*تحدثنا في المحاضرة السابقة عن أنه ليحقق النظام FIR خطية الطور فيجب أن يحقق أحد الشرطين:

$h[n] = h[N-n]$ Symmetric إما

$h[n] = -h[N-n]$ Non_Symmetric أو

وتحدثنا عن الشرط الأول:

$h[n] = h[N-n]$

تكلمنا بالحالتين:

- عندما N زوجي وندعوه type1
- عندما N فردي وندعوه type2

وقلنا أنه في الحالتين type1 و type2 يكون متناظر بالنسبة لنصف N

* أما الآن سنتحدث عن الشرط الثاني:

$h[n] = -h[N-n]$ Non_Symmetric

type 3 — غير متناظر زوجي

Non-Symmetric , N even

For example : $N = 8$

$\text{length} = N + 1 = 9$

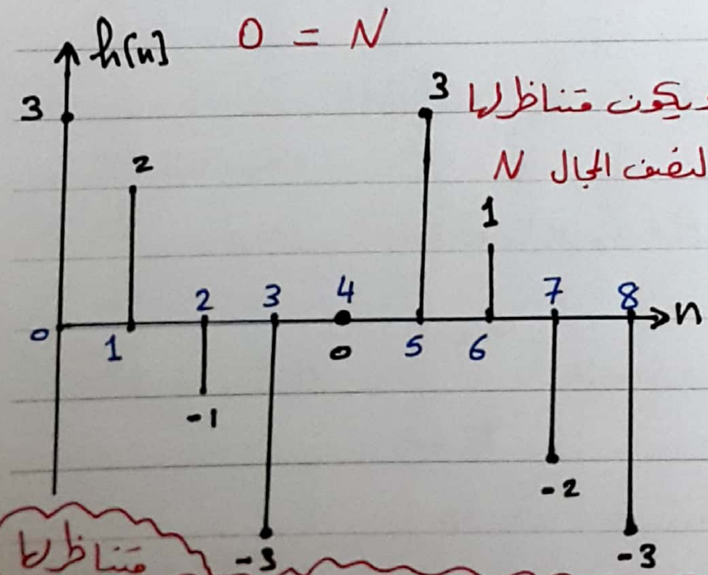
نعوض بالعلاقة غير المتناظرة :

$$h[n] = -h[N-n]$$

$$\Rightarrow h[0] = -h[8]$$
$$h[1] = -h[7]$$
$$h[2] = -h[6]$$
$$h[3] = -h[5]$$
$$h[4] = -h[4]$$
$$\Rightarrow \boxed{h[4] = 0}$$

★ في type3 يكون قيمة نصف $0 = N$

ويكون متناظرا لنصف المجال N



متناظرا الاستجابة في نصف المجال $N = 0$ ويكون

type 4 — غير متناظر وفردي

Nonsymmetric , N odd

For example : $N = 7$

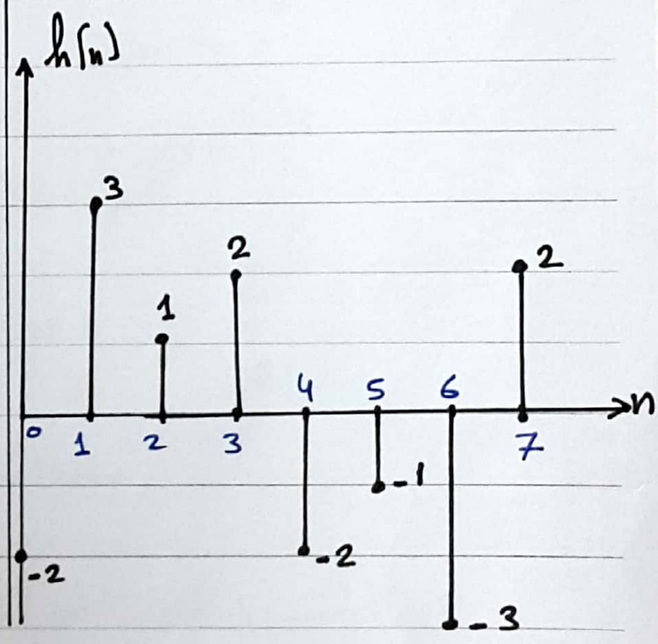
$\text{length} = N + 1 = 8$

نعوض بالعلاقة غير المتناظرة :

