BAC ES **2022** **Corrigé détaillé**

Exercice 1 : (5 points) QCM

Pour chacune des questions, une seule des trois réponses est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. ***Aucune justification n'est demandée.***

1.

	Capital dû avant le versement en DJF	Intérêt en DJF	Amortissement en DJF	Mensualités en DJF	Capital dû après le versement en DJF
1^{er} mois	2 600 000	17300	85 000		2 515000

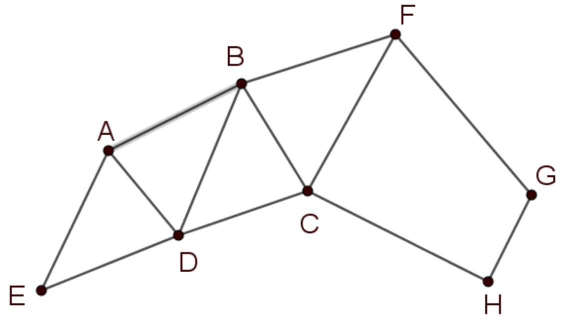
D'après le tableau d'amortissement d'un emprunt par mensualité constante ci-dessus, la valeur de la mensualité est :

a) 102 300 DFJ **b)** 67 700 DJF **c)** 85 000 DJF

Mensualités = Intérêt +Amortissement
Mensualités = 17 300+85 000 =102 300

Réponse **a)** 102 300 DJF

2. On considère le graphe G suivant :



a) Ce graphe est complet. **b)** Ce graphe est d'ordre 6 **c)** Ce graphe est connexe

Ce graphe est connexe car entre deux sommets quelconques, il existe une chaine reliant ces deux sommets.
Réponse **c)** Ce graphe est connexe.

3. L'équation $e^{13x+40} = e^{16+5x}$ a pour solution :

a) 1 **b)** - 3 **c)** 2

$$e^{13x+40} = e^{16+5x} \Leftrightarrow 13x + 40 = 16 + 5x$$
$$\Leftrightarrow 13x - 5x = 16 - 40$$
$$\Leftrightarrow 8x = -24$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{24}{8} = -3$$

Réponse **b) -**3

4. Un institut de sondage cherche à estimer la proportion de personnes favorable à la révision du code de la route avec un intervalle de confiance au seuil de 95% d'amplitude 0,025. Cet institut doit alors interroger:

