

Equação de Lotka-Volterra



Vito Volterra (1926)



Alfred Lotka (1932)

Esta variedade de modelos são comumente chamados de **Equações de Lotka-Volterra.**

Equação de Lotka-Volterra

- Neutralismo*
- Mutualismo
- Cooperação
- Comensalismo
- Parasitismo
- Predação

Competição Intra e Interspecífica

Importância do modelo para a ecologia

As interações competitivas influem sobre:

- ✓ A evolução das espécies
- ✓ A estruturação da comunidade (porque espécies coexistem, porque não, abundância relativa de espécies, etc.)
- ✓ Distribuição de espécies (onde elas ocorrem e porque).

Modelando essas interações muitas vezes podemos prever os resultados das mesmas.

Equação para competição intraespecífica

rN = Taxa intrínseca de variação (r) vezes o tamanho populacional (N)
 r é uma constante (o seu valor não muda com o tempo)
 $r = b$ (taxa de natalidade) – d (taxa de mortalidade)

A equação logística abaixo modela a taxa de variação populacional que é limitada pela competição intraespecífica (isto é, membros de uma mesma espécie competindo entre si).

$$\frac{dN}{dt} = rN \times \left(\frac{K - N}{N} \right)$$

*Modelo de competição
Intraespecífica*

Taxa de mudança no número de organismos por unidade de tempo

K = Capacidade de suporte da população no ambiente
 N = Número de indivíduos na população

Equação para competição interespecífica

α = Efeito prejudicial da espécie 2 sobre a 1

Espécie 1:

$$\frac{dN_1}{dt} = r_1 N_1 \times \left(\frac{K_1 - N_1 - \alpha N_2}{K_1} \right)$$

β = Efeito prejudicial da espécie 1 sobre a 2

Espécie 2:

$$\frac{dN_2}{dt} = r_2 N_2 \times \left(\frac{K_2 - N_2 - \beta N_1}{K_2} \right)$$

Equação para competição interespecífica

α = Efeito prejudicial da espécie 2 sobre a 1

Espécie 1:

$$\frac{dN_1}{dt} = r_1 N_1 \times \left(\frac{K_1 - N_1 - \alpha N_2}{K_1} \right)$$

β = Efeito prejudicial da espécie 1 sobre a 2

Espécie 2:

$$\frac{dN_2}{dt} = r_2 N_2 \times \left(\frac{K_2 - N_2 - \beta N_1}{K_2} \right)$$

Modelo de competição interespecífica

Equação para competição interespecífica

α = Efeito prejudicial da espécie 2 sobre a 1

Espécie 1:

$$\frac{dN_1}{dt} = r_1 N_1 \times \left(\frac{K_1 - N_1 - \alpha N_2}{K_1} \right)$$

β = Efeito prejudicial da espécie 1 sobre a 2

Espécie 2:

$$\frac{dN_2}{dt} = r_2 N_2 \times \left(\frac{K_2 - N_2 - \beta N_1}{K_2} \right)$$

Mas o que significa o
Alfa e o Beta?

Modelo de competição interespecífica

Equação para competição interespecífica

Alfa é uma medida do efeito da **espécie 2** sobre o crescimento da **espécie 1**.

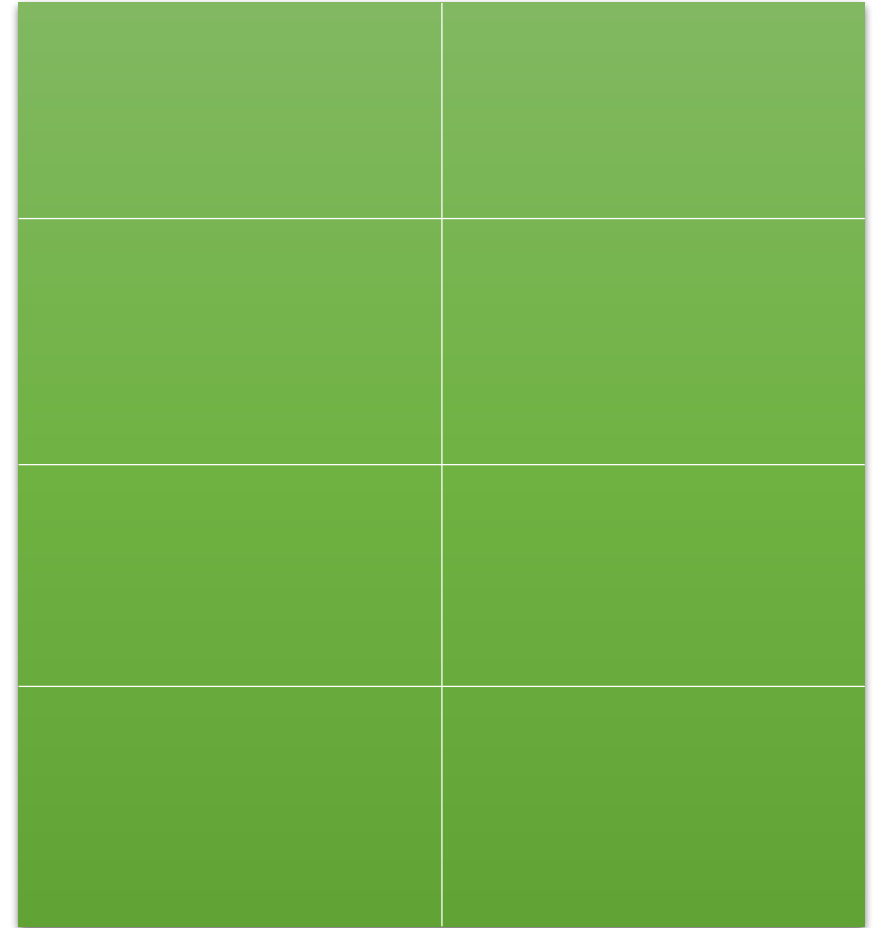
O Beta é uma medida do efeito da **espécie 1** sobre o crescimento da **espécie 2**.



