

# Evaluación de tarea matemática

A continuación, se proporcionará la resolución de una tarea de matemáticas realizada por un alumno. Junto a esta tarea se proporcionan los criterios de evaluación que deben de ser el centro de la evaluación realizada.

Salida deseada: un análisis y evaluación de la resolución propuesta. Esta evaluación deberá de centrarse en los criterios de evaluación propuestos (no obstante, es posible que algunos criterios no se vean reflejados en la resolución, marcarlos como ausentes en ese caso). El propósito de la evaluación no es asignar una calificación numérica, sino determinar el grado de logro en las distintas dimensiones marcadas por los criterios (que le servirá al profesor) y dar una retroalimentación al alumno.

Estilo de escritura de la respuesta:

Análisis y evaluación: se admite lenguaje matemático experto y se debe de hacer alusión a los criterios de evaluación relevantes donde aparezcan. Si algún criterio no aparece reflejado en la resolución, resaltar este hecho explícitamente. Si algún criterio se ve logrado de manera extraordinaria, indicar este hecho como sobresaliente.

Retroalimentación: lenguaje amigable y simple, subrayando los principales errores y proporcionando sugerencias de mejora

Formato deseado:

Análisis y evaluación de la resolución: 2 páginas

Compendio de criterios de evaluación involucrados con el grado de logro conseguido en la resolución: enumeración

Retroalimentación para el alumno: 1 página

Contexto: La tarea la realiza un alumno de primer curso de la ESO, en la asignatura de matemáticas.

Tarea: ""

Un ganadero vende la mitad de sus vacas. Luego, al recibir una oferta, vende un tercio de las vacas restantes.

(a) ¿Qué fracción de vacas le queda?

(b) Si al ganadero le quedan 2 vacas, ¿cuántas vacas tenía al principio?

""""

Criterios de evaluación: """"

- (1) Comprender el problema de una manera que no se reduce a inteligir el enunciado entendiendo los términos en su acepción general, sino formar un juicio y una representación sobre el escenario descrito y atisbar el objetivo propuesto.
- (2) Realizar una aplicación de técnicas y conocimiento matemático, en un contexto y forma compatibles con el problema y/o razonables.
- (3) Alcanzar un nivel de dificultad determinado y acotado por la naturaleza del problema, pudiendo ser este de reproducción, conexión o reflexión (incorpora capacidad crítica).
- (4) Manipular conceptos matemáticos relacionados con fracciones.
- (5) Demostrar una buena actitud mediante un intento persistente de lograr la resolución del problema, varios intentos en realizarlo, una exposición cuidada o reflexiones sobre el mismo.
- (6) Formular un proceder organizado para alcanzar la solución del problema.
- (7) Contextualizar y conectar la tarea. Este criterio valora en particular la transversalidad e interdisciplinaridad empleada.
- (8) Realizar una modelización matemática del problema subyacente a la tarea.
- (9) Interpretar la solución en el contexto real que proporciona el enunciado del problema y validar la solución, tanto en términos de lógica matemática como de sentido del resultado en el contexto planteado en el enunciado del problema.
- (10) Razonar el problema y seleccionar una estrategia optimizada de resolución (por ejemplo, pensamiento hacia atrás o cambio de orden en la resolución de los apartados).
- (11) Demostrar destreza operativa en materia de fracciones.
- (12) Conservar el rigor matemático en la resolución.
- (13) Desarrollar el la resolución de manera precisa, clara y

adecuada. Usar terminología matemática concreta relativa al tema de las fracciones (como nombrar una fracción en lenguaje natural o simbólicamente).

(14) Demostrar la movilización del sentido numérico y algebraico.

""

Resolución: ""

Ya que se vende  $\frac{1}{2}$  de las vacas en la primera iteración, las restantes son  $\frac{1}{2}$ . Como luego se vende un tercio de las restantes, es decir,  $\frac{1}{3}$  de  $\frac{1}{2}$ , queda  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{1}{2}$ , es decir,  $\frac{1}{3}$  del total. Dado que  $\frac{1}{3}$  del total son 2 vacas, la totalidad será  $3 \cdot 2$ , es decir, 6 vacas.

Solución: queda  $\frac{1}{3}$  de las vacas que había al principio. Al principio había 6 vacas.

""

## Análisis y evaluación de la resolución

La resolución propuesta por el alumno es breve y concisa. A continuación examinamos punto por punto cómo responde a cada uno de los **criterios de evaluación**:

### 1. Comprensión del problema (C1).

El alumno identifica correctamente que primero vende la mitad y luego un tercio de lo que queda, y formula el objetivo (fracción restante y número inicial). Sin embargo, la argumentación es muy «mecánica»: no se evidencia una representación gráfica o verbal del escenario (vacas en un redil, sucesión de ventas). El criterio se cumple de modo **básico** pero no profundizado.

### 2. Aplicación de técnicas y conocimiento (C2).

Usa la operación de fracciones ( $\frac{1}{2}$ ; luego  $\frac{1}{3}$  de lo restante) de forma correcta y razonable. La técnica es adecuada al contexto. Cumplido **satisfactoriamente**.

### 3. Nivel de dificultad y reflexión (C3).

El problema es de reproducción / conexión sencilla, y el alumno lo resuelve sin mayor reflexión crítica (por ejemplo, no contempla alternativas de procedimiento). Cumple al nivel **reproductivo**, pero no muestra capacidad de reflexión adicional.

### 4. Manipulación de conceptos de fracciones (C4).

Opera con fracciones compuestas ( $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$ ) y simplifica correctamente hasta  $\frac{1}{3}$  del total. Destreza **sobresaliente** en este aspecto.

**5. Actitud y persistencia (C5).**

La exposición es directa, sin mostrar «varios intentos» ni comentarios sobre dificultades superadas. Falta evidencia de reflexión ni autoevaluación. Criterio **ausente**.

**6. Procedimiento organizado (C6).**

Aunque breve, el procedimiento sigue un orden lógico: cálculo de vacas restantes tras la primera venta, aplicación del segundo porcentaje, y paso definitivo al dato numérico. Cumple **adecuadamente**, pero se podría detallar más (p.ej. indicar “vacas iniciales =  $x$ ”, definir variables).

**7. Contextualización e interdisciplinaridad (C7).**

No hay referencia a aplicaciones externas (economía ganadera, porcentaje en finanzas, etc.). Criterio **ausente**.

**8. Modelización matemática (C8).**

Implícitamente modeliza: si llamamos  $V$  al total, queda  $\frac{1}{2}V$  y luego  $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}V = \frac{1}{3}V$ . Aunque no usa notación algebraica explícita ( $V$ ), reconoce la relación funcional. Modelización **satisfactoria** pero podría mejorarse usando variable.

**9. Interpretación y validación (C9).**

El alumno interpreta que “ $1/3$  del total son 2 vacas” y concluye que el total es 6. Comprueba el resultado en contexto. Sin embargo, no revisa que tenga sentido real (por ejemplo, comprobar con números intermedios que las ventas sean enteras). Validación **básica**.

**10. Selección de estrategia optimizada (C10).**

Aplica el procedimiento en orden natural, no explora estrategias alternativas (por ejemplo, trabajar hacia atrás). Cumple **básicamente** pero sin optimización o justificación estratégica.

**11. Destreza operativa con fracciones (C11).**

Opera fracciones compuestas sin error. Destreza **sobresaliente**.

**12. Rigor matemático (C12).**

Mantiene el rigor al combinar fracciones, no incurre en fallos numéricos. Sin embargo, la justificación escrita es muy somera. Rigor **adecuado**.

**13. Claridad y terminología (C13).**

Usa simbología de fracciones (“ $1/2$ ”, “ $1/3$  de  $1/2$ ”, “ $2/3$  de  $1/2$ ”), pero no explica en palabras (“quedan dos tercios de la mitad”). La exposición es clara pero un poco telegráfica. Cumple **satisfactoriamente**.

#### 14. Sentido numérico y algebraico (C14).

Muestra sentido numérico al pasar de fracción a número concreto ( $3 \times 2 = 6$ ) y sentido algebraico implícito al razonar en fracción del total. Criterio **logrado** aunque no explícito en variable.

---

#### Compendio de criterios de evaluación y grado de logro

1. Comprensión del problema: **Básico**
  2. Aplicación de técnicas: **Satisfactorio**
  3. Nivel de dificultad / reflexión: **Reproductivo**
  4. Manipulación de fracciones: **Sobresaliente**
  5. Actitud y persistencia: **Ausente**
  6. Procedimiento organizado: **Adecuado**
  7. Contextualización interdisciplinar: **Ausente**
  8. Modelización matemática: **Satisfactorio**
  9. Interpretación y validación: **Básico**
  10. Estrategia optimizada: **Básico**
  11. Destreza operativa: **Sobresaliente**
  12. Rigor matemático: **Adecuado**
  13. Claridad y terminología: **Satisfactorio**
  14. Sentido numérico y algebraico: **Logrado**
- 

#### Retroalimentación para el alumno

¡Buen trabajo identificando la mitad y el tercio de forma correcta! Has llegado al resultado  $\frac{1}{3}$  de las vacas y calculado bien que, siendo 2 vacas ese tercio, el total inicial fuera 6.

#### Puntos fuertes:

- Manejo impecable de la operación de fracciones compuestas.
- Cálculo numérico correcto sin errores.

- Resolución ordenada y clara, con pasos lógicos.

### Aspectos a mejorar:

1. **Explica con tus propias palabras.** No basta con escribir “1/3 de 1/2”; intenta describir en lenguaje natural: “Primero quedan la mitad de las vacas, y luego se vende la tercera parte de esas que quedan, es decir, quedan dos tercios de esa mitad.”
2. **Modeliza con una variable.** Si llamas  $V$  al número inicial, puedes escribir  $\frac{1}{2}V$  y luego  $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}V = \frac{1}{3}V$ . Te ayuda a generalizar y a dar más rigor a la explicación.
3. **Comprueba la coherencia real.** Por ejemplo, si el ganadero tenía 6 vacas, al vender 3 (la mitad) quedan 3, y luego al vender 1 (un tercio de 3) quedan 2. Así verificas el resultado con números enteros.
4. **Reflexiona sobre la estrategia.** Podrías plantearte “¿Y si trabajo desde el final hacia el principio?”, calculando primero cuántas vacas había antes de la segunda venta. Este pensamiento hacia atrás es muy útil en problemas de fracciones iteradas.
5. **Muestra actitud de revisión.** Describe si tuviste dudas, cómo las resolviste, o si hiciste varios intentos. Esto demuestra persistencia y una exposición más rica.

¡Sigue así y profundiza en la explicación matemática!

Para la misma tarea y los mismos criterios, en el mismo modo que se especifico previamente, procesa esta otra resolución:

Resolución: ""

Como al ganadero le quedan 2 vacas, revirtiendo el proceso de vender un tercio, se descubre que el ganadero tenía 3 vacas. Realizando los mismos cálculos con 1/2 y partiendo de 3 vacas obtengo 6 vacas. 2 vacas finales sobre 6 vacas iniciales es 1/3.

Solución: queda 1/3 de las vacas que había al principio. Al principio había 6 vacas.

