# Weight Puzzle

Daniel Ferreira Brandão[up201705812]

e

Pedro Miguel Braga Barbosa Lopes Moás [up201705208]

Faculdade de Engenharia Universidade do Porto
Mestrado Integrado em Engenharia Informática e Computação
FEUP-PLOG, Turma 3MIEIC4, Grupo Weight_5

**Resumo:** Este artigo tem como objetivo demonstrar o processo de desenvolvimento do segundo projeto da Unidade Curricular de Programação em Lógica, assim como os resultados que se obtiveram. O projeto consiste num programa escrito em Prolog, capaz de resolver qualquer instância do problema de decisão Weight, um puzzle cuja descrição poderá ser encontrada em https://www2.stetson.edu/~efriedma/puzzle/weight/. Este foi modelado como um PSR (Problema de Satisfação de Restrições) e resolvido utilizando a biblioteca 'clpfd' do SICStus Prolog, que permite implementação de PLR (Programação em Lógica com Restrições). O programa também possui a capacidade de gerar novos puzzles dinamicamente, com qualquer tamanho. Após análise de eficiência, concluiu-se que o *solver* executa de forma quase sempre instantânea para problemas de dimensão até 30, e em alguns segundos até cerca de 35, subindo sempre de modo exponencial. O gerador de problemas consegue quase sempre concluir, em poucos segundos, a criação de novos puzzles até dimensão 40.

**Keywords:** weight puzzle, clp, prolog, plog, feup

## 1 Introdução

Este trabalho foi desenvolvido no âmbito da unidade curricular Programação em Lógica, 3º ano do Mestrado Integrado em Engenharia Informática e Computação, tendo como objetivo aprofundar o conhecimento teórico e prático da matéria lecionada referente à resolução de problemas com restrições em Prolog, utilizando a biblioteca 'clpfd'.

O tema escolhido pelo grupo foi o problema de decisão Weight Puzzle. Este consiste em distribuir pesos com valores consecutivos a partir de 1 em posições designadas numa estrutura em árvore, de modo a tudo ficar balanceado.

Este artigo descreve detalhadamente a abordagem seguida na resolução do problema, os resultados obtidos e conclusões, e está estruturado da seguinte forma:

**Descrição do Problema**

**Abordagem**

Variáveis de Decisão

Restrições

Estratégia de Pesquisa

Geração de Puzzles

**Visualização da solução**

**Resultados Obtidos**

**Conclusões**

**Anexo**

## 2 Descrição do problema

Weight é um problema de decisão que tem como objetivo distribuir um conjunto de pesos em posições designadas num diagrama representando uma balança, de modo a que haja equilíbrio total. Os valores dos pesos são consecutivos desde 1 ao número de posições destinadas a pesos do puzzle. De modo a que haja equilíbrio em cada ramo do diagrama, é necessário que o Torque total em relação à origem do ramo seja 0, ou seja, que a soma dos produtos entre os Pesos de cada elemento e respetivas distâncias à origem seja igual de cada lado. Cada puzzle tem apenas uma solução possível.

Para efeitos de resolução, o peso das cordas e varas é insignificante..

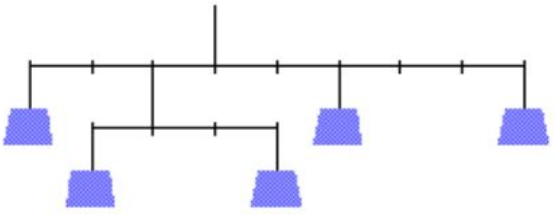


**Fig. 1.** Exemplo de um Weight Puzzle com 5 posições designadas para pesos, consequentemente os valores dos pesos para distribuir são: 1, 2, 3 ,4 e 5.

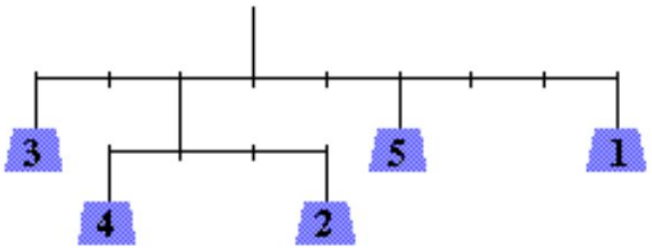
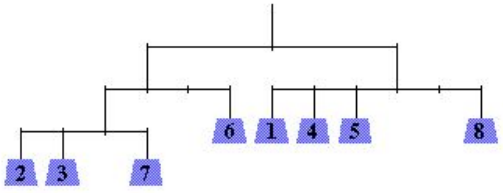



**Fig. 2.** Solução do puzzle representado na figura anterior. Podemos ver que 1 x 4 = 2 x 2, e que 3 x 3 + 6 x 1 = 2 x 5 + 5 x 1, logo o torque é nulo em ambos os ramos.

# 3 Abordagem

Para representar uma instância do puzzle em Prolog, criou-se uma estrutura em árvore, sendo cada **elemento** desta *weight(Distância, Peso)*, que corresponde a uma folha, ou *branch(Distância, SubÁrvore),* que corresponde a um ramo. Os campos 'Distância' correspondem à posição X do **elemento** em relação ao nível superior.

Nas secções abaixo, o tamanho do problema (número de elementos *weight* que a árvore contêm) será referido como **Size**. Considere-se também que o **Torque** de um ramo corresponde à soma dos produtos entre o **Peso** e a **Distância** de cada filho, sendo o **Peso** de um *branch* a soma do **Peso** dos seus filhos.




```
puzzle8([
    branch(-1, [
        branch(-1, [
            weight(-2, _),
            weight(-1, _),
            weight(1, _)
        ]),
        weight(2, _)
    ]),
    branch(1, [
        weight(-3, _),
        weight(-2, _),
        weight(-1, _),
        weight(2, _)
    ])
]).
```

**Fig. 3.** Representação gráfica da solução de um puzzle de **Size** 8, assim como a representação em Prolog do mesmo por resolver

## 3.1 Variáveis de Decisão

A solução corresponde a uma lista com os **Pesos** de cada elemento *weight* da árvore, pela ordem que aparecem nesta. Por exemplo, no exemplo acima, a solução seria:

[2, 3, 7, 6, 1, 4, 5, 8]

O domínio de cada variável será, então, [1, **Size**].

### 3.2 Restricões

As restrições que o programa teve de impor são:

1. Não existem dois pesos com o mesmo número
2. Qualquer ramo, incluindo a raíz, possui **Torque** nulo

Para a restrição 1, foi utilizado o predicado *all_distinct/1,* que garante que os elementos da lista fornecida são todos diferentes entre si.

