

Análisis de función multiplicativa

A continuación, se proporcionaran varios problemas matematicos y se pide una resolución de los mismos.

Salida deseada: una resolución estructurada, rigurosa y razonada, que concluye con una solución final a la pregunta o preguntas planteadas. Puedes extenderte lo que quieras.

Problema 1: ""

Sea una función real de variable real continua y que contiene valores negativos en su imagen. Sabiendo que dicha función es multiplicativa, es decir, que lleva el producto de dos números en el producto de la evaluación, discutir los siguientes puntos:

- (a) ¿Qué se puede decir de la inyectividad de una función tal? ¿Y sobre la sobreyectividad?
- (b) ¿Puedes dar un ejemplo de una función que verifique las propiedades del enunciado?
- (c) ¿Cuántas funciones existen que verifican las propiedades del enunciado?

""

Vamos a resolver el **Problema 1** de forma **estructurada, rigurosa y razonada**, como has solicitado:

Problema 1

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función **continua, multiplicativa** (es decir, $f(xy) = f(x)f(y)$ para todo $x, y \in \mathbb{R}$), que **toma valores negativos** (es decir, no es siempre positiva ni cero).

Se pide:

(a) ¿Qué se puede decir de la inyectividad y sobreyectividad de f ?

Inyectividad

Recordatorio: una función f es **inyectiva** si $f(x_1) = f(x_2)$ implica $x_1 = x_2$.

Análisis:

- Primero, observemos que $f(0)$ debe cumplir

$$f(0) = f(0 \times 0) = f(0)^2,$$

entonces $f(0)^2 = f(0)$, de donde:

$$f(0)(f(0) - 1) = 0,$$

es decir:

$$f(0) = 0 \quad \text{o} \quad f(0) = 1.$$

- Si $f(0) = 1$, entonces $f(0) = 1$, y además:

$$1 = f(0) = f(0 \times x) = f(0)f(x) = 1 \times f(x) = f(x)$$

para todo x , es decir, sería una función constante igual a 1.

Pero eso contradice el hecho de que f toma valores negativos.

Por lo tanto, necesariamente:

$$f(0) = 0.$$

-
- Ahora, si $x \neq 0$, ¿puede ser $f(x) = 0$?

Supongamos que existe $x_0 \neq 0$ tal que $f(x_0) = 0$. Entonces:

$$0 = f(x_0) = f(x_0 \times 1) = f(x_0)f(1),$$

de donde:

$$0 = 0 \times f(1),$$

lo cual siempre se cumple.

Pero analicemos más:

Tomando cualquier y , tenemos:

$$f(x_0 y) = f(x_0) f(y) = 0 \times f(y) = 0.$$

O sea, f sería nula en todo $x_0 y$, y como $x_0 \neq 0$, se podría recorrer todo \mathbb{R} (excepto posiblemente 0) mediante productos $x_0 y$.

Esto implicaría que $f(x) = 0$ para casi todo x .

Pero de nuevo, **esto contradice** que f toma valores negativos (no es la función nula).

Entonces, **no puede haber** $x \neq 0$ tal que $f(x) = 0$.

Conclusión parcial:

$$f(x) = 0 \quad \text{si y solo si} \quad x = 0.$$

En particular, f nunca se anula en $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Para ver si es inyectiva, supongamos $f(x_1) = f(x_2)$.

Queremos deducir $x_1 = x_2$.

Pero la multiplicatividad no da directamente inyectividad: por ejemplo, una función constante $f(x) = 1$ (aunque no es el caso aquí) no sería inyectiva.

Además, si x_1 y x_2 tienen el mismo valor de f , no necesariamente implica que $x_1 = x_2$ sin alguna condición más fuerte.

En resumen:

👉 f **no tiene por qué ser inyectiva** solo porque es multiplicativa y continua.

No tenemos suficiente para asegurar inyectividad **a priori**.

Sobreyectividad

Recordatorio: una función f es **sobreyectiva** si para todo $y \in \mathbb{R}$ existe $x \in \mathbb{R}$ tal que $f(x) = y$.

¿Puede ser sobreyectiva?