Espécie 1



Espécie 2



Equação para competição interespecífica

Alfa é uma medida do efeito da **espécie 2** sobre o crescimento da **espécie 1**.

O Beta é uma medida do efeito da **espécie 1** sobre o crescimento da **espécie 2**.

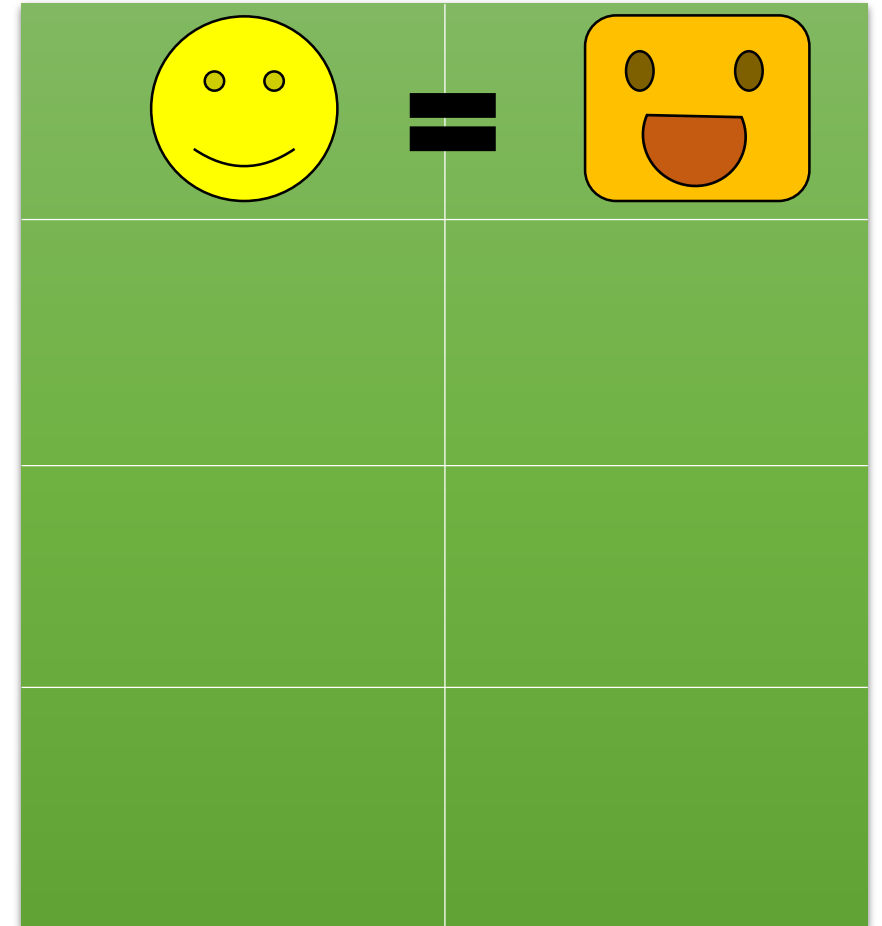


Espécie 1



Espécie 2

Se $\alpha = 1$: o efeito da adição de um indivíduo da **espécie 2** será o mesmo da adição de um indivíduo da **espécie 1**.



Equação para competição interespecífica

Alfa é uma medida do efeito da **espécie 2** sobre o crescimento da **espécie 1**.

O Beta é uma medida do efeito da **espécie 1** sobre o crescimento da **espécie 2**.

