مثال: لتكن لدينا معادلة الفروق:

$$y[n] = x[n] + x[n-6]$$

بالانتقال لـ Z نجد

$$y[Z] = X[Z] + X[Z]Z^{-6}$$

بإخراج $X[Z]$ عامل مشترك

$$y[Z] = X[Z][1 + Z^{-6}]$$

$$\frac{Y[Z]}{X[Z]} = 1 + Z^{-6}$$

$$H[Z] = \frac{Y[Z]}{X[Z]}$$

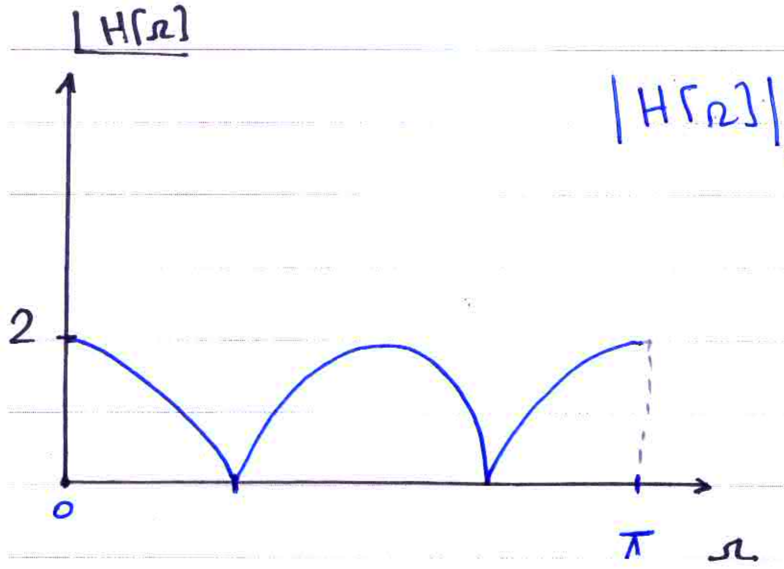
$$H[Z] = 1 + Z^{-6}$$

$$H[\Omega] = 1 + e^{-J6\Omega}$$

نخرج نصف $e^{-J6\Omega}$

$$H[\Omega] = [\underbrace{e^{J3\Omega} + e^{-J3\Omega}}_{2\cos 3\Omega}]\, e^{-J3\Omega}$$

$H[\Omega] = 2\cos 3\Omega \, e^{-j3\Omega}$, $\lfloor H[\Omega] = 2\cos 3\Omega$



$|H[\Omega]|_{0,\pi} = 1$

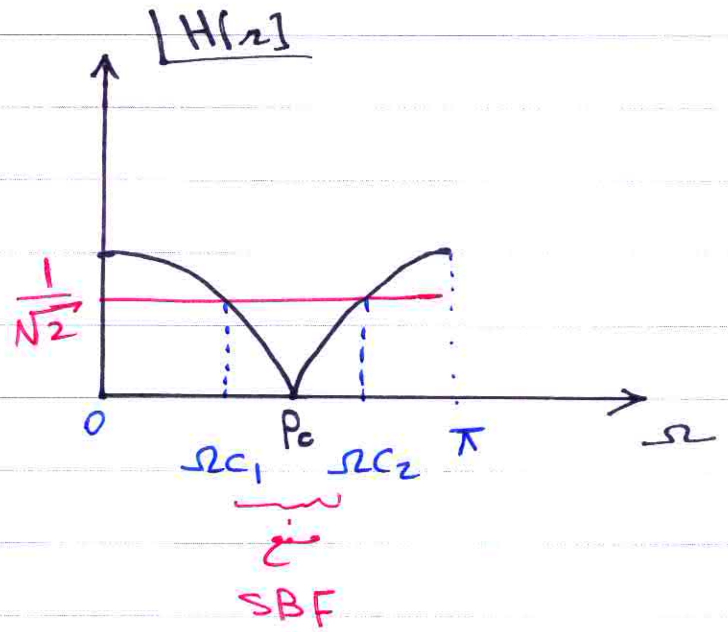
Comb filter

مرشح مشطي.

