，三所学校在水平一个和水平二阶段，答对题目的均数都为3道以上；而水平三则只有A校能答对三道以上；水平四和水平五均未达到答题数目。因此可知，在总体认知水平

29

上，A校明显高于B校和C校。而通过表3-4对比可知，A校、B校和C校的立体几何认知水平均值分别为2.51、1.55和1.40。单从均值方面考虑，表明A校学生的整体认知水平均高于B校和C校；但是由于最高认知水平为2.51，这在范希尔几何认知水平划分中处于水平二和水平三之间，在本文采用的评价方法中，即未达到水平三，由此可知三所学校的总体认知水平还处于基础阶段，对立体几何的认知还处在简单的逻辑推理与简单运算上，对于自己建立猜想并进行逻辑推理的能力还未到；且三所学校的标准差均较小，表明学生认知水平围绕均值上下波动幅度较小，离散程度小。

**表 3-5** **三所学校间多重比较**

(Ⅰ)学校（J）学校均值差(I-J)标准误显著性95%置信区间

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | 下限 | 上限 |
| B 校 | .960\* | .149 | .000 | .67 | 1.25 |
| C 校 | 1.116\* | .139 | .000 | .84 | 1.39 |
| A 校 | -.960\* | .149 | .000 | -1.25 | -.67 |
| C 校 | .157 | .164 | .341 | -.17 | .48 |
| A 校 | -1.116\* | .139 | .000 | -1.39 | -.84 |
| B 校 | -.157 | .164 | .341 | -.48 | .17 |

A 校

B 校

C 校

\*. 均值差的显著性水平为0.05

通过表3-5三所学校的多重比较可知，以检测三所学校学生在立体几何认知水平上是否存在显著性差异。由表3-5可知，首先以A校为对照，与B校和C校相比较，其P值均为0，小于显著性水平0.05，因此可认为A校与B校和C校在认知水平上存在显著性差异；以B校为对照进行比较可知，与A校比较，P值为0，小于显著性水平0.05，而与C校相比，P值为0.341，大于显著性水平0.05，由此可知，B校与A校在认知水平上存在显著性差异，而与C校则没有显著性差异；以C校为对照可知，C校与A校在认知水平上存在显著性差异，而与B校则没有差异。

通过以上对三所学校学生立体几何认知水平的不同对比可知，在高认知水平阶段，A校是具有明显优势的，在测试卷答题情况上，A校在棱锥、棱台的辨别上，以及线面逻辑推理和计算上有较好的优势，这说明该校对学生立体几何知识体在掌握基础的同时，也注重高水平思维的培养。B校和C校则是比较侧重于在立体几何基础知识掌握阶段的培养，如对图形的辨别上，基本概念的认知了解上，都倾注了较多的时间和精力。之所以有这样的数据的显示，原因在何处，则需要在接下来的章节中做更加详细地分析和阐述。

## 第二节 立体几何认知水平的性别差异比较

男女生的能力差异始终是数学教育研究的一个热点，虽然随着当今教育质量地不断提高，其性别差异也在不断地缩小，但是我们不难发现，在个别的领域特别是复杂的数学领

30

域，性别差异一直未曾消失。而范希尔的几何思维水平及相应的测试题是比较男女生几何思维差异的有效工具。因此，在本文中，笔者试图通过性别比较，找出男女生在立体几何认知水平上的差异。

### 一、 三所学校内部男女生性别比较

#### （一）**A**校男女生的立体几何认知水平比较

**表3-6** **A校男女生立体几何认知水平分布表**

男女生水平分布

人数 百分比 累计百分比

|  | 男 | 女 | 男 | 女 | 男 | 女 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 水平 0 | 9 | 9 | 11.39% | 7.76% | 11.39% | 7.76% |
| 水平 1 | 0 | 4 | 0.00% | 3.45% | 11.39% | 11.21% |
| 水平 2 | 31 | 49 | 39.24% | 42.24% | 50.63% | 54.45% |
| 水平 3 | 20 | 36 | 25.32% | 31.03% | 75.95% | 84.48% |
| 水平 4 | 13 | 14 | 16.46% | 12.07% | 92.41% | 96.55% |
| 水平 5 | 6 | 4 | 7.59% | 3.45% | 100.00% | 100.00% |
| 合计 | 79 | 116 | 100.00% | 100.00% |  |  |



从表3-6和图3-10的数据可知，在水平一阶段，男生和女生的认知水平百分比分别为

0和3.45%，说明在认识简单几何图形及分类阶段女生的水平高于男生；水平二是A校整体人数占比较多的部分，男生和女生占比分别为39.24%和42.24%；水平三男女生占比为

25.32%和31.03%；这两阶段女生相对男生而言有一定优势，但是差距不大；而水平四和水平五则男生认知水平超越了女生，虽然差距同样不大，但是从图表中我们则能看出，A校在立体几何基础阶段，即对于立体几何图形的识别与基本性质的理解上，女生认知水平强于男生；从测试卷答题情况上看，到了较高的认知水平阶段时，即对于复杂的逻辑推理和

31

空间几何体体积运算上，则男生优于女生。通过前文中所提出的范希尔几何认知五水平结合数据分析可知，A校中女生在认知立体几何图形，理解定理性质方面的能力是要强于男生的，但是男生却较女生有更加严密的逻辑推理能力和抽象思维能力。但是A校中男女生认知水平的整体差异到底如何，还要继续通过其他方法分析。

**表3-7** **A校男女生在各认知水平题目中的得分均值和标准差**

A 校被试男女生在各水平得分均值表

|  | 性别 | N | 均值 | 标准差 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 水平一 | 男 | 79 | 21.3291 | 4.0596 |
|  | 女 | 116 | 21.681 | 3.7268 |
| 水平二 | 男 | 79 | 22.8481 | 2.4915 |
|  | 女 | 116 | 22.1983 | 2.9701 |
| 水平三 | 男 | 79 | 17.2785 | 3.5624 |
|  | 女 | 116 | 17.4569 | 3.5199 |
| 水平四 | 男 | 79 | 15.3797 | 4.7212 |
|  | 女 | 116 | 14.181 | 5.1476 |
| 水平五 | 男 | 79 | 8.4177 | 4.4249 |
|  | 女 | 116 | 8.7069 | 3.7948 |

从表3-7中可知立体几何认知五水平中，水平一、水平三和水平五的题目男生得分均值略低于女生；而水平二和水平四的得分均值则高于女生。而男女生在水平二的标准差为五个水平中最低的，分别为2.4915和2.9701，说明在该水平阶段，男女生答题水平最稳定，离散程度最低。

**表3-8** **A校男女生独立样本T检验统计表**

组统计量

性别N均值标准差均值的标准误 男生79 2.58 1.317.148

leve

女生116 2.47 1.115.103

从表3-8可知，男生和女生的在五个认知水平中的均值差异不大，分别为2.58和2.47，男生略微高于女生；而女生的标准差相对男生而言较低，为1.115，这表明A校女生的立体几何认知水平围绕均值上下波动，其离散程度相对较低，均值的代表性较高。

32

**表3-9** **A校男生、女生认知水平独立样本T检验**

方差方程的 Levene 检验 均值方程的 t 检验

|  | F | Sig. | t | df | Sig.(双侧) |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 假设方差相等  leve  假设方差不相等 | 2.509 | .115 | .667  .646 | 193  148.692 | .506  .519 |

表3-9是对A校男生、女生立体几何认知水平进行的独立样本T检验。本文在前文中进行过A校男女生认知水平的描述性比较，对男女生在每一个认知水平阶段进行了分析，而此表是为了检测出A校男女生认知水平是否存在显著性差异。分析结果的第一部分为

Levene's方差齐性检验，表中的检验结果为F=2.509，P=0.115，由于P值大于显著性水平

0.05，因此认为两总体的方差是齐性的，即不存在显著性差异。由于其不存在显著性差异，此时应选用方差相等时其均值是否存在显著性差异，即表中第一行“假设方差相等”列出的t=0.667, df=193，P=0.506，P值大于显著性水平0.05，从而最终可认为A校的男生和女生在立体几何认知水平上未存在显著性差异。

#### （二）**B**校男女生立体几何认知水平比较

下表为B校男生和女生立体几何认知水平分布百分比：

**表 3** **-10** B**校男女生立体几何认知水平分布表**

人数 百分比 累计百分比

|  | 男 | 女 | 男 | 女 | 男 | 女 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 水平 0 | 11 | 10 | 26.19% | 19.23% | 26.19% | 19.23% |
| 水平 1 | 11 | 8 | 26.19% | 15.39% | 52.38% | 34.62% |
| 水平 2 | 13 | 24 | 30.96% | 46.15% | 83.34% | 80.77% |
| 水平 3 | 7 | 9 | 16.66% | 17.31% | 100.00% | 98.08% |
| 水平 4 | 0 | 0 | 0.00% | 0.00% | 100.00% | 98.08% |
| 水平 5 | 0 | 1 | 0.00% | 1.92% | 100.00% | 100.00% |
| 合计 | 42 | 52 | 100.00% | 100.00% |  |  |

33



从表3-10和图3-11可知，B校男生和女生的认知水平总体分布集中在前几个水平阶段。从百分比分布情况看，男生在水平一阶段超过女生，男女生具体数据分别为26.19%和

15.39%，这说明在立体几何基本识别图形，对图形进行初步分类部分，B校男生的认知水平高于女生；而水平二、水平三阶段，女生占比都优于男生，且在水平二阶段女生的优势比较明显，男女生所占百分比分别为30.96%和46.15%，从这一数据可知，女生优先男生近15个百分点，说明在水平二阶段，即立体几何简单推理和简单证明方面女生明显优于男生；水平四和水平五两个高水平阶段，B校的男女等均没有显著的表现，当然，从柱状图可以看出，女生还是能够稍微优于男生的；但是从未达到水平一阶段的数据可知，男生所占比也比女生多，这一结论同时也证明了男生在认知水平上，和女生还是存在一定差距的。

**表 3** **-11** **B校男女生在各认知水平题目中的得分均值和标准差**

B 校被试男女生在各水平得分均值表

|  | 性别 | N | 均值 | 标准差 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 水平一 | 男 | 42 | 20.4762 | 3.9524 |
|  | 女 | 52 | 20.5769 | 4.3896 |
| 水平二 | 男 | 42 | 18.6905 | 5.0678 |
|  | 女 | 52 | 19.7115 | 4.4736 |
| 水平三 | 男 | 42 | 13.9286 | 4.7544 |
|  | 女 | 52 | 14.8077 | 4.6401 |
| 水平四 | 男 | 42 | 10.2381 | 3.8179 |
|  | 女 | 52 | 11.6346 | 4.2842 |
| 水平五 | 男 | 42 | 6.5476 | 2.8129 |
|  | 女 | 52 | 7.5 | 3.5007 |

34

从表3-11中可知，B校女生在五个水平阶段中的题目得分均值都略高于男生，其中除了水平一差距几乎相等之外，其余四水平都有一定的差距，这说明B校女生的立体几何认识水平在整体上是略微高于男生的。而男生在水平一、水平四和水平五阶段的标准差分别为3.9524、3.8179和2.8129，相对女生的均值标准差而言较低，说明男生在这几个水平阶段的离散程度较低，其均值的代表性较好。

**表 3** **-12** B**校男生、女生独立样本T检验统计表**

组统计量

性别N均值标准差均值的标准误 男42 1.38 1.058.163

leve

女52 1.69 1.094.152

从表3-12可知，B校男生立体几何认知水平均值略低于女生，分别为1.38和1.69；同时男生的均值标准差也稍微高出女生0.036。这说明B校男女生在立体几何认知水平上的差距不大。

**表 3** **-13** B**校男生、女生独立样本T检验**

方差方程的Levene检验均值方程的t检验

|  | F | Sig. | t | df | Sig.(双侧) |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 假设方差相等  leve  假设方差不相等 | .230 | .633 | -1.392  -1.397 | 92  89.026 | .167  .166 |

