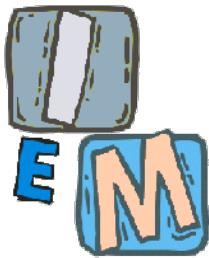


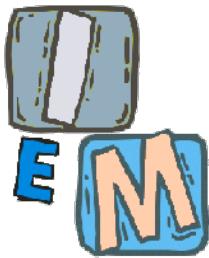


# Istogramma



# L'istogramma

- I pixel di una immagine sono una “popolazione” sulla quale possiamo calcolare tutte le quantità statistiche descrittive che si usano normalmente: Media, mediana, varianza, deviazione standard, quartili, percentili ...
- Particolarmente importante è la conoscenza della distribuzione delle frequenze dei toni di grigio: l'istogramma.



# Istogramma

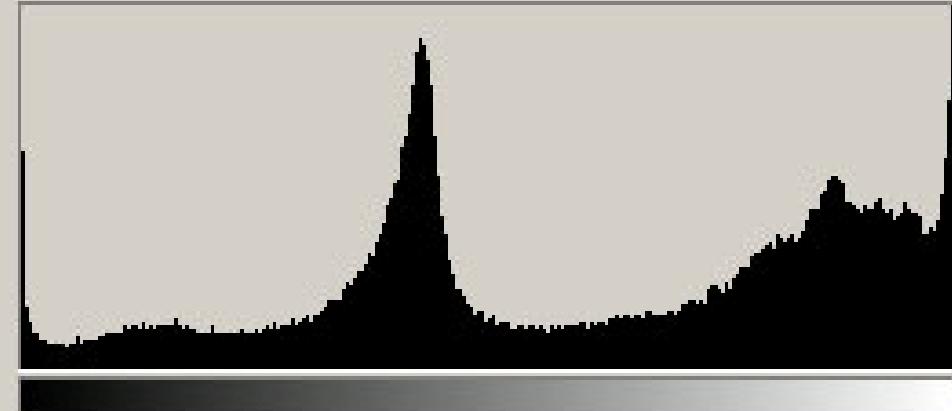
- Per ogni livello di grigio, riporta il numero di pixel di quel colore.
- Per una immagine  $I[m,n]$  si ha  
$$H(k) = \text{numero di pixel di valore } k$$
- E la somma di tutti gli  $H$  è esattamente  $mxn$
- L'istogramma è utile a comprendere in maniera immediata le caratteristiche dell'immagine.



# Istogramma



Channel: Gray



Mean: 157.92

Level:

Std Dev: 72.21

Count:

Median: 168

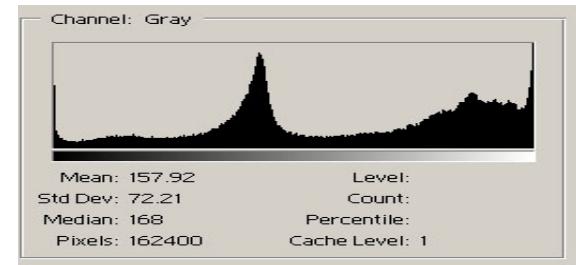
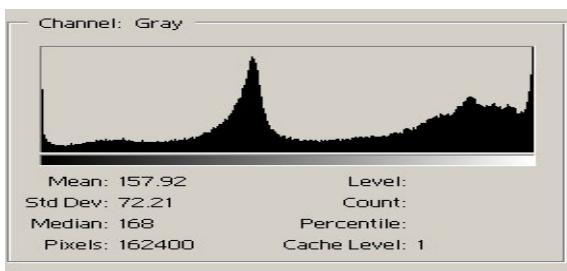
Percentile:

Pixels: 162400

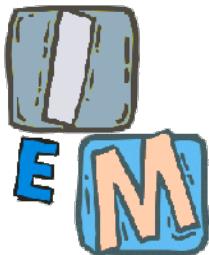
Cache Level: 1



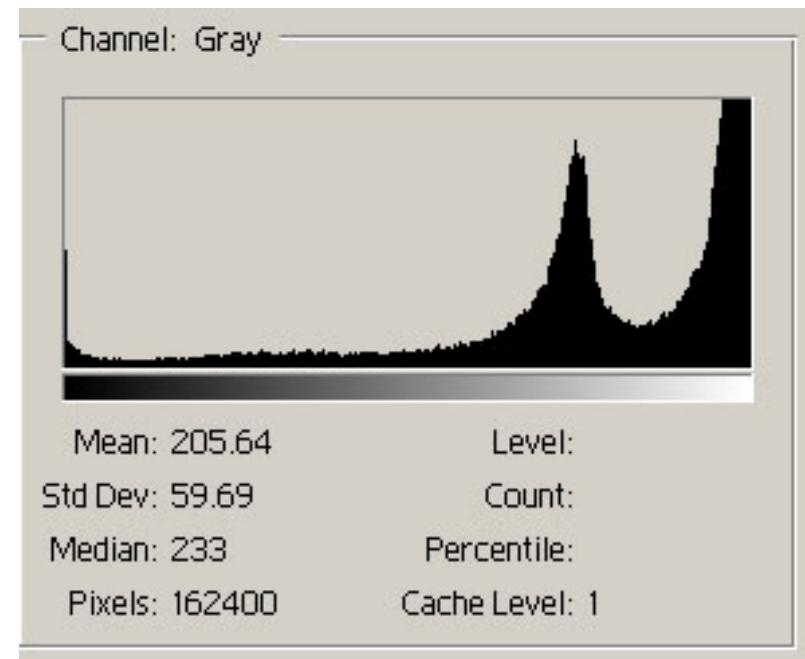
# Immagini diverse potrebbero avere istogrammi simili!

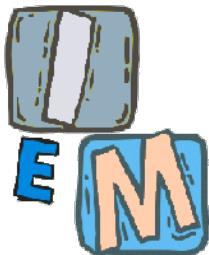


L'istogramma non tiene conto della **distribuzione spaziale** dei pixel!

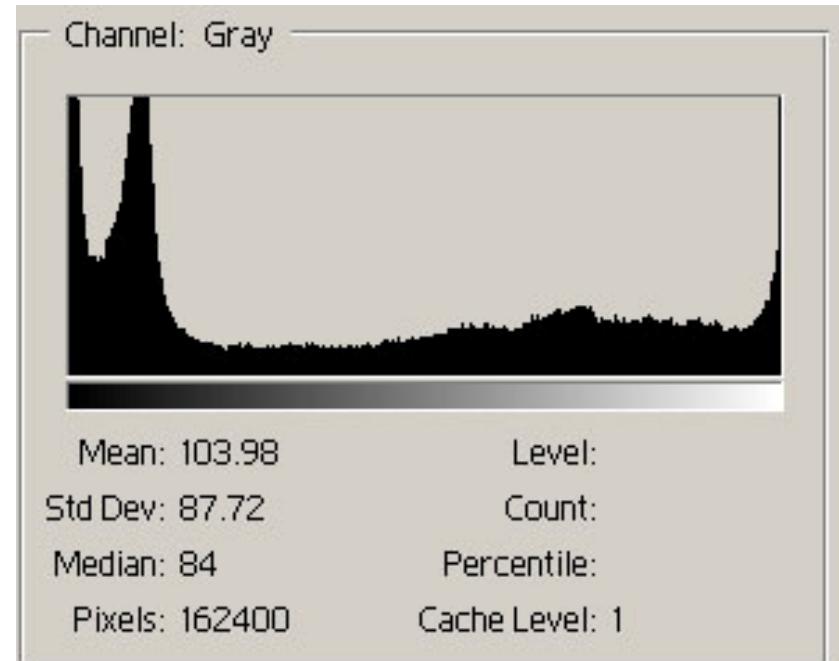


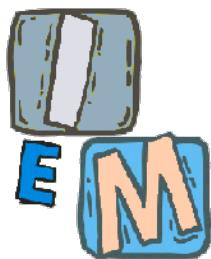
# Immagine chiara: istogramma più denso a destra





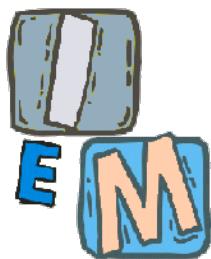
# Immagine scura: istogramma più denso a sinistra



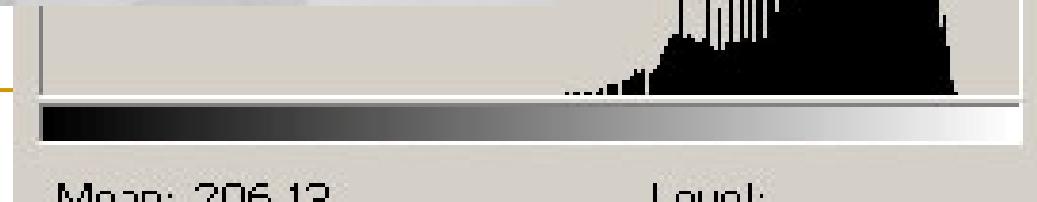


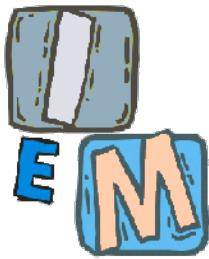
# Immagine sottoesposta





# Immagine sovraesposta





# Espansione del contrasto (contrast stretching)

- Serve per aumentare la dinamica di un'immagine il cui istogramma è concentrato su un intervallo limitato dei valori possibili.
- Si ottiene spostando (con appositi algoritmi) i valori di un bin dell'istogramma verso un altro bin non utilizzato.
- L'istogramma apparirà in maniera differente, tipo pettine. Ciò è fatto per mettere in risalto che i bin mancanti sono stati distribuiti lungo altri livelli.

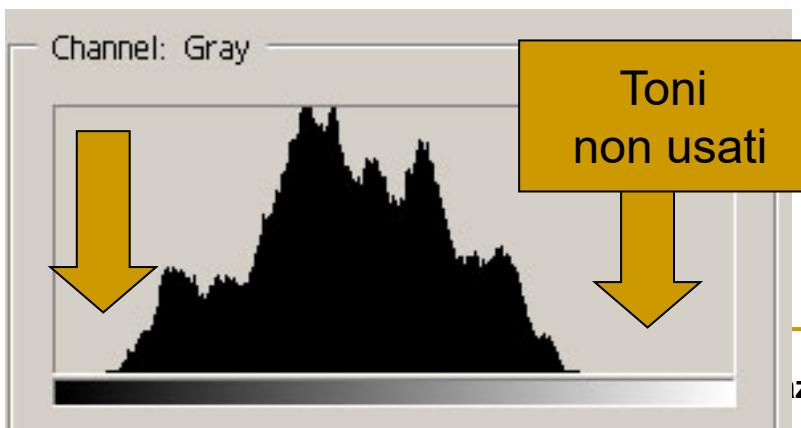


# Contrast stretching

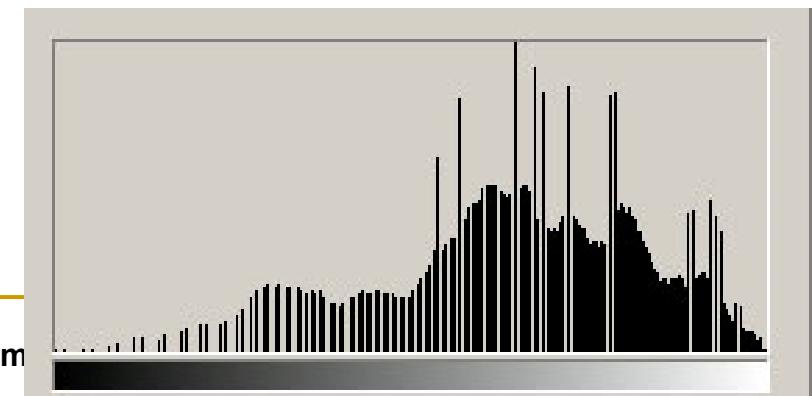
Immagine originale



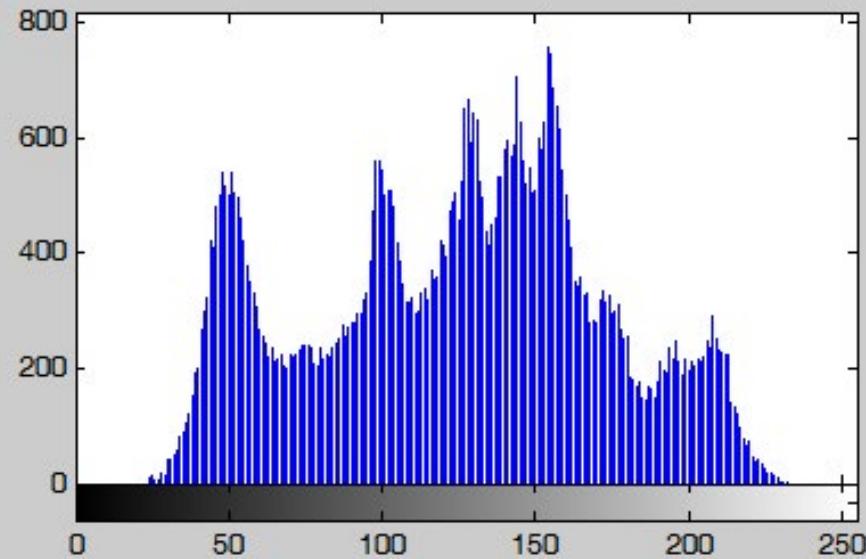
Immagine “corretta”



