

Marcin Nasiłowski
UMIESZCZANIE SATELITY NA ORBICIE GEOSTACJONARNEJ WYKONUJĄC DWA
MANEWRY ORBITALNE.

Satelita posiada silnik raketowy o prędkości wyrzutu gazów $w = 4\text{km/s}$

Promień początkowy $1.05 R_z$

Promień końcowy R_{geo}

Część 0
Opis sytuacji

W chwili początkowej satelita otaczał ziemię po kołowej orbicie początkowej. W pewnym momencie rakieta uruchamia silnik i zwiększa prędkość. W wyniku zwiększenia szybkości rakieta przechodzi na orbitę eliptyczną. W momencie gdy satelita dotrze do aphelium ponownie zwiększamy prędkość i przeskakujemy na orbitę geostacjonarną.

Część 1
Wyznaczanie promienia orbity geostacjonarnej

przyspieszenie grawitacyjne

$$a_g = G \frac{M_z}{r^2}$$

przyspieszenie dośrodkowe

$$a_d = \frac{v^2}{r}$$

Porównajmy przyspieszenia satelity wywołane przez siłę grawitacji i siłę dośrodkową

$$r = \frac{v^2}{G} M_z$$

Podstawiając $v = 2\pi R/T$

$$r^3 = \frac{GM_z T^2}{4\pi^2}$$

Wstawiając Dane

G Stała grawitacji

M_z Masa Ziemi

T okres

$$r = 42303\text{km}$$

Część 2
Prędkości Na każdej z orbit

Prędkość liniowa na orbicie początkowej (wzór wynika z praw Keplera)

$$V_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_1}} = 7717 \frac{m}{s}$$

Prędkość liniowa na orbicie geostacjonarnej

$$v_4 = 2\pi \frac{R_4}{T} = 3075 \frac{m}{s}$$

wielka półoś orbity eliptycznej wynosi (z analizy geometrycznej)

$$a = \frac{R_1 + R_4}{2} = 24516\text{km}$$

prędkość na orbicie eliptycznej (wzory wynikają z praw Keplera)
w peryhelium

$$V_2 = \sqrt{GM} \left(\frac{2}{R_1} - \frac{1}{a} \right)^{\frac{1}{2}} = 10138 \frac{m}{s}$$

w aphelium

$$V_3 = \sqrt{GM} \left(\frac{2}{R_2} - \frac{1}{a} \right)^{\frac{1}{2}} = 1610 \frac{m}{s}$$

Część 3

Zastosowanie wzoru Ciołkowskiego

Wzór Ciołkowskiego:

$$\Delta V = w \ln \frac{m_0}{m_1}$$

gdzie

ΔV : przyrost prędkości

w: prędkość wyrzutu masy

m_0 masa początkowa

m_1 masa końcowa

Zastosujemy powyższy wzór dla sytuacji przejścia z orbity eliptycznej na orbitę geostacjonarną.
Masa końcowa jest równa masie satelity tzn 1t

zmiana prędkości jest równa

$$\Delta V = |V_4 - V_3|$$

prędkość wyrzutu

$$w = 4 \text{ km/s}$$

Przekształcając wzór Ciołkowskiego otrzymujemy:

$$m_0 = m_1 \exp \left(\frac{\Delta V}{w} \right) = 1,44 \text{ t}$$

postępując analogicznie dla sytuacji przejścia z orbity początkowej na eliptyczną

$$m_p = m_0 \exp \left(\frac{\Delta V}{w} \right) = 2,64 \text{ t}$$

Odp: Satelita na orbicie początkowej powinien ważyć około 2,64t