

## 11. Übung zur Vorlesung Theoretische Informatik I

**Aufgabe 1 (•••):** Es sei  $L \subseteq \Sigma^*$  eine beliebige reguläre Sprache. Zeigen Sie, dass dann auch die folgenden Mengen regulär sind:

- a)  $L_P := \{u \mid \exists v \in \Sigma^*: uv \in L\}$  ( $L_P$  ist die Sprache aller Präfixe von Wörtern aus  $L$ )
- b)  $L_S := \{v \mid \exists u \in \Sigma^*: uv \in L\}$  ( $L_S$  ist die Sprache aller Suffixe von Wörtern aus  $L$ )

*Hinweis:* Betrachten Sie einen DEA für die Sprache  $L$  und modifizieren Sie ihn so, dass er  $L_P$  bzw.  $L_S$  erkennt. Es reicht aus, wenn Sie die Konstruktion informal beschreiben.

**Aufgabe 2 (••):** Sei  $\Sigma = \{0, 1\}$ . Betrachten Sie nochmals die Sprache

$$L := \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ enthält gleich viele Nullen und Einsen}\}$$

aus einer vergangenen Aufgabe. Es soll nun noch ein weiteres Mal die Nichtregularität von  $L$  bewiesen werden, diesmal jedoch ohne Verwendung des Pumping-Lemmas oder des Satzes von MYHILL-NERODE.

- a) Zeigen Sie, dass die Sprache  $L' := \{0^p 1^q \mid p, q \in \mathbb{N}\}$  regulär ist.
- b) Bestimmen Sie die Sprache  $L \cap L'$ . Ist sie regulär?
- c) Folgern Sie aus den Abgeschlossenheitseigenschaften regulärer Sprachen, dass  $L$  nicht regulär sein kann.

**Aufgabe 3 (••):** Betrachten Sie die folgende Sprache  $L$  über  $\Sigma := \{0, 1\}$ :

$$L := \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ enthält mehr Nullen als Einsen}\}.$$

Beispielsweise ist 0110001 in  $L$  enthalten, nicht aber 011.

- a) Überlegen Sie sich, wie ein passender NKA  $M$  mit  $L = N(M)$  aussehen könnte. Beschreiben Sie informal die Arbeitsweise von  $M$  mit mehreren Sätzen.
- b) Geben Sie Ihren NKA formal als 6-Tupel  $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \#)$  an.
- c) Dokumentieren Sie eine erfolgreiche Kette von Konfigurationsübergängen beim Verarbeiten von  $01001 \in L$ .
- d) Prüfen Sie, ob  $M$  deterministisch ist. Begründen Sie Ihre Antwort.

**Aufgabe 4 (•):** Sei  $\Sigma := \{a, b\}$ . Konstruieren Sie einen DEA für die Sprache  $L := \Sigma^* \setminus \{ab\}$ :

- a) Konstruieren Sie zunächst einen DEA für die Sprache  $L' := \{ab\}$ .
- b) Erweitern Sie Ihren DEA so, dass die Übergangsfunktion total wird.
- c) In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die regulären Sprachen unter Komplementbildung abgeschlossen sind. Benutzen Sie die im zugehörigen Beweis benutzte Konstruktion, um den gewünschten DEA für  $L$  zu erzeugen.