*ملاحظة:

* لو كانت لدينا معادلة الفروق :

$y[n] = x[n] + x[n-2]$



سينتج لدينا هذا الشكل

وسيكون لدينا ترددين قطع

Ωc_2 و Ωc_1

⇐ يصلح ليصبح SBF

* والمرشح لدينا FIR لأنه غير عودي

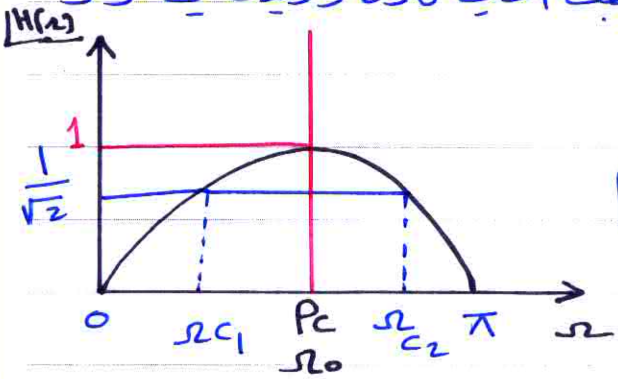
* للتحكم بمجال التمرير في مرشح FIR نلجأ لزيادة درجة المرشح وبالتالي زيادة عناصر

عناصر التأخير وهذا شيء غير مرغوب به لذلك سنلجأ للتحويل من مرشح FIR لمرشح IIR حيث به يكون التحكم بمجال التمرير أسهل عن طريق مطال القطب.

ملاحظات:

1) مرشح تمرير الحزمة BPF له معلومتان $H[0] = H[\pi] = 0$ ⟸ بتابع التحويل فيه صفرين عند (0) وعند (π) وكلاهما طويلتهما "1" يقعان على الدائرة الواحدية.

2) ويمكننا التحكم بمجال التمرير عن طريق القطب الذي تكون زاويته هي مركز الحزمة. (P_c)



BPF

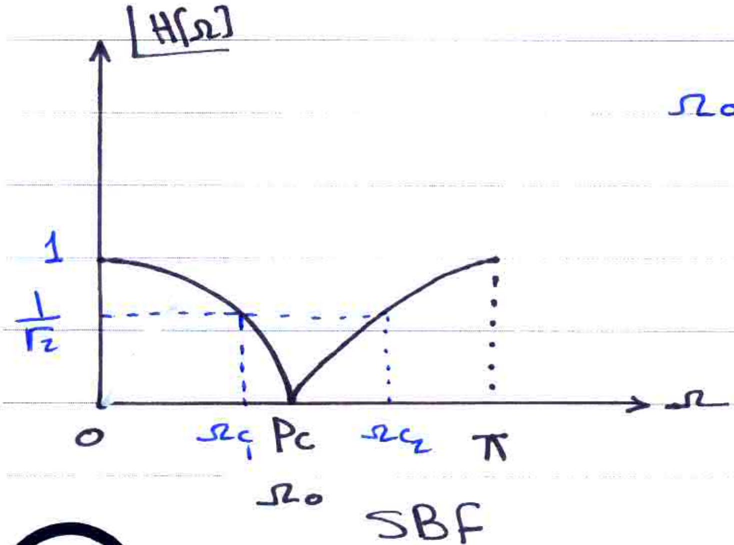
$H[\Omega_0] = 1$

* فيه صفر طويلته 1 وزاويته 0 $[H[0]=0]$
* فيه صفر طويلته 1 وزاويته π $[H[\pi]=0]$
* فيه قطب زاويته هي مركز الحزمة Ω_0
* فيه ترددين قطع Ωc_1 و Ωc_2.
* قيمة الاستجابة الترددية عند مركز الحزمة = 1 ⟸

3) مرشح منع الحزمة SBF له معلومتان $H[0] = H[\pi] = 1$

و طويلة المركز = 0 ⟸ $H[\Omega_0] = 0$ أي قيمة الاستجابة الترددية عند مركز الحزمة تساوي صفر.

