

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2023

MATHÉMATIQUES

Série SG

Durée: 3 heures Coefficient : 3

Ce sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le candidat doit traiter les quatre exercices.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 : (5 points)

Pour chaque question, une seule des réponses proposées est correcte. Indiquer sur la copie la lettre correspondant à la question et recopier la réponse choisie. Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction h définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $h(x) = -2 + \frac{1}{x^3}$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ est égale à :

a) -1

b) 0

c) -2

2. La fonction dérivée de la fonction g définie sur $\mathbf{R} - \{-1\}$ par $g(x) = \frac{2x+5}{x+1}$ est égale à :

a) $g'(x) = \frac{-3}{(x+1)^2}$

b) $g'(x) = 2$

c) $g'(x) = \frac{-3}{x+1}$

3. Le prix d'un article diminue successivement de 15% et de 23% puis augmente de 30 %.

Le prix a donc évolué globalement d'environ :

a) - 15%

b) 85%

c) - 45%

4. On considère la variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 0$ et d'écart type $\sigma = 1$. La probabilité $P(X < 0,8)$ est égale à environ :

a) 0,21

b) 0,45

c) 0,79

5. On considère le programme ci-contre :

Quelle est la valeur affichée pour $n = 4$?

```
def suite(n):  
    u=1  
    for i in range (n) :  
        u=u+2*i+5  
    return u  
.
```

a) 9

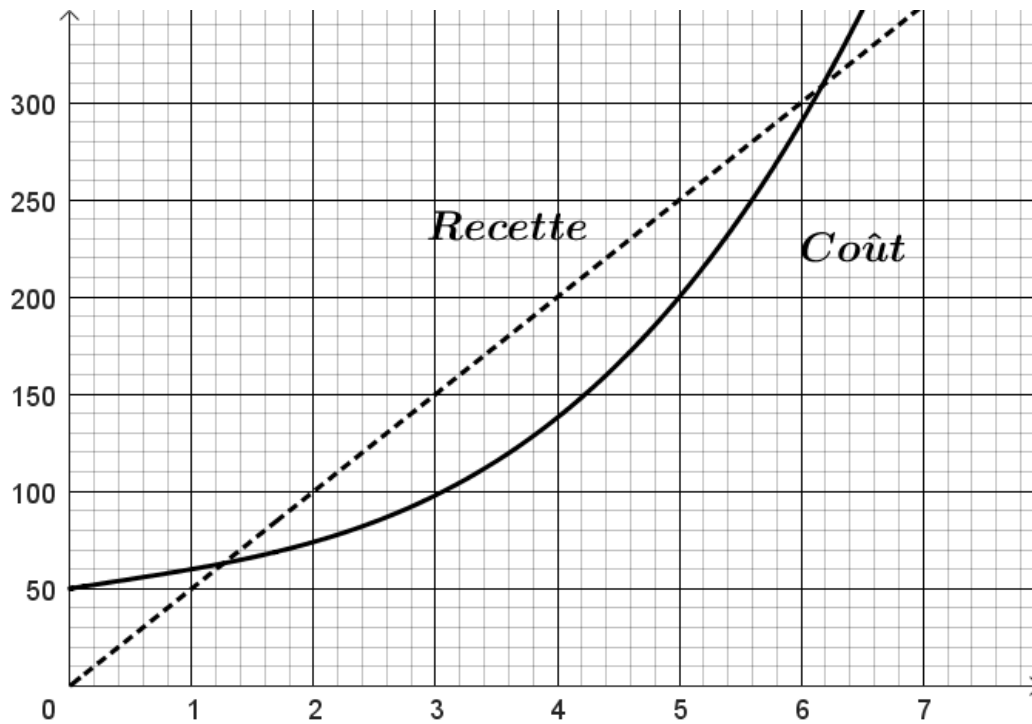
b) 33

c) 11

Exercice 2 : (6 points)

Une société spécialisée dans la fabrication de rideaux s'intéresse à sa production hebdomadaire. Dans le graphique ci-dessous, sont tracées les courbes représentant les recettes et les coûts, en fonction du nombre de rideaux fabriqués exprimé en dizaine.

