

Exercício 2

Dados

In[345]:=

```
EI;  
Len = {L / 4, L / 2, 3 L / 4};  
F = {P, 2 P, 3 P}; (*forças aplicadas em x = L/4, L/2 e 3L/4, respectivamente*)  
M = M1; (*momento aplicado em x = L/2*)
```

Polinômios de Hermite: Funções de Forma

In[165]:=

```
Pol1[x_, L_] := x - (2 * x^2 / L) + (x^3 / L^2) (*rotation*)  
Pol2[x_, L_] := 1 - (3 * x^2 / L^2) + (2 * x^3 / L^3) (*displacement*)  
Pol3[x_, L_] := - (x^2 / L) + (x^3 / L^2) (*rotation*)  
Pol4[x_, L_] := (3 * x^2 / L^2) - (2 * x^3 / L^3) (*displacement*)
```

Reações de Engastamento Perfeito para Forças Pontuais

Do Teorema de Betti, tem-se que $\Sigma F \bar{D} = \Sigma \bar{F} D$

Desenvolvendo a igualdade chega-se que, as reações resultantes de um carregamento pontual aplicado é dado por $R = -F Pol(a)$, sendo a o ponto de aplicação da força.

$$f = P$$

In[765]:=

```
Mab1 = F[[1]] * Pol1[L / 4, L];  
Print["Mab1 = ", Mab1]  
Rab1 = F[[1]] * Pol2[L / 4, L];  
Print["Rab1 = ", Rab1]  
Mba1 = F[[1]] * Pol3[L / 4, L];  
Print["Mba1 = ", Mba1]  
Rba1 = F[[1]] * Pol4[L / 4, L];  
Print["Rba1 = ", Rba1]
```

$$Mab1 = \frac{9 L P}{64}$$

$$Rab1 = \frac{27 P}{32}$$

$$Mba1 = -\frac{3 L P}{64}$$

$$Rba1 = \frac{5 P}{32}$$

f = 2P

In[773]:=

```

Mab2 = F[[2]] * Pol1[L / 2, L];
Print["Mab2 = ", Mab2]
Rab2 = F[[2]] * Pol2[L / 2, L];
Print["Rab2 = ", Rab2]
Mba2 = F[[2]] * Pol3[L / 2, L];
Print["Mba2 = ", Mba2]
Rba2 = F[[2]] * Pol4[L / 2, L];
Print["Rba2 = ", Rba2]

```

$$Mab2 = \frac{L P}{4}$$

$$Rab2 = P$$

$$Mba2 = -\frac{L P}{4}$$

$$Rba2 = P$$

f = 3P

In[781]:=

```

Mab3 = F[[3]] * Pol1[3 L / 4, L];
Print["Mab3 = ", Mab3]
Rab3 = F[[3]] * Pol2[3 L / 4, L];
Print["Rab3 = ", Rab3]
Mba3 = F[[3]] * Pol3[3 L / 4, L];
Print["Mba3 = ", Mba3]
Rba3 = F[[3]] * Pol4[3 L / 4, L];
Print["Rba3 = ", Rba3]

```

$$Mab3 = \frac{9 L P}{64}$$

$$Rab3 = \frac{15 P}{32}$$

$$Mba3 = -\frac{27 L P}{64}$$

$$Rba3 = \frac{81 P}{32}$$

Reações de Engastamento Perfeito para Momentos Pontuais

Para os momentos, é necessário calcular a derivada dos polinômios de Hermite, já que o trabalho virtual é realizado pelo giro multiplicado pelo momento.

m = M1

In[789]:=

```
Mab4 = M * D[Pol1[x, L], x] /. x -> L / 2;
Print["Mab4 = ", Mab4]
Rab4 = M * D[Pol2[x, L], x] /. x -> L / 2;
Print["Rab4 = ", Rab4]
Mba4 = M * D[Pol3[x, L], x] /. x -> L / 2;
Print["Mba4 = ", Mba4]
Rba4 = M * D[Pol4[x, L], x] /. x -> L / 2;
Print["Rba4 = ", Rba4]
```

$$Mab4 = -\frac{M1}{4}$$

$$Rab4 = -\frac{3 M1}{2 L}$$

$$Mba4 = -\frac{M1}{4}$$

$$Rba4 = \frac{3 M1}{2 L}$$

Reações de Engastamento Perfeito Totais

In[797]:=

```
Ra = Rab1 + Rab2 + Rab3 + Rab4;
Print["Ra = ", Ra]
Ma = Mab1 + Mab2 + Mab3 + Mab4;
Print["Ma = ", Ma]
Rb = Rba1 + Rba2 + Rba3 + Rba4;
Print["Rb = ", Rb]
Mb = Mba1 + Mba2 + Mba3 + Mba4;
Print["Mb = ", Mb]
```

$$Ra = -\frac{3 M1}{2 L} + \frac{37 P}{16}$$

$$Ma = -\frac{M1}{4} + \frac{17 L P}{32}$$

$$Rb = \frac{3 M1}{2 L} + \frac{59 P}{16}$$

$$Mb = -\frac{M1}{4} - \frac{23 L P}{32}$$

Verificação com Ftool

In[805]:=

Ra /. {M1 → 1, P → 1, L → 4} // N

Rb /. {M1 → 1, P → 1, L → 4} // N

Ma /. {M1 → 1, P → 1, L → 4} // N

Mb /. {M1 → 1, P → 1, L → 4} // N

Out[805]=

1.9375

Out[806]=

4.0625

Out[807]=

1.875

Out[808]=

-3.125

