Lezione 1 del 22/02/2021

Titolo nota 22/02/2021

$\boxed{\text{RICERCA di RADICI di EQUAZIONI } \underline{\text{NON}} \text{ LINEARI}}$

Consideriamo il problema:

Data $f : (a,b) \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, si cerca $\alpha \in (a,b)$ tale che

$$f(\alpha) = 0$$

Def: Sia $f \in C^m(a,b)$ con $m \in \mathbb{N}^+$,

- α si dice RADICE SEMPLICE se $f(\alpha) = 0$ e $f'(\alpha) \neq 0$

- se $f^{(m-1)}(\alpha) = \dots = f'(\alpha) = f(\alpha) = 0$ e $f^{(m)}(\alpha) \neq 0$

allora α è una RADICE di ORDINE m

$$f(x) = (x-\alpha)^m h(x) \qquad \text{con } h(\alpha) \neq 0$$

<u>Caso particolare</u>: calcolare le radici di un polinomio

Il teorema fondamentale dell'Algebra assicura che un polinomio di grado n ammette esattamente n radici reali o complesse

$\alpha_i \qquad i = 1 \dots n$

Es. $x^2 - 3x + 2 = 0 \qquad x_1 = 1 \qquad x_2 = 2$

$f(x) = (x-1)(x-2) = 0$

$f(x_1) = f(x_2) = 0$

$f'(x) = 2x - 3$

$f'(x_1) = -1 \neq 0$

x_1 radice semplice

$f'(x_2) = 1 \neq 0$

x_2 radice semplice

Es.: $x^2 - 2x + 1 = 0$

$f(x) = (x-1)^2 = 0$

$f'(x) = 2x - 2$

$f''(x) = 2$

$x_1 = x_2 = 1$

$f(x_1) = f(x_2) = 0$.

$f'(x_1) = f'(x_2) = 0$.

$f''(x_1) = f''(x_2) = 2 \neq 0$

$\Longrightarrow x_1 = x_2$ è una radice di ordine 2

$$\boxed{f(x) = (x-1)^2 \cdot \cancelto{1}{h(x)}}$$

con $h(x) = 1$