

TRABALHO 1 DA DISCIPLINA DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MECÂNICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL

Marina Elizabeth Mazuroski, mmazuroski@alunos.utfpr.edu.br

Resumo: O isolamento de tubulações operando a elevadas temperaturas é essencial para a segurança de áreas de processo industriais ou outros sistemas de transporte. O estudo numérico em tubulações de seção quadrada da capacidade de isolamento da fibra de vidro é feito em comparação ao aço carbono, com discretização feita a partir do método dos volumes finitos e algoritmo TDMA. O modelo é verificado com a solução analítica de um problema da literatura, com análise da influência da malha nos resultados numéricos. Campos de temperatura são gerados para diversos casos, os quais mostram a eficiência de isolamento térmico da fibra de vidro, assim como a resposta da temperatura das paredes externas com a variação da espessura da tubulação.

Palavras-chave: Método dos volumes finitos, transferência de calor, isolamento térmico

1. INTRODUÇÃO

Muitos processos industriais trabalham com elevadas temperaturas de operação em equipamentos e tubulações. No transporte de fluidos quentes, a transferência de calor entre o fluido e a tubulação leva não só a perda de energia e queda na eficiência do processo, mas também acarreta sérios riscos a operadores e pessoas que transitam pela área de produção, que podem sofrer graves queimaduras ao se aproximarem destes equipamentos. Embora equipamentos de proteção individual (EPI) sejam uma medida de segurança válida, é necessário o isolamento com materiais de baixa condutividade térmica, que devem manter a temperatura externa abaixo de 60°C para garantir condições seguras de trabalho (PERRY; GREEN; MALONEY, 1997).

A avaliação do potencial de isolamento de uma tubulação de seção transversal quadrada é feita numericamente, com discretização do domínio e das condições de contorno feita pelo método dos volumes finitos com esquema totalmente implícito para a variação da temperatura com o tempo. A resolução das matrizes geradas a cada iteração é feita pelo algoritmo da matriz tri-diagonal (TDMA). A verificação do modelo gerado é feita através da resolução de um problema da literatura e comparação com a sua solução analítica, com análise da influência da malha computacional.

A transferência de calor é então simulada para uma tubulação feita de aço carbono e comparada com o uso de fibra de vidro, material comumente utilizado como isolante térmico. A capacidade de isolamento também é avaliada para diferentes espessuras ao longo do tempo.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

A transferência de calor é modelada como um problema transiente de difusão em duas dimensões e coordenadas cartesianas. Simplificada para desconsiderar os efeitos advectivos, a equação da energia resulta na Eq. (1):

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

O problema de verificação, baseado em Özişik (2012), possui duas paredes adiabáticas e condição de convecção nas outras duas paredes, com temperatura inicial uniforme em todo o domínio. As condições de contorno são especificadas pelas Eqs. (2) e (3) e representadas na Figura 1.

$$C.C.: \begin{cases} \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 & -k \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = h(T|_{x=L} - T_{\infty}) \\ \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 & -k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=H} = h(T|_{y=H} - T_{\infty}) \end{cases} \quad (2)$$

$$C.I.: T(t=0) = T_0 \quad (3)$$

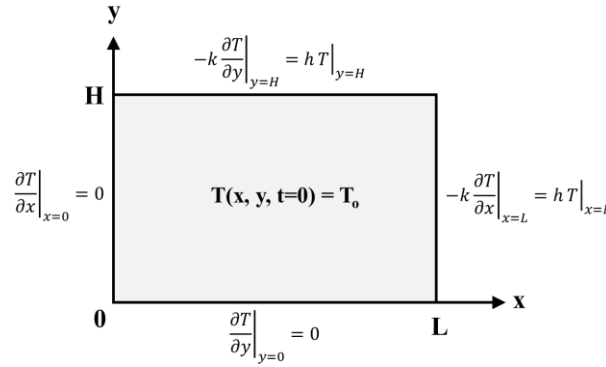


Figura 1. Problema de verificação e condições de contorno. Adaptado de Özışık (2012).