通过表3-13对B校男女生认知水平的独立样本T检验可以看出，分析结果第一部分为Levene's方差齐性检验，用于判断男生和女生这两个样本的方差是否为齐性方差。这里的检验结果为F=0.230，P=0.633，由于P值大于0.05，说明这两个样本所在总体方差是齐性的，即不存在显著性差异。由于两样本总体方差为齐性，因此应选用方差相等时的t检验结果，即表中第一行“假设方差相等”列出的t=-1.392, df=92，P值显示为0.167。从数据可看出，P值大于显著性水平0.05，从而最终得出结论为B校男女生在立体几何认知水平上不存在显著性差异。这一结论与上文在做百分比比较和均值比较的结论相同，在前面两个比较中，虽然男生和女生在个别认知水平阶段出现优势，但是优势不明显，从而通过

T检验进一步检测B校男女生认知水平是否存在差异。

#### （三）**C**校男女生立体几何认知水平比较

35

**表 3** **-14** C**校男女生立体几何认知水平所占百分比**

人数 百分比 累计百分比

|  | 男 | 女 | 男 | 女 | 男 | 女 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 水平 0 | 10 | 30 | 37.04% | 33.71% | 37.04% | 33.71% |
| 水平 1 | 5 | 12 | 18.52% | 13.49% | 55.56% | 47.20% |
| 水平 2 | 7 | 30 | 25.93% | 33.71% | 81.49% | 80.91% |
| 水平 3 | 4 | 15 | 14.81% | 16.85% | 96.30% | 97.76% |
| 水平 4 | 0 | 1 | 0.00% | 1.12% | 96.30% | 98.88% |
| 水平 5 | 1 | 1 | 3.70% | 1.12% | 100.00% | 100.00% |
| 合计 | 27 | 89 | 100.00% | 100.00% |  |  |



从表3-14和图3-12可知，水平一阶段男生占比为18.52%，女生占比为13.49%，由此数据可知C校男生在立体几何图形识别、简单分类阶段略微高于女生；之后在水平二、水平三和水平四阶段，女生都超过男生，女生占比依次为33.71%、16.85%、1.12%，男生占比依次为25.93%、14.81%、0。从数据中可看出，在这三个水平阶段，女生的认知水平高于男生，特别是水平二阶段，女生有明显的优势；水平五阶段，则男生反超女生，占比分别为3.7%和1.12%，说明男生在高认知水平阶段，即立体几何严密的逻辑推理能力上男生优于女生。从柱状图中我们还可发现，C校男女生未达到水平一阶段的人数较多，而其中男生占比高于女生，其数据相对于认知水平占比最多的水平二阶段还高出一部分，这说明

C校男生的立体几何基本识别图形，对图形进行分类的知识上掌握的不够好，男生基础明显较女生弱。

36

**表 3** **-15** C**校男女生在各水平阶段答题平均得分情况**

C校被试男女生在个水平得分均值表

|  | 性别 | N | 均值 | 标准差 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 水平一 | 男 | 27 | 17.7778 | 5.0637 |
|  | 女 | 89 | 18.3708 | 4.872 |
| 水平二 | 男 | 27 | 18.8889 | 4.8701 |
|  | 女 | 89 | 13.4831 | 4.7317 |
| 水平三 | 男 | 27 | 13.7037 | 5.2974 |
|  | 女 | 89 | 13.4831 | 4.7317 |
| 水平四 | 男 | 27 | 10.7407 | 4.9427 |
|  | 女 | 89 | 10.0562 | 4.0937 |
| 水平五 | 男 | 27 | 6.6667 | 3,3968 |
|  | 女 | 89 | 6.7416 | 2.8306 |

通过表3-15可知，C校男女生在五个水平答题得分总体都呈递减状态，女生在水平二、水平三和水平四阶段得分均值稍优于男生，从测试卷答题情况分析，女生对于图形的概念、性质、定义的掌握情况比男生好；而男生在水平一和水平五阶段则优于女生，但是差距不大，由此可看出，均值得分情况正好与上文中所做的百分比对比相对应，男生在立体几何基础认知阶段和高认知阶段略微强于女生，男生对于复杂的逻辑推理问题与运算能力都较女生强。同时通过标准差的比较发现，男生和女生在水平五阶段的标准差最小，表明他们在水平五阶段的答题最为稳定。

**表 3** **-16** C**校男生、女生独立样本T检验统计表**

C组统计量

性别N均值标准差均值的标准误 男27 1.33 1.330.256

leve

女89 1.42 1.214.129

表3-16为C校男生和女生的独立样本T检验的基本情况描述。从表中数据可知，C校男女生在五水平的均值分别为1.33和1.42，说明女生的认知水平从整体上而言是略高于男生的，但是差距不大。同时通过C校男女生的均值也可发现，C校的整体认知水平还不够高，处于基础认知阶段。

37

**表 3** **-17** C**校男生、女生独立样本T检验**

方差方程的Levene检验均值方程的t检验

|  | F | Sig. | t | df | Sig.(双侧) |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 假设方差相等  leve  假设方差不相等 | .114 | .736 | -.302  -.288 | 114  40.037 | .763  .775 |

表3-17为C校男女生认知水平的独立样本T检验。通过上文对C校男女生认知水平的描述性统计数据发现，两者在各水平上的差距不大，因此进行T检验，以期望进一步检测出男女生的差异。上表分析结果的第一部分为Levene's方差齐性检验，表中显示出的检验结果为F=0.114, P=0.736，P值大于显著性水平0.05，由此我们可认为C校男女生两个样本所在总体的方差是齐性的。由于方差齐性，因此选用方差相等时的T检验结果，即表中第一行“假设方差相等”列出的t=-0.302, df=114，P值显示为0.763。从以上数据可知，

P值大于显著性水平0.05，由此可以认为C校男女生的认知水平不存在显著性差异。这将对上文所进行的描述性统计比较进一步完善，通过百分比的比较发现有部分差异，但最终得T检验结果显示男女生不存在显著性差异。

### 二、 全体被试男女生立体几何认知水平比较

上文中对各学校内部的男女生认知水平进行了分析比较，结论显示差异不大，且不显著。那么如果从整体上比较男女生认知水平，是否也会出现如上文所述同样的情况呢？接下来本文将运用不同的比较方法，对男女生性别是否存在差异进行论证和说明。

**表 3** **-18全体被试男女生立体几何认知水平百分比分布表**

人数百分比累计百分比

|  | 男 | 女 | 男 | 女 | 男 | 女 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 水平 0 | 30 | 49 | 20.27% | 19.07% | 20.27% | 19.07% |
| 水平 1 | 16 | 24 | 10.81% | 9.34% | 31.08% | 28.41% |
| 水平 2 | 51 | 103 | 34.46% | 40.07% | 65.54% | 68.48% |
| 水平 3 | 31 | 60 | 20.95% | 23.35% | 86.49% | 91.83% |
| 水平 4 | 13 | 15 | 8.78% | 5.84% | 95.27% | 97.67% |
| 水平 5 | 7 | 6 | 4.73% | 2.33% | 100.00% | 100.00% |
| 合计 | 148 | 257 | 100.00% | 100.00% |  |  |

38



通过表3-18和图3-13观察全体被试男女生百分比分布以及比较男女生认知水平可知，水平一阶段，男生认知水平略高于女生，分别问10.81%和9.34%；水平二男生和女生所占百分比分别为36.46%和40.07%，说明在对立体几何的概定义、性质及简单逻辑推理阶段，女生的情况比男生好；水平三阶段女生任然超过男生；但是到了水平四和水平五阶段，则男生的优势体现出来，占比依次为8.78%和4.73%，而此时女生的占比优势则变弱，数据说明男生在立体几何的高认知阶段相对女生而言还是有一定优势的。通过全部数据表明，被试男生和女生在五个认知水平占比上，女生的立体几何认知能力在基础部分是比较好的，而男生在逻辑推理和严密的证明上面则强于女生。同时通过未达到水平一的数据显示，男女生都有相当一部分的占比，但是男生略微高于女生，这可能与男生的性格有一定关系，具体原因有待在后面的章节分析。

**表 3** **-19全体被试按男女生性别划分的在各水平答题分数的均值**

全体被试男女生在个水平得分均值表

|  | 性别 | N | 均值 | 标准差 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 水平一 | 男 | 148 | 20.4392 | 4.40041 |
|  | 女 | 257 | 20.3113 | 4.5178 |
| 水平二 | 男 | 148 | 20.9459 | 4.33901 |
|  | 女 | 257 | 20.4475 | 4.1333 |
| 水平三 | 男 | 148 | 15.6757 | 4.57918 |
|  | 女 | 257 | 15.5447 | 4.56025 |
| 水平四 | 男 | 148 | 13.0743 | 5.13504 |
|  | 女 | 257 | 12.2374 | 4.97593 |
| 水平五 | 男 | 148 | 7.5676 | 3.9334 |
|  | 女 | 257 | 7.7821 | 3.5277 |

通过表3-19对比全体男女生在各水平的得分均值可看出，前三个水平男女生得分均值

39

均达到了水平要求的得分数。从总体上看，除了水平五之外的其余四个认知水平，男生的得分均值均略高于与女生，但差别不大，说明在基础认知阶段，男生女生没有明显的差异，男生只是稍微优于女生；但是在高水平阶段，女生却又稍微超过男生，这与之前对三所学校内部男女生进行对比的情况相符合，说明总体上，男女生差别不大，在严密逻辑推理上面，女生有微弱的优势。

**表3** **-20 全体被试男生、女生独立样本T检验统计表**

组统计量

性别N均值标准差均值的标准误 男148 2.01 1.385.114

level

女257 1.95 1.239.077

表3-20是全体被试男生、女生认知水平T检验的基本情况描述，通过表可知，男女生认知水平均值分别为2.01和1.95，男生均值略微高于女生，但是差别不明显，同时女生的标准差较男生小，为1.239，稳定性较男生更强。

下表3-21表为全体被试男女生认知水平独立样本T检验。通过上文的描述性比较可知，男女生在各认知水平上有一定的差别，但是数据显示差别较小，因此则进行独立样本T检验，以期望测出男女生的差别是否呈显著性。上表分析结果的第一部分为Lwvene's方差齐性检验，这里的检验结果为F=2.033，P=0.155，数据显示P值大于显著性水平0.05，因此认为男女生所在的总体方差是齐性的。由于方差齐性，因此应选用方差相等时的T检验结果，即表中第一行“假设方差相等”列出的t=0.509, df=403，P值显示为0.611。数据显示P值小于显著性水平0.05，从而最终可认为全体被试中男女生认知水平无显著性差异。

**表3** **-21 全体被试男生、女生独立样本T检验**

方差方程的Levene检验均值方程的t检验

|  | F | Sig. | t | df | Sig.(双侧) |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 假设方差相等  level  假设方差不相等 | 2.033 | .155 | .509  .494 | 403  279.689 | .611  .622 |

通过以上四个方面的比较可知，男女生在描述性统计上面，数据显示是各有差别的，但是通过T检验可知，不论是对各学校内部男女生认知水平比较还是全体男女生认知水平比较，数据显示都表示没有显著性差异，说明在立体几何认知水平在性别上面并无明显区别。