Impor a restrição 2 já exigiu a criação de um predicado, *validPuzzle/1*. Para cada ramo da árvore, obtém os **Pesos** dos filhos e consequentemente o produto deste com a **Distância** (que será negativa para filhos à esquerda da raiz). Somando todos esses produtos obtêm-se o **Torque**, restringindo-o a 0. Efetuando uma pesquisa em profundidade (DFS) aplica-se esta restrição aos descendentes da raiz, calculando os seus **Pesos** e **Torques**, simultaneamente, de baixo para cima, colocando para todos os ramos a restrição **Torque = 0.**

### 3.3 Estratégia de Pesquisa

Para a pesquisa, foi utilizada a heurística ffc (menor domínio) para escolha de variável, pois é a que aparenta levar a uma maior eficiência do programa, como descrito na secção 5. Esta heurística escolhe a variável com menor domínio, ou a que tem mais restrições suspensas, caso ocorra empate.

Relativamente à escolha e ordenação do valor, as heurística step/up foram selecionadas (opções por omissão), já que as outras hipóteses não aparentam um impacto significativo na eficiência do programa.

### 3.4 Geração aleatória de puzzles

A criação dinâmica de puzzles consiste em duas etapas. Primeiro, constrói-se uma árvore de forma aleatória, sem **Distâncias** nem **Pesos** preenchidos. De seguida, utilizando uma abordagem semelhante à descrita na secção anterior, calculam-se campos em falta de forma a que o puzzle seja válido.

Para a criação da árvore de forma aleatória, utiliza-se o seguinte método:

- Adicionam-se entre **Size / 4** e **Size / 3** ramos a um puzzle vazio, sendo mais provável estes serem colocados próximo do topo do que no fundo da árvore.
- Preenchem-se todos os ramos com elementos *weight* vazios, de forma a que cada **elemento** tenha pelo menos dois descendentes diretos.
- Os elementos *weight* que restam são colocados aleatoriamente, da mesma forma que os ramos foram colocados no passo 1.

Para a segunda etapa da geração do puzzle, utilizam-se as mesmas restrições e domínios do que os descritos em 3.2. Para as **Distâncias**, que neste caso são também

variáveis, estas têm domínio [-**Size**/2, **Size**/2] \ {0}, tendo os limites do intervalo valor absoluto mínimo de 3 e máximo de 5. Também foi imposta uma restrição que impede que não existam dois elementos com a mesma **Distância** no mesmo ramo.

Como heurística de escolha de variável, utilizou-se leftmost, a opção por omissão, pois leva a que os **Pesos** sejam as primeiras variáveis a serem escolhidas, calculando-se as distâncias baseado na estrutura que se obtém, sendo o comportamento igualmente aleatório, mas muito mais rápido, pois a probabilidade de ocorrer retrocesso **Distância** é muito mais pequena. A heurística de escolha de valor selecionada foi value(selRandom), sendo selRandom um predicado que escolhe um valor aleatório do domínio, o que não tem grande impacto na eficiência, mas aumenta a aleatoriedade do puzzle criado.

## 4 Visualização da solução

De modo a visualizar os puzzles e as suas soluções foram criados 2 conjuntos de predicados. O primeiro conjunto trata de criar e preencher uma matriz ***printMatrix***, que é utilizada como estrutura para inserir os ramos da árvore, tendo em atenção interseções e colisões entre eles. O segundo conjunto imprime, linha a linha, essa matriz, tendo cada elemento com um bloco de impressão correspondente.

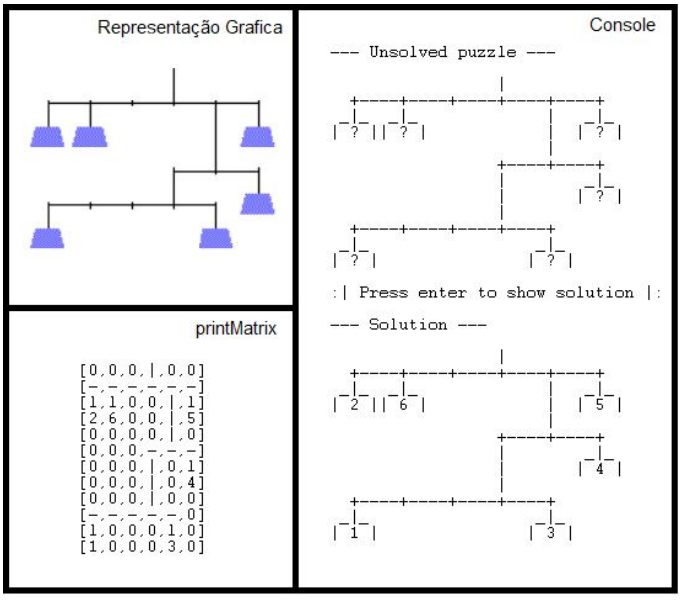



**Fig. 4.** Representação gráfica, printMatrix e representação na consola do puzzle 6

Depois de ser criada uma ***printMatrix*** vazia, tendo em conta as dimensões do puzzle, é chamado o predicado *insertbranchinmatrix/6* . Este recebe o ramo a inserir na matriz, a sua posição de origem e final. Após ser obtida a coordenada mínima e o

seu tamanho (*getbranchinfo/3*) é usado *checkiffits/4* de modo a verificar se há colisões entre o ramo a ser inserido e os elementos já inseridos na matriz. Caso haja colisões, a posição final é aumentada até passar com sucesso o teste de colisões.

De seguida, são inseridos na matriz a corda vertical, horizontal e os elementos do ramo. Ao inserir a corda vertical utilizando *drawverticalstring/5,* são tomadas em atenção colisões verticais, que são resolvidas utilizando "portais". Ao desenhar os elementos do ramo, caso o elemento seja um sub-ramo, é chamado novamente o predicado *insertbranchinmatrix/6* .

Para imprimir a ***printMatrix***, é utilizado o predicado *printPuzzleMatrix/1*, que percorre todas as linhas desta e chama o predicado *printPuzzleRow/1*, que, por sua vez, imprime cada elemento da matriz em blocos de impressão para cada elemento.