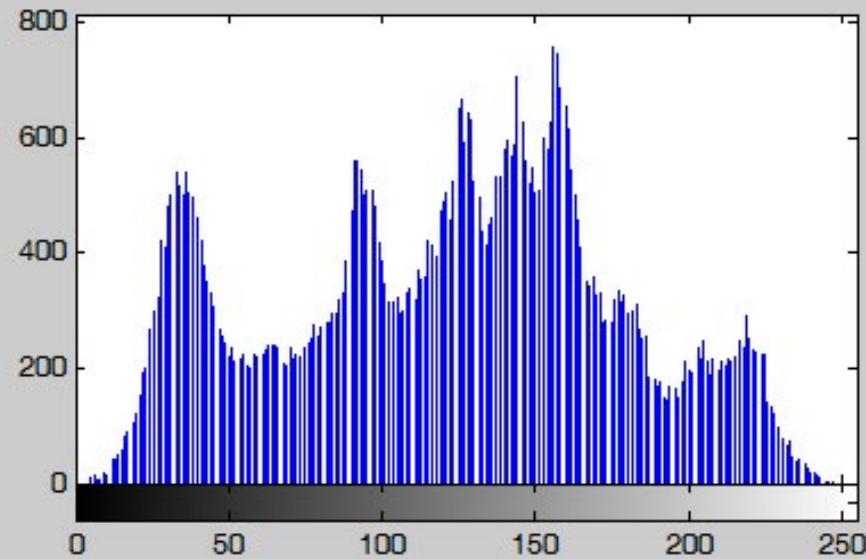
zione & Multim

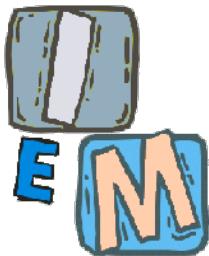


input

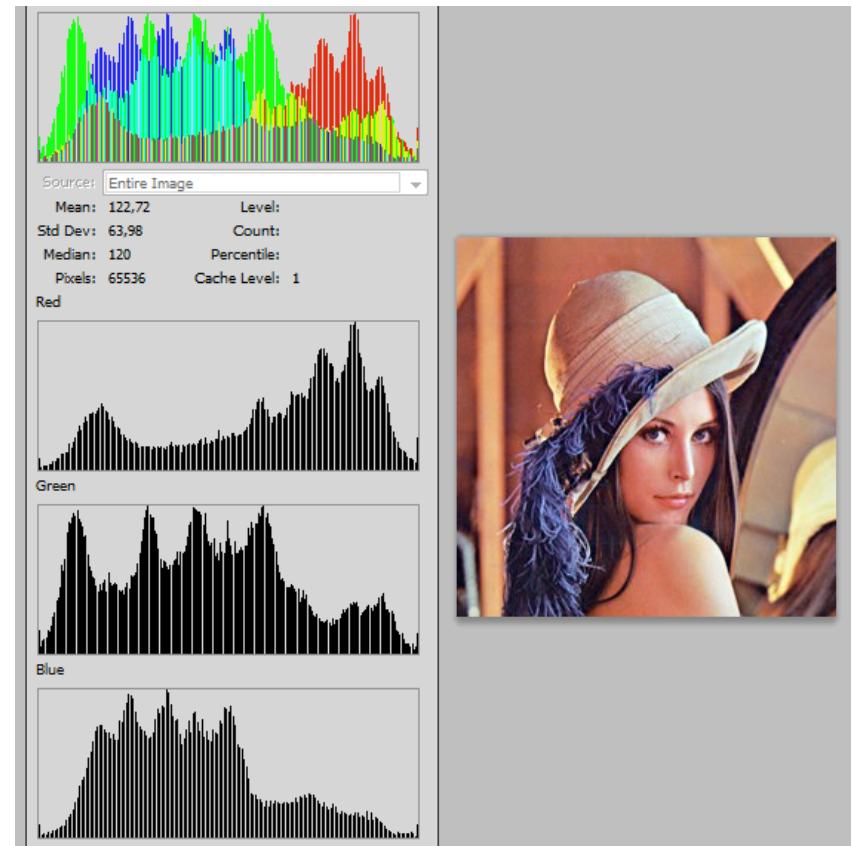
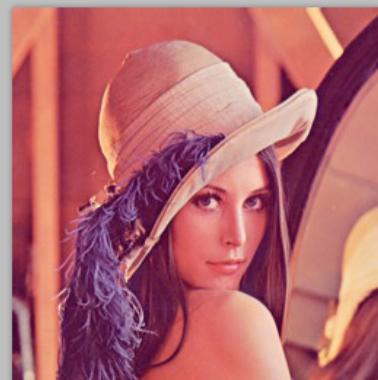
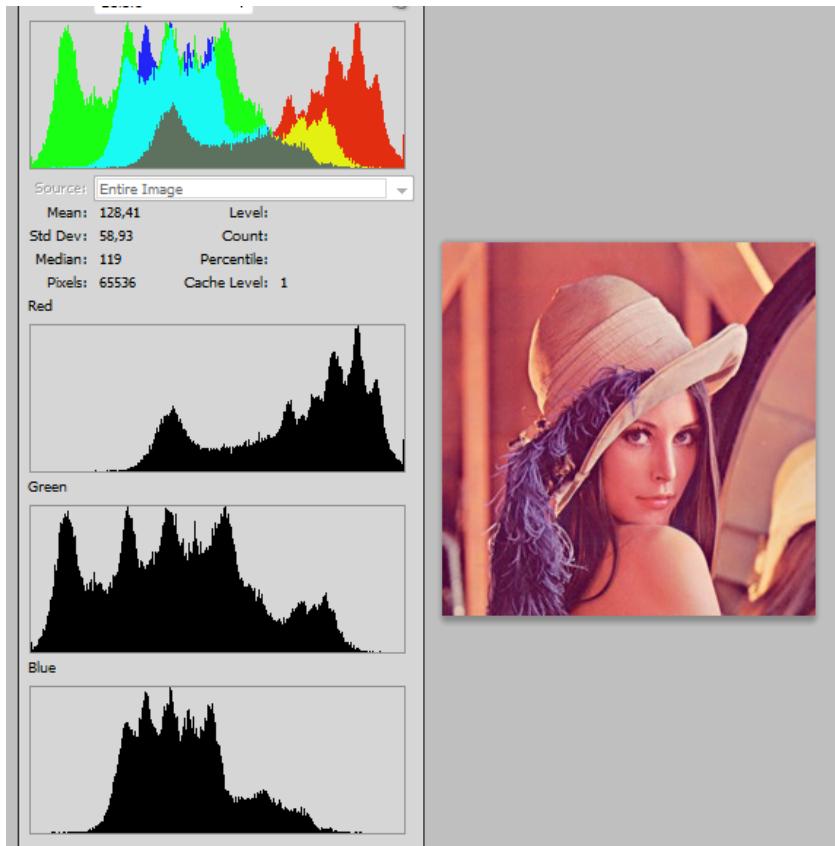


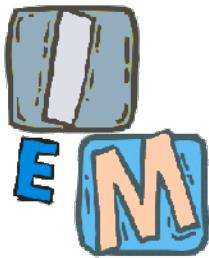
stretching





# Stretching di Lena

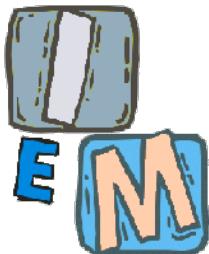




# Aritmetica sulle immagini

Operando aritmeticamente può accadere che un pixel abbia:

- a) Un valore negativo;
- b) Un valore maggiore del massimo (tipicamente 255);
- c) Un valore non intero (facilmente risolubile con una approssimazione o un troncamento);



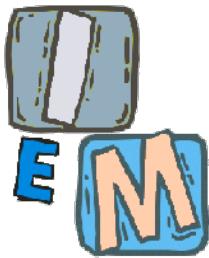
# Normalizzazione

I problemi a) e b) della precedente slide si chiamano **problemi di range**.

Due le soluzioni più comuni:

- Settare a 0 (nero) i valori negativi e a 255 (bianco) i valori maggiori di 255.
- Ri-normalizzare il range trasformando ciascun valore secondo la equazione:

$$v_{\text{nuovo}} = 255 * \frac{(v_{\text{vecchio}} - \min_{\text{osservato}})}{(\max_{\text{osservato}} - \min_{\text{osservato}})}$$



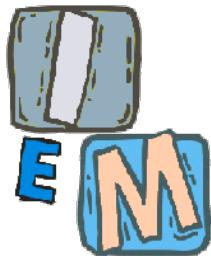
# Equalizzazione

Si parla di immagine equalizzata quando il contributo di ogni differente tonalità di grigio è pressappoco eguale.

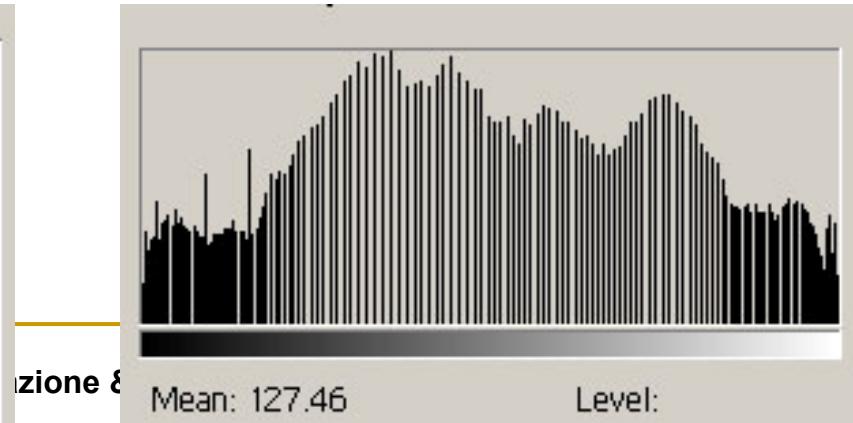
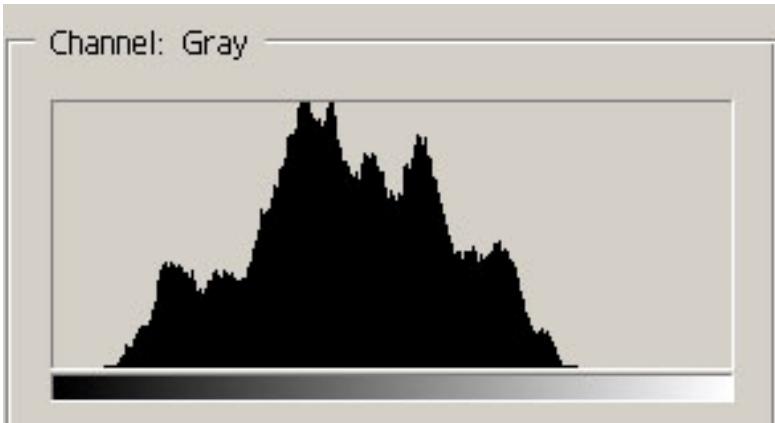
Si parla anche di “istogramma” uniforme o appiattito.

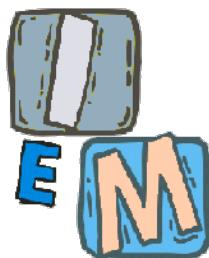
L’equalizzazione si ottiene usando appositi algoritmi

***Attenzione non sempre la equalizzazione migliora l’immagine!***

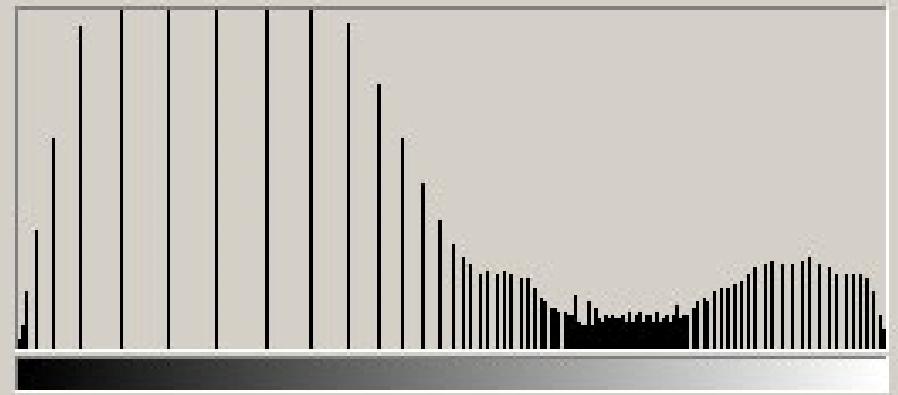
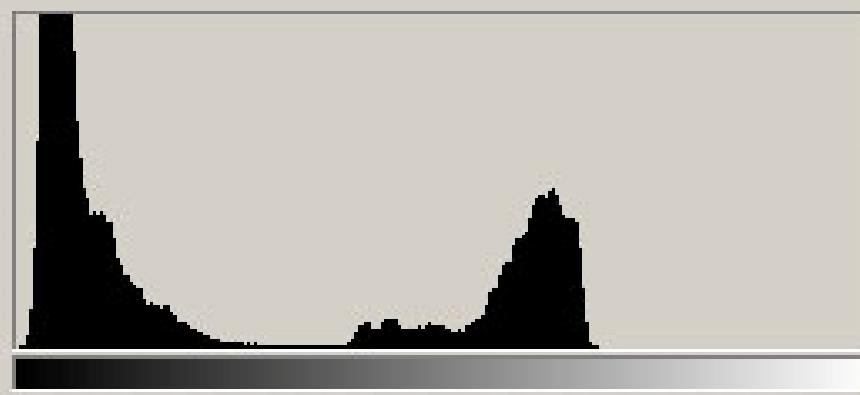


# Immagine equalizzata

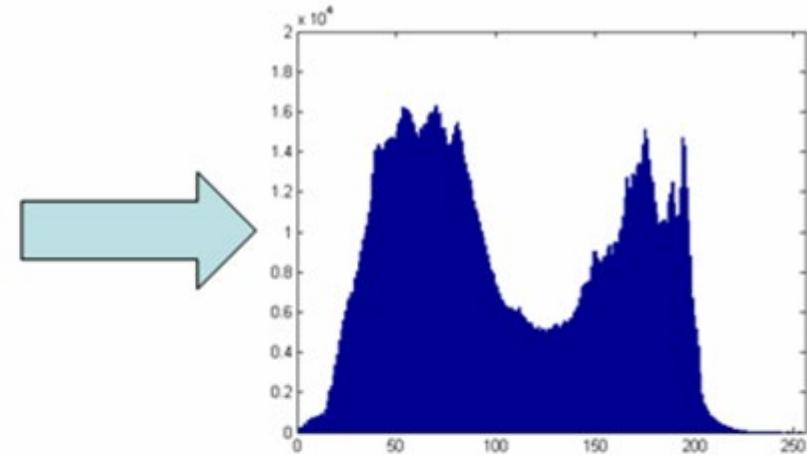
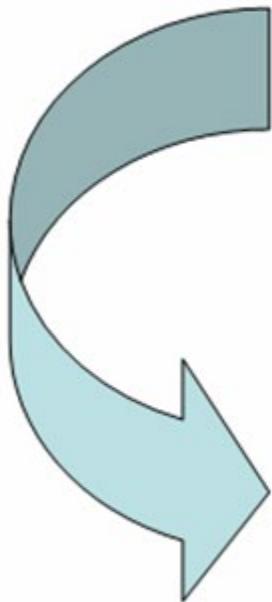




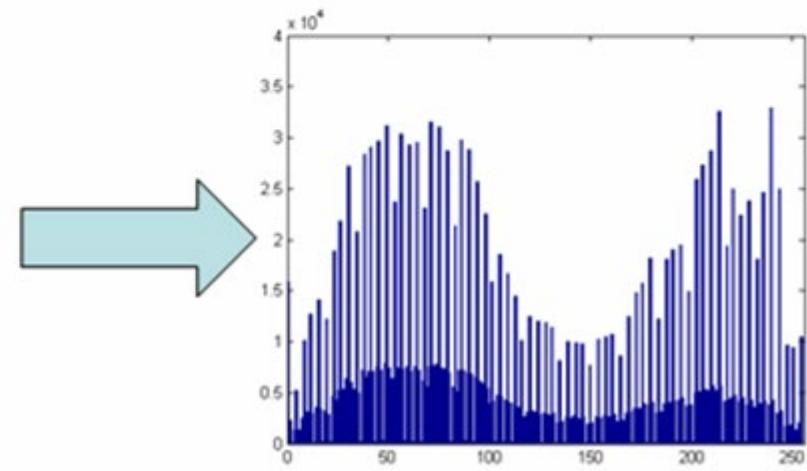
# Immagine equalizzata

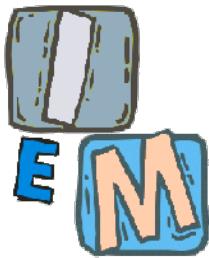


Originale



Equalizzata



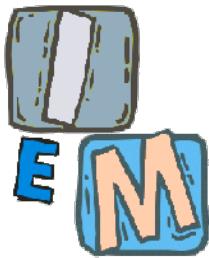


# Algoritmo di Equalizzazione

- Se  $r_k$  è un livello di grigio e  $n_k$  il numero di pixel nell'immagine  $M \times N$  di quel livello di grigio, si può definire

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{MN} \quad k = 0, 1, 2, \dots, L - 1$$

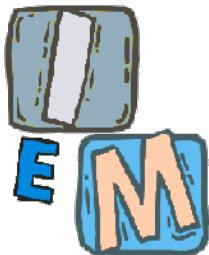
- Se facciamo il plot di  $r_k$  versus  $p_r(r_k)$  quello che si ottiene è l'istogramma dell'immagine.