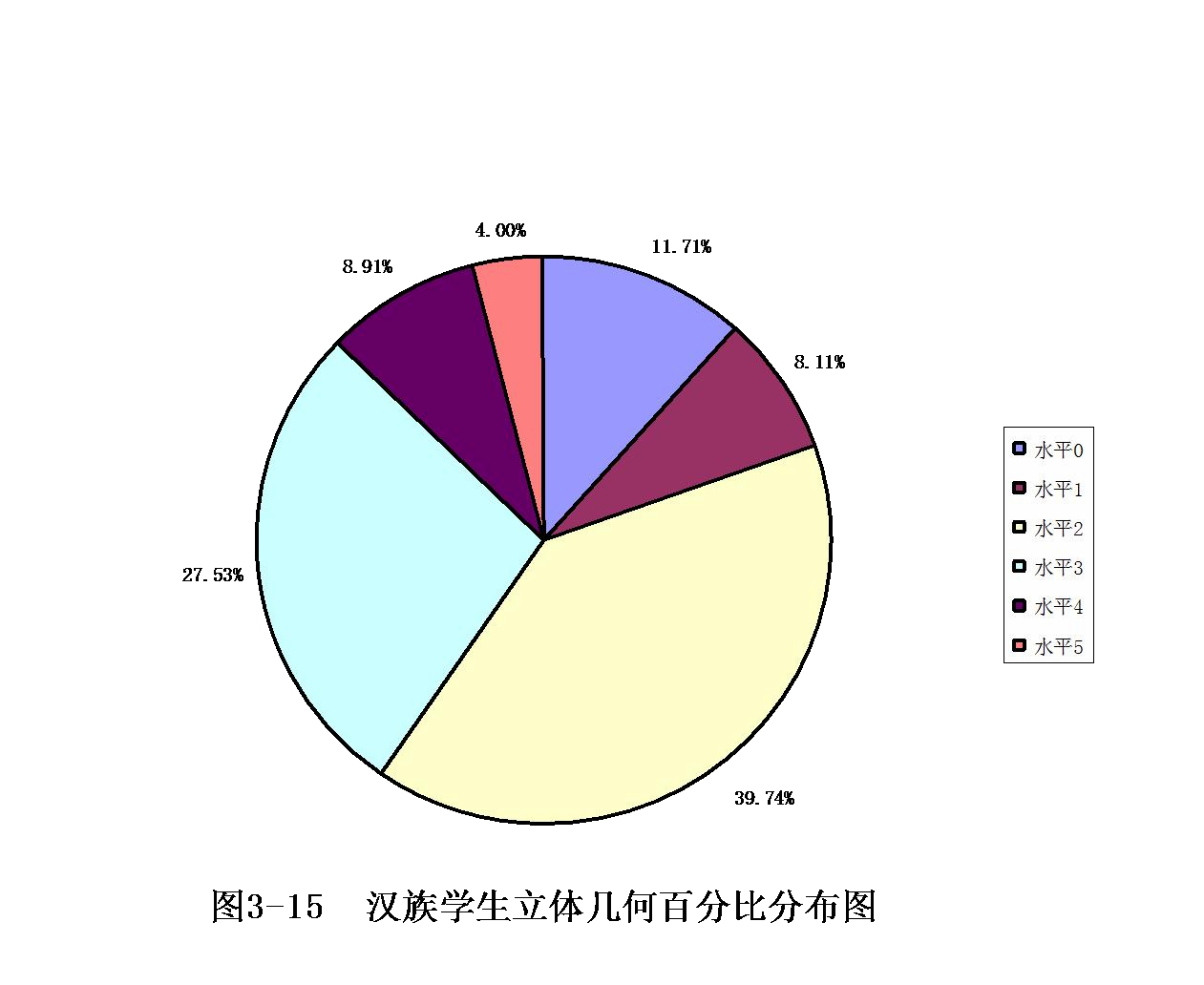
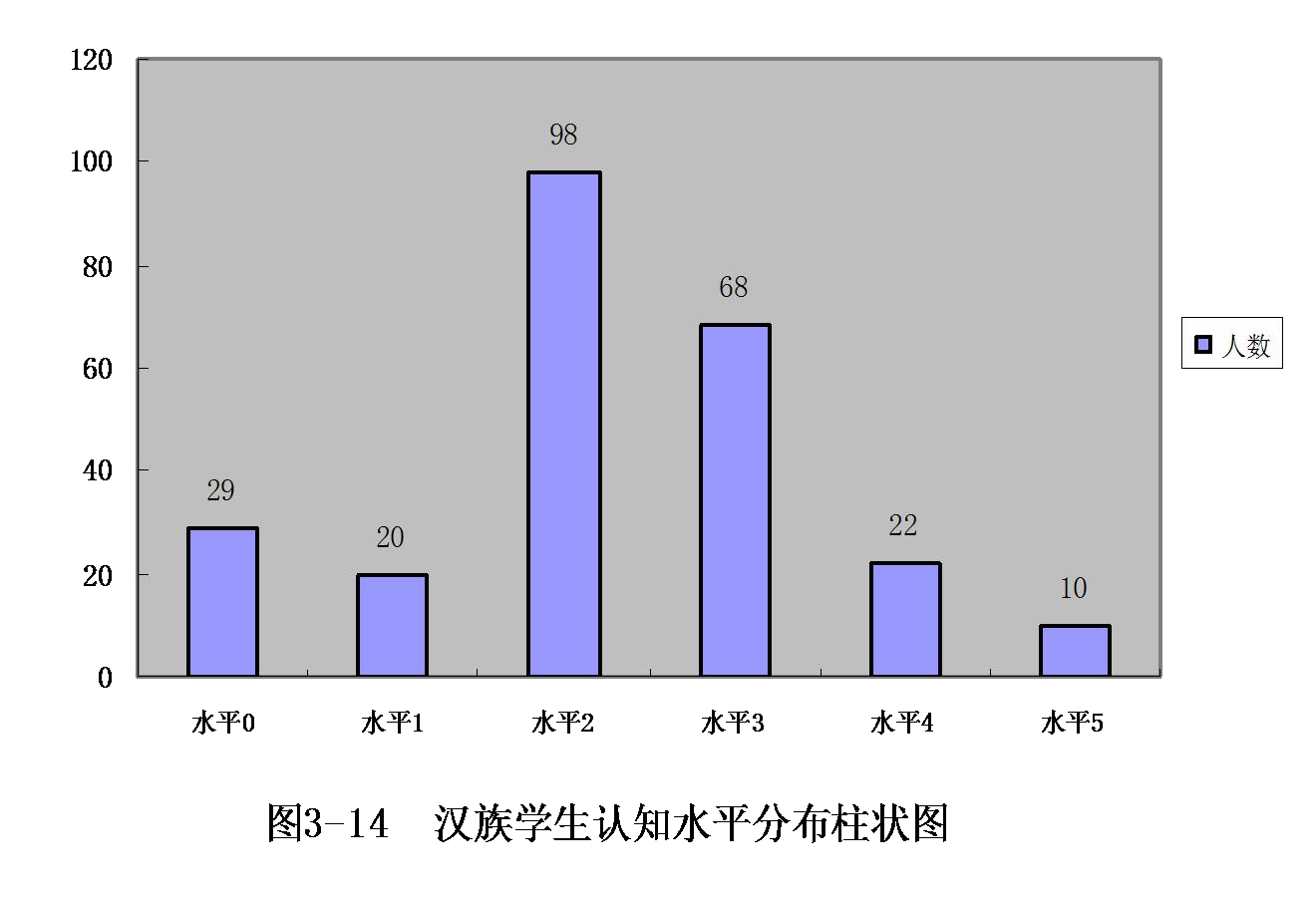
40

## 第三节 立体几何认知水平的民族差异比较

喀什市地处民族地区，针对民族地区汉族和维吾尔族的学生在立体几何认知水平上是否存在差异也是本文需要证明及解决的相关问题。文章将通过对维吾尔族和汉族学生立体几何分布情况的描述，运用多种比较方法分析，通过数据表明这两个民族间的认知水平是否存在差异。

### 一、 汉族和维吾尔族学生立体几何认知水平分布

#### （一）汉族学生立体几何认知水平分布情况



以下为汉族被试学生在各水平的人数分布图以及所占百分比饼状图：

通过图3-14和图3-15可以看出，参加测试的247位汉族学生中，水平一的学生有20

41

人，占总体人数的8.11%；水平二的人数为五个水平中最多的，有98人，占比为39.74%；水平三阶段的学生仅次于水平二的人数，为68人，所占百分比为27.53%；水平四和水平五的人数则呈递减趋势，分别为22人和10人，占比分别为8.11%和4%；还有相当一部分的汉族学生是没有达到水平一的，这一部分学生占总人数的11.71%。通过数据可知，被试中的绝大部分学生的立体几何认知水平集中在水平二和水平三阶段，在此阶段的学生对立体几何图形进行基本定义，了解它们的简单性质，同时还能够进行简单的运算。从柱状图中我们还可发现，汉族学生的认知水平在水平一和水平四、水平五上占比较少，说明汉族学生的认知能力呈两极分化状态。

#### （二）维吾尔族学生立体几何认知水平分布情况

下图为维吾尔族被试学生在立体几何认知五水平上的人数分布及所占百分比情况：



42

## 通过图3-16和图3-17的分析结果可知，维吾尔族学生立体几何认知水平主要集中到

水平二阶段，此阶段人数为56人，占被试人数的35.40%；水平三阶段的人数为23人，占被试人数的14.60%；水平四和水平五人数较少，分别为6人和3人，占比分别为3.8%和

1.9%；而基础水平一人数为20人，占比为12.7%。同时我们还发现，维吾尔族学生未达到水平一的人数较多，有50人，占被试人数的31.6%。这一数据说明该被试群体有相当一部分学生立体几何认知水平还处于开始阶段，不能够正确地辨别立体几何图形与相似图形，对立体几何的基础性知识掌握不好；同时数据也显示出该被试群体高水平学生人数占比较低，说明被试学生在对于立体图形的特殊性质，定理、逆定理等概念性的知识掌握情况不好，逻辑推理能力和复杂的运算能力也较弱。

### 二、 汉族、维吾尔族学生立体几何认知水平比较

**表 3** **-22汉族、维吾尔族认知水平分布表**

频率百分比累计百分比

|  | 汉族 | 维吾尔族 | 汉族 | 维吾尔族 | 汉族 | 维吾尔族 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 水平 0 | 29 | 50 | 11.7% | 31.6% | 11.7% | 31.6% |
| 水平 1 | 20 | 20 | 8.1% | 12.7% | 19.8% | 44.3% |
| 水平 2 | 98 | 56 | 39.7% | 35.4% | 59.5% | 79.7% |
| 水平 3 | 68 | 23 | 27.5% | 14.6% | 87.0% | 94.3% |
| 水平 4 | 22 | 6 | 8.9% | 3.8% | 96.0% | 98.1% |
| 水平 5 | 10 | 3 | 4.0% | 1.9% | 100.0% | 100.0% |
| 合计 | 247 | 158 | 100.0% | 100.0% |  |  |



通过表3-22和图3-18的数据对比可知，在水平一阶段，维吾尔族学生占比相对汉族

43

学生而言更高，分别为12.7%和8.1%；但是从水平二阶段开始，一直到水平五，汉族学生的立体几何认知水平占比则普遍高于维吾尔族学生，汉族学生所占百分比依次为39.7%、27.5%、8.9%和4%，维吾尔族学生所占百分比依次为35.4%，14.6%、3.8%和1.9%，其中又以水平三的数据最为显著，汉族比维吾尔族学生的认知水平高出了近13%。而从累计百分比我们也可看出，汉族学生在前三个水平阶段的累计百分比为75.3%，占据了五个水平中大部分的人数；而维吾尔族学生在前三个水平的累计百分比为62.7%。从累计百分比的数据可看出，汉族学生在前三个认知水平阶段明显优于维吾尔族学生。同时我们观察柱状图发现，未达到水平一阶段的学生中，维吾尔族学生占比高出了汉族学生一半以上，由此可知，在立体几何基本的识别图形能力上，汉族学生比维吾尔族学生能力更强。通过百分比对比我们知道，汉族学生对于立体几何的基础知识掌握情况好于维吾尔族学生，他们对于图形辨别，性质、定义等的了解也优于维吾尔族学生。

**表 3** **-23全体被试按民族划分的在各水平答题分数的均值**

汉族和维吾尔族学生在个水平得分均值表

|  | 民族 | N | 均值 | 标准差 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 水平一 | 汉族 | 247 | 21.3563 | 3.8364 |
|  | 维吾尔族 | 158 | 18.7975 | 4.9337 |
| 水平二 | 汉族 | 247 | 21.498 | 3.9539 |
|  | 维吾尔族 | 158 | 19.2722 | 4.2541 |
| 水平三 | 汉族 | 247 | 16.5992 | 4.2738 |
|  | 维吾尔族 | 158 | 14.019 | 4.5658 |
| 水平四 | 汉族 | 247 | 13.2186 | 5.0066 |
|  | 维吾尔族 | 158 | 11.4873 | 4.9362 |
| 水平五 | 汉族 | 247 | 8.1174 | 3.9301 |
|  | 维吾尔族 | 158 | 7.057 | 3.1486 |