$$h[n] = -h[N-n]$$

$$\Rightarrow h[0] = -h[7]$$
$$h[1] = -h[6]$$
$$h[2] = -h[5]$$
$$h[3] = -h[4]$$

★ في type4 يكون متناظر بالنسبة لنصف N



type1 Symmetric, N even

مثال: For example $N=4$

$$H[Z] = \sum_{n=0}^{4} h[n]\, Z^{-1}$$

$$h[n] = \{h[0], h[1], h[2], h[3], h[4]\}$$

$$H[Z] = h[0] + h[1]Z^{-1} + h[2]Z^{-2} + h[3]Z^{-3} + h[4]Z^{-4}$$

ومنعرف أنو ب type1 : $h[0] = h[4]$, $h[1] = h[3]$.

$$H[Z] = h[0][1 + Z^{-4}] + h_1[Z^{-1} + Z^{-3}] + h_2 Z^{-2}$$

لنخرج Z^{-2} عامل مشترك (أي نخرج $Z^{-\frac{N}{2}}$)

$$H[Z] = \{h[2] + h[0]\{Z^{2} + Z^{-2}\} + h[1]\{Z^{1} + Z^{-1}\}\} Z^{-2}$$

$$H[\Omega] = \{h[2] + h[0][\underbrace{e^{j2\Omega} + e^{-j2\Omega}}_{2\cos 2\Omega}] + h[1][\underbrace{e^{j\Omega} + e^{-j\Omega}}_{2\cos\Omega}]\} e^{-j2\Omega}$$

$$H[\Omega] = \{h[2] + 2h[0]\cos 2\Omega + 2h[1]\cos\Omega\} e^{-j2\Omega}$$

القيمة الحقيقية

$$\tilde{H}[\Omega] = h[2] + 2h[0]\cos 2\Omega + 2h[1]\cos\Omega$$

$$\angle H[\Omega] = -2\Omega + \begin{cases} 0 \\ \pi \end{cases}$$ حسب إشارة الطويلة

إذا اشتقينا الزاوية (الطور) بالنسبة لـ Ω $\Leftarrow$ $= -2$

الطور خطي

Optimism

وبالتالي حققنا خطية الطور .

في مثالنا درسنا $N=4$ الآن سنأخذ بشكل عام :

الشكل العام للاستجابة الترددية للنوع الأول type1

القيمة الحقيقية

$$\tilde{H}[\Omega] = h\left[\frac{N}{2}\right] + 2\sum_{n=1}^{N/2} h\left[\frac{N}{2} - n\right] \cos n\Omega$$

نبدأ ال Σ من 1 لنصف المجال $\frac{N}{2}$

$$\angle H[\Omega] = -\frac{N}{2}\Omega + \begin{cases} 0 \\ \pi \end{cases}$$

مثال : For example $N=3$ Symmetric , N odd   type2

$$h[n] = \{h[0], h[1], h[2], h[3]\}$$

$$H[z] = \sum_{n=0}^{3} h[n]\, z^{-1}$$

$$H[z] = \underline{h[0]} + \underline{\underline{h[1]\, z^{-1}}} + \underline{\underline{h[2]\, z^{-2}}} + \underline{h[3]\, z^{-3}}$$

ومعروف أنو ب type2 : $h[0] = h[3]$, $h[1] = h[2]$

$$H[z] = h[0][1 + z^{-3}] + h[1][z^{-1} + z^{-2}]$$

نخرج $z^{-\frac{3}{2}}$ عامل مشترك أي نخرج $z^{-\frac{N}{2}}$

$$H[z] = \{h[0][z^{\frac{3}{2}} + z^{-\frac{3}{2}}] + h[1][z^{+\frac{1}{2}} + z^{-\frac{1}{2}}]\} z^{-\frac{3}{2}}$$