* وفيه قطب زاويته هي مركز الحزمة Ω_0



SBF

مثال: صمم مرشح FIR (ما صدت الدرجة) وذلك لمنع التردد $\Omega = \frac{\pi}{2}$

مع العلم $H[\Omega]\Big|_{\Omega=0} = 1$

الحل:

لأن ما صدد الدرجة ما عد فينى بلش $h[n] = \{h[0], \dots\}$
صرت بيلش بالمعادلة

$$H[Z] = G\,\frac{\prod_{k=0}^{M}(1 - Z_k Z^{-1})}{\prod_{k=0}^{N}(1 - P_k Z^{-1})}$$

* ملاحظات للحل:

1) بما أنو FIR ما عند أقطاب

2) وكما قلنا سابقاً الترددات الممنوعة تقابلها أصفار بتابع تحويل Z ← مطلوب منع التردد $\frac{\pi}{2}$ ← يقابله صفر طويلته 1 وزاويته التردد المطلوب منعه $\frac{\pi}{2}$

3) وقلنا أن الأصفار والأقطاب في المرشحات تأتي أزواج ← وبالتالي الصفر هو عبارة عن زوج مترافق عقدياً الصفر الأول P_1 طويلته 1 وزاويته التردد الممنوع $\frac{\pi}{2}$ والصفر الثاني P_2 طويلته 1 وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow H[Z] = G\left(1 - e^{j\frac{\pi}{2}} Z^{-1}\right)\left(1 - e^{-j\frac{\pi}{2}} Z^{-1}\right)$$

$$\Rightarrow H[\Omega] = G\left(1 - \underbrace{e^{j\frac{\pi}{2}}}_{=j} e^{-j\Omega}\right)\left(1 - \underbrace{e^{-j\frac{\pi}{2}}}_{=-j} e^{-j\Omega}\right)$$

$$\Rightarrow H[\Omega] = G(1 - Je^{-J\Omega})(1 + Je^{-J\Omega})$$

$e^{J\frac{\pi}{2}} = J$

$e^{-J\frac{\pi}{2}} = -J$

من الفرض

$H[0] = 1$

$$\Rightarrow G(1 - J\underbrace{\cancel{e^{-J(0)}}}_{=1})(1 + J\underbrace{\cancel{e^{-J(0)}}}_{=1}) = 1$$

$$\Rightarrow G(1 - J)(1 + J) = 1$$

$(1 - J)(1 + J)$

مطابقة شهيرة مربع 1 - مربع 2

$$\Rightarrow G(1 + \cancel{J} - \cancel{J} - \underbrace{J^2}_{=-1}) = 1$$

أو نضربهم عادي

$$G(1 - (-1)) = 1 \rightarrow 2G = 1 \Rightarrow G = \frac{1}{2}$$

نعوض ب $H[z]$

$$H[Z] = \frac{1}{2}(1 - JZ^{-1})(1 + JZ^{-1})$$

$(1 - JZ^{-1})(1 + JZ^{-1})$

لمطابقة الشهيرة مرة أخرى

تربيع الأول - مربع الثاني

$$H[Z] = \frac{1}{2}[1 - \underbrace{J^2}_{=-1} Z^{-2}]$$

$$H[Z] = \frac{1}{2}[1 + Z^{-2}]$$

$$H[Z] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}Z^{-2} \Rightarrow$$

درجة المرشح من الدرجة الثانية و بالتالي ستكون

$$h[n] = \{h[0], h[1], h[2]\} \Rightarrow H[Z] = h[0] + h[1]Z^{-1} + h[2]Z^{-2}$$

or

$$= \alpha + BZ^{-1} + \alpha Z^{-2}$$

بالمطابقة نجد $\Leftarrow$

$$h[0] = \frac{1}{2} \quad , \quad h[1] = 0 \quad , \quad h[2] = \frac{1}{2}$$

★ **مثال:** صمم مرشح FIR من الدرجة الثانية لمنع المركبة الترددية $\Omega = \frac{\pi}{2}$

مع العلم أن $H[\Omega]\Big|_{\Omega=0} = 1$

الحل:

بما أنه صدلي الدرجة ماعدين داعي انطلق من العلاقة صارفيني دغري اكتب ⇐

المرشح من الدرجة الثانية ⇐ $h[n] = \{h[0], h[1], h[2]\}$

$$h[n] = \{\alpha, B, \alpha\}$$

$$H[Z] = \alpha + BZ^{-1} + \alpha Z^{-2}$$

$$H[\Omega] = \alpha + Be^{-j\Omega} + \alpha e^{-j2\Omega}$$

$e^{-j\Omega}$ نخرج

$$H[\Omega] = [B + \underbrace{\alpha e^{j\Omega} + \alpha e^{-j\Omega}}_{2\alpha\cos\Omega}]\, e^{-j\Omega}$$

$$H[\Omega] = (B + 2\alpha\cos\Omega)\, e^{-j\Omega}$$

الطويلة $|H[\Omega]| = B + 2\alpha\cos\Omega$

$\angle H[\Omega] = -\Omega + \begin{cases} 0 & \text{(إذا كانت الطويلة موجبة)} \\ \pi & \text{(إذا كانت الطويلة سالبة)} \end{cases}$

