

## Pedivela de Bicicleta

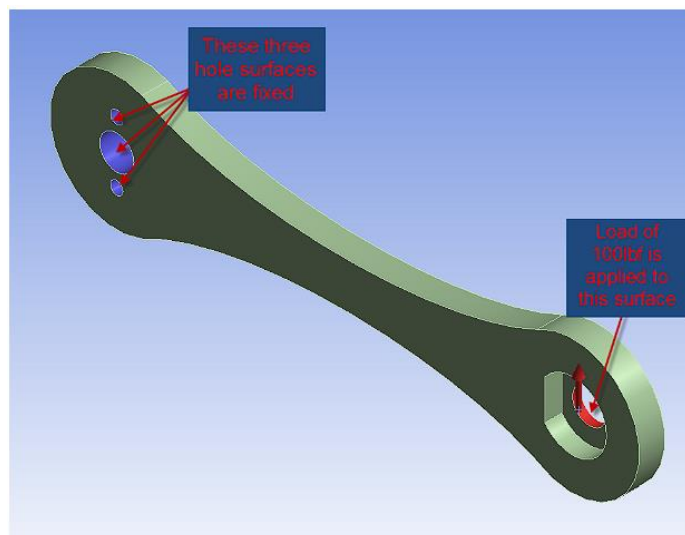
### 1. Objetivos

- Desenvolver a solução de um modelo mecânico estrutural 3D no Ansys Mechanical
- Verificar e validar os resultados numéricos do Ansys

### 2. Especificação do problema

Nesta aplicação, consideraremos uma pedivela de bicicleta composta de liga de alumínio 6061-T6 submetida a uma força estática. Para este material, o módulo de Young é de  $1 \times 10^7$  psi e o coeficiente de Poisson é 0,33. A figura a seguir mostra mais detalhes sobre a geometria.

Figura 1: Geometria do pedivela



As três superfícies dos furos à esquerda estão fixas e uma carga de 100 lbf (45,36 kgf) é aplicada na superfície do furo à direita na direção ascendente. Esta é uma aproximação das cargas e restrições reais na pedivela da bicicleta.

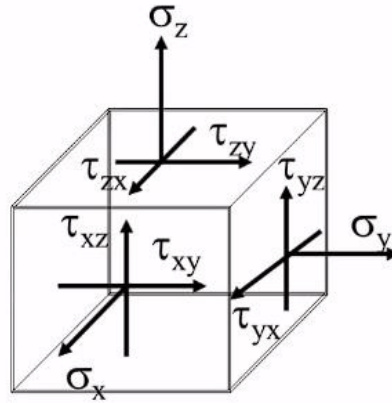
### 3. Objetivos específicos

- Criar e analisar a forma deformada e o campo de deslocamento
- Criar e analisar a distribuição de tensão no pedivela da bicicleta

#### 4. Equações governamentais

Considerando um pedaço infinitesimal de material como mostrado na Figura 2, ele está sujeito a diferentes reações, como compressão, tração e cisalhamento.

Figura 2: Pedaço infinitesimal



O princípio do equilíbrio para este elemento infinitesimal é

$$\vec{F} = m\vec{a} \text{ or } \sum \vec{F}_i = 0$$

Como se trata de um problema estático, o objeto deformado está em estado de repouso, o que significa que não há aceleração. Portanto, o problema se reduz a realizar um balanço de forças ou um diagrama de corpo livre. A equação diferencial de equilíbrio em 3D é dada por:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z = 0$$

Considerando que não temos forças de corpo e que a gravidade não influencia no problema, os termos  $f_x$ ,  $f_y$  e  $f_z$  são reduzidos a 0. A equação fornecida nos dá três

equações e seis incógnitas:  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{yz}$  e  $\tau_{xy}$  – três tensões normais e três tensões de cisalhamento.

A tensão está relacionada às deformações por:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

E para este tipo de problema (na faixa elástica e utilizando um material isotrópico), precisamos apenas de duas constantes: o módulo de Young ( $E$ ) e o coeficiente de Poisson ( $\nu$ ).

