

# Modelagem Computacional

## [Simulação de Sistemas Complexos]

Prof. Marcos G. Quiles

# Aula de hoje

---

- ▶ Representação de grafos (estrutura de dados)
- ▶ Formação da rede
  - ▶ Redes Regulares
  - ▶ Redes Aleatórias
  - ▶ Redes Livre de Escala



# Estrutura de Dados

---

- ▶ Como representar um grafo no computador?
- ▶ Duas formas fundamentais (mais comuns)
  - ▶ Matriz de Adjacência
  - ▶ Lista de Adjacência
- ▶ Qual a melhor?
  - ▶ Resposta: depende do uso (algoritmo)



# Matriz de Adjacência

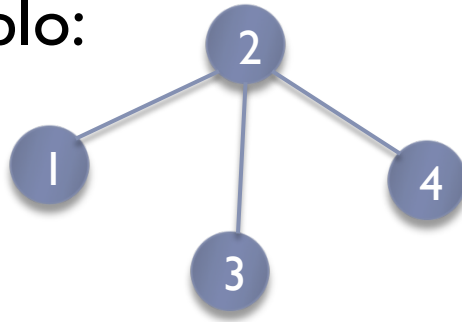
---

- ▶ Representação utilizando matrizes
  - ▶ Vértices: representados pelos índices das linhas e colunas da matriz
  - ▶ Aresta: elementos da matriz
- ▶ Matriz de Adjacência (**A**):
  - ▶ Matriz  $n \times n$ , sendo  $n$  o número de vértices
    - ▶  $a_{ij} = 1$  se existe aresta entre  $i$  e  $j$
    - ▶  $a_{ij} = 0$  se não existe aresta entre os vértices  $i$  e  $j$



# Matriz de Adjacência

► Exemplo:



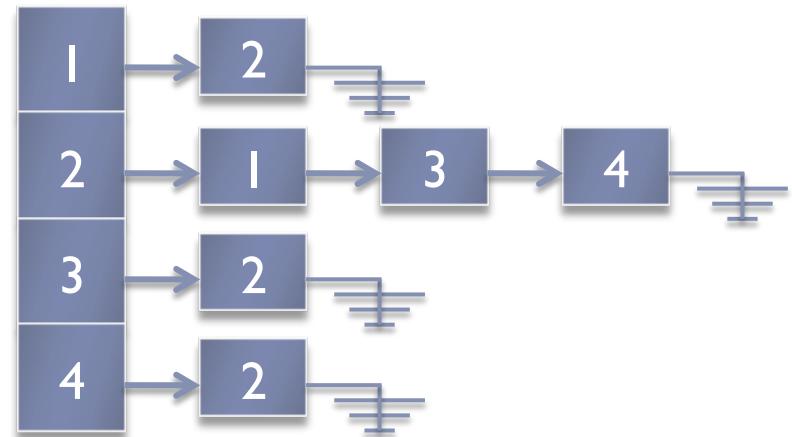
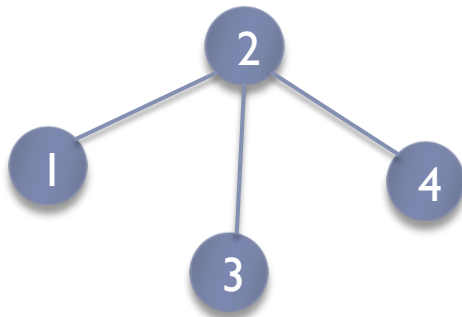
	1	2	3	4
1	0	1	0	0
2	1	0	1	1
3	0	1	0	0
4	0	1	0	0

- Ex. grafo não ponderado e não direcionado: matriz simétrica com valores binários
- Podemos associar uma matriz de pesos  $W$  ao grafo, permitindo que valores sejam associados as arestas

# Lista de Adjacência

## ► Representação utilizando **Listas**

- Vértices são associados a um vetor de ponteiros
- Aresta: são representadas por listas ligadas a esses ponteiros