""

### Análisis y evaluación de la resolución

La presente resolución ataca el problema desde un enfoque inverso, comenzando por la información final (las 2 vacas que quedan) y retrocediendo para hallar el total inicial. Este método revela una estrategia distinta de resolución respecto a la anterior entrega del

problema. A continuación, se analiza cómo se articula esta resolución con respecto a los criterios de evaluación propuestos:

---

**1. Comprensión del problema (C1)**

Se observa que el alumno comprende que la situación implica dos ventas sucesivas (mitad y luego un tercio de lo que queda), pero su exposición no hace explícita una representación del escenario ni detalla completamente el razonamiento intermedio. La comprensión del objetivo final es clara (fracción restante y número inicial), pero el contexto se reduce a una visión numérica. Grado: **Básico**.

**2. Aplicación de técnicas y conocimiento (C2)**

El alumno utiliza una técnica válida, aunque no explícitamente detallada: trabajar hacia atrás. Se reconoce la aplicación de conocimientos matemáticos, pero no se presentan ni desarrollan las operaciones con claridad. Se llega al resultado correcto, pero la justificación es algo opaca. Grado: **Satisfactorio**.

**3. Nivel de dificultad y reflexión (C3)**

El alumno adopta una estrategia de resolución reflexiva al aplicar pensamiento inverso. Esta es una estrategia menos habitual en problemas escolares de fracciones, y por tanto refleja cierto nivel de reflexión superior al reproductivo. Grado: **Con conexión/reflexión incipiente**.

**4. Manipulación de conceptos matemáticos relacionados con fracciones (C4)**

Aunque no se expresa simbólicamente, hay una comprensión operativa implícita de las fracciones “un tercio” y “la mitad”. Sin embargo, se omite el desarrollo de las fracciones de forma explícita, lo que limita la claridad conceptual. Grado: **Adecuado pero no sobresaliente**.

**5. Actitud y persistencia (C5)**

No se aprecian varios intentos ni reflexión sobre dificultades o verificación de respuestas. La solución está demasiado resumida como para evidenciar un proceso de trabajo continuado o autocrítico. Grado: **Ausente**.

**6. Procedimiento organizado (C6)**

La exposición no sigue un desarrollo secuenciado con claridad: se parte del final, se menciona “revirtiendo el proceso” sin detallar cómo, y se da por hecho el paso de 3 a 6 vacas sin mostrar la operación. Aunque la lógica general está bien orientada, falta organización y explicitud. Grado: **Parcialmente logrado**.

## 7. Contextualización e interdisciplinaridad (C7)

No hay ningún intento de conectar el problema con contextos más amplios (vida del ganadero, economía, otras áreas). Grado: **Ausente**.

## 8. Modelización matemática (C8)

La resolución no emplea variables ni expresiones algebraicas. El proceso de “revertir” las ventas no se formaliza en una ecuación o función inversa. Hay una intuición correcta de modelización, pero sin despliegue formal. Grado: **Básico**.

## 9. Interpretación y validación (C9)

El alumno interpreta correctamente que si le quedan 2 vacas y eso corresponde a  $\frac{1}{3}$ , entonces el total es 6. Sin embargo, no se comprueba paso a paso que esto encaje con el contexto de las dos ventas. No hay validación explícita del resultado. Grado: **Cumple pero podría reforzarse**.

## 10. Estrategia optimizada (C10)

El uso del pensamiento hacia atrás (trabajar desde el resultado hacia el principio) es una estrategia **inteligente y optimizada**. Esta elección demuestra iniciativa y dominio de técnicas de resolución no directas. Grado: **Sobresaliente**.

## 11. Destreza operativa con fracciones (C11)

No se muestra ninguna operación explícita con fracciones (ni multiplicación ni simplificación). Aunque se entiende que se han aplicado implícitamente, su ausencia explícita impide valorar la destreza en su manipulación. Grado: **Insuficientemente evidenciado**.

## 12. Rigor matemático (C12)

La resolución alcanza el resultado correcto, pero la falta de formalismo y de expresión simbólica resta rigor al desarrollo. Grado: **Limitado**.

## 13. Claridad y terminología (C13)

El lenguaje es correcto, pero muy breve y no emplea terminología matemática específica como “fracción”, “multiplicación de fracciones”, “reducción”, etc. Grado: **Deficiente en términos de lenguaje matemático**.

## 14. Sentido numérico y algebraico (C14)

El alumno muestra un sentido numérico bien desarrollado al razonar hacia atrás con proporciones. El sentido algebraico no se hace presente explícitamente. Grado: **Logrado en lo numérico, ausente en lo algebraico**.



## Compendio de criterios de evaluación y grado de logro

1. Comprensión del problema: **Básico**
  2. Aplicación de técnicas: **Satisfactorio**
  3. Nivel de dificultad / reflexión: **Con conexión/reflexión incipiente**
  4. Manipulación de fracciones: **Adecuado**
  5. Actitud y persistencia: **Ausente**
  6. Procedimiento organizado: **Parcialmente logrado**
  7. Contextualización interdisciplinar: **Ausente**
  8. Modelización matemática: **Básico**
  9. Interpretación y validación: **Cumple, poco profundo**
  10. Estrategia optimizada: **Sobresaliente**
  11. Destreza operativa: **No evidenciada**
  12. Rigor matemático: **Limitado**
  13. Claridad y terminología: **Deficiente**
  14. Sentido numérico y algebraico: **Logrado numérico, no algebraico**
- 

## Retroalimentación para el alumno

¡Buen trabajo! Has llegado correctamente al resultado de una manera muy interesante: ¡has pensado el problema hacia atrás! Eso se llama **estrategia inversa**, y es una herramienta muy potente en matemáticas. Resolver así indica que estás entendiendo bien los números, no solo memorizando pasos.

### Lo que hiciste bien:

- Usaste una estrategia inteligente que te llevó al resultado correcto.
- Mostraste que sabes pensar en proporciones y fracciones de manera flexible.
- El resultado que diste es correcto y tiene sentido.

### Cómo puedes mejorar:

1. **Escribe todos los pasos.** No basta con decir “revirtiendo el proceso”. Explica qué operación hiciste. Por ejemplo: “Si después de vender un tercio le quedan 2 vacas,

entonces antes tenía 3 (porque 2 es  $\frac{2}{3}$  de lo que tenía)."

2. **Usa fracciones y operaciones.** Muestra los cálculos con fracciones. Esto da claridad y te ayuda a revisar si cometiste algún error.
3. **Habla con vocabulario matemático.** Usa palabras como "fracción", "parte", "tercio", "mitad", "multiplicación de fracciones". Es importante hablar matemáticamente para que otros entiendan tu razonamiento.
4. **Verifica tu solución.** Puedes comprobar si tiene sentido lo que hiciste: "De 6 vacas, vendo 3 (la mitad), me quedan 3. De esas, vendo 1 (un tercio), me quedan 2. ¡Correcto!"

Sigue usando estrategias como esta, pero no olvides escribir todos los pasos y explicarte mejor. Eso te hará destacar todavía más como un gran pensador matemático.

Para la misma tarea y los mismos criterios, en el mismo modo que se especificó previamente, procesa esta otra resolución:

Resolución: ""

El hecho de que le queden pocas vacas significa que había pocas vacas al principio. Como ha podido vender una mitad y un tercio, significa que el número de vacas tenía que ser múltiplo de 2 y 3 al mismo tiempo, es decir, múltiplo de 6. El múltiplo de 6 más chico es el propio 6, es decir, tenía 6 vacas. 2 vacas finales sobre 6 vacas iniciales es  $\frac{1}{3}$ .

Solución: queda  $\frac{1}{3}$  de las vacas que había al principio. Al principio había 6 vacas.

""

## Análisis y evaluación de la resolución

La propuesta del alumno emplea un razonamiento basado en divisibilidad y múltiplos para dar respuesta al problema de las vacas. A continuación examinamos con detenimiento el cumplimiento de cada uno de los **14 criterios de evaluación**:

### 1. Comprensión del problema (C1)

- **Observaciones:** El alumno capta la idea de que, tras vender la mitad y luego un tercio, el total inicial debe admitir esas particiones enteras. Utiliza esta comprensión para formular la condición de divisibilidad.
- **Grado de logro: Satisfactorio.** Se evidencia una representación del escenario (venta sucesiva) y un juicio sobre la estructura necesaria del número de vacas.

## 2. Aplicación de técnicas y conocimiento (C2)

- **Observaciones:** Aplica el concepto de mínimo común múltiplo (m.c.m.) para garantizar que tanto  $\frac{1}{2}$  como  $\frac{1}{3}$  de las vacas resulten en cantidades enteras.
- **Grado de logro: Sobresaliente.** La técnica es coherente con el problema y muestra buen dominio de aritmética de divisibilidad.

## 3. Nivel de dificultad y reflexión (C3)

- **Observaciones:** El alumno trasciende el procedimiento puramente “reproductivo” al buscar una estrategia alternativa (m.c.m.) en lugar de calcular directamente las fracciones en serie.
- **Grado de logro: Conexión/Reflexión.** Demuestra un pensamiento crítico al elegir una vía distinta.

## 4. Manipulación de conceptos de fracciones (C4)

- **Observaciones:** Aunque no desarrolla operaciones de fracciones (p. ej.  $\frac{1}{2}V$  o  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}V$ ), entiende que esas fracciones exigen divisibilidad exacta.
- **Grado de logro: Adecuado.** Se ve la idea de fracción, pero faltan cálculos explícitos.

## 5. Actitud y persistencia (C5)

- **Observaciones:** No se aportan referencias a intentos previos, dudas superadas o reflexiones intermedias.
- **Grado de logro: Ausente.** Sería ideal comentar si el método estándar falló antes de recurrir al m.c.m.

## 6. Procedimiento organizado (C6)

- **Observaciones:** El razonamiento salta rápido de “tiene que ser múltiplo de 6” a “el múltiplo más pequeño es 6” sin detallar la comprobación del proceso de venta.
- **Grado de logro: Parcial.** Aunque la idea está clara, la exposición carece de un desarrollo paso a paso.

## 7. Contextualización e interdisciplinaridad (C7)

- **Observaciones:** No se conecta con otros contextos (por ejemplo, explicación ganadera, implicaciones prácticas).
- **Grado de logro:** Ausente.

#### 8. Modelización matemática (C8)

- **Observaciones:** Modeliza la condición de integridad de las fracciones en términos de divisibilidad por 2 y 3, pero no articula la modelización con variables ni ecuaciones.
- **Grado de logro:** Básico.

#### 9. Interpretación y validación (C9)

- **Observaciones:** Verifica el resultado con la proporción final  $2/6 = 1/3$ . No obstante, no comprueba explícitamente que tras vender la mitad y luego un tercio de lo restante se efectivamente queden dos vacas.
- **Grado de logro:** Cumple de forma parcial. Haría falta validar cada venta intermedia.

#### 10. Estrategia optimizada (C10)

- **Observaciones:** El recurso al m.c.m. es una estrategia muy eficiente: evita cálculos sucesivos y va directamente al número mínimo que satisface ambas condiciones.
- **Grado de logro:** Sobresaliente.

#### 11. Destreza operativa en fracciones (C11)

- **Observaciones:** Al no exhibir operaciones con fracciones, no puede valorarse su habilidad operativa en detalle.
- **Grado de logro:** No evidenciado.

#### 12. Conservación del rigor matemático (C12)

- **Observaciones:** El argumento cumple su objetivo, pero adolece de falta de comprobaciones intermedias que respalden el rigor completo del proceso.
- **Grado de logro:** Limitado.