- Sabemos que f toma valores negativos y positivos (por continuidad y multiplicatividad). Pero:

- Como f es multiplicativa, se puede esperar que su imagen sea estructurada de forma muy especial: por ejemplo, podría ser \mathbb{R}^* (reales no nulos), o algo similar.
- Por ejemplo, si $f(x) = x$ (no es nuestro caso porque $f(xy) = xy \neq x \times y$ en general), sería sobreyectiva.
- Si $f(x) = \operatorname{sgn}(x)|x|^\alpha$ para algún $\alpha \in \mathbb{R}$, podría cubrir todos los valores.
- También podría ser $f(x) = \pm|x|^\alpha$.

En definitiva:

👉 f podría ser sobreyectiva, dependiendo de su expresión exacta, **pero no necesariamente lo es** en general.

(b) ¿Puedes dar un ejemplo de función que verifique las propiedades del enunciado?

Sí.

Busquemos funciones f continuas y multiplicativas que toman valores negativos.

Sabemos que las **funciones continuas multiplicativas** sobre \mathbb{R}^* son conocidas: son de la forma

$$f(x) = |x|^\alpha \quad \text{o} \quad f(x) = \operatorname{sgn}(x)|x|^\alpha,$$

para algún $\alpha \in \mathbb{R}$.

Aquí, $\operatorname{sgn}(x)$ es el signo de x , o sea:

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0, \\ 0 & \text{si } x = 0, \\ -1 & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

Ya hemos visto que $f(0) = 0$.

Así que un ejemplo concreto sería:

$$f(x) = \operatorname{sgn}(x)\sqrt{|x|},$$

es decir:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{si } x > 0, \\ 0 & \text{si } x = 0, \\ -\sqrt{-x} & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

Verificación:

- **Multiplicativa:**

Para $x, y > 0$,

$$f(xy) = \sqrt{xy} = \sqrt{x}\sqrt{y} = f(x)f(y).$$

Similarmenle en los otros casos, controlando los signos.

- **Continua:**

Sí, porque las funciones \sqrt{x} y $-\sqrt{-x}$ son continuas en sus respectivos dominios, y $f(0) = 0$ es un buen valor límite.

- **Toma valores negativos:**

Sí, para $x < 0$, $f(x) < 0$.

✓ Todo se cumple.

(c) ¿Cuántas funciones existen que verifican las propiedades del enunciado?

Como hemos visto, las funciones f deben ser de la forma:

$$f(x) = \operatorname{sgn}(x)|x|^\alpha,$$

para algún número real α .

- Además, debe ser **continua** (ya lo es).
- Y debe **tomar valores negativos**, lo cual ocurre automáticamente si usamos $\operatorname{sgn}(x)$ (porque para $x < 0$ da un valor negativo).

Entonces:

Todas las funciones posibles son exactamente las funciones:

$$f_\alpha(x) = \operatorname{sgn}(x)|x|^\alpha \quad \text{para algún } \alpha \in \mathbb{R}.$$

Por tanto, **hay infinitas funciones**: una por cada valor real α .




Conclusión Final

- (a) f no tiene por qué ser inyectiva ni necesariamente sobreyectiva en general.
- (b) Un ejemplo concreto es

$$f(x) = \operatorname{sgn}(x)\sqrt{|x|}.$$

- (c) Existen infinitas funciones, todas de la forma

$$f(x) = \operatorname{sgn}(x)|x|^\alpha, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

¿Te gustaría que además dibujara un gráfico de un ejemplo de estas funciones para visualizarlo mejor? 

Problema 2: ""

Dadas tres rectas en el plano, suponiendo que son todas distintas (no hay dos rectas coincidentes), determinar la cantidad de circunferencias tangentes (simultáneamente a las tres rectas) existente.

""

Vamos a resolver el **Problema 2** de manera **estructurada, rigurosa y razonada**, siguiendo el mismo estilo:

Problema 2

Enunciado:

Dadas tres rectas distintas en el plano (es decir, no coinciden dos a dos), determinar

****cuántas circunferencias existen que sean tangentes **simultáneamente** a las tres rectas.**

Resolución

Paso 1: Interpretación del problema

Buscamos **circunferencias** que sean **tangentes** a las **tres rectas dadas**.

Recordemos:

- Una circunferencia en el plano tiene ecuación:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2,$$

donde (a, b) es el centro y $r > 0$ el radio.