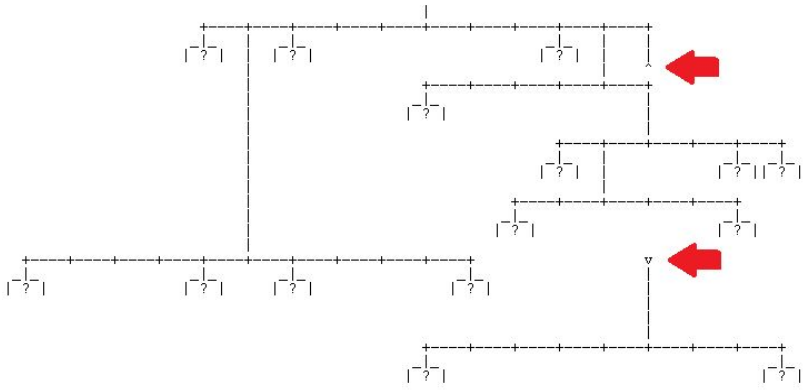


**Fig. 5.** Representação na consola de um puzzle com 15 pesos, estando presente um "portal" para evitar colisão da corda vertical com outros elementos do puzzle.

## 5 Resultados Obtidos

Com o intuito de determinar as melhores estratégias de pesquisa, foi medido o tempo de execução do programa para algumas heurísticas de escolha de variável e valor. As medições completas encontram-se no Anexo III.

### 5.1 Eficiência do gerador de puzzles

Para melhorar a eficiência do programa, foi analisada a rapidez com que este corre com diferentes heurísticas de escolha de valor: aleatória (random) e step (default).

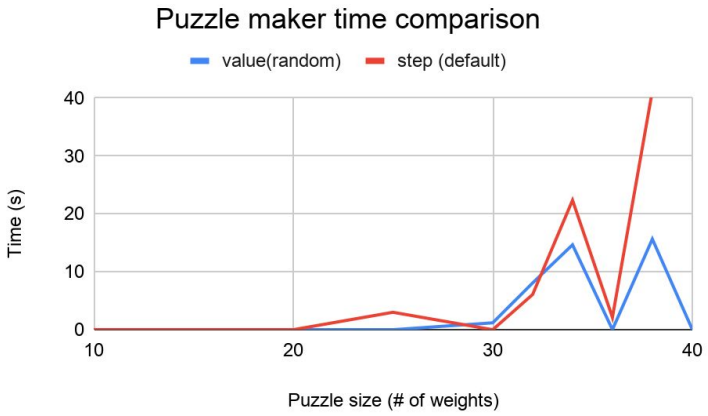



**Fig. 6.** Variação do tempo de execução do gerador de puzzles com o aumento do tamanho, com diferentes heurísticas

Pelos resultados obtidos, conclui-se que não há grande alteração no tempo de execução, a não ser com puzzles de tamanho superior a 30, para os quais o crescimento é muito mais acentuado. Por essa razão, e como a aleatoriedade aumenta o número de puzzles que é possível gerar, foi escolhida a heurística aleatória.

## 5.2 Eficiência do *solver*

De seguida, foi analisado o tempo que o programa demora a calcular uma solução, com diferentes heurísticas de escolha de variável, valor e ordenação: menor domínio (ffc)/mais à esquerda (leftmost - default), step (default)/bisect, up (default)/down.

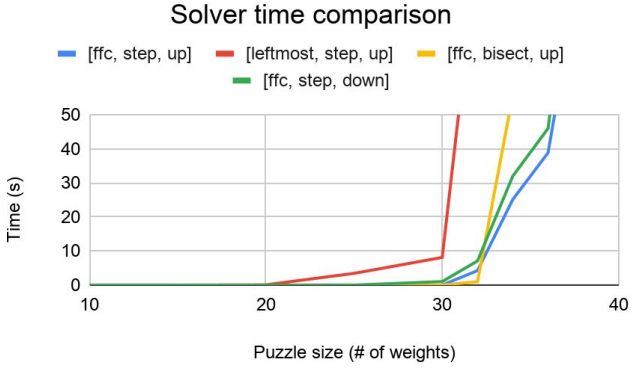



**Fig. 6.** Variação do tempo de execução do gerador de puzzles com o aumento do tamanho, com diferentes heurísticas

Observando o gráfico, determina-se que a heurística ffc tem um enorme impacto na eficiência de resolução do problema, diminuindo significativamente o tempo de execução. As outras heurísticas têm um impacto mais negligível, logo opta-se pelas opções [ffc, step, up].

Numa perspetiva mais geral, conclui-se que é possível criar e resolver, em tempo útil, problemas de tamanho inferior a 30.

## 6 Conclusões

Terminando o desenvolvimento do projeto, asseguramo-nos que Prolog é uma linguagem de programação muito poderosa, sendo que o uso de restrições torna o desenvolvimento de programas de resolução de problemas de decisão e otimização mais simples, com uma resolução bastante eficiente.

Ao longo do desenvolvimento deste projeto, foram encontradas algumas dificuldades, particularmente a geração de novos puzzles, assim como a apresentação de resultados, que foram mais complexos e demoradas do que inicialmente previsto.

De forma geral, achamos que realizamos com sucesso todos os objetivos do projeto e o seu desenvolvimento contribuirá para uma melhor compreensão do funcionamento do uso de restrições em Prolog.

## Referências

1. Weight Puzzles, https://www2.stetson.edu/~efriedma/puzzle/weight/, acedido em 2020/01/03
2. SICStus Prolog, https://sicstus.sics.se/, acedido em 2020/01/03.
3. SWI-Prolog, https://www.swi-prolog.org/, acedido em 2020/01/03.