# Algoritmo di Equalizzazione

- I nuovi valori di grigio dell'istogramma sono così definiti:

$$\begin{aligned}s_k &= T(r_k) = (L - 1) \sum_{j=0}^k p_r(r_j) \\ &= \frac{(L - 1)}{MN} \sum_{j=0}^k n_j \quad k = 0, 1, 2, \dots, L - 1\end{aligned}$$



# Algoritmo di Equalizzazione: Esempio

- Sia data una immagine a 3 bit ( $L=8$ ) con  $64 \times 64$  pixel ( $MN=4096$ ) con la seguente distribuzione di intensità:

$r_k$	$n_k$	$p_r(r_k) = n_k/MN$
$r_0 = 0$	790	0.19
$r_1 = 1$	1023	0.25
$r_2 = 2$	850	0.21
$r_3 = 3$	656	0.16
$r_4 = 4$	329	0.08
$r_5 = 5$	245	0.06
$r_6 = 6$	122	0.03
$r_7 = 7$	81	0.02



# Algoritmo di Equalizzazione: Esempio

- Applicando la formula si ha:

$$s_0 = T(r_0) = 7 \sum_{j=0}^0 p_r(r_j) = 7p_r(r_0) = 1.33$$

$$s_1 = T(r_1) = 7 \sum_{j=0}^1 p_r(r_j) = 7p_r(r_0) + 7p_r(r_1) = 3.08$$

$$s_2 = 4.55, s_3 = 5.67, s_4 = 6.23, s_5 = 6.65, s_6 = 6.86, s_7 = 7.00.$$

Arrotondando:

$$s_0 = 1.33 \rightarrow 1$$

$$s_4 = 6.23 \rightarrow 6$$

$$s_1 = 3.08 \rightarrow 3$$

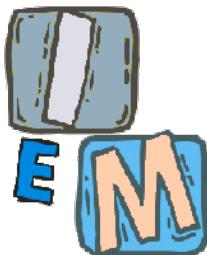
$$s_5 = 6.65 \rightarrow 7$$

$$s_2 = 4.55 \rightarrow 5$$

$$s_6 = 6.86 \rightarrow 7$$

$$s_3 = 5.67 \rightarrow 6$$

$$s_7 = 7.00 \rightarrow 7$$



# Algoritmo di Equalizzazione: Esempio

$$s_0 = 1.33 \rightarrow 1$$

$$s_4 = 6.23 \rightarrow 6$$

$$s_1 = 3.08 \rightarrow 3$$

$$s_5 = 6.65 \rightarrow 7$$

$$s_2 = 4.55 \rightarrow 5$$

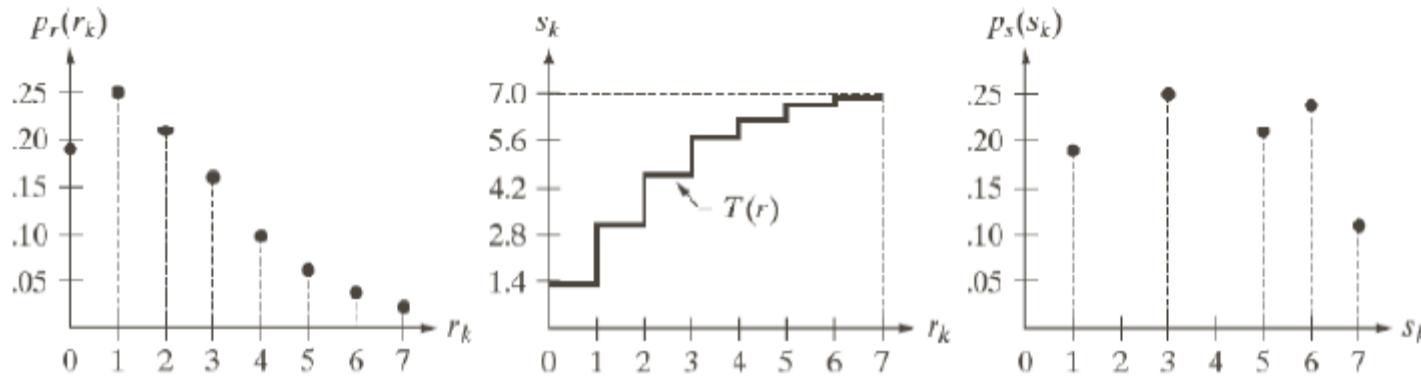
$$s_6 = 6.86 \rightarrow 7$$

$$s_3 = 5.67 \rightarrow 6$$

$$s_7 = 7.00 \rightarrow 7$$

Questi sono i valori dell'istogramma equalizzato. Si osservi che ci sono solo cinque livelli distinti. Dato che  $r_0 = 0$  è stato trasformato in  $s_0 = 1$ , ci sono 790 pixel nell'immagine dell'istogramma equalizzato con questo valore (vedi Tabella 3.1). Inoltre, in questa immagine, ci sono 1023 pixel con valore di  $s_1 = 3$  e 850 pixel con il valore di  $s_2 = 5$ . Sia  $r_3$  che  $r_4$  sono stati trasformati nello stesso valore, così ci sono  $(656 + 329) = 985$  pixel nell'immagine equalizzata con questo valore. In modo simile, ci sono  $(245 + 122 + 81) = 448$  pixel con il valore di 7 nell'immagine equalizzata. Dividendo questi numeri per  $MN = 4096$  si ottiene l'istogramma equalizzato della Figura 3.19c.

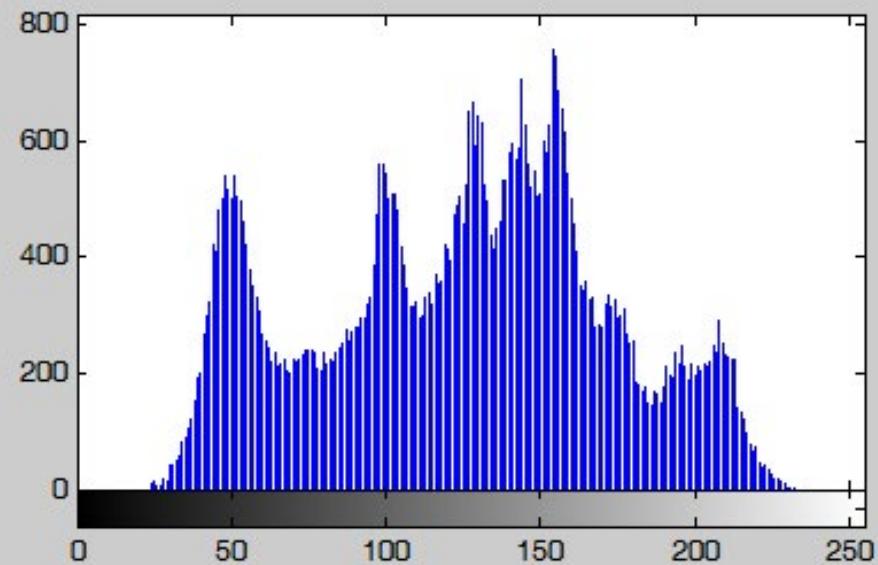
# Algoritmo di Equalizzazione: Esempio



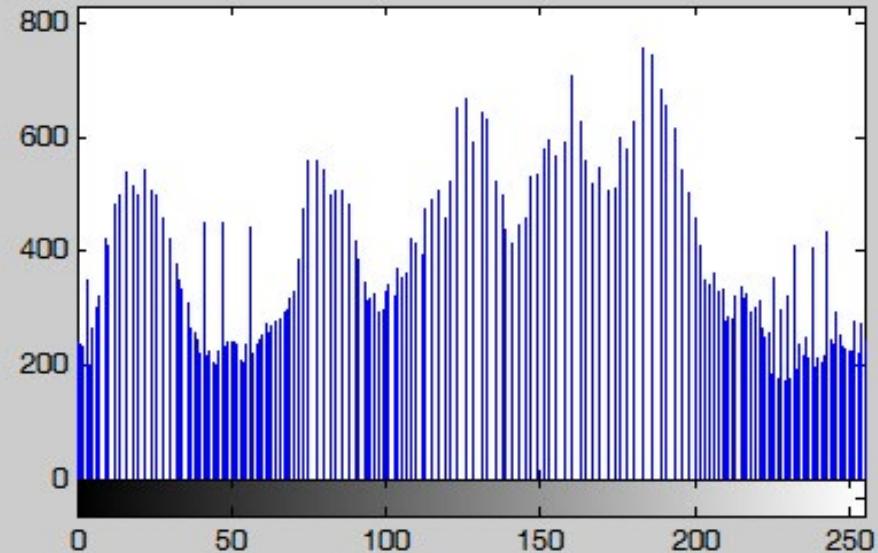
a b c

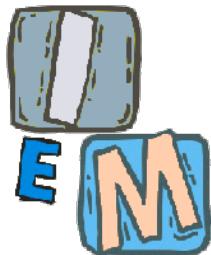
**FIGURE 3.19** Illustration of histogram equalization of a 3-bit (8 intensity levels) image. (a) Original histogram. (b) Transformation function. (c) Equalized histogram.

input

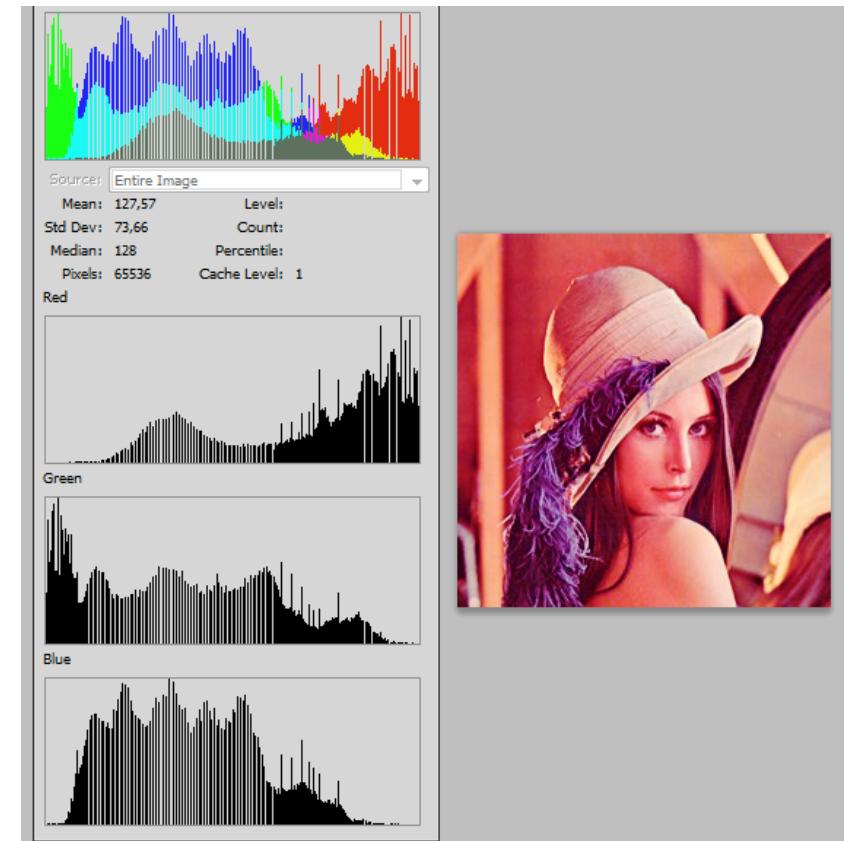
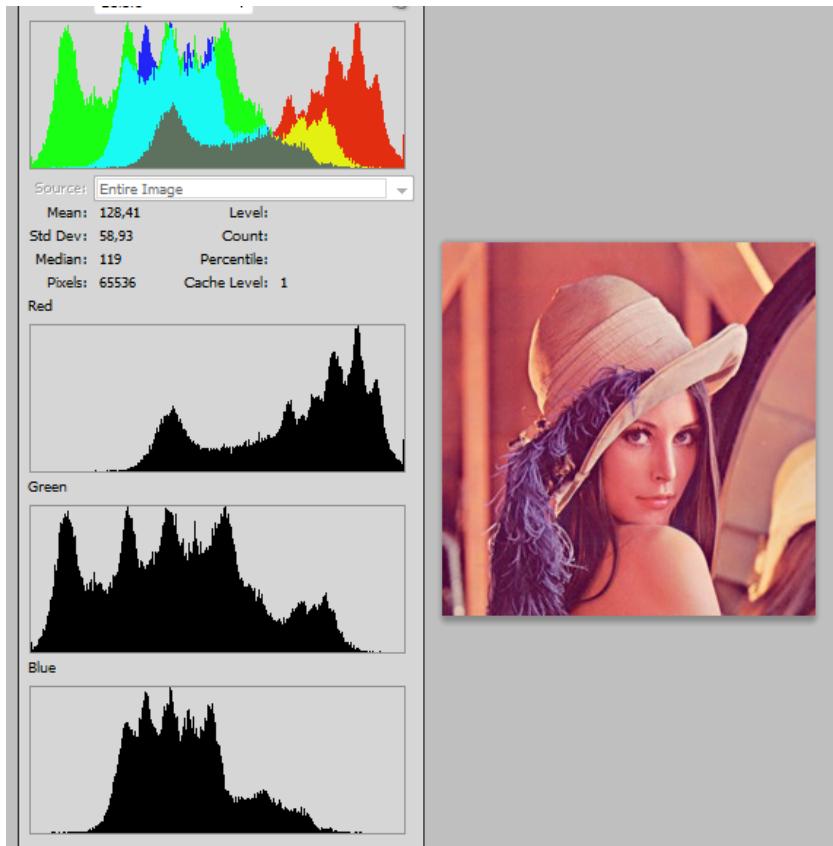


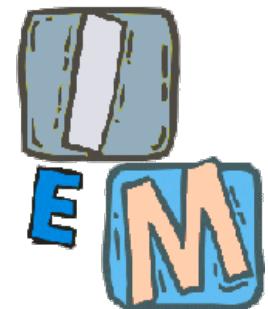
equalizzazione



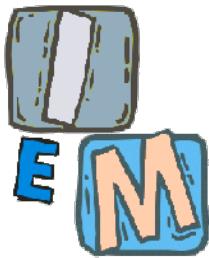


# Equalizzazione di Lena



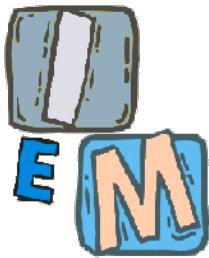


# Operazioni sulle immagini



# Semplificazione: toni di grigio

- Per semplificare la trattazione del problema lavoreremo solo su immagini a toni di grigio.
- Le medesime operazioni descritte per tali immagini si estendono alle immagini RGB operando separatamente sui tre canali (piani) R, G e B e trattando ciascuno di essi come una immagine a toni di grigio indipendente dagli altri canali (soluzione non sempre apprezzata in ambito della ricerca).

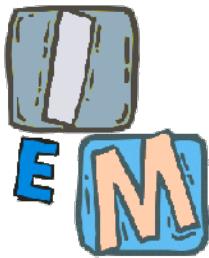


# Operazioni sulle immagini

Sono operazioni che alterano i valori dei pixel di una immagine.

L'immagine finale apparirà differente da quella iniziale.

Questi operatori lavorano sia su immagini a colori che su immagini a toni di grigio.

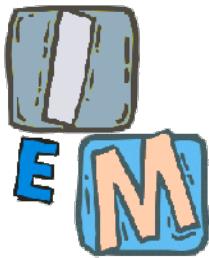


# Operazione su una immagine

Le elaborazioni nel dominio spaziale possono essere espresse come:

$$g(x, y) = T[f(x, y)]$$

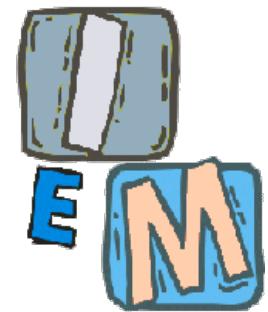
essendo  $f$  l'immagine di ingresso alla elaborazione,  $g$  quella di uscita e  $T$  un operatore su  $f$  definito in un intorno di  $(x, y)$ .



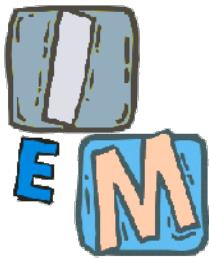
# Tipi di operazioni

La dimensione dell'intorno di  $(x,y)$  definisce il carattere della elaborazione:

- puntuale (l'intorno coincide con il pixel stesso);
- locale (per esempio una piccola regione quadrata centrata sul pixel);
- globale (l'intorno coincide con l'intera  $f$ ).

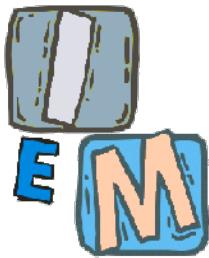


# Operatori puntuali



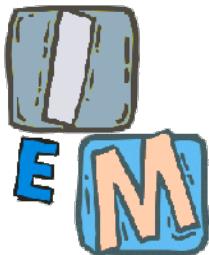
# Operatori puntuali

Si dice operatore puntuale, un operatore che preso in input il valore di un pixel ne restituisce uno cambiato che dipende esclusivamente dal valore del pixel in ingresso.



# Tipiche operazioni puntuali:

- aggiunta o sottrazione di una costante a tutti i pixel (per compensare sotto o sovraesposizioni);
- inversione della scala dei grigi (negativo);
- espansione del contrasto;
- modifica (equalizzazione o specifica) dell'istogramma;
- presentazione in falsi colori.