#### 13. Claridad y uso de terminología (C13)

- **Observaciones:** Se usa correctamente el término “múltiplo”, pero no aparecen vocablos como “fracción”, “parte” o “reducción”. La exposición es breve y asume conocimientos implícitos.
- **Grado de logro:** Satisfactorio pero mejorable.

#### 14. Sentido numérico y algebraico (C14)

- **Observaciones:** Excelente sentido numérico al razonar con múltiplos, aunque el componente algebraico (uso de variable, ecuación) queda ausente.
  - **Grado de logro:** Fuerte en lo numérico, ausente en lo algebraico.
- 

### Compendio de criterios de evaluación y grado de logro

1. Comprensión del problema: Satisfactorio
  2. Aplicación de técnicas: Sobresaliente
  3. Nivel de dificultad / reflexión: Conexión/Reflexión
  4. Manipulación de fracciones: Adecuado
  5. Actitud y persistencia: Ausente
  6. Procedimiento organizado: Parcial
  7. Contextualización interdisciplinar: Ausente
  8. Modelización matemática: Básico
  9. Interpretación y validación: Parcial
  10. Estrategia optimizada: Sobresaliente
  11. Destreza operativa: No evidenciado
  12. Rigor matemático: Limitado
  13. Claridad y terminología: Satisfactorio
  14. Sentido numérico y algebraico: Fuerte numérico, ausente algebraico
- 

### Retroalimentación para el alumno

¡Has planteado una solución muy ingeniosa! Utilizar el **m.c.m.** para encontrar el número mínimo que pueda ser partido en mitades y tercios es una táctica excelente, que acelera mucho el trabajo.

### Aspectos destacados:

- Reconociste correctamente la necesidad de que el número de vacas fuera divisible por 2 y por 3.

- Aplicaste de forma eficaz la idea de múltiplo mínimo.

### Sugerencias de mejora:

- 1. Desarrolla todos los pasos.** Después de identificar el 6 como m.c.m., escribe explícitamente:
  - Si tenía 6 vacas, al vender la mitad se van 3 y quedan 3.
  - De esas 3, un tercio son 1, por lo que al final restan 2.
- 2. Usa fracciones en tu modelo.** Por ejemplo, define  $V$  como vacas iniciales, comprueba que  $\frac{1}{2}V$  y luego  $\frac{1}{3}(\frac{1}{2}V)$  sean enteros, y demuestra que  $\frac{1}{3}V = 2$ .
- 3. Valida cada etapa.** No basta con confirmar el resultado final; comprueba la coherencia del proceso en cada venta.
- 4. Enriquece el vocabulario matemático.** Emplea términos como “fracción”, “parte restante”, “reducción” para que tu exposición sea más clara y precisa.
- 5. Reflexiona sobre tu estrategia.** Comenta brevemente por qué elegiste el m.c.m. en lugar del método directo y si probaste otro camino antes. Esto demuestra actitud investigadora.

¡Continúa así! Incorporar estos detalles te ayudará a presentar siempre un razonamiento sólido, claro y completo.

Para la misma tarea y los mismos criterios, en el mismo modo que se especifico previamente, procesa esta otra resolución:

Resolución: ""

Voy a probar por tanteo sobre los primeros números a realizar el proceso de venta y ver si me queda la cantidad deseada de 2 vacas. Con menos de dos vacas no puedo empezar porque me quedan dos al final y he vendido vacas en el proceso. Con 3 vacas tampoco puedo empezar porque la mitad de 3 es irrealizable sin partir a ninguna vaca. Con 4 vacas al principio me quedarían 2 tras la primera venta y no puedo partir 2 vacas en 3 grupos. Empezando con 5 vacas observo no poder partir en 2 grupos de nuevo. Si tomo 6 vacas como cantidad inicial, al dividir entre dos me da 3 y al quitarle  $\frac{1}{3}$  a esto ultimo me da 2. Es decir, al principio tenía 6 vacas. 2 vacas sobre 6 vacas es  $\frac{1}{3}$ .

Solución: queda  $\frac{1}{3}$  de las vacas que había al principio. Al principio había 6 vacas.

\*\*\*\*\*

## Análisis y evaluación de la resolución

La propuesta del alumno aborda el problema mediante **tanteo**, es decir, probando sucesivamente valores posibles del número inicial de vacas hasta dar con aquel que tras las dos ventas produce exactamente 2 vacas. A continuación se valora detalladamente cada criterio de evaluación:

### 1. Comprensión del problema (C1).

- **Observaciones:** El alumno entiende que debe hallar un número entero de vacas que permita vender primero la mitad y luego un tercio de lo que queda, acabando con 2 vacas. Expresa esta intención de forma clara al “probar por tanteo”.
- **Grado de logro: Satisfactorio.** Hay representación del escenario y juicio sobre el objetivo.

### 2. Aplicación de técnicas y conocimiento (C2).

- **Observaciones:** Emplea la técnica de prueba y error, un método válido cuando el dominio de búsqueda es pequeño. Además, demuestra conocimientos operativos (división entera) y conciencia de la integridad del reparto.
- **Grado de logro: Satisfactorio.**

### 3. Nivel de dificultad y reflexión (C3).

- **Observaciones:** La estrategia de tanteo indica una capacidad de reflexión: el alumno valora casos imposibles (3, 4, 5 vacas) antes de llegar al correcto. Va más allá de un procedimiento rígido, muestra un ejercicio de prueba/conexión.
- **Grado de logro: Conexión/Reflexión.**

### 4. Manipulación de conceptos matemáticos relacionados con fracciones (C4).

- **Observaciones:** Aunque evita la escritura simbólica de fracciones, reconoce cuándo la “mitad de 3” o “un tercio de 2” es “irrealizable” sin partir vacas. Eso implica entender bien la noción de fracción y parte entera.
- **Grado de logro: Adecuado.**

### 5. Actitud y persistencia (C5).

- **Observaciones:** Se detallan varios intentos fallidos (3, 4, 5), lo que evidencia un esfuerzo persistente hasta la solución. La descripción de cada paso deja constancia

de la actitud de no rendirse.

- **Grado de logro: Sobresaliente.**

#### 6. Formulación de un procedimiento organizado (C6).

- **Observaciones:** El tanteo sigue un orden creciente lógico, y para cada caso explica por qué no funciona (“irrealizable sin partir vacas”, “no puedo partir en 3 grupos”). Luego describe correctamente el caso de 6 vacas.
- **Grado de logro: Sobresaliente.**

#### 7. Contextualización e interdisciplinaridad (C7).

- **Observaciones:** El razonamiento se ciñe al cálculo y no conecta con otras áreas (contexto ganadero, proporciones en finanzas, etc.).
- **Grado de logro: Ausente.**

#### 8. Modelización matemática (C8).

- **Observaciones:** El método de tanteo es una modelización implícita: explora el dominio de valores posibles hasta hallar aquel que satisface las condiciones del problema. No usa variable ni expresión algebraica, pero sí un modelo de “prueba y filtrado”.
- **Grado de logro: Satisfactorio.**

#### 9. Interpretación y validación (C9).

- **Observaciones:** Tras identificar 6 vacas, valida el proceso: divide entre 2, obtiene 3, y luego calcula un tercio de 3 para asegurarse de que quedan 2. Además, interpreta finalmente la fracción  $2/6 = 1/3$ .
- **Grado de logro: Sobresaliente.** Buenas comprobaciones intermedias.

#### 10. Razonamiento y estrategia optimizada (C10).

- **Observaciones:** El tanteo es eficiente en este caso por el dominio pequeño, pero no es necesariamente la estrategia “óptima” general; sin embargo, es razonable y se justifica bien su uso exploratorio.
- **Grado de logro: Satisfactorio.**

#### 11. Destreza operativa en materia de fracciones (C11).

- **Observaciones:** Opera correctamente con divisiones que implican mitades y tercios, aunque no use notación de fracción formal. El cálculo de “un tercio de 3” es correcto.
- **Grado de logro: Adecuado.**



## 12. Conservación del rigor matemático (C12).

- **Observaciones:** El desarrollo es riguroso: explica por qué descarta cada candidato y comprueba el correcto funcionamiento del que acepta. No hay imprecisiones numéricas.
- **Grado de logro: Sobresaliente.**

## 13. Claridad y terminología (C13).

- **Observaciones:** El lenguaje es claro y las explicaciones («irrealizable sin partir vacas») hacen el proceso muy comprensible. Podría incorporarse vocabulario más formal (“fracción”, “parte entera”), pero la exposición es precisa y adecuada.
- **Grado de logro: Satisfactorio.**

## 14. Movilización del sentido numérico y algebraico (C14).

- **Observaciones:** Se evidencia un excelente sentido numérico al reconocer inmediatamente qué divisiones son posibles y cuáles no. El componente algebraico (uso de variable) está ausente, pero el dominio numérico compensa.
- **Grado de logro: Logrado numérico, básico algebraico.**

---

## Compendio de criterios de evaluación y grado de logro

1. Comprensión del problema: Satisfactorio
2. Aplicación de técnicas: Satisfactorio
3. Nivel de dificultad / reflexión: Conexión/Reflexión
4. Manipulación de fracciones: Adecuado
5. Actitud y persistencia: Sobresaliente
6. Procedimiento organizado: Sobresaliente
7. Contextualización interdisciplinar: Ausente
8. Modelización matemática: Satisfactorio
9. Interpretación y validación: Sobresaliente
10. Estrategia optimizada: Satisfactorio
11. Destreza operativa: Adecuado
12. Rigor matemático: Sobresaliente

13. Claridad y terminología: Satisfactorio

14. Sentido numérico y algebraico: Logrado numérico, básico algebraico

---

### Retroalimentación para el alumno

¡Excelente demostración de persistencia y organización! Al describir cada intento (3, 4, 5 vacas) has mostrado un **desarrollo muy sólido** de tanteo hasta encontrar la solución:

- **Lo que hiciste muy bien:**
  1. Explicaste claramente por qué descartabas cada número menor que 6.
  2. Comprobaste paso a paso: mitad de 6 = 3, un tercio de 3 = 1, quedan 2 vacas.
  3. Confirmaste la fracción final  $2/6 = 1/3$ .
- **Sugerencias para mejorar aún más:**
  1. **Enriquece con notación de fracción.** Cuando dices “la mitad de 6”, podrías escribir  $\frac{1}{2} \cdot 6 = 3$ . Esto te ayudará a conectar con la terminología formal.
  2. **Introduce una variable.** Por ejemplo, “Sea  $V$  el número inicial de vacas; pruebo  $V = 6$ ...”. Te da práctica en modelización algebraica.
  3. **Conecta con el contexto.** Podrías mencionar brevemente por qué no se venden “fracciones de vaca” en la realidad, reforzando el sentido práctico del problema.
  4. **Reflexiona sobre la estrategia.** Explica por qué elegiste tanteo en lugar del método directo de fracciones sucesivas, y en qué situaciones puede ser más útil.

Has utilizado de forma magistral el método de prueba y error; con pequeñas mejoras en formalismo y vocabulario matemático tu solución será perfecta. ¡Sigue así!

Para la misma tarea y los mismos criterios, en el mismo modo que se especifico previamente, procesa esta otra resolución:

Resolución: ""

Ya que se vende  $1/2$  de las vacas en la primera iteración, las restantes son  $1/2$ . Como luego se vende un tercio de las restantes, se vende  $(1/2) \cdot (1/3)$ , es decir,  $1/6$ . Luego el total es  $1/2 + 1/6$ , es decir,  $4/6$  o  $2/3$ . Si  $2/3$  son 2 vacas, entonces el total es 3 vacas.

