

۱- فرض کنید یک شبکه عصبی RBF را با مجموعه‌ای از m داده آموزشی، آموزش داده‌ایم. میانگین خطای MSE (خطای مجموع مربعات) را به صورت جداگانه بر روی داده‌های آموزشی و داده‌های اعتبارسنجی محاسبه کرده‌ایم. اگر تعداد داده‌های آموزشی را به تدریج افزایش دهیم:

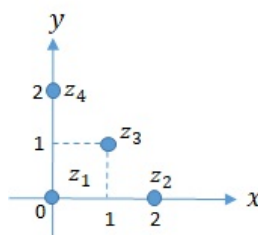
الف) چه تغییری را بر روی میانگین خطای داده‌های آموزشی و میانگین خطای داده‌های اعتبارسنجی پیش‌بینی می‌کنید؟

ب) تفاضل میانگین خطای داده‌های آموزشی و میانگین خطای داده‌های اعتبارسنجی چه تغییری می‌کند؟

ج) اگر بخواهیم مفهومی را به نام "خطای صحیح" (True Error) که مستقل از داده‌های آموزشی و اعتبارسنجی است، تعریف کنیم، چه مقداری را پیشنهاد می‌کنید؟

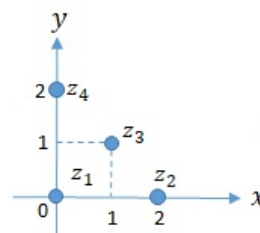
۲- الگوریتم آموزش و به‌روزرسانی متغیرهای شبکه را برای یک شبکه RBF با تابع فاصله درجه ۳ (نرم-۳) و تابع فعال‌سازی مثلثی محاسبه کنید.

۳- در هر یک از دو شکل زیر مقدار z متناظر با چهار داده آموزشی نشان داده شده است. یک شبکه RBF با فقط یک نورون پنهان با تابع فعال‌سازی مثلثی با شعاع مشخص شده (در زیر هر شکل) طراحی کنید که z متناظر با چهار داده ورودی را در خروجی ایجاد کند. نوع تابع ورودی نورون پنهان و مقادیر دقیق وزن‌ها و آستانه‌های نورون پنهان و نورون خروجی را مشخص کنید.



$$\begin{aligned} z_1 &= -0.5 \\ z_2 &= -0.5 \\ z_3 &= 0 \\ z_4 &= 0.5 \end{aligned}$$

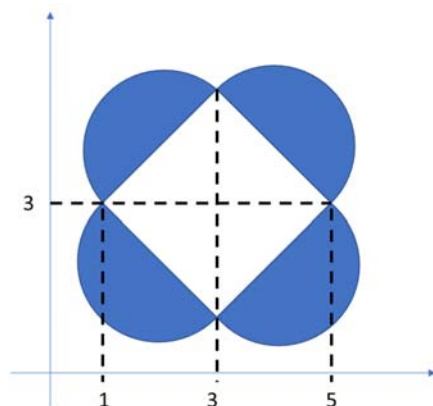
شعاع = ۲



$$\begin{aligned} z_1 &= 0 \\ z_2 &= -0.5 \\ z_3 &= 0 \\ z_4 &= 0.5 \end{aligned}$$

شعاع = ۴

۴- یک شبکه RBF طراحی کنید که در شکل زیر مناطق رنگی را از مناطق سفید جدا کند. شبکه را به طور کامل رسم کرده، نوع توابع ورودی و فعالسازی را مشخص کرده و همه وزن‌ها و شعاع‌ها را مشخص نمایید (شکل را به صورت نیم‌دایره‌هایی بر روی ضلع یک مربع دوران‌یافته در نظر بگیرید).