对照表3-23，通过对比维汉族学生在各水平阶段答题得分均值可知，汉族学生在前三个水平的得分情况比较乐观，均超过了范希尔测试题所要求的各水平得分，具体数据分别为21.3563、2.488和16.5992，说明汉族学生对立体图形的基本性质、定义的知识掌握情况较好，同时他们也有了一定的逻辑推理能力和简单的运算能力，在测试卷答题情况上表现较好；而维吾尔族学生在得分情况上略逊色于汉族学生，只有水平一和水平二阶段的得分均值达到了要求，分别为18.7975和19.2722，从具体的答题情况上看，维吾尔族学生对于棱锥和棱柱的特殊性质掌握不够好。从总体上看得分均值发现，汉族学生的五个水平阶段得分均高于维吾尔族学生，而在水平二阶段，维汉学生的得分均值为五水平中的最高值。同时汉族学生前四个水平阶段的标准差依次为3.8364、3.9539、4.2738和5.0066，从数据中发现标准差随着认知水平的不断提高也依次提升，说明汉族学生的答题表现也随着水平的升高波动越来越大；维吾尔族学生的标准差除了水平一和水平五之外也是依次升高的，

44

同样也说明他们答题表现随着水平的提升波动幅度依次变大。

**表 3** **-24汉族和维吾尔族独立样本T检验统计表**

level

组统计量

民族N均值标准差均值的标准误汉族247 2.26 1.219.078

维吾尔族158 1.52 1.281.102

表3-24为汉族和维吾尔族被试学生T检验的基本情况描述。从表中可知，汉族学生的认知水平均值为2.26，维吾尔族学生的认知水平均值为1.52。从数据中发现，汉族学生的认知水平高于维吾尔族学生；同时从标准差看出，汉族学生的稳定性也强于维吾尔族学生。

**表 3** **-25全体被试汉族和维吾尔族独立样本T检验**

方差方程的Levene检验均值方程的t检验

|  | F | Sig. | t | df | Sig.(双侧) |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 假设方差相等 | 4.198 | .041 | 5.844 | 403 | .000 |
| level  假设方差不相等 |  |  | 5.781 | 322.549 | .000 |

表3-25为汉族学生和维吾尔族学生立体几何认知水平的独立样本T检验。通过上文对两个民族的学生立体几何认知水平的百分比和均值比较可大致知道，汉族学生在各水平上优于维吾尔族学生的，由此可知汉族学生的立体几何认知水平高于维吾尔族学生。但是他们的差异有多大，是否显著，则通过两样本的T检验进行。上表的分析结果的第一部分为

Levene's方差齐性检验，检验结果为F=4.198, P=0.041，P值小于显著性水平0.05，因此认为汉族和维吾尔族两个样本所在总体的方差是不齐的。由于结果为方差不相等，因此应选用方差不相等时的T检验结果，即表中第二行“假设方差不相等”列出的t=5.781，

df=322.549, P值显示为0，小于显著性水平0.05，最后可认为汉族和维吾尔族学生在立体几何认知水平上存在显著性差异。

从维吾尔族和汉族学生认知差异的比较可看出，两个民族间在立体几何认知上是存在显著差异的，从具体的测试卷答题分析，汉族学生对于立体图形概念、性质等的识记性知识掌握情况较维吾尔族学生更好，同时对于线面间的联系、逻辑推理等能力也较维吾尔族学生更强；维吾尔族学生更加侧重的则是对于立体几何基本知识的掌握。

## 第四节 立体几何认知水平年级差异比较

在数学教学研究中，数学能力高低的原因总会引起大家对年级高低不同的猜想，范希

45

尔理论的相关特点也表明，几何的认知水平不会随着年龄的增长而自然提高，因此，本研究通过对高一与高二年级的学生进行立体几何水平测试，分析每个年级的立体几何认知水平分布情况，以及期望找出不同年级间是否存在认知水平的差异。

### 一、 高一、高二立体几何认知水平分布情况

#### （一）高一学生立体几何认知水平分布

全体被试中高一年级有116人参加了立体几何认知水平测试，以下图3-19和图3-20为高一年级被试在各立体几何认知水平分布的人数以及相对应人数所占高一被试中的百分比。





通过数据统计可知，高一学生认知水平分布整体上趋向于靠前分布，即在五个水平中，

46

人数集中在水平一、水平二和水平三阶段，而水平四和水平五人数急剧下降，占比很小。从具体数据来看，高一学生达到水平一的人数为17人，占比为14.7%；达到水平二的有37人，占比为31.9%；水平三的人数有19人，占比为16.4%；水平四和水平五的人数分别

为1人和2人，占比分别为0.9%和1.7%；同时还有40人未达到水平一，占据了总体被试的34.5%。这些数据和图表说明高一学生对立体几何高认知水平阶段的掌握情况并不乐观，水平四和水平五的累计占比不到3%，在立体几何中的逻辑推理及复杂运算中学生能力不强，有待学校教师有针对性的进行教学讲解。

#### （二）高二学生立体几何认知分布

全体被试中高二年级有289人参加了立体几何认知水平测试，下图3-21和图3-22为高二年级被试在各立体几何认知水平分布的人数以及相对应人数所占高二被试中的百分比。





从图3-21和图3-22可知，高二参加测试的人中，达到水平一的有23人，占总人数的

47

8%；达到水平二的有117人，占比为40.5%；水平三的人数有72人，占比为24.9%；水平四和水平五的人数下降，分别为27人和11人，占比分别为9.3%和3.08%；而还一部分学生未达到水平一，人数为39人，占比是13.5%。从数据中可看出，高二学生在水平二和水平三阶段人数最多，占比也最高，水平一、水平二和水平三的累计百分比73.4%，占总数的三分之二以上，说明高二学生对立体几何的定理、性质等基本知识掌握的较好；同时也有相当一部分学生在立体几何认知上处于相对较差的水平，有的甚至是在识别立体几何图形上都达不到要求。从整体上看，高二学生认知集中在水平二和水平三阶段，水平一和水平五阶段占比较小，有明显的两极分化现象。

### 二、 高一、高二年级立体几何认知水平比较

下表3-26和图3-23为全体被试高一和高二年级的学生在各立体几何认知水平的人数分布情况和所占百分比。

**表 3** **-26各年级水平分布表**

频率百分比累计百分比

|  | 高一 | 高二 | 高一 | 高二 | 高一 | 高二 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 水平 0 | 40 | 39 | 34.5% | 13.5% | 34.5% | 13.5% |
| 水平 1 | 17 | 23 | 14.7% | 8.0% | 49.1% | 21.5% |
| 水平 2 | 37 | 117 | 31.9% | 40.5% | 81.0% | 61.9% |
| 水平 3 | 19 | 72 | 16.4% | 24.9% | 97.4% | 86.9% |
| 水平 4 | 1 | 27 | 0.9% | 9.3% | 98.3% | 96.2% |
| 水平 5 | 2 | 11 | 1.7% | 3.8% | 100.0% | 100.0% |
| 合计 | 116 | 289 | 100.0% | 100.0% |  |  |



通过表3-26和图3-23我们可知，高二学生的认知水平普遍都高于高一学生。除了水

48

平一阶段之外，水平二、水平三、水平四和水平五均高出高一年级，同时未达到水平一的被试数据显示，高二年级明显低于高一年级，百分比分别为13.5%和34.5%，高一年级比高二年级多出21%，由此可知高一年级的学生在立体几何认知水平上，低水平学生相对较多；水平一的数据显示高一年级占比高于高二年级，分别为14.7%和8%；水平二和水平三高二占比则反超高三年级，虽然数据差异并非很明显，但是也可认为高二年级在基础认知阶段水平是高于高一的；而到了水平四和水平五阶段，高二的占比则明显优于高一学生，这说明高二学生在立体几何认知水平上，相对高一学生，他们具有更强的推理能力和更加复杂的运算能力。从折线图我们可以发现，两个年级在五个认知水平上人数占比的增长幅度相类似，特别是水平二到水平四这三个水平的增长，两个年级几乎成平行的增长；同时水平一到水平二的增长来看，两个年级幅度都较大，高二年级的增幅比高一年级更加明显。

**表 3** **-27全体被试按年级划分的在各水平答题分数的均值**

高一、高二学生在各认知水平得分均值表

|  | 年级 | N | 均值 | 标准差 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 水平一 | 高一 | 116 | 18.2328 | 4.9014 |
|  | 高二 | 289 | 21.2111 | 3.9861 |
| 水平二 | 高一 | 116 | 18.6638 | 4.4408 |
|  | 高二 | 289 | 21.4187 | 3.84976 |
| 水平三 | 高一 | 116 | 13.5345 | 4.8462 |
|  | 高二 | 289 | 16.4187 | 4.1743 |
| 水平四 | 高一 | 116 | 10.2155 | 4.2932 |
|  | 高二 | 289 | 13.4775 | 5.0277 |
| 水平五 | 高一 | 116 | 6.7241 | 2.9565 |
|  | 高二 | 289 | 8.0969 | 3.8655 |

从表3-27中的数据统计可知，总体上来看，高二年级在每个水平的答题得分均值都高

于高一年级；同时发现两个年级的均值差距在3分上下浮动，这表明他们的差异不是很大；数据显示，高二年级在水平一、水平二和水平三阶段的答题均值达到了本文中判断是否达到该水平的分数，依次为21.2111、21.4187和16.4187，而高一年级只在前两个水平达到要求，均值依次为18.2328和18.6638，这说明高二年级的答题情况比高一年级好；而数据显示答题均值最高的都是在水平二，分别为21.4187和18.6638，这说明两个年级的学生的立体几何认知水平上，对立体几何定义和基本性质的理解等知识掌握的比较好；对于两个年级在水平四和水平五阶段的答题分数均值未达到水平的情况，我们可认为在对立体几何严密的逻辑推理和复杂的运算上面，高一、高二年级都没有达到水平，在这一部分的认知上面还需要有针对性的进一步培养和改善。

49

**表 3** **-28高一、高二年级独立样本T检验统计表**

组统计量

年级N均值标准差均值的标准误 高一116 1.40 1.236.115

level

高二289 2.20 1.245.073

表3-28为高一和高二两个年级在立体几何认知水平上的均值检验基本情况描述，从表中数据可知，高一学生的为1.40，高二学生的认知水平均值为2.20，从均值上看，说明高二学生处于认知水平二阶段，而高一学生整体还处于认知水平一阶段；同时两个年级的标准差分别为1.245和1.236，差别不大，说明两个年级的学生在立体几何认知水平上围绕均值的波动不大，离散程度低。

**表 3** **-29高一、高二年级独立样本T检验**

方差方程的Levene检验均值方程的t检验

|  | F | Sig. | t | df | Sig.(双侧) |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 假设方差相等  level  假设方差不相等 | 2.547 | .111 | 5.888  5.906 | 403  213.544 | .000  .000 |

表3-29为高一和高二年级立体几何认知水平独立样本T检验表。上文中我们已经对两个年级进行了百分比和均值比较，发现高一和高二年级在各水平阶段还是存在一定差异的，现在则通过T检验来检验他们是否存在显著性差异。表中的分析结果第一部分为

Levene's方差齐性检验，显示的检验结果为F=2.547, P=0.111，P值大于显著性水平0.05，由此我们认为高一和高二年级实在的总体方差是齐性的。由于结果为方差齐性，因此应选用方差相等时的T检验结果，即表中第一行“假设方差相等”列出的t=5.888, df=403，P值显示为0，小于显著性水平0.05，从而认为高一和高二年级在立体几何认知水平上是存在显著性差异的。

通过对高一和高二年级的认知水平进行比较可知，两个年级在立体几何认知水平上存在显著性差异。高二年级在总体认知水平上高于高一年级，说明高二年级在立体几何图形的识别与概念、定义的理解内容上强于高一年级；高认知水平阶段高二年级答题均值也高于高一年级，从测试卷答题情况看，高二年级学生在逻辑推理能力上也强于高一年级，但是在具体的运算上，优势不是很明显。

50

# 第五章 研究结论与建议

## 第一节 结论

通过编制的范希尔立体几何测试卷结果统计可知，在参加测试的405位学生中，有将近60.5%的学生立体几何认知水平集中分布在水平二和水平三阶段，分别为38.00%和

22.5%；水平四和水平五的学生人数占总人数分别为6.9%和3.2%。由此可知，全体被试中大部分学生的立体几何认知水平为水平二及以上水平，学生的认知水平呈正态分布。同时还有将近29.4%的学生处于水平一及以下水平，其中水平一有9.9%，低于水平一的有