$$H[\Omega] = \{h[0][\underbrace{e^{j\frac{3}{2}\Omega} + e^{-j\frac{3}{2}\Omega}}_{2\cos\frac{3}{2}\Omega}] + h[1][\underbrace{e^{j\frac{\Omega}{2}} + e^{-j\frac{\Omega}{2}}}_{2\cos\frac{\Omega}{2}}]\} e^{-j\frac{3}{2}\Omega}$$

$$H[\Omega] = \{2h[0]\cos\frac{3}{2}\Omega + 2h[1]\cos\frac{\Omega}{2}\} e^{-j\frac{3}{2}\Omega}$$

$$\widetilde{H[\Omega]} = 2h[0]\cos\frac{3}{2}\Omega + 2h[1]\cos\frac{\Omega}{2}.$$

$$\underline{|H[\Omega]} = -\frac{3}{2}\Omega + \begin{cases} 0 \\ \pi \end{cases}$$ حسب إشارة الطويلة

لنشتق الطور بالنسبة لـ Ω = $-\frac{3}{2}$ ⟸ الطور خطي .

⟸ وبالتالي حققنا خطية الطور .

في مثالنا درسنا $N=3$ ، الآن سنأخذ بشكل عام :

الشكل العام للاستجابة الترددية للنوع الثاني $type_2$:

$$\tilde{H}(\Omega) = 2\sum_{n=1}^{\frac{N+1}{2}} h\left[\frac{N+1}{2} - n\right]\cos\left[n - \frac{1}{2}\right]\Omega$$

$$\underline{|H(\Omega)} = -\frac{N}{2}\Omega + \begin{cases} 0 \\ \pi \end{cases}$$

$type_3$ — Non - symmetric , N even

مثال : For example : $N = 4$

$$h[n] = \{h[0], h[1], h[2], h[3], h[4]\}$$

$$H[z] = \sum_{n=0}^{4} h[n] z^{-n}$$

$$H[z] = h[0] + h[1]z^{-1} + \underbrace{h[2]}_{=0} z^{-2} + h[3]z^{-3} + h[4]z^{-4}$$

ونعرف أنو بـ $type_3$ ، $h[\frac{N}{2}] = 0$ ، $h[0] = -h[4]$ ، $h[1] = -h[3]$

$$H[z] = h[0]\{1 - z^{-4}\} + h[1]\{z^{-1} - z^{-3}\}$$

نخرج z^{-2} أي نخرج $z^{-\frac{N}{2}}$

$$H[z] = [h[0]\{z^{2} - z^{-2}\} + h[1]\{z^{1} - z^{-1}\}]z^{-2}$$

$$H[\Omega]=\{h[0]\{\underbrace{e^{j2\Omega}-e^{-j2\Omega}}_{2j\sin 2\Omega}\}+h[1]\{\underbrace{e^{j\Omega}-e^{-j\Omega}}_{2j\sin\Omega}\}\}e^{-j2\Omega}$$

$$H[\Omega]=[2\overset{=e^{\frac{\pi}{2}}}{j}h[0]\sin 2\Omega+2\overset{=e^{\frac{\pi}{2}}}{j}h[1]\sin\Omega]\,e^{-j2\Omega}$$

تجرج $e^{\frac{\pi}{2}}$ = ل عامل مشترك

$$H[\Omega]=[2h[0]\sin 2\Omega+2h[1]\sin\Omega]\,e^{j(\frac{\pi}{2}-2\Omega)}$$

type3 الشكل العام للاستجابة الترددية للنوع الثالث

$$\tilde{H}[\Omega]=2\sum_{n=1}^{\frac{N}{2}}h[\tfrac{N}{2}-n]\sin n\Omega$$

$$\underline{\angle H[\Omega]}=(\tfrac{\pi}{2}-\tfrac{N}{2}\Omega)+\begin{cases}\to 0\\ \to\pi\end{cases}$$