# Estrutura (modelos)

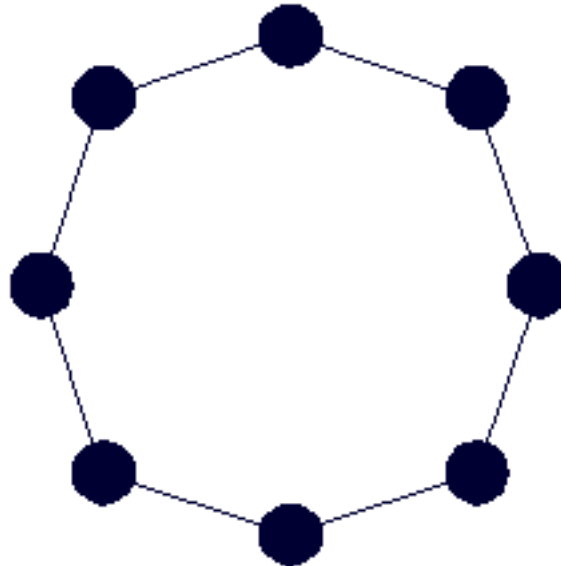
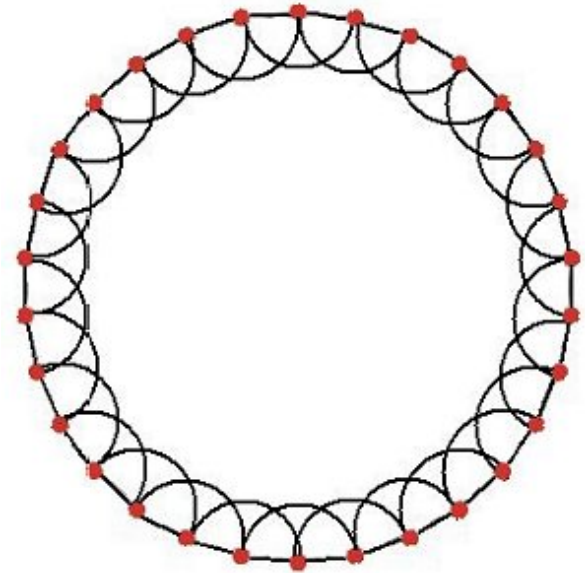
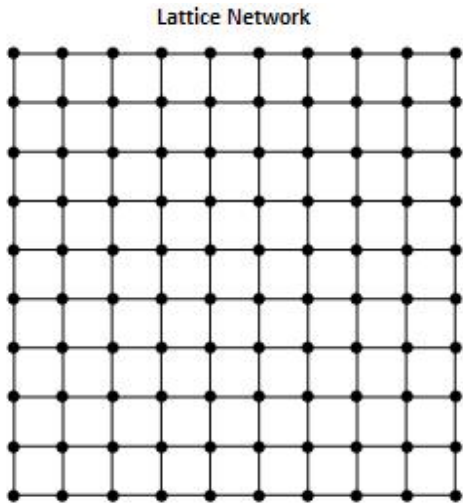
---

- ▶ Redes regulares (lattices)
- ▶ Redes Aleatórias (Modelo Erdős-Rényi)
- ▶ Redes Livre de Escala (Modelo Barabási–Albert)
  
- ▶ Medidas:
  - ▶ Número de vértices (neurônios) / arestas (conexões)
  - ▶ Graus, grau médio, distribuição do grau
  - ▶ Distâncias, clusterização, betweenness



