Hochschule Karlsruhe
University of Applied Sciences

Fakultät für Informatik
und Wirtschaftsinformatik

Lehrgebiet für Grundlagen der Informatik
Prof. Dr. Heiko Körner

2. Übung zur Vorlesung Theoretische Informatik I

Aufgabe 1 (•)**:** Beweisen Sie eine der beiden DeMorgan'schen Regeln der Mengenlehre.

Aufgabe 2 (•)**:** Schreiben Sie formal korrekt die folgenden Mengen auf:

a) Die Menge, die die Zahlen 1, 10, 100 und 1000 enthält.

b) Die Menge, die die Zahlen 1, 10, 100, 1000, usw. enthält.

c) Die Menge, die alle ungeraden Zahlen enthält.

d) Die Menge, die alle geraden Zahlen außer 2, 4 und 6 enthält.

e) Die Menge aller durch 117 teilbaren Zahlen.

f) Die Menge aller kubischen Zahlen, also 1, 8, 27, 64, usw.

g) Die Menge aller natürlichen Zahlen von 100 bis 10000.

h) Die Menge aller 52 Klein– und Großbuchstaben.

Aufgabe 3 (• •)**:** Beschreiben Sie die folgenden Mengen mit Ihren eigenen Worten, und versuchen Sie sie dann kompakter zu schreiben:

a) $A := \{n \in \mathbb{N} \,|\, \text{es gibt zwei Zahlen } k, \ell \in \mathbb{N}, \text{ so dass } n = 2 \cdot k \text{ und } n = 3 \cdot \ell \text{ gilt}\}$

b) $B := \{n \in \mathbb{Z} \,|\, n = n + 1\}$

c) $C := \{n \in \mathbb{N} \,|\, 1 \leq n < 100 \wedge \text{ es gibt zwei Zahlen } k, \ell \in \mathbb{N} \text{ mit } n = k^2 \text{ und } n = \ell^3\}$

d) $D := \{n \in \mathbb{N} \,|\, \text{es gibt zwei Zahlen } k, \ell \in \mathbb{N}, \text{ so dass } k = \ell^2 \text{ und } k > n \text{ gilt}\}$

Aufgabe 4 (•)**:** Es seien $A := \{2, 7, 8\}$ und $B := \{1, 7, 9\}$ zwei Mengen. Erstellen Sie die Mengen $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, die Komplemente von A und B gegenüber den ersten neun natürlichen Zahlen sowie die Potenzmengen $\mathcal{P}(A)$ und $\mathcal{P}(B)$.

Aufgabe 5 (• •)**:** Es seien A und B zwei beliebige Mengen. Vereinfachen Sie den Mengenausdruck $A \cap (B \cup (A \cup (\overline{A \cup B} \cap A)))$.

Aufgabe 6 (• • •)**:** Sei A eine beliebige Menge. Treffen die folgenden Vermutungen zu? Geben Sie jeweils ein Beispiel an oder beweisen Sie das Gegenteil:

a) Kann es sein, dass A und $\mathcal{P}(A)$ disjunkt sind?

b) Kann es sein, dass der Schnitt von A und $\mathcal{P}(A)$ nicht leer, aber endlich ist?

c) Kann es sein, dass der Schnitt von A und $\mathcal{P}(A)$ sogar unendlich viele Elemente enthält?

Aufgabe 7 (• • •)**:** Sei A eine endliche Menge mit $n := |A|$ vielen Elementen. Wieviele Elemente enthält die Potenzmenge $\mathcal{P}(A)$? Begründen Sie Ihre Antwort!