Série ES Correction session 2021

Exercice 1 :4 points

1. Réponse **c)** 4
2. Réponse **c)** $g'(x) = 3e^x - 4x$
3. Réponse **a)** 10,3 %
4. Réponse **b)** =SOMME(B1:G1)/NB(B1:G1)

Exercice 2 : 6 points

Partie 1

1. Voir l'arbre

2. $p(A \cap C) = p(A) \times p_A(C) = 0,65 \times 0,3 = 0,195.$

3. $p(C) = p(A \cap C) + p(B \cap C) = 0,195 + 0,35 \times 0,55 = 0,388$

4. $p_{\overline{C}}(A) = \dfrac{p(A \cap \overline{C})}{p(\overline{C})} = \dfrac{0,65 \times 0,7}{1 - 0,388} = \dfrac{0,455}{0,612} = \dfrac{455}{612} \approx 0,743$

Partie 2

La fréquence des clients intéressés par l'offre est $f = \dfrac{95}{180} \approx 0,53.$

$n = 180 > 30$; $nf = 95 > 5$ et $n(1-f) = 85 > 5$. Les conditions sont donc bien réunies pour déterminer un intervalle de confiance au seuil de 95 %.

Ainsi l'intervalle de confiance au seuil de 95 % pour la proportion des clients intéressés par l'offre est :

$$\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] = \left[\frac{95}{180} - \frac{1}{\sqrt{180}} ; \frac{95}{180} + \frac{1}{\sqrt{180}}\right] \approx [0,453 ; 0,602]$$

L'estimation faite par le directeur est bien vérifiée.

Partie 3

1. À l'aide de la calculatrice, on a $p(X > 50) \approx 0,202$.

La probabilité qu'un client ait plus de 50 ans est d'environ **0,202.**

2. À l'aide de la calculatrice, on a $p(35 < X < 55) \approx 0,904.$

La probabilité qu'un client ait un âge compris entre 35 et 55 ans est d'environ **0,904.Exercice 3 : 4 points**

1

a) Le graphe Δ n'est pas complet car il y a des sommets qui ne sont pas adjacents.

b) Le graphe Δ est connexe car quelque soit la paire de sommets du graphe, il y a une chaîne qui les relient.

2. On cherche si le graphe admet une chaine eulérienne.

Sommet	A	H	C	D	E	F	G
Degré du sommet	2	3	4	3	2	4	4

Le graphe admet une chaîne eulérienne d'extrémités H et D car seules les sommets H et D sont de degrés impairs.

3. On va utiliser l’algorithme de Dijkstra pour déterminer le chemin le plus court qui mène de la ville de résidence H du candidat au village E.

Le chemin le plus court pour aller de H à E fait de 32 km, c’est H – D – C – F – E.

H	A	D	C	G	F	E
X	13H	10H	21H			
	13H	X	16D		32D	
	X		16D	27A	32D	
			X	24C	28C	
				X	~~30G~~ 28C	34G
					X	32F
						X

Exercice 4 : 6 points

Partie A

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x\left(-0{,}1+\frac{5}{x}+\frac{\ln x}{x}\right) = -\infty.$

2. a) $g'(x) = -0{,}1+\frac{1}{x} = \frac{-0{,}1x+1}{x}.$

b)

x	1		10		α		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$			
$g(x)$	$4{,}9$	$\nearrow$	$4+ln(10)$	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

3.a) D'après le tableau de variation, l'équation $g(x) = 0$, admet une unique solution $\alpha \in [10 ; +\infty[$

b) À l'aide la calculatrice on a $\alpha \approx 95,60$.

c)

x	1		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

Partie B

1. $f'(x) = -0,1x + 4 + \ln x + 1 = -0,1x + 5 + \ln x = g(x)$

2. $\int_1^{50} g(x)dx = [f(x)]_1^{50} = f(50) - f(1) = 71,05 + 50\ln(50)$.

3.

x	1		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$3,95$	$\nearrow$	$f(\alpha)$	$\searrow$	$+\infty$

Partie C

1. l'artisan doit fabriquer et vendre **10 objets** pour réaliser un bénéfice maximal de **≈ 630 258 DJF.**

2. Le bénéfice mensuel moyen = $\dfrac{1}{25-5}\displaystyle\int_{5}^{25} g(x)dx \approx \dfrac{122}{20} \approx 6{,}1.$

Le bénéfice mensuel moyen est d'environ 610 000 DJF.