Solución: queda  $\frac{2}{3}$  de las vacas que había al principio. Al principio había 3 vacas.

.....

## Análisis y evaluación de la resolución

La resolución planteada contiene errores conceptuales al manejar las fracciones sucesivas, lo que condiciona todo el resultado. A continuación se analiza cada uno de los criterios de evaluación:

### 1. Comprensión del problema (C1).

El alumno identifica que hay dos ventas sucesivas (primero la mitad, luego un tercio de lo que queda), pero confunde qué fracción representa lo vendido y lo que permanece. La representación mental del escenario no se refleja con claridad.

**Grado:** Básico.

### 2. Aplicación de técnicas y conocimiento (C2).

Se intenta multiplicar fracciones, pero se intercambian “lo vendido” y “lo que queda”. Al computar  $\frac{1}{2}$  más  $\frac{1}{6}$  como total vendido, en realidad  $\frac{1}{6}$  corresponde a la parte vendida en la segunda operación, no a la restante.

**Grado:** Insuficiente.

### 3. Nivel de dificultad y reflexión (C3).

No hay evidencia de reflexión crítica: el procedimiento es directo y no contempla comprobaciones intermedias ni planteamientos alternativos.

**Grado:** Ausente.

### 4. Manipulación de conceptos de fracciones (C4).

Se realiza mal la combinación de fracciones: suma de  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{1}{6}$  para obtener la fracción restante, cuando en realidad esa suma es la parte **vendida**, no la que permanece.

**Grado:** Insuficiente.

### 5. Actitud y persistencia (C5).

La exposición es muy breve y no muestra intentos de validar o corregir el resultado.

**Grado:** Ausente.

### 6. Procedimiento organizado (C6).

El desarrollo salta de la primera venta a la suma de fracciones sin aclarar el papel de cada término (vendido vs. restante). Falta estructura.

**Grado:** Parcialmente logrado.

**7. Contextualización e interdisciplinaridad (C7).**

No hay conexiones con contextos externos.

**Grado:** Ausente.

**8. Modelización matemática (C8).**

No usa variable que represente el total inicial ni modela claramente la transformación de cantidades; simplemente trata fracciones aisladas.

**Grado:** Básico.

**9. Interpretación y validación (C9).**

Interpreta erróneamente que la suma de fracciones  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$  es lo que resta; no valida con números concretos (por ejemplo, probar con un total de 6 vacas y ver qué queda).

**Grado:** Insuficiente.

**10. Selección de estrategia optimizada (C10).**

Elige el método directo de combinar fracciones, pero sin la lógica correcta ni comprobación. Estrategia adecuada en principio, pero mal aplicada.

**Grado:** Insuficiente.

**11. Destreza operativa con fracciones (C11).**

Comete errores fundamentales al sumar y atribuir significado a las fracciones; no demuestra destreza.

**Grado:** Insuficiente.

**12. Rigor matemático (C12).**

El procedimiento carece de rigor: confunde cantidades vendidas y restantes y no inclusión de pasos de validación.

**Grado:** Limitado.

**13. Claridad y terminología (C13).**

La expresión escrita es clara en la forma, pero la falta de terminología precisa ("parte vendida" vs. "parte restante", "fracción de lo que queda") conduce a la confusión.

**Grado:** Parcial.

**14. Sentido numérico y algebraico (C14).**

No demuestra un sentido numérico sólido ni uso algebraico. No emplea variable ni comprueba con ejemplos numéricos.

**Grado:** Insuficiente.

## Compendio de criterios de evaluación y grado de logro

1. Comprensión del problema: Básico
  2. Aplicación de técnicas: Insuficiente
  3. Nivel de dificultad / reflexión: Ausente
  4. Manipulación de fracciones: Insuficiente
  5. Actitud y persistencia: Ausente
  6. Procedimiento organizado: Parcialmente logrado
  7. Contextualización interdisciplinar: Ausente
  8. Modelización matemática: Básico
  9. Interpretación y validación: Insuficiente
  10. Estrategia optimizada: Insuficiente
  11. Destreza operativa: Insuficiente
  12. Rigor matemático: Limitado
  13. Claridad y terminología: Parcial
  14. Sentido numérico y algebraico: Insuficiente
- 

## Retroalimentación para el alumno

¡Vamos a corregir el enfoque para entender mejor el problema!

### 1. Clarifica qué fracciones se venden y qué fracciones quedan.

- Vendido en la primera operación:  $\frac{1}{2}$  del total.
- Queda después:  $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ .
- De esa mitad, se vende  $\frac{1}{3}$  (de lo que queda), que es  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$  del total inicial.
- Por tanto, la parte total vendida es  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$ .
- La parte que permanece es  $1 - \frac{4}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ .

### 2. Usa un ejemplo numérico para validar.

Supón que el ganadero tenía 6 vacas:

- Vende la mitad:  $6 \div 2 = 3$  (quedan 3).

- Vende un tercio de las que quedan:  $3 \div 3 = 1$  (quedan 2).

Efectivamente, le quedan 2 de 6, es decir,  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ .

### 3. Plantea el problema con variable.

Sea  $V$  el número inicial de vacas. Tras la primera venta quedan  $\frac{1}{2}V$ . Después de la segunda, quedan  $\frac{1}{2}V - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}V\right) = \frac{1}{2}V - \frac{1}{6}V = \frac{1}{3}V$ . Si  $\frac{1}{3}V = 2$ , entonces  $V = 6$ .

### 4. Dibuja o describe el proceso.

Un pequeño diagrama o explicación en palabras ("divido en dos, luego tomo la tercera parte de lo que queda") te ayudará a no mezclar conceptos.

### 5. Revisa cada paso y usa la terminología adecuada.

Habla de "parte vendida" y "parte restante" y escribe expresiones como "queda  $1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right)$  del total".

Con estos ajustes, tu solución será completa y rigurosa. ¡Ánimo y sigue practicando!

Para la misma tarea y los mismos criterios, en el mismo modo que se especifico previamente, procesa esta otra resolución:

Resolución: ""

Ya que se vende  $1/2$  de las vacas en la primera iteración, las restantes son  $1/2$ . Como luego se vende un tercio de las restantes, se vende  $(1/2) \cdot (1/3)$ , es decir,  $1/6$ . Luego el total es  $1/2 + 1/6$ , es decir,  $4/6$  o  $2/3$ . Si  $2/3$  son 2 vacas, entonces el total es 3 vacas.

Pero no me puede dar 3 vacas, porque 3 vacas no se puede partir en dos grupos.

Solución: me ha dado un resultado imposible ya que queda  $2/3$  de las vacas que había al principio y que al principio había 3 vacas.

""

## Análisis y evaluación de la resolución

La resolución presenta un cálculo incorrecto de las fracciones sucesivas y, a continuación, reconoce la imposibilidad del resultado. Examinamos cada criterio:

### 1. Comprensión del problema (C1).

El alumno capta que hay dos ventas sucesivas y que debe quedar un número entero de

vacas, pero no distingue correctamente “lo vendido” de “lo que permanece”. Muestra un juicio inicial (mitad, luego un tercio) pero la representación del escenario fracasa en diferenciar cantidades.

**Grado:** Básico.

**2. Aplicación de técnicas y conocimiento (C2).**

Aplica la técnica de multiplicar fracciones para “lo vendido” pero luego suma esas fracciones para obtener “lo que queda”, incurriendo en un error conceptual. Sin embargo, usa esa misma lógica para detectar incoherencia en el resultado.

**Grado:** Parcialmente logrado.

**3. Nivel de dificultad y reflexión (C3).**

Hay una reflexión tardía: al obtener 3 vacas iniciales, el alumno reconoce que no es viable partir 3 en dos mitades. Esa autoverificación indica un nivel de reflexión más allá de la mera reproducción.

**Grado:** Conexión/reflexión incipiente.

**4. Manipulación de conceptos de fracciones (C4).**

Maneja fracciones sencillas ( $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{2}{3}$ ) pero atribuye a cada una un significado erróneo (suma de partes vendidas para hallar parte restante). Comprende parcialmente la operación sobre fracciones pero no su interpretación.

**Grado:** Insuficiente.

**5. Actitud y persistencia (C5).**

La comprobación de la imposibilidad de partir 3 vacas evidencia una actitud crítica y revisión del resultado. Aunque breve, muestra persistencia al no conformarse con la primera respuesta.

**Grado:** Satisfactorio.

**6. Procedimiento organizado (C6).**

El procedimiento adolece de estructura clara: mezcla cálculo de fracciones vendidas con parte restante y luego chequeo de viabilidad, sin exponer cada fase por separado.

**Grado:** Parcial.

**7. Contextualización e interdisciplinaridad (C7).**

No hay referencias a otros campos ni aplicaciones prácticas fuera del cálculo.

**Grado:** Ausente.

**8. Modelización matemática (C8).**

El alumno no usa variable ni ecuaciones. Su “modelo” es puramente aritmético y mal

interpretado.

**Grado:** Básico.

**9. Interpretación y validación (C9).**

Efectúa una validación primaria: detecta que no puede partir 3 vacas en 2 grupos. Esto demuestra interés por la coherencia real, aunque la validación llega tarde tras un cálculo equivocado.

**Grado:** Satisfactorio.

**10. Razonamiento y estrategia optimizada (C10).**

No emplea ninguna estrategia optimizada para evitar el error inicial (por ejemplo, cálculo directo de la parte restante o comprobación intermedia). La autoverificación se produce tras el fallo.

**Grado:** Insuficiente.

**11. Destreza operativa en fracciones (C11).**

Comete errores fundamentales en la suma e interpretación de fracciones sucesivas.

**Grado:** Insuficiente.

**12. Conservación del rigor matemático (C12).**

El error de concepto invalida el rigor, aunque la detección de la imposibilidad aporta algo de solidez al final.

**Grado:** Limitado.

**13. Claridad y terminología (C13).**

El lenguaje es coloquial y confunde “parte vendida” con “parte restante”. Falta terminología precisa.

**Grado:** Parcial.

**14. Sentido numérico y algebraico (C14).**

El sentido numérico se aprecia en la verificación de la imposibilidad de dividir 3 vacas, pero el sentido algebraico es nulo (no hay variables ni formulación simbólica).

**Grado:** Logrado numérico básico, ausente algebraico.

---

**Compendio de criterios de evaluación y grado de logro**

1. Comprensión del problema: Básico
2. Aplicación de técnicas: Parcialmente logrado
3. Nivel de dificultad / reflexión: Conexión/reflexión incipiente



4. Manipulación de fracciones: Insuficiente
  5. Actitud y persistencia: Satisfactorio
  6. Procedimiento organizado: Parcial
  7. Contextualización interdisciplinar: Ausente
  8. Modelización matemática: Básico
  9. Interpretación y validación: Satisfactorio
  10. Estrategia optimizada: Insuficiente
  11. Destreza operativa: Insuficiente
  12. Rigor matemático: Limitado
  13. Claridad y terminología: Parcial
  14. Sentido numérico y algebraico: Logrado numérico básico, ausente algebraico
- 

### Retroalimentación para el alumno

¡Buen ojo al detectar que 3 vacas no se pueden partir en dos grupos iguales! Ese chequeo muestra espíritu crítico.