As propriedades do meio são consideradas constantes em relação à direção, tempo e temperatura. A temperatura externa é mantida constante para as condições de contorno de convecção.

Após verificação do modelo numérico, o problema é substituído por uma tubulação de seção quadrada com fluido a temperatura constante escoando na parte interna, e a parte externa possui condição de convecção. Por possuir dois planos de simetria, a geometria é simplificada conforme indicado na Figura 2(a) e 2(b).

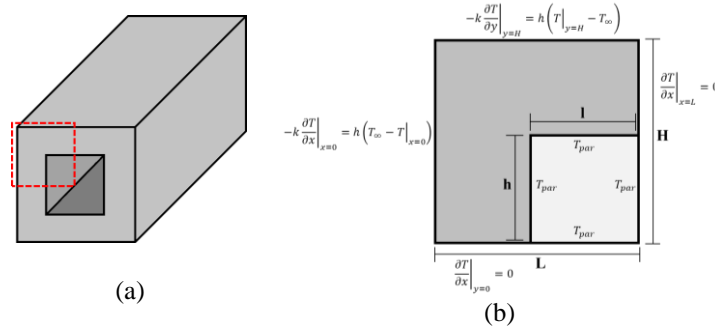


Figura 2. (a) Geometria do problema e (b) simplificação do domínio computacional e condições de contorno.

As condições de contorno estão especificadas nas Eqs. (4) e (5).

$$C.C.: \begin{cases} \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{y=0} = 0 & -k \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{y=H} = h(T|_{y=H} - T_{\infty}) & T|_{x=(L-l), y=0..h} = T_{par} \\ \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{x=L} = 0 & -k \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = h(T_{\infty} - T|_{x=0}) & T|_{y=(H-h), x=L..L} = T_{par} \end{cases} \quad (4)$$

$$C.I.: T(t=0) = T_0 \quad (5)$$

3. MODELAGEM NUMÉRICA

O modelo numérico é baseado no método dos volumes finitos, com uso do algoritmo da matriz tri-diagonal para resolução das matrizes e esquema para avanço dos passos de tempo totalmente implícito. A equação discretizada geral é dada pelas Eq. (6) e (7):

$$a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + a_N T_N + a_S T_S + a_P^o T_P^o + S_u \quad (6)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^o - S_p \quad (7)$$

Para as condições de contorno onde não há fluxo de calor, o gradiente de temperaturas na parede é tomado como zero. Na condição de temperatura prescrita, gera-se o termo fonte da Eq. (8) a partir da discretização feita do nó adjacente a parede com temperatura definida.

$$S_u = \begin{cases} \frac{2\Delta x}{\Delta y} T_{par} \Rightarrow \text{paredes horizontais} \\ \frac{2\Delta y}{\Delta x} T_{par} \Rightarrow \text{paredes verticais} \end{cases} \quad (8)$$

Já nas paredes com condição de convecção, toma-se o tratamento da Eq. (9) que resulta no termo fonte da Eq. (10):

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} = h(T|_{x=L} - T_{\infty}) = Q = \frac{\Delta T}{R_{conv} + R_{cond}} = \frac{T|_{x=L} - T_{\infty}}{\frac{1}{hA} + \frac{\delta_x}{kA}} \quad (9)$$

$$S_u = \begin{cases} \frac{\Delta x}{k} \frac{T_{\infty}}{1/h + \Delta y/2k} \Rightarrow \text{paredes horizontais} \\ \frac{\Delta y}{k} \frac{T_{\infty}}{1/h + \Delta x/2k} \Rightarrow \text{paredes verticais} \end{cases} \quad (10)$$

