



# Simulação 03

## Redes de Neurônios Acoplados



Prof. Marcos Quiles

# O que veremos

---

1. Um pouco de história sobre modelagem neuronal
2. O modelo biológico
3. Alguns modelos artificiais de neurônios



# O Neurônio Biológico

---

- ▶ O Neurônio é semelhante a qualquer célula do corpo
  - ▶ Membrana, citoplasma e núcleo
- ▶ Apresenta algumas características particulares
  - ▶ Dendritos, Soma e Axônio
- ▶ O neurônio é excitável
- ▶ Os neurônios se comunicam através de neurotransmissores pela fenda sináptica



# O Neurônio Biológico

---

- ▶ Dendritos: Recebem as informações de outras células ou neurônios
- ▶ Soma: “Processa a informação”
- ▶ Axônio: conduz a informação do soma até a extremidade do neurônio (sinapses) onde são liberados os neurotransmissores
  - ▶ Potencial de ação
- ▶ Sinapses: medeiam as conexões entre neurônios



# O Neurônio Biológico

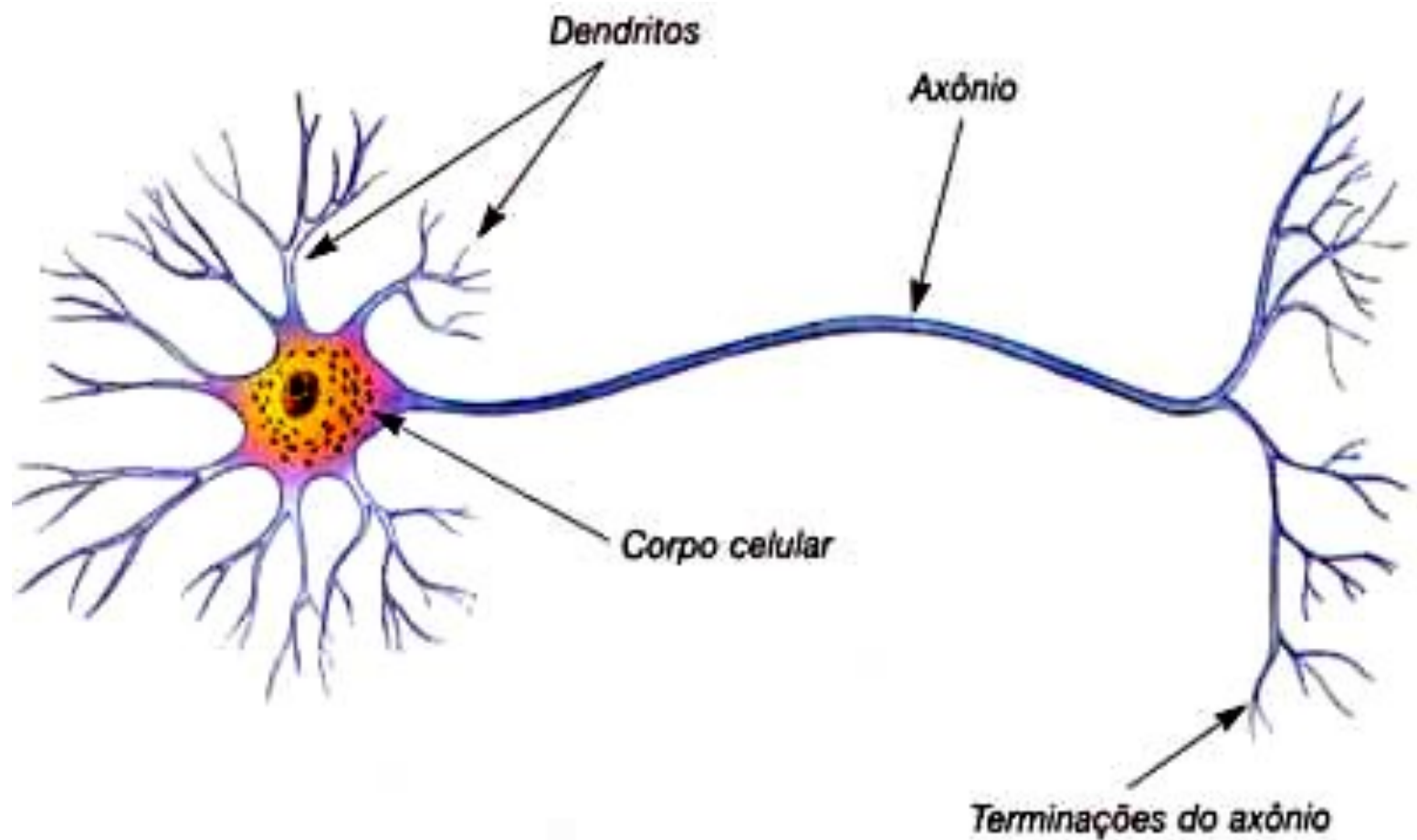
---

- ▶ Sinapses liberam os neurotransmissores
  - ▶ Sinal Elétrico → Químico → Elétrico
- ▶ Plasticidade do neurônio
  - ▶ Criação de novas conexões sinápticas
  - ▶ Modificação das sinapses existentes



