

Marcin Nasiłowski

Rozwiązanie równania Lane'a-Emdena dla $n = 0, 1$

$$\frac{d^2 x}{dy^2} + \frac{2}{y} \frac{dx}{dy} + x^n = 0$$

podstawiając

$$z = xy, \quad y = \frac{z}{x} \quad x = \frac{z}{y}$$

$$\frac{dz}{dy} = x + y \frac{dx}{dy}$$

$$\frac{d^2 z}{dy^2} = \frac{dx}{dy} + \frac{dx}{dy} + y \frac{d^2 x}{dy^2}$$

$$\frac{d^2 z}{y dy^2} - 2 \frac{dx}{y dy} = \frac{d^2 x}{dy^2}$$

$$\frac{d^2 z}{y dy^2} + x^n = 0$$

Dla $n = 0$

$$\frac{d^2 z}{dy^2} = -y$$

$$z = -\frac{y^3}{6} + ay + b$$

Uwzględniając warunki brzegowe i $z = xy$

$$y = -\frac{y^2}{6} + 1$$

$$y_0 = 2,45$$

Dla $n = 1$

$$\frac{d^2 z}{dy^2} + z = 0$$

$$xy = a \sin y + b \cos y$$

Uwzględniając warunki brzegowe

$$x = \frac{\sin y}{y}$$

$$y_0 = \pi$$

Promień słońca

$$R = \frac{\sqrt{(n+1) P_c}}{2 \rho_c \sqrt{\pi G}} y_0$$

Gdzie

$$\rho_c = 150000 \text{ kg/m}^3$$

$$P_c = 2 \cdot 10^{16} \text{ N/m}^2$$

$$R = 10^8 \frac{\sqrt{2n+2}}{3 \sqrt{0,667 \pi}} y_0$$

Dla $n = 0$

$$R = 8 \cdot 10^7 \text{ m}$$

Dla $n = 1$

$$R = 1,4 \cdot 10^8 \text{ m}$$