

سوالات ستاره‌دار (\*) امتیازی هستند.

۱- یک شبکه عصبی برای کلاس‌بندی اعداد دست‌نویس صفر تا نه براساس پیکسل‌های تصویر ورودی در نظر بگیرید. تصاویر به صورت ماتریس‌هایی  $10 \times 10$  با مقادیر روشنایی ۰ تا ۲۵۵ هستند. خروجی نیز بایستی کلاس متناظر با هر ورودی را مشخص کند.

الف) تعداد نورون‌های ورودی چند است؟

ب) تعداد نورون‌های خروجی چند است؟

ج) در مورد تعداد لایه‌های پنهان و تعداد نورون‌ها در هر لایه چه می‌توان گفت؟

د) توضیح دهید چرا نرمالیزاسیون ورودی برای این تسک مفید است. نحوه اعمال نرمالیزاسیون را بر داده‌های ورودی توضیح دهید.

۲- در حل یک مسئله، یک کد باینری به طول ۵ رقم را به عنوان ورودی در نظر می‌گیریم. می‌خواهیم یک شبکه عصبی بسازیم که بتواند تشخیص دهد که آیا فاصله همینگ کد ورودی با یک کد ثابت (۱۰۱۰۱) کمتر از ۲ است یا خیر. شبکه عصبی مذکور، ورودی‌های معتبر را دریافت می‌کند و در خروجی بر حسب شرط گفته شده ورودی را در یکی از دو دسته تاییدشده (فاصله همینگ کوچکتر از ۲) و رد شده قرار می‌دهد.

الف) برای اینکه این مسئله را با شبکه‌های عصبی مصنوعی حل کنیم، چند نورون ورودی و خروجی نیاز است؟

ب) آیا این مسئله جدایی‌پذیر خطی است؟

ج) مسئله را با یک TLU یا شبکه‌ای از TLUها حل کنید.

د) خطای الگوهای آموزشی در مرحله آموزش را برای این مسئله چگونه تعریف می‌کنید؟

۳- طبق اطلاعیه سازمان CDC (مرکز کنترل و پیشگیری بیماری‌ها) چهار علامت شایع بیماری Covid-19 تب، خستگی بدن، تنگی نفس و از دست رفتن بویایی یا چشایی است. قصد داریم یک شبکه TLU طراحی کنیم که با گرفتن علائم به عنوان ورودی، به عنوان خروجی اعلام کند که آیا فرد مشکوک به بیماری کرونا است و باید به پزشک مراجعه کند یا خیر. جدول ورودی‌ها و خروجی به شکل زیر است:

تب	خستگی	تنگی نفس	از دست رفتن بویایی یا چشایی	مراجعه به پزشک
X1	X2	X3	X4	Y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

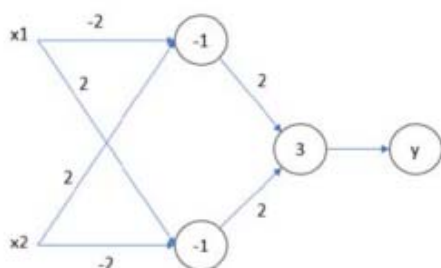
الف) در حالتی که TLU ها آستانه قابل تنظیم دارند، شبکه را طراحی کنید.

ب) در حالتی که TLU ها آستانه صفر دارند شبکه را طراحی کنید.

ج) بررسی کنید در صورتی که علائمی که مثبت هستند، نسبت به شدت آن‌ها بین ۰.۵ تا ۱ ورودی داشته باشند، شبکه

طراحی شده در قسمت (الف) و (ب) همچنان معتبر است؟

۴- شبکه زیر را در نظر بگیرید:

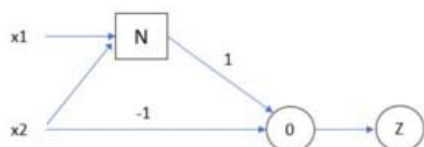


الف) محدوده‌ای از  $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}$  را مشخص کنید که به ازای آن  $y = 1$  باشد. این محدوده را روی صفحه دو بعدی رسم کنید.