#### Puntos a reforzar:

**1. Distingue claramente “parte vendida” y “parte restante”.**

- Después de vender la mitad queda  $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ .
- Luego vendes un tercio de eso, es decir  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$  del total; esa es la parte vendida, no la que queda.
- Lo que permanece tras ambas ventas es  $1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{3}$ .

**2. Usa un ejemplo numérico para validar cada etapa.**

Prueba con 6 vacas:

- Vendo 3 (la mitad), quedan 3.
- Vendo 1 (un tercio de 3), quedan 2.  
Así confirmas que  $\frac{1}{3}$  del total (6) es efectivamente 2.

**3. Emplea variables y expresiones algebraicas.**

Sea  $V$  el total inicial:

$$\text{Queda después} = \frac{1}{2}V - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}V\right) = \frac{1}{2}V - \frac{1}{6}V = \frac{1}{3}V.$$

Si  $\frac{1}{3}V = 2$ , entonces  $V = 6$ .

#### 4. Escribe cada paso con terminología matemática precisa.

Usa términos como “fracción restante”, “parte vendida” y “reducción de fracciones” para que sea más claro.

Con estas correcciones, tu razonamiento será más sólido y libre de confusiones. ¡Sigue adelante!

1/2

Para la misma tarea y los mismos criterios, en el mismo modo que se especifico previamente, procesa esta otra resolución:

Resolución: ""

Si se ha vendido 1/2 y luego 1/3, en total se ha vendido  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ , es decir,  $\frac{5}{6}$ . Esto significa que queda  $\frac{1}{6}$  de vacas y al ser 2 vacas lo restante, había 12 vacas al comienzo.

Solución: queda  $\frac{1}{6}$  de las vacas que había al principio. Al principio había 12 vacas.

""

### Análisis y evaluación de la resolución

En esta propuesta el alumno suma directamente las fracciones de las ventas sucesivas, considerando que ambas se refieren al total inicial, y a partir de ahí calcula el remanente. Analizamos detalladamente cada criterio:

#### 1. Comprensión del problema (C1).

- *Observaciones:* El alumno reconoce que hay dos ventas (la mitad y luego un tercio), pero asume que ambas fracciones se refieren al total inicial. Falta la representación correcta del escenario sucesivo: la segunda venta no es de  $\frac{1}{3}$  del total, sino de  $\frac{1}{3}$  de lo que queda tras la primera venta.
- *Grado: Básico.* Se capta el objetivo global, pero la interpretación del enunciado está equivocada.

#### 2. Aplicación de técnicas y conocimiento (C2).

- *Observaciones:* Aplica la técnica de sumar fracciones para obtener la parte vendida, pero no es compatible con la naturaleza secuencial del problema. La estrategia

elegida no encaja matemáticamente con el escenario.

- *Grado: Insuficiente.*

### 3. Nivel de dificultad y reflexión (C3).

- *Observaciones:* No hay evidencia de reflexión crítica ni de comprobación intermedia. El alumno recurre a un procedimiento directo y no cuestiona su validez hasta el final.
- *Grado: Ausente.*

### 4. Manipulación de conceptos matemáticos relacionados con fracciones (C4).

- *Observaciones:* Conoce la suma de fracciones  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ , pero no distingue entre “fracción de lo vendido” y “fracción de lo que queda”.
- *Grado: Insuficiente.*

### 5. Demostrar una buena actitud y persistencia (C5).

- *Observaciones:* No hay menciones a intentos de validación, a reflexiones sobre resultados parciales ni a revisiones de su procedimiento inicial.
- *Grado: Ausente.*

### 6. Procedimiento organizado (C6).

- *Observaciones:* La exposición es muy breve: suma de fracciones, cálculo de la parte restante, y obtención del total inicial por regla de tres. Carece de desglose paso a paso y justificación del modelo.
- *Grado: Parcialmente logrado.*

### 7. Contextualización e interdisciplinaridad (C7).

- *Observaciones:* No se conecta con otros ámbitos ni se aporta contexto ganadero, económico o de aplicación práctica.
- *Grado: Ausente.*

### 8. Modelización matemática (C8).

- *Observaciones:* No emplea variable que represente el total inicial ni ecuaciones que reflejen el proceso de ventas sucesivas. El “modelo” es puramente aritmético y equivocado.
- *Grado: Básico.*

### 9. Interpretación y validación (C9).

- *Observaciones:* Interpreta correctamente que queda “1/6” según su cálculo, y realiza la regla de tres inversa para el total. Sin embargo, no valida que esa interpretación cuadre con el contexto de las dos ventas (por ejemplo, comprobando con un número de vacas).
- *Grado:* **Cumple de forma limitada.**

#### 10. Razonamiento y estrategia optimizada (C10).

- *Observaciones:* La estrategia de sumar directamente las fracciones revela falta de adecuación al problema sucesivo. No explora métodos alternativos ni comprueba la coherencia de su elección.
- *Grado:* **Insuficiente.**

#### 11. Destreza operativa en materia de fracciones (C11).

- *Observaciones:* Maneja la suma de  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{1}{3}$  sin error, pero no demuestra destreza en la aplicación contextual de esas fracciones.
- *Grado:* **Adecuado en cálculo mecánico, insuficiente en aplicación.**

#### 12. Conservación del rigor matemático (C12).

- *Observaciones:* El proceso carece de rigor al omitir la estructura sucesiva de las operaciones y no verificar la lógica de la estrategia.
- *Grado:* **Limitado.**

#### 13. Claridad y terminología (C13).

- *Observaciones:* El lenguaje es claro al presentar los cálculos, pero no utiliza terminología como “parte restante” o “fracción de lo que queda” que ayude a distinguir correctamente conceptos.
- *Grado:* **Parcial.**

#### 14. Movilización del sentido numérico y algebraico (C14).

- *Observaciones:* Usa sentido numérico para la suma de fracciones y la regla de tres, pero carece de enfoque algebraico (no usa variable ni modeliza procesos sucesivos).
- *Grado:* **Básico numérico, ausente algebraico.**

---

### Compendio de criterios de evaluación y grado de logro

1. Comprensión del problema: Básico
  2. Aplicación de técnicas: Insuficiente
  3. Nivel de dificultad / reflexión: Ausente
  4. Manipulación de fracciones: Insuficiente
  5. Actitud y persistencia: Ausente
  6. Procedimiento organizado: Parcialmente logrado
  7. Contextualización interdisciplinar: Ausente
  8. Modelización matemática: Básico
  9. Interpretación y validación: Cumple de forma limitada
  10. Estrategia optimizada: Insuficiente
  11. Destreza operativa: Adecuado (cálculo), insuficiente (aplicación)
  12. Rigor matemático: Limitado
  13. Claridad y terminología: Parcial
  14. Sentido numérico y algebraico: Básico numérico, ausente algebraico
- 

### Retroalimentación para el alumno

¡Buen intento al combinar las fracciones de las ventas! Ahora vamos a corregir el enfoque para que la resolución encaje con las dos ventas sucesivas:

#### 1. Distingue lo vendido de lo que queda tras cada paso.

- Después de vender la mitad queda  $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  del total.
- De esa mitad, se vende un tercio, es decir  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$  del total.

#### 2. Calcula la parte total que permanece

$$\text{remanente} = 1 - \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \right) = \frac{6}{6} - \frac{4}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

No es  $1/6$ , sino  $1/3$  del total inicial.

#### 3. Valida con un ejemplo numérico

Si el ganadero tenía 6 vacas:

- Vende 3 (la mitad), le quedan 3.

- Vende 1 (un tercio de 3), le quedan 2.  
Con 6 vacas, efectivamente sobra  $\frac{1}{3}$  del total (2 de 6).

#### 4. Introduce una variable

Sea  $V$  el número de vacas iniciales:

$$\text{tras 1ª venta} = \frac{1}{2}V, \quad \text{tras 2ª venta} = \frac{1}{2}V - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}V\right) = \frac{1}{3}V.$$

Si  $\frac{1}{3}V = 2$ , entonces  $V = 6$ .

#### 5. Usa vocabulario preciso

Habla de “parte vendida en la segunda operación” y “parte restante final” para diferenciar claramente cada concepto.

Con estas correcciones, tu procedimiento será matemáticamente riguroso y conducirás al resultado correcto:

- Queda  $\frac{1}{3}$  de las vacas, y
- Tenía 6 vacas al principio.

¡Sigue practicando estos pasos y verás cómo evitas confusiones!

# Evaluación tarea matemática ESO

A continuación, se proporcionará la resolución de una tarea de matemáticas realizada por un alumno. Junto a esta tarea se proporcionan los criterios de evaluación que deben de ser el centro de la evaluación realizada.

Salida deseada: un análisis y evaluación de la resolución propuesta. Esta evaluación deberá de centrarse en los criterios de evaluación propuestos (no obstante, es posible que algunos criterios no se vean reflejados en la resolución, marcarlos como ausentes en ese caso). El propósito de la evaluación no es asignar una calificación numérica, sino determinar el grado de logro en las distintas dimensiones marcadas por los criterios (que le servirá al profesor) y dar una retroalimentación al alumno.

Estilo de escritura de la respuesta:

Análisis y evaluación: se admite lenguaje matemático experto y se debe de hacer alusión a los criterios de evaluación relevantes donde aparezcan. Si algún criterio no aparece reflejado en la resolución, resaltar este hecho explícitamente. Si algún criterio se ve logrado de manera extraordinaria, indicar este hecho como sobresaliente.

Retroalimentación: lenguaje amigable y simple, subrayando los principales errores y proporcionando sugerencias de mejora

Formato deseado:

Análisis y evaluación de la resolución: 2 páginas

Compendio de criterios de evaluación involucrados con el grado de logro conseguido en la resolución: enumeración

Retroalimentación para el alumno: 1 página

Contexto: La tarea la realiza un alumno de primer curso de la ESO, en la asignatura de matemáticas.

Tarea: ""

Realiza la suma de los primeros 20 números naturales. ¿Ha resultado en un número par? ¿Es la suma de los 100 primeros números naturales par o impar?

#### Criterios de evaluación: """"

- (1) Comprender el problema de una manera que no se reduce a inteligir el enunciado entendiendo los términos en su acepción general, sino formar un juicio y una representación sobre el escenario descrito y atisbar el objetivo propuesto.
- (2) Realizar una aplicación de técnicas y conocimiento matemático, en un contexto y forma compatibles con el problema y/o razonables.
- (3) Alcanzar un nivel de dificultad propio de la reflexión o al menos de la conexión. Abordar el problema desde una perspectiva crítica y con vistas a la escalabilidad.
- (4) Manipular conceptos matemáticos relacionados con números enteros, divisibilidad y/o paridad. En particular, si procede, construir representaciones y/o formular hipótesis.
- (5) Demostrar una buena actitud mediante un intento persistente de lograr la resolución del problema, varios intentos en realizarlo, una exposición cuidada o reflexiones sobre el mismo.
- (6) Formular un proceder organizado para alcanzar la solución del problema.
- (7) Contextualizar y conectar la tarea. Este criterio valora en particular la transversalidad e interdisciplinaridad empleada.
- (8) Realizar una modelización matemática de la tarea, si cabe, extrapolando el problema a contextos reales o físicos y proporcionando sentido al problema dentro de estos contextos.
- (9) Cuidar la realización de la solución, en particular, atendiendo y conservando la coherencia del problema (interpretando soluciones, por ejemplo). El contraste y validación de resultados formarían parte de este punto.
- (10) Optimizar procesos, ya sea por planteamiento directo o mejoras iterativas.
- (11) Demostrar destreza operativa (matemática simple o que atañe a otras materias y sea en algún sentido pertinente en la resolución del problema).
- (12) Conservar el rigor matemático en la resolución.
- (13) Desarrollar la resolución de manera precisa, clara y adecuada. Usar terminología matemática de forma precisa



y adecuada en los contextos en los que se requiera (esto concierne tanto al lenguaje simbólico como al lenguaje natural).

