Lezione 12 del 22/04/2021

Titolo nota 22/04/2021

Criteri d'arresto nel calcolo di soluzioni di sistemi lineari attraverso metodi iterativi

$$\begin{pmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \\ \vdots \\ x_n^{(0)} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x_1^{(1)} \\ x_2^{(1)} \\ \vdots \\ x_n^{(1)} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \\ \vdots \\ x_n^{(2)} \end{pmatrix} \quad \cdots \quad \begin{pmatrix} x_1^{(k)} \\ x_2^{(k)} \\ \vdots \\ x_n^{(k)} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{A\underline{x} = \underline{b}} \qquad \left(A\underline{x}^{(k)} - \underline{b}\right)$$

è la soluzione esatta?

- $\underbrace{\| A \underline{x}^{(k)} - \underline{b} \|} < \varepsilon > 10^{-16}$ $\qquad \varepsilon = 10^{-6}, 10^{-10}$

<u>CRITERIO del RESIDUO</u>: Interrompo l'algoritmo iterativo al più piccolo valore $k \in \mathbb{N}$ t.e.

$\| A \underline{x}^{(k)} - \underline{b} \| < \varepsilon$ tolleranza prefissata

$\cancel{\Downarrow}$

$\| \underline{x}^{(k)} - \underline{x} \| < \varepsilon$

- $\| \underline{x}^{(k+1)} - \underline{x}^{(k)} \| < \varepsilon$

<u>CRITERIO dell'INCREMENTO</u>: Interrompo l'algoritmo iterativo al più piccolo passo $k \in \mathbb{N}$ t.e.

$$\| \underline{x}^{(k+1)} - \underline{x}^{(k)} \| < \varepsilon$$

$$\cancel{\Downarrow}$$

$$\| \underline{x}^{(k)} - \underline{x} \| < \varepsilon$$

<u>Oss</u>: $\| \underline{x}^{(k+1)} - \underline{x}^{(k)} \| = \| \underbrace{\underline{x}^{(k+1)} - \underline{x}} + \underbrace{\underline{x} - \underline{x}^{(k)}} \| \leq$

$$\leq \| \underline{x}^{(k+1)} - \underline{x} \| + \| \underline{x}^{(k)} - \underline{x} \|$$

Se $\left(\underline{x}^{(k+1)} - \underline{x}\right) \underline{\simeq} \left(\underline{x}^{(k)} - \underline{x}\right)$ allora $\| x^{k+1} - x^{(k)} \| \underline{\simeq} 0$

Se la convergenza è lenta, il test è soddisfatto anche se potrei essere distante dalla soluzione esatta