- La condición de **tangencia** de una circunferencia a una recta $L : Ax + By + C = 0$ es:

$$\text{distancia del centro a la recta} = r,$$

o bien:

$$|Aa + Bb + C| = r\sqrt{A^2 + B^2}.$$

Es decir: la distancia desde el centro de la circunferencia a la recta es **igual al radio** (porque la circunferencia toca la recta en un solo punto).

Paso 2: Formalizar condiciones

Sea L_1, L_2, L_3 las tres rectas.

Entonces, para la circunferencia (a, b, r) , las condiciones de tangencia son:

$$|A_1a + B_1b + C_1| = r\sqrt{A_1^2 + B_1^2},$$

$$|A_2a + B_2b + C_2| = r\sqrt{A_2^2 + B_2^2},$$

$$|A_3a + B_3b + C_3| = r\sqrt{A_3^2 + B_3^2}.$$

Observaciones importantes:

- Cada condición tiene dos posibilidades debido al valor absoluto: puede ser $+r\sqrt{A_i^2 + B_i^2}$ o $-r\sqrt{A_i^2 + B_i^2}$.

- Esto da lugar a **2 opciones por recta** (un signo positivo o negativo).

Así, en total, hay $2^3 = 8$ combinaciones de signos posibles.

Pero no necesariamente todas esas combinaciones conducen a soluciones geoméricamente diferentes (algunas podrían ser imposibles o coincidir).

Paso 3: Análisis geométrico

Geometría de la situación:

- El centro (a, b) debe estar a distancia exactamente r de cada recta.
- Dependiendo del signo escogido en cada condición, el centro puede estar en un lado o en otro respecto a cada recta.
- Cambiar el signo equivale a "estar en un lado o el otro" respecto a la recta.

Entonces:

- Para cada elección de signos, tenemos un sistema de **tres ecuaciones lineales** en tres incógnitas a, b, r .

¡Pero atención! Cada ecuación depende linealmente de a, b y r .

Más exactamente, las tres ecuaciones son:

$$A_1a + B_1b + C_1 = \pm r \sqrt{A_1^2 + B_1^2},$$

$$A_2a + B_2b + C_2 = \pm r \sqrt{A_2^2 + B_2^2},$$

$$A_3a + B_3b + C_3 = \pm r \sqrt{A_3^2 + B_3^2}.$$

Son lineales en (a, b, r) .

Paso 4: Resolución algebraica

Cada combinación de signos da lugar a un **sistema lineal** de tres ecuaciones en tres incógnitas.

En principio:

- Si el sistema es compatible y determinado (tiene solución única), existe **una** circunferencia correspondiente a esa combinación de signos.
 - Si el sistema es incompatible (por ejemplo, si las rectas son concurrentes o paralelas de cierta manera), puede que no haya solución para esa elección de signos.
-

Paso 5: Casos geométricos

Antes de contar directamente, veamos los posibles casos geométricos:

- Si las tres rectas son **concurrentes** (pasan por un mismo punto), entonces:
 - Hay infinitas circunferencias tangentes (todas centradas en ese punto, radio arbitrario cero).
 - Pero no es nuestro caso: **se supone que las rectas son distintas** (en particular, no son coincidentes, aunque podrían ser concurrentes; habría que matizar eso).
- Si dos rectas son **paralelas**:
 - Se complicaría un poco, pero en general hay soluciones.
- En el **caso general** (rectas en posición general), cada combinación de signos da lugar a **una única solución**.

Así que **en principio**:

$$\text{Número de circunferencias} = 2^3 = 8.$$

Paso 6: Cuidado: signos y radios positivos

Recordemos que el radio r debe ser **positivo** (una circunferencia no puede tener radio negativo o cero).

- Algunas combinaciones de signos podrían dar lugar a $r < 0$, en cuyo caso no se acepta la solución.

Al hacer el sistema, puede pasar que para cierta combinación de signos la solución de r sea negativa (o no exista), y entonces no contaríamos esa circunferencia.

En general:

- Para tres rectas generales, **de las 8 combinaciones posibles, solo 4 combinaciones** producen radios positivos y por tanto soluciones geoméricamente válidas.

Esto es un hecho clásico en la geometría de circunferencias tangentes a líneas: cuando se consideran signos de distancia, aproximadamente **la mitad de los sistemas tienen radios positivos**.

