
Exercício 2

Dados

```
In[1]:= EI;  
Len = {L/4, L/2, 3 L/4};  
F = {P, 2 P, 3 P}; (*forças aplicadas em x = L/4, L/2 e 3L/4, respectivamente*)  
M = M1; (*momento aplicado em x = L/2*)
```

Polinômios de Hermite: Funções de Forma

```
In[5]:= Pol1[x_, L_] := x - (2 * x^2 / L) + (x^3 / L^2) (*rotation*)  
Pol2[x_, L_] := 1 - (3 * x^2 / L^2) + (2 * x^3 / L^3) (*displacement*)  
Pol3[x_, L_] := -(x^2 / L) + (x^3 / L^2) (*rotation*)  
Pol4[x_, L_] := (3 * x^2 / L^2) - (2 * x^3 / L^3) (*displacement*)
```

Reações de Engastamento Perfeito para Forças Pontuais

Do Teorema de Betti, tem-se que $\Sigma F \bar{D} = \bar{\Sigma} F D$

Desenvolvendo a igualdade chega-se que, as reações resultantes de um carregamento pontual aplicado é dado por $R = -F \text{Pol}(a)$, sendo a o ponto de aplicação da força.

$f = P$

```
In[73]:= Mab1 = F[[1]] * Pol1[L/4, L];  
Print["Mab1 = ", Mab1]  
Rab1 = F[[1]] * Pol2[L/4, L];  
Print["Rab1 = ", Rab1]  
Mba1 = F[[1]] * Pol3[L/4, L];  
Print["Mba1 = ", Mba1]  
Rba1 = F[[1]] * Pol4[L/4, L];  
Print["Rba1 = ", Rba1]
```

$$Mab1 = \frac{9 L P}{64}$$

$$Rab1 = \frac{27 P}{32}$$

$$Mba1 = -\frac{3 L P}{64}$$

$$Rba1 = \frac{5 P}{32}$$

f = 2P

```
In[81]:= Mab2 = F[[2]] * Pol1[L / 2, L];
Print["Mab2 = ", Mab2]
Rab2 = F[[2]] * Pol2[L / 2, L];
Print["Rab2 = ", Rab2]
Mba2 = F[[2]] * Pol3[L / 2, L];
Print["Mba2 = ", Mba2]
Rba2 = F[[2]] * Pol4[L / 2, L];
Print["Rba2 = ", Rba2]
```

$$Mab2 = \frac{L P}{4}$$

$$Rab2 = P$$

$$Mba2 = -\frac{L P}{4}$$

$$Rba2 = P$$

f = 3P

```
In[89]:= Mab3 = F[[3]] * Pol1[3 L / 4, L];
Print["Mab3 = ", Mab3]
Rab3 = F[[3]] * Pol2[3 L / 4, L];
Print["Rab3 = ", Rab3]
Mba3 = F[[3]] * Pol3[3 L / 4, L];
Print["Mba3 = ", Mba3]
Rba3 = F[[3]] * Pol4[3 L / 4, L];
Print["Rba3 = ", Rba3]
```

$$M_{ab3} = \frac{9 L P}{64}$$

$$R_{ab3} = \frac{15 P}{32}$$

$$M_{ba3} = -\frac{27 L P}{64}$$

$$R_{ba3} = \frac{81 P}{32}$$

Reações de Engastamento Perfeito para Momentos Pontuais

Para os momentos, é necessário calcular a derivada dos polinômios de Hermite, já que o trabalho virtual é realizado pelo giro multiplicado pelo momento.