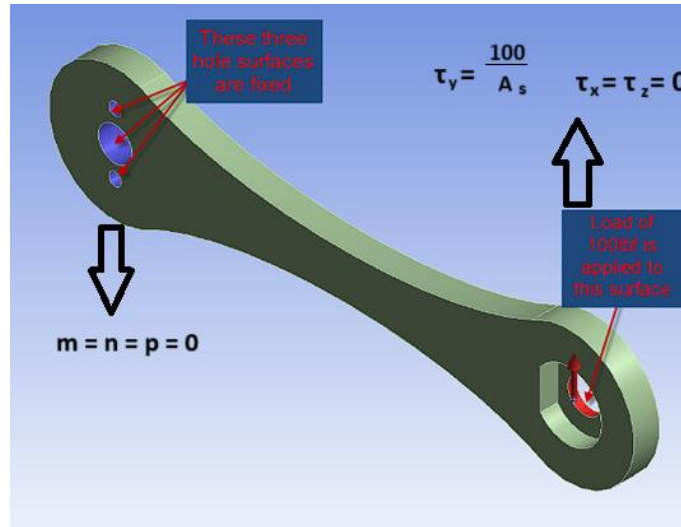
Para os deslocamentos, as equações que os representam são:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial m}{\partial x} & \gamma_{xy} &= \frac{\partial m}{\partial y} + \frac{\partial n}{\partial x} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial n}{\partial y} & \gamma_{xy} &= \frac{\partial n}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial y} \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial p}{\partial z} & \gamma_{xy} &= \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial m}{\partial z} \end{aligned}$$

## 5. Condições de contorno

Como mencionado anteriormente, temos três furos no lado esquerdo da pedivela da bicicleta que estão fixos, e um furo no lado direito com uma carga de 100 lbf aplicada. Isso significa que nos furos fixos, os componentes  $m$ ,  $n$  e  $p$  são iguais a zero (sem deslocamentos), e no furo do lado direito, o componente  $y$  da tração ( $\tau_y$ ) é igual a 100 lbf dividido pela área da superfície, conforme mostrado na figura abaixo.

Figura 3: Condições de contorno.



## 6. Solução numérica

Para chegar à solução deste problema pelo método dos elementos finitos, seguimos os mesmos passos que para qualquer outro problema: dividir o domínio em um número finito de elementos, definir as equações para os elementos e resolver o problema utilizando as equações na sua forma fraca.

Para este problema, em cada elemento calcularemos os valores de deslocamento ( $m$ ,  $n$  e  $p$ ) em seus nós. Como cada equação algébrica está relacionada a um deslocamento nodal e aos seus vizinhos, um conjunto de equações nos deslocamentos nodais será definido (matriz de rigidez).

$$[K]\{d\} = \{f\}$$

Invertendo a matriz, obtemos os valores de deslocamento nodal e, no processo de pós-processamento, podemos determinar outras incógnitas, como tensões e deformações. Para obter a equação na sua forma fraca, precisamos usar a forma integral ponderada da equação de equilíbrio.

$$\int \vec{w} \nabla \cdot \sigma \, dv = 0$$

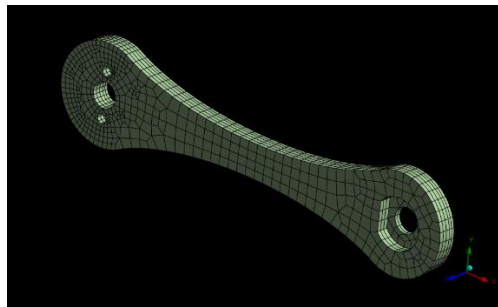
Onde  $\vec{w}(x, y, z)$  é uma função arbitrária, e

$$\nabla \cdot \sigma = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f = 0$$

## 7. Malha

Para a malha, foi utilizado o método multizona, que proporciona a decomposição automática da geometria em regiões mapeadas e regiões livres. Isso gera uma malha hexaédrica quando possível e, em seguida, preenche as regiões mais difíceis com uma malha não estruturada. Isso significa que provavelmente teremos diferentes tipos de elementos. Para o tamanho dos elementos, foi adotado um tamanho de 0,2 polegadas, e uma condição de dimensionamento de face de 0,1 polegadas foi aplicada aos furos fixos (furos no lado esquerdo). A malha pode ser vista na figura a seguir:

