תרגיל בית 3 במבוא לרשתות מחשבים

1. מכיוון שבכל שלב יש רק תור אחד פעיל, נייצג מצב על ידי זוג של מס' האנשים בתור (כולל מקבל שירות) והתור הפעיל. כאשר במצב בו אין אנשים כלל נסמן שהתור הפעיל הוא . בנוסף, כיוון שידוע כי ניתן להתעלם ממנו, וכיוון ש- נדע כי לא ייתכן שיהיו בתור יותר מ-N אנשים.

דיאגרמה עבור קלט a:

0,0

1,1

2,1

1,2

2,2

1,3

2,3

דיאגרמה עבור קלט b:

0,0

1,1

2,1

1,2

2,2

3,1

3,2

1. התנאי למע' יציבה הוא קיום הגבול כאשר הוא היא ההסתברות לגודל תור של n לאחר זמן t. במילים - ניתן להגיד שהתנאי למע' יציבה הוא שגודל התור אינו גודל לאינסוף, לכן כל מע' סופית היא יציבה. כיוון שבמע' הנתונה אם יש כבר n אנשים בתור כל מי שיגיע יוותר והתור לא יגדל, המע' שלנו סופית. לכן המע' תמיד יציבה.
2. נסמן את ההסתברות להיות במצב (כדי להבדיל מ- שהיא ההסתברות להשאר אם יש j אנשים בתור)

עבר קלט a:

נמצא משוואות על ההסתברויות לפי דיאגרמת המצבים כפי שראינו בהרצאה (ע"י הקפת מצבים מסויימים בעיגול והשוואת קצב היציאה וקצב הכניסה)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| פיתוח | משוואה | מצבים בתוך העיגול |
|  |  | (1,1) , (2,1) |
|  | (1,2) , (2,2) |
|  | (1,3) , (2,3) |
|  |  | (2,1) |
|  | (2,2) |
|  | (2,3) |

כעת נציב את הערכים שמצאנו במשוואה האחרונה:

לבסוף נחשב את כל ההסתברויות לפי המשוואות לעיל:

עבר קלט b:

נמצא משוואות על ההסתברויות לפי דיאגרמת המצבים כפי שראינו בהרצאה (ע"י הקפת מצבים מסויימים בעיגול והשוואת קצב היציאה וקצב הכניסה)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| פיתוח | משוואה | מצבים בתוך העיגול |
|  |  | (1,1) , (2,1) , (3,1) |
|  | (1,2) , (2,2) , (3,2) |
|  |  | (2,1) , (3,1) |
|  | (2,2) , (3,2) |
|  |  | (3,1) |
|  | (3,2) |

כעת נציב את הערכים שמצאנו במשוואה האחרונה:

לבסוף נחשב את כל ההסתברויות לפי המשוואות לעיל:

1. כיוון שתמיד יש תור אחד פעיל, ניתן להזניח את איזה תור פעיל ולהתייחס רק לאורך התור. נצמצם את דיאגרמות המצבים והפעם נייצג כל מצב ע"י מס' האנשים בתור (כולל מקבל שירות) בלבד.

עבור קלט a: עבור קלט b:

0

1

2

3

2

1

0

1. קצב ההגעה הממוצע הוא תוחלת על . לשם כך נזדקק להסתברות לכל ערך אפשרי של וכיוון שהוא תלוי באורך התור נאלץ את ההסתברות לכך שהתור יהיה באורך כלשהו לכל אורך אפשרי של התור, נשתמש בהסתברויות שחישבנו בשאלה 3 לטובת זה. נסמן את ההסתברות שאורך התור יהיה i ע"י .

