Hochschule Karlsruhe
University of Applied Sciences

Fakultät für Informatik
und Wirtschaftsinformatik

Lehrgebiet für Grundlagen der Informatik
Prof. Dr. Heiko Körner

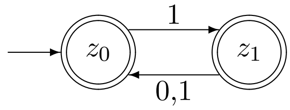
7. Übung zur Vorlesung Theoretische Informatik I

Musterlösungen

Aufgabe 1: Für die genannte Sprache L lauten mögliche Lösungen wie folgt:

a) Fünf Wörter aus L sind z.B. ε, 1, 10, 11 und 10111010.

b) Der folgende Automat akzeptiert L:



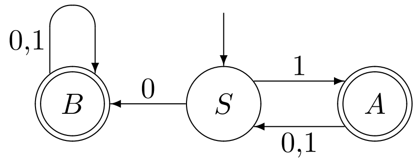
c) Ein passender regulärer Ausdruck ist $(1(0\,|\,1))^\star(1\,|\,\varepsilon)$. Der erste Teil $(1(0\,|\,1))^\star$ beschreibt alle Wörter gerade Länge, die abwechselnd aus Einsen und einem frei wählbaren Symbol bestehen. Alle diese Wörter sind gültige Wörter aus L, können aber auch durch ein weiteres Symbol verlängert werden (damit sind dann auch Wörter ungerader Länge möglich). Dieses Symbol steht dann an einer ungeraden Position und muss deshalb eine Eins sein.

Eine alternative Lösung wäre z.B. auch $(1(0\,|\,1))^\star 1^\star$.

Aufgabe 2: Die Lösungen zu den Teilaufgaben lauten:

a) Von z_0 aus kann man mit einer Null zwei verschiedene Zustände erreichen, nämlich z_0 und z_1. Dies ist in einem DEA nicht erlaubt.

b) Von dem Startzustand z_0 aus erreicht man mit einer Null die beiden Zustände z_0 und z_1. In dem neuen DEA gilt also $\delta(\{z_0\},0) = \{z_0,z_1\}$ und analog $\delta(\{z_0\},1) = \{z_1\}$. Für die neu erreichten Zustandsmengen $\{z_0,z_1\}$ und $\{z_1\}$ führt man die gleichen Analysen durch. Es ergibt sich $\delta(\{z_0,z_1\},0) = \{z_0,z_1\}$ und $\delta(\{z_0,z_1\},1) = \{z_0,z_1\}$ sowie $\delta(\{z_1\},0) = \{z_0\}$ und $\delta(\{z_1\},1) = \{z_0\}$, d.h. es treten keine weiteren neuen Zustandsmengen auf. Der Zustandsgraph sieht demnach wie folgt aus (dabei wurden die Mengen $\{z_0\}$, $\{z_1\}$ und $\{z_0,z_1\}$ aus Platzgründen und in Vorbereitung auf die nächste Teilaufgabe durch S, A und B ersetzt):



c) Die formale Umwandlung (Satz 2.2.11 der Vorlesung) erzeugt die Variablen

$$V := \{S, A, B\}$$

sowie die Produktionen

$$P := \{S \to 1A\,|\,0B\,|\,0\,|\,1,\ A \to 0S\,|\,1S,\ B \to 0B\,|\,1B\,|\,0\,|\,1\}\ .$$

d) Drei aus G ableitbare Wörter sind z.B. 0, 00 und 01. Die zugehörigen Ableitungen lauten

$$S \Rightarrow 0 \ , \qquad S \Rightarrow 0B \Rightarrow 00 \ , \qquad S \Rightarrow 0B \Rightarrow 01 \ .$$

Aufgabe 3: Mögliche reguläre Ausdrücke sind die folgenden:

a) Jedes Wort aus L darf an den ersten beiden Positionen beliebig eine Null oder eine Eins aufweisen. Außerdem können der Null an der dritten Position noch beliebige andere Symbole folgen. Offenbar beschreibt deshalb $(0\,|\,1)(0\,|\,1)0(0\,|\,1)^\star$ die gewünschte Sprache.

b) Vor den drei Einsen steht jeweils eine (evtl. leere) Folge von Nullen. Hinter der dritten Eins steht dagegen irgendetwas (evtl. auch weitere Einsen). Also wird L z.B. durch $0^\star 10^\star 10^\star 1(0\,|\,1)^\star$ beschrieben.

c) Möglich ist hier z.B. der Ausdruck $0^\star(10^+)^\star$. Denn in jedem Wort steht hinter einer Eins immer eine nichtleere Folge von Nullen. Zusätzlich kann ein solches Wort noch mit führenden Nullen anfangen. Eine Alternative wäre auch $(0\,|\,10)^\star$.

d) Richtig wäre z.B. $0^+\,|\,0^+10^\star\,|\,0^\star 10^+$. Denn ein Wort aus L enthält entweder überhaupt keine Eins (dies wird durch 0^+ beschrieben), oder aber genau eine Eins. Die mindestens eine Null steht dann entweder vor dieser Eins ($0^+10^\star$) oder dahinter ($0^\star 10^+$).

e) Naheliegend ist z.B. der Ausdruck $1(0\,|\,1)^\star\,|\,(0\,|\,1)^\star 1$.

Aufgabe 4: Der einfachste Ausdruck mit der gleichen Semantik ist 10^+. Zunächst beschreibt $0^\star$ die Menge aller Wörter, die nur aus Nullen bestehen (inkl. dem leeren Wort). Hier ist die einzelne Null bereits enthalten, d.h. $(0\,|\,0^\star)$ vereinfacht sich zu $0^\star$. Gleiches gilt für die Vereinigung mit dem leeren Wort ε, d.h. $\varepsilon\,|\,(0\,|\,0^\star)$ kann insgesamt durch $0^\star$ ersetzt werden. Somit lautet der gesamte Ausdruck bis jetzt $1(0^\star)^+0\,|\,\emptyset$. Die zweifache Hüllenbildung hat keinen Effekt, d.h. der Ausdruck vereinfacht sich weiter zu $10^\star 0\,|\,\emptyset$ bzw. zu $10^+\,|\,\emptyset$. Abschließend kann noch die Vereinigung mit der leeren Menge weggelassen werden.