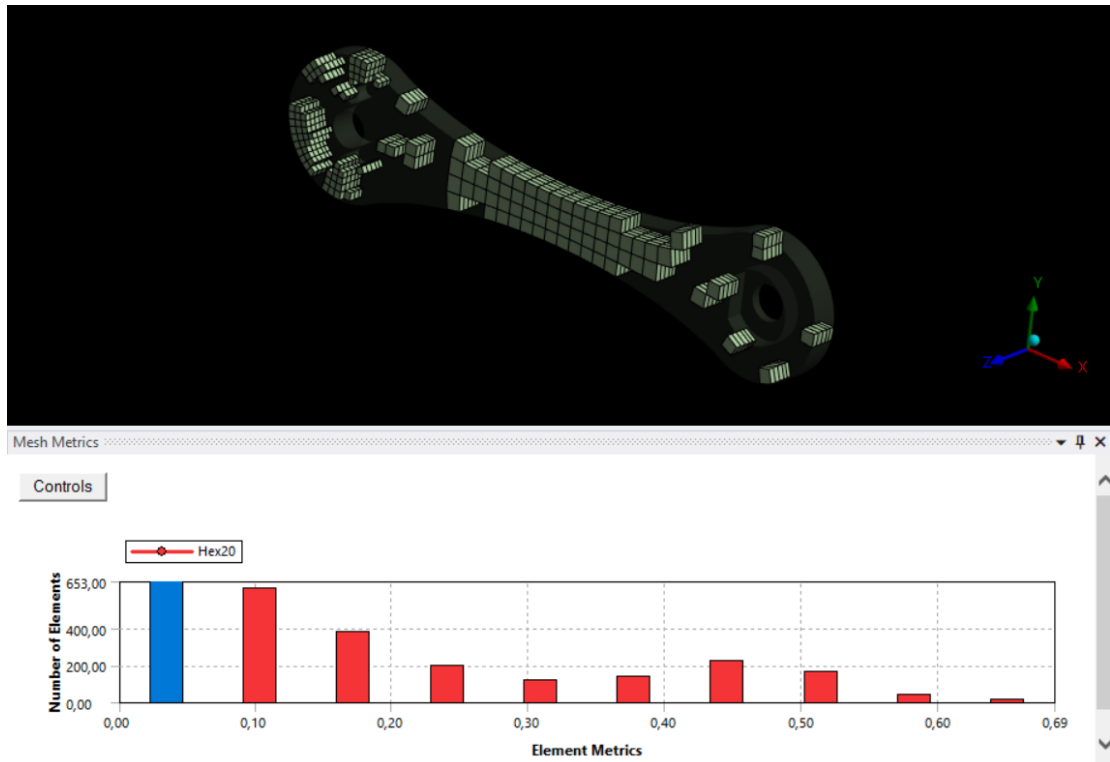
Figura 4: Malha.



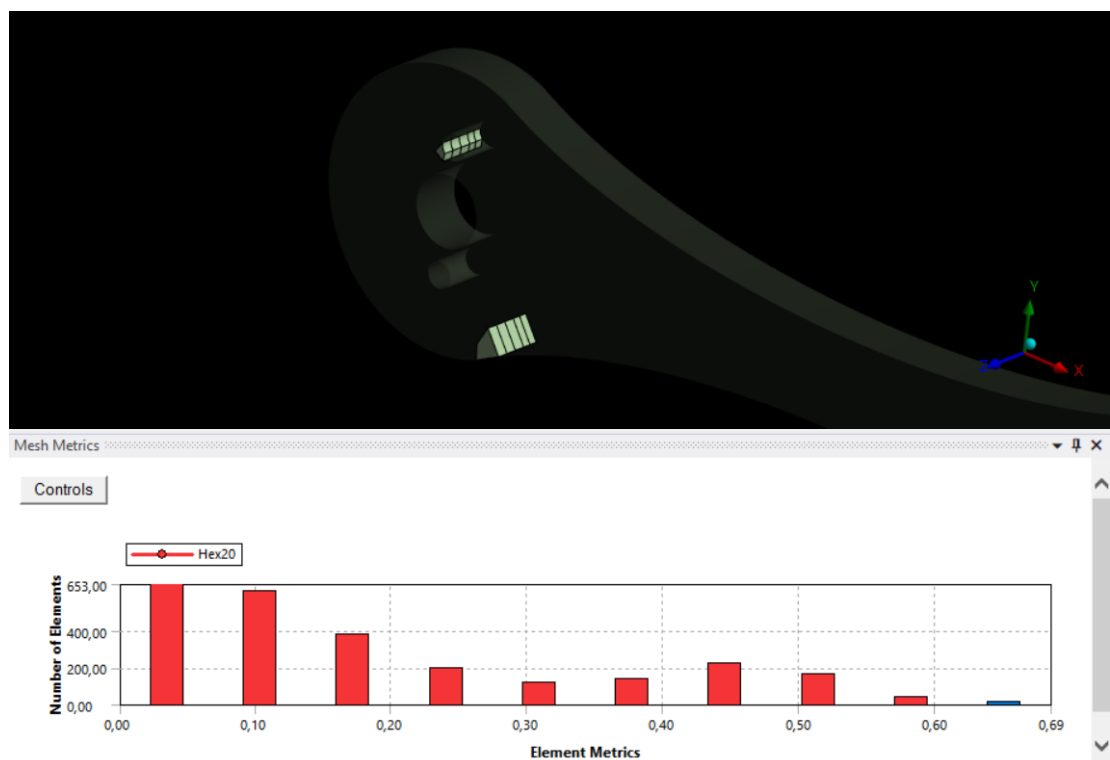
A qualidade da malha usando métricas de distorção (skewness) é mostrada abaixo.