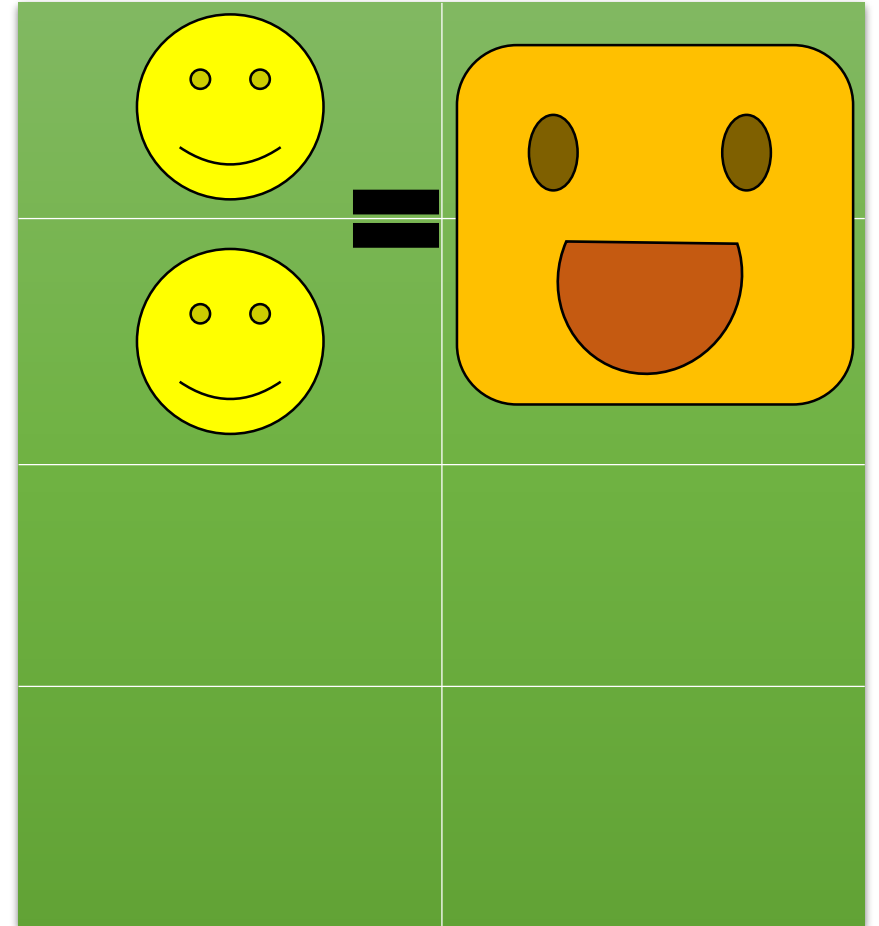


Espécie 1



Espécie 2

Se $\alpha = 2$: cada indivíduo da **espécie 2** adicionado reduzirá o crescimento **espécie 1** tanto quanto a adição de 2 indivíduos da **espécie 1**.



Equação para competição interespecífica

Alfa é uma medida do efeito da **espécie 2** sobre o crescimento da **espécie 1**.

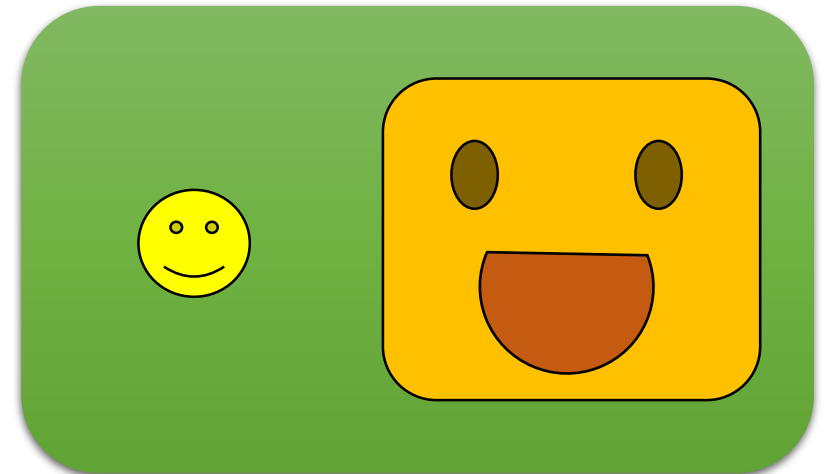
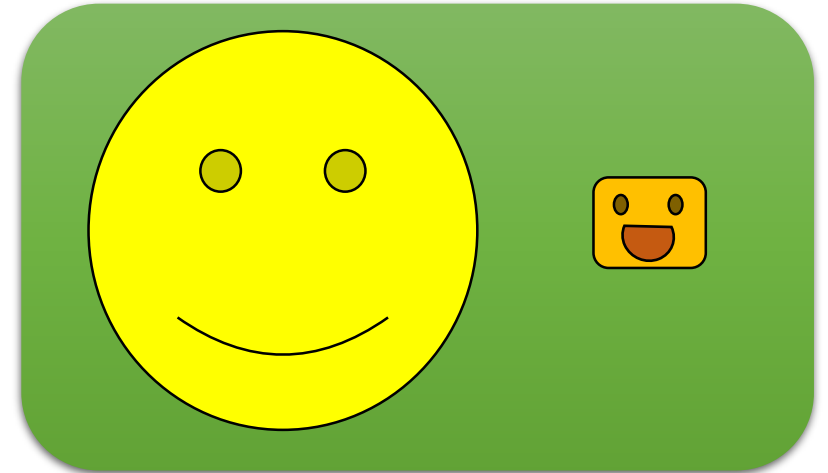
O Beta é uma medida do efeito da **espécie 1** sobre o crescimento da **espécie 2**.



