

Marcin Nasiłowski
Zmiany obfitości węgla i tlenu w gwiazdzie

Zmiana ilości helu w czasie

$$\frac{dn_4}{dt} = -3\lambda_1 n_4^3 - \lambda_2 n_{12} n_4$$

Zmiana ilości węgla w czasie

$$\frac{dn_{12}}{dt} = \lambda_1 n_4^3 - \lambda_2 n_{12} n_4$$

Zmiana ilości tlenu w czasie

$$\frac{dn_{16}}{dt} = \lambda_2 n_{12} n_4$$

Wiemy również, że

$$n = \frac{\rho X}{m_p A}$$

stąd

$$X = \frac{nm_p A}{\rho}$$

$$dX = m_p \frac{A}{\rho} dn$$

$$\frac{dX_{12}}{dX_4} = 3 \frac{dn_{12}}{dn_4}$$

$$\frac{dX_{16}}{dX_4} = 4 \frac{dn_{16}}{dn_4}$$

$$\frac{dn_{12}}{dn_4} = \frac{\lambda_1 n_4^3 - \lambda_2 n_{12} n_4}{-3\lambda_1 n_4^3 - \lambda_2 n_{12} n_4}$$

$$\frac{dn_{16}}{dn_4} = \frac{\lambda_2 n_{12} n_4}{-3\lambda_1 n_4^3 - \lambda_2 n_{12} n_4}$$

$$\frac{dn_{12}}{dn_4} = \frac{\lambda_1 n_4^2 - \lambda_2 n_{12}}{-3\lambda_1 n_4^2 - \lambda_2 n_{12}}$$

$$\frac{dn_{16}}{dn_4} = \frac{\lambda_2 n_{12}}{-3\lambda_1 n_4^2 - \lambda_2 n_{12}}$$

$$\frac{dn_{12}}{dn_4} = \frac{\lambda_1 \frac{\rho X_4^2}{m_p 16} - \lambda_2 \frac{X_{12}}{12}}{-3\lambda_1 \frac{\rho X_4^2}{m_p 16} - \lambda_2 \frac{X_{12}}{12}}$$

$$\frac{dn_{12}}{dn_4} = \frac{\lambda_2 \frac{X_{12}}{12}}{-3\lambda_1 \frac{\rho X_4^2}{m_p 16} - \lambda_2 \frac{X_{12}}{12}}$$

$$\frac{dn_{12}}{dn_4} = \frac{\lambda_1 \frac{\rho X_4^2}{m_p 4} - \lambda_2 \frac{X_{12}}{3}}{-3\lambda_1 \frac{\rho X_4^2}{m_p 4} - \lambda_2 \frac{X_{12}}{3}}$$

$$\frac{dn_{12}}{dn_4} = \frac{\lambda_2 \frac{X_{12}}{3}}{-3\lambda_1 \frac{\rho X_4^2}{m_p 4} - \lambda_2 \frac{X_{12}}{3}}$$