19.5%。总体被试的水平均值为1.97，这表现为全体被试学生的平均水平停留在水平二左右，从严格意义上来说，还未到达水平二。

根据Usiskin对美国中学生进行的范希尔几何思维水平测试结论显示，在完成初中几何学习的2900位学生中，有近40%的学生几何思维水平处于水平二及以下；而Atebe博士在2008年时，通过对南非144位学生的测试，发现有3%的学生可以达到水平四。通过两位学者对不同地区的学生进行的测试显示，与本文对新疆喀什市区抽取的学生被试在立体几何上的数据对比显示，处于水平二及以下的学生中，本文被试学生与Usiskin所测的结论差异不大，而在水平四及以上水平的数据中，本文被试学生的认知水平要好于Atebe博士所做的测试成绩。

通过访谈与课堂观察可知，喀什市由于处于新疆地区，民族学生较多，由于民族学生的生活背景及汉语水平的影响，导致他们在习得知识时，有一定的阅读及理解的偏差，所以与内地及国外学者所研究的结论存在一定的差距。但是通过比较我们仍然可以发现，该地区学生在水平四和水平五阶段的占比高于国外学者所得出的结论，由此可知，虽然学生的几何基础较弱，但是通过教师的教学和学生的努力，还是可以达到一定的理想水平的。

### 一、 三所学校的立体几何认知水平现状及原因

通过数据分析可知，在进行对比的三所学校中，学生的认知水平与全体被试情况相类似，集中分布在水平二阶段，A、B、C三所学校所占各校被试比重分别为41%、39.4%和

31.9%。其中A校学生的认知水平趋势靠后分布。从数据中看，A校学生水平三、水平四、水平五所占比重分别为28.7%、13.8%和5.1%，后三个水平的累计百分比为47.6%，占了A校所有被试将近一半的人数；而B校和C校的学生认知水平在水平四和五阶段占比较少，主要还是集中分布在水平二及之前阶段。从总体上看，A校的认知水平从二阶段开始都明显高于B校和C校，而B校与C校相比较则没有显著性差异。从三所学校认知水平均值可知，A校高于B校，而B校则高于C校，通过数据可知，对B校C校的均值造成影响的是这两所学校中的学生低水平人数居多，而高认知水平的学生有相对较少，从而导致它们的均值水平下降。

51

通过对学生及教师的访谈，以及进入课堂观察可知，首先，A校是喀什市的一所重点中学，在人才选拔阶段则优于B校和C校，因此学生的基础将明显优于其他两校，这将直接影响学生在将来的学习中的接受情况。其次，A校老师在注重基础知识讲解的同时，也注重训练学生的发散性思维，这在立体几何学习中，起到了很好的引导作用；而B校和C校则由于学生入学的数学基础较弱，导致教师在讲解知识点时，不得不把大部分的时间放在讲解基础知识部分，以便学生能够更好的接受，从而导致这两所学校的学生在认知高水平阶段的人数较少。再次，A校教课进度高于其他两校，余下的时间A校可以进行进一步的复习，让学生所学的知识得到进一步巩固，从而理解更加深刻；而B校和C校在教学进度上相对较缓慢，从而学生在测试时还处于新知识的学习阶段，自然成绩不会很理想。最后，由于A校学生在高认知水平上所占比较重，这种较好的学习环境及竞争环境的影响，也是提高群体认知水平的一个因素。

### 二、 男女生立体几何认知水平现状及原因

通过上一章的数据分析可知，全体被试中，男生和女生在前三个认知水平阶段均值均达到了水平要求的得分；同时，从五个水平的得分均值看，男生在前四个阶段得分均稍微高于女生，这说明在描述比较中，是存在一定的性别差异的，但差异不显著；从全体被试的水平均值看，男生的平均水平为2.01，女生的平均水平为1.95，男生稍微高出女生一部分，但是从T检验得出男女生在总体水平上是不存在显著性差异的。在不同学校之间进行性别比较时，从得分均值看，A校和B校女生在每个水平阶段的得分均值都要高于男生，

C校则是男生在每个水平阶段的得分均值高于女生；从总体水平均值看，A校男生水平均值为2.58，女生为2.47；B校男生水平均值为1.38，女生为1.69；C校男生水平均值为1.33，女生为1.42；通过T检验结论为三所学校的男女生在总体认知水平上没有显著性差异。

A校中，男生在前四个认知水平阶段的均值分数高于女生，通过题目分析得出，男生在答题上，更加趋向于逻辑推理的能力；而女生则是在计算题上得分高于男生。通过访谈发现，女生在答题时更加的细心认真，能够沉着冷静，因此在具体的数学运算中，女生较男生更加不容易出现失误。而男生的思维则更加活跃，因此在一些复杂的逻辑推理上，比女生更加理想。

B校中，女生的认知水平均值高于男生，而且高认知水平阶段女生占比也比男生多，就具体题目而言，女生较男生在严密的逻辑推理题目上水平更好；而在基础水平阶段，男生对棱柱和棱锥的图形识别上，较女生更强；其他水平中，女生答题情况均比男生好。通过访谈和课堂观察可知，该校为小班制，一个班的学生为30人左右，女生较男生在课堂上更加容易静心听讲，她们的学习态度，则相对男生而言，更加虚心。

C校中，每个水平得分情况上男生优于女生，而总体水平上女生则高于男生，这可能与男生在低水平阶段表现较好，而高水平阶段表现差于女生而导致的。从具体答题中可知，男生在逻辑推理的题目中答题情况比女生好，而女生在图形的识别，对定理，性质的掌握上面，答题情况则优于男生。

52

### 三、 汉族和维吾尔族学生立体几何认知水平现状及原因

通过汉族和维吾尔族被试学生对比可知，在认知水平均值上，汉族学生高于维吾尔族学生，分别为2.26和1.52。从这一数据可知，汉族生的平均认知水平达到了水平二以上，而维吾尔族学生还处于水平一阶段。也就是说，被试的汉族学生中，对立体几何的定义、性质及简单逻辑推理方面，比维吾尔族学生好。在水平分布上，汉族学生倾向于高水平的发展，而维吾尔族学生则倾向于基础性知识的培养，从累计百分比可看出，汉族学生在水平三及以上水平阶段的累计百分比为40.4%，而维吾尔族学生为20.3%；同时在基础阶段，即水平一和水平二阶段，汉族学生的累计百分比为47.8%，维吾尔族学生累计百分比为

48.2%，由此可知，汉族学生在立体几何高认知水平上比维吾尔族学生更强。下面将从五个认知水平上分别分析汉族及维吾尔族学生的比较情况。

水平一阶段，大部分的汉族及维吾尔族学生都能分辨出简单立体几何图形，但是在长方体的识别上，其掌握情况更好；而对于棱柱及棱台的掌握明显容易混淆，而维吾尔族学生较汉族学生在棱柱和棱台的识别上则相对较好些，这说明维吾尔族学生在图形的简单识别上，即形象思维上面更优于汉族学生。

水平二阶段，汉族和维吾尔族学生对立体几何中的特殊图像掌握的更好，如正方体及平行六面体；而对四面体及正棱锥的性质及定义则就没那么扎实。维吾尔族学生相对汉族学生而言，在定义和性质的掌握上更加弱。

水平三阶段，这一认知水平要求学生对立体几何的性质、定义及公式进行推理，具有一定的逻辑推理能力。通过测试卷可知，汉族和维吾尔族学生在这一阶段表现都不是很理想。汉族学生的得分均值为16.5992，达到了该水平要求；而维吾尔族学生得分均值为

14.019，未达到该水平要求。从具体答题上看，汉族学生的推理能力较强，而维吾尔族学生的计算能力较汉族学生强。

水平四阶段，从得分均值看，两个民族的学生都没有达到该水平要求。其中汉族学生对线面间的定理、公理掌握比维吾尔族学生更好，同时在复杂运算上也较维吾尔族学生更强。

水平五阶段，这一阶段属于立体几何认知水平的最高阶段，要求学生能够进行复杂运算及严密的逻辑推理能力。从比较中发现，两个民族水平都不高，但是汉族较维吾尔族学生还是有一定的优势。具体答题上，汉族学生答题能力普遍都高于维吾尔族学生，特别是在最后的解答题阶段。

通过调查发现，出现维汉差距的最主要原因，是由于不同的文化背景以及语言差异，造成维汉族学生在立体几何理解上的差异。数学本就是一门抽象的学科，立体几何尤其如此，它更加需要学生具有几何直觉能力，而几何直觉又与几何语言的表述有关系。在具体图形认知阶段，维吾尔族学生还能超越汉族学生，但是到了后面的推理及计算阶段，由于理解的问题，造成了较大的差异。

53

### 四、 高一、高二年级的立体几何认知水平现状及原因

通过数据分析可知，高一和高二学生的认知水平均值分别为1.40和2.20，由此可知高二的认知水平远远高于高一学生，高二年级学生的平均认知水平已经达到了水平二，掌握了立体几何的性质、定义，也能够进行简单的逻辑推理，而高一年级在平均水平上还处于水平一阶段，对立体几何知识的掌握情况还处于最基础阶段，即识别简单的立体几何图形，至于更复杂的认知，则还未达到；高二年级在水平三及以上水平的学生所在百分比为38%，高一年级学生在水平三及以上水平的学生为19%，由此亦可知，高二年级在立体几何高认知水平上明显优于高一年级，说明高二年级在严密的证明及形式的逻辑推理水平上比高一更强；在各水平阶段的得分均值显示，高二年级普遍高于高一年级，这则说明每个认知阶段的题目，高二年级掌握的都比高一年级好。高二年级和高一年级不仅是在整体认知水平上有显著性差异，而且在每个阶段也存在明显不同。

通过对每个水平的题目进行分析发现，高二年级在运算题上的正确率比高一年级强，同时在对图形的分类中，棱柱、棱台的得分普遍高于高一年级；线面的定义、定理及性质掌握情况，高二优于高一学生。

通过访谈及课堂观察可知，由于测试卷的题目主要为数学必修（二）的前两章，而喀什市的部分学校在高一阶段已经完成了该部分的新知识点的学习，高二则直接进入了第一轮复习阶段，测试进行时，正处于高二学生对该知识点弟一轮复习之后，而高一学生则还在学习新知识点，对于同一种知识，高二学生做好了充足的复习，掌握情况自然强于高一学生；同时高二学生由于对该知识点的掌握更好，理解更加透彻，空间能力也更强，因此在高水平阶段才会更好的发展，发散性思维也是在基础知识掌握好的情况下才能很好的运用的；由于高二年级相对于高一年级而言，接受几何教学的时间相对高一而言有了一定增长，因此高二学生的学习方法、自律能力等都得到了一定的训练和发展，他们在数学学习中的各种能力也要强于高一学生，从而高年级学生相对低年级学生而言，具有更强的学习能力。

在立体几何的学习过程中，因为图形是通过在平面上绘制而成，导致我们在观测平面上的立体图形时，不能够真正的体会其“立体”性，即图形的结构不能够在平面中反应，仅能够表现出立体图形的一种特点，因此对于立体几何图形而言，在进行观测和解析时，就有区别与其他平面几何图形的特殊要求，既只可以通过对于几何体有区别的直观图形进行解析，而不可以分析真实图形；同时，在论证立体几何图形时，也不能简单的参照平面几何的方法直接从直观图形中寻找解答思路，而是对逻辑推理的思维能力的要求更高。通过课堂观察可知，教师在教学时，比较注重课堂实际。比如在学习点、线、面的知识点时，老师会引导学生，带领学生在教室的每个可以观察到的地方寻找与之相对应的具体实物，把学生的抽象的几何形象具体化，也是教会了学生如何学以致用。但我们发现，教师在课堂上让学生自己自主练习探究习题部分相对较少，大部分的学生只会模仿解题，就是按照老师讲过的相同题目或者相同的方法解题，但是自己很少用新的方法或者解题思路解题。

54

## 第二节 建议

从数据统计分析以及结果可知，新疆喀什市高中生的立体几何认知水平整体较低，基本集中分布在前三个水平阶段，水平四和水平五人数占比较少，整体水平均值接近水平二阶段，因此新疆喀什市教师团队面临的问题是：低水平学生较多，高水平学生较少。