Espécie 1



Espécie 2



Se $\alpha < 1$: a competição **INTRAspecífica** é mais importante.

Equação para competição interespecífica

Alfa é uma medida do efeito da **espécie 2** sobre o crescimento da **espécie 1**.

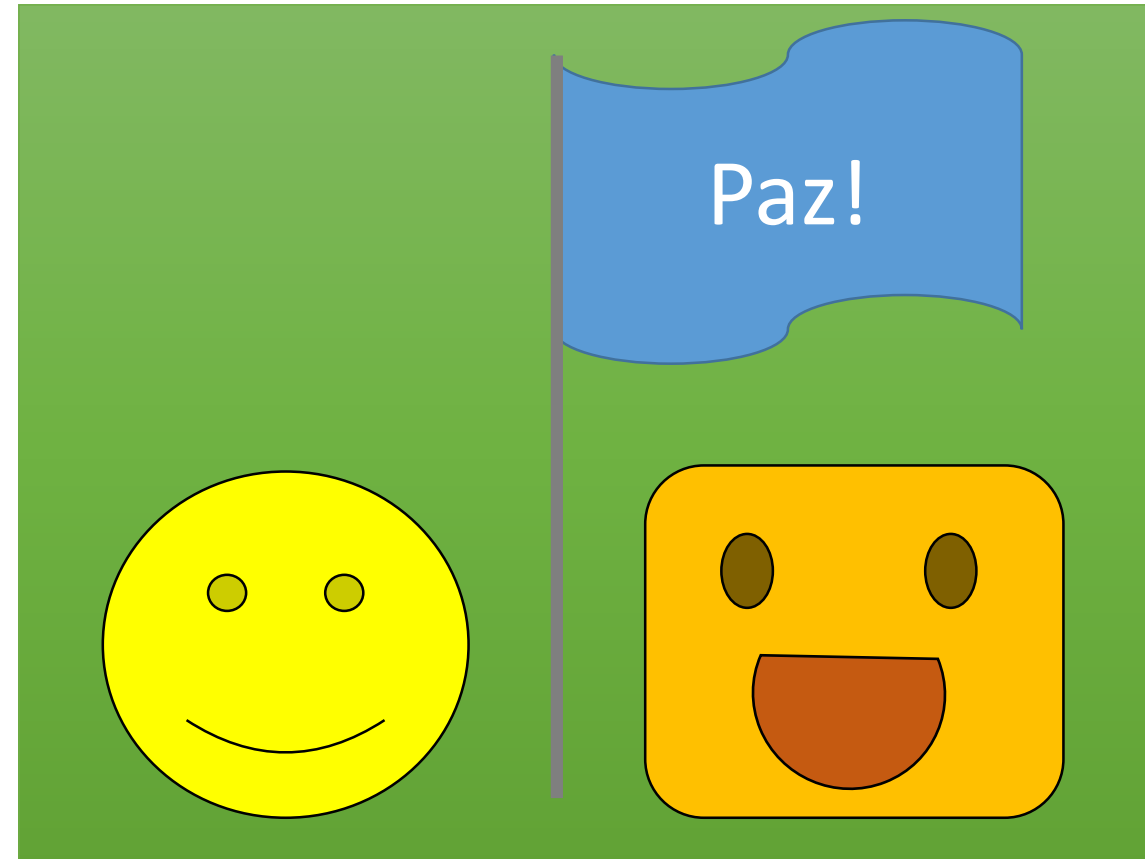
O Beta é uma medida do efeito da **espécie 1** sobre o crescimento da **espécie 2**.