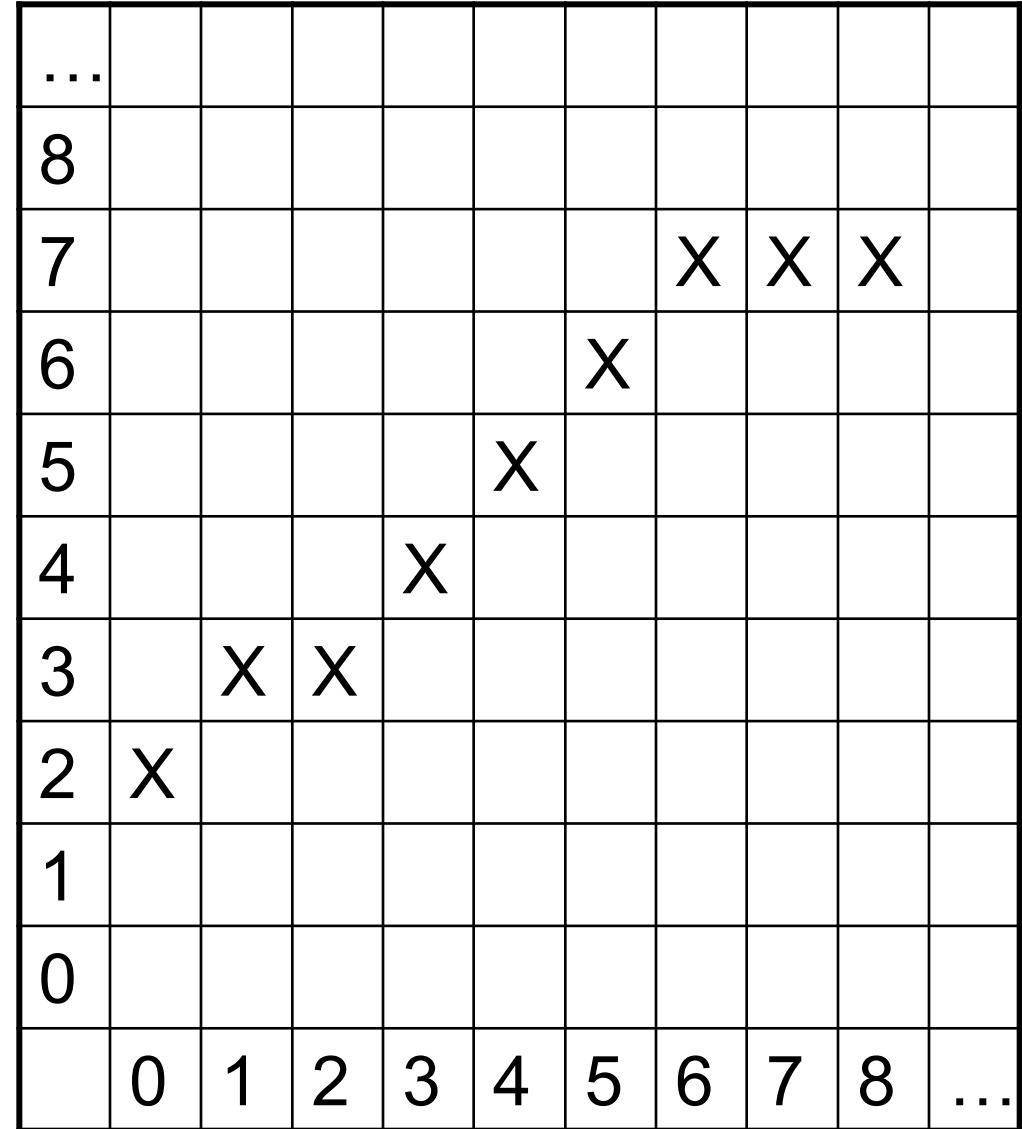
# Operatori puntuali

- Un operatore puntuale può essere rappresentato da una funzione che preso in input un valore  $f(x,y)$  lo modifica in un valore  $g(x,y)=T(f(x,y))$  con  $f(x,y)$  e  $g(x,y)$  appartenenti allo stesso campo di definizione (es. entrambi tra 0 e 255).
- Poiché un operatore puntuale dipende solo dal valore del pixel esso è completamente descritto da una tabella come quella che segue:

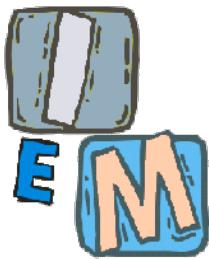
IN	0	1	2	3	4	5	6	7	...
OUT	$T(0)$	$T(1)$	$T(2)$	$T(3)$	$T(4)$	$T(5)$	$T(6)$	$T(7)$	...

**Questa è  
universalmente  
l'interfaccia che  
tutti i programmi  
commerciali di  
immagini offrono  
per la  
visualizzazione e  
gestione delle  
operazioni puntuali**

OUT  
 $f(x)$

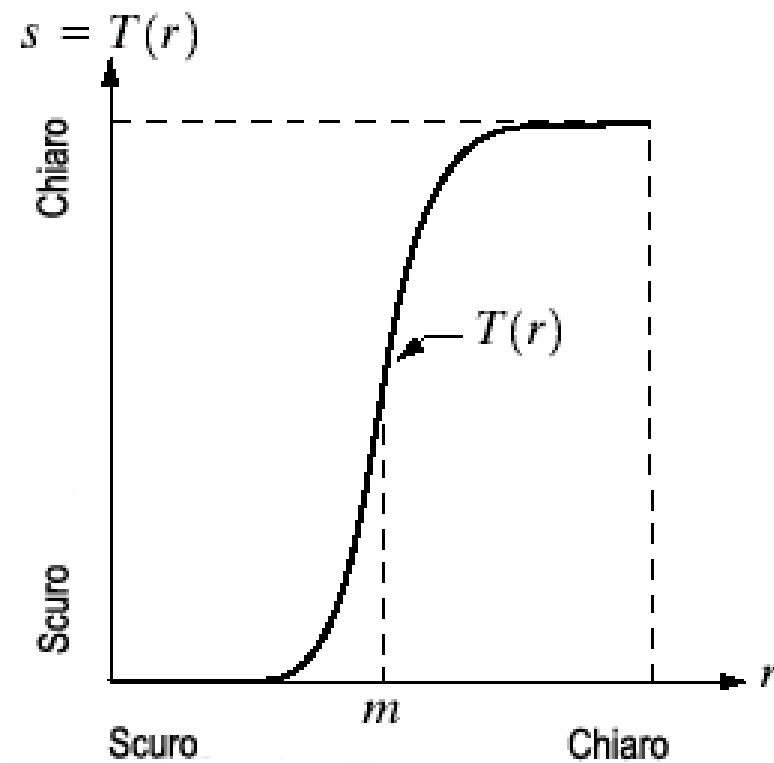


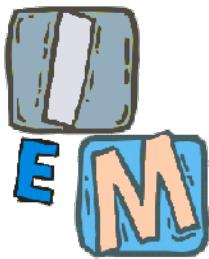
IN



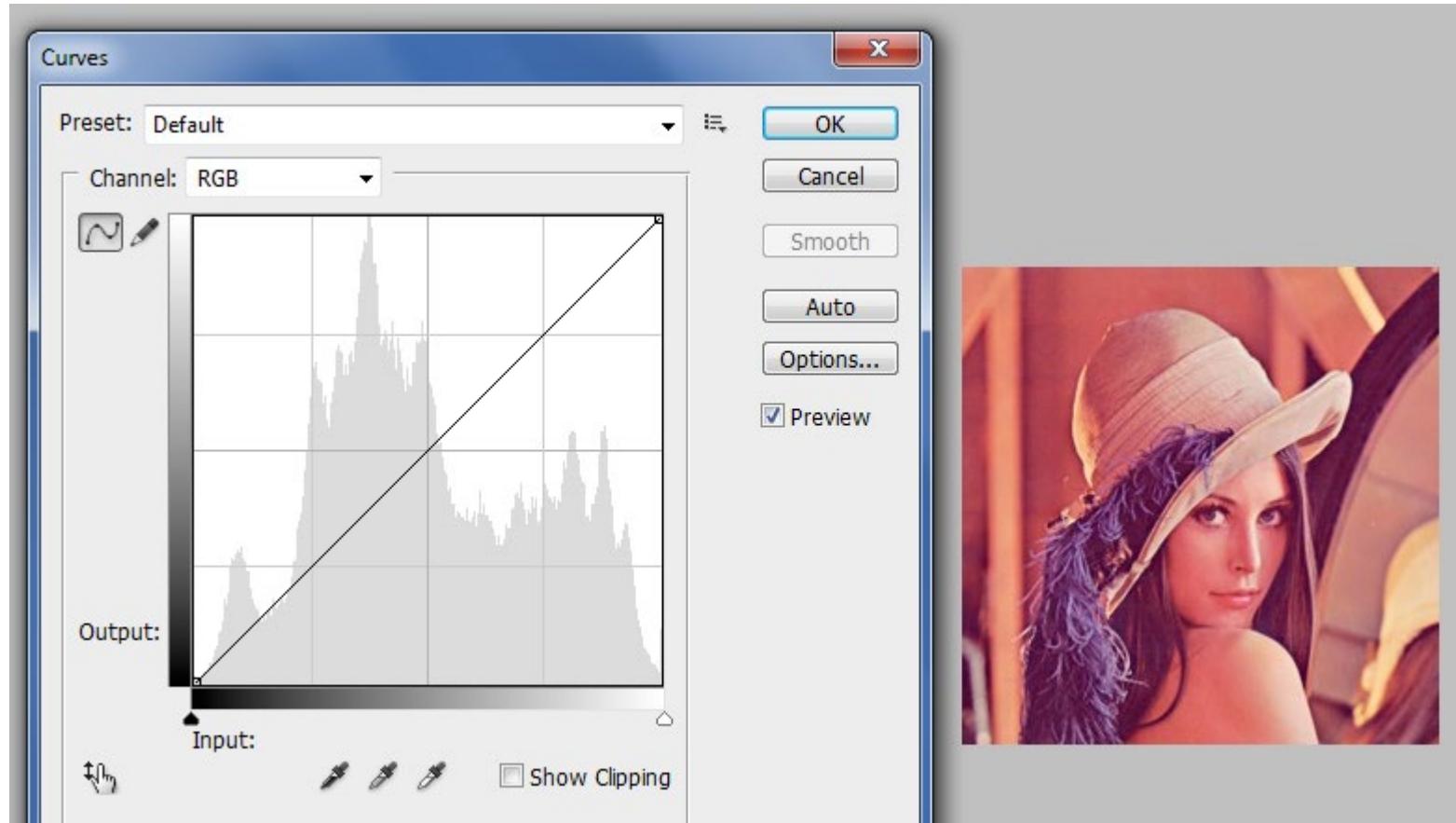
# LUT

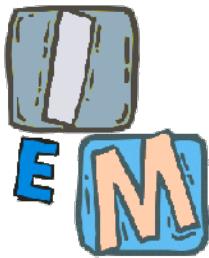
- Questo tipo di grafico si chiama *look-up tables* (LUT).





# In Photoshop: “aggiusta curve”

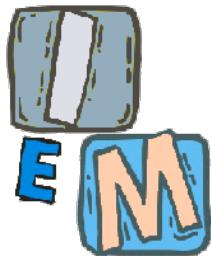




# Negativo

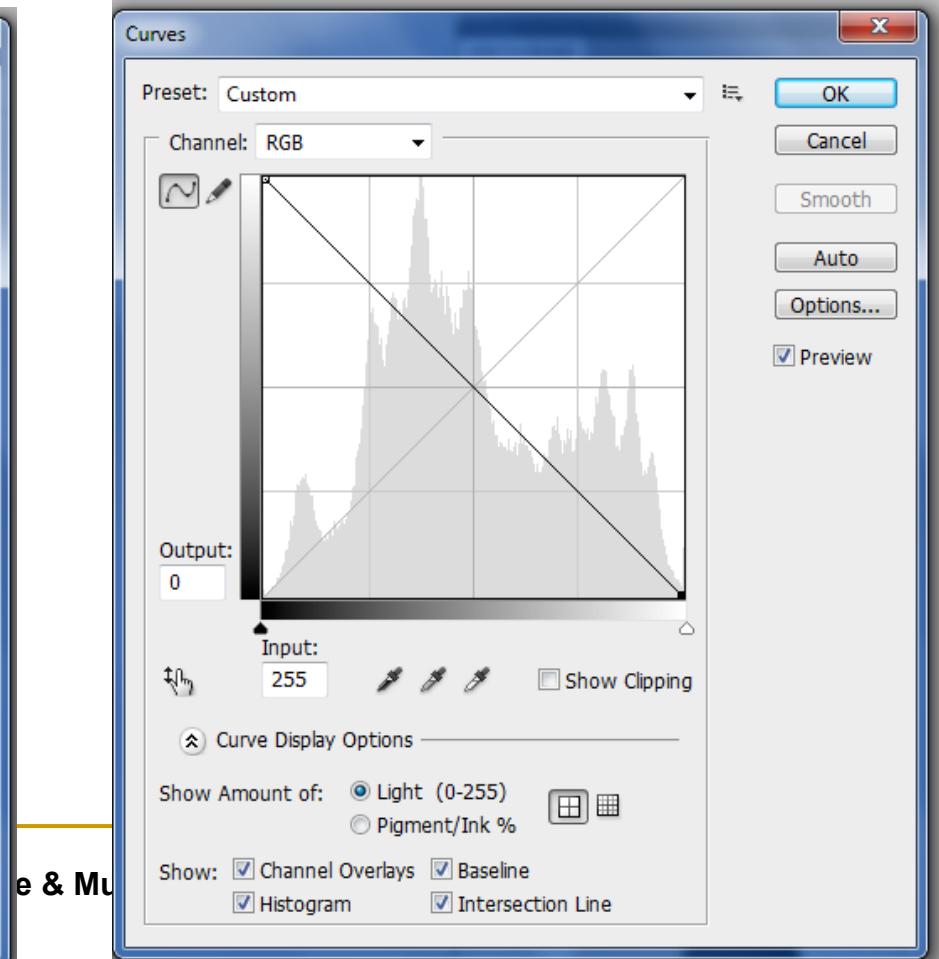
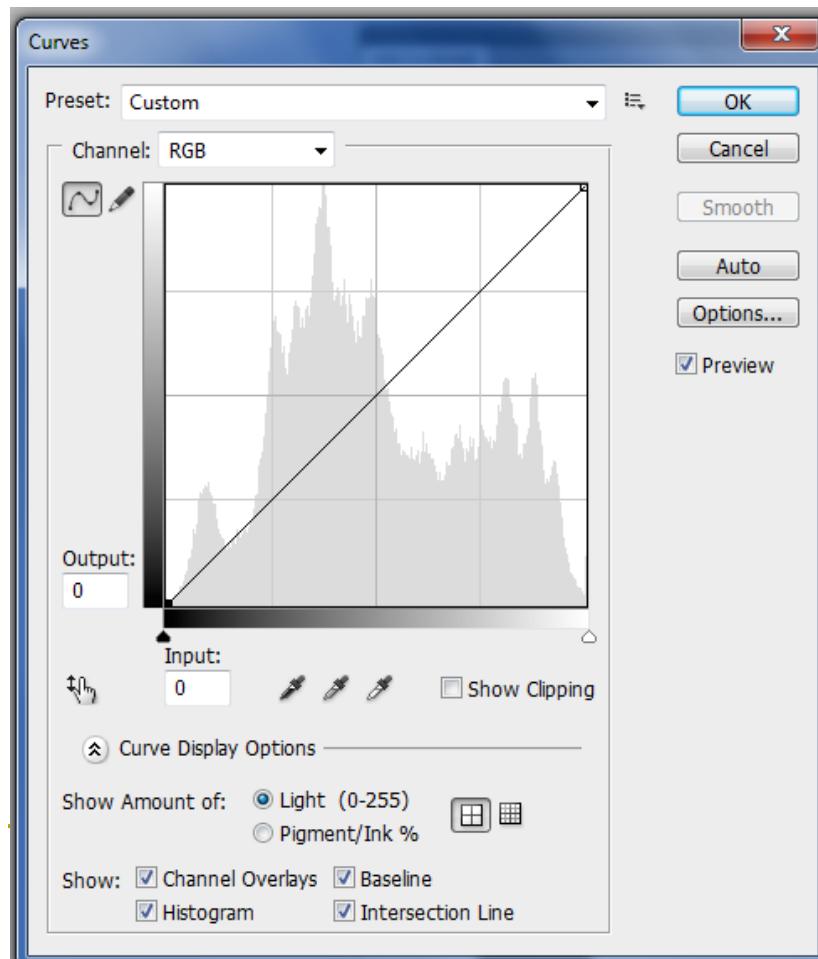
- E' la più semplice operazione puntuale.
- Consiste nell'associare al valore  $f(x,y)$  del pixel il valore  **$255-f(x,y)$**