# Anexo

## I. Código Fonte

**src.pl**

```
:- use_module(library(clpfd)).
:- use_module(library(samsort)).
:- use_module(library(random)).
:- use_module(library(lists)).
:-consult('display.pl').
:-consult('statistics.pl').
:-consult('puzzles.pl').

/* Menu */

menu:-
    repeat,
        write('+---------------+'), nl,
        write('| Weight solver |'), nl,
        write('+---------------+'), nl,
        write('1 - Solve Puzzle 1 (Size: 5)'), nl,
        write('2 - Solve Puzzle 2 (Size: 6)'), nl,
        write('3 - Solve Puzzle 3 (Size: 8)'), nl,
        write('4 - Solve Puzzle 4 (Size: 17)'), nl,
        write('5 - Solve Puzzle 5 (Size: 20)'), nl,
        write('-X - Solve Random Puzzle (Size: X, range:
1-20)'), nl,
        write('0 - Quit'), nl,
        read_option(Option),
        choose_option(Option),
    Option = 0, !.

choose_option(0).
choose_option(Option):-
    Option > 0,
    get_option_puzzle(Option, Puzzle),
    solvePuzzle(Puzzle),
    hidePuzzleSolution(Puzzle, HiddenPuzzle),
```

```
    printPuzzleAndSolution(HiddenPuzzle, Puzzle).

choose_option(Option):-
    Option < -1,
    PuzzleSize is abs(Option),
    makePuzzle(PuzzleSize, SolvedPuzzle),
    hidePuzzleSolution(SolvedPuzzle, HiddenPuzzle),
    printPuzzleAndSolution(HiddenPuzzle, SolvedPuzzle).

% Translates each option into respective puzzle
get_option_puzzle(0, _).
get_option_puzzle(1, Puzzle):- puzzleDefault(Puzzle).
get_option_puzzle(2, Puzzle):- puzzle6(Puzzle).
get_option_puzzle(3, Puzzle):- puzzle8(Puzzle).
get_option_puzzle(4, Puzzle):- puzzle17(Puzzle).
get_option_puzzle(5, Puzzle):- puzzle20(Puzzle).

% Prints unsolved, then solved version
printPuzzleAndSolution(Puzzle, Solution):-
    nl, print('--- Unsolved puzzle ---'), nl, nl,
    printPuzzle(Puzzle),
    print(':| Press enter to show solution '), get_code(X),
get_code(X),
    nl, print('--- Solution ---'), nl, nl,
    printPuzzle(Solution).




% Read an option from standard input
read_option(Input):-
    repeat,
        write('Option: '),
        catch(read(Input), _Error, bad_input_format),
        validate_choice(Input),
    !.

% Validate the menu option input
validate_choice(Input):- integer(Input), Input >= -40, Input
```

```
=< 5, Input \= -1.
validate_choice(_):- bad_input_format.

% Printing error message for read_option
bad_input_format:- write('Invalid option.'), nl, fail.


/* Solver */

/*
    validPuzzle(+Puzzle)
    validPuzzle(+Puzzle, -Torque, -TotalWeight)

Recursively enforces constraints on Puzzle, according to
Weight rules. Unifies Torque and Weight with respective
values.
Can be called with only the first argument if Torque must be
0 and Weight can be ignored.
*/
validPuzzle([], 0, 0).
validPuzzle([weight(Distance, Weight) | Puzzle], Torque,
Total):-
    NewTorque #= Torque + Distance * Weight,
    validPuzzle(Puzzle, NewTorque, Subtotal),
    Total #= Subtotal + Weight.

validPuzzle([branch(Distance, Weights) | Puzzle], Torque,
Total):-
    validPuzzle(Weights, 0, BranchWeight),
    NewTorque #= Torque + Distance * BranchWeight,
    validPuzzle(Puzzle, NewTorque, Subtotal),
    Total #= Subtotal + BranchWeight.


validPuzzle(Puzzle):- validPuzzle(Puzzle, 0, _).

/* getPuzzleVars(+Puzzle, -Weights, -Distances)

Unifies Weights with a list containing all puzzle weights.
```

```
Unifies Distances with a list containing all puzzle
distances.
*/
getPuzzleVars([], [], []).
getPuzzleVars([weight(Distance, Weight) | Puzzle], [Weight |
Weights], [Distance | Distances]):-
    getPuzzleVars(Puzzle, Weights, Distances).
getPuzzleVars([branch(Distance, SubBranch) | Puzzle],
Weights, [Distance | Distances]):-
    getPuzzleVars(SubBranch, BranchWeights,
BranchDistances),
    append(BranchWeights, SubWeights, Weights),
    append(BranchDistances, SubDistances, Distances),
    getPuzzleVars(Puzzle, SubWeights, SubDistances).

/* solvePuzzle(+Puzzle, -Solution)
Solves a Weight puzzle. Solution will be a list containing
the puzzle weight values (DFS order)
*/
solvePuzzle(Puzzle):-
    getPuzzleVars(Puzzle, Solution, _Distances),
    length(Solution, PuzzleSize),
    domain(Solution, 1, PuzzleSize),
    all_distinct(Solution),
    validPuzzle(Puzzle),
    reset_timer,
    labeling([ffc, time_out(5000, Flag)], Solution),
    checkTimeOutFlag(Flag),
    print_time,
      fd_statistics.

checkTimeOutFlag(success).
checkTimeOutFlag(time_out):- write('Puzzle solving timed
out.'), nl, fail.


% testestest
solver:-
    puzzle8(Puzzle8),
```

```
    puzzle17(Puzzle17),
    puzzle20(Puzzle20),
    solvePuzzle(Puzzle8),
    solvePuzzle(Puzzle17),
    solvePuzzle(Puzzle20),
    write('Puzzle 8 solution: '), write(Puzzle8), nl,
    write('Puzzle 17 solution: '), write(Puzzle17), nl,
    write('Puzzle 20 solution: '), write(Puzzle20), nl.



/* Maker */

/* addNBranches(+N, +Puzzle, -NewPuzzle)
Adds N branches to Puzzle, unifying result with NewPuzzle.
*/
addNBranches(0, Puzzle, Puzzle).
addNBranches(N, Puzzle, NewPuzzle):-
    N > 0,
    N1 is N - 1,
    addBranch(Puzzle, Puzzle2),
    addNBranches(N1, Puzzle2, NewPuzzle).

/*
    addBranch(+Puzzle, -NewPuzzle)
    addBranch(+R, +Puzzle, -NewPuzzle)

Adds a branch to Puzzle, unifying with NewPuzzle.
If called with 2 arguments, has a 50% chance of adding a
branch to the root, 50% of adding to a random subbranch (if
no subbranches, adds to root)
If called with 3 arguments, R must be either 0 -> add to
root, or 1 -> add to random subbranch
*/
addBranch(Puzzle, NewPuzzle):-
    random(0, 2, R),
    addBranch(R, Puzzle, NewPuzzle).

addBranch(0, Puzzle, [branch(_Dist, []) | Puzzle]). % 0 ->
```

```
puts branch here
addBranch(1, [], [branch(_Dist, [])]). % 1 but no branches
-> puts branch here
addBranch(1, Puzzle, [branch(_Dist, NewBranch) |
OtherBranches]):- % 1 -> picks random branch, puts branch
there
    random_select(branch(_Dist, SubBranch), Puzzle,
OtherBranches),
    addBranch(SubBranch, NewBranch).

/* fillBranch(+Branch, -FilledBranch, -NumWeights)

Fills Branch and all of its Subbranches, so that every
branch has at least 2 elements.
The added elements are weight(_, _). Unifies NumWeights with