4. VERIFICAÇÃO NUMÉRICA

A solução analítica para o problema é dada por Özışık (2012) e foi implementada com o *software* Maple 2012, conforme Eq. (11):

$$T(x, y, t) = 4T_o \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{H^2 e^{-\alpha(\beta_m^2 + \gamma_n^2)t}}{[a(\beta_m^2 + H^2) + H][b(\gamma_n^2 + H^2) + H]} \frac{\cos \beta_m x \cos \gamma_n y}{\cos \beta_m a \cos \gamma_n b} \quad (11)$$

O domínio computacional para o teste de verificação é discretizado considerando elementos uniformes, com cinco malhas variando de 10 a 70 elementos em cada direção. Para as simulações, foi considerado uma placa de 5x5 cm de cobre a 500 °C sendo resfriada em um ambiente a 0 °C. Os dados utilizados estão dispostos na Tabela 1.

Tabela 1. Dados utilizados para a verificação numérica.

Comprimento do domínio, L (m)	0,05
Altura do domínio, H (m)	0,05
Temperatura inicial, T _o (°C)	500
Condutividade térmica, k (W/mK)	388
Capacidade calorífica, Cp (J/kgK)	380
Densidade, ρ (kg/m³)	8978
Temperatura ambiente, T _∞ (°C)	0
Coef. de transferência de calor por convecção, h (W/m²K)	100
Passo de tempo, Δt (s)	1

A verificação da capacidade de resolução do problema do modelo numérico foi feita através da comparação entre os perfis obtidos em y = H/2, para diferentes tempos com diferentes malhas. Os resultados estão apresentados na Figura 3.

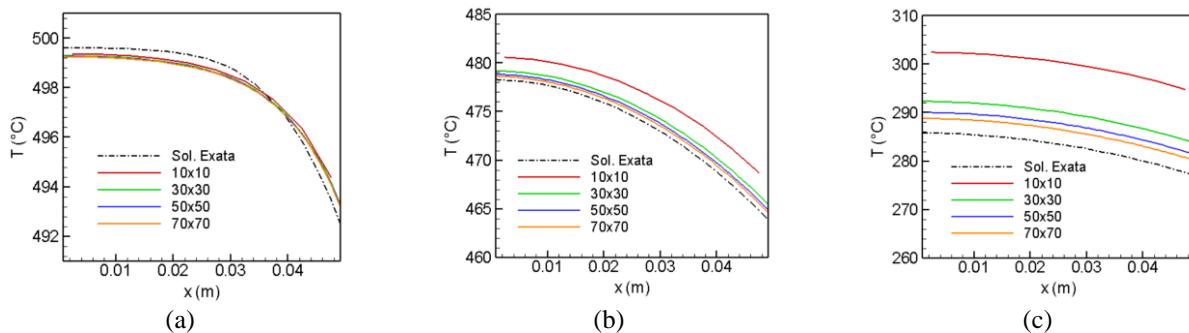


Figura 3. Comparação da solução analítica e solução numérica em y=H/2 para diferentes malhas e: (a) t=1s; (b) t=10s; (c) t=100s.

É possível constatar a partir da Figura 3(a) que a influência da malha computacional não é significativa nos instantes iniciais, indicando boa resolução do problema em todas. A diferença fica evidenciada nos momentos seguintes, sendo mais evidente no último instante avaliado, conforme Figura 3(c). A malha de 10x10 mostrou grande discrepância dos resultados, com aproximadamente 15°C de diferença, um desvio relativo de 6%. Já as malhas de 30, 50 e 70 elementos apresentaram desvio relativo máximo de 2,9%, 1,8% e 1,0%, respectivamente.