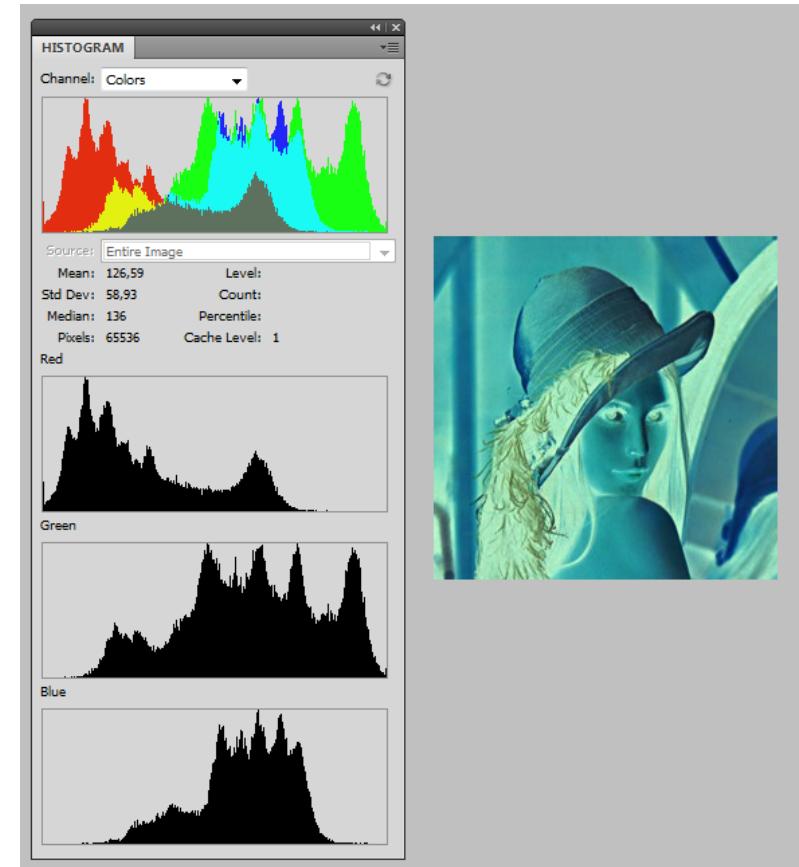
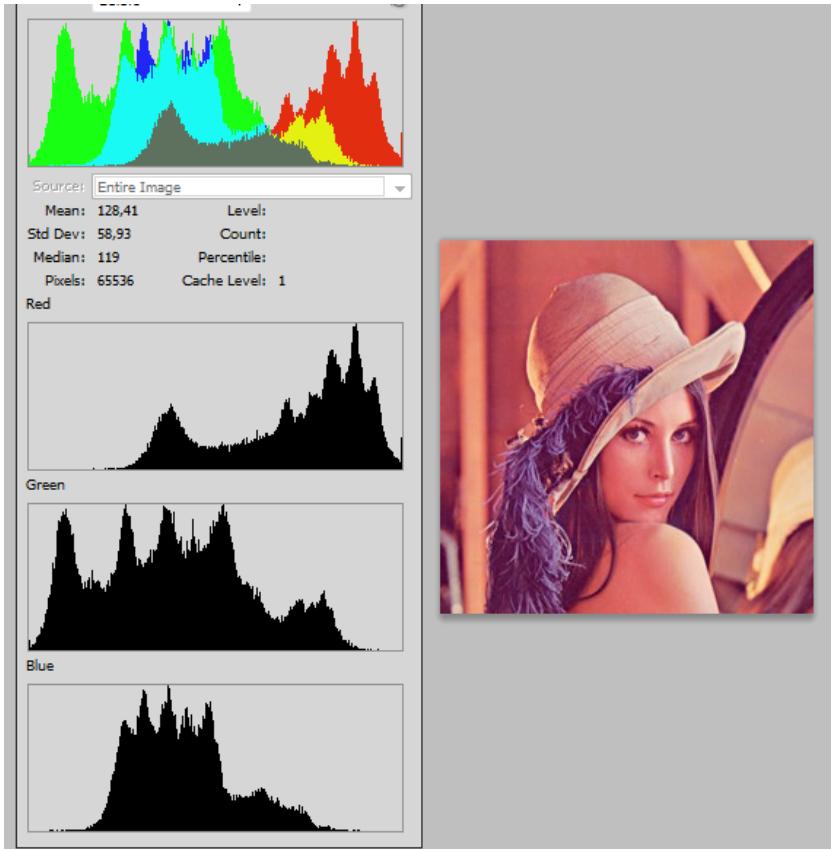
# Negativo

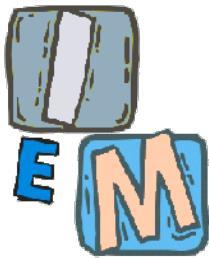
## ■ Come cambia la curva?





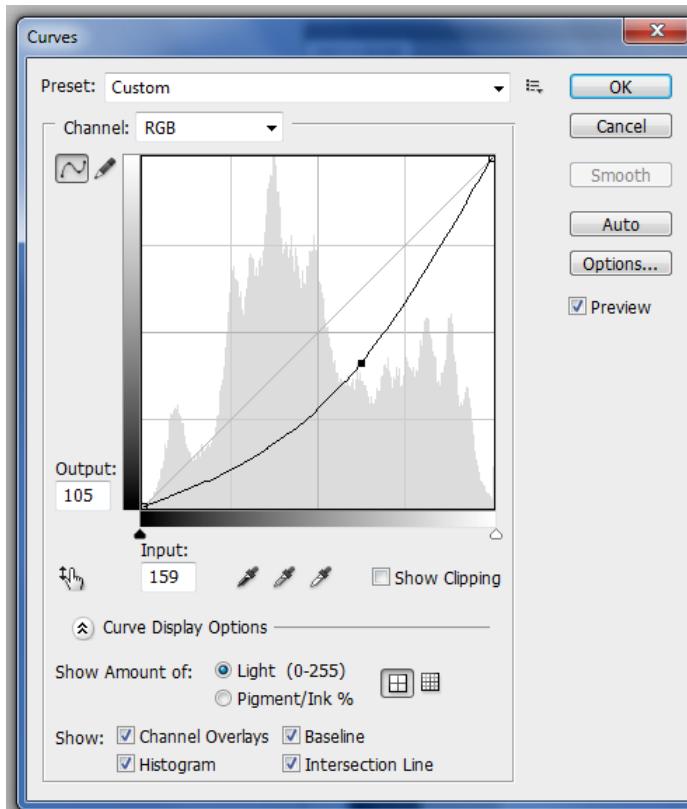
# Negativo (invert)

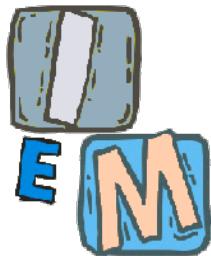




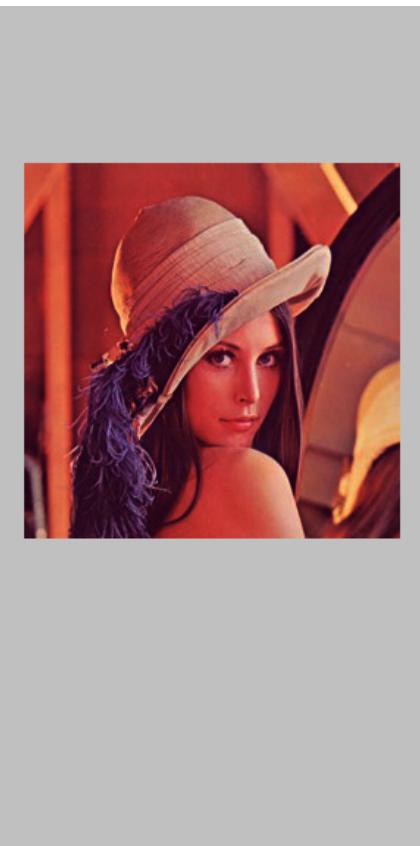
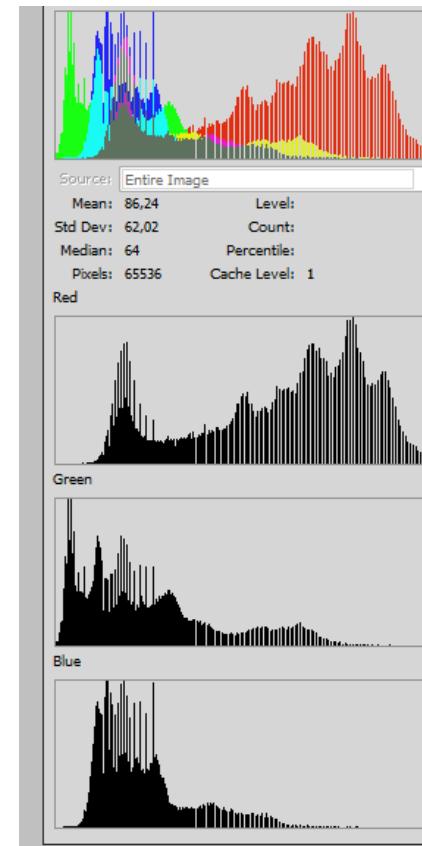
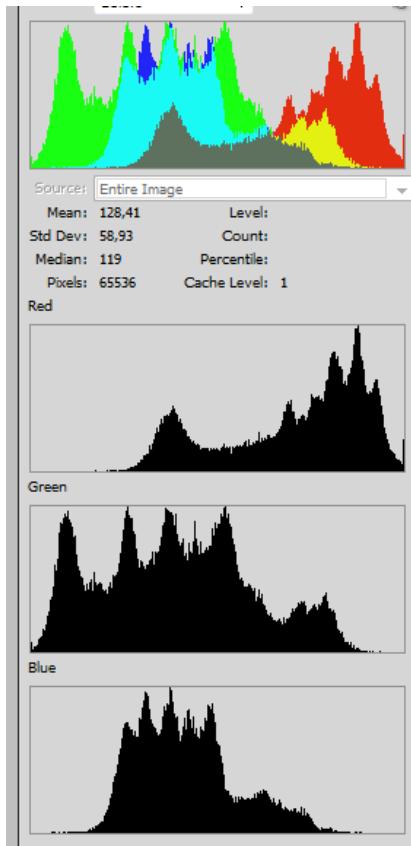
# Incupimento dell'immagine

## ■ Come devo modificare la mia curva?





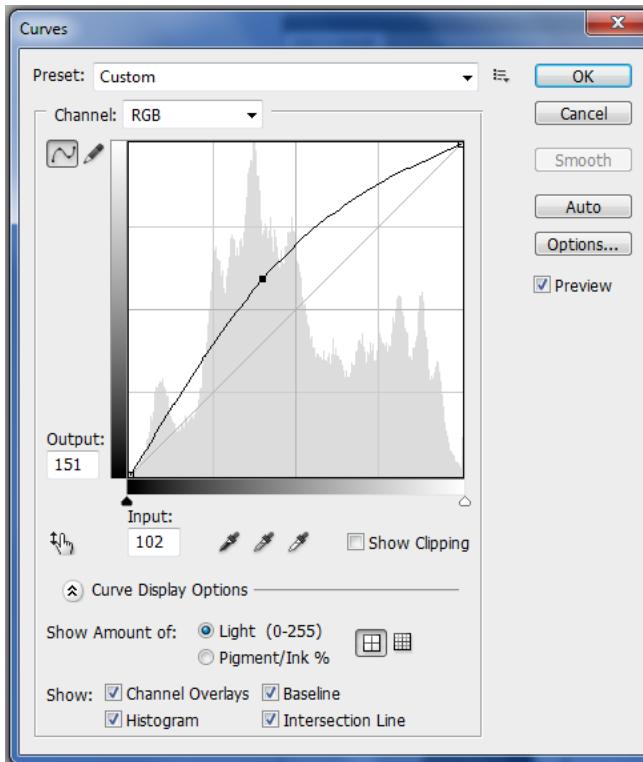
# Incupimento

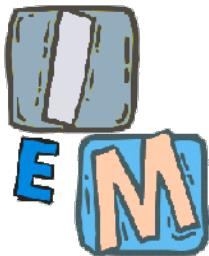




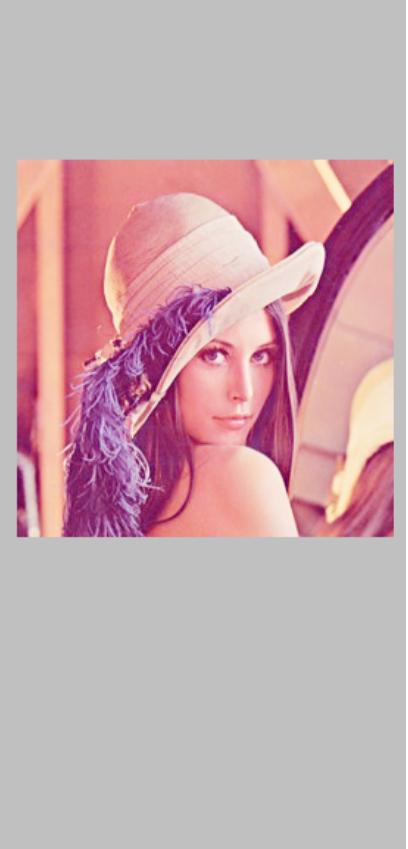
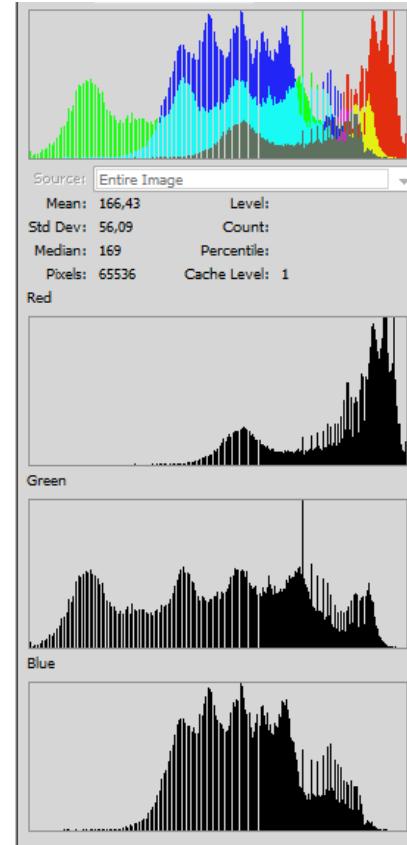
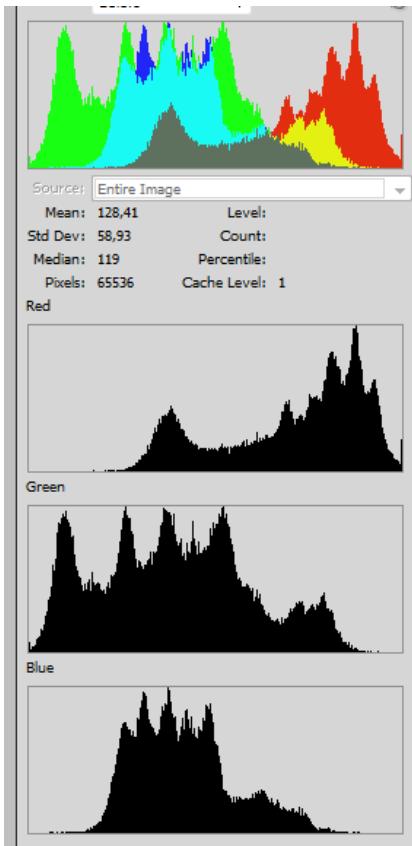
# Schiarimento dell'immagine

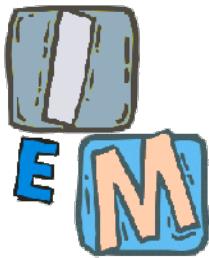
## ■ Come devo modificare la curva?