the total number of elements added.

Branch must not contain any element other than branch(_, _)
*/
fillBranch([], [weight(_, _), weight(_, _)], 2).
fillBranch([branch(_Distance, SubBranch)], [weight(_, _),
branch(_Distance, FilledSubBranch)], NumWeights):-
    fillBranch(SubBranch, FilledSubBranch,
SubBranchNumWeights),
    NumWeights is SubBranchNumWeights + 1.
fillBranch(Branch, FilledBranch, NumWeights):-
    length(Branch, BranchLength), BranchLength > 1,
    fillSubBranches(Branch, FilledBranch, NumWeights).

/* fillSubBranches(+Branch, -FilledBranch, -NumWeights)

Same as fillBranch/3, but ignores number of elements of the
root branch. (Meant for filling a list of subbranches)
*/
fillSubBranches([], [], 0).
fillSubBranches([branch(_Distance1, SubBranch) |
OtherBranches], [branch(_Distance1, FilledSubBranch) |
OtherFilledBranches], NumWeights):-
    fillSubBranches(OtherBranches, OtherFilledBranches,
```

```
OtherNumWeights),
    fillBranch(SubBranch, FilledSubBranch,
SubBranchNumWeights),
    NumWeights is OtherNumWeights + SubBranchNumWeights.

/* addNWeights(+N, +Puzzle, -NewPuzzle)
Adds N weights to Puzzle, unifying result with NewPuzzle.
*/
addWeight(Puzzle, NewPuzzle):-
    random(0, 2, R),
    addWeight(R, Puzzle, NewPuzzle).

addNWeights(0, Puzzle, Puzzle).
addNWeights(N, Puzzle, NewPuzzle):-
    N > 0,
    N1 is N - 1,
    addWeight(Puzzle, Puzzle2),
    addNWeights(N1, Puzzle2, NewPuzzle).

/*
    addWeight(+Puzzle, -NewPuzzle)
    addWeight(+R, +Puzzle, -NewPuzzle)

Adds a weight to Puzzle, unifying with NewPuzzle.
If called with 2 arguments, has a 50% chance of adding a
weight to the root, 50% of adding to a random subbranch (if
no subbranches, adds to root)
If called with 3 arguments, R must be either 0 -> add to
root, or 1 -> add to random subbranch
*/
addWeight(0, Puzzle, [weight(_Dist, _Weight) | Puzzle]). % 0
-> puts weight here
addWeight(1, Puzzle, [weight(_Dist, _Weight) | Puzzle]):- %
1 but no branches -> puts weight here
    getWeightsAndBranches(Puzzle, _Weights, []).
addWeight(1, Puzzle, [branch(_Dist, NewBranch) | Rest]):-  %
1 -> picks random branch, puts weight there
    getWeightsAndBranches(Puzzle, Weights, Branches),
    length(Branches, NumSubBranches), NumSubBranches > 0,
```

```
    random_select(branch(_D, SubBranch), Branches,
OtherBranches),
    addWeight(SubBranch, NewBranch),
    append(OtherBranches, Weights, Rest).

/* getWeightsAndBranches(+Puzzle, -Weights, -Branches)

Separates Weights from Branches at root level.
*/
getWeightsAndBranches([], [], []).
getWeightsAndBranches([branch(_D, _W) | Puzzle], Weights,
[branch(_D, _W) | Branches]):-
    getWeightsAndBranches(Puzzle, Weights, Branches).
getWeightsAndBranches([weight(_D, _W) | Puzzle], [weight(_D,
_W) | Weights], Branches):-
    getWeightsAndBranches(Puzzle, Weights, Branches).

/* makeEmptyPuzzle(+PuzzleSize, -Puzzle)

Randomly makes a puzzle of exactly PuzzleSize weights, by
combining the previous functions. Unifies result with
Puzzle.
The puzzle's distances and weights will not be unified.
Steps:
- Create all of the branches (amount: between Size/3 and
Size/3)
- Fill all the branches, so that each has at least two
children
- With the remaining weights to place, randomly add them to
the puzzle.
*/
makeEmptyPuzzle(Size, Puzzle):-
    NumBranches is div(Size, 3),
    addNBranches(NumBranches, [], PuzzleBranches),
    fillBranch(PuzzleBranches, FilledPuzzle, NumWeights),
    RemainingWeights is Size - NumWeights,
    addNWeights(RemainingWeights, FilledPuzzle, Puzzle).

/* noOverlappingDistances(+Puzzle)
```

```
Enforce restrictions, so that there are no Puzzle elements
in the same place.
(At the same level, two elements can't have the same
distance)
*/
noOverlappingDistances(Puzzle):-
    noOverlappingDistances(Puzzle, BranchDistances),
    all_distinct(BranchDistances).

noOverlappingDistances([], []).
noOverlappingDistances([weight(Distance, _Weight) | Puzzle],
[Distance | BranchDistances]):-
    noOverlappingDistances(Puzzle, BranchDistances).

noOverlappingDistances([branch(Distance, Weights) | Puzzle],
[Distance | BranchDistances]):-
    noOverlappingDistances(Weights, SubBranchDistances),
    all_distinct(SubBranchDistances),
    noOverlappingDistances(Puzzle, BranchDistances).

/* noZeros(+List)

Enforce restrictions, so that no element from List can be
zero.
*/
noZeros([]).
noZeros([Elem | List]):-
    Elem #\= 0,
    noZeros(List).

/* makePuzzle(+PuzzleSize, -Puzzle)

Makes and solves a random weight puzzle of size PuzzleSize.
Puzzle is unified with result.
*/
makePuzzle(PuzzleSize, Puzzle):-
    PuzzleSize > 1,
    reset_timer,
```

```
    repeat,
        % Make random puzzle
        makeEmptyPuzzle(PuzzleSize, Puzzle),
        getPuzzleVars(Puzzle, Weights, Distances),
        append(Weights, Distances, Vars),
        % Establish domain
        DistanceMax is min(5, max(3, div(PuzzleSize, 2))),
        DistanceMin is 0 - DistanceMax,
        domain(Weights, 1, PuzzleSize),
        domain(Distances, DistanceMin, DistanceMax),
        % Enforce restrictions
        all_distinct(Weights),
        noZeros(Distances),
        noOverlappingDistances(Puzzle),
        validPuzzle(Puzzle),
        % Calculate distance and solution
        % labeling( [bisect], Vars).
        labeling( [value(selRandom), time_out(1000,
success)], Vars),
    !,
    print_time,
    fd_statistics.

selRandom(Var, _Rest, BB0, BB1):- % seleciona valor de forma
aleatória
    fd_set(Var, Set), fdset_to_list(Set, List),
    random_member(Value, List), % da library(random)
    ( first_bound(BB0, BB1), Var #= Value ;
    later_bound(BB0, BB1), Var #\= Value ).

/* hidePuzzleSolution(+Puzzle, -NewPuzzle)

Replaces Puzzle's weights with non-unified variables.
*/
hidePuzzleSolution([], []).
hidePuzzleSolution([weight(Distance, _) | Puzzle],
[weight(Distance, _) | NewPuzzle]):-
    hidePuzzleSolution(Puzzle, NewPuzzle).
hidePuzzleSolution([branch(Distance, SubBranch) | Puzzle],
```

```
[branch(Distance, NewSubBranch) | NewPuzzle]):-
    hidePuzzleSolution(SubBranch, NewSubBranch),
    hidePuzzleSolution(Puzzle, NewPuzzle).
```