我国作为长期保留欧式几何的极少数国家之一，在几何教学方面还是有着较为丰富的经验。但是新疆喀什市做为中国最西部的城市，其学生在数学教育上，特别是立体几何认知水平上，弱势较为明显。就本地区的学生整体认知水平比较而言，处于水平二阶段的人数占比最大，说明在立体几何基础阶段的知识学习情况还是相对较好的，但是与其他地区的学生比较而言，该地区学生的整体水平还是与内地学生有一定差距的。特别是在高认知水平阶段，喀什市学生高水平认知能力较弱，对于复杂的运算，形式化的逻辑推理题目以及严密复杂的推理证明题目，学生不能够很好的运用各种相联系的定理、公理，不能够把复杂题目通过类比、归纳等一系列的数学方法使其简单化，往往找不到正确的解题方法。由此可知，在喀什市，教师不仅仅需要加强学生的基础知识的掌握，同时也要在高认知水平上的教学上投入更多的时间与精力。

### 一、 因材施教提高学生立体几何认知水平

该研究在第三章中对喀什市的高中生进行了立体几何认知水平测试，通过比较发现，不同的学生其立体几何认知水平高低不同，因此，我们应该重视学生间的差异性。

#### （一）通过均衡选拔与合理教学方法缩小学校间认知水平差距

导致三所学校的学生在认知水平上有差距的主要原因：首先是学校生源问题，学生的数学基础不同，会影响其在高中阶段对新知识的接受度；其次，由于三所学校的教师教学方法问题；再次，则是由于三所学校的教学进度问题而导致的。

##### 1.通过均衡选拔入校学生减少学校间数学水平两极分化

对生源的基础不同，各学校在入学选取学生时，因尽量做到成绩上的均衡。不分重点与非重点，将成绩好的和成绩差的学生均衡分布于各校，每所学校也应避免分重点班级与非重点班级，这样一个班级中学生能力层次高低程度适中，在数学教学中，教师能够更好的把握教学难度与教学进度，同时一个班级的优等生也可以起到榜样和带头的作用，这样在教学中的两极分化现象则会改进。

##### 2.学习立体几何时教师要善于引导学生运用正确的方法

通过课堂观察发现被试三所学校中数学任课教师在教授立体几何知识时运用的方法不一，因此效果也会不相同。整体认知水平较高的A校教师在授课时更加重视几何方法的运用。“授之以鱼不如授之以渔”这是立体几何教学中教师应该效仿的有效方法。

首先，教师应该训练学生运用类比法。立体几何课程，无论是课程目标、还是内容方法，都是平面几何课程的继续和发展，使学生掌握类比的规律和方法，让学生形成正确的类比习惯，发展学生的思维，让其善于正确地把平面几何的结论类比到空间中，这将使学

55

生在学习立体几何这个较为抽象的知识点时，很好的与过去所学的知识相联系，建构出适合自己的知识脉络，打好立体几何学习基础。例如：三角形全等的判定和性质完全可以推广到空间中不在同一个平面的两个三角形。

其次，让学生学会将立体几何问题转化为平面几何问题进行解决。平面几何是初中几何学习阶段的重点，因此到了高中刚接触立体几何时，教师可以引导学生将陌生的立体几何问题转化为熟悉的平面几何问题，学生面对未知的领域会排斥、不理解，但是对于自己熟悉的知识，能够很好的提炼及运用，这也是新知识建构的一个过程。如：将异面直线之间的距离转化为平面上点到直线的距离，这将问题具体化，更加快了学生对新知识的理解。

##### 3.合理安排教学进度，及时巩固复习

对于不同学校有不同的进度，从而导致学生在同一时间段的立体几何认知水平高低不同，这其实与复习巩固有很大的关系。进度快的学校有更多的时间复习知识，在此，笔者并不倡导学习上加快进度，而要善于利用时间进行复习才是根本之道。“温故而知新”这是我们从小学习中常说的一句话，用在数学中也是同样的道理。教师应该在教学中穿插学过的知识点，同时要给学生充足的时间进行复习。如：在进行正方体的识别与定理、性质的学习时，教师可以将正方体与长方体进行比较授课，正方体是特殊的长方体，它具有长方体也有性质、特征，在授课过程中，不仅学习了新的知识，也对前面学过的知识进行了巩固，同时在时间上也不至于太紧凑。

#### （二）根据不同性别的学生思维特点进行差异化培养

男女生因为性别的不同，在立体几何学习中的方法、态度，以及在课堂中的活跃程度都不相同，教师应该充分了解男女生不同的身心发展特点，对男女生进行差异化的培养。

##### 1.加强男生对于记忆性知识的学习，培养男生立体几何的高认知水平

男生思维更加敏捷、活跃，学习上趋向于发现性的学习，但同时也更加的容易分散精力，容易被新鲜事物所吸引。

首先，男生对于立体几何基本知识时学习情况不理想，此时老师则可以引导男生对基本的定理、概念、性质这些记忆性较强的知识加强记忆，培养他们的细致性。如：教会男生们将每节课的识记点以笔记的方式用小本记录下来，时常翻看记忆；教师在进行课后练习时，可以有针对性将识记性题目布置给男生，督促他们在课后进行复习巩固。

其次，男生由于性格好动，他们往往具有活跃的思维。在课堂上表现的比女生更加活跃；对于学习较难的知识点，解答较难的题目时，大部分男生反应速度优于女生。教师应该抓住这些特征，在立体几何教学时，做更多的引导和鼓励，如：加入一些具有探讨性的几何问题，带动男生的兴趣，在增加课堂气氛的同时，还能够发展男生的思维，对培养男生立体几何高认知水平具有一定意义。

##### 2.培养女生独立思考能力以及探索性学习的能力

女生性格较男生稳重，在学习态度上表现的更加勤勉认真，解题上更加的细致，也更加趋向于接受性的学习。对于教师上课所教的知识，会很认真的学习、记忆、复习，但是

56

她们也缺乏独立性，因此教师则要注意训练女生的思维能力。

首先，在立体几何课堂教学时，应引导女生独立自主的解题。先要教会她们掌握立体几何解题方法。如掌握类比的方法等，此时教师可以以例题的方式呈现出来，教师要把具体的类比法运用到解题中，同时要把解题思路明确呈现出来，让学生参照讲解的例题思路进行复习，掌握此种方法；紧接着进行与例题类似题目的训练，这时候仍然可以仿照例题的解题思路，教师可以在旁边进行指导；当学生能够熟练的运用立体几何方法解决问题时，教师则应该引导学生对不同类型的几何题目进行解答，此时她们应该要脱离原有的例题与思路，按照自己的思维方式进行学习，教师要做的则是鼓励她们，让她们有独立解题的信心。

其次，要培养女生探索性的学习方式，在立体几何教学过程中，教师要善于引导和鼓励女生。立体几何认知水平一和水平二阶段的知识更趋向于理解，而高水平的知识则更需要活跃的思维。教师可以从简单的立体几何知识开始，在课堂上插入一些具有趣味性的、猜测性的几何题目，首先培养起女生对于立体几何的学习兴趣，然后引导女生在趣味中探索正确结论。如立体几何中的线和面的真假命题判断，教师可以引导女生进行推理论证，让她们感受推理过程的乐趣，从而逐渐习惯于探索性学习。

#### （三）将维吾尔族文化背景与语言引入立体几何教学的同时发展高认知水平

##### 1.深入了解维吾尔族文化背景，将传统民族文化融入立体几何教学

张维忠教授在题为《多元文化数学课程研究刍议》的文中曾说过，数学教育改革过程中应更加注重民族文化，他指出数学文化影响学生数学知识的提取、认知加工、认知风格、认知监控。喀什市是少数民族聚居地区，学校中除了有汉族学生之外，还有相当多的一部分维吾尔族，哈族等民族的学生，每个民族都有自身的民族文化。尤其对于维吾尔族而言，他们的民族建筑物具有维吾尔族特有的性质，与我们汉族建筑相比较，他们对于本民族的建筑物会更加了解和熟悉。在立体几何教学中，教师可以在讲授多面体与旋转体知识时，将高台民族等等的建筑物加入到课堂中，增加了多面体的直观性，且也是维吾尔族学生熟悉的民族建筑物，因此更能够将抽象的多面体、旋转体与现实中的物体联系起来，不仅能够增加民族学生对立体几何的学习兴趣，同时也是对民族文化的一种传承。

##### 2.关注维吾尔族语言，课堂教学要使用合适的几何语言符号

首先，范希尔理论提出，学生的几何认知水平具有语言性，因此在教学过程中，教师应该充分关注这一点。数学语言主要包括文字语言、图形语言与符号语言，针对不同认知阶段的同一知识点而言，其有不同的表达方式，教师在教学过程中，在合适的阶段，正确使用数学语言，可以加深学生的理解，提高教学效果。

其次，对于有着自己民族的语言和文字的维吾尔族而言，以汉语为主要语言的数学几何教材将会是影响民族学生阅读和理解的一道障碍。通过数据分析我们可知，汉族和维吾尔族学生在测试中，立体几何图形识别阶段的认知水平差距不大，但是到了语言文字表述较多的概念、性质、定理等部分知识时，维吾尔族学生认知水平则有所下降。教师作为教

57

学的执行者，应该在文字表述部分倾入更过心血，多使用维吾尔族学生能够理解的语言对立体几何知识进行表述，而不是照搬教科书上的语言。

##### 3.打好立体几何基础，发展高认知水平

根据数据分析发现维吾尔族学生与汉族学生在高认知水平阶段的差异较大，对此教师应该关注维吾尔族学生立体几何基础知识的培养。

首先，关注学生对于几何体辨别以及相关概念的理解。知识体系的建构都是从易到难，立体几何基础知识是学习好几何的根本之处，因此教师在刚开始教授立体几何的阶段，如：教师可以在每节知识讲授完毕之后进行一次小测试，时刻检测学生的掌握情况，时刻调整教学进度；对于立体几何中概念性、定义类的知识，除了督促学生进行理解识记之外，还应该配备对应的课堂练习，引导学生学以致用，熟练掌握。

其次，教师应注重立体几何认知水平的次序性，懂得基础知识的重要性。范希尔理论提出，学生认知水平的提高，必须达到前一认知水平才能够进行更高认知阶段的学习，因此教师应该注重立体几何知识体系的建构，学习知识要循序渐进，不可急切。

##### 4.引导民族学生树立正确的学习动机

本研究通过对维汉学生立体几何认知水平的测试发现，汉族学生的整体水平都高于维吾尔族学生。通过访谈和课堂观察可知，在汉校课堂中，学生的学习动机较民族学生更为明显及强烈，这与教师日常对学生动机的培养有一定的关系。如在汉校中，教师可能会更加关注不同学生的心理状态及特点，帮助学生树立正确的学习动机；而民校的教师可能会将更多的精力放在教学上，此时民校教师可以参照汉校教师的方法，深入的了解学生的心理反应，如通过与学生聊天的方式，了解学生心理动态；日常生活中多关注民族学生，与学生谈理想，谈爱好，引导学生对树立积极的学习动机。

#### （四）根据正确评价的立体几何认知水平有针对性的教学

通过数据分析发现高二年级的整体认知水平高于高一年级。根据范希尔理论的认知发展特点可知，学生的认知发展不随年龄的增长而自然增长，但是却与教师的教学有一定关联。因此，在不同年级间出现这种现象，

##### 1.正确评价立体几何认知水平，有侧重的进行教学引导

范希尔理论提出，每个认知水平都有与之相对应的教学设计，教师教学时，并不是所有的学生都拥有相同的认知水平。不同年级的学生如果认知水平不一，教师的教学也应该跟着改变。教师应该在每一次的课堂教学前与教学后，通过与学生交谈，或者课后小测试的方式，对学生的立体几何认知水平进行一次评估，根据结果设计接下来的教学内容。如：高一年级整体水平低于高二年级，这时教师则可以有针对性的对高一学生进行培养。在教学上更应该注重对于平面几何知识的复习，给学生一个很好的代入感，带着学生一起温习与高中立体几何相关联的知识，这也是让学生在已有的知识体系中寻找出与新知识相关联的知识点，有利于高一学生尽快的进入学习状态，更快也更加牢固的掌握新知识；同时要针对新知识进行有效的练习，给予学生复习的时间；在侧重点上，教师更多的是教授新知

