

## 第六讲：列空间和零空间

---

对向量空间 $S$ 和 $T$ ，有 $S \cap T$ 也是向量空间。

对 $m \times n$ 矩阵 $A$ ， $n \times 1$ 矩阵 $x$ ， $m \times 1$ 矩阵 $b$ ，运算 $Ax = b$ ：

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1(n-1)} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2(n-1)} & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{m(n-1)} & a_{mn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

由 $A$ 的列向量生成的子空间为 $A$ 的列空间；

$Ax = b$ 有非零解当且仅当 $b$ 属于 $A$ 的列空间

$A$ 的零空间是 $Ax = 0$ 中 $x$ 的解组成的集合。