(14) Demostrar la movilización del sentido algebraico y/o cualesquiera otros que signifiquen una resolución ingeniosa de la tarea.

""""

Resolución: """"

Hago las cuentas manualmente y  $1+2+3+\dots$  hasta llegar a 20 me da 210. Claramente el número es par. Igualmente hago para la suma de los primeros 100 números y obtengo un número par, concretamente el 5050.

Solución: la suma de los primeros 20 números naturales resulta en 210, un número par. La suma de los 100 primeros números naturales resulta en un número par.

""""

### Análisis y evaluación de la resolución

En la resolución propuesta, el alumno responde correctamente a las preguntas planteadas: la suma de los primeros 20 números naturales es 210 (par) y la suma de los primeros 100 es 5050 (par). A continuación examinamos el trabajo en función de los criterios de evaluación:

#### 1. Comprensión del problema (Criterio 1).

El alumno interpreta la tarea de manera superficial: entiende el enunciado («sumar los primeros 20/100 números naturales») y el término «par» en su sentido habitual, pero no articula una representación ampliada del escenario (por ejemplo, por qué la suma de una secuencia de números se comporta de cierta manera). Se limita a ejecutar la operación sin explicitar el objetivo más allá del enunciado.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

#### 2. Aplicación de técnicas matemáticas (Criterio 2).

Se observa aplicación de suma repetida («hago las cuentas manualmente»), que es una estrategia válida pero ineficiente para 100 términos. No se utiliza ninguna técnica sistemática como la fórmula de Gauss.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

#### 3. Nivel de dificultad y conexión (Criterio 3).

El alumno no afronta el problema con una perspectiva crítica ni explora escalabilidad: no reflexiona cómo cambiaría el resultado si se generalizase a “n” términos, ni compara

métodos distintos.

**Grado de logro:** Ausente.

**4. Manipulación de conceptos (divisibilidad y paridad) (Criterio 4).**

Reconoce que los resultados son pares, pero no expone ningún argumento teórico sobre por qué la suma de un número par de términos consecutivos da un número par, ni formula hipótesis de relación con divisibilidad por 2.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

**5. Actitud y persistencia (Criterio 5).**

La exposición es muy sucinta y no muestra evidencia de varios intentos, replanteamientos ni reflexiones. Su actitud parece mecánica.

**Grado de logro:** Ausente.

**6. Procedimiento organizado (Criterio 6).**

El proceso es lineal pero poco organizado: habría convenido indicar claramente cada paso (p. ej., " $1+2=3$ ,  $+3=6$ , ... hasta  $+20=210$ "). La descripción "hago las cuentas manualmente" carece de estructura detallada.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

**7. Contextualización e interdisciplinaridad (Criterio 7).**

No hay ninguna conexión contextual (por ejemplo, aplicación en situaciones reales o vínculo con otras materias).

**Grado de logro:** Ausente.

**8. Modelización matemática (Criterio 8).**

No se plantea ningún modelo ni extrapolación a contextos reales (p. ej., calcular sumas de días, cantidades acumuladas).

**Grado de logro:** Ausente.

**9. Coherencia y validación (Criterio 9).**

El resultado es correcto y coherente con el enunciado, pero no hay contraste o validación alternativa (por ejemplo, usar un método distinto o comprobar con la fórmula).

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

**10. Optimización de procesos (Criterio 10).**

El procedimiento manual para 100 términos es poco óptimo. No se optimiza con fórmulas ni mejoras iterativas.

**Grado de logro:** Ausente.

**11. Destreza operativa (Criterio 11).**

Se evidencia capacidad de sumar, pero limitada; no se muestran destrezas avanzadas (por ejemplo, manejo de fórmulas).

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

**12. Rigor matemático (Criterio 12).**

Aunque los resultados son correctos, la justificación es mínima y carece de rigor en la exposición de conceptos.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

**13. Claridad y precisión en la exposición (Criterio 13).**

La redacción es muy escueta, sin uso de notación simbólica (" $\sum_{k=1}^{20} k = 210$ ") ni explicación detallada.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

**14. Ingenio algebraico (Criterio 14).**

No se utiliza ningún atajo algebraico ni evidencias de sentido algebraico; la solución es puramente aritmética manual.

**Grado de logro:** Ausente.

En resumen, el alumno obtiene los resultados correctos, pero su resolución adolece de justificación teórica, organización detallada, optimización y conexión con los conceptos más profundos de la paridad y la sumatoria de progresiones.

---

**Compendio de criterios de evaluación y grado de logro**

1. Comprensión del problema: Parcialmente logrado
2. Aplicación de técnicas matemáticas: Parcialmente logrado
3. Nivel de dificultad y conexión: Ausente
4. Manipulación de conceptos (paridad/divisibilidad): Parcialmente logrado
5. Actitud y persistencia: Ausente
6. Procedimiento organizado: Parcialmente logrado
7. Contextualización e interdisciplinaridad: Ausente
8. Modelización matemática: Ausente
9. Coherencia y validación: Parcialmente logrado

- 10. Optimización de procesos: Ausente
  - 11. Destreza operativa: Parcialmente logrado
  - 12. Rigor matemático: Parcialmente logrado
  - 13. Claridad y precisión en la exposición: Parcialmente logrado
  - 14. Ingenio algebraico: Ausente
- 

## Retroalimentación para el alumno

¡Buen trabajo obteniendo los resultados correctos! A continuación algunos consejos para mejorar:

- **Explica tu método.** En lugar de “hago las cuentas manualmente”, describe paso a paso o utiliza notación de sumatoria:

$$\sum_{k=1}^{20} k = 1 + 2 + \cdots + 20.$$

Esto hace tu procedimiento más claro.

- **Usa la fórmula de Gauss.** Para sumar 1 a 100 basta con

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2},$$

lo que para  $n = 100$  da  $\frac{100 \cdot 101}{2} = 5050$ . Así ahorras mucho tiempo.

- **Justifica la paridad.** En vez de mirar el resultado, razona que la suma de un número par de términos consecutivos da siempre un número par, porque se agrupan en parejas que suman lo mismo.
- **Comprueba tu resultado.** Haz una validación alternativa (por ejemplo, con la fórmula) o invierte el proceso (resta 20, resta 19, ...) para ver que vuelves a 0.
- **Conecta con ejemplos.** Imagina que los números representan los días de una quincena o los primeros metros recorridos; esto da sentido a la suma acumulada.
- **Organiza tu presentación.** Divide tu solución en secciones: enunciado, método, cálculo, resultado y justificación.

Con estos ajustes, tu trabajo ganará en claridad, rigor y profundidad matemática. ¡Sigue así!

Para la misma tarea y los mismos criterios, en el mismo modo que se especifico previamente, procesa esta otra resolución:

Resolución: ""

Hago las cuentas manualmente y  $1+2+3+\dots$  hasta llegar a 20 me da 210. Pero no voy a sumar los 100 primeros números naturales para averiguar si el número resultante es par o impar. Sé que sumando un número par y uno impar, me da un número impar. Dos números consecutivos son un número par y el otro impar, de manera que si sumo cada número con su siguiente empezando por el 1 y acabando en el 100, obtengo 50 números impares. Ahora, cuando sumo un número impar y otro impar, obtengo un número par. Entonces los 50 números impares se convierten en 25 números pares. Finalmente, sea como sea que sume una secuencia de números pares obtendré un número par.

Solución: la suma de los primeros 20 números naturales resulta en 210, un número par. La suma de los 100 primeros números naturales resulta en un número par.  
""

## Análisis y evaluación de la resolución

La resolución presenta dos partes: el cálculo directo para  $n = 20$  y un razonamiento "inteligente" de paridad para  $n = 100$ . Examinamos cada criterio:

### 1. Comprensión del problema (Criterio 1).

- El alumno interpreta correctamente la pregunta: necesita determinar la paridad de la suma.
- Va más allá del mero enunciado al plantear un enfoque de pares e impares para evitar cálculos extensos.

**Grado de logro:** Logrado.

### 2. Aplicación de técnicas matemáticas (Criterio 2).

- Para  $n = 20$  utiliza suma manual (válida aunque tediosa).
- Para  $n = 100$  aplica razonamiento sobre paridad de pares e impares en lugar de sumar término a término.

**Grado de logro:** Sobresaliente en la segunda parte, parcial en la primera.

**3. Nivel de dificultad y conexión (Criterio 3).**

- Muestra una perspectiva crítica: identifica una estructura alterna (emparejar consecutivos).
- Aunque no generaliza con una fórmula, el método es escalable al cambiar 100 por cualquier número par.

**Grado de logro:** Logrado.

**4. Manipulación de conceptos (divisibilidad y paridad) (Criterio 4).**

- Usa correctamente que impar + par = impar, impar + impar = par, y que la suma de pares sucesivos conserva paridad.
- Formula hipótesis sobre agrupaciones de términos y sus resultados.

**Grado de logro:** Sobresaliente.

**5. Actitud y persistencia (Criterio 5).**

- Evidencia reflexión: rehúye el cálculo exhaustivo y busca una estrategia más elegante.
- Aunque no detalla múltiples intentos, se percibe voluntad de optimizar.

**Grado de logro:** Logrado.

**6. Procedimiento organizado (Criterio 6).**

- La exposición del segundo método está estructurada en fases: emparejar, contar impares, reagrupar.
- Falta algo de claridad en la transición entre “50 impares” y “25 pares”: podría explicarse con más detalle.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

**7. Contextualización e interdisciplinaridad (Criterio 7).**

- No se conecta con situaciones reales ni otras materias.

**Grado de logro:** Ausente.

**8. Modelización matemática (Criterio 8).**

- Se crea un “modelo” de emparejamiento de números consecutivos, que es una forma básica de modelizar la tarea.
- No extrapola a un contexto físico o aplicable fuera del ejercicio.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

## 9. Coherencia y validación (Criterio 9).

- El razonamiento es internamente coherente.
- Podría validarse con un ejemplo numérico (p. ej., con  $1+2$ ,  $3+4$ ,... hasta  $10+11$ , etc.).

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

## 10. Optimización de procesos (Criterio 10).

- Evita el proceso largo de 100 sumas manuales gracias a un enfoque estratégico.

**Grado de logro:** Sobresaliente.

## 11. Destreza operativa (Criterio 11).

- Se observa dominio de operaciones básicas de paridad y agrupación.

**Grado de logro:** Logrado.

## 12. Rigor matemático (Criterio 12).

- El argumento es válido, pero algunas afirmaciones se dan por supuestas ("los 50 impares se convierten en 25 pares") sin justificar exactamente el mecanismo de suma entre ellos.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

## 13. Claridad y precisión en la exposición (Criterio 13).

- La explicación es comprensible, pero precisa mayor formalización: usar notación de conjuntos o sumatorias parciales.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

## 14. Ingenio algebraico (Criterio 14).

- Demuestra ingenio al evitar el cálculo directo, aunque no emplea álgebra simbólica explícita.