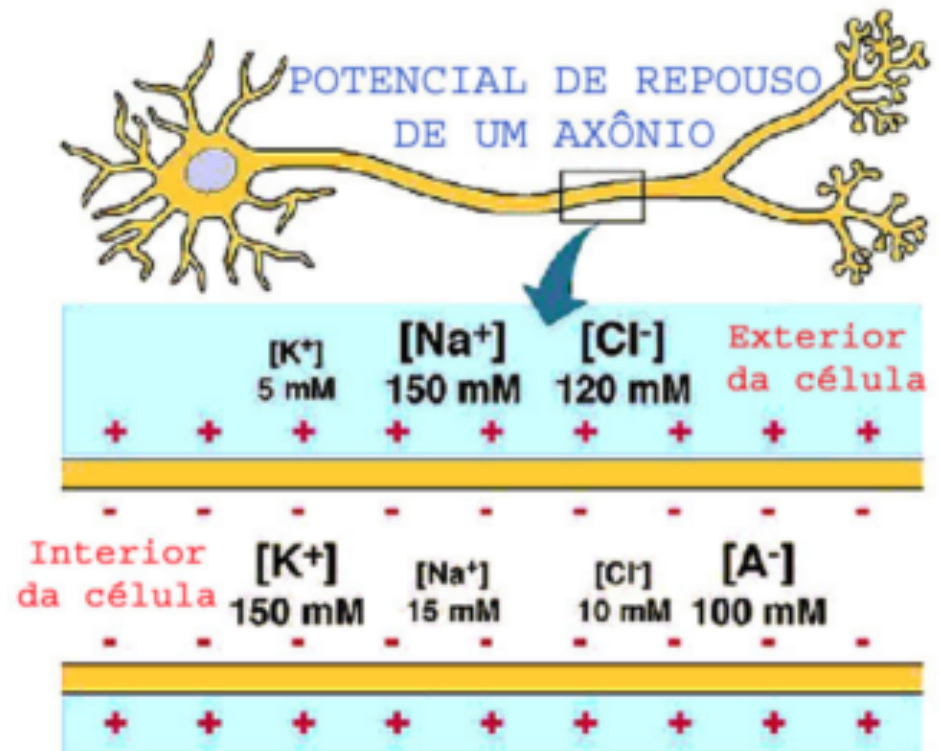
# O Neurônio Biológico

---



# O Potencial de Ação

- ▶ O Neurônio se mantém em um estado de repouso (aprox. -70mv)



# O Potencial de Ação

---

- ▶ Sempre que o neurônio recebe um sinal o seu potencial de repouso sofre pequenas alterações
  - ▶ Despolarização (sinal excitatório)
  - ▶ Hiperpolarização (sinal inibitório)
- ▶ O potencial retorna ao repouso logo após a oscilação
  - ▶ circuito RC





# O Potencial de Ação

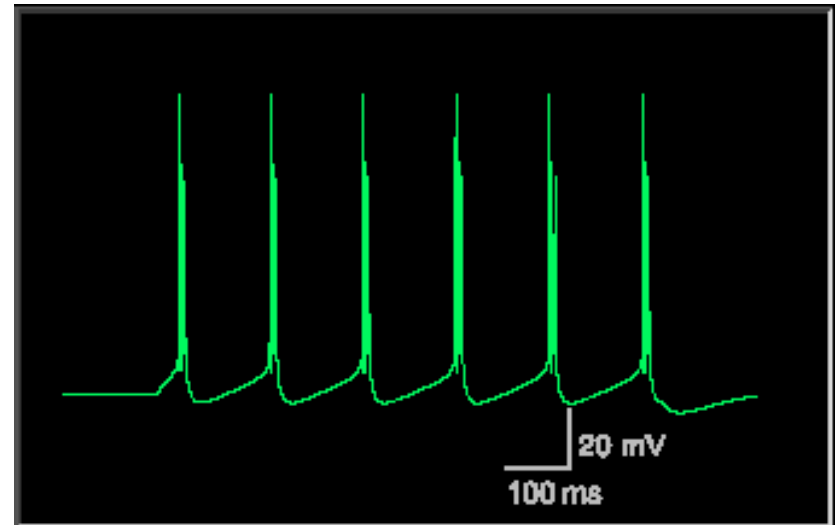
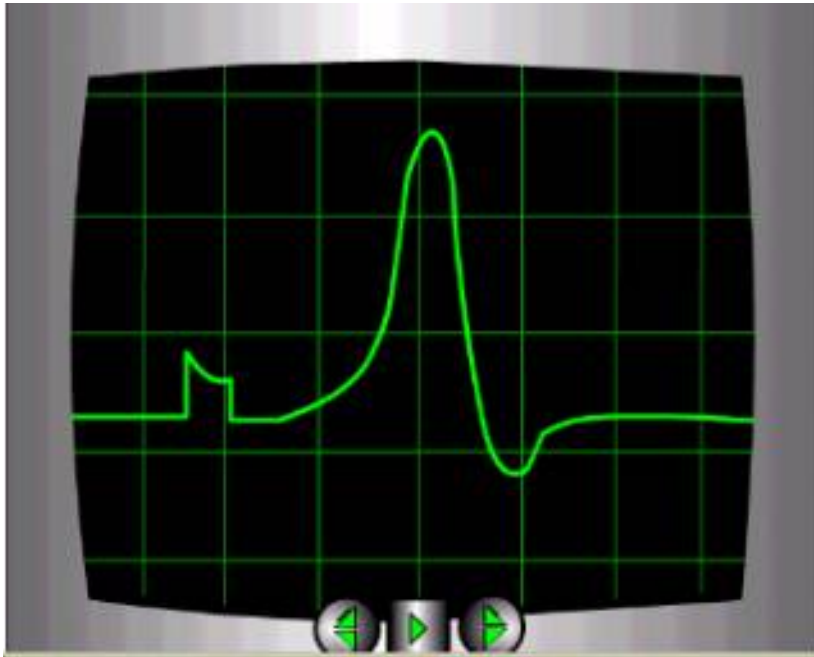
---

- ▶ Quando o potencial do neurônio sofre uma despolarização ultrapassando um determinado **limiar** um Potencial de Ação é gerado
  - ▶ Efeito tudo ou nada
  - ▶ Sinais com amplitudes constantes
- ▶ São utilizados pelo cérebro para receber, analisar e transmitir informação (Kandel, 1997)



# O Potencial de Ação

---



# Modelagem Matemática

Neurônios Artificiais

# O Neurônio Matemático

---

- ▶ No início da década de 40, alguns pesquisadores começaram a desenvolver modelos matemáticos para descrever o comportamento dos neurônios.
  - ▶ Neurônio MCP (“Reproduzir”)
  - ▶ O Modelo Hodgkin-Huxley (“Entender”)



# O Neurônio MCP

---

- ▶ Considerando o que se conhecia até o momento (década de 40) os pesquisadores McCulloch e Pitts propuseram o primeiro modelo matemático para um neurônio artificial
- ▶ Pode ser visto como uma simplificação do que já havia sido descoberto a respeito do neurônio biológico