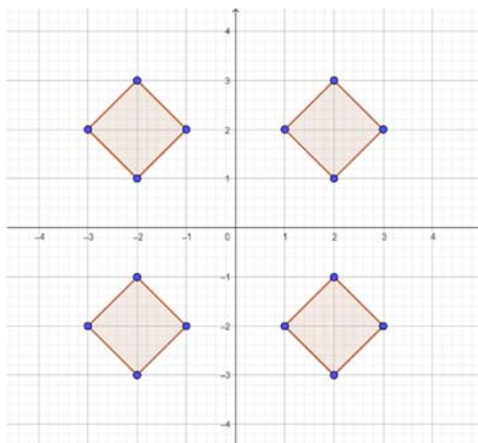
ب) اگر ورودی‌های شبکه باینری باشند، این شبکه چه تابع منطقی‌ای را پیاده‌سازی می‌کند؟

ج) شبکه زیر را در نظر بگیرید که در آن بلوک N همان شبکه (الف) است. محدوده‌ای از  $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}$  را مشخص کنید که

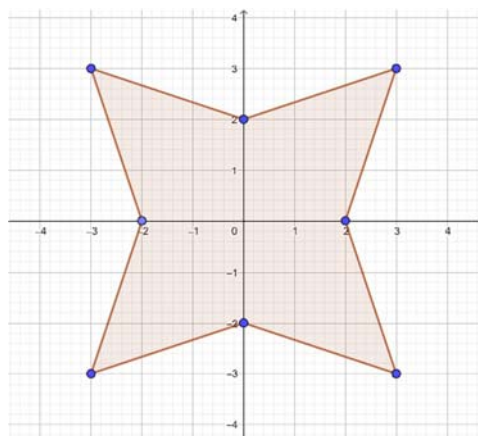
به ازای آن  $z = 1$  باشد. این محدوده را روی صفحه دو بعدی رسم کنید.



۵- \* الف) یک شبکه با حداقل تعداد TLU به گونه‌ای طراحی کنید که برای ورودی‌های داخل ناحیه‌های شکل زیر خروجی یک بدهد و برای خارج آن صفر. ساختار شبکه به همراه وزن‌ها و بایاس‌های آن را مشخص کنید.

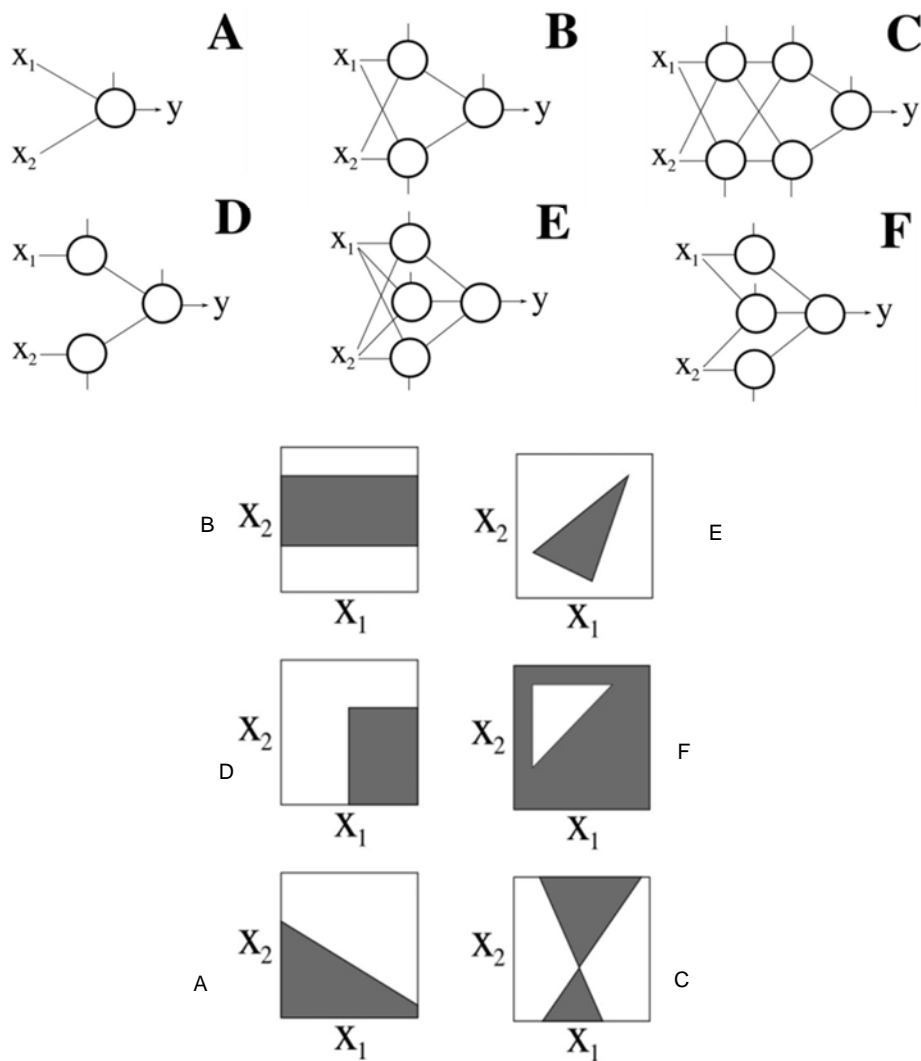


\* ب) آیا می‌توان با استفاده از شبکه طراحی شده در قسمت (الف) و صرفاً با تغییر پارامترهای آن، طبقه‌بندی برای شکل زیر بدست آورد؟ توضیح دهید.