# Schiarimento



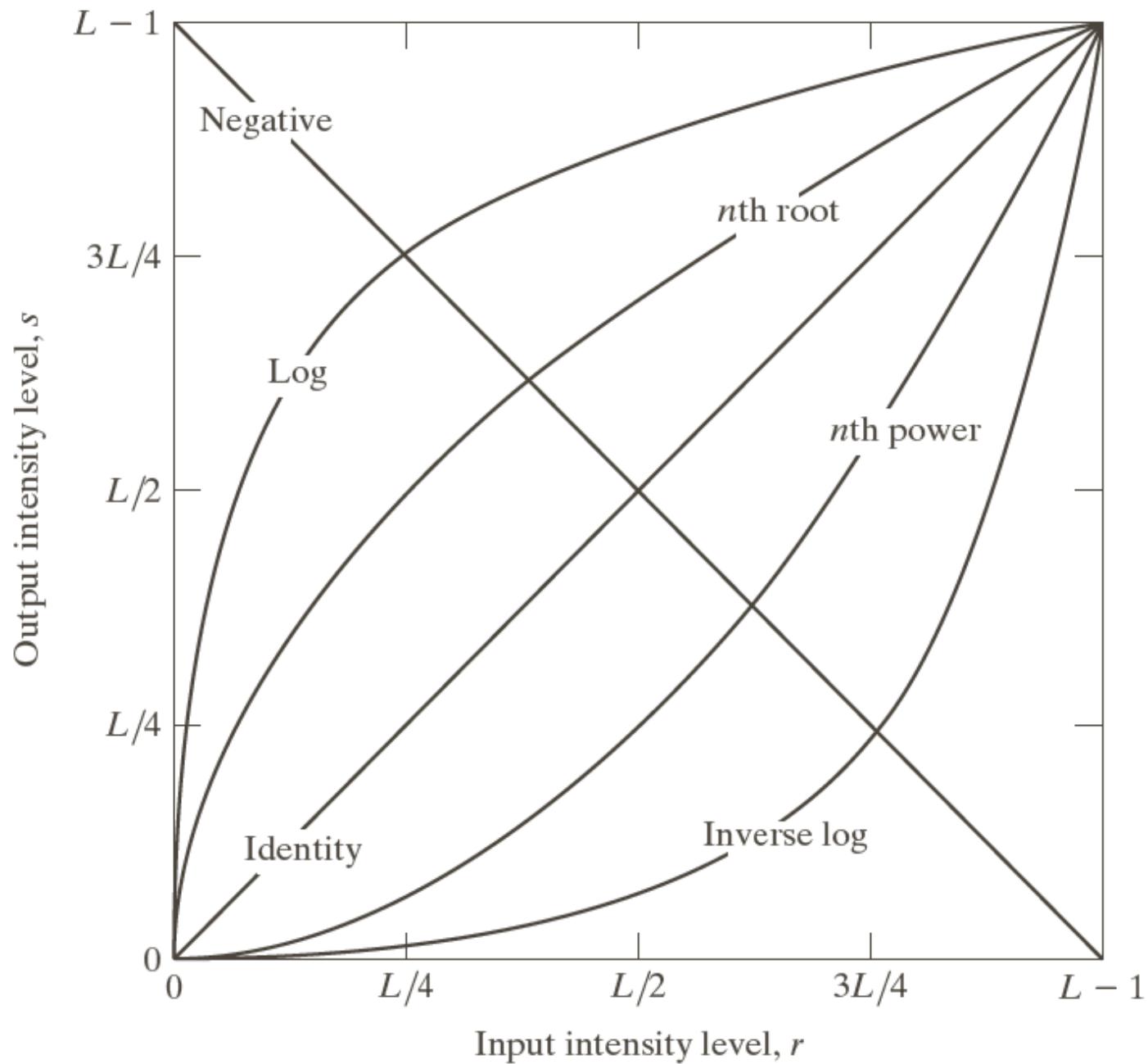
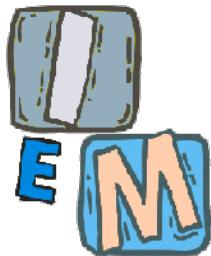


# Trasformazione logaritmica

- Si tratta di una trasformazione che consente di comprimere la gamma dinamica, permettendo la memorizzazione o la visualizzazione, con una scala dei grigi usuale, di immagini caratterizzate da escursioni di intensità molto ampie. Può essere espressa come:

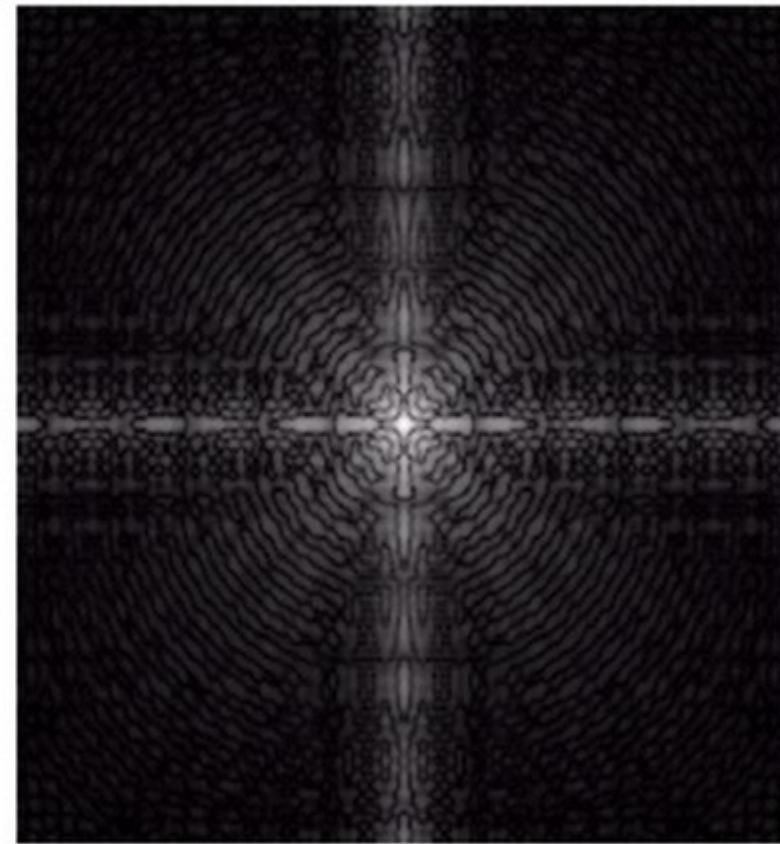
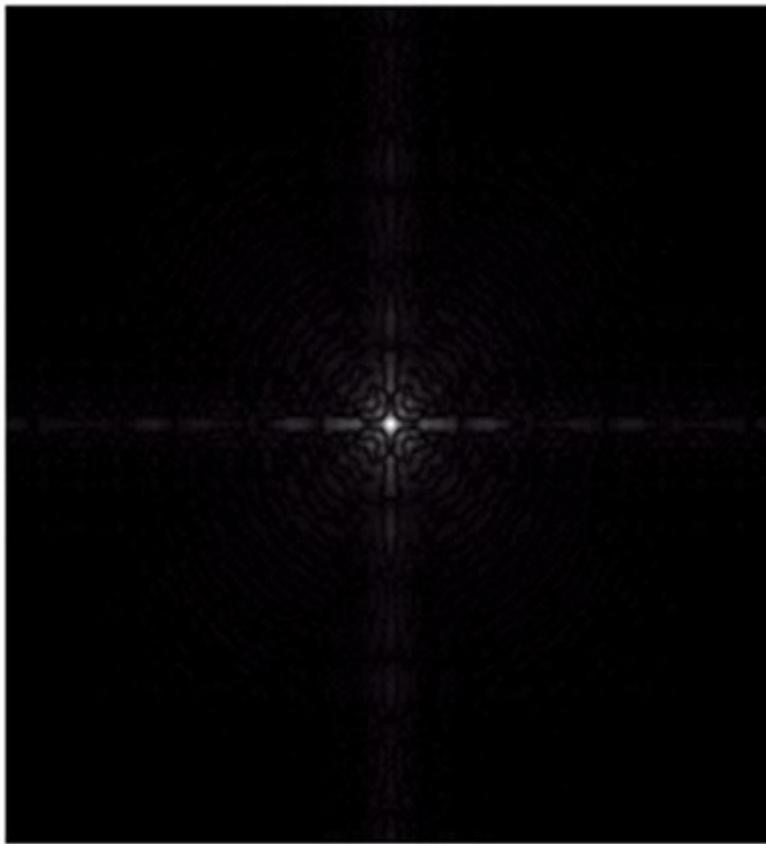
$$g(x, y) = c \log(1 + f(x, y))$$

- Dove  $c$  è una costante positiva che serve a normalizzare il risultato tra 0 e 255.





# Trasformazione logaritmica





# Trasformazione di potenza

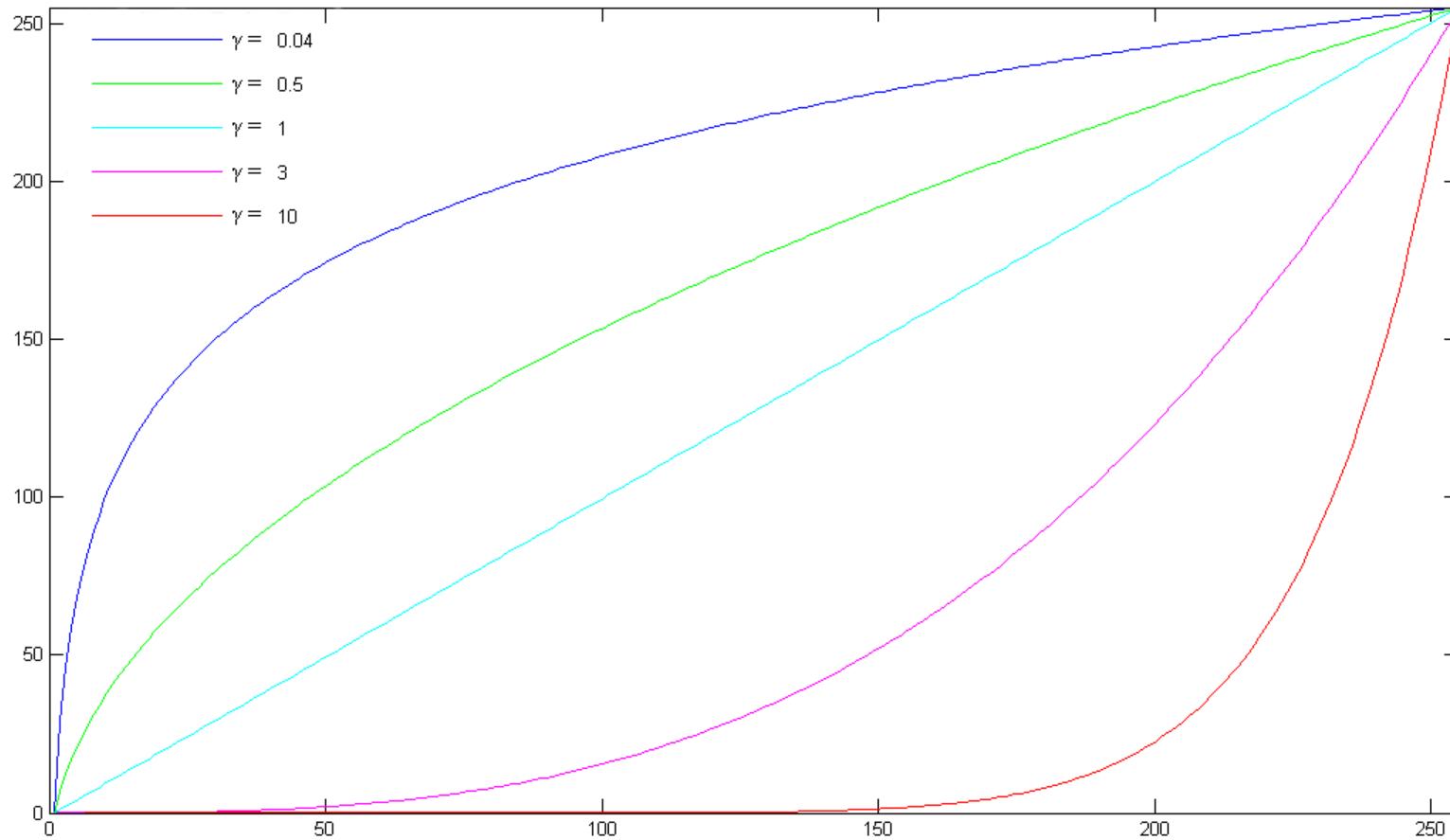
- La trasformazione di potenza può essere espressa come:

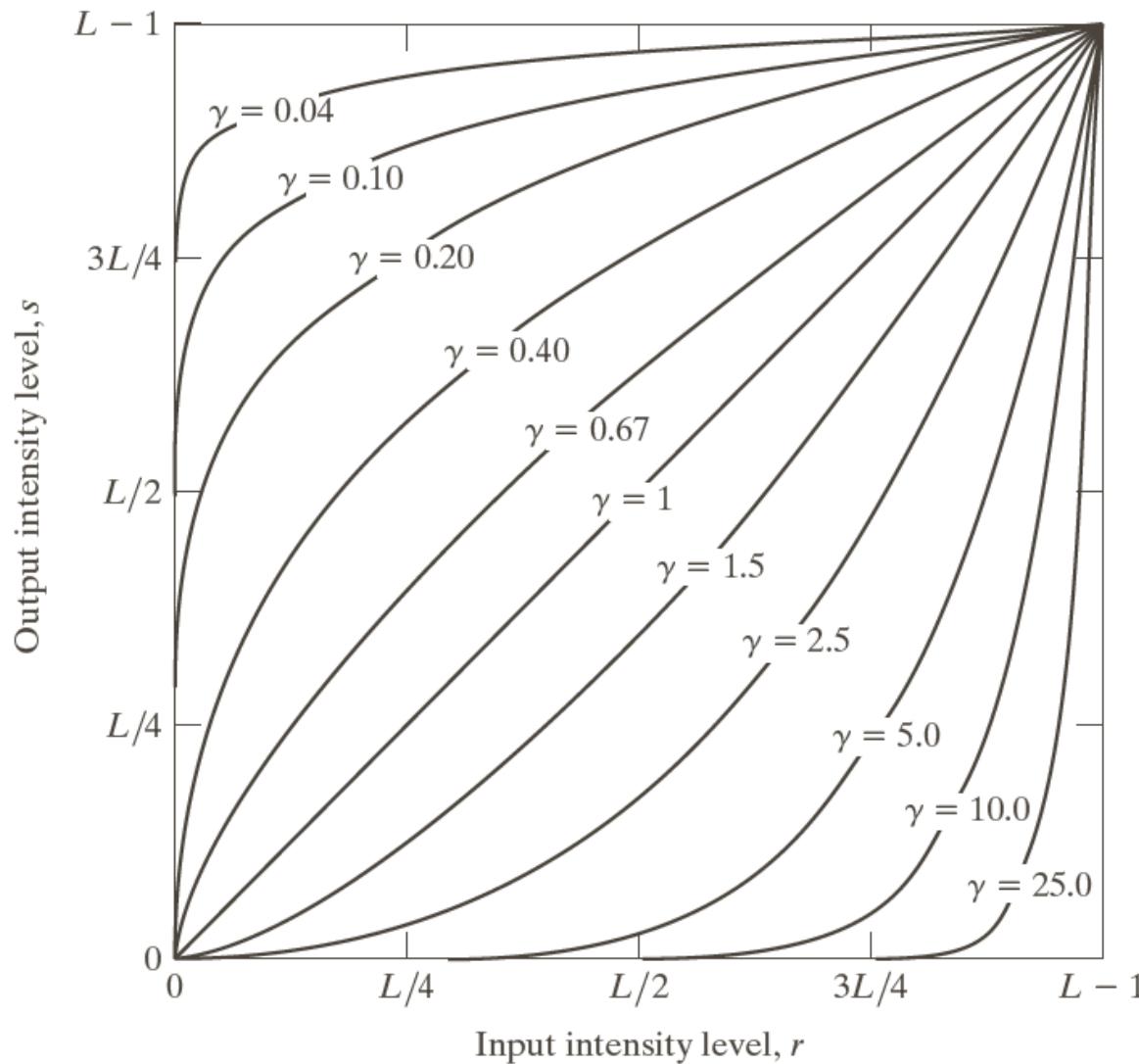
$$g(x, y) = c(f(x, y))^\gamma$$

- dove  $c$  e  $\gamma$  sono costanti positive. La costante  $c$  è scelta di volta in volta in modo da normalizzare i valori di  $s$  nell'intervallo  $[0, 255]$ . Come vedremo, per valori di  $\gamma$  minori di 1 la trasformazione ha effetti analoghi alla trasformazione logaritmica (espansione della dinamica per bassi valori di  $f$ , compressione della dinamica per alti valori di  $f$ ), mentre per valori di  $\gamma$  maggiori di 1 la trasformazione ha esattamente gli effetti opposti.