**statistics.pl**

```
reset_timer :- statistics(walltime,_).
print_time :-
      statistics(walltime,[_,T]),
      TS is ((T//10)*10)/1000,
      nl, write('Time: '), write(TS), write('s'), nl, nl.
```

**display.pl**

```
/* printPuzzle(+Puzzle)
   Prints the puzzle
*/
printPuzzle(Puzzle):-
    getPuzzlePrintMatrix(Puzzle,Matrix),
    printPuzzleMatrix(Matrix), !.

/* getPuzzlePrintMatrix(+Puzzle,-Matrix)
   Gets the puzzle print matrix, the print matrix is used to
make
   a structure to how to print the tree. Elements are put in
the print matrix so then they can be printed line by line
*/
getPuzzlePrintMatrix(Puzzle,Matrix):-
    getpuzzleinfo(Puzzle,Min,Max,NumBranches),
    Height is 7 * NumBranches + 1,
    Width is Max - Min + 1 ,
    make_empty_matrix(Width,Height,EmptyMatrix),
    insertbranchinmatrix(EmptyMatrix,Puzzle,Min,Matrix).


/* getpuzzleinfo(+Puzzle,-Min,-Max,-NumBranches)
   Gets the puzzle info: Minimum and maximum coords and num
of branches
*/
```

```
getpuzzleinfo([], _, Min, Max, NumBranches,Min, Max,
NumBranches).
getpuzzleinfo([weight(Distance, _) | Puzzle],  RelPos, Min,
Max, NumBranches,FMin, FMax, FNumBranches):-
    Pos is Distance + RelPos,
    NewMin is min(Pos,Min),
    NewMax is max(Pos,Max),
    getpuzzleinfo(Puzzle, RelPos, NewMin, NewMax,
NumBranches, FMin, FMax, FNumBranches).

getpuzzleinfo([branch(Distance, Weights) | Puzzle], RelPos,
Min, Max, NumBranches,FMin, FMax, FNumBranches):-
    NewRelPos is RelPos + Distance,
    NewNumBranches is NumBranches + 1,
    getpuzzleinfo(Weights, NewRelPos, Min, Max,
NewNumBranches,NewMin, NewMax, NewerNumBranches),
    getpuzzleinfo(Puzzle, RelPos, NewMin, NewMax,
NewerNumBranches, FMin, FMax, FNumBranches).

getpuzzleinfo(Puzzle,Min,Max,NumBranches):-
    getpuzzleinfo(Puzzle,0,99,-99,1,Min,Max,NumBranches).

/*
insertbranchinmatrix(+Matrix,+PosX,+Origin,+Dest,+Branch,-FMa
trix)
   Inserts a branch into the matrix.Its the main function and
is called
   for every branch.
*/
insertbranchinmatrix(Matrix,PosX,Origin,Dest,Branch,FMatrix):
-
    getbranchinfo(Branch,Min,Max),
    X is PosX + Min,
    Size is Max - Min + 1,
    Y1 is Dest + 1,
    checkiffits(Matrix,X,Y1,Size),
    drawsverticalstring(Matrix,Origin,Dest,PosX,NewMatrix1),
    drawhorizontal(NewMatrix1,X,Y1,Size,NewMatrix2),
    Y2 is Dest + 2,
```

```
    drawbranchelements(NewMatrix2,Branch,PosX,Y2,FMatrix).

insertbranchinmatrix(Matrix,PosX,Origin,Dest,Branch,FMatrix):
-
    NewDest is Dest + 3,

insertbranchinmatrix(Matrix,PosX,Origin,NewDest,Branch,FMatri
x).

insertbranchinmatrix(EmptyMatrix,Puzzle,Min,FinalMatrix):-
    Zero is -Min,

insertbranchinmatrix(EmptyMatrix,Zero,0,0,Puzzle,FinalMatrix)
.

/* checkiffits(+Matrix,+X,+Y,+Size)
   Check if a branch with certain dimensions doesnt colide
with
   previus inserted elements.
*/
checkiffits(Matrix,X,Y,Size):-
    X1 is X-1,Y1 is Y-1,
    XN is max(X1,0),YN is max(Y1,0),
    NSize is Size+2,
    checkiffits(Matrix,XN,YN,NSize,4).

checkiffits(_,_,_,_,0).
checkiffits(Matrix,X,Y,Size,Loops):-
    checkrow(Matrix,X,Y,Size),
    NLoops is Loops - 1,
    Y1 is Y+1,
    checkiffits(Matrix,X,Y1,Size,NLoops).

checkrow(_,_,_,-1).
checkrow(Matrix,X,Y,Size):-
    Size >= 0,
    get_elem_at(X-Y,Matrix,A),
    !,A = 0,
    NX is X+1,NSize is Size-1,
```

```
    checkrow(Matrix,NX,Y,NSize).

/*
drawsverticalstring(+Matrix,+Current,+Dest,+PosX,-FinalMatrix
)
   Draws a vertical line in the matrix from Current to Dest.
Withou coliding
   with previus inserted elements
*/
drawsverticalstring(FinalMatrix,Current,Dest,_PosX,FinalMatri
x):- Current > Dest.

drawsverticalstring(Matrix,Current,Dest,PosX,FinalMatrix):-
    get_elem_at(PosX-Current,Matrix,A),
    A =='-',
    C1 is Current - 1,
    replace_elem_at(PosX-C1,'[',Matrix,NewMatrix),
    C2 is Current + 4,
    drawstringcolision(NewMatrix,C2,Dest,PosX,FinalMatrix).

drawsverticalstring(Matrix,Current,Dest,PosX,FinalMatrix):-
    replace_elem_at(PosX-Current,'|',Matrix,NewMatrix),
    New is Current +1,
    drawsverticalstring(NewMatrix,New,Dest,PosX,FinalMatrix).

drawstringcolision(Matrix,Current,Dest,PosX,FinalMatrix):-
    get_elem_at(PosX-Current,Matrix,A),
    A \= 0,
    C1 is Current + 4,
    drawstringcolision(Matrix,C1,Dest,PosX,FinalMatrix).

drawstringcolision(Matrix,Current,Dest,PosX,FinalMatrix):-
    replace_elem_at(PosX-Current,']',Matrix,NewMatrix),
    C1 is Current+1,
    drawsverticalstring(NewMatrix,C1,Dest,PosX,FinalMatrix).


/* drawhorizontal(+Matrix,+X,+Y,+Size,-FinalMatrix)
   Draws a horizontal line in the matrix from X-Y position
```

```
with size Size
*/
drawhorizontal(FinalMatrix,_,_,0,FinalMatrix).
drawhorizontal(Matrix,X,Y,Size,FinalMatrix):-
    NSize is Size-1,
    replace_elem_at(X-Y,'-',Matrix,NewMatrix),
    Xn is X + 1,
    drawhorizontal(NewMatrix,Xn,Y,NSize,FinalMatrix).


/* drawbranchelements(+Matrix,+Branch,+PosX,+Y,-FMatrix)
   Draws the elements from a branch. If the elemet is a
branch
   it will call insertbranchinmatrix.
*/
drawbranchelements(Matrix,Branch,PosX,Y,FMatrix):-
    drawbranchelements1st(Matrix,Branch,PosX,Y,NewMatrix),
    Y1 is Y + 1,
    drawbranchelements2nd(NewMatrix,Branch,PosX,Y1,FMatrix).

drawbranchelements1st(FinalMatrix,[],_,_,FinalMatrix).
drawbranchelements1st(Matrix,[weight(Distance, _) |
Branch],PosX,Y,FMatrix):-
    X is PosX +  Distance,
    replace_elem_at(X-Y,'1',Matrix,NewMatrix),
    drawbranchelements1st(NewMatrix,Branch,PosX,Y,FMatrix).
drawbranchelements1st(Matrix,[branch(Distance, _) |
Branch],PosX,Y,FMatrix):-
    X is PosX +  Distance,
    replace_elem_at(X-Y,'|',Matrix,NewMatrix),
    drawbranchelements1st(NewMatrix,Branch,PosX,Y,FMatrix).

drawbranchelements2nd(FinalMatrix,[],_,_,FinalMatrix).
drawbranchelements2nd(Matrix,[weight(Distance, Weight) |
Branch],PosX,Y,FMatrix):-
    integer(Weight),
    X is PosX +  Distance,
    replace_elem_at(X-Y,Weight,Matrix,NewMatrix),
    drawbranchelements2nd(NewMatrix,Branch,PosX,Y,FMatrix).
```

```
drawbranchelements2nd(Matrix,[weight(Distance, _Weight) |
Branch],PosX,Y,FMatrix):-
    X is PosX +  Distance,
    replace_elem_at(X-Y,'?',Matrix,NewMatrix),
    drawbranchelements2nd(NewMatrix,Branch,PosX,Y,FMatrix).
drawbranchelements2nd(Matrix,[branch(Distance, NewBranch) |
Branch],PosX,Y,FMatrix):-
    X is PosX +  Distance,
    insertbranchinmatrix(Matrix,X,Y,Y+1,NewBranch,NewMatrix),
    drawbranchelements2nd(NewMatrix,Branch,PosX,Y,FMatrix).


/* getbranchinfo(+Puzzle,-Min,-Max)
   Gets branch information : min and maximum x values
*/
getbranchinfo(Puzzle,Min,Max):-
    getbranchinfo(Puzzle,99,-99,Min,Max).

getbranchinfo([],Min, Max, Min,Max).
getbranchinfo([weight(Distance, _) | Puzzle],Min, Max, FMin,
FMax):-
    NewMin is min(Distance,Min),
    NewMax is max(Distance,Max),
    getbranchinfo(Puzzle, NewMin, NewMax, FMin, FMax).
getbranchinfo([branch(Distance, _) | Puzzle],Min, Max, FMin,
FMax):-
    NewMin is min(Distance,Min),
    NewMax is max(Distance,Max),
    getbranchinfo(Puzzle, NewMin, NewMax, FMin, FMax).

/* make_empty_matrix(+Width, +Height, -Matrix)
   Makes an empty matrix a certain Width and Height
*/
make_empty_matrix(_,0,[]).
make_empty_matrix(Width, Height, [Row|Matrix]):-
    Height > 0,
    make_row(Width, Row),
    Height1 is Height - 1,
    make_empty_matrix(Width, Height1, Matrix).
```

```
make_row(0, []).
make_row(Width, [0 | Row]):-
    Width > 0,
    Width1 is Width - 1,
    make_row(Width1,Row).

/* printPuzzleMatrix(+Matrix)
   Prints the print matrix
*/
printPuzzleMatrix([]):-nl.
printPuzzleMatrix([Row,Row2|_Matrix]):-
    checkiffinished(Row),
    checkiffinished(Row2),nl. %if there are 2 empty rows in a
row, the printing is finished
printPuzzleMatrix([Row|Matrix]):-
    printPuzzleRow(Row),
    printPuzzleMatrix(Matrix).

/* checkiffinished(+Row)
   Checks if a row is empty
*/
checkiffinished([]).
checkiffinished([0|Row]):-
    checkiffinished(Row).

/* printPuzzleRowLine(+Row)
   Prints a horizontal line
*/
printPuzzleRowLine(['-'|Row]):-
    write('----+'),
    printPuzzleRowLine(Row).
printPuzzleRowLine(Row):-
    write('  '),
    printPuzzleRow(Row).

/* printPuzzleRow(+Row)
   Prints elemets from the row
*/
```

```
printPuzzleRow([]):-nl.
printPuzzleRow([0|Row]):-
    write('     '),
    printPuzzleRow(Row).

printPuzzleRow(['-'|Row]):-
    write('  +'),
    printPuzzleRowLine(Row).
printPuzzleRow(['|'|Row]):-
    write('  |  '),
    printPuzzleRow(Row).
printPuzzleRow(['['|Row]):-
    write('  ^  '),
    printPuzzleRow(Row).
printPuzzleRow([']'|Row]):-
    write('  v  '),
    printPuzzleRow(Row).
printPuzzleRow(['1'|Row]):-
    write(' _|_ '),
    printPuzzleRow(Row).
printPuzzleRow(['?'|Row]):-
    write('| ? |'),
    printPuzzleRow(Row).
printPuzzleRow([Elem|Row]):-
    write('| '),displayNum(Elem),write('|'),
    printPuzzleRow(Row).


/** Utility functions **/

/* Replaces an element from a list
Arguments:
- List
- Index to replace
- New element
- Returned new list
*/
replace([_|T], 0, X, [X|T]).
replace([H | T], I, X, [H | R]):-
```

```
    I > 0,
    I1 is I - 1,
    replace(T, I1, X, R).


replace_elem_at(X-Y, Elem, Matrix, NewMatrix):-
    nth0(Y, Matrix, Row),
    replace(Row, X, Elem, NewRow),
    replace(Matrix, Y, NewRow, NewMatrix).

get_elem_at(X-Y, Matrix, Elem):-
    nth0(Y, Matrix, Row),
    nth0(X, Row, Elem).
get_elem_at(_-_, _, 0).

print_matrix([]).
print_matrix([H|T]) :- write(H), nl, print_matrix(T).

displayNum(V):- %if the number has 2 digits doesnt print the
space so it can fit
    V > 9 , write(V).
displayNum(V):-
    write(V),write(' ').
```