Wprowadzając oznaczenia

$$q = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{m_p}{\rho}$$

$$\beta = \frac{4}{3} q X_{12}$$

Otrzymujemy

$$\frac{dn_{12}}{dn_4} = \frac{X_4^2 - \beta}{-3X_4^2 - \beta}$$

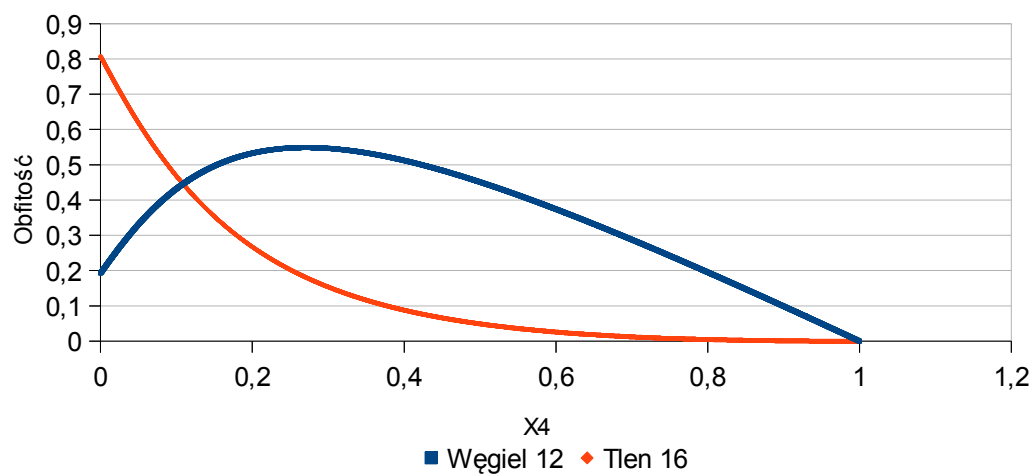
$$\frac{dn_{16}}{dn_4} = \frac{\beta}{-3X_4^2 - \beta}$$

$$\frac{dX_{12}}{dX_4} = \frac{9 X_4^2 - 12 q X_{12}}{-9X_4^2 - 4 q X_{12}}$$

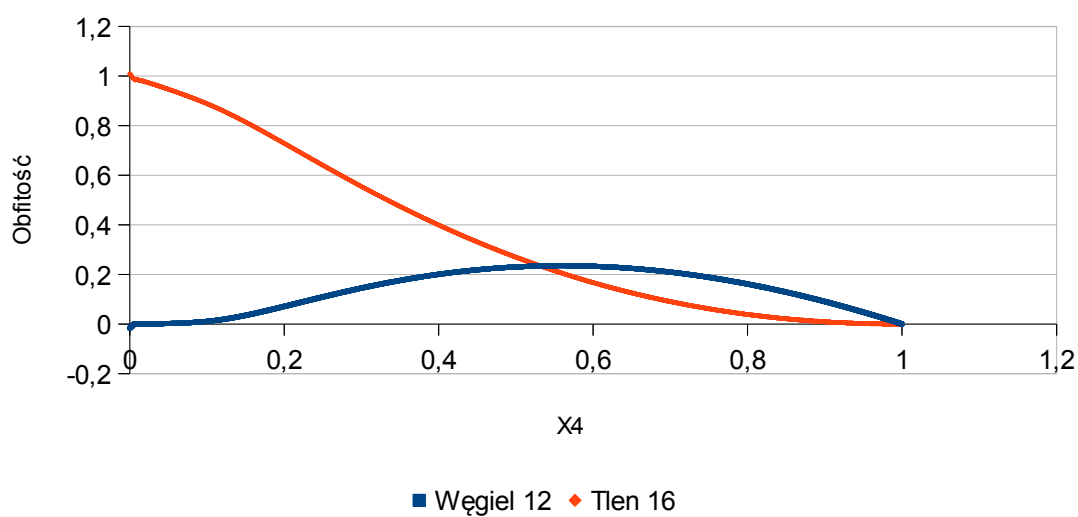
$$\frac{dX_{16}}{dX_4} = \frac{16 q X_{12}}{-9X_4^2 - 4 q X_{12}}$$