Embora acarrete resultados mais precisos, a malha de 70x70 elementos possui uma quantidade 5 vezes maior de elementos do que a malha de 30x30, impactando significativamente no tempo computacional para resoluções de problemas sem gerar valores consideravelmente mais precisos. Sendo assim, caso se defina um erro máximo desejável de 3%, a malha de 30x30 elementos possui boa confiabilidade de simulação.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Uma vez determinada a capacidade de resolução de problemas do programa e a influência da malha computacional no desvio do resultado analítico, as condições de contorno podem ser variadas para avaliação do problema de isolamento térmico de tubulações. Considera-se uma tubulação quadrada na qual a parte interior está a temperatura constante a parte externa consiste de um sólido (cobre ou fibra de vidro), sujeito à condição de convecção nas paredes. O problema possui dois planos de simetria, simplificando o domínio computacional, conforme Figura 2(b). Nas superfícies de simetria, o gradiente de temperatura é nulo.

O material da tubulação é avaliado como sendo aço carbono AISI 1010 e fibra de vidro, com propriedades listadas na Tabela 2, junto com os demais dados utilizados para o problema (INCROPERA et al., 2013).

Tabela 2. Dados utilizados nas simulações.

Comprimento do domínio, L (m)	0,1		
Altura do domínio, H (m)	0,1		
Número de elementos da malha	40x40		
Relação h/H ou l/L	0,25	0,5	0,75
Temperatura inicial, T _o (°C)	20		
Temperatura na parede, T _{par} (°C)	300		
Condutividade térmica, k (W/mK)	388	60	
Capacidade calorífica, Cp (J/kgK)	380	430	
Densidade, ρ (kg/m³)	8978	7800	
Temperatura ambiente, T _∞ (°C)	20		
Coef. de transferência de calor por convecção, h (W/m²K)	500		
Passo de tempo, Δt (s)	1		

A comparação entre o uso de aço-carbono e fibra de vidro no campo de temperaturas pode ser visto na Figura 4 e na Figura 5.

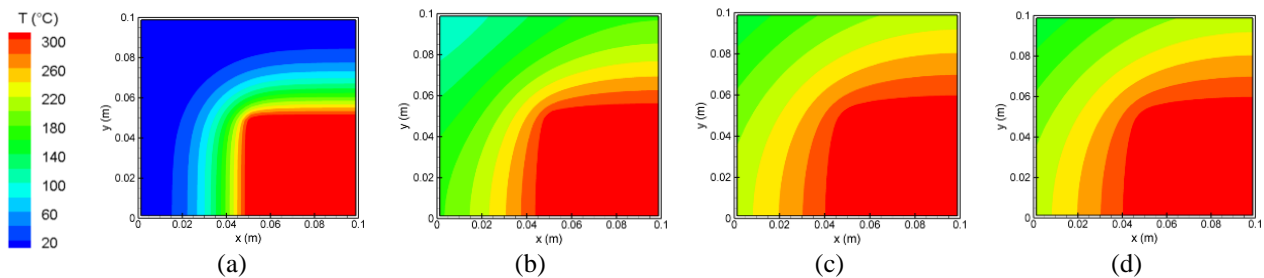


Figura 4. Campo de temperaturas para aço-carbono e $h/H=0,5$. (a) $t=10s$; (b) $t=100s$; (c) $t=1000s$ e (d) $t=5000s$.

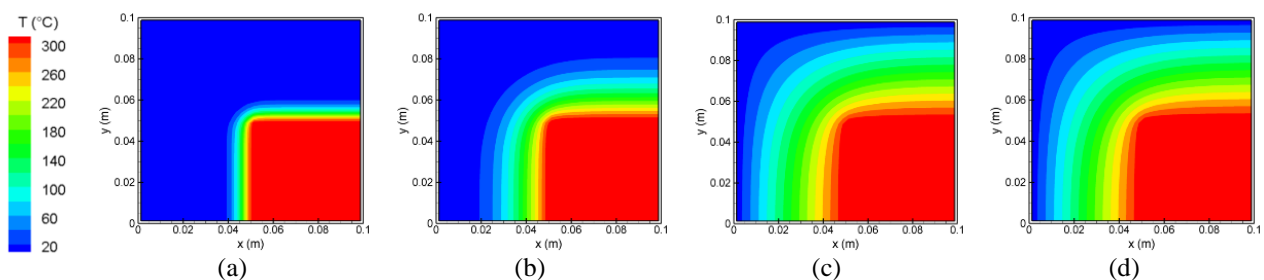


Figura 5. Campo de temperaturas para fibra de vidro e $h/H=0,5$. (a) $t=10s$; (b) $t=100s$; (c) $t=1000s$ e (d) $t=5000s$.

