

Computació Numèrica

Laboratori 10. Interpolació polinomial amb Matlab

M. Àngela Grau Gotés

Departament de Matemàtiques
Universitat Politècnica de Catalunya · BarcelonaTech.

8 de maig de 2018

drets d'autor

“Donat el caràcter i la finalitat exclusivament docent i eminentment il·lustrativa de les explicacions a classe d'aquesta presentació, l'autor s'acull a l'article 32 de la Llei de propietat intel·lectual vigent respecte de l'ús parcial d'obres alienes com ara imatges, gràfics o altre material contingudes en les diferents diapositives”

Índex

- 1 Interpolació Polinomial
 - Matriu de Vandermonde
 - Mètode de Lagrange
 - Mètode de les diferències dividides de Newton
 - Interpolació Inversa
- 2 Interpolació Polinomial a trossos
- 3 Referències

Conceptes generals

Els polinomis en `matlab` es representen com vectors fila que contenen els coeficients ordenats per ordre decreixent dels graus. Destaquem les funcions polinomials següents:

<code>poly</code>	polinomi característic ,
<code>polyval</code>	avalua el polinomi ,
<code>roots</code>	arrels del polinomi ,
<code>polyfit</code>	ajust per polinomis ,
<code>conv</code>	producte de dos polinomis ,
<code>deconv</code>	divisió de dos polinomis ,
<code>residue</code>	descomposició en fraccions contínues .

Matriu de Vandermonde

Consulteu el help de Matlab per a la comanda
`vander(xp)` ;

Cerqueu les explicacions del capítol 3 del llibre de C.
Moler

`V = vander(xp)` ;

Polinomis de Lagrange

Consulteu el help de Matlab per a la comanda

```
polyfit(xp,yp,np-1);
```

Cerqueu la rutina del capítol 3 del llibre de C. Moler

```
polyinterp(xp,yp,x0);
```

Exemple - C. Moler

```
x = 1:6;  
y = [16 18 21 17 15 12];  
disp([x; y])  
u = .75:.05:6.25;  
v = polyinterp(x,y,u);  
plot(x,y,'o',u,v,'r-');
```

Exercici 1

Calculeu $f(3)$ per interpolació quadràtica de la taula 4.1 utilitzant els punts 1, 2 i 4 en un primer càlcul i, després, els punts 2, 4, i 5, i compareu-ne els resultats.

x_i	1	2	4	5
y_i	0	2	12	21

Taula : dades 4.1

Finalment, calculeu $f(3)$ per interpolació cúbica i comenteu els resultats obtinguts.

Diferències dividides de Newton

```
a=zeros(n);  
a(1:n,1)=y';  
for j=1:n-1  
    for i=1:n-j  
        a(i,j+1)=(a(i+1,j)-a(i,j))/(x(i+j)-x(i));  
    end  
end  
taula=[x',a]
```

Exercici 2

Trobeu el polinomi d'interpolació a la taula 4.2 emprant el mètode de les diferències dividides de Newton.

x_i	0	1	2	4	8
y_i	0	5	10	24	50

Taula : dades 4.2

Exercici 3

Feu un esquema de diferències dividides, per calcular el polinomi de grau 4 que satisfà la taula següent

x_i	-4	-1	0	2	5
y_i	1245	33	5	9	1335

Taula : dades 4.3

Exercici 4

Interpolació INVERSA

Trobeu una solució de l'equació $x = e^{-x}$, sabent que:

$$e^{-0.50} = 0.60653,$$

$$e^{-0.55} = 0.57695,$$

$$e^{-0.60} = 0.54881 .$$

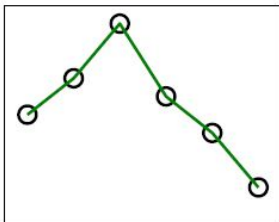
Interpolació Polinomial a trossos

Destaquem les funcions següents:

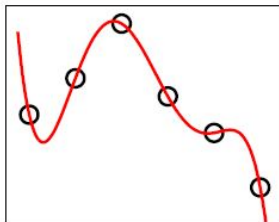
spline	spline cubic ,
pchip	polinomi cubic ,
ppval	avalua polinomis a trossos ,
interp1	interpolació lineal en una variable ,
interp2	interpolació lineal 2D ,
interp3	interpolació lineal 3D , ,
polyinterp	polinomi de lagrange ,
polyfit	polinomi interpolador .

Exemple - C. Moler

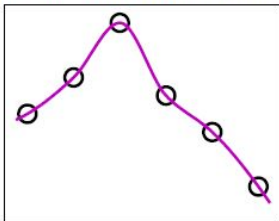
Piecewise linear interpolation



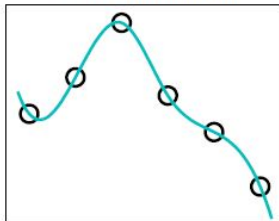
Full degree polynomial interpolation



Shape-preserving Hermite interpolation



Spline interpolation



Exercici 5

Obteniu el polinomi interpolador de la taula de dades, després de fer un canvi d'escala

x_i	0	.1	.4	.5	.6	1.0	1.4	1.5	1.6	1.9	2.0
y_i	0	.06	.17	.19	.21	.26	.29	.29	.30	.31	.31

Taula : dades 4.3

Exercici 6

Obteniu el polinomi interpolador de la taula de dades següent

x_i	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y_i	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0

Taula : dades 4.3

Exercici 7

L'any 2009 (a Berlín) Usain Bolt va situar el record dels 100m en 9.58s. Les dades de la carrera són les següents

r	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
t(r)	0	1.85	2.89	3.78	4.64	5.49	6.31	7.11	7.92	8.74	9.58

on la primera fila és la distància recorreguda en metres i la segona el temps emprat en segons

(font: NBC, <http://www.universalsports.com/news/article/newsid=385633.html>).

Calculeu una aproximació de la velocitat i l'acceleració

$$v(t) = \frac{dr}{dt}, \quad a(t) = \frac{d^2r}{dt^2}$$

en la carrera. Feu una representació gràfica dels valors obtinguts.

Guies de MATLAB



MathWorks Documentation Center,
Matlab Users's Guide online



MathWorks Documentation Center,
Matlab Functions's Guide online



MathWorks Documentation Center,
Matlab Users's Guide in pdf



MathWorks Documentation Center,
Tutorials