58

识，引导学生学习；主抓基础知识的教学，适当发展高认知水平。这样可以使学生更容易理解所学知识点，同时也可以带动学生学习立体几何的积极性。而高二年级的整体认知水平较高，如果教师能够认识到这一点，那么他们则可以根据结果进行难度较高的立体几何知识教学，对学生高思维水平进行训练。由于学生对已有知识已经充分掌握了，此时，教师则应该把时间还给学生，让学生有自己的学习空间，充分自主的学习，同时也要培养学生自主探究的能力，发展他们的主动性，发展学生在高水平的思维能力。

##### 2.了解立体几何水平增长的进阶性，教师要有耐心的引导学生学习

根据范希尔理论的认知发展特点可知，学生的立体几何认知发展不随年龄的增长而自然增长，而是需要教师进行教学，学生再通过对立体几何知识的不断积累才能够有所发展的。因此教师在教学过程中对于低年级学生认知水平没有高年级高的情况要有耐心，课堂中对于较低年级学习立体几何时，出现的接受速度慢、独自解题能力弱等情况时，教师更多的是做引导和鼓励，学习知识要循序渐进。对于高一年级而言，学生刚进入高中阶段，立体几何也是初次接触，教师最主要的是教会他们学习立体几何的方法，让学生打好基础，为将来更加深入的探讨几何问题积累方法和经验；高二年级接触立体几何的时间更长，方法能够更加熟练的运用，几何思维能力也更强，这时教师则可以加强学生高认知水平的训练。

### 二、 加强数学专业教师队伍建设

通过访谈和课堂观察发现，该地区学生的整体水平较低，高认知水平学生较少。出现这种情况的主要原因除了日常教师教学的因素之外，数学教师队伍的建设也是其中一大影响因素。喀什市是少数民族地区，学校也分了民校和汉校，教师也有民族老师和汉族老师，由于地处西部地区，教师自身的素质也是限制课堂发挥的重要因素。

#### （一）完善师资队伍

首先，我们可以提高教师入职门槛，即在教师入职考试时，对于非数学专业毕业的却有教师资格证的老师，相关部门应该严格把关。数学教学本就是一门专业性较强的学科，要想学生学的好，首先是教师要会教；而教师会教的前提是，是拥有较好的专业基础。因此在招聘高中教师时，数学学科的专业性必不可少，数学教师队伍的专业性更加重要。我们应该真正做到“按需设岗，择优录取”[①](#_bookmark106)的原则。就汉族学校而言，学校教师的选择应该跟上内地教师选拔的要求，对数学教师的数学知识、数学能力以及数学情意都要有相对严格的把关[②](#_bookmark107)，这样才能把自己的专业知识传授给学生；而对于民族教师而言，选择就相对更加困难，因为教师除了需要有以上的数学相关专业知识之外，可能还需要他们拥有一定的维吾尔族数学史的背景，他们面对的是有着极强的民族特色的学生，因此教师如果了解本民族与数学有关的发展史的背景，将会使得他们在数学课堂上，以及对数学的了解更加深刻独特，这也会影响他们所教的学生。

①田建敏.浅析教师招聘工作流程[J].海定走读大学学报,2004(4)：41。

②方勤华.高中数学教师数学专业素养框架初步构建[J].数学教育学报，2012(3)：79-82.

59

其次，应该有针对性的对数学教师进行职后培训。就立体几何这一部分知识而言，它有自己独特的教学方法。新的数学教师相对老教师而言，有一定的专业优势，但是其在经验上不足，比如说对于立体几何图形的教学，这部分教师对于一些经典的教学方法则不了解，因此应该对这部分教师进行教学方法上的培训，同时也需要加强他们的心理学知识的学习，这是教师教学素养的一部分；对于老教师而言，虽然有教学经验，但有的相对较为陈旧，随着现代信息技术的发展，教师能够运用的方法多种多样，特别是立体几何，它是帮助学生形成空间想象能力的，仅依靠旧式的立体几何教具往往不够，我们还可以提供丰富的实物模型或者利用计算机软件呈现空间几何体，帮助学生认识几何图形，这则需要对老教师进行专门的培训，教会他们如何使用新技术，同时又能在合适的时候运用上。

#### （二）构建数学教师的学习共同体

数学是一门专业性很强的学科，因此对于数学教师而言，其拥有专业的数学知识，是他们进行教学的前提和基础，牢固的数学专业素养，有助于带动学生学习的积极性，提高教学质量，同时也有助于数学教师自身的发展，对于喀什市这个少数民族地区而言，尤为重要。那么如何才能使得教师在教书之余，能够发展自己的数学专业素养呢，我们可以通过教研组的方式，建构一个数学教师的学习共同体。通过访谈我们发现，在喀什市的高中学校中，数学教研组是学校的标配，因此我们应该充分发挥教研组的作用。例如：灵活多样的组织形式。由于地处喀什市，这里有着多种民族，多样的文化背景，因此可以根据每所学校具体的教师配备情况，可以分年级，分学科，分兴趣成立不同的教研组，这样有着相同目标的数学教师可以彼此交流教学经验，有共同兴趣爱好的教师可以共同研究课题；当然还可以不同学科的教师组织在一起进行交流学习，因为每个学科有自己的教学方法和经验，好的方法同样可以借鉴到数学教学上；还可以倡导新老教师搭配，校内校外教师联合研究，一线教师与专业高校教师合作等方式，相互交流，以达到数学教师专业化成长的目的。

## 第三节 研究不足与展望

本研究由于受到多方面条件的限制，以及研究者能力所限，存在以下局限与不足之处。首先，本研究的样本容量不大，仅对喀什市的三所高中进行抽样研究，参加测试的人

数只有四百人，其样本是否具有代表性及其结果是否具有广泛的适用性，还有待商榷。其次，本研究一个重要部分就是通过编制的测试卷对该地区的学生进行范希尔水平的

测试，虽然笔者在进行问卷编制前，查阅了大量国内外有关范希尔理论的相关研究；对该地区的教师和学生进行访问，以期了解喀什市立体几何教学情况；同时也与当地的一线数学教师进行了深入的讨论及研究，但是对于所选题目的难易程度、题目涉及的相关范围广度以及是否适合该地区学生等，这些问题仍然很难做到全面系统，都需要更进一步的研究及完善。

60

再次，由于笔者的理论素养和经验的不足，导致在进行研究时，不够全面、深入，特别是在进行民族间的比较时，由于对民族教育及当地民族文化背景的了解不够深入，可能会出现一定的主观性和局限性。

第四，在研究中发现，影响学生认知水平差异的原因还有很多方面，但是由于研究精力有限，没有一一进行探讨，如学生自身的学习态度、学习方法的问题，希望在以后的相关研究中，能够更加全面深入的进行完善。

最后，本研究主要是通过编制的范希尔测试卷测试学生立体几何认知水平，然后根据判断出的学生所处水平提出相应的对策。而本文主要研究区域在喀什市，涉及的民族也是汉族和维吾尔族，对于其他各民族学生情况则没有更加深入的了解。因此也希望本文能够带给关注几何、关注少数民族地区数学教育的教师及研究者们更多启发，让更多对此有兴趣的研究者关注到少数民族地区的几何教学中。

61

参考文献

一、中文文献

（一）著作类:

[1] 弗莱登塔尔. 作为教育任务的数学[M]. 陈昌平, 唐瑞芬, 译. 上海: 上海教育出版社, 1999.

[2] 徐斌艳. 数学教育展望[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2001.

[3] L. E.贝克. 儿童发展[M]. 吴颖等译. 南京: 江苏教育出版社, 2002.

[4] 钱珮玲. 高中数学(必修)新课标教学设计案例与评析(上册)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005.

[5] 席高文, 许梦日. 中学几何研究与教学[M]. 郑州: 郑州大学出版社, 2007.

[6] 鲍建生, 周超. 数学学习的心理基础与过程[M]. 上海: 上海教育出版社, 2009.

[7] 罗增儒, 李文铭. 数学教学论[M]. 西安: 陕西师范大学出版社, 2010.

[8] 黄荣金, 李业平. 数学课堂教学研究[M]. 上海: 上海教育出版社, 2010.

[9] 杨光伟. 数学课程标准研修与教材分析[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2011.

（二）期刊类:

[1] 鲍建生. 几何的教育价值与课程目标体系[J]. 教育研究, 2000(4): 53-58.

[2] 田建敏. 浅析教师招聘工作流程[J]. 海定走读大学学报, 2004(4): 41.

[3] 杨新荣, 宋乃庆. 中美高中学段数学课程标准几何内容的比较研究[J]. 数学通报, 2005(8): 14-16.

[4] 唐恒钧, 张维忠. 中美初中几何教材“相似”内容的比较[J]. 数学教育学报, 2005(4): 59-62.

[5] 吴勤文, 曹一鸣. 实施新课程初中学生数学学习状况分析——基于新疆昌吉州的调研报告[J]. 中学数学教学参考, 2006(12): 43-46.

[6] 阿布地莎, 阿依丁, 木尼拉. 新疆伊犁地区哈维“实验班”数学教学调查研究[J]. 数学教育学报, 2007(1): 59-62.

[7] 张奠宙, 袁震东. 话说向量[J]. 数学教学, 2007(09): 6-9+23.

[8] 张鹤.《课程标准》理念下立体几何教学内容与教学方式的变革[J]. 课程·教材·教法, 2008(4): 53-57.

[9] 阿力木·阿不力克木. 多元文化整合数学教育理论[J]. 数学教育学报, 2010(5): 31-35.

[10] 杨清霞. 语言与少数民族学生的数学学习刍议——以中央民族大学预科新疆民考民学生为例的分析思考[J]. 民族教育研究, 2011(2): 62-65.

[11] 阿力木·阿不力克木. 影响新疆维吾尔族中小学生数学成绩的内在因素研究[J]. 民族教育研究, 2011(6): 29-31.62

[12] 金美月, 冯雪娇. 汉、蒙古、朝鲜族初中生几何认知水平比较研究[J]. 民族教育研究, 2011(6): 25-28. [13] 方勤华. 高中数学教师数学专业素养框架初步构建[J]. 数学教育学报, 2012(3): 79-82.

[14] 代钦. 多元文化形态下的中国数学教育——对中国少数民族数学教育的一些思考[J]. 数学教育学报, 2013(2): 1-4.

[15] 何伟, 孙晓天, 贾旭杰. 关于民族地区数学双语教学问题的研究与思考[J]. 数学教育学报, 2013, 06: 16-19.

[16] 金美月, 李静, 罗曼. 基于学生几何认知水平的教学目标设计探讨[J]. 科教导刊(中旬刊), 2014(1): 100+135.

[17] 杨军, 连吉娥, 莎吉旦木·买买提依明. 试论新疆维汉初中双语数学教材的编写思路[J]. 数学教育学报, 2014(2): 86-88+100.

[18] 官红严, 周超. 针对数学教师的范希尔几何思维水平测试[J]. 数学教育学报, 2014(2): 83-85.

[19] 孙晓天, 贾旭杰. 当前少数民族地区数学教师对数学课程的看法——基于访谈的梳理与分析[J]. 民族教育研究, 2014(1): 77-83.

[20] 阿力木·阿不力克木. 新疆少数民族数学文化与数学教育研究[A]. 北京师范大学. 首届华人数学教育会议论文集[C]. 北京师范大学, 2014(5).

[21] 金美月, 景敏. 八年级“图形与几何”领域认知水平分析[J]. 中国数学教育, 2014(5): 2-7.

[22] 王林全. 几何教与学的现代发展——ICME12几何组研究综述[J]. 数学教育学报, 2014(1): 66-69.

[23] 郭萌. 中国少数民族数学文化研究的成果与问题及对策——基于中国少数民族数学教育专业委员会成立大会暨第四届中国少数民族数学教育学术研讨会[J]. 数学教育学报, 2015(1): 75-76+86.

（三）硕博论文:

[1] 吴建新. 立体几何教学中培养学生反思性学习能力的实践[D]. 华东师范大学, 2006.

[2] 李淑文. 中日两国初中几何课程难度的比较研究[D]. 东北师范大学, 2006.

[3] 刘琳琳. 向量观点下的高中立体几何认同研究[D]. 东北师范大学, 2007.