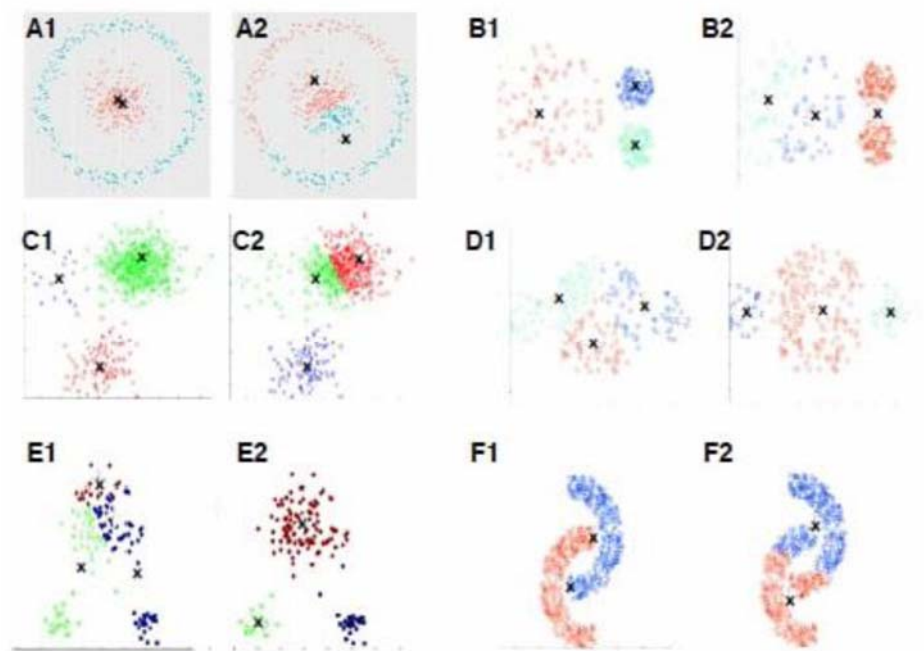


۵- صاحب یک رستوران برای جذب مشتری‌های بیشتر تعدادی ربات نوشیدنی‌بر خریده است که این ربات‌ها وظیفه رساندن نوشیدنی به میزهای مختلف را دارند. جایگاه این ربات‌ها در رستوران مشخص است و در مختصات (4,9) و (10,9) قرار دارند. اما این ربات‌ها محدودیت‌های خاصی در کارکردن دارند که به شرح زیر است:

- هر ربات پس از خارج شدن از جایگاه خود تنها به یک میز می‌تواند نوشیدنی برساند و پس از آن حتما باید به جایگاه مقابل خود بازگردد تا شارژ شود (یعنی اگر ربات از جایگاه ۱ خارج شده باید به جایگاه ۲ بازگردد و بالعکس).
- حداکثر مسافتی که هر ربات پس از هر بار خارج شدن از جایگاه می‌تواند طی کند مقداری ثابت و برابر ۱۰ است.

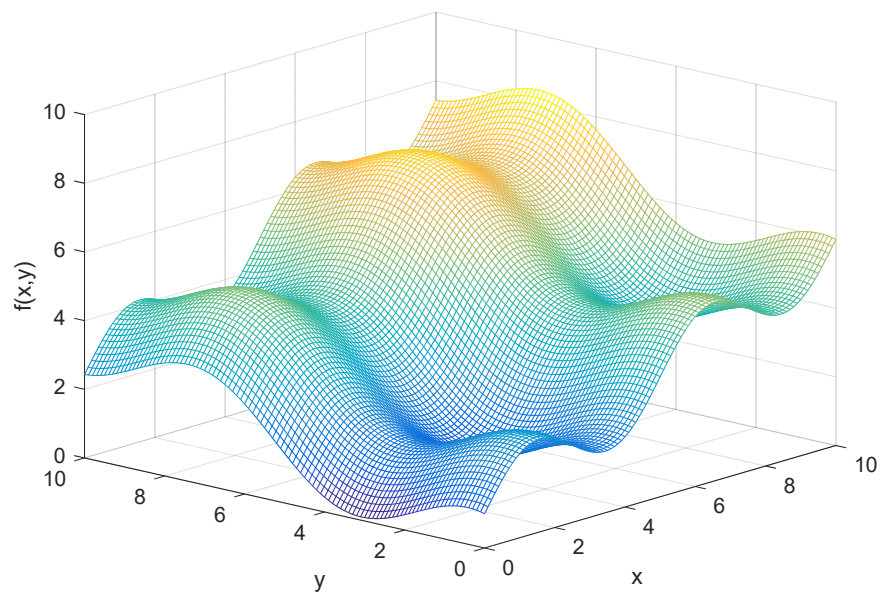
یک شبکه RBF طراحی کنید که مکان میز مشتری را بگیرد و در صورت قرار داشتن میز در محدوده خدمت‌رسانی ربات‌ها یک ربات به آن میز ارسال شود و در غیر این صورت پیام "میز شما در محدوده VIP قرار ندارد!" برای مشتری ارسال گردد. نوع توابع ورودی و فعال‌سازی، وزن‌ها و آستانه‌ها را برای نورون‌های لایه پنهان و خروجی مشخص کنید. (راهنمایی: از توابع فاصله‌ی مرسوم استفاده نکنید)