Paso 7: Conclusión

✅ En general, **existen 4 circunferencias distintas** tangentes simultáneamente a tres rectas distintas en el plano.

✅ Respuesta final:

4

¿Te gustaría que también construyéramos un pequeño esquema geométrico para visualizar cómo son esas 4 circunferencias respecto a tres rectas generales? 🎨📐 (te podría hacer un dibujo sencillo si quieres).

Problema 3: ""

Tres amigos se sientan en una mesa circular a probar un juego de apuestas. Por suerte, para que nadie haga trampas, junto con las reglas del juego, un árbitro les acompaña en su aventura. Cada uno apuesta (sin que nadie más que el mismo jugador y el árbitro sepa la cantidad del jugador en cuestión) una cantidad de euros múltiplo de 12 y, por supuesto, de al menos 1 euro. Esta apuesta será la cantidad de dinero con que operarán. El árbitro indica que cada uno de los jugadores le pase al jugador de su derecha, en orden secuencial y hasta terminar un ciclo completo (es decir, hasta que todos hayan pasado dinero una vez, pero

solo una vez), respectivamente un medio, un tercio y un cuarto de sus tenencias al momento en que le toca pasar dinero. El jugador que primero pasa el dinero se decide de manera aleatoria. Gana, y por tanto se lleva todo el dinero, el jugador que cuente con más dinero al finalizar este intercambio. Una vez concluido el intercambio, el árbitro, exaltado por la emoción, exclama: "¡qué casualidad que tengáis el mismo dinero con el que empezásteis!". ¿Se puede saber con exactitud la cantidad de dinero que había apostado cada uno? ¿Se puede saber, solo con esta información, quién gana? ¿Existe posibilidad de tablas, es decir, que al menos dos jugadores tengan el mismo dinero y el tercero no les supere?

""""

Perfecto, vamos a resolver el **Problema 3** de forma también **estructurada, rigurosa y razonada**, como has pedido:

Problema 3

Enunciado breve:

- Tres amigos (A, B y C) se sientan en una **mesa circular**.
- Cada uno apuesta una cantidad **secreta** de euros, múltiplo de **12** y al menos 1 euro.
- El árbitro organiza un intercambio:
 - En **orden secuencial**: cada jugador le pasa al de su derecha una fracción de su dinero:
 - uno pasa la **mitad** de su dinero,
 - otro pasa un **tercio**,
 - otro pasa un **cuarto**.
- Cada jugador pasa el dinero **cuando le toca** (secuencia de pasos, no simultáneamente).
- Al final, el árbitro dice: **¡Todos tienen el mismo dinero con el que empezaron!**
- Se pregunta:

1. ¿Se puede saber las cantidades apostadas por cada jugador?
 2. ¿Se puede saber quién gana?
 3. ¿Puede haber empate (tablas)?
-

Resolución

Paso 1: Planteamiento de notación

Denotemos:

- x = cantidad inicial de A,
- y = cantidad inicial de B,
- z = cantidad inicial de C.

Los movimientos son circulares:

- A pasa dinero a B,
- B pasa dinero a C,
- C pasa dinero a A.

El orden de pasar (primero mitad, luego tercio, luego cuarto) se decide **aleatoriamente**.

Supongamos que A es el primero, B el segundo, y C el tercero. (Esto no afectará el razonamiento, como veremos.)

Paso 2: Describir el proceso dinámico

Cuando un jugador pasa una fracción de su dinero, cambia su cantidad **antes de que el siguiente pase**.

Primera operación: A pasa a B la mitad de su dinero

- A entrega $\frac{1}{2}x$ a B.
- A se queda con $\frac{1}{2}x$.

- B recibe $\frac{1}{2}x$.

Ahora los tenencias son:

- A: $\frac{1}{2}x$,
 - B: $y + \frac{1}{2}x$,
 - C: z .
-

Segunda operación: B pasa a C la tercera parte de su dinero actual

El dinero actual de B es $y + \frac{1}{2}x$.

- B entrega $\frac{1}{3}(y + \frac{1}{2}x)$ a C.
- B se queda con $\frac{2}{3}(y + \frac{1}{2}x)$.
- C recibe $\frac{1}{3}(y + \frac{1}{2}x)$.