É possível verificar que ambos os sistemas atingem regime permanente em 1000s, com variação desprezível no campo de temperaturas após este instante. Além disso, visto a elevada condutividade térmica do aço carbono, a parte externa da tubulação atinge temperatura de aproximadamente 200°C no regime permanente, o que representaria um grave risco a segurança de um processo industrial. Já com a fibra de vidro, a temperatura externa se mantém próxima da temperatura ambiente, valor abaixo dos 60°C necessários para garantir que se atendam as normas de segurança.

A espessura da camada de fibra de vidro também foi variada, com o campo de temperaturas na Figura 6 e na Figura 7.

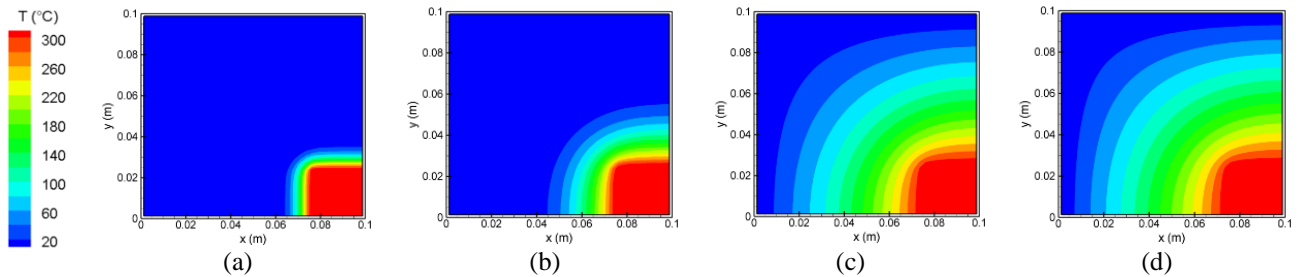


Figura 6. Campo de temperaturas para fibra de vidro e $h/H=0,25$. (a) $t=10s$; (b) $t=100s$; (c) $t=1000s$ e (d) $t=5000s$.

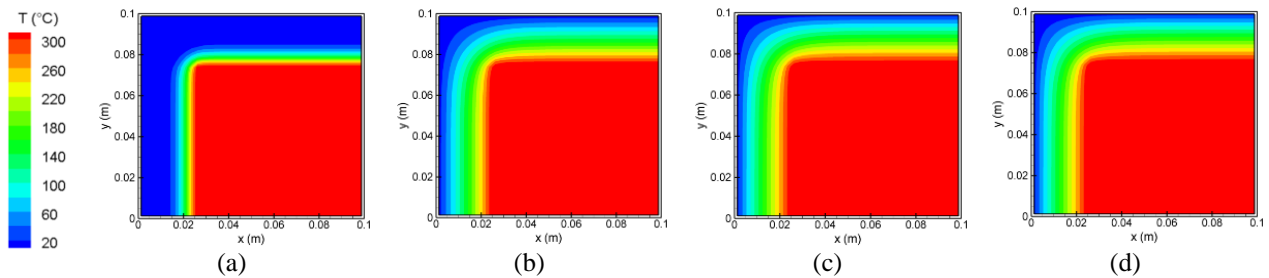


Figura 7. Campo de temperaturas para fibra de vidro e $h/H=0,75$. (a) $t=10s$; (b) $t=100s$; (c) $t=1000s$ e (d) $t=5000s$.