[4] 张琳. 立体几何教学中综合法与向量法的比较研究[D]. 首都师范大学, 2009.

[5] 梁竹. 中国、新加坡初中教材平面几何的比较研究[D]. 华东师范大学, 2010.

[6] 崔冉. 以范希尔理论为框架的中学数学几何教材的研究[D]. 上海师范大学, 2011.

[7] 马蔼琳. 高中生立体几何学习障碍及对策的研究[D]. 上海师范大学, 2011. [8] 肖海燕. 立体几何教学研究[D]. 内蒙古师范大学, 2011.

[9] 左玲. 新课标下立体几何教学研究[D]. 华中师范大学, 2011. [10] 冯雪娇. 多元文化背景下初中生几何认知水平比较研究[D]. 辽宁师范大学, 2011. [11] 戴天羽. 高中生立体几何认知水平比较研究[D]. 辽宁师范大学, 2012.63

[12] 刘潇琳. 高中生立体几何问题解决研究[D]. 华东师范大学, 2012. [13] 王连波. 立体几何教学发展研究[D]. 东北师范大学, 2012. [14] 王远帆. 基于Van Hiele理论的初中几何有效教学研究[D]. 广州大学, 2012.

[15] 任芬芳. 初中数学“图形与几何”内容认知水平比较研究[D]. 辽宁师范大学, 2012. [16] 陆文凤. 立体几何教学研究[D]. 内蒙古师范大学, 2013.

[17] 祁明衡. 范希尔理论下的初中生几何思维水平现状研究[D]. 首都师范大学, 2013. [18] 高洁. 初中几何认知水平比较研究[D]. 辽宁师范大学, 2013.

[19] 王奎彩. 内地新疆班立体几何认知水平的比较研究[D]. 华东师范大学, 2014.

[20] 刘立梅. 范希尔理论在高中立体几何教学中的应用研究[D]. 天津师范大学, 2014.

[21] 龙玉婧. 高中生立体几何学习中将文字语言转换为图形语言困难的研究[D]. ft东师范大学, 2014.

二、外文文献:

[1] Biggs JB, Collis KF. Evaluating the Guality of Learning——The solo Taxonomy [M]. New York: Aeademic Press, 1982.

[2] Usiskin Z. Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geoinetry[M]. Chicago: University of Chicago, 1982.

[3] Mayberry J W. The van Hiele levels of geometric thought in undergraduate preserve teachers [J]. Journal for Research in Mathematics Education, 1983(1): 58-60.

[4] Fuys D., Geddes D. & Tischler, R. Journal for Research in Mathematics Education Mono-graph 3: The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, 1988.

[5] Gutierrez A, Jaime A, Fortuny J M. An alternative paradigm to evaluate the acquisition Of the van Hiele levels [J]. Journal for Research in Mathematics Education, 1991(3): 237-251.

[6] Clements, D. & Battista, M. Geometry and Spacial Reasoning[M]. New York: Macmillan PublishingCompany, 1992: 420-464.

[7] Jaime, A. &Gutierrez, A. Guidelines for teaching plane isometries in secondary school[J]. The Mathematics Teacher, 1995.

[8] Lawrie, C., Pegg, J. Some issues in using Mayberry's test to identify van Hiele levels[J]. Paper presented at the International Group for Psychology of Mathematics Education, 1997. [9] Whitman, N. C., Nohda, N., Lai, M. K., Hashimoto, Y., Iijima, Y., Isoda, M., etal. Mathematics

Education: across-cultural study[J]. Peabody Journal of Education.,1997(l):215-232.

64

[10] Carroll, W. M. Middle school students' reasoning about geometric situations[J]. Mathematics Teaching in the Middle School, 1998(3): 398.

[11] Parson, R. R., Stack, R. &Breen, J. Writing and Computers: Increasing Geometric Content Based Knowledge Using the van Hiele Model[J]. the Curriculum and Instruction Research Symposium, 1998.

[12] Erdogan H. Pre-service Elementary School and Secondary Mathematics Teachers' Van Hiele Levels and Gender Differences [J]. The Joumatentl, 2008(5): 1-11.

65

附**录**

**立体几何测试卷**

性别：民族：上学期末数学成绩： 学校：班级：年级：

感谢您参与我们的调查，你有45分钟的时间来完成本试卷的20道题目，请注意合理安排您的时间，仔细审题，不要漏答。本测试卷只为了研究，我们将会对您的作答保密，作答结果不会记录到您的档案中，请根据实际情况作答。您的作答对我们非常重要，再次感谢您的支持。

一、单选题。（共19题，每题只有一个正确答案，请将答案选项填在括号内）

1.下列图形中是长方体的是( )



（1） （2） （3）

A.只有（1） B.只有（2） C.只有（3） D.（1）和（2）



2.下列图形是四棱柱的是( )

(1) (2) (3)

A.只有（1） B.只有（2） C.（1）和（2） D.以上都是



3.下列图形是棱锥的是( )

(1) (2) (3)

A. (1)和（2）B. (1)和（3）C. (2)和（3）D.以上都是

4.下列图形中是棱台的是（ ）

66



（1）（2）（3）

A.只有（1）B.只有（2）C.只有（3）D.以上都是

5.把右边的正方形补充在左边A. B. C. D中的哪个位置，能够使左边图形构成正方体的展开图形。( )

6.下列立方体中是平行六面体的是（ ）



（1） (2) (3)

A.只有（1） B.（2）和（3） C.只有（3） D.以上都是

7.在右图的四面体A-BCD中，下列说法正确的是（ ）

A. BD与AD异面 B. AD//BC

C. AC与BD异面D. AB与CD相交

8.底面为正多边形且底面中心与顶点的连线垂直于底面的棱锥为正棱锥，下图为三个正棱锥，下列说法错误的是( )



A.侧面均为等腰三角形B.各条侧棱均相等

C.底面可以为任意多边形D.各条侧棱和底面所成的角都相等

9.正方体具有而长方体不具有的性质是（ ）

A.有12条棱B.共有6个面

C.相邻两侧面相互垂直D.交于同一顶点的三条棱长度相同

10.下列关于棱柱的命题中，是真命题的是（ ）

A、底面是平行四边形的四棱柱是平行六面体

B、底面是矩形的四棱柱是长方体

C、直四棱柱是直平行六面体

D、直平行六面体是长方体

11.下列命题中，错误的命题是（ ）

A.平行于同一直线的两个平面平行

B.平行于同一平面的两个平面平行

C.一条直线与两个平行平面中的一个相交，那么这条直线必须和另一个平面相交

67

D.一条直线与两个平面平行所成的角相等

12．如右图所示，正方体ABCD-A1B1C1D1中，AB的中点为 M

DD1的中点为N，则异面直线B1M与CN所成的角是（ ）

A.0°B.45°C.60°D.90°

13.已知直线*l*⊥平面α，直线*m*⊂平面β，有下列命题：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| （1）α//β==> *l*⊥*m*  其中正确的命题是( | （2） α⊥β==> *l*//*m*  ) | （3） *l*//*m*==>α⊥β | （4） *l*⊥*m*==>α//β |
| A.（1）和（2） | B.（3）和（4） | C.（2）和（4） | D.（1）和（3）. |

14.已知α和β表示两个不同的平面，m为平面α内的一条直线，则“α⊥β”是“m⊥β”的（ ）

A.充分不必要条件B.必要不充分条件

C.充要条件D.既不充分也不必要条件

15.如图右图所示，M是正方体ABCD-A1B1C1D1的棱DD1的中点，给出下列命题

（1）过M点有且只有一条直线与直线AB、B1C1都相交；

（2）过M点有且只有一条直线与直线AB、B1C1都垂直；

（3）过M点有且只有一个平面与直线AB、B1C1都相交；

（4）过M点有且只有一个平面与直线AB、B1C1都平行；其中真命题是（ ）

A. (2)(3)(4) B. (1)(3)(4) C. (1)(2)(4) D. (1)(2)(3)

16.已知平行六面体ABCD-A1B1C1D1中，AA1⊥平面ABCD, AB=4 AD=2，若B1D⊥BC，直线B1D与平面ABCD所成的角等于30°，平行六面体ABCD-A1B1C1D1的体积是（ ）

3

3

3



A. 4

B. 8 C. 4 D.

8 /3

17.三等分角就是把一个角分成度数相等的三部分。1847年Wantzel证明了一般只用直尺

（不带刻度）和圆规来三等分一个角是不可能的。从他的证明中你能得到什么结论( )

A.—般情况下，不可能只用圆规和直尺（不带刻度）平分角

B.—般情况下，不可能运用任何画图工具三等分角

C.一般情况下，不可能只用圆规和直尺（带刻度）三等分角

D.将来有人可能只用直尺（不带刻度）和圆规三等分找到一种普通的方法，这件事仍有可能发生

E.没有人能找到只用直尺（不带刻度）和圆规三等分角的普遍方法

18.两本几何书以不同的方式定义了六面体这个概念，下面结论正确的是( )

A.其中一本书有错误

B.其中一个定义是错误的，因为六面体不可能有两个不同的定义

C.其中一本书上的六面体一定有与另一本书上的六面体具有不同的性质

D.其中一本书上的六面体一定有与另一本书上的六面体具有相同的性质

E.两本书上的六面体的性质可能不同

68

19.假设你已经证明了下面两个命题：

Ⅰ：如果p，那么qⅡ:如果s，那么q由此可以推断出下面的哪个命题？（ ）

A.如果p，那么s B.如果非p，那么非q C.如果p或q，那么s D.如果s，那么非p E.如果非s，那么 p

二、解答题。（请认真作答，写出详细步骤）

20.如图所示，在四棱锥P-ABCD中，PA⊥平面ABCD，AB=4，BC=3，AD=5，∠DAB=

∠ABC=90°，E是CD的中点，且CD⊥平面PAE

求：若直线PB与平面PAE 所成的角和PB与平面ABCD所成的角相等，求四棱锥P-ABCD

的体积。



69

致**谢**

在毕业论文即将完成之时，回首近三年的研究生生活，我有许多感慨。从刚入学成为一名研究生起，到即将毕业时止，这三年我收获颇多，过程是喜忧参半的，成功和挫折让我不断成长，这将是我人生中不可忘怀的一段求学经历，所学所感也将是我的毕生的宝贵财富。感谢喀什大学对我的培育，也感谢三年来支持我、帮助我的每一位老师和朋友！

首先，由衷感谢我的导师艾尔肯・吾买尔老师。艾老师待人谦和，治学严谨。在研究生三年间，他指引着我不断学习，让我阅读更多的教育研究和数学教育方面的专著。我的毕业论文，从选题、问卷的编制一直到论文的修改等，都离不开艾老师的指导和帮助。对于我提出的疑难问题，遇到的困难都能够百忙中抽出时间予以解答，在此我向我的老师致以诚挚的感谢！

其次，要感谢在我三年研究生生涯中，所有教导过我的老师们。是您们带领着我踏入教育这个充满激情的领域，让我感受到了数学教育研究的无限奥妙，使我更加深刻的了解了数学教育的意义。您们渊博的知识，严谨的治学态度，求真务实的教风，感染并激励着我，使我受益匪线，让我在以后的学习和工作中更加严格的要求自己。

再次，需要感谢的还有这三年来陪伴我学习和生活的同学、好友们，感谢你们在学习和生活上给予我关心、帮助和鼓励，在论文的一步步成型过程中给予我中肯的建议和启发。感谢你们伴随我度过了近三年美好的时光。一路有你们的陪伴，让我的硕士生活增添了更多色彩。

同时，我也要感谢所有接受测试卷和访谈的各位老师和学生，是你们的积极配合让本研究得以顺利进行。

最后，感谢的是我的家人。他们是我脆弱时的依靠，是我的精神上的支柱，感谢他们一直以来无私的爱和默默的支持，让我能够安心完成学业。

衷心地感谢为评阅本论文而付出宝贵时间和辛勤劳动的专家和教授们！谢谢你们！

邓 靓

2016年5 月

70

**读研期间发表的论文目录**

[1]邓靓. 高中生立体几何空间观念培养有效途径探究——基于空间观念的发展阶段特点[J]. 赤峰学院学报（自然科学版）,2016(10)：269-271.

71