# O Neurônio MCP

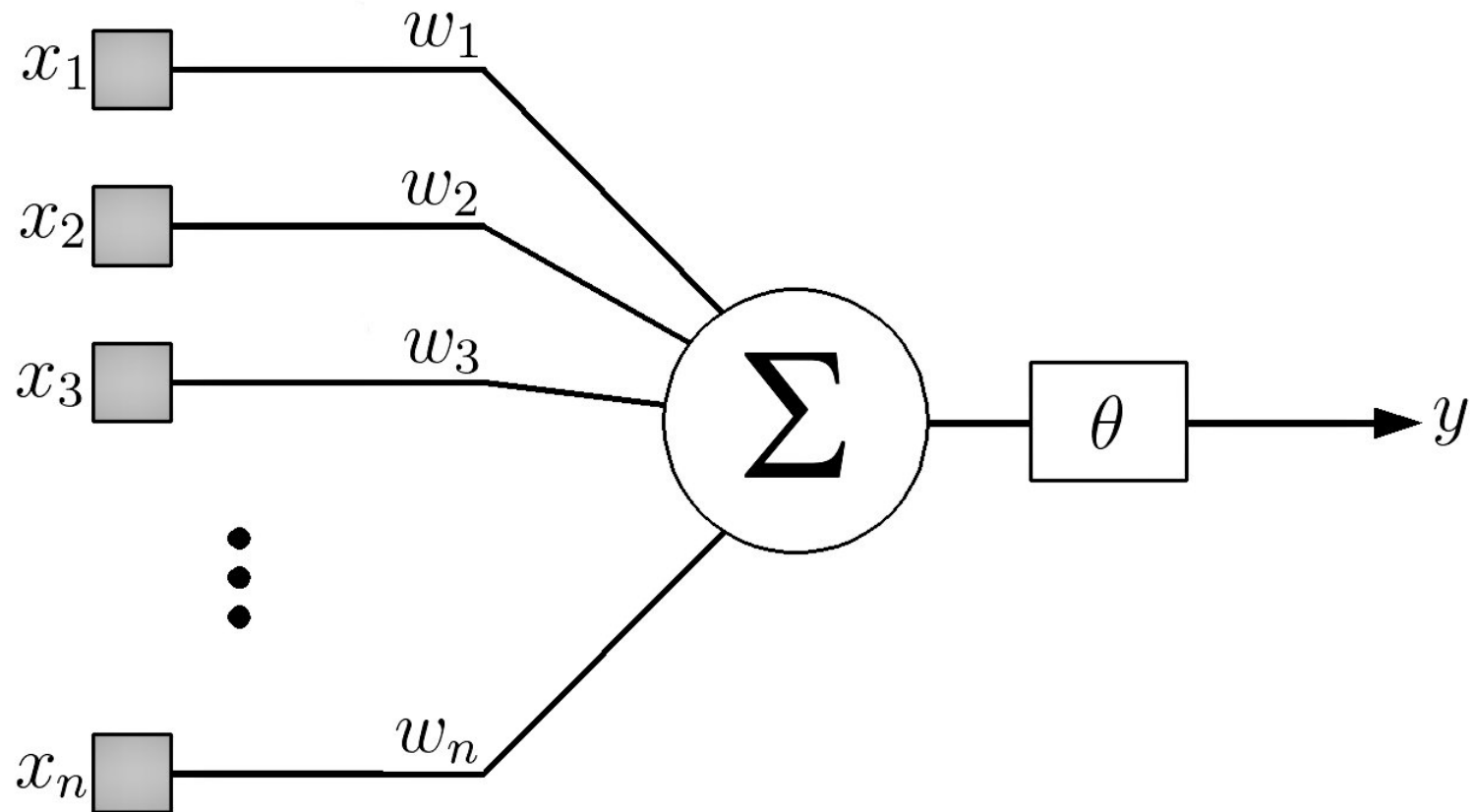
---

- ▶ O Nó MCP é composto por:
  - ▶ Diversas entradas (dendritos)
  - ▶ Ponderadas por pesos (comportamento das sinapses)
  - ▶ E uma saída (axônio) que representa quando o neurônio está ativo ou não
  - ▶ Saída binária: ou está disparando potenciais de ação ou está em repouso



# O Neurônio MCP

---



# O Modelo Hodgkin-Huxley

---

- ▶ Desenvolvido quase em paralelo ao nó MCP
- ▶ Modelo matemático que descreve fielmente o comportamento eletrofisiológico do neurônio biológico
- ▶ Enfoque fisiológico e não computacional (potencial de ação)
- ▶ Formado por algumas equações diferenciais e muitos parâmetros





# O Modelo Hodgkin-Huxley

---

- ▶ Um dos mais importantes modelos utilizados em simulações em Neurociência Computacional (Izhikevich, 2004)
- ▶ Autores foram contemplados com o premio **Nobel** em fisiologia (1963) pelo desenvolvimento deste modelo
- ▶ Diversas variações
  - ▶ Modelos mais simples e eficientes
  - ▶ Comportamento limitado





# Neurônios Matemáticos

Alguns Modelos

# Modelo Integra e Dispara

---

- ▶ Modelo bastante simples
- ▶ Utiliza uma abordagem algorítmica para disparar os potenciais de ação