# LUT al variare di gamma





**FIGURE 3.6** Plots of the equation  $s = cr^\gamma$  for various values of  $\gamma$  ( $c = 1$  in all cases). All curves were scaled to fit in the range shown.



# Esempi



Originale



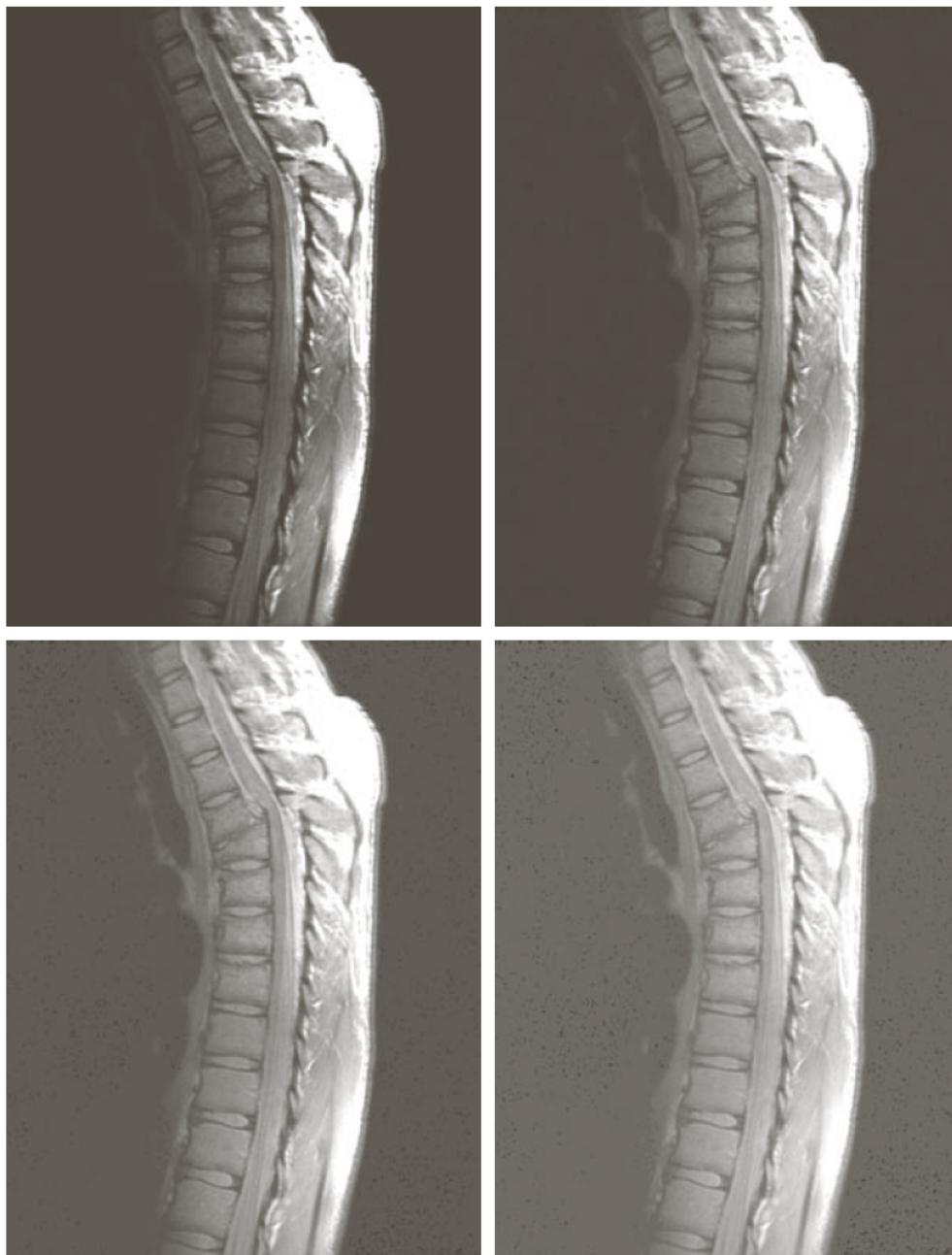
Gamma=3



Gamma=10



Gamma=17



a  
b  
c  
d

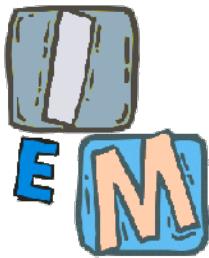
### FIGURE 3.8

(a) Magnetic resonance image (MRI) of a fractured human spine.  
(b)–(d) Results of applying the transformation in Eq. (3.2-3) with  $c = 1$  and  $\gamma = 0.6, 0.4$ , and  $0.3$ , respectively. (Original image courtesy of Dr. David R. Pickens, Department of Radiology and Radiological Sciences, Vanderbilt University Medical Center.)



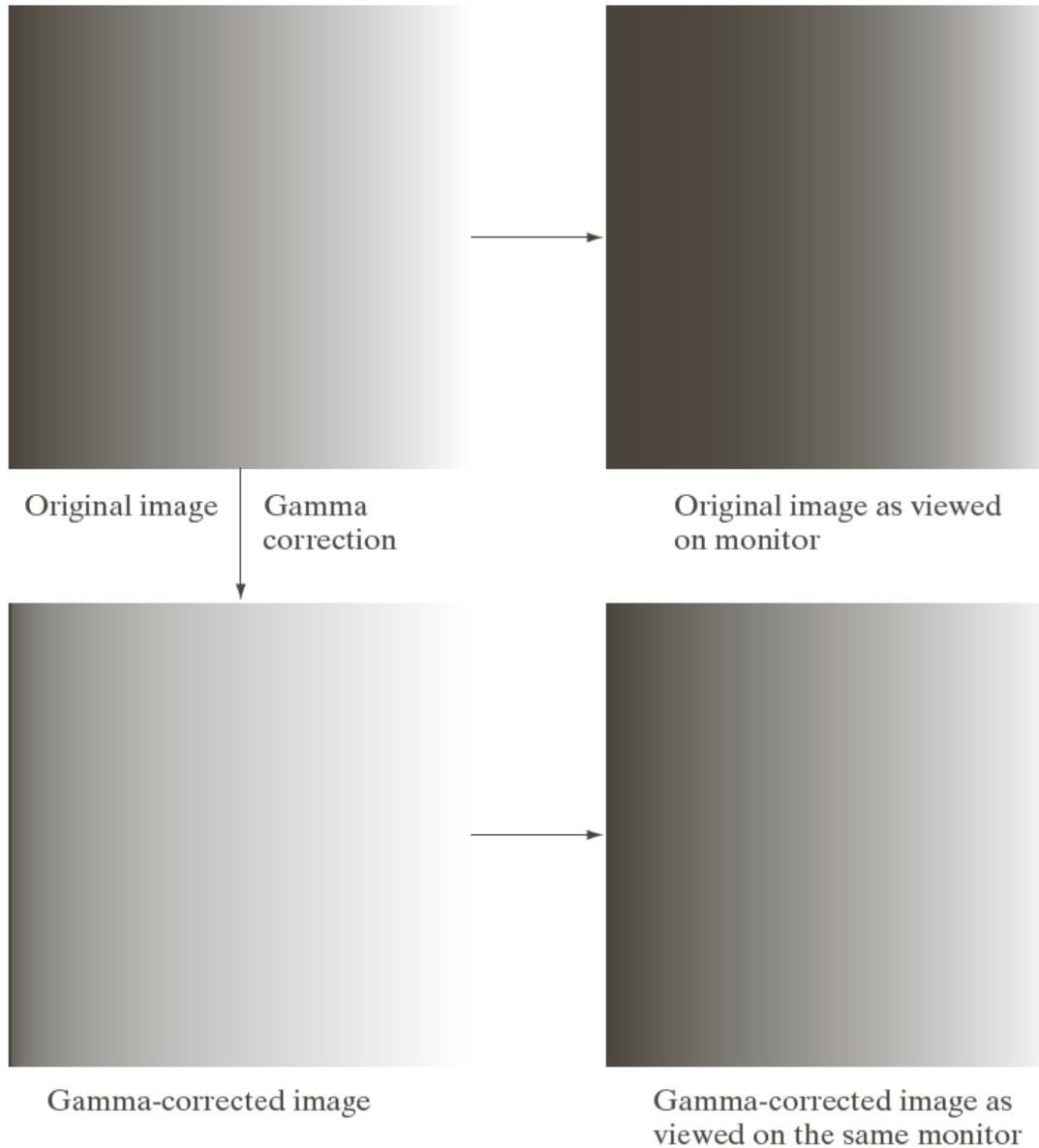
a b  
c d

**FIGURE 3.9**  
(a) Aerial image.  
(b)–(d) Results of applying the transformation in Eq. (3.2-3) with  $c = 1$  and  $\gamma = 3.0, 4.0$ , and  $5.0$ , respectively.  
(Original image for this example courtesy of NASA.)



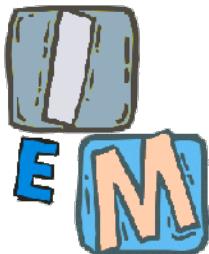
## Applicazione di gamma alla resa dei monitor

- Su un monitor CRT (con  $\gamma = 2.5$ ) si può applicare una correzione pre-processando l'input con la corrispondente funzione inversa:  $g(x,y) = f(x,y)^{1/2.5} = f(x,y)^{0.4}$



**FIGURE 3.7**

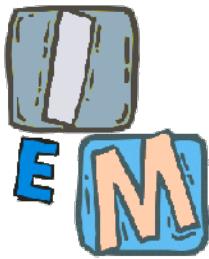
(a) Intensity ramp image. (b) Image as viewed on a simulated monitor with a gamma of 2.5. (c) Gamma-corrected image. (d) Corrected image as viewed on the same monitor. Compare (d) and (a).



# Binarizzazione

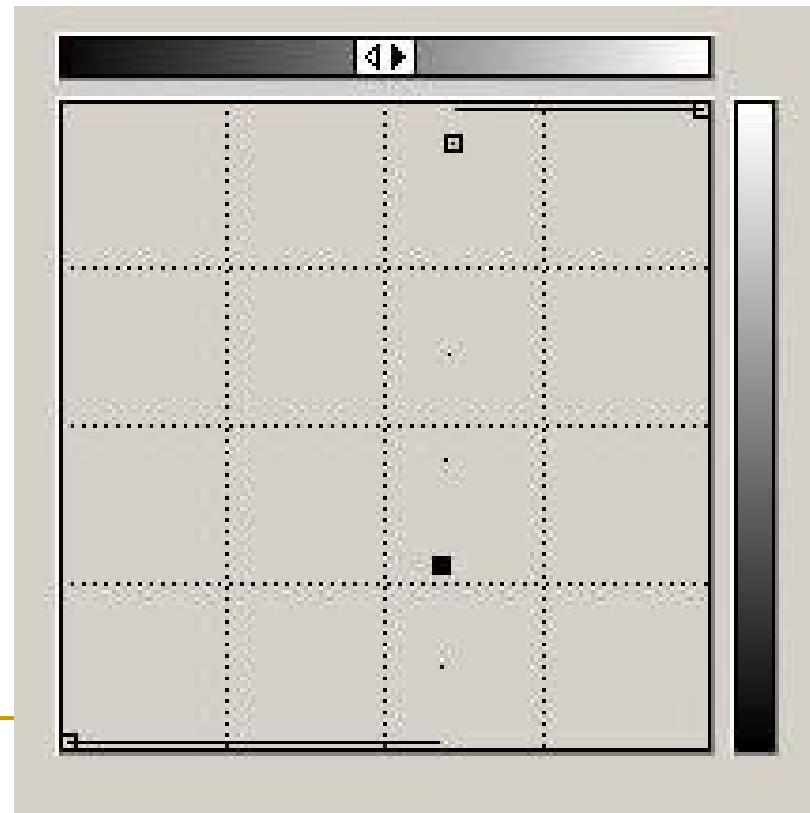
- Produce una immagine che ha solo due livelli: nero e bianco.
- Si ottiene scegliendo una soglia  $T$  e mettendo a nero tutti i pixel il cui valore è minore a  $T$  e a bianco tutti gli altri.

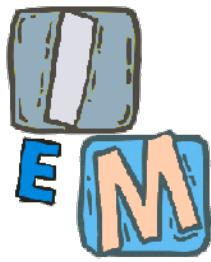




# Binarizzazione

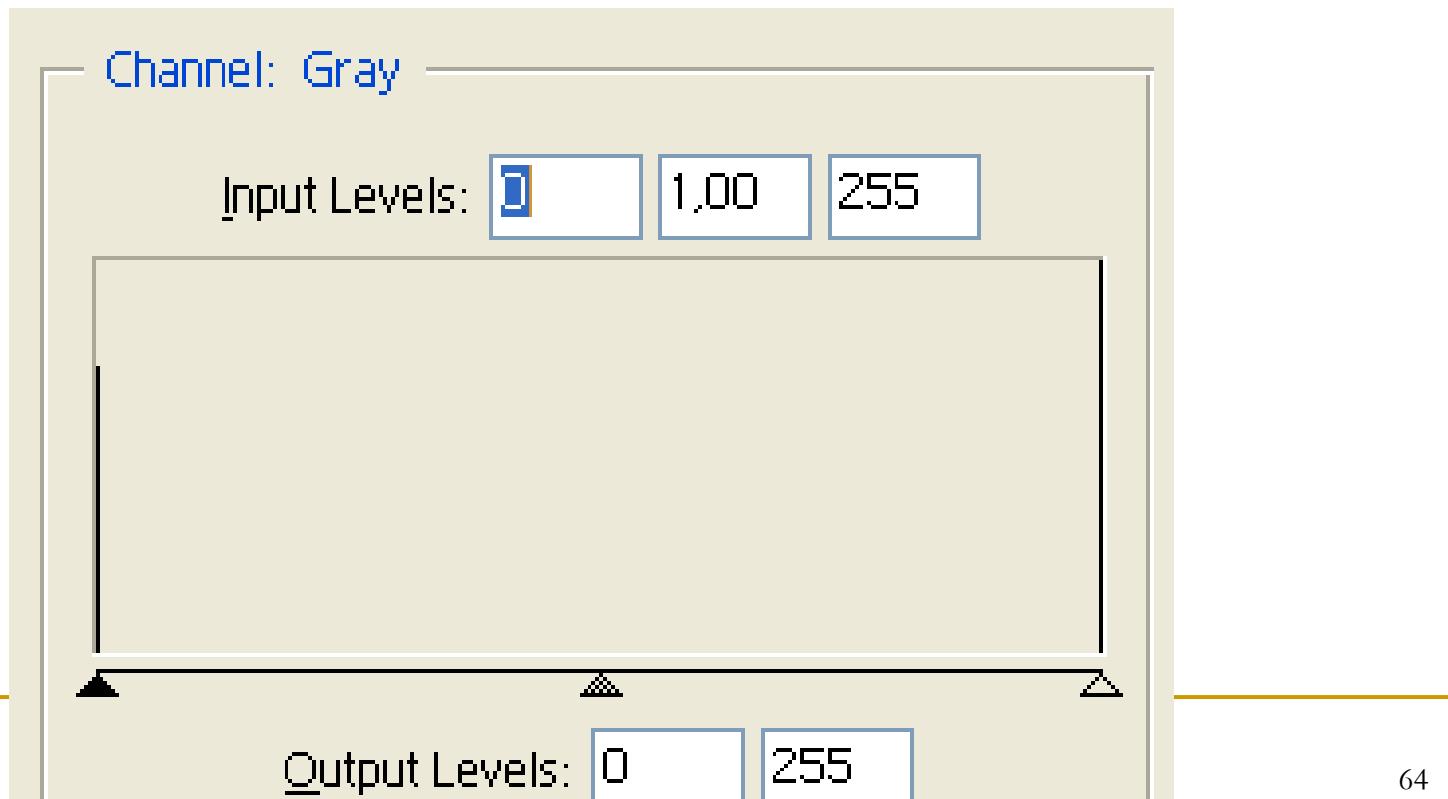
- Come si agisce sulla curva?

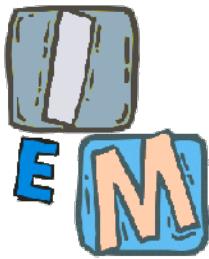




# Binarizzazione

- Come cambia l'istogramma?