Espécie 1

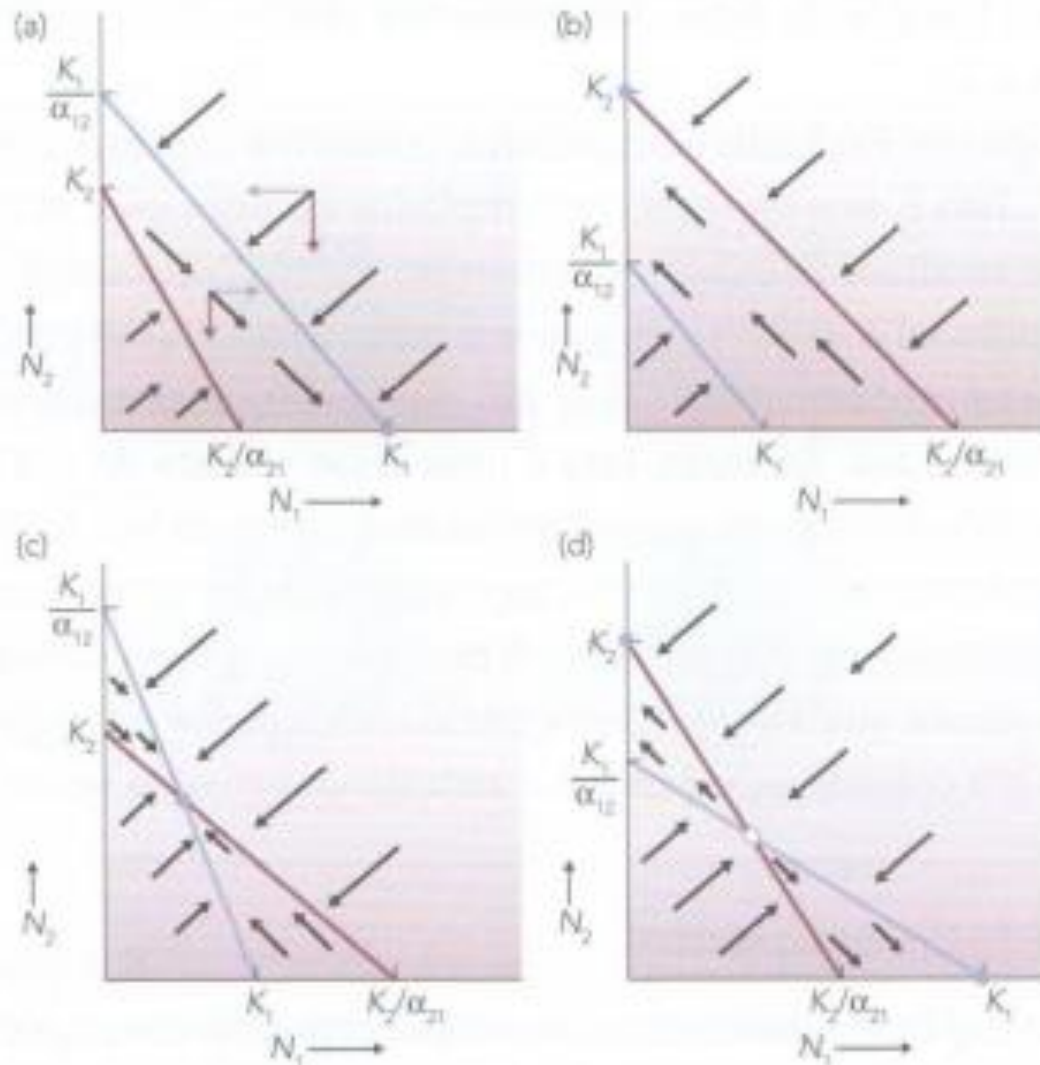


Espécie 2



Se $\alpha = 0$: não há efeito da competição INTERespecífica.