# Redes Regulares

- Grau  $k(i)$  é igual para todo  $i$





# Redes Aleatórias (Erdős-Rényi)

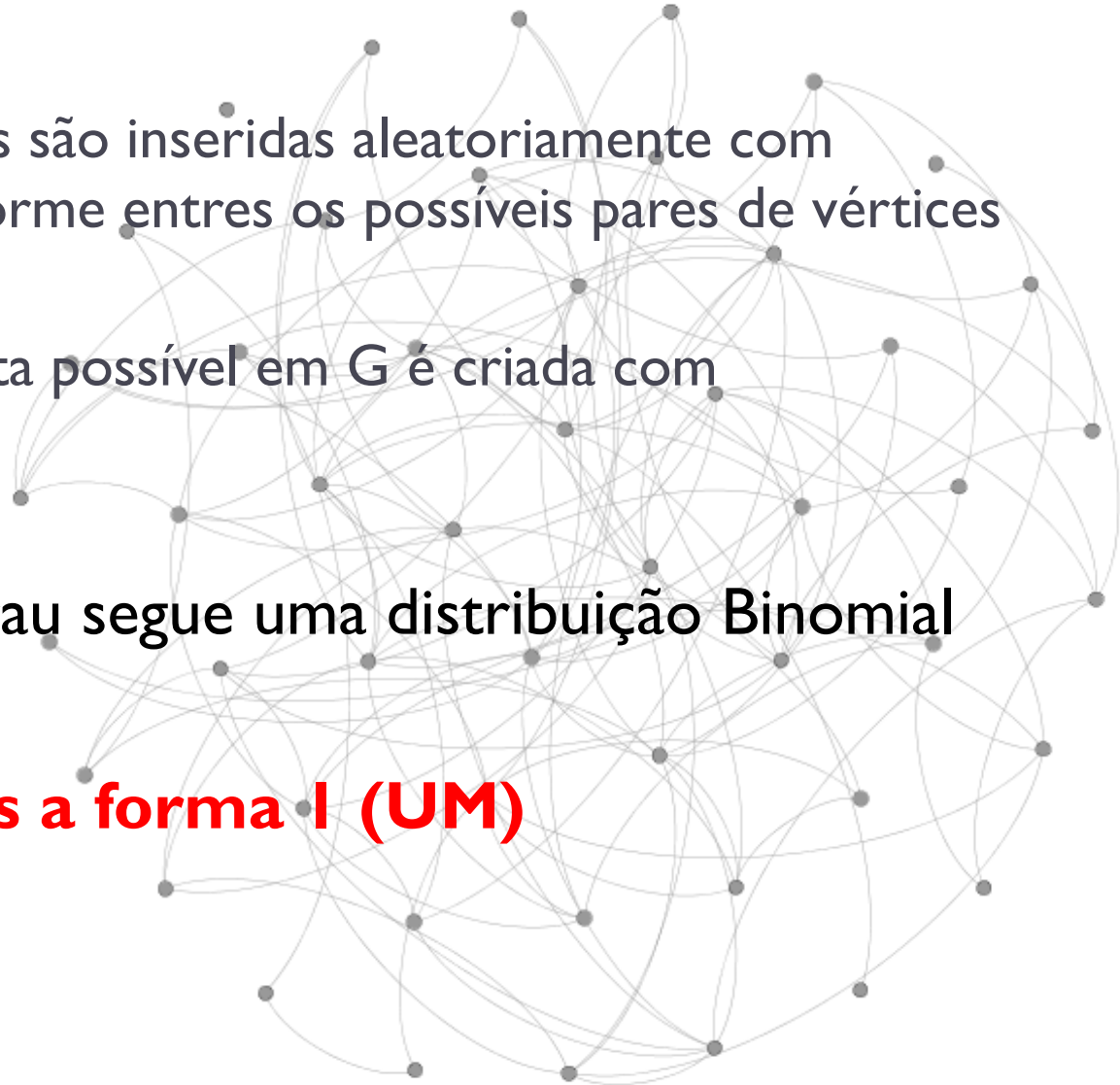
---

- ▶ Duas formas:

1.  $G(n,m)$  –  $m$  arestas são inseridas aleatoriamente com probabilidade uniforme entre os possíveis pares de vértices de  $G$
2.  $G(n,p)$  – cada aresta possível em  $G$  é criada com probabilidade  $p$

- ▶ A distribuição do grau segue uma distribuição Binomial

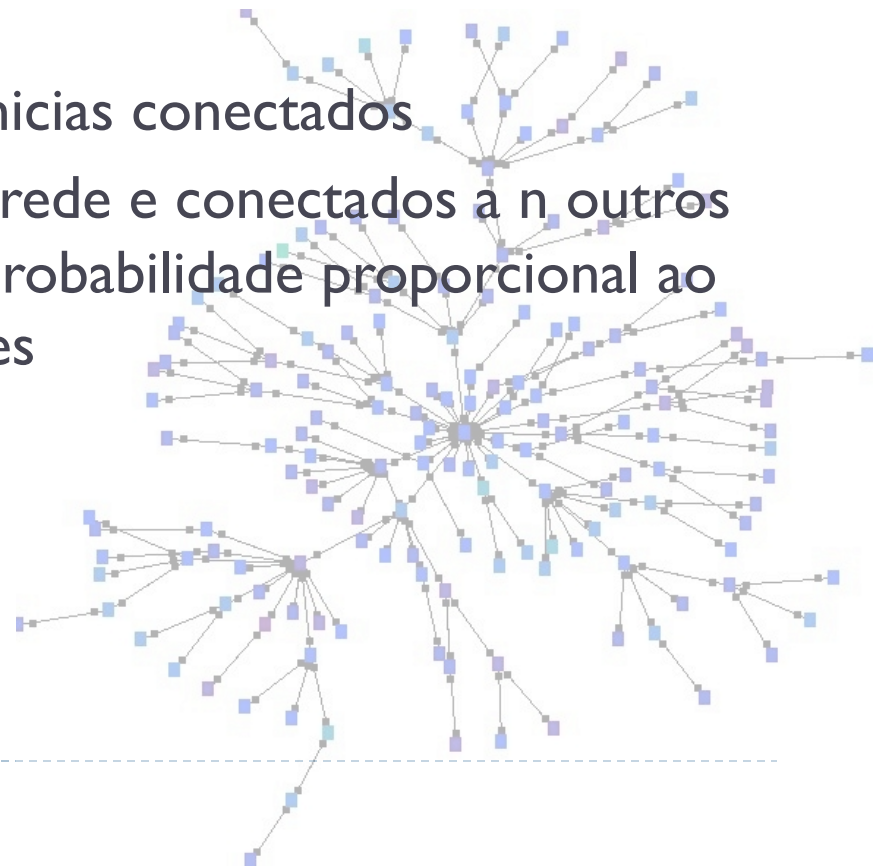
- ▶ **Obs. Utilizaremos a forma 1 (UM)**



# Redes Livre de Escala (Barabási–Albert)

- ▶ Geração de redes com grau seguindo uma distribuição de lei de potência
- ▶ Mecanismo de conexão preferencial (*the rich get richer*)
- ▶ Algoritmo:
  1. Iniciar a rede com  $n_0$  vértices iniciais conectados
  2. Novos vértices são inseridos a rede e conectados a  $n$  outros vértices  $v$  (com  $n \leq n_0$ ) com probabilidade proporcional ao grau de dos vértices  $v$  existentes

$$p_i = \frac{k_i}{\sum_j k_j}$$



# Redes Livre de Escala (Barabási–Albert)

---

