

## 8. Übung zur Vorlesung Theoretische Informatik I

**Aufgabe 1 (••):** Wandeln Sie einen DEA  $M = (Z, \Sigma, \delta, z_0, E)$  formal korrekt in einen äquivalenten NEA  $M' = (Z', \Sigma, \delta', S, E')$  um.

**Aufgabe 2 (•):** Sei  $L$  die folgende Sprache über  $\Sigma = \{0, 1\}$ :

$$L := \{w \mid w \text{ beginnt und endet mit einer } 0\}.$$

- a) Konstruieren Sie einen DEA  $M$  mit  $L(M) = L$  (die Angabe des Zustandsgraphen ist ausreichend).
- b) Geben Sie einen regulären Ausdruck aus  $\text{Reg}(\Sigma)$  an, der  $L$  beschreibt.

**Aufgabe 3 (•):** Vereinfachen Sie den regulären Ausdruck  $((a^+ \mid a \mid aa)^* \mid \varepsilon \mid \emptyset)b$ .

**Aufgabe 4 (••):** Betrachten Sie die Sprache

$$L := \{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{die Länge } |w| \text{ ist ungerade, und in der Mitte von } w \text{ steht eine Eins}\}.$$

- a) Notieren Sie fünf Wörter aus der Sprache  $L$ .
- b) Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas, dass  $L$  nicht regulär ist. (*Tipp:* Verwenden Sie für den Beweis Wörter der Form  $0^n 1 0^n$ .)

**Aufgabe 5 (••):** Sei  $\Sigma = \{0, 1\}$  und  $w \in \Sigma^*$ . Mit  $|w|_0$  und  $|w|_1$  bezeichnen wir die Anzahl der Nullen bzw. Einsen in  $w$ , d.h. für z.B.  $w := 10100010$  gilt  $|w|_0 = 5$  und  $|w|_1 = 3$ .

- a) Sei  $L \subseteq \Sigma^*$  die Sprache aller Wörter  $x$ , für die  $|x|_0$  und  $|x|_1$  jeweils eine der ersten 100 Primzahlen ist. Das obige  $w$  ist also in  $L$  enthalten, denn sowohl 5 als auch 3 sind Primzahlen. 10111 ist nicht in  $L$ , denn  $|10111|_1 = 4$  ist keine Primzahl (und im Übrigen  $|10111|_0 = 1$  auch nicht). Beweisen Sie, dass  $L$  regulär ist.
- b) Sei  $L := \{w \in \Sigma^* \mid |w|_0 = |w|_1\}$ . Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas, dass  $L$  nicht regulär ist. (*Tipp:* Argumentieren Sie z.B. mit einem Wort der Form  $0^k 1^k$  mit  $k \in \mathbb{N}$ .)
- c) Sei  $L := \{w \in \Sigma^* \mid |w|_0 < |w|_1\}$ . Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas, dass  $L$  nicht regulär ist. (*Tipp:* Argumentieren Sie z.B. mit einem Wort der Form  $0^k 1^{k+1}$  mit  $k \in \mathbb{N}$ .)

**Aufgabe 6 (•••):** Die folgende Sprache über  $\Sigma := \{a, b\}$  sieht den obigen Sprachen in gewisser Weise ähnlich, ist jedoch überraschenderweise regulär:

$$L := \{w \mid \text{die Infixe } ab \text{ und } ba \text{ kommen in } w \text{ gleich oft vor}\}.$$

Versuchen Sie, einen regulären Ausdruck für  $L$  zu finden. (*Hinweis:* Schreiben Sie sich zunächst einige Wörter aus  $L$  auf, die mit einem  $a$  beginnen, um sich deren Aufbau klar zu machen. Verfahren Sie genauso für die Wörter aus  $L$  mit einem  $b$  am Anfang.)