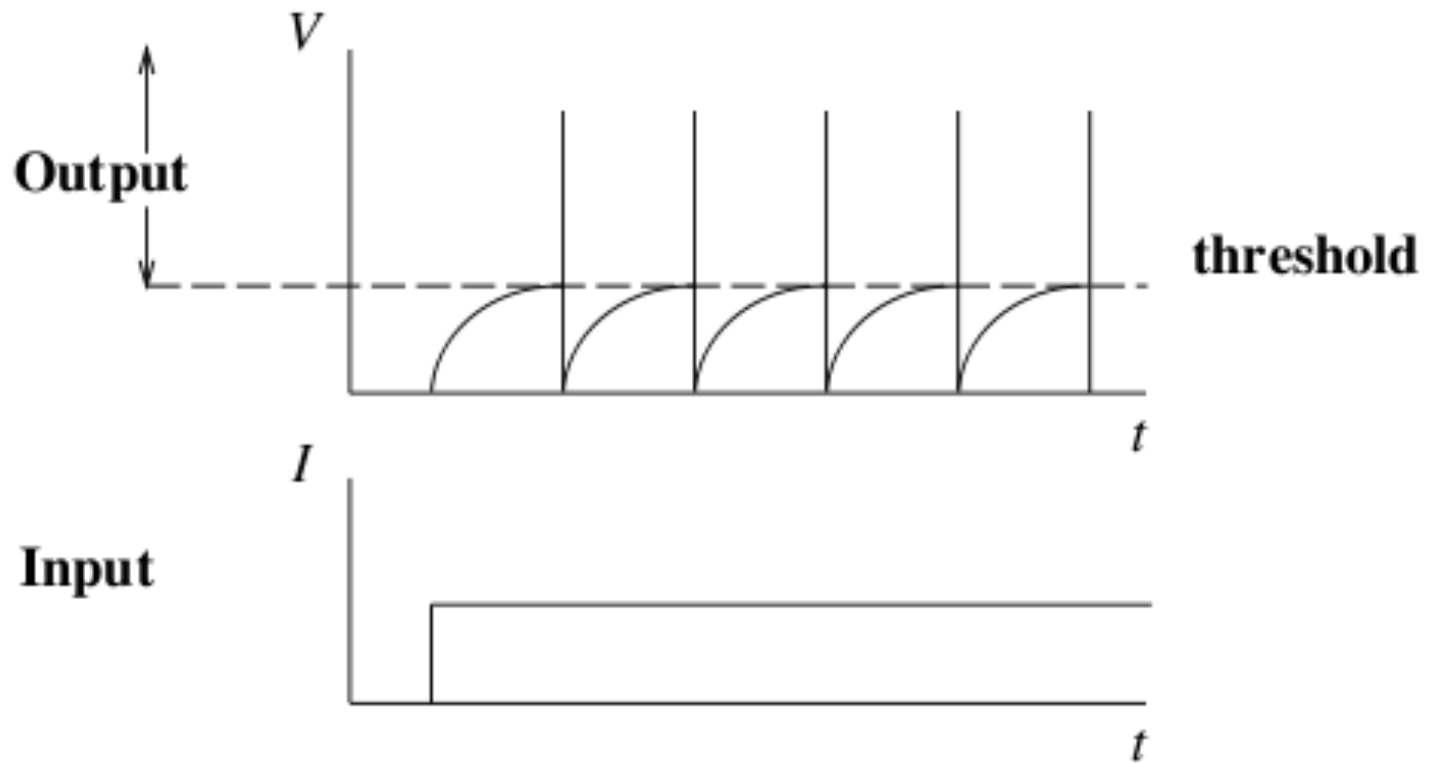
$$\frac{dV}{dt} = I + a - bV$$

- ▶  $V$  define o potencial da membrana
- ▶  $I$  define a corrente de entrada (estímulo externo)
- ▶  $a$  e  $b$  são parâmetros do modelo
- ▶ **Se** ( $V \geq \text{Limiar}$ ) **então**  $V = c$



# Modelo Integra e Dispara

---



# Modelo FitzHugh–Nagumo

---

- ▶ Consiste numa simplificação bidimensional do modelo Hodgkin-Huxley

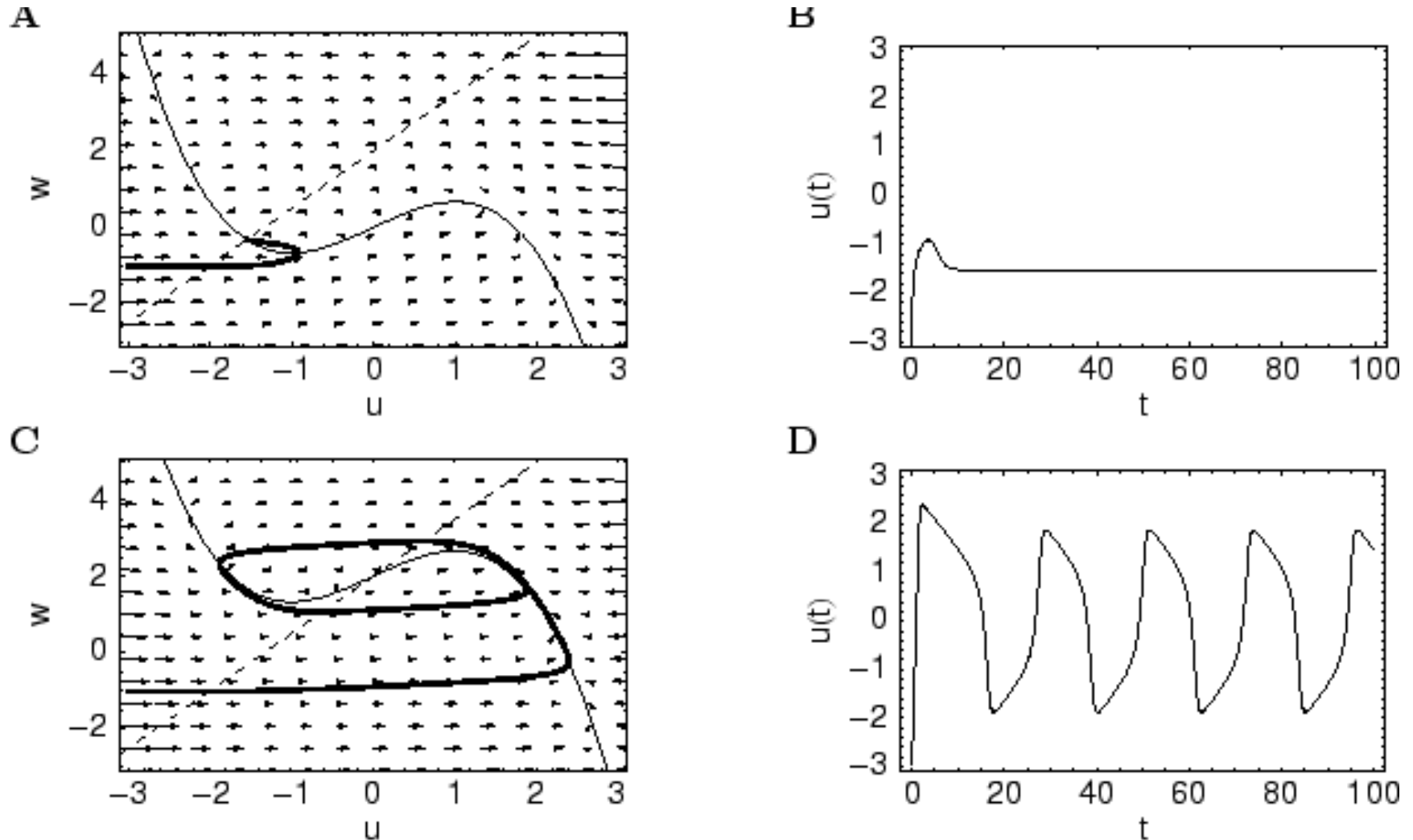
$$\frac{du}{dt} = u - \frac{1}{3}u^3 - w + I$$

$$\frac{dw}{dt} = \varepsilon(a + bu - w)$$

- ▶ Onde  $I$  define o estímulo externo e  $a$  e  $b$  são parâmetros do modelo