Powyższe równania rozwiązano numerycznie metodą Rungego Kutty. Wyniki poniżej

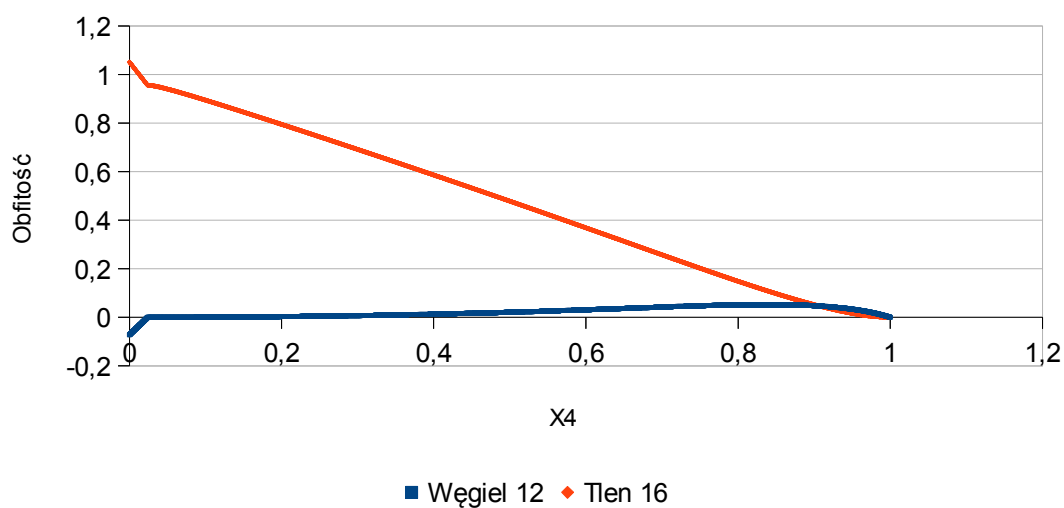
Obfitość Węgla i Tlenu dla $q = 0,1$



Obfitość Tlenu i Węgla dla $q = 1$

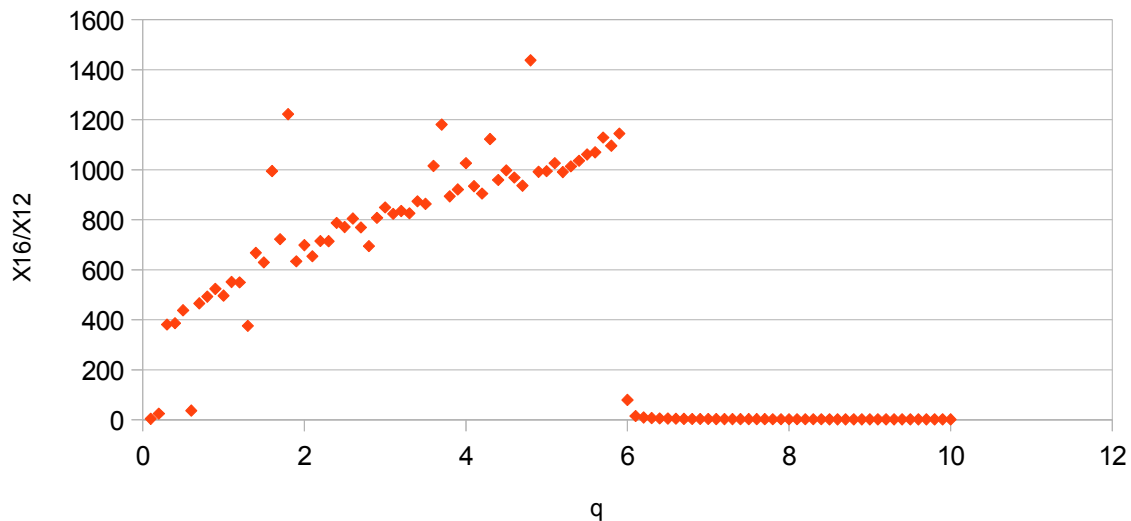


Obfitość Tlenu i Węgla dla $q = 10$



Sporządzono również wykres zależności dla $\frac{X_{16}}{X_{12}}(q)$ dla $x_4=0$

zależność X_{16}/X_{12} od q



Widzimy, że stosunek obfitości tlenu do węgla w momencie całkowitego wypalenia helu jest większy od jedynki i rośnie wraz ze wzrostem q . Oznacza to, że czym większe q tym więcej węgla reaguje z Helem i daje tlen. Wynik ten jest zgodny z obserwowaną większą obfitością tlenu niż węgla we wszechświecie. Załamanie się tendencji rosnącej spowodowane jest najprawdopodobniej tym, iż równania różniczkowe rozwiązywaliśmy numerycznie.