**puzzles.pl**

```
 puzzleDefault([
     weight(-3, _),
     weight(-1, _),
     branch(2, [
         weight(-2, _),
         weight(-1, _),
         weight(1, _)
     ])
 ]).

 puzzle6([
     weight(-3,_),
     weight(-2,_),
```

```
    branch(1,[
        branch(-1,[
            weight(-3,_),
            weight(1,_)
        ]),
        weight(1,_)
    ]),
    weight(2,_)
]).

puzzle8([
    branch(-1, [
        branch(-1, [
            weight(-2, _),
            weight(-1, _),
            weight(1, _)
        ]),
        weight(2, _)
    ]),
    branch(1, [
        weight(-3, _),
        weight(-2, _),
        weight(-1, _),
        weight(2, _)
    ])
]).

puzzle17([
    weight(-3,_),
    weight(-2,_),
    branch(-1,[
        branch(-1,[
            weight(-1,_),
            weight(1,_),
            weight(2,_)
        ]),
        branch(1,[
            branch(-1,[
                weight(-2,_),
```

```
                branch(1,[
                    weight(-1,_),
                    weight(2,_)
                ])
            ]),
            weight(2,_)
        ]),
        weight(2,_)
    ]),
    branch(1,[
        branch(-2,[
            weight(-1,_),
            weight(2,_)
        ]),
        weight(1,_),
        branch(2,[
            weight(-3,_),
            weight(1,_)
        ])
    ]),
    weight(2,_),
    weight(3,_)
]).

puzzle20([
    branch(-4, [
        weight(-3,_),
        weight(-2,_),
        weight(3,_)
    ]),
    branch(-2, [
        weight(-2,_),
        weight(-1,_),
        branch(1, [
            branch(-1, [
                weight(-1,_),
                weight(2,_),
                weight(3,_)
            ]),
```

```
            weight(1,_),
            weight(2,_)
        ])
    ]),
    weight(1,_),
    branch(3, [
        branch(-1, [
            branch(-1, [
                weight(-1,_),
                branch(1, [
                    weight(-2,_),
                    weight(1,6)
                ]),
                weight(2,_),
                weight(3,_)
            ]),
            weight(1,_),
            weight(2,_)
        ]),
        weight(1,_),
        weight(2,_)
    ])
]).
```