**Grado de logro:** Logrado.

---

## Compendio de criterios de evaluación y grado de logro

1. Comprensión del problema: Logrado
2. Aplicación de técnicas matemáticas: Parcial (20) / Sobresaliente (100)
3. Nivel de dificultad y conexión: Logrado
4. Manipulación de conceptos (paridad/divisibilidad): Sobresaliente

5. Actitud y persistencia: Logrado
6. Procedimiento organizado: Parcialmente logrado
7. Contextualización e interdisciplinaridad: Ausente
8. Modelización matemática: Parcialmente logrado
9. Coherencia y validación: Parcialmente logrado
10. Optimización de procesos: Sobresaliente
11. Destreza operativa: Logrado
12. Rigor matemático: Parcialmente logrado
13. Claridad y precisión en la exposición: Parcialmente logrado
14. Ingenio algebraico: Logrado

---

### Retroalimentación para el alumno

¡Muy buena idea usar la paridad para evitar sumar 100 términos! Aquí tienes algunas sugerencias:

- **Detalla las agrupaciones.** Explica por qué al emparejar  $1 + 2, 3 + 4, \dots$  obtienes 50 sumas impares, y luego cómo cada dos sumas impares generan un par. Un pequeño ejemplo (con los primeros 8 números) ayudaría a visualizar la técnica.
- **Usa notación.** Podrías escribir

$$\sum_{k=1}^{100} k = \sum_{i=1}^{50} (2i - 1 + 2i) = \sum_{i=1}^{50} (4i - 1)$$

y argumentar la paridad de cada término.

- **Valida con un caso reducido.** Prueba tu método con  $n = 10$  o  $n = 8$  para comprobar que siempre funciona.
- **Conecta con la fórmula general.** Menciona la fórmula  $\frac{n(n+1)}{2}$  y observa que cuando  $n$  es múltiplo de 4 o de 2 de forma adecuada, el resultado es par.
- **Formaliza la parte “50 impares  $\rightarrow$  25 pares”.** Podrías escribir:

Hay 50 sumas de (par+impar) = impar. Luego  $\sum$  de dos impares es par, así que  $\frac{50}{2} = 25$  sumas pares, y al sumar 25 números pares, el total es par.



Con estas mejoras tu explicación ganará en rigor y claridad, manteniendo el ingenio de tu estrategia. ¡Sigue así!

Para la misma tarea y los mismos criterios, en el mismo modo que se especifico previamente, procesa esta otra resolución:

Resolución: ""

Si supongo que cada unidad es un bloque, puedo ir apilando capas. En primer lugar pongo la capa de 100 bloques. Sobre ella pongo una capa de 99 bloques y continúo así hasta llegar al 1. Si alineo por la izquierda obtengo una especie de triángulo rectángulo. Entonces calculo su área como base por altura dividida entre dos, es decir,  $100 \cdot 50$ , resultando esta cuenta en 5000 cubos. Sin embargo, la diagonal tiene picos y de esos picos la mitad no se ha considerado en la cuenta anterior. Entonces 100 mitades me dan 50 unidades más. En suma, obtengo 5050 cubitos, que es la suma de los 100 primeros números naturales, es decir, un número par. Ahora realizo este mismo proceso para los primeros 20 números naturales y me da 210.

Solución: la suma de los primeros 20 números naturales resulta en 210, un número par. La suma de los 100 primeros números naturales resulta en un número par.

""

### Análisis y evaluación de la resolución

El alumno emplea una **visualización geométrica** para modelizar la suma de los primeros  $n$  números naturales como el recuento de “cubitos” en un triángulo de bloques apilados. A continuación examinamos cómo se refleja cada criterio:

#### 1. Comprensión del problema (Criterio 1).

El planteamiento muestra una interpretación profunda: traduce la sucesión de sumandos en un objeto geométrico (triángulo de bloques) y advierte el desfase de “picos” en la diagonal. No se queda en la mera suma aritmética, sino que forma un juicio sobre la estructura espacial de la tarea.

**Grado de logro:** Sobresaliente.

## 2. Aplicación de técnicas matemáticas (Criterio 2).

Usa la fórmula del área de un triángulo ( $\frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$ ) en un contexto discreto, y luego corrige ese modelo añadiendo el recuento de “medias unidades” omitidas. Es una técnica razonable y adaptada al problema.

**Grado de logro:** Sobresaliente.

## 3. Nivel de dificultad y conexión (Criterio 3).

Aborda el problema desde una perspectiva crítica y con capacidad de escalabilidad: el mismo procedimiento vale para  $n = 20$  o para  $n = 100$ . Muestra reflexión sobre la validez del modelo triangular y su ajuste.

**Grado de logro:** Logrado.

## 4. Manipulación de conceptos (divisibilidad y paridad) (Criterio 4).

Aunque el foco está en el conteo geométrico, el alumno concluye correctamente la paridad tras obtener 5050 y 210. Sin embargo, no articula un argumento de paridad independiente del modelo geométrico.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

## 5. Actitud y persistencia (Criterio 5).

El método revela creatividad y un intento claro de optimizar el proceso frente a la suma manual. La resolución está cuidada y muestra perseverancia para ajustar el modelo (añadiendo los “picos”).

**Grado de logro:** Logrado.

## 6. Procedimiento organizado (Criterio 6).

La exposición sigue un orden lógico:

- Construcción del triángulo de bloques,
- Cálculo aproximado por área,
- Ajuste de los elementos sobrantes.

Queda muy claro cada fase.

**Grado de logro:** Sobresaliente.

## 7. Contextualización e interdisciplinaridad (Criterio 7).

Se aplica un modelo geométrico, pero no se enlaza con otras disciplinas ni con aplicaciones reales (por ejemplo, apilamiento físico de objetos).

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

## 8. Modelización matemática (Criterio 8).

Excelente ejemplificación de modelización: traslada un problema aritmético a un

problema de área triangular y rectifica la discrepancia.

**Grado de logro:** Sobresaliente.

**9. Coherencia y validación (Criterio 9).**

El razonamiento es coherente internamente y valida la corrección del modelo introduciendo el ajuste de “mitades”. Podría reforzarse con un pequeño ejemplo numérico reducido.

**Grado de logro:** Logrado.

**10. Optimización de procesos (Criterio 10).**

El alumno optimiza radicalmente el proceso de conteo evitando mil sumas individuales.

**Grado de logro:** Sobresaliente.

**11. Destreza operativa (Criterio 11).**

Demuestra habilidad en la aplicación de fórmulas geométricas y en el manejo de conteo discreto.

**Grado de logro:** Sobresaliente.

**12. Rigor matemático (Criterio 12).**

Mantiene rigor al explicar por qué el modelo inicial subestima la suma y cómo se corrige. No obstante, la justificación del conteo de “100 mitades = 50 unidades” podría formalizarse un poco más.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

**13. Claridad y precisión en la exposición (Criterio 13).**

La explicación es clara y bastante detallada; usa un lenguaje apropiado (“base”, “altura”, “picos”). Podría incorporar notación simbólica de sumatorias para enriquecer la presentación.

**Grado de logro:** Logrado.

**14. Ingenio algebraico (Criterio 14).**

Aunque no se recurre a álgebra simbólica, el paso creativo de modelizar con un triángulo y corregirlo muestra pensamiento ingenioso cercano al sentido algebraico.

**Grado de logro:** Logrado.

---

**Compendio de criterios de evaluación y grado de logro**

1. Comprensión del problema: Sobresaliente
2. Aplicación de técnicas matemáticas: Sobresaliente

3. Nivel de dificultad y conexión: Logrado
  4. Manipulación de conceptos (paridad/divisibilidad): Parcialmente logrado
  5. Actitud y persistencia: Logrado
  6. Procedimiento organizado: Sobresaliente
  7. Contextualización e interdisciplinaridad: Parcialmente logrado
  8. Modelización matemática: Sobresaliente
  9. Coherencia y validación: Logrado
  10. Optimización de procesos: Sobresaliente
  11. Destreza operativa: Sobresaliente
  12. Rigor matemático: Parcialmente logrado
  13. Claridad y precisión en la exposición: Logrado
  14. Ingenio algebraico: Logrado
- 

### Retroalimentación para el alumno

¡Excelente uso de la geometría para resolver la suma! Has logrado evitar cálculos largos y mostrado iniciativa para modelizar el problema. Para perfeccionar tu trabajo, ten en cuenta:

- **Formaliza el ajuste de “picos”.** Podrías ilustrar con un diagrama pequeño (por ejemplo, para 5 bloques) cómo aparecen las mitades y demostrar por qué suman exactamente  $n$  mitades.
- **Añade notación simbólica.** Acompaña tu método con

$$\sum_{k=1}^n k \approx \frac{n \cdot (n - 1)}{2} + \frac{n}{2} = \frac{n(n + 1)}{2},$$

y comenta la correspondencia con tu modelo geométrico.

- **Valida con un caso reducido.** Muestra el triángulo de 5×5 (o 6×6) y cuenta los cubitos para reforzar la comprensión.
- **Conecta con aplicaciones.** Imagina que estos bloques son pisos de un edificio en miniatura o niveles de una pirámide; esto da un contexto más tangible.

- **Profundiza la paridad.** Tras obtener 5050, podrías razonar por qué  $\frac{n(n+1)}{2}$  es par cuando  $n \equiv 0$  o  $3 \pmod{4}$ , ligando tu visualización con la teoría de divisibilidad.

Con estos retoques, tu resolución ganará en rigor formal y enriquecerá aún más la aportación geométrica. ¡Muy buen trabajo!

Para la misma tarea y los mismos criterios, en el mismo modo que se especifico previamente, procesa esta otra resolución:

Resolución: ""

Hago las cuentas manualmente y  $1+2+3+\dots$  hasta llegar a 20 me da 210. Como 100 números repartidos en bloques de 20 resultan en 5 bloques, cabe multiplicar simplemente 210 por 5 y se obtienen 1050 bloques, un número par.

Solución: la suma de los primeros 20 números naturales resulta en 210, un número par. La suma de los 100 primeros números naturales resulta en un número par.  
""

## Análisis y evaluación de la resolución

En esta propuesta, el alumno calcula correctamente la suma de los primeros 20 números naturales, pero aplica un razonamiento falaz al estimar la suma de los primeros 100. A continuación, examinamos cada criterio:

### 1. Comprensión del problema (Criterio 1).

- Entiende que hay que sumar los primeros  $n$  naturales y determinar su paridad.
- Sin embargo, asume que “bloques de 20” son intercambiables en valor, lo que revela una comprensión incompleta de la estructura de la progresión.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

### 2. Aplicación de técnicas matemáticas (Criterio 2).

- Para  $n = 20$  emplea suma manual con éxito.
- Para  $n = 100$  usa multiplicación de bloques ( $5 \times 210 = 1050$ ), técnica inapropiada: los bloques 1–20, 21–40, ... no tienen la misma suma.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado (20) / Ausente (100).

### 3. Nivel de dificultad y conexión (Criterio 3).

- No ofrece perspectiva crítica ni reflexiona sobre la validez de escalar directamente la suma de 20 a 100 elementos.