۶- شش مجموعه داده متفاوت وجود دارد که با نام‌های A, B, C, D, E, و F مشخص شده‌اند. هر مجموعه داده با استفاده از دو روش مختلف خوشه‌بندی شده است که یکی از آنها k-means است. شما باید تعیین کنید که کدام نتیجه با روش k-means تولید می‌شود. نوع اندازه‌گیری فاصله در اینجا فاصله اقلیدسی است و مراکز هر خوشه نیز با "x" مشخص شده است.



۷- یک رویه فرضی $f(x, y)$ مانند شکل زیر را در نظر بگیرید (محدوده x و y بین ۰ تا ۱۰).

فرض کنید ۵۰۰ نمونه از نقاط این رویه به عنوان داده آموزش به ما داده شده است و قرار است یک شبکه عصبی طراحی کنیم که به بهترین نحو این رویه را تولید کند.



الف) اگر بخواهیم یک شبکه RBF نرمال با ۲۰ نورون پنهان با تابع شعاعی گوسی طراحی کنیم و به صورت خودکار وزن‌ها و شعاع‌ها را تعیین کنیم، همه مراحل طراحی و تعیین وزن‌ها و شعاع‌ها را به صورت گام‌های متوالی بنویسید. نیازی به نوشتن فرمول‌ها نیست، فقط توضیح دهید که در هر گام چه کاری انجام می‌شود.

ب) در مراحل توضیح داده شده در بخش (الف)، اگر به جای تابع شعاعی گوسی، بخواهیم از تابع شعاعی مستطیلی استفاده کنیم، چه بخشی از الگوریتم تغییر می‌کند؟

ج) فرض کنید بخواهیم به صورت دستی وزن‌ها و شعاع‌ها را تعیین کنیم. با فرض تابع شعاعی مستطیلی و با در نظر گرفتن چهار نورون پنهان در مختصات $(2.5, 2.5)$ ، $(2.5, 7.5)$ ، $(7.5, 2.5)$ و $(7.5, 7.5)$ شبکه را طراحی کنید. همه وزن‌ها و شعاع‌ها را مشخص نمایید. توجه کنید که ممکن است این چهار نقطه مشخص شده جزو ۵۰۰ نمونه آموزشی داده شده نباشند.

د) فرض کنید می‌خواهیم یک شبکه RBF نرمال با حداقل ۲۰ نورون پنهان با تابع شعاعی مستطیلی طراحی کنیم و به صورت دستی وزن‌ها و شعاع‌ها را تعیین کنیم. از شبکه طراحی شده در بخش (ج) شروع کرده و در یک الگوریتم تکرارشونده، در هر گام یک یا چند نورون به شبکه اضافه می‌کنیم، به گونه‌ای که در هر مرحله خطای داده‌های آموزشی کاهش یابد. الگوریتم پیشنهادی را به صورت یک شبه‌کد بنویسید. توجه کنید شعاع‌ها می‌توانند برای نورون‌های مختلف متفاوت باشند.