من الغرض

$H[0]=1 \Rightarrow B+2\alpha \underbrace{\cos(0)}_{=1}=1$

من الغرض

$\Rightarrow B+2\alpha=1 \quad (1)$

$H[\frac{\pi}{2}]=0 \Rightarrow B+2\alpha \underbrace{\cos(\frac{\pi}{2})}_{=0}=0$

$\boxed{B=0}$

$2\alpha=1 \Leftarrow (1)$ نعوض بـ

$\alpha=\frac{1}{2}$

$h[n]=\{\underbrace{\frac{1}{2}}_{\alpha}, \underbrace{0}_{\beta}, \underbrace{\frac{1}{2}}_{\alpha}\}$ $\quad h[0]=h[2]$

$\Leftarrow H[\Omega]$ نعوض بـ

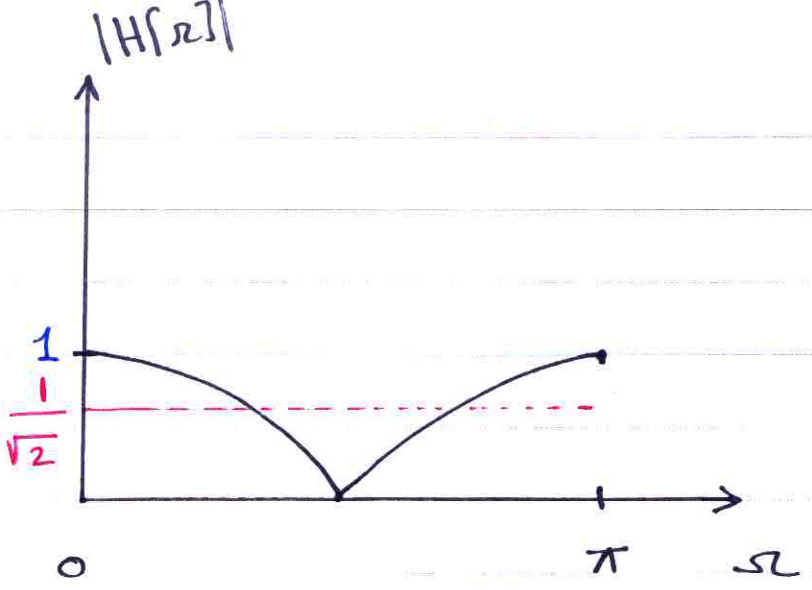
$H[\Omega]=(B+2\alpha\cos\Omega)e^{-j\Omega}$

$\Rightarrow H[\Omega]=2\alpha\cos\Omega\, e^{-j\Omega}$

$\Rightarrow H[\Omega]=\cos\Omega\, e^{-j\Omega}$

لنأخذ $\Leftarrow H[\pi]$

$H[\pi]=\underbrace{\cos(\pi)}_{=-1}\underbrace{e^{-j(\pi)}}_{=-1} \Rightarrow H[\pi]=1$



SBF

بما أن
$H[0] = H[\pi] = 1$
⇐ المرشح SBF

★ملاحظات:

1) بتصميم مرشحات FIR إذا عطاني درجة المرشح مافي مشكلة بكتب
$h[n] = \{ h[0], h[1], ... \}$

2) أما إذا ما عطاني درجة المرشح بيلش بالعلاقة
$$H[Z] = G \frac{\prod_{k=0}^{M}(1 - Z_k Z^{-1})}{\prod_{k=0}^{N}(1 - P_k Z^{-1})}$$

و إذا كان FIR مافي أقطاب والأصفار هنن الترددات المطلوب منعها
ولا تنسى تاخد مرافقة الصفر.

3) إذا كان التردد الممنوع π فمرافقه هو نفسه.

Yara razzouk & Bassam alratta

i don't know the key to success, but the key to failure is trying to please everybody

Optimism