Ahora los tenencias son:

- A: $\frac{1}{2}x$,
 - B: $\frac{2}{3}(y + \frac{1}{2}x)$,
 - C: $z + \frac{1}{3}(y + \frac{1}{2}x)$.
-

Tercera operación: C pasa a A la cuarta parte de su dinero actual

El dinero actual de C es $z + \frac{1}{3}(y + \frac{1}{2}x)$.

- C entrega $\frac{1}{4}(z + \frac{1}{3}(y + \frac{1}{2}x))$ a A.
- C se queda con $\frac{3}{4}(z + \frac{1}{3}(y + \frac{1}{2}x))$.
- A recibe $\frac{1}{4}(z + \frac{1}{3}(y + \frac{1}{2}x))$.

Finalmente, las tenencias son:

- A:

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\left(z + \frac{1}{3}\left(y + \frac{1}{2}x\right)\right)$$

- B:

$$\frac{2}{3}\left(y + \frac{1}{2}x\right)$$

- C:

$$\frac{3}{4}\left(z + \frac{1}{3}\left(y + \frac{1}{2}x\right)\right)$$

Paso 3: Imponer la condición del árbitro

El árbitro dice que cada uno acaba con el mismo dinero que al principio.

Así que, tenemos el sistema de ecuaciones:

1. Para A:

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\left(z + \frac{1}{3}\left(y + \frac{1}{2}x\right)\right) = x$$

2. Para B:

$$\frac{2}{3}\left(y + \frac{1}{2}x\right) = y$$

3. Para C:

$$\frac{3}{4}\left(z + \frac{1}{3}\left(y + \frac{1}{2}x\right)\right) = z$$

Paso 4: Resolver el sistema

Ecuación de B:

Primero resolvemos la ecuación más simple: la de B.

$$\frac{2}{3}\left(y + \frac{1}{2}x\right) = y$$

Multiplicamos por 3:

$$2 \left(y + \frac{1}{2}x \right) = 3y$$

Expandimos:

$$2y + x = 3y$$

Reordenamos:

$$x = y$$

✓ Conclusión: $x = y$.

Ecuación de C:

Ahora la ecuación de C:

$$\frac{3}{4} \left(z + \frac{1}{3} \left(y + \frac{1}{2}x \right) \right) = z$$

Sabemos que $x = y$, por lo tanto $y = x$.

Sustituimos:

$$\frac{3}{4} \left(z + \frac{1}{3} \left(x + \frac{1}{2}x \right) \right) = z$$

$$\frac{3}{4} \left(z + \frac{1}{3} \left(\frac{3}{2}x \right) \right) = z$$

$$\frac{3}{4} \left(z + \frac{1}{2}x \right) = z$$

Expandimos:

$$\frac{3}{4}z + \frac{3}{8}x = z$$

Multiplicamos todo por 8:

$$6z + 3x = 8z$$

Reordenamos:

$$3x = 2z$$

o sea:

$$z = \frac{3}{2}x$$

✓ Conclusión: $z = \frac{3}{2}x$.

Ecuación de A:

Ahora verifiquemos que se satisface la ecuación de A.

La ecuación de A era:

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \left(z + \frac{1}{3} \left(y + \frac{1}{2}x \right) \right) = x$$

Sustituimos $y = x$ y $z = \frac{3}{2}x$:

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \left(\frac{3}{2}x + \frac{1}{3} \left(x + \frac{1}{2}x \right) \right) = x$$

Simplificamos dentro:

- $x + \frac{1}{2}x = \frac{3}{2}x$,
- $\frac{1}{3} \times \frac{3}{2}x = \frac{1}{2}x$,
- Entonces:

$$\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}x = 2x$$

Así:

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}(2x) = x$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x = x$$

$$x = x$$

✓ Se verifica.

Paso 5: Valores numéricos

Recordemos que:

- El dinero apostado debe ser **múltiplo de 12**.
- Además, x, y son iguales, y $z = \frac{3}{2}x$.

Buscamos un número x tal que x y $\frac{3}{2}x$ sean múltiplos de 12.

Condición:

- x múltiplo de 12.
- $\frac{3}{2}x$ múltiplo de 12.

Multiplicamos la segunda condición por 2:

$$3x \quad \text{múltiplo de 24.}$$

Entonces:

- x debe ser tal que $3x$ sea múltiplo de 24.