Figura 5: Qualidade da malha.

(a) Elementos com boa qualidade.



(b) Elementos com qualidade baixa.



Como podemos ver, as métricas dos elementos variam de 0 a 0,69. O padrão de qualidade usando essa métrica de distorção (skewness) é mostrado na tabela a seguir e é fornecido pela ANSYS.

Tabela 1: Padrão de qualidade da métrica de distorção

Value of Skewness	Cell Quality
1	Degenerate
0.9 – <1	Bad
0.75 – 0.9	Poor
0.5 – 0.75	Fair
0.25 – 0.5	Good
>0 – 0.25	Excellent
0	Equilateral

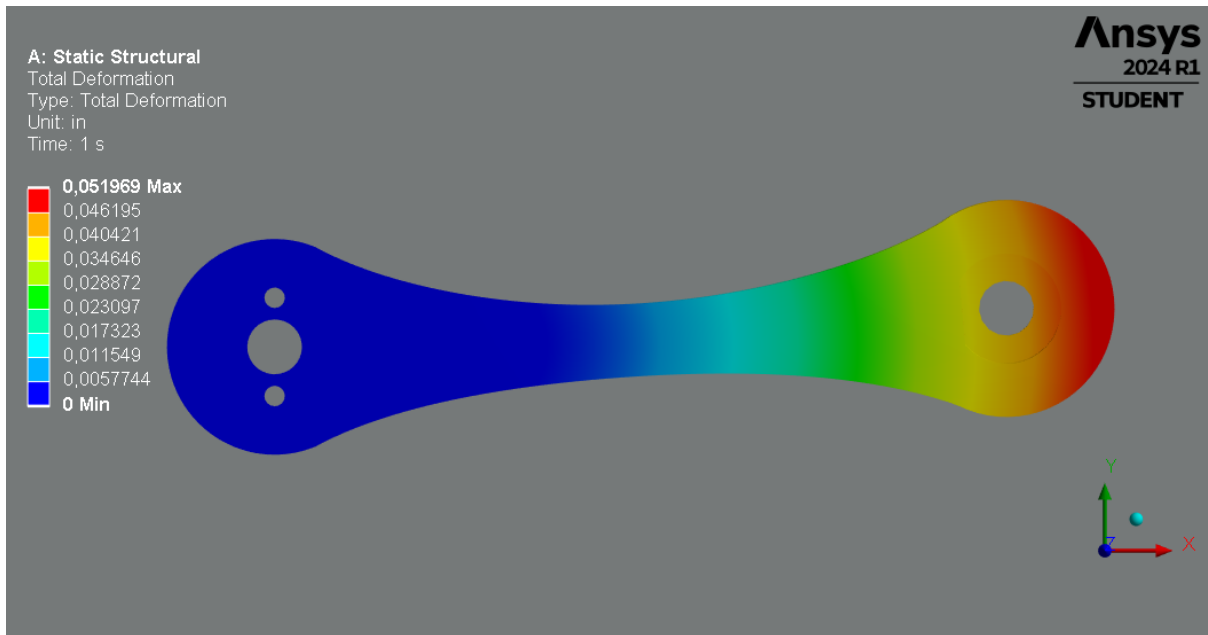
Legenda:

Na malha mostrada na Figura 5 temos uma boa quantidade de elementos com qualidade aceitável. Calcularemos a solução com esta malha e, posteriormente, faremos um refinamento na malha para melhorar sua qualidade. Em seguida, refaremos a solução para comparar os resultados.