## II. Resultados de medições

**Tabela 1: Medições do tempo de execução do gerador**

| Size | Making [leftmost, value(random)] | | Making [leftmost, step] | |
|---|---|---|---|---|
| | Time(s) | Backtracks | Time(s) | Backtracks |
| 5 | 0,01 | 27 | 0,01 | 7 |
| 10 | 0 | 74 | 0 | 328 |
| 15 | 0 | 331 | 0 | 24 |
| 20 | 0 | 126 | 3,01 | 431200 |
| 25 | 1,19 | 105396 | 0 | 251 |
| 30 | 8,07 | 717020 | 6,08 | 780816 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 32 | 14,66 | 1447790 | 22,36 | 2492098 |
| 34 | 0,01 | 288 | 2,11 | 231890 |
| 36 | 15,65 | 1274013 | 41,23 | 4796495 |
| 38 | 0,06 | 2322 | 110,39 | 11611138 |
| 40 | 9,49 | 6969879 | Timeout | Timeout |

**Tabelas 2 e 3: Medições do tempo de execução do *solver***

| Size | Solving [ffc, step, up] | | Solving [leftmost, step, up] | |
|---|---|---|---|---|
| | Time(s) | Backtracks | Time(s) | Backtracks |
| 5 | 0 | 8 | 0 | 29 |
| 10 | 0 | 7 | 0 | 102 |
| 15 | 0 | 400 | 0,07 | 5791 |
| 20 | 0 | 256134 | 3,44 | 271024 |
| 25 | 0 | 331 | 8,13 | 168133 |
| 30 | 4,25 | 934574 | Timeout | Timeout |
| 32 | 25,16 | 2248107 | Timeout | Timeout |
| 34 | 38,9 | 2368590 | Timeout | Timeout |
| 36 | 99 | 300311 | Timeout | Timeout |
| 38 | Timeout | Timeout | Timeout | Timeout |
| 40 | Timeout | Timeout | Timeout | Timeout |

| Size | Solving [ffc, step, up] | | Solving [leftmost, step, up] | |
|---|---|---|---|---|
| | Time(s) | Backtracks | Time(s) | Backtracks |
| 5 | 0 | 29 | 0 | 9009 |
| 10 | 0 | 76 | 0 | 64 |
| 15 | 0 | 386 | 0 | 73170 |
| 20 | 0 | 144 | 0,01 | 192425 |
| 25 | 0,03 | 723080 | 1,04 | 136944 |
| 30 | 0,98 | 175349 | 7,09 | 249164 |
| 32 | 55,76 | 2312780 | 32,03 | 1259989 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 34 | Timeout | Timeout | 46,05 | 3514102 |
| 36 | Timeout | Timeout | 127,84 | 4271006 |
| 38 | Timeout | Timeout | Timeout | Timeout |
| 40 | Timeout | Timeout | Timeout | Timeout |