# Modelo FitzHugh–Nagumo



# Modelo van der Pol (Relaxamento)

---

- ▶ O oscilador de relaxamento é definido como um laço de realimentação entre uma variável excitatória ( $x$ ) e uma variável inibitória ( $y$ )

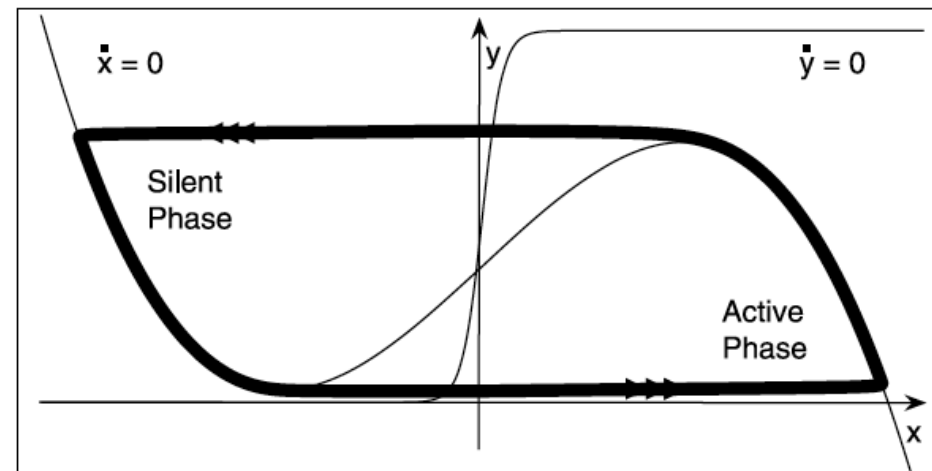
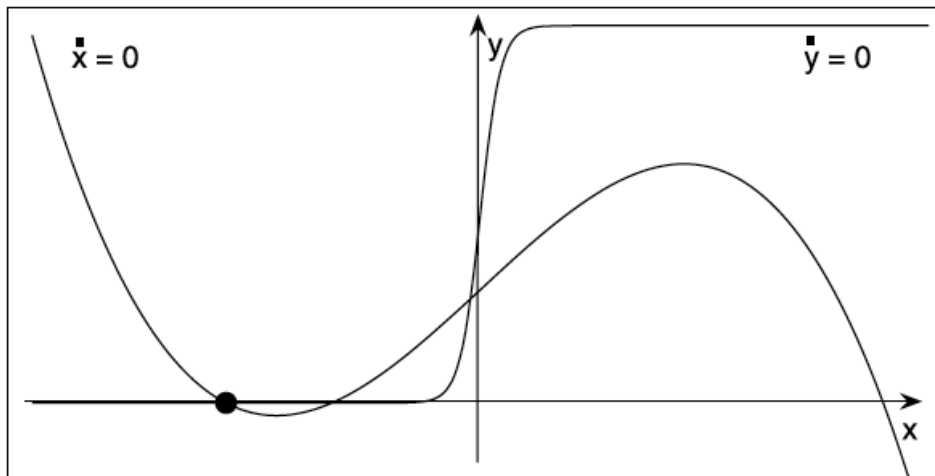
$$\frac{dx}{dt} = 3x - x^3 + 2 - y + I + \rho$$

$$\frac{dy}{dt} = \varepsilon \left( \alpha \left( 1 + \tanh \left( x / \beta \right) \right) - y \right)$$

- ▶  $I$  representa o estímulo externo,  $\varepsilon$  é um número positivo pequeno,  $\alpha$  e  $\beta$  são parâmetros do modelo;  $\rho$  representa um sinal de ruído



# Modelo van der Pol (Relaxamento)





# Neurônios em Rede

---

- ▶ Considere o oscilador de relaxamento:

$$\frac{dx}{dt} = 3x - x^3 + 2 - y + I + \rho$$

$$\frac{dy}{dt} = \varepsilon \left( \alpha \left( 1 + \tanh \left( x / \beta \right) \right) - y \right)$$

- ▶ Podemos definir uma rede com vários neurônios
  - ▶ Conexões entre neurônios
  - ▶ Se um neurônio A está conectado a um neurônio B, quando A dispara, a fase do neurônio B é afetada pelo pulso proveniente de A.
  - ▶ Neurônios acoplados podem sincronizar



# Acoplamento

---

- ▶ Diversas formas de acoplamento podem ser definidas, ex:

$$S_i = \sum_{k \in N(i)} w_{ik} H(x_k - \theta)$$

- ▶  $w_{ik}$  define a força de acoplamento
- ▶  $N(i)$  define a vizinhança do neurônio  $i$
- ▶  $H()$  Heaviside function  
 $H(v) = 1$  se  $v \geq 0$  e  $H(v) = 0$ , caso contrário
- ▶  $\theta$  define um limiar de corte



# Modelo com acoplamento

---

- ▶ Oscilador de Relaxamento (van der Pol)

$$\frac{dx_i}{dt} = 3x_i - x_i^3 + 2 - y_i + I + \rho + S_i$$

$$\frac{dy_i}{dt} = \varepsilon \left( \alpha \left( 1 + \tanh \left( x_i / \beta \right) \right) - y_i \right)$$

- ▶ Acoplamento:

$$S_i = \sum_{k \in N(i)} w_{ik} H(x_k - \theta)$$



# Projeto 3

---

- ▶ Estudar o efeito da estrutura da rede na sincronização de osciladores de relaxamento
  - 1. Tempo para atingir a sincronização em cada topologia (regular, aleatória e livre de escala)
  - 2. Percentual mínimo necessário de neurônios ativos para sincronização
    - 1. Seleção aleatória
    - 2. Seleção guiada
  - 3. Critérios mínimos:
    - 1.  $N=500$
    - 2.  $\langle K \rangle = 2$