Nota-se que ambos os casos também atingem regime permanente em $t=1000s$, com poucas variações no campo a partir disso. O efeito da geometria da seção transversal da tubulação diminui conforme a espessura de isolante aumenta em relação ao tamanho da parte interna do tubo, com o campo apresentando características que se assemelham a uma geometria cilíndrica.

A comparação entre os perfis de temperaturas em $y=0$ para diferentes instantes de tempo e para todos os casos simulados pode ser vista na Figura 8.

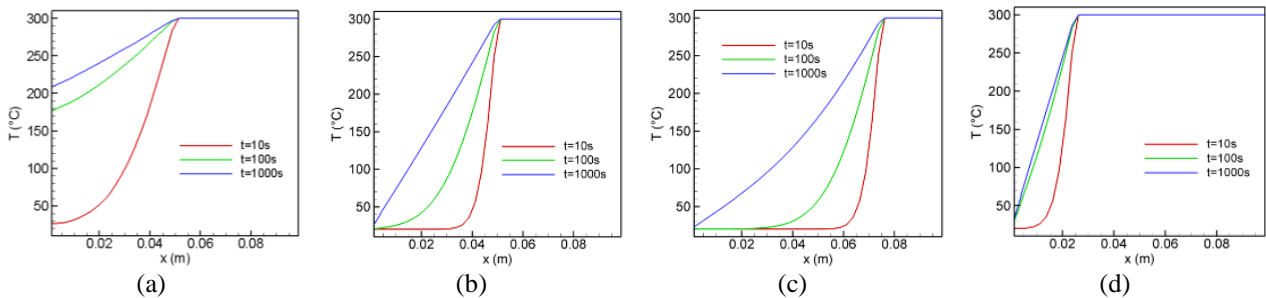


Figura 8. Evolução dos perfis de temperatura em $y=0$ para (a) $h/H=0,5$, aço-carbono; (b) $h/H=0,5$, fibra de vidro; (c) $h/H=0,25$, fibra de vidro e (d) $h/H=0,75$, fibra de vidro.

Para uma espessura maior de material isolante, a temperatura externa se mantém igual a temperatura ambiente, com uma faixa maior de tubulação a baixas temperaturas. Com uma espessura menor, a temperatura se mantém um pouco mais alta, porém ainda dentro de um valor aceitável. No entanto, oscilações de temperatura na parede interna podem acarretar em aquecimento indesejável na parte externa. Por segurança, os casos das Figura 8(b) ou 8(c) seriam os mais indicados para uso em tubulações com temperatura de operação muito elevada.

6. CONCLUSÕES

Um modelo numérico foi gerado para obtenção de perfis de temperatura para tubulações quadradas com temperatura constante na parte interna e convecção na parte externa. O material da tubulação e sua espessura foram variados, comparando o uso de aço carbono e fibra de vidro na transferência de calor. A discretização foi feita com base no método dos volumes finitos, com uso algoritmo TDMA, em regime 2D e transiente. A verificação do modelo foi feita através de um problema de transferência de calor da literatura, onde avaliou-se a influência do tamanho da malha na solução numérica. O uso de aço carbono como material resultou em temperaturas elevadas na parte externa da tubulação, o que em uma situação prática de processos industriais gera um elevado risco de segurança. Já o uso de fibra de vidro manteve o sistema isolado, com temperaturas externas próximas da temperatura ambiente. Espessuras menores também mostraram boa eficiência, embora com indicação de aquecimento na parte externa, o que pode ser prejudicial para tubulações com fluidos com oscilações de temperatura, por exemplo.

7. REFERÊNCIAS

HAHN, D. W.; ÖZİŞİK, M. N. Heat Conduction Fundamentals. Heat Conduct, 2012.

INCROPERA, F. P. et al. Principles of Heat and Mass Transfer, 2013.

PERRY, R. H.; GREEN, D. W.; MALONEY, J. O. Chemical Engineers' Handbook, 1997. v. 27.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. An Introduction to Computational Fluid Dynamics, 2007.