On admet que la fabrication hebdomadaire est comprise entre 0 et 70 rideaux. Les recettes et les coûts sont exprimés en milliers de francs Djibouti.

**PARTIE A : Lecture graphique**

Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par le graphique.

1. Combien faut-il fabriquer de rideaux pour avoir une recette égale à 150 000 DJF ?
2. Quel est le coût de fabrication de 50 rideaux ?
3. Combien de rideaux doit-on fabriquer pour obtenir un bénéfice positif ou nul ?

PARTIE B : Étude du bénéfice

On modélise les recettes par la fonction r définie sur l'intervalle $[0 ; 7]$ par $r(x) = 50x$ et les coûts par la fonction c définie sur l'intervalle $[0 ; 7]$ par $c(x) = x^3 - x^2 + 10x + 50$.

1. Calculer la recette et le coût pour 30 rideaux fabriqués. En déduire le bénéfice correspondant.
2. On note b la fonction bénéfice.

Montrer que la fonction b est définie sur l'intervalle $[0 ; 7]$ par $b(x) = -x^3 + x^2 + 40x - 50$.

3. Étudier le tableau de variations de la fonction b sur l'intervalle $[0 ; 7]$.
4. En déduire la valeur du bénéfice maximal ainsi que le nombre de rideaux à fabriquer pour l'obtenir.

Exercice 3 : (4 points)

Le patron d'une entreprise ouvre une enquête pour savoir le nombre d'années d'anciennetés de ses employés et leurs salaires, en vue d'une augmentation des salaires.

Le tableau ci-dessous donne les nombres d'années d'ancienneté et le salaire (en millier DJF) correspondant.

Nombre d'années d'anciennetés (x_i)	1	2	3	4	5	6
Salaires en milliers DJF (y_i)	60	64	69	73,5	90,5	100

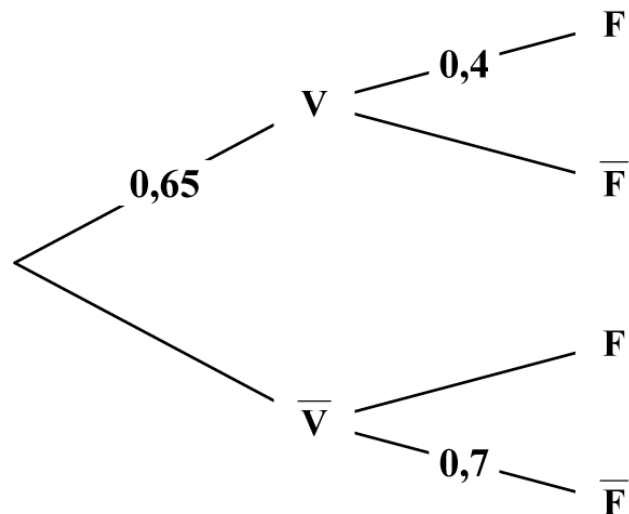
1. Un ajustement affine de ce nuage de points est-il envisageable ? Justifier.
2. Déterminer une équation de la droite de régression (d) de y en fonction de x par la méthode des moindres carrés. Arrondir les coefficients à 10^{-1} près.
3. On suppose que cette tendance reste valable pour des anciennetés allant jusqu'à 12 ans. En déduire le salaire d'un employé qui a 10 ans d'ancienneté.

Exercice 4 : (5 points)

Un professeur questionne ses élèves sur leurs voyages durant les vacances. L'enquête révèle que 65 % des élèves ont voyagé et parmi eux, 40 % sont des filles. Parmi ceux qui n'ont pas voyagé, 70 % sont les garçons.

On note V l'événement : « l'élève a voyagé pendant les vacances » et F l'événement : « l'élève est une fille ».

1. En utilisant les données de l'énoncé, recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous :



2. a) Définir par une phrase l'événement $V \cap F$.
b) Calculer la probabilité de l'événement $V \cap F$.
3. Montrer que $p(\bar{F}) = 0,635$.
4. Quelle est la probabilité que l'élève a voyagé pendant les vacances sachant que c'est un garçon ?