BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2022

MATHÉMATIQUES

Série S

Épreuve de second tour

Durée: 2 heures **Coefficient : 9**

Ce sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3.

L'utilisation de la calculatrice est interdite

Le candidat doit traiter tous les items et l'exercice.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Item 1 et 2 : (2 points)

L'espace étant muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O};\,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les droites (d_1) et (d_2) de représentations paramétriques respectives :

$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2t \\ z = 5+3t \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbf{R} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x = k \\ y = 8 \\ z = -4+k \end{cases} \text{ avec } k \in \mathbf{R}\ .$$

1. Donner un vecteur directeur $\vec{u}$ de la droite (d_1).

2. Montrer que les droites (d_1) et (d_2) sont sécantes au point A de coordonnées $(-3\,;8\ ;-7)$.

Item 3 et 4 : (2 points)

On considère la fonction *f* définie sur l'intervalle $\mathrm{I} = \left]2\,;+\infty\right[$ par $f(x) = x - \ln(x-2)$.

1. Déterminer la limite de la fonction *f* en 2.

2. Résoudre l'équation $f(x) = x$ dans l'intervalle $\mathrm{I} = \left]2\,;+\infty\right[$

Items 5 : (1 point)

On considère une variable aléatoire X qui suit la loi normale $\mathrm{N}\left(\mu\,;\sigma^2\right)$ où $\mu = 9$ et $\sigma = 2$.

Sachant que $p\,(\mu - \sigma \le \mathrm{X} \le \mu + \sigma) \approx 0{,}683$ (à 10^{-3} près), déterminer $p(\mathrm{X} \le 7) + p(\mathrm{X} \ge 11)$.

Item 6 et 7 : (2 points)

Soient *g* et *G* les fonctions définies et dérivables sur **R** par :

$g(x) = (-x+2)\mathrm{e}^x$ et $G(x) = (-x+3)\mathrm{e}^x$.

1. Montrer que la fonction *G* est une primitive sur **R** de la fonction *g*.

2. Calculer la valeur exacte de l'intégrale $\int_0^2 g(x)\,dx$.

Item 8, 9 et 10 : (3 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(\mathrm{O};\,\vec{u},\vec{v}\right)$

On considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_\mathrm{A} = 1 - \mathrm{i}$, $z_\mathrm{B} = 4\mathrm{i}$ et $z_\mathrm{C} = -2 + \mathrm{i}$.

1. Placer les points A, B et C dans le repère $\left(\mathrm{O};\,\vec{u},\vec{v}\right)$.

2. Montrer que $\dfrac{z_\mathrm{B} - z_\mathrm{C}}{z_\mathrm{A} - z_\mathrm{C}} = \mathrm{i}$.

3. En déduire la nature du triangle ABC.

Items 11 et 12 : (2 points)

1. Ecrire le nombre $A = \overline{374}^{2}$ en base 10.

2. On donne la proposition suivante : $1443 \equiv 2022\ [\,3\,]$.

Est-elle vraie ? Justifier la réponse.

Items 13 et 14: (2 points)

On considère l'algorithme ci-contre programmé sur python :

1. Donner l'expression de la fonction f définie dans l'algorithme.

2. Que fait cet algorithme ?

```
from math import exp
def f(x):
    return x*exp(-x)+3*x+1
x = 0
while f(x) >= 0:
    x = x - 0.001
print(x)
```

Items 15 et 16: (2 points)

On considère la suite (u_n) à termes positifs définie sur **N** par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{7u_n - 4}{u_n + 3} \end{cases}$

1. Montrer que pour tout entier naturel n : $u_{n+1} - u_n = \dfrac{-(u_n - 2)^2}{u_n + 3}$.

2. En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

Exercice : (4 points)

Une urne contient des boules indiscernables au toucher : 20 boules rouges et 30 boules blanches.

Une expérience consiste à tirer successivement et avec remise deux boules de l'urne.

On note les événements suivants :

R_1 : « Tirer une boule rouge au premier tirage ».

R_2 : « Tirer une boule rouge au second tirage ».

1. Traduire la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

2. Monter que $p(R_1 \cap R_2) = 0{,}16$.

3. Déterminer la probabilité que la deuxième boule tirée soit blanche.

4. Déterminer la probabilité que les deux boules tirées soient de la même couleur.