## 8. Solução

Após criar a malha, definir as condições de contorno e calcular a solução, agora podemos exibir e analisar os resultados. O primeiro resultado que vamos observar é a deformação, e podemos ver o gráfico na figura a seguir.

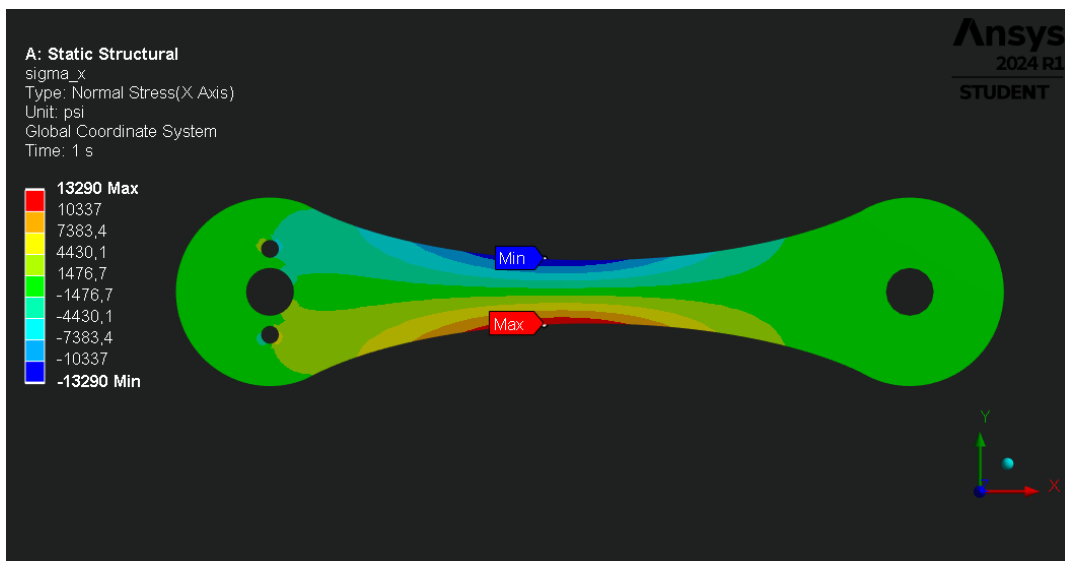
Figura 6: gráfico deformação.



Como esperado, a maior deformação ocorre no lado direito, onde a força é aplicada, atingindo um máximo de 0,0519 polegadas. Outra coisa que podemos observar é que a deformação começa principalmente após a seção central da pedivela da bicicleta. Veremos por que isso acontece no gráfico de tensão.

A análise de tensão será feita utilizando a tensão normal na direção  $x$  ( $\sigma_x$ ) que é nossa principal tensão no modelo. Abaixo, temos o gráfico de tensão para o problema.

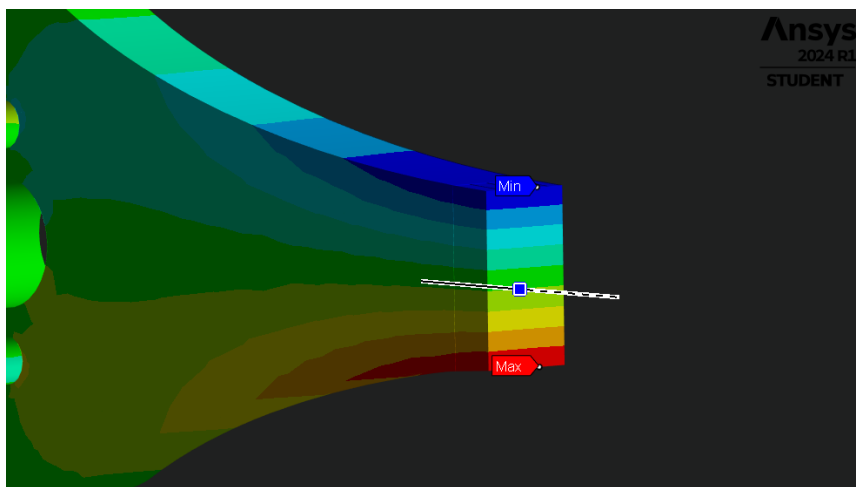
Figura 7: Gráfico de tensão.





Neste gráfico, podemos ver a tensão máxima e mínima na seção intermediária do modelo. Isso é esperado devido ao afinamento nesta parte. Por isso, a deformação começa principalmente lá e é mais intensa na seção final à direita porque está mais distante da parte fixa. No próximo gráfico, veremos que a tensão (e deformação) é uniforme na direção  $z$ , o que significa que este problema pode ser considerado como um problema 2D.