النوع الرابع : اجتهاد شخصي ^.^

مثال : For example $N=3$ Non-Symmetric, N odd type4

$$h[n]=\{h[0],h[1],h[2],h[3]\}$$

$$H[z]=\sum_{n=0}^{3}h[n]\,z^{-n}$$

$$H[z] = h[0] + h[1]z^{-1} + h[2]z^{-2} + h[3]z^{-3}$$

ومنعرف أنو ج type4 $\quad h[0] = -h[3] \;,\; h[1] = -h[2]$

$$H[z] = h[0]\{1 - z^{-3}\} + h[1]\{z^{-1} - z^{-2}\}$$

نخرج $Z^{-\frac{3}{2}}$ أي نخرج $Z^{-\frac{N}{2}}$

$$H[z] = \left[h[0]\{z^{\frac{3}{2}} - z^{-\frac{3}{2}}\} + h[1]\{z^{\frac{1}{2}} - z^{-\frac{1}{2}}\}\right] z^{-\frac{3}{2}}$$

$$H[\Omega] = \left[h[0]\{\underbrace{e^{j\frac{3}{2}\Omega} - e^{-j\frac{3}{2}\Omega}}_{2j\sin\frac{3}{2}\Omega}\} + h[1]\{\underbrace{e^{j\frac{\Omega}{2}} - e^{-j\frac{\Omega}{2}}}_{2j\sin\frac{\Omega}{2}}\}\right] e^{-j\frac{3}{2}\Omega}$$

$$H[\Omega] = \{\overset{=e^{\frac{\pi}{2}}}{2j}\, h[0]\sin\tfrac{3}{2}\Omega + 2\overset{=e^{\frac{\pi}{2}}}{j}\, h[1]\sin\tfrac{\Omega}{2}\}\, e^{-j\frac{3}{2}\Omega}$$

نخرج $J = e^{\frac{\pi}{2}}$ عامل مشترك

$$H[\Omega] = \left[2h[0]\sin\tfrac{3}{2}\Omega + 2h[1]\sin\tfrac{\Omega}{2}\right] e^{j(\frac{\pi}{2} - \frac{3}{2}\Omega)}$$

الشكل العام للاستجابة الترددية النوع الرابع type 4

$$\tilde{H}[\Omega] = 2\sum_{n=1}^{\frac{N+1}{2}} h\left[\frac{N+1}{2} - n\right]\sin\left[n - \frac{1}{2}\right]\Omega$$

$$\angle H[\Omega] = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{N\Omega}{2}\right) + \begin{cases} 0 \\ \pi \end{cases}$$

Optimism

زبدة المحاضرة ^^

type 1 & type 2

Symmetric

$$h[n] = h[N-n]$$

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N} h[n] z^{-n} \Rightarrow H(z) = \sum_{n=0}^{N} h[N-n] z^{-n}$$

لنعتبر $m = N - n$ ⟵ $-n = m - N$

ب $\sum$
لما $(n=0)$ ⟵ $(m=N)$ ،
لما $(n=N)$ ⟵ $(m=0)$ ،
ضل مجال $\sum_{m=0}^{N}$

$$H(z) = \sum_{m=0}^{N} h[m] Z^{m-N}$$

$$H(z) = \sum_{m=0}^{N} h[m] . Z^{m} . Z^{-N}$$

$Z^{m-N} = Z^{m} . Z^{-N}$

بطلع Z^{-N} برا $\sum$ مالها علاقة ب m

$$H(z) = Z^{-N} \sum_{m=0}^{N} h[m] Z^{m}$$

نكتب $(Z^{-1})^{-m} = Z^{m}$

$$H(z) = Z^{-N} \sum_{m=0}^{N} h[m] (Z^{-1})^{-m}$$

نلاحظ أن $H(z^{-1}) = \sum_{m=0}^{N} h[m](z^{-1})^{-m}$

$H[z] = z^{-N} H[z^{-1}]$. هام type1 & type2 Symmetric

type3 & type4

Non_Symmetric

$h[n] = -h[N-n]$

بالحل وبنفس الطريقة نجد

$H[z] = - z^{-N} H[z^{-1}]$ هام type3 & type4 Non_Symmetric

مثال: بفرض أخذنا type3 .