עבור קלט a: לפי הגדרת המצבים בדיאגרמה בסעיף 1 וחוקי הסתברות מתקיים כי

, ,

(ההסתברות שהתור יהיה באורך כלשהו זהה לסכום ההסתברויות שתור מסויים יהיה באורך זה)

מכך נקבל , ולכן קצב ההגעה הממוצע הינו

עבור קלט b: לפי הגדרת המצבים בדיאגרמה בסעיף 1 וחוקי הסתברות מתקיים כי

, , ,

(ההסתברות שהתור יהיה באורך כלשהו זהה לסכום ההסתברויות שתור מסויים יהיה באורך זה)

מכך נקבל מתקיים , , ולכן קצב ההגעה הממוצע הינו

1. נרצה להשתמש במשפט ליטל, לכן עלינו ראשית לחשב את תוחלת אורך התור. נשתמש בהסתברויות לאורך התור מהסעיף הקודם. בנוסף נסמן את אורך התור ב-n ואת זמן השהייה ב-T.

לאחר מכן כיוון ש- אינו קבוע נאלץ להשתמש בניסוח של משפט ליטל המשתמש בתוחלת של שחישבנו סעיף קודם.

עבור קלט a:

לכן לפי משפט ליטל זמן השהייה הממוצע הינו

עבור קלט b:

ולכן לפי משפט ליטל זמן השהייה הממוצע הינו

1. נסמן ב-W את זמן ההמתנה וב-S את זמן השירות, ונשים לב כי . לכן נקבל כי תוחלת זמן ההמתנה הינו . לכן עבור קלט a נקבל ועבור קלט b נקבל
2. נשים בטבלה את התוצאות שחישבנו תיאורטית לצד התוצאות שקיבלתנו ממס' הרצות והממוצע המתקבל (נריץ לאורך 50000 ולא 1000 על מנת להקטין את הרעש).

עבור קלט a:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ממוצע | הרצה 3 | הרצה 2 | הרצה 1 | חישוב תיאורטי | מדד ברטוב | מדד ביבש |
| 0.4432 | 0.4435 | 0.4427 | 0.4434 |  |  |  |
| 0.1108 | 0.1107 | 0.1108 | 0.1108 |  |  |  |
| 0.0748 | 0.0747 | 0.0749 | 0.0747 |  |  |  |
| 0.0101 | 0.0101 | 0.0101 | 0.0101 |  |  |  |
| 0.0351 | 0.0351 | 0.0351 | 0.0350 |  |  |  |
| 22.264 | 22.244 | 22.267 | 22.280 |  |  |  |

ניתן לראות כי בכל הרצה יש סטיה כלשהי מהחישוב התיאורטי כתוצאה מרעש, אך בממוצע אנחנו מקבלים תוצאות במרחק די זניח מהתוצאות המחושבות. ככל שנריץ ליותר זמן ונעשה ממוצע על יותר הרצות נתקרב עוד יותר לתוצאות התיאורטיות

עבור קלט b:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ממוצע | הרצה 3 | הרצה 2 | הרצה 1 | חישוב תיאורטי | מדד ברטוב | מדד ביבש |
| 0.0104 | 0.0105 | 0.0103 | 0.0104 |  |  |  |
| 0.0260 | 0.0259 | 0.0261 | 0.0261 |  |  |  |
| 0.1044 | 0.1042 | 0.1045 | 0.1044 |  |  |  |
| 0.3643 | 0.3646 | 0.3642 | 0.3642 |  |  |  |
| 0.1684 | 0.1686 | 0.1683 | 0.1683 |  |  |  |
| 0.2684 | 0.2687 | 0.2682 | 0.2682 |  |  |  |
| 9.8948 | 9.8843 | 9.8997 | 9.9003 |  |  |  |

ניתן לראות כי בכל הרצה יש סטיה כלשהי מהחישוב התיאורטי כתוצאה מרעש, אך בממוצע אנחנו מקבלים תוצאות במרחק די זניח מהתוצאות המחושבות. ככל שנריץ ליותר זמן ונעשה ממוצע על יותר הרצות נתקרב עוד יותר לתוצאות התיאורטיות