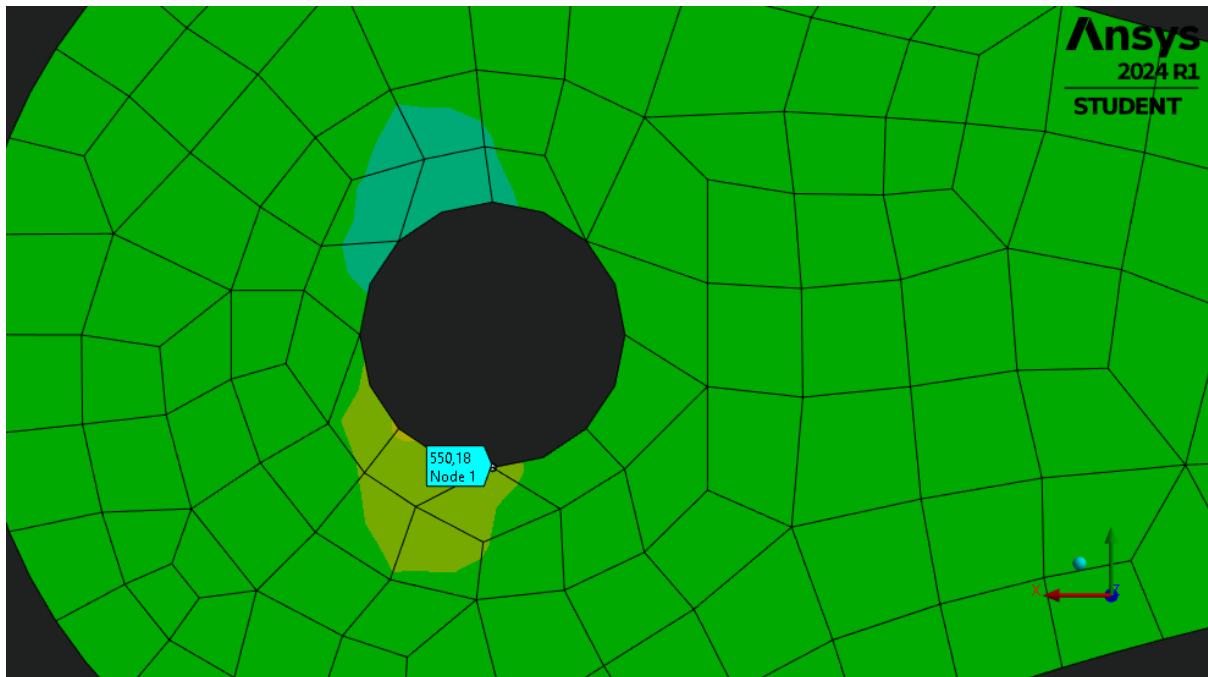
Figura 8: vista da parte interna do modelo.



## 9. Verificando os resultados

Para verificar nossos resultados, primeiro vamos examinar a região onde a força é aplicada. A tensão nesta região deve coincidir com a força aplicada. Para verificar isso, vamos analisar o ponto tangencial ao eixo  $x$  no furo onde a força é aplicada e extrair sua tensão normal no eixo  $y$  ( $\sigma_y$ ).

Figura 9: Tensão normal ao eixo Y.