* مراجعة مع المثال:

* ونعلم أنه لدينا 4 أنواع من المرشحات:

LPF: لدينا صفر عند ال π ← $H[\pi]=0$

HPF: لدينا صفر عند ال 0 ← $H[0]=0$

BPF عندي صفر عند 0 وعند π ← $H[0]=0 \,,\, H[\pi]=0$

BSF عندي صفر عند مركز الحزمة ← $H[\Omega_c]=0$

★ تكملة المثال : لنأخذ type3 من أجل $Z=1$ (طويلة 1 زاوية 0).
ومن أجل $Z=-1$ (طويلة 1 زاوية π)

الحل:

type3

N even , Non_Symmetric

نعوض بعلاقة type3 :

$$H[Z] = -Z^{-N} H[Z^{-1}]$$

$Z=1$

نعوض $Z=1$ من الفرض

$$H[1] = -\underbrace{(1)^{-N}}_{1} \underbrace{H[1^{-1}]}_{1}$$

بما أنو ← type3 ← N even ← $1=(1)^{-N}$ و $1=1^{-1}$

$$H[1] = -H[1]$$

← عندي صفر طويلة 1 زاوية 0.

$Z=-1$

نعوض $Z=-1$ من الفرض بعلاقة type3

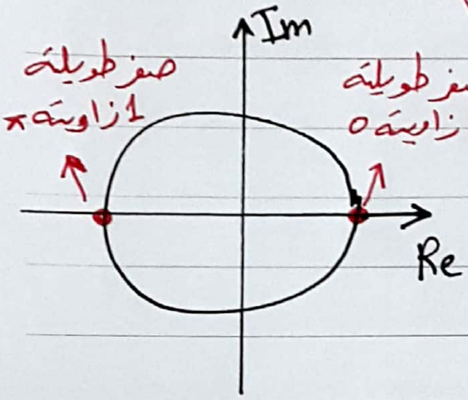
$$H[-1] = -(-1)^{-N} H[(-1)^{-1}]$$

$$H[-1] = -\frac{1}{(-1)^N} H\left(\frac{1}{-1}\right)$$

بما أنو type3 ← N even ← $1 = \frac{1}{(-1)^N}$ و $H(-1) = H\left(\frac{1}{-1}\right)$

$$H[-1] = -H[-1].$$

← عندي صفر طويلة 1 زاوية π



صار عندي صفرين :

عندما $Z = 1$ ← صفر عندي طويلة 1 زاويته 0

عندما $Z = -1$ ← صفر طويلة 1 زاوية π

وهو يحقق مرشح BPF

★ ملاحظات هامة

1) عندما يطلب منك تصميم مرشح BPF لتمرير حزمة ذو طور خطي من الدرجة الثانية.

← من الدرجة الثانية ← (N even) معناها صرت عم فكر يا ب type1 أو ب type3.

← وبما أنو نوع المرشح المطلوب تصميمه BPF ← فوراً بروح على type3 وبكتب معادلته.

2) إذا طلب منك تصميم مرشح LPF تمرير منخفض من المرتبة الثانية ذو طور خطي .

← من الدرجة الثانية ← Neven ← معناها صرت عم فكر يا ب $type_1$ أو $type_3$.

← و بما أنو $type_3$ طلع يحقق مرشح BPF ⇐ فوراً بروح للنوع الأول $type_1$ ونكتب معادلته .

3) ركزوا على هالمحاضرة ^^

* أسئلة هامة :

1) صمم مثلاً مرشح BSF باستخدم مرشح غير عودي بحيث يمنع التردد $\frac{\pi}{2}$ (بلا مايحددلي الدرجة)؟ ثم كيف نحقق هذا المرشح باستخدام مرشح عودي؟

2) ارسم تموضع الأقطاب والأصفار للمرشح .

* مع ملاحظة : الأصفار دائماً على الدائرة الواحدية (طويلتها 1) .
الأقطاب دائماً داخل الدائرة الواحدية (طويلتها a<1) .

2) إذا كنت عم احسب a (مطال القطب) وطلع عندي قيم أكبر من 1 برفضها .

Standing alone is better
than Standing with
people who
hurt you ^^

Yara Razzouk & Bassam alratta

Optimism