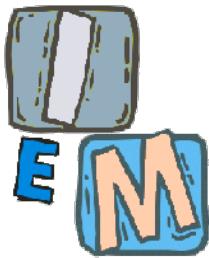


# Variazioni di contrasto

- Aumentare il contrasto, significa rendere più evidenti le differenze di colore.
- Ciò si ottiene andando a cambiare il valore di un pixel con un altro che sia più scuro o più chiaro.

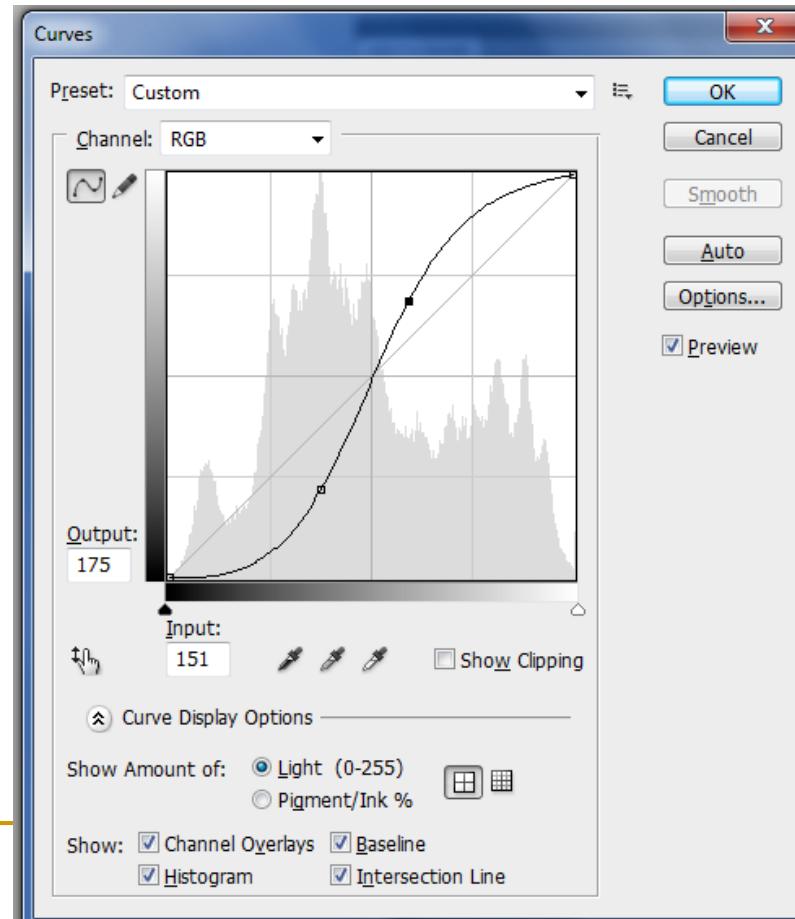
# Aumento del contrasto

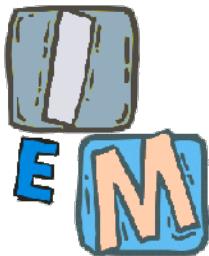




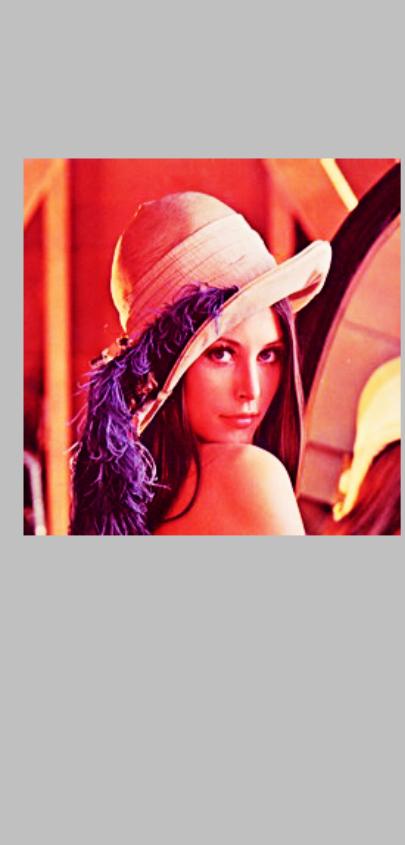
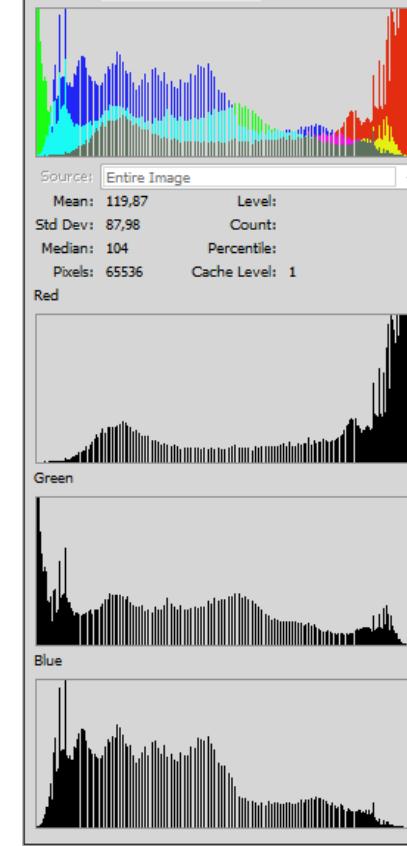
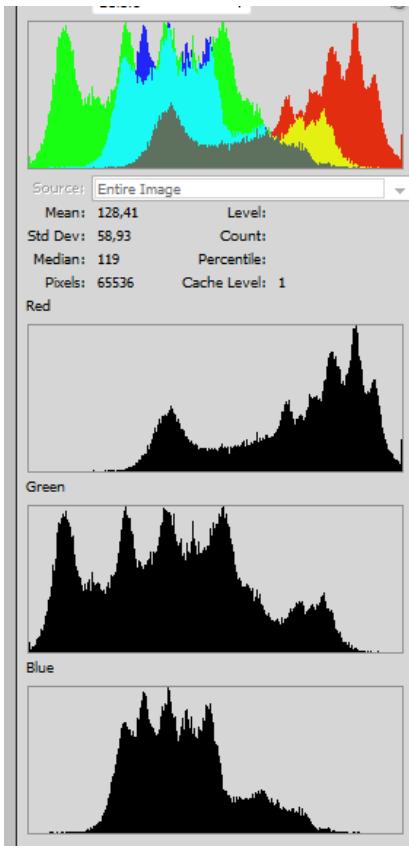
# Aumento del contrasto

## ■ Come si deve cambiare la curva?

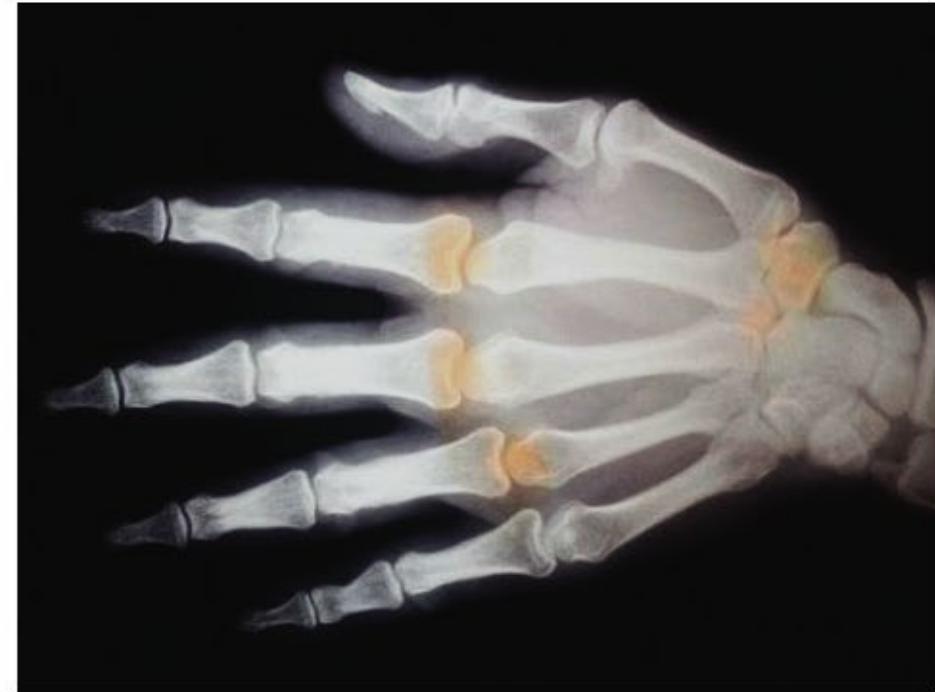




# Aumento del contrasto

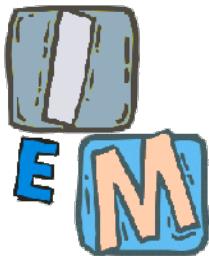


# Altro esempio



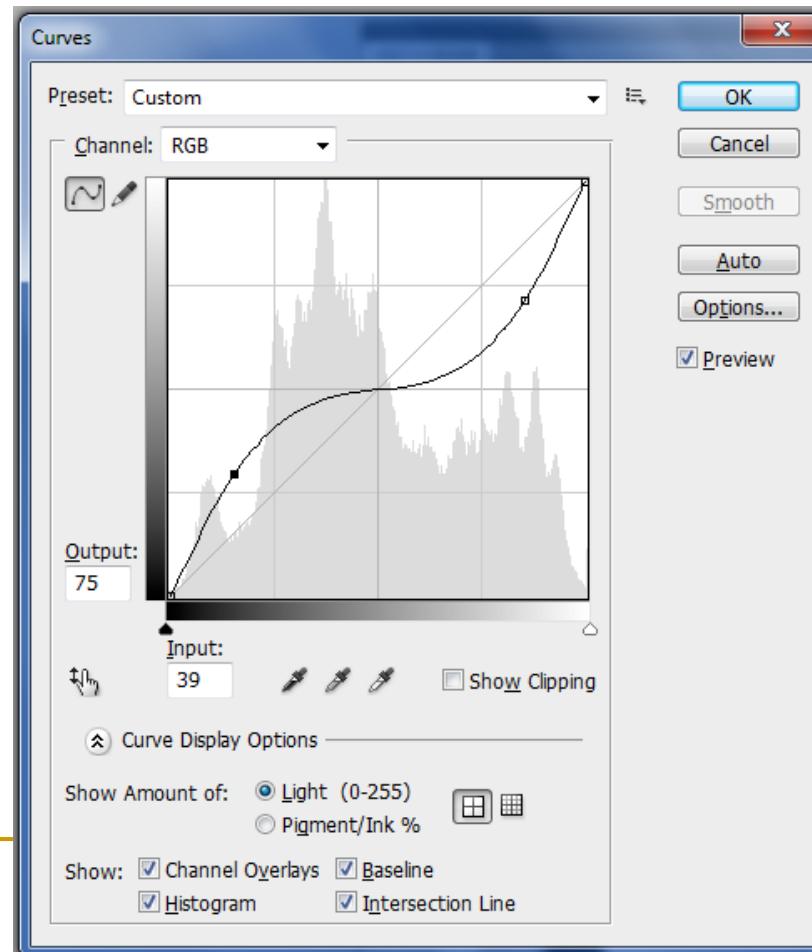
# Diminuizione di contrasto





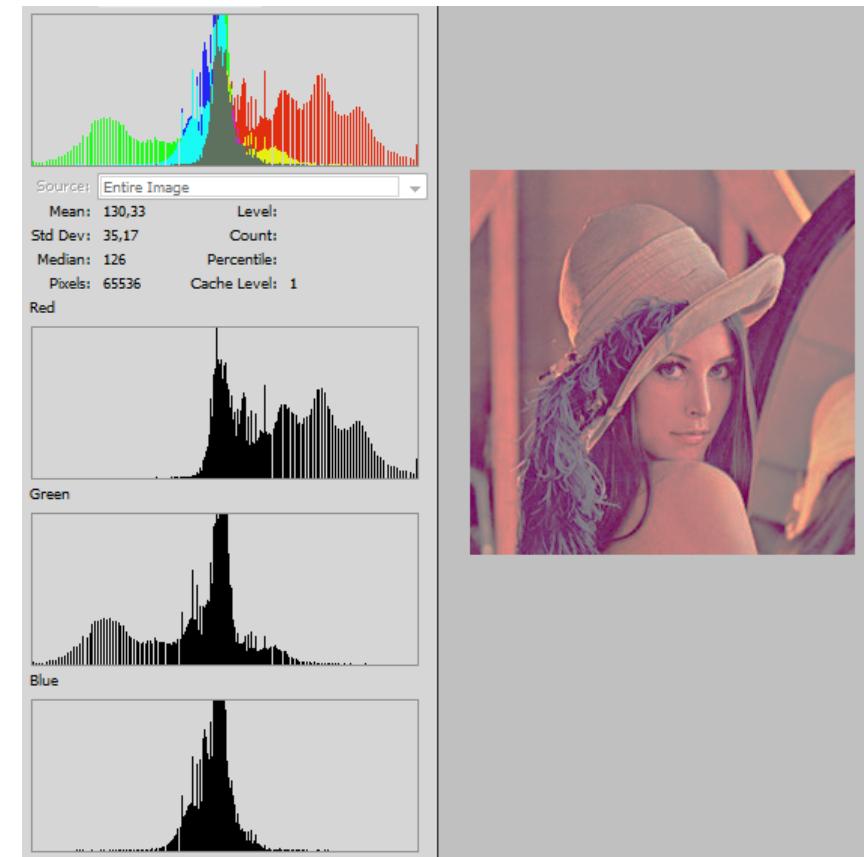
# Diminuzione del contrasto

## ■ Come cambio la curva?





# Diminuzione del contrasto

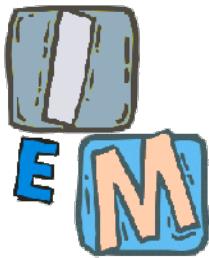




# Curve non monotone

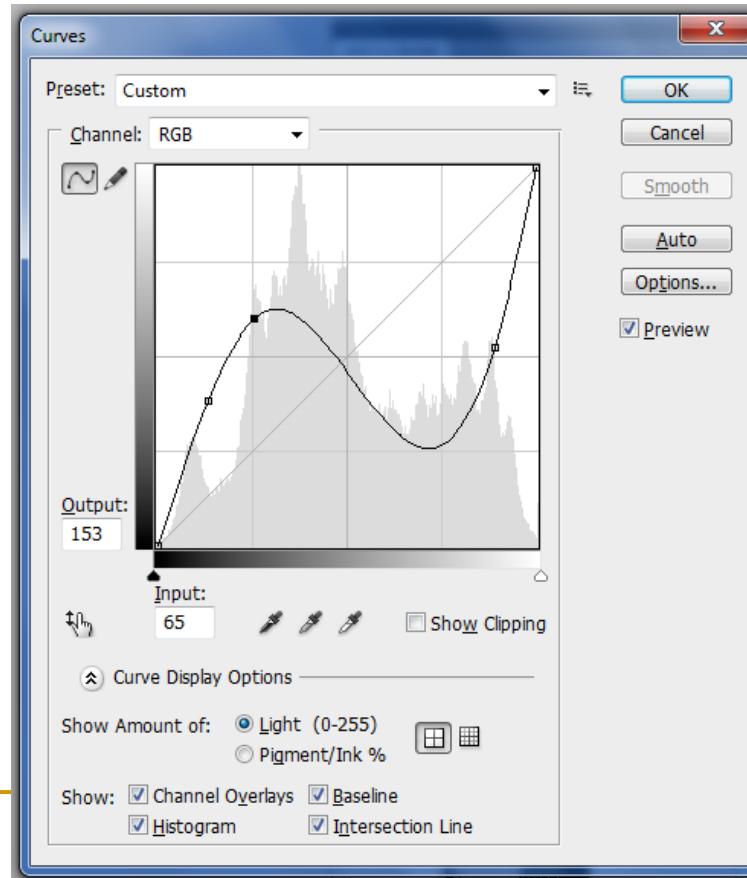
- È possibile fare delle variazioni alle curve in modo che questa diventi non monotona.
- Un esempio è la “solarizzazione”





# Curve non monotone

- Ecco come si deve cambiare la curva:





# Solarizzazione