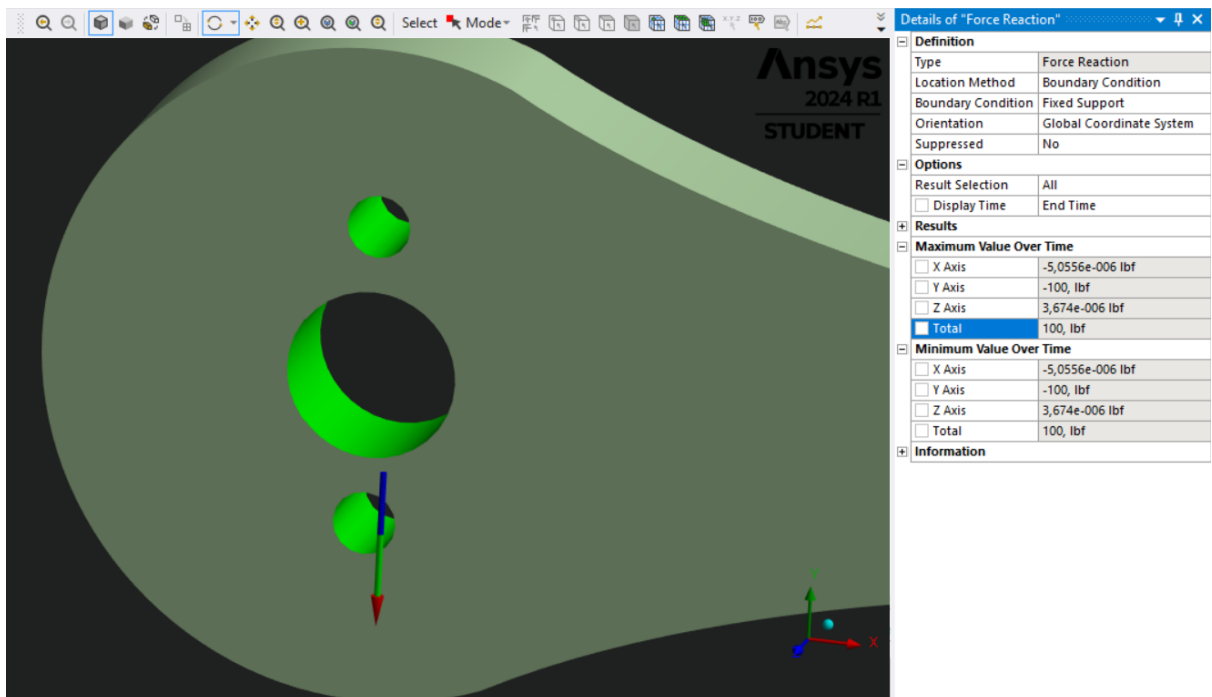


Este valor deve ser igual à força dividida pela área da superfície.

$$\sigma_y = \frac{F}{A}$$

A força é de 100 lbf e a área da superfície é de 0,1961 in<sup>2</sup>. Com isso, obtemos 509,9 psi como nossa tensão na direção y neste ponto, o que está próximo do nosso resultado. Outra coisa a ser verificada é a força de reação. Ao aplicar a sonda nos suportes fixos e solicitar os valores da força de reação, obtemos os seguintes valores:

Figura 10: Força de reação.

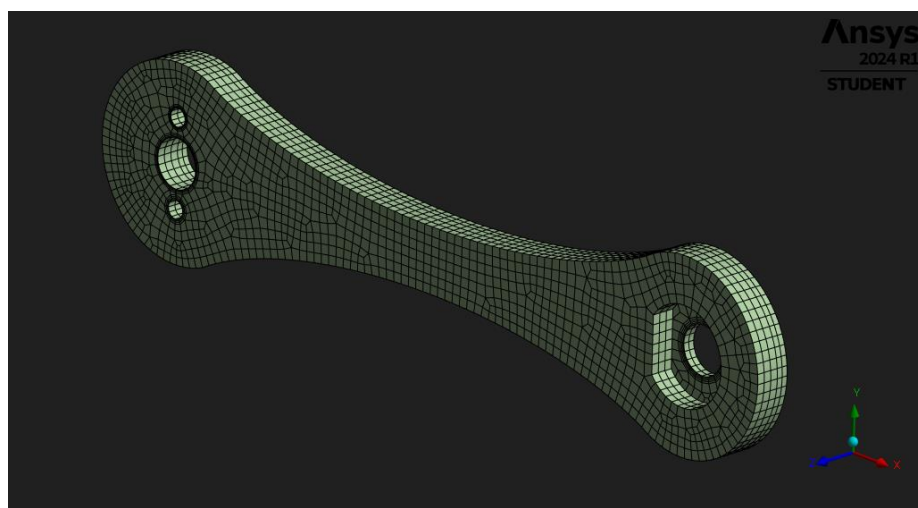


A caixa azul nos mostra o valor da força de reação total, que é de 100 lbf, o mesmo valor da força aplicada. Outro método para verificar se os resultados são válidos é compará-los com cálculos manuais sempre que possível.

