תרגיל בית 3 במבוא לרשתות מחשבים

1. מכיוון שבכל שלב יש רק תור אחד פעיל, נייצג מצב על ידי זוג של מס' האנשים בתור (כולל מקבל שירות) והתור הפעיל. כאשר במצב בו אין אנשים כלל נסמן שהתור הפעיל הוא . בנוסף, כיוון שידוע כי ניתן להתעלם ממנו, וכיוון ש- נדע כי לא ייתכן שיהיו בתור יותר מ-N אנשים.

דיאגרמה עבור קלט a:

0,0

1,1

2,1

1,2

2,2

1,3

2,3

דיאגרמה עבור קלט b:

0,0

1,1

2,1

1,2

2,2

3,1

3,2

1. התנאי למע' יציבה הוא קיום הגבול כאשר הוא היא ההסתברות לגודל תור של n לאחר זמן t. במילים - ניתן להגיד שהתנאי למע' יציבה הוא שגודל התור אינו גודל לאינסוף, לכן כל מע' סופית היא יציבה. כיוון שבמע' הנתונה אם יש כבר n אנשים בתור כל מי שיגיע יוותר והתור לא יגדל, המע' שלנו סופית. לכן המע' תמיד יציבה.
2. נסמן את ההסתברות להיות במצב (כדי להבדיל מ- שהיא ההסתברות להשאר אם יש j אנשים בתור)

עבר קלט a:

נמצא משוואות על ההסתברויות לפי דיאגרמת המצבים כפי שראינו בהרצאה (ע"י הקפת מצבים מסויימים בעיגול והשוואת קצב היציאה וקצב הכניסה)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| פיתוח | משוואה | מצבים בתוך העיגול |
|  |  | (1,1) , (2,1) |
|  | (1,2) , (2,2) |
|  | (1,3) , (2,3) |
|  |  | (2,1) |
|  | (2,2) |
|  | (2,3) |

כעת נציב את הערכים שמצאנו במשוואה האחרונה:

לבסוף נחשב את כל ההסתברויות לפי המשוואות לעיל:

עבר קלט b:

נמצא משוואות על ההסתברויות לפי דיאגרמת המצבים כפי שראינו בהרצאה (ע"י הקפת מצבים מסויימים בעיגול והשוואת קצב היציאה וקצב הכניסה)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| פיתוח | משוואה | מצבים בתוך העיגול |
|  |  | (1,1) , (2,1) , (3,1) |
|  | (1,2) , (2,2) , (3,2) |
|  |  | (2,1) , (3,1) |
|  | (2,2) , (3,2) |
|  |  | (3,1) |
|  | (3,2) |

כעת נציב את הערכים שמצאנו במשוואה האחרונה:

לבסוף נחשב את כל ההסתברויות לפי המשוואות לעיל:

1. כיוון שתמיד יש תור אחד פעיל, ניתן להזניח את איזה תור פעיל ולהתייחס רק לאורך התור. נצמצם את דיאגרמות המצבים והפעם נייצג כל מצב ע"י מס' האנשים בתור (כולל מקבל שירות) בלבד.

עבור קלט a: עבור קלט b:

0

1

2

3

2

1

0

1. קצב ההגעה הממוצע הוא בדיוק (לפי הגדרה). לכן עבור קלט a הוא יהיה 30 ועבור קלט b הוא יהיה
2. נרצה להשתמש במשפט ליטל, לכן עלינו ראשית לחשב את תוחלת אורך התור. לשם כך נאלץ לחשב את ההסתברות שהתור יהיה בכל אורך אפשרי, נשתמש בהסתברויות שחישבנו בשאלה 3 לטובת זה. נסמן את ההסתברות שאורך התור יהיה i ע"י . בנוסף נסמן את אורך התור ב-n ואת זמן השהייה ב-T.

לאחר מכן כיוון ש- אינו קבוע נאלץ לשחב גם את התוחלת שלו.

עבור קלט a: לפי הגדרת המצבים בדיאגרמה בסעיף 1 וחוקי הסתברות מתקיים כי

, ,

(ההסתברות שהתור יהיה באורך כלשהו זהה לסכום ההסתברויות שתור מסויים יהיה באורך זה)

לכן נקבל

בנוסף מתקיים , ולכן

לכן לפי משפט ליטל זמן השהייה הממוצע הינו

עבור קלט b: לפי הגדרת המצבים בדיאגרמה בסעיף 1 וחוקי הסתברות מתקיים כי

, , ,

(ההסתברות שהתור יהיה באורך כלשהו זהה לסכום ההסתברויות שתור מסויים יהיה באורך זה)

לכן נקבל כי

בנוסף מתקיים , , ולכן

ולכן לפי משפט ליטל זמן השהייה הממוצע הינו

1. נסמן ב-W את זמן ההמתנה וב-S את זמן השירות, ונשים לב כי . לכן נקבל כי תוחלת זמן ההמתנה הינו . לכן עבור קלט a נקבל ועבור קלט b נקבל