

## 10. Übung zur Vorlesung Theoretische Informatik I

**Aufgabe 1 (••):** Sei  $M$  ein NEA mit  $\varepsilon \notin L(M)$ . Zeigen Sie, dass es einen äquivalenten NEA  $N$  mit  $L(M) = L(N)$  gibt, der nur einen Endzustand besitzt. (Tipp: Versuchen Sie, die Behauptung aus einer Kombination von bereits bewiesenen Konstruktionen aus der Vorlesung abzuleiten.)

**Aufgabe 2 (••):** Zeigen Sie, dass jede endliche Sprache die Bedingungen des Pumping-Lemmas erfüllt. Wie kann man jeweils leicht eine passende Pumping-Lemma-Zahl angeben?

**Aufgabe 3 (•):** Bekanntlicherweise gibt es für jede reguläre Sprache genau einen minimalen DEA mit einer totaler Übergangsfunktion. Zeigen Sie, dass für NEAs ein entsprechendes Resultat nicht gilt, indem Sie für die reguläre Sprache

$$L = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ endet mit einer Null}\}$$

zwei verschiedene minimale NEAs entwerfen.

- Beide NEAs sollen mit einer gleichen (möglichst geringen) Anzahl von Zuständen auskommen.
- Beide NEAs sollen für jeden Zustand und jedes Zeichen zumindest einen Übergang anbieten.
- Trotzdem sollen sich die beiden NEAs irgendwo unterscheiden, also nicht vom Zustandsgraph her völlig gleich sein.

Die Angabe der beiden Zustandsgraphen ist ausreichend.

**Aufgabe 4 (•••):** Sei  $L := \{a^p b^{2q} a^q \mid p, q \in \mathbb{N}\} \cup \{b^p a^q \mid p, q \in \mathbb{N}\}$ .

- a) Begründen Sie, warum man mit dem Pumping-Lemma **nicht** nachweisen kann, ob  $L$  regulär ist oder nicht.
- b) Verwenden Sie den Satz von MYHILL-NERODE, um die Regularität von  $L$  zu klären.

**Aufgabe 5 (•••):** Es seien  $L_i$ ,  $i \in \mathbb{N}$ , reguläre Sprachen über einem beliebigen Alphabet  $\Sigma$ . Sei ferner für eine Indexmenge  $X \subseteq \mathbb{N}$  die Sprache  $L$  durch

$$L := \bigcup_{i \in X} L_i$$

definiert, d.h. der Index  $i$  durchläuft alle Elemente aus  $X$ , und es wird die Vereinigung der entsprechenden  $L_i$ -Sprachen gebildet. (Ist z.B.  $X := \{2, 3, 7\}$ , so ist  $L = L_2 \cup L_3 \cup L_7$ .)

- a) Ist  $L$  immer regulär, wenn  $X$  endlich ist?
- b) Ist  $L$  immer regulär, wenn  $X$  unendlich ist?

Begründen Sie jeweils Ihre Antworten.