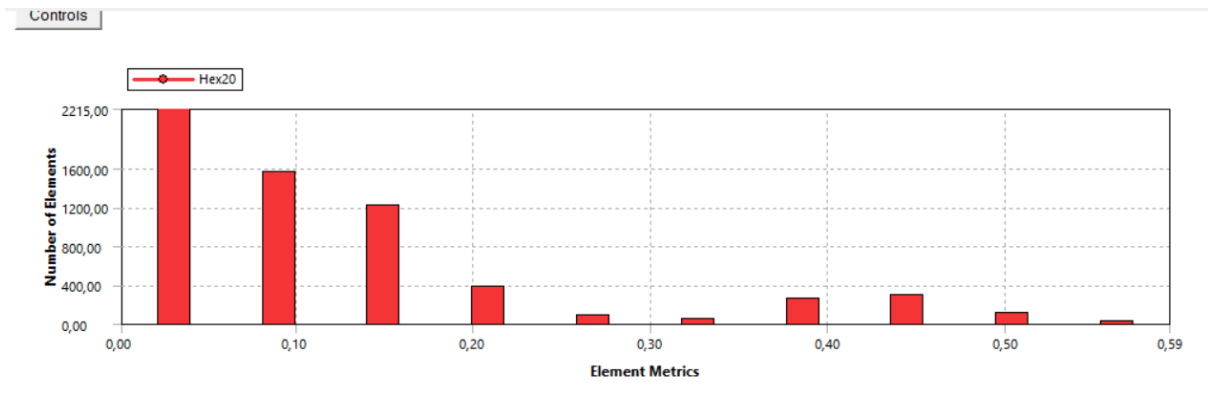
A última coisa que faremos é refinar a malha e verificar se os valores permanecerão os mesmos, para ver se os resultados são independentes da malha. A nova malha é exibida abaixo junto com suas métricas de malha.

Figura 11: Malha refinada.

(a) Elementos da malha

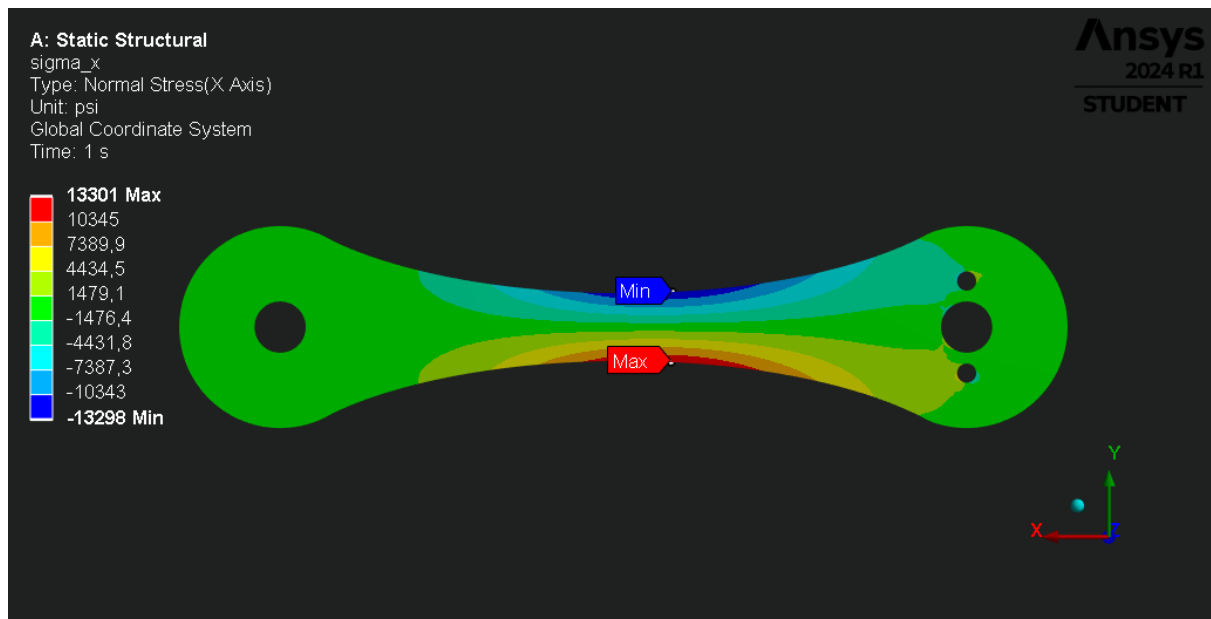


(b) Qualidade da malha



E os resultados estão exibidos na próxima figura.

Figura 12: Resultados para a malha refinada.



O valor máximo de tensão é de 13.301 psi, o que é bastante consistente com o outro resultado (diferença de 0,08%). Portanto, isso significa que este é um bom resultado para usar nesta análise.