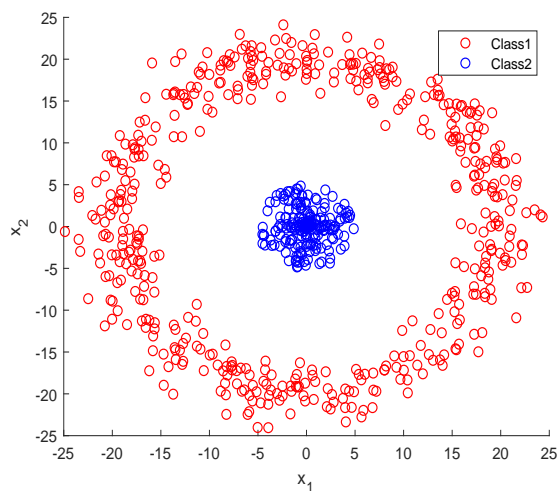


\* ج) به طور کلی، برای حل هر مسئله طبقه‌بندی به حداکثر چند لایه TLU نیاز است؟ توضیح دهید.

۶- شبکه‌های TLU زیر را در نظر بگیرید. ابتدا مشخص کنید هر کدام از پاسخ‌ها توسط کدام شبکه تولید شده است و سپس علت را توضیح دهید. فرض کنید که هر کدام از شبکه‌ها فقط یک پاسخ را ایجاد کرده است.



۷- مسئله طبقه‌بندی دوکلاسه با داده‌های شکل زیر را در نظر بگیرید:



الف) برای حل این مسئله یک شبکه با استفاده از مدل TLU با کمترین تعداد نورون پیشنهاد دهید. ساختار شبکه را رسم کرده و وزن‌ها و آستانه‌ها را مشخص کنید.

ب) اگر به جای TLU بخواهیم با استفاده از مدل عمومی نورون این مسئله را حل کنیم، در کم‌ترین حالت به چند نورون نیاز داریم؟ شبکه جدید را رسم کنید و توابع و پارامترهای مختلف هر نورون عمومی را تعیین کنید.

ج) در حالت کلی آیا می‌توان هر شبکه TLU را با یک نورون عمومی ساخت؟ توضیح دهید.

د) فرض کنید می‌خواهیم با یک پیش‌پردازش (افزایش بُعد) و استفاده از تعداد کمتری TLU همین مسئله را حل کنیم. در این صورت چه پیش‌پردازی باید انجام دهیم و کمترین تعداد TLU مورد نیاز چیست؟

۸- تابع  $y = f(x_1, x_2, x_3)$  به صورت زیر تعریف شده است:

$$y = 6z_1 + 2z_2 + 4$$

$$z_1 = \exp(-(\max\{|x_1 - 3|, |x_2 - 5|, |x_3 + 2|\})^2 / 4)$$

$$z_2 = \begin{cases} 0, & \text{if } \sqrt{(x_1 + 3)^2 + (x_3 - 4)^2} > 4 \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases}$$

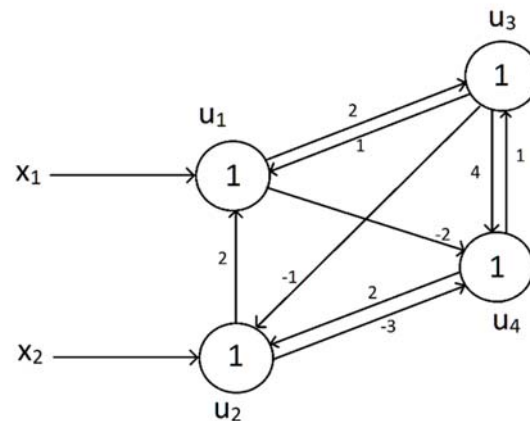
شبکه عصبی تولیدکننده این تابع را با در نظر گرفتن مدل نورون عمومی رسم کنید. برای هر نورون تابع ورودی شبکه، تابع فعال‌سازی و تابع خروجی را بر حسب وزن‌های ورودی و مقادیر آستانه به صورت پارامتری مشخص کنید. وزن‌ها و مقادیر آستانه را تعیین کنید. (نکته: جواب سوال یکتا نیست)

۹- \* با یک شبکه عصبی متشکل از نورون‌های عمومی تابع زیر را بسازید (فرض کنید  $f_{net}$  فقط می‌تواند جمع وزن‌دار

ورودی‌ها باشد و  $f_{out}$  هم فقط می‌تواند تابع همانی باشد).