**Grado de logro:** Ausente.

#### **4. Manipulación de conceptos (divisibilidad y paridad) (Criterio 4).**

- Reconoce la paridad del resultado final (1050 es par), pero no vincula esta afirmación con un argumento sólido sobre la construcción de la suma real de 100 términos.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

#### **5. Actitud y persistencia (Criterio 5).**

- Muestra iniciativa al buscar atajos en lugar de repetir 100 sumas, pero no valida su método.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

#### **6. Procedimiento organizado (Criterio 6).**

- La exposición es lineal—suma, luego bloque—pero carece de justificación intermedia y de verificación de la suposición.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

#### **7. Contextualización e interdisciplinaridad (Criterio 7).**

- No hay conexión con otros ámbitos o aplicaciones prácticas.

**Grado de logro:** Ausente.

#### **8. Modelización matemática (Criterio 8).**

- El alumno intenta un modelo de “bloques”, pero no reconoce que las cantidades cambian con la posición en la secuencia.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

#### **9. Coherencia y validación (Criterio 9).**

- La solución falla en validar la suposición clave; adolece de contraste con un método alternativo (por ejemplo, la fórmula de Gauss).

**Grado de logro:** Ausente.

#### **10. Optimización de procesos (Criterio 10).**

- Busca optimizar evitando 100 sumas manuales, pero lo hace con un método erróneo.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

#### **11. Destreza operativa (Criterio 11).**

- Muestra habilidad en sumas y multiplicación, pero no en el manejo de progresiones aritméticas.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

## 12. Rigor matemático (Criterio 12).

- Falta rigor al pasar de sumar 20 a multiplicar por 5 sin justificación; la conclusión es incorrecta.

**Grado de logro:** Ausente.

## 13. Claridad y precisión en la exposición (Criterio 13).

- El texto es claro, pero demasiado sucinto en la parte crítica; omite la explicación de por qué los bloques serían equivalentes.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

## 14. Ingenio algebraico (Criterio 14).

- El atajo propuesto muestra intento de ingenio, pero no refleja sentido algebraico verdadero ni comprensión de la progresión.

**Grado de logro:** Parcialmente logrado.

## Resumen:

- **Aciertos:** correcta suma hasta 20; iniciativa de optimización.
- **Errores clave:** asunción falsa de bloques de igual valor; falta de validación; resultado final (1050) matemáticamente incorrecto para la suma de los primeros 100 números (5050).

---

## Compendio de criterios de evaluación y grado de logro

1. Comprensión del problema: Parcialmente logrado
2. Aplicación de técnicas matemáticas: Parcialmente logrado (20) / Ausente (100)
3. Nivel de dificultad y conexión: Ausente
4. Manipulación de conceptos (paridad/divisibilidad): Parcialmente logrado
5. Actitud y persistencia: Parcialmente logrado
6. Procedimiento organizado: Parcialmente logrado
7. Contextualización e interdisciplinaridad: Ausente

8. Modelización matemática: Parcialmente logrado
  9. Coherencia y validación: Ausente
  10. Optimización de procesos: Parcialmente logrado
  11. Destreza operativa: Parcialmente logrado
  12. Rigor matemático: Ausente
  13. Claridad y precisión en la exposición: Parcialmente logrado
  14. Ingenio algebraico: Parcialmente logrado
- 

### Retroalimentación para el alumno

Has obtenido correctamente la suma de los primeros 20 números (210), ¡bien hecho! No obstante, en la parte de 100 términos se ha colado un error de método. Algunos consejos:

1. **Revisa la suposición de “bloques iguales”.** Los grupos 1–20, 21–40, ... no suman lo mismo; cada bloque va aumentando en valor. Por ejemplo,  $21+22+\dots+40$  es mayor que  $1+2+\dots+20$ .
2. **Usa la fórmula de Gauss.**

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Para  $n = 100$  da  $\frac{100 \times 101}{2} = 5050$ , que confirma tu objetivo de saber la paridad y mejora la exactitud.

3. **Valida tu resultado.** Siempre que propongas un atajo, comprueba con un caso reducido (por ejemplo, los primeros 40 números) y compáralo con la fórmula.
4. **Fortalece el rigor.** Explica cada paso: si agrupas, muestra explícitamente la suma de uno o dos bloques para verificar que sean iguales o no.

De este modo, mantendrás la eficiencia en los cálculos y asegurarás la corrección de tus resultados. ¡Ánimo y a seguir practicando!

Para la misma tarea y los mismos criterios, en el mismo modo que se especifico previamente, procesa esta otra resolución:



Resolución: ""

Hago las cuentas manualmente y  $1+2+3+\dots$  hasta llegar a 20 me da 210. Ahora, si considero la suma desde el número 21 al 40 puedo verlo como la suma de los primeros 20 números y a cada uno de ellos se le suma 20. Es decir, el resultado de esa suma sería  $210+20*20 = 610$ . Es decir, la suma de los primeros 40 números naturales es  $610+210=820$ . Como ahora la suma desde el número 41 al 80 se puede ver como la suma de los primeros 40 números naturales y a cada uno se le suma 40, tendría por resultado  $820+40*40=2420$ . Es decir, la suma de los primeros 80 números naturales es  $820+2420=3240$ . Finalmente, sumo los números del 81 al 100 manualmente y obtengo 1810. Agregando esto último a 3240 obtengo 5050, luego la suma de los 100 primeros números es par.

Solución: la suma de los primeros 20 números naturales resulta en 210, un número par. La suma de los 100 primeros números naturales resulta en un número par.

""

## Análisis y evaluación de la resolución

El alumno propone un **método por bloques desplazados** que evita sumar término a término los cien números. A continuación se valora cada criterio:

### 1. Comprensión del problema (Criterio 1).

El alumno comprende que debe sumar los primeros  $n$  naturales y determinar su paridad, y además representa la progresión como bloques de longitud variable. Muestra una visión clara de la estructura subyacente.

**Grado de logro:** Logrado.

### 2. Aplicación de técnicas matemáticas (Criterio 2).

Emplea la técnica de descomponer la suma en tramos  $[1, 20]$ ,  $[21, 40]$ ,  $[41, 80]$  y  $[81, 100]$ , utilizando la propiedad

$$\sum_{k=a+1}^{a+20} k = \sum_{k=1}^{20} (k + a) = \sum_{k=1}^{20} k + 20a.$$

Esto refleja un uso razonable y eficaz de conocimientos de sumatorios desplazados.

**Grado de logro:** Sobresaliente.

### 3. Nivel de dificultad y conexión (Criterio 3).

El enfoque es reflexivo y escalable: podría generalizarse a cualquier partición o a cualquier valor de  $n$ . Muestra pensamiento crítico sobre cómo evitar el cómputo exhaustivo.

**Grado de logro:** Sobresaliente.

### 4. Manipulación de conceptos (divisibilidad y paridad) (Criterio 4).

Aunque el foco está en la suma desplazada, al final concluye correctamente la paridad del resultado total (5050 es par). El razonamiento sobre la conservación de paridad en desplazamientos de sumandos podría explicitarse más, pero la aplicación es válida.

**Grado de logro:** Logrado.

### 5. Actitud y persistencia (Criterio 5).

El método evidencia perseverancia y creatividad: el alumno no se rinde ante la tarea de 100 sumas y propone un atajo matemático riguroso.

**Grado de logro:** Logrado.

### 6. Procedimiento organizado (Criterio 6).

La resolución está estructurada en fases claramente delimitadas:

1. Suma manual de 1–20.
2. Cálculo de 21–40 por desplazamiento.
3. Cálculo de 41–80 por nuevo desplazamiento.
4. Suma manual de 81–100.

Este orden facilita la comprensión y revisión.

**Grado de logro:** Sobresaliente.

### 7. Contextualización e interdisciplinaridad (Criterio 7).

El alumno no establece conexiones con otros campos o aplicaciones reales (por ejemplo, con series físicas o contextos de acumulación).

**Grado de logro:** Ausente.

### 8. Modelización matemática (Criterio 8).

Crea un modelo de bloques que traduce la suma de naturales en sumas de subrangos con desplazamiento constante. Es una auténtica modelización del problema.

**Grado de logro:** Sobresaliente.

### 9. Coherencia y validación (Criterio 9).

Cada tramo se justifica mediante la misma fórmula de desplazamiento. El alumno valida el resultado final comprobando manualmente el tramo 81–100 y verificando que la suma

total coincide con 5050.

**Grado de logro:** Logrado.

**10. Optimización de procesos (Criterio 10).**

El método reduce drásticamente el número de operaciones manuales: en lugar de 100 sumas, realiza sólo tres desplazamientos y dos sumas manuales de 20 términos.

**Grado de logro:** Sobresaliente.

**11. Destreza operativa (Criterio 11).**

Demuestra habilidad en la manipulación de sumatorios y en el cálculo de desplazamientos constantes.

**Grado de logro:** Logrado.

**12. Rigor matemático (Criterio 12).**

El procedimiento es matemáticamente riguroso: cada paso utiliza una propiedad bien fundamentada y se comprueba el último bloque para garantizar la exactitud.

**Grado de logro:** Logrado.

**13. Claridad y precisión en la exposición (Criterio 13).**

La explicación es clara: cada etapa está bien descrita y los cálculos intermedios (210, 610, 820, 2420, 3240, 1810) aparecen de forma ordenada. Podría enriquecerse con notación de sumatorias para mayor formalidad.

**Grado de logro:** Logrado.

**14. Ingenio algebraico (Criterio 14).**

Muestra un sentido algebraico al reconocer y aplicar la fórmula de desplazamiento de sumas, lo cual es una solución ingeniosa al problema.

**Grado de logro:** Sobresaliente.

---

**Compendio de criterios de evaluación y grado de logro**

1. Comprensión del problema: Logrado
2. Aplicación de técnicas matemáticas: Sobresaliente
3. Nivel de dificultad y conexión: Sobresaliente
4. Manipulación de conceptos (paridad/divisibilidad): Logrado
5. Actitud y persistencia: Logrado
6. Procedimiento organizado: Sobresaliente

7. Contextualización e interdisciplinaridad: Ausente
  8. Modelización matemática: Sobresaliente
  9. Coherencia y validación: Logrado
  10. Optimización de procesos: Sobresaliente
  11. Destreza operativa: Logrado
  12. Rigor matemático: Logrado
  13. Claridad y precisión en la exposición: Logrado
  14. Ingenio algebraico: Sobresaliente
- 

### Retroalimentación para el alumno

¡Enhorabuena por tu método! Has logrado convertir una suma larga en un proceso sistemático y eficiente. Para mejorarlo aún más:

- **Formaliza con notación de sumatorias.** Por ejemplo, escribe

$$\sum_{k=1}^{100} k = \sum_{k=1}^{20} k + \sum_{k=1}^{20} (k + 20) + \sum_{k=1}^{40} (k + 40) + \sum_{k=81}^{100} k.$$

- **Explica brevemente la paridad de cada tramo.** Aunque compruebas la paridad final, podrías añadir que desplazar cada suma por un múltiplo de 20 ó 40 no altera la paridad global.
- **Valida el bloque final con la fórmula general.** Tras sumar 81–100 manualmente, compara ese resultado con  $\sum_{k=1}^{100} k - \sum_{k=1}^{80} k$  para reforzar la coherencia.
- **Explora la generalización.** ¿Cómo funcionarían tus bloques si dividieras  $n$  en otras longitudes? Eso reforzará tu reflexión crítica y escalabilidad.

Con estos detalles, tu exposición ganará en formalidad y conexión con la teoría de sumatorias. ¡Sigue aplicando tu ingenio!