$$m = M1$$

```
In[97]:= Mab4 = M * D[Pol1[x, L], x] /. x -> L/2;
Print["Mab4 = ", Mab4]
Rab4 = M * D[Pol2[x, L], x] /. x -> L/2;
Print["Rab4 = ", Rab4]
Mba4 = M * D[Pol3[x, L], x] /. x -> L/2;
Print["Mba4 = ", Mba4]
Rba4 = M * D[Pol4[x, L], x] /. x -> L/2;
Print["Rba4 = ", Rba4]
```

$$M_{ab4} = -\frac{M1}{4}$$

$$R_{ab4} = -\frac{3 M1}{2 L}$$

$$M_{ba4} = -\frac{M1}{4}$$

$$R_{ba4} = \frac{3 M1}{2 L}$$

Reações de Engastamento Perfeito Totais

```
In[105]:= Ra = Rab1 + Rab2 + Rab3 + Rab4;
Print["Rab = ", Ra]
Ma = Mab1 + Mab2 + Mab3 + Mab4;
Print["Mab = ", Ma]
Rb = Rba1 + Rba2 + Rba3 + Rba4;
Print["Rba = ", Rb]
Mb = Mba1 + Mba2 + Mba3 + Mba4;
Print["Mba = ", Mb]
```

$$Rab = -\frac{3 M1}{2 L} + \frac{37 P}{16}$$

$$Mab = -\frac{M1}{4} + \frac{17 L P}{32}$$

$$Rba = \frac{3 M1}{2 L} + \frac{59 P}{16}$$

$$Mba = -\frac{M1}{4} - \frac{23 L P}{32}$$

Verificação com Ftool

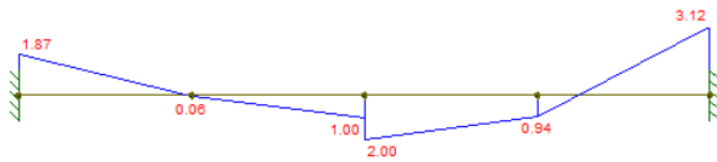
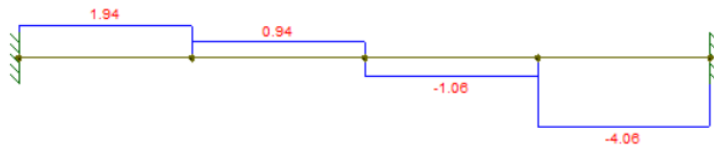
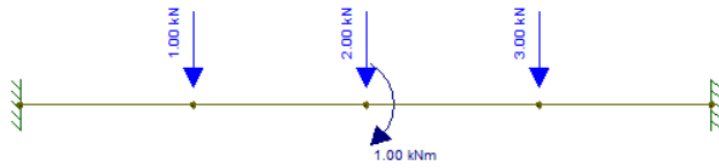
```
In[113]:= Ra /. {M1 -> 1, P -> 1, L -> 4} // N
Rb /. {M1 -> 1, P -> 1, L -> 4} // N
Ma /. {M1 -> 1, P -> 1, L -> 4} // N
Mb /. {M1 -> 1, P -> 1, L -> 4} // N
```

```
Out[113]=
1.9375
```

```
Out[114]=
4.0625
```

```
Out[115]=
1.875
```

```
Out[116]=
-3.125
```



Derivadas dos Polinômios de Hermite

```
In[126]:= d1 = D[x - (2 * x^2 / 4) + (x^3 / 4^2), x]
          d2 = D[1 - (3 * x^2 / 4^2) + (2 * x^3 / 4^3), x]
          d3 = D[-(x^2 / 4) + (x^3 / 4^2), x]
          d4 = D[(3 * x^2 / 4^2) - (2 * x^3 / 4^3), x]
          d1 /. x -> 2
          d2 /. x -> 2
          d3 /. x -> 2
          d4 /. x -> 2
```

Out[126]=

$$1 - x + \frac{3 x^2}{16}$$

Out[127]=

$$-\frac{3 x}{8} + \frac{3 x^2}{32}$$

Out[128]=

$$-\frac{x}{2} + \frac{3 x^2}{16}$$

Out[129]=

$$\frac{3 x}{8} - \frac{3 x^2}{32}$$

Out[130]=

$$-\frac{1}{4}$$

Out[131]=

$$-\frac{3}{8}$$

Out[132]=

$$-\frac{1}{4}$$

Out[133]=

$$\frac{3}{8}$$

```
In[134]:= Plot[{d1, d2, d3, d4}, {x, 0, 4}]
```

```
Out[134]=
```