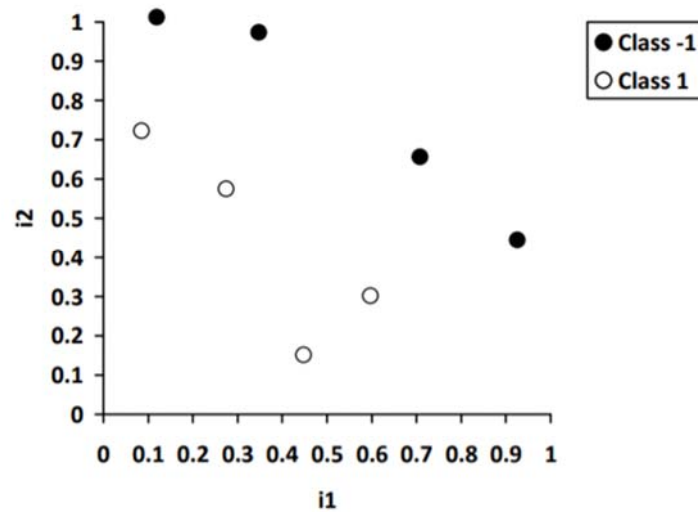
$$f(x_1, x_2, x_3) = \max\{x_3, x_1^{x_2}\}$$

۱۰- الف) برای گراف زیر، ماتریس وزن شبکه و بردار آستانه را مشخص کنید.



ب) به ازای مقدار ورودی خارجی  $x_1 = 1, x_2 = 1$  و ترتیب به‌روزرسانی  $u_3 \rightarrow u_4 \rightarrow u_1 \rightarrow u_2$ ، خروجی نورون‌ها را در فاز ورودی و فاز کاری (۸ گام) در جدول نشان دهید.

۱۱- نمودار زیر، نمودار دوبعدی مربوط به دو کلاس مختلف را نمایش می‌دهد:



با توجه به داده‌ها به نظر می‌رسد با اعمال یک تابع تفکیک پذیر خطی می‌توان کلاس‌ها را تشخیص داد و در نتیجه یک TLU می‌تواند این کلاس‌بندی را به طور کامل انجام دهد. با یک TLU به صورت تصادفی شروع می‌کنیم. وزن‌ها و آستانه زیر را برای شروع در نظر بگیرید:

$$w_1 = 1, \quad w_2 = -1, \quad \theta = -0.2$$

الف) با در نظر گرفتن این TLU، چند داده در کلاس نادرست قرار می‌گیرند؟

ب) یکی از ورودی‌هایی که اشتباه کلاس‌بندی شده است را به دلخواه انتخاب و وزن‌ها را آپدیت کنید (می‌توانید نرخ آموزش را  $\eta = 1$  یا هر مقدار دیگری می‌توانید قرار دهید. اگر علاقه‌مند بودید می‌توانید برای نرخ‌های آموزش مختلف این کار را انجام دهید تا منجر به آموزش بهینه شود). حال با رسم خط جدید مشخص کنید چند داده به اشتباه کلاس‌بندی شده‌اند.

ج) این کار را ۴ بار دیگر انجام دهید (۶ خط و یا کمتر اگر TLU زودتر به کلاس‌بندی کاملاً درست رسید). شما می‌توانید محاسبات را با دست و یا با MATLAB انجام دهید. اگر با MATLAB این کار را انجام می‌دهید، برنامه خود را پیوست کنید و هم‌چنین برنامه را تا رسیدن به تفکیک کامل دو کلاس ادامه دهید. تعداد مراحل آموزش و داده‌های انتخابی هر مرحله را نیز گزارش کنید. خط‌های هر مرحله را نیز رسم نمایید.

د) اگر به کلاس‌بندی کامل نرسیدید، وزن‌هایی که کلاس‌بندی کامل را نتیجه می‌دهند بنویسید و تابع مربوطه را رسم کنید.