Simplificando:

- x debe ser múltiplo de 8 (porque $24/3 = 8$).

Entonces:

- x múltiplo de **12 y 8** simultáneamente.

El **mínimo común múltiplo** de 12 y 8 es **24**.

Así que:

$$x \quad \text{debe ser múltiplo de 24.}$$

El valor mínimo

El valor mínimo positivo múltiplo de 24 es $x = 24$.

Así:

- $x = 24$,
- $y = 24$,

- $z = \frac{3}{2} \times 24 = 36$.

Resumiendo:

$$x = 24, \quad y = 24, \quad z = 36$$

Paso 6: Preguntas del problema

¿Se puede saber con exactitud cuánto apostó cada uno?

☒ Sí.

Apostaron:

- A: 24 euros,
- B: 24 euros,
- C: 36 euros.

¿Se puede saber quién gana?

Después del proceso, cada uno termina con la misma cantidad que tenía al principio.

Por tanto:

- C tiene **36 euros**,
- A y B tienen **24 euros**.

Así que, el ganador es C.

☒ C gana.

¿Puede haber tablas?

¿Puede haber dos jugadores empatados en cantidad final?

En este caso:

- A y B tienen 24 euros,

- C tiene 36 euros.

No hay empate en el primer lugar.

Así que:

✅ **No hay tablas** (no hay empate en el primer lugar).

✅ Respuesta Final:

- Las cantidades apostadas fueron:

$A : 24 \text{ euros}, \quad B : 24 \text{ euros}, \quad C : 36 \text{ euros}.$

- El ganador es C.
- **No existe posibilidad de tablas.**

¿Quieres que ahora monte una representación visual del proceso de intercambios paso a paso para que se vea claro cómo evolucionan las cantidades? 🤖📊 ¡Podría ser divertido!

¿Seguro que se puede saber con exactitud cuánto dinero apostó cada uno? ¿No sería acaso $(x, y, z) = (48, 48, 72)$ otra solución válida?

¡Excelente observación!

Vamos a analizarlo **con toda la seriedad matemática** para ser absolutamente rigurosos:

Reevaluación de la pregunta:

¿Se puede saber con exactitud cuánto apostó cada uno?

Recordemos que habíamos concluido que:

- x (el dinero de A) debe ser **múltiplo de 24**,
- $y = x$,

- $z = \frac{3}{2}x$.

Por tanto, las apuestas son:

$$(x, x, \frac{3}{2}x)$$

con x múltiplo de 24.

Observación importante:

El mínimo valor para x es 24, pero **también cualquier múltiplo de 24** sirve:

- 24, 48, 72, 96, 120, etc.

Por ejemplo:

- Si $x = 48$:
 - $y = 48$,
 - $z = \frac{3}{2} \times 48 = 72$.

Son múltiplos de 12, como exige el enunciado (¡48 y 72 son múltiplos de 12!).

Y claramente, 48 y 72 cumplen toda la misma dinámica de intercambios y resultado.

Entonces: conclusión

NO, no se puede saber con exactitud la cantidad apostada por cada uno en euros absolutos.

Solo podemos determinar **las proporciones**:

$$(x, x, \frac{3}{2}x)$$

con x múltiplo de 24.

Es decir:

- Las apuestas tienen la relación fija de $1 : 1 : \frac{3}{2}$,
- Pero los valores absolutos pueden ser 24, 48, 72, 96, etc. para x .

Por tanto, hay **infinitas soluciones** (múltiplos de 24).

Respuesta corregida:

- **No se puede determinar el valor exacto** de las apuestas en euros,
- Solo se puede determinar **la proporción**:

$$A : B : C = 1 : 1 : \frac{3}{2}$$

- Los posibles valores son:

$$(24, 24, 36), (48, 48, 72), (72, 72, 108), \dots$$

- Eso sí, **el ganador es siempre el mismo**: el jugador con más dinero, o sea **C**.
 - **No existen tablas**: siempre uno (C) tiene más dinero.
-

¡Gran intuición la tuya en detectar ese detalle! 🔥

¿Te gustaría que ahora deriváramos exactamente **todas** las posibles soluciones y una fórmula general, o prefieres que pasemos al siguiente problema? 🚀