## Parâmetros do Modelo

$I(\text{ativo}) = 0.2$  /  $I(\text{inativo}) = -0.02$

Acoplamento  $w_{ij} = 0.1$

Theta = 0.5

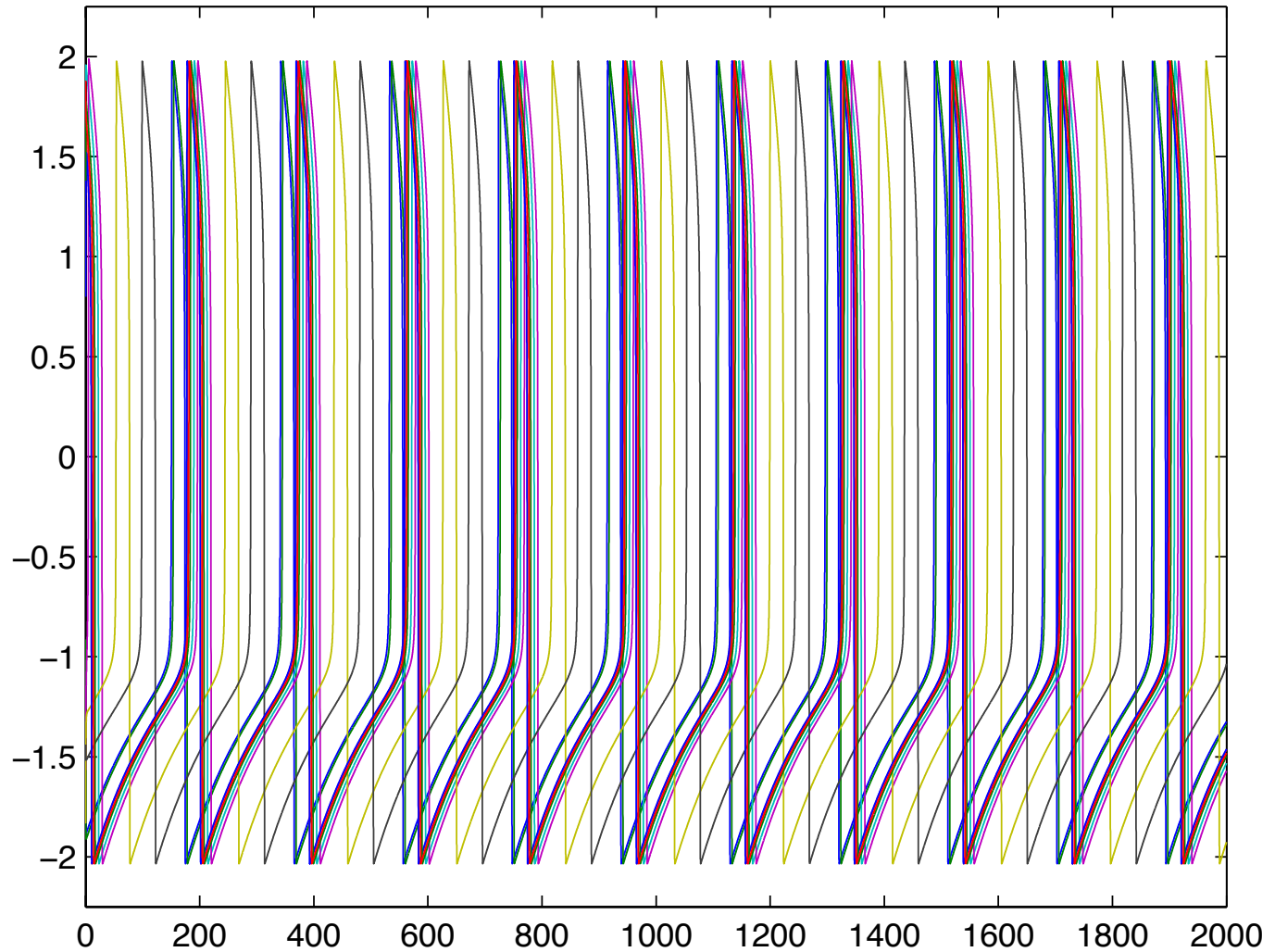
Alpha = 6.0

Epsilon = 0.02

Beta = 0.1

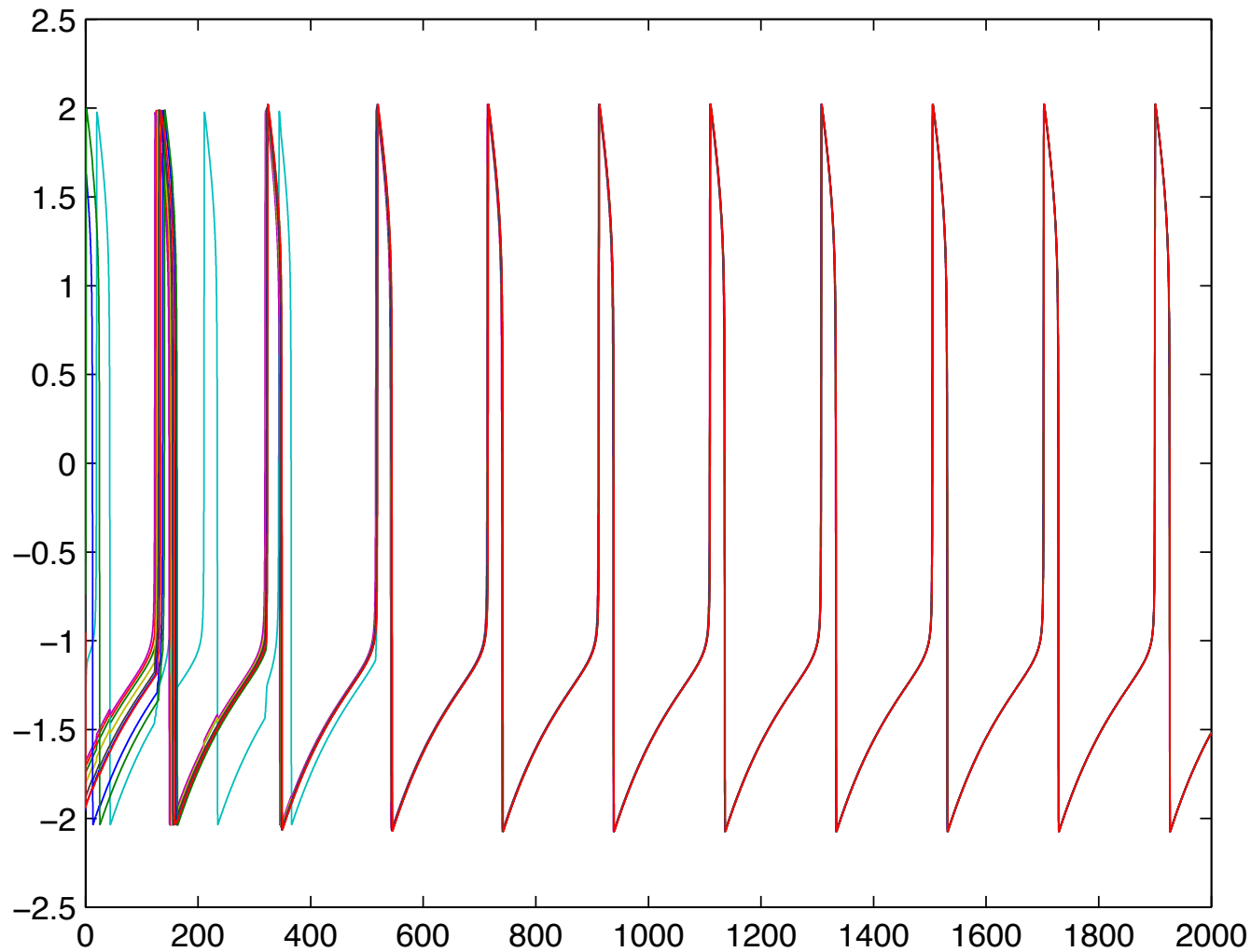


# Exemplo I (sem acoplamento)

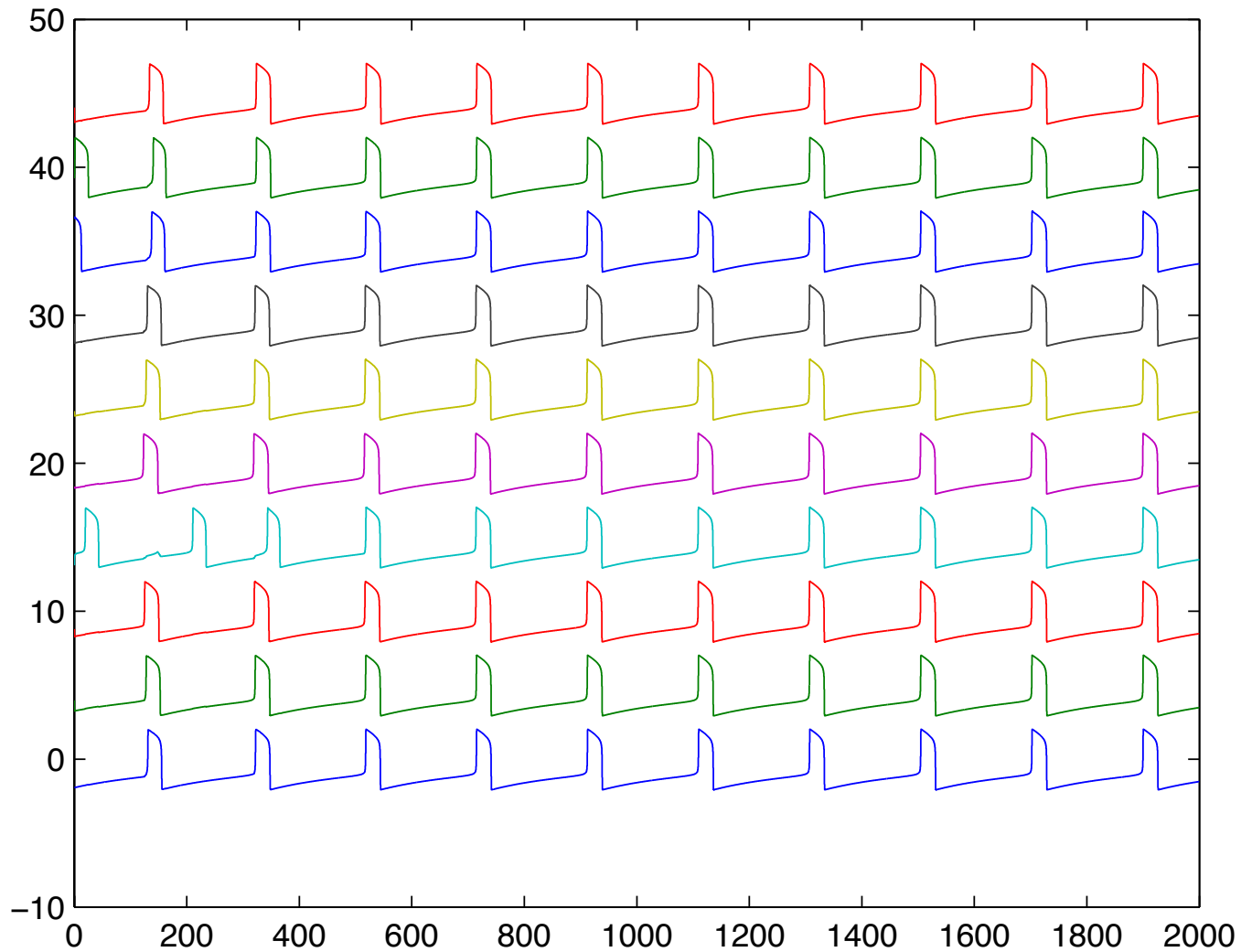


# Exemplo II (com acoplamento)

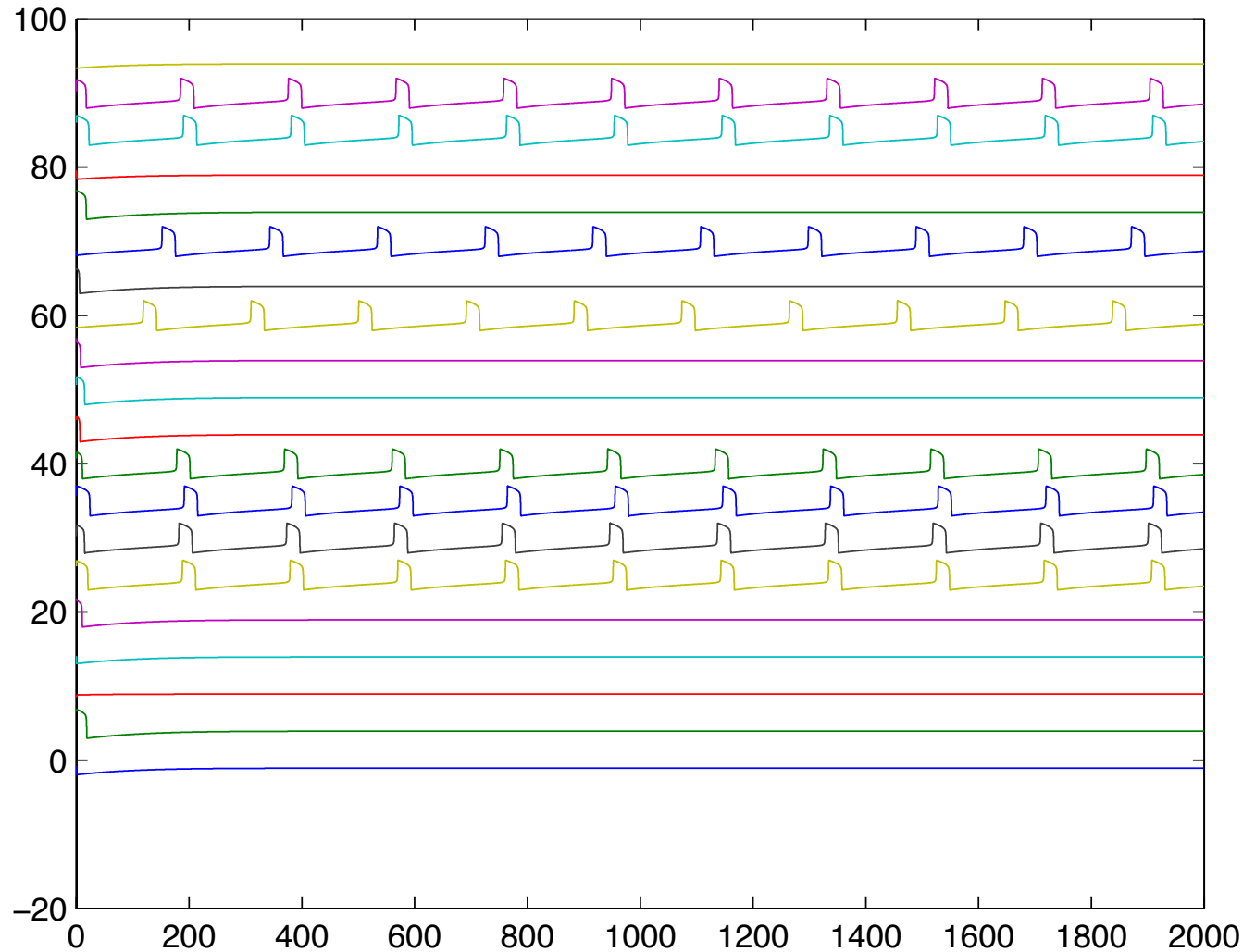
---



# Exemplo II (com acoplamento)



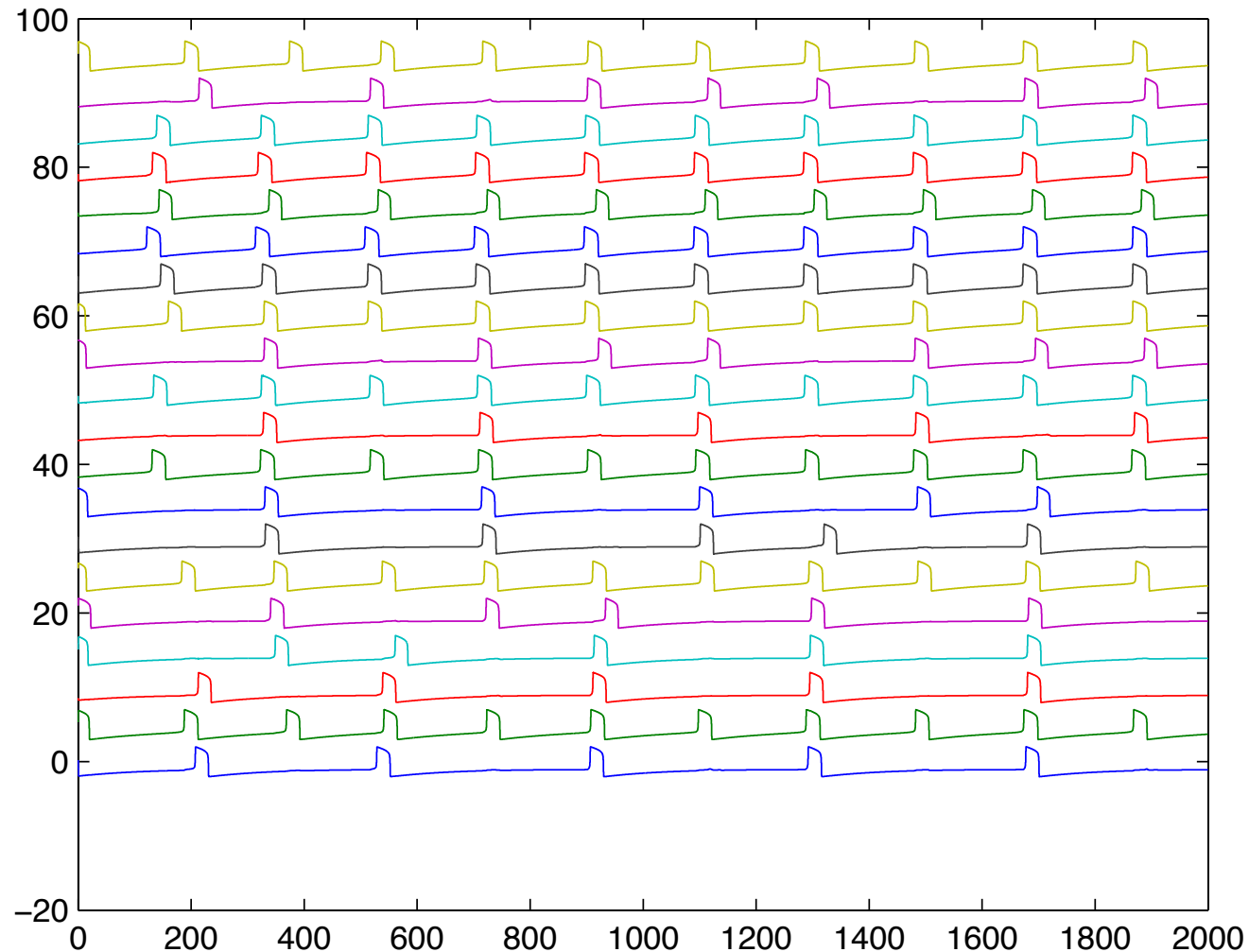
# Exemplo III (50% ativos s/ acoplamento)





# Exemplo IV (50% ativos c/ acoplamento)

## Força de acoplamento fraca



# Exemplo IV (50% ativos c/ acoplamento)

## Força de acoplamento forte

