

Przenieśmy się 5 miliardów lat w przyszłość... Słońce, będące w fazie czerwonego olbrzyma nagle odrzuciło otoczkę w błysku helowym (przyjmij, że zewnętrzne części Słońca zniknęły) Ziemia weszła na orbitę eliptyczną. Gdy znajdowała się w aphelium, wpadł na nią Eros zwiększając wartość prędkości Ziemi (bez zmiany kierunku). Obliczyć jaką część masy odrzuciło Słońce, jeżeli przyjmiemy, że przed błyskiem orbita naszej planety była kołowa o promieniu 1 AU. Po zderzeniu eliptyczna o wielkiej półosi 25/14 AU i mimośrodku 0,4

Ewolucja układu:

Etap 0 stan dzisiejszy

Ziemia krąży wokół słońca:) Parametry orbity można sobie znaleźć na Wikipedii.

Etap 1 Wybuch (rozpoczyna się sytuacja przejściowa)

Założenia: Słońce ma promień mniejszy niż 1 AU

W wyniku zmniejszenia się masy słońca zmniejszyła się energia potencjalna ziemi, jednak nie zmieniła się jej prędkość. W związku z tym musi się zmienić kształt orbity.

Etap 2 zderzenie Rozpoczyna się sytuacja po zderzeniu)

W wyniku zderzenia z Erosem zmienia się masa ziemi oraz jej prędkość zatem znowu nastąpi zmiana orbity.

Rozwiązanie:

W treści zadania mamy podany mimośród orbity końcowej. Czego z tej wielkości możemy się dowiedzieć?

Odp: Możemy się dowiedzieć jaka jest odległość peryhelium końcowej orbity od ogniska tzn od słońca:)

korzystając ze wzoru:

$$e = \frac{c}{a''}$$

gdzie:

c jest odległością ogniska od środka elipsy.

a'' wielka półoś po zderzeniu

e mimośród

Zatem odległość peryhelium końcowej orbity od ogniska wynosi

$$x = a'' - c$$

$$x = a''(1 - e)$$

Przejdźmy teraz do sytuacji tuż przed zderzeniem:

Czym jest nasz x w tej sytuacji?

Odp: Jest to odległość miejsca zderzenia od słońca.

Jaka jest odległość peryhelium, w sytuacji przejściowej, od słońca?

Jest to odległość ziemi do słońca sprzed wybuchu:) Tzn 1 AU.

Ile wynosi wielka półoś w stanie przejściowym?

Jest to połowa odległości między peryhelium i aphelium:) Tzn

$$a' = 0,5(x + 1\text{AU})$$

$$a' = 0,5(a''(1 - e) + 1\text{AU})$$

Jak wygląda 1 prawo Kirchhoffa?

Odp:

$$a = \frac{-GMm}{2U}$$

Ile wynosi całkowita energia ziemi tuż po wybuchu?

Odp:

$$T = \frac{mR^2\omega^2}{2} \quad |V| = \frac{GMm}{R} \quad U = T - |V|$$

Gdzie

T Energia Kinetyczna

V Energia Potencjalna

M Masa Słońca

m masa ziemi

G Stała grawitacji

R odległość ziemi od słońca.

- minus

Z I-go prawa K. masa M wynosi

$$M = \frac{-2Ua}{Gm}$$

Podstawiając wyznaczone powyżej U oraz dokonując paru prostych przekształceń otrzymujemy:

$$M = \frac{a R^3 \omega^2}{G(R+2a)}$$

Jednostki się zgadzają więc jest OK

Wstawiając parametry z sytuacji tuż po wybuchu

$$a = a' = 0,5(a''(1-e) + 1\text{AU}) = \frac{29}{30} \text{AU}$$

$$R = 1\text{AU}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{\text{rok}} = \frac{2\pi}{\pi 10^7 \text{s}} = 2 E(-7) \frac{1}{\text{s}}$$

$$G = 6,67 E(-11) \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$$

otrzymujemy masę słońca tuż po wybuchu.

Obliczenia numeryczne i znalezienie masy odrzuconej przez słońce zostawiam czytelnikowi:P