

Wyraz formułę jonizacyjną Sahy za pomocą stopnia jonizacji y oznaczającego stosunek ilości atomów zjonizowanych do wszystkich atomów, dla atomu wodoru. Narysuj zależność $\rho - T$ dla $y = 1/2$

Równanie Sahy

$$\frac{n_{i+1}}{n_i} = \frac{2}{n_e A^3} \frac{g_{i+1}}{g_i} e^{-\frac{E_{i+1}-E_i}{KT}}$$

gdzie

$$A = \sqrt{\frac{h^2}{2\pi m_e K T}}$$

Niech n oznacza całkowitą gęstość ilościową cząstek. Ponieważ dla wodoru występują tylko 2 stopnie jonizacji (0 i 1)

$$n_1 = yn, \quad n_0 = (1-y)n, \quad n_e = n_1 = yn$$

Wstawiając powyższe do równania Sahy dostajemy

$$\frac{y}{1-y} = \frac{2}{yn A^3} \frac{g_1}{g_0} e^{-\frac{E_1-E_0}{KT}}$$

Z powyższego równania wynika, że

$$n = 2 \frac{(1-y)}{y^2 A^3} \frac{g_1}{g_0} e^{-\frac{E_1-E_0}{KT}}$$

wstawiając $g_1=1$, $g_0=2$, $y=0.5$ dostajemy

$$n = \frac{2}{A^3} e^{-\frac{E_1-E_0}{KT}}$$

mnożąc obustronnie przez masę wodoru dostajemy

$$\rho = \frac{2m_H}{A^3} e^{-\frac{E_1-E_0}{KT}}$$

$$\rho = \frac{2m_H}{\left(\sqrt{\frac{h^2}{2\pi m_e K T}}\right)^3} e^{-\frac{E_1-E_0}{KT}}$$

ostatecznie dostajemy zależność gęstości od Temperatury

$$\rho = \frac{2m_H}{\left(\sqrt{\frac{h^2}{2\pi m_e K}}\right)^3} T^{\frac{2}{3}} e^{-\frac{E_1-E_0}{KT}}$$

$$\rho = A T^{\frac{2}{3}} e^{-\frac{B}{T}}$$

Gdzie

$$A \simeq 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ mg/m}^3$$

$$B \simeq 8 \cdot 10^4 \text{ K}$$