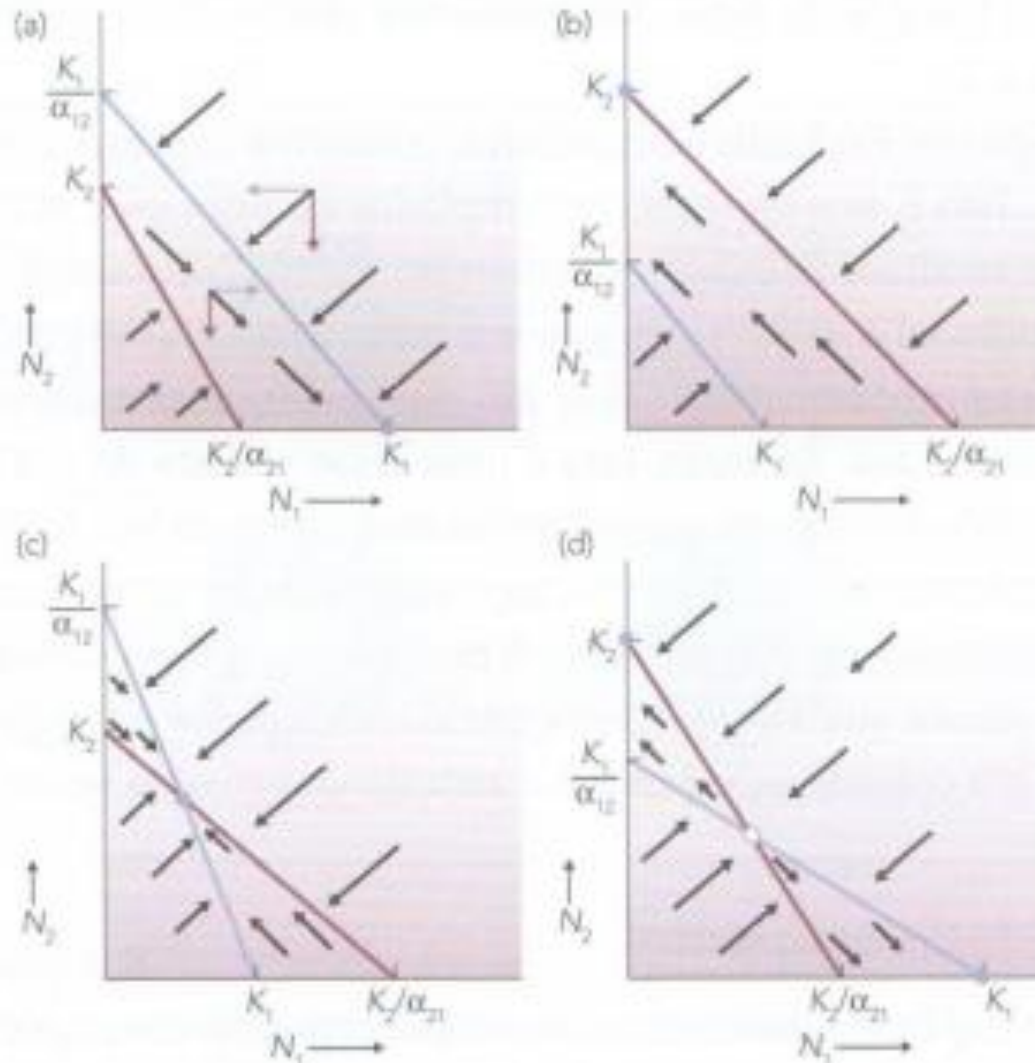
Interpretação gráfica



Para entendermos as previsões do modelo devemos olhar os gráficos

Mostram como o tamanho de cada população aumenta ou diminui quando nós trabalhamos com diferentes combinações de abundância de espécies (isto é N_1 baixa, N_2 alta, N_1 alta, N_2 baixa, etc.).

Interpretação gráfica



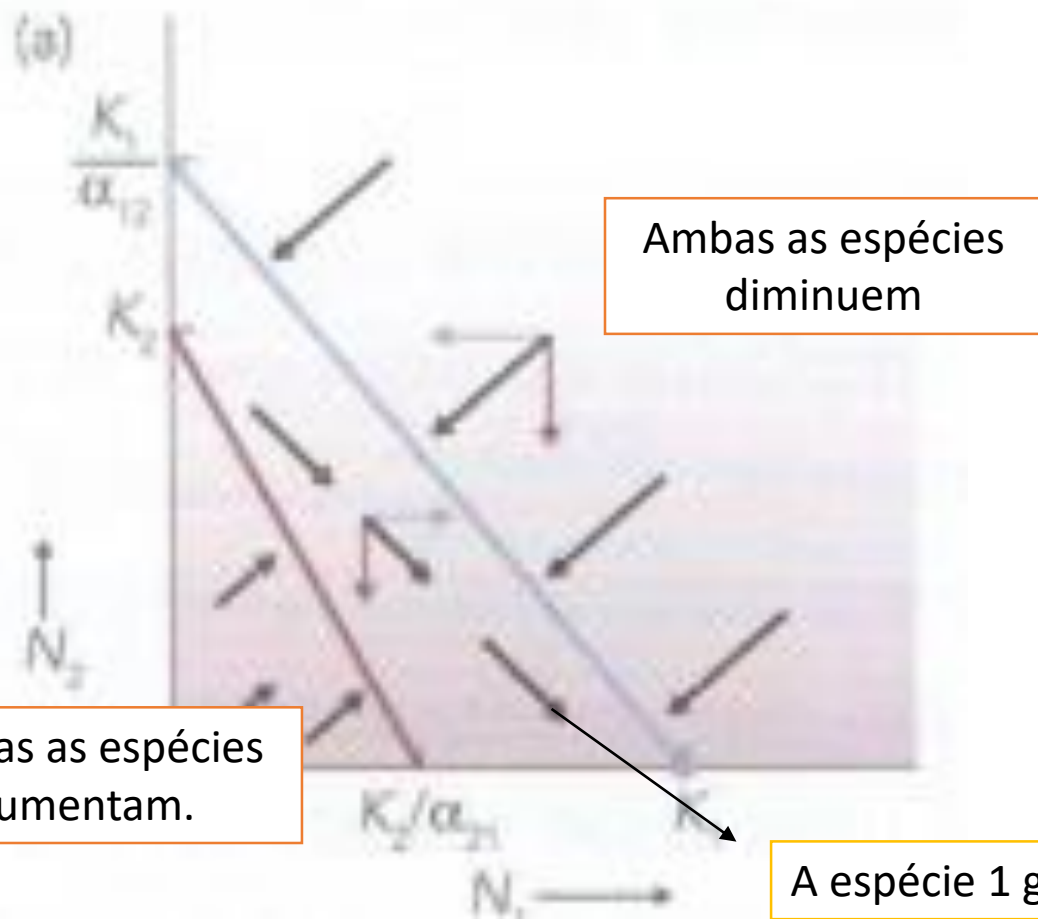
Plotamos a abundância da espécie 1 no eixo X
Plotamos a abundância da espécie 2 no eixo y

K_1/α representa o número de indivíduos da espécie 2 necessários para impedir o aumento da espécie 1 quando N_1 é zero.

K_1/β representa o número de indivíduos da espécie 1 necessários para impedir o aumento da espécie 2 quando N_2 é zero.

Para cada espécie há uma linha reta sobre o gráfico chamada de **isoclina zero**. Qualquer ponto sobre essa isoclina representa uma combinação de abundâncias das suas espécies onde a espécie 1 não aumenta ou diminui.

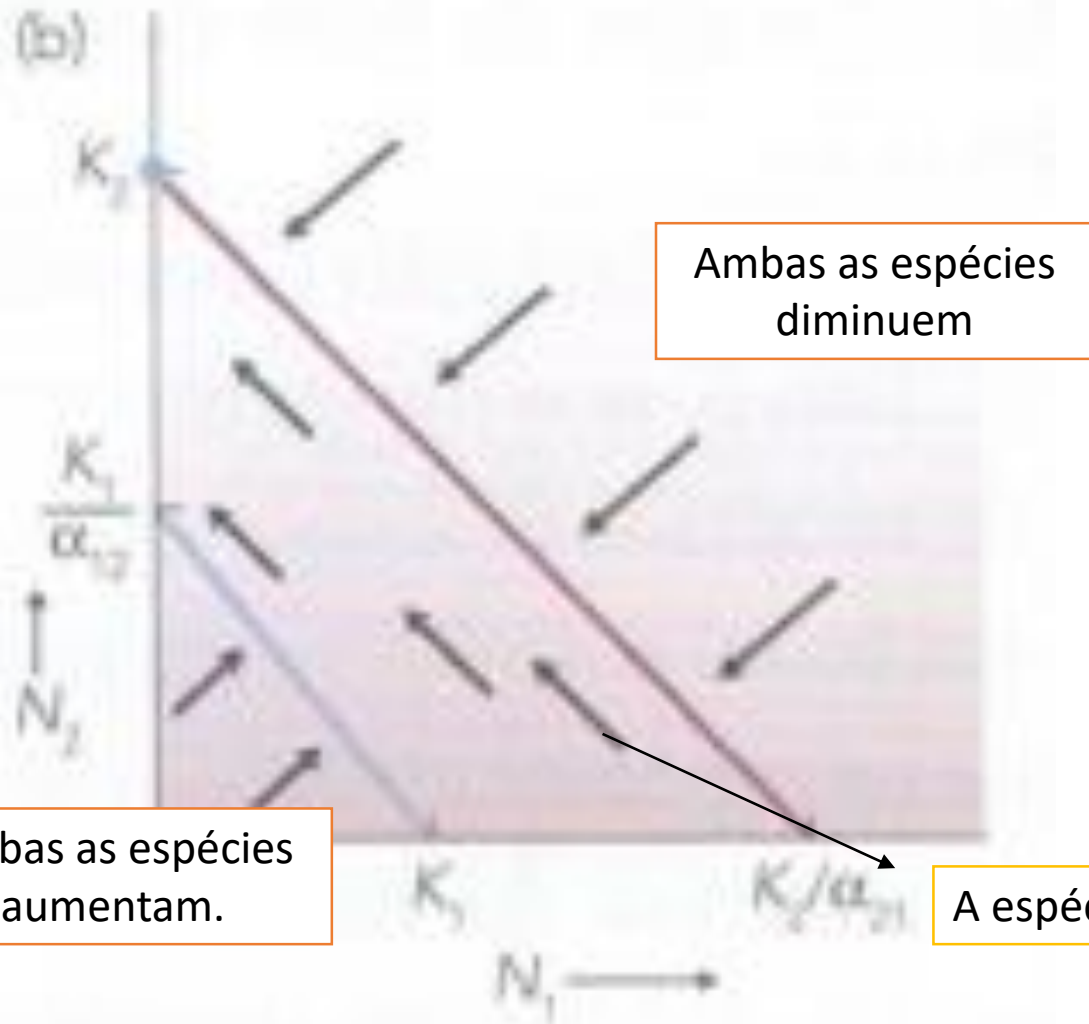
Interpretação gráfica



Cenário 1 – A espécie 1 vence!

Espécies com os mesmos requerimentos e necessidades não podem coexistir. A mais forte elimina a mais fraca.

Interpretação gráfica

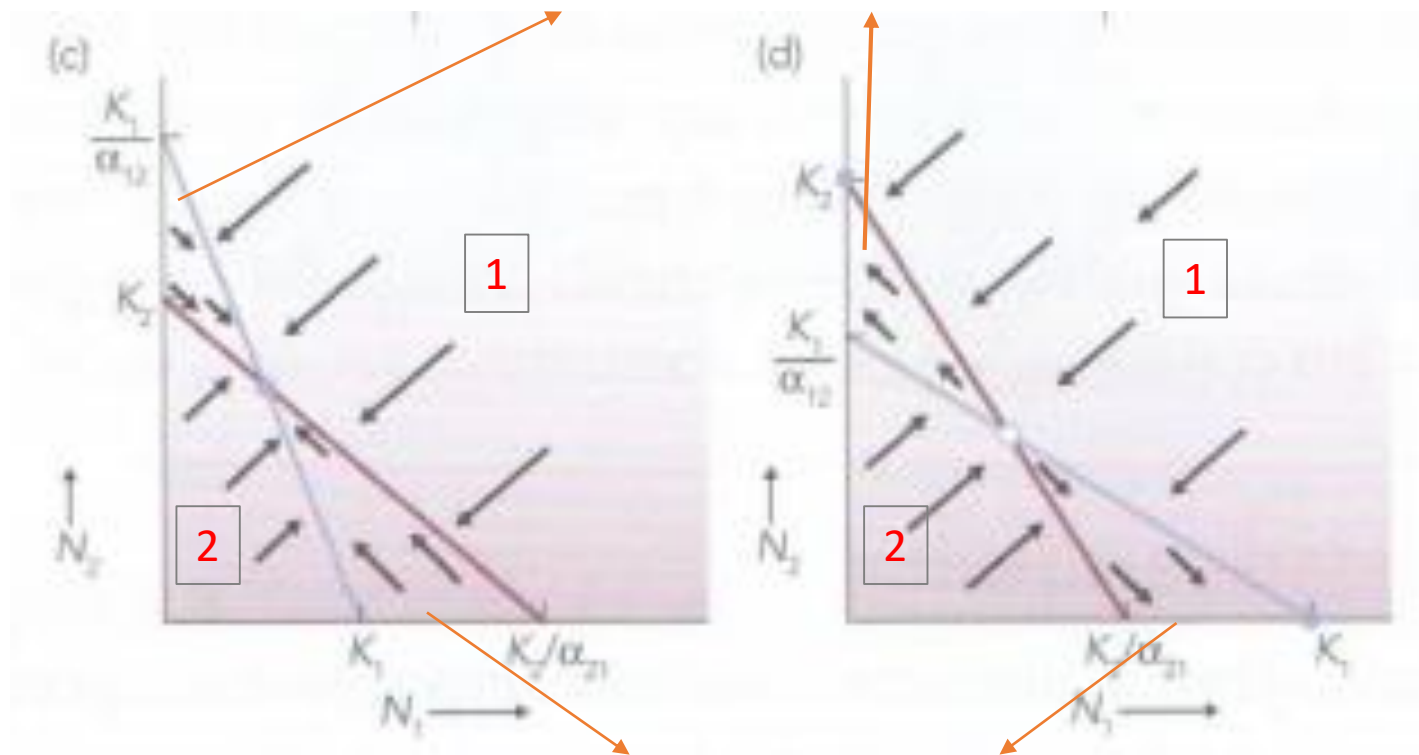


Cenário 2 – A espécie 2 vence!

Espécies com os mesmos requerimentos e necessidades não podem coexistir. A mais forte elimina a mais fraca.

Interpretação gráfica

A espécie 1 aumenta e a 2 diminui



A espécie 2 aumenta e a 1 diminui

Cenário 3 – Espécie 1 e 2
tendem ao equilíbrio =
Coexistência

- ¹Ambas as espécies diminuem
- ²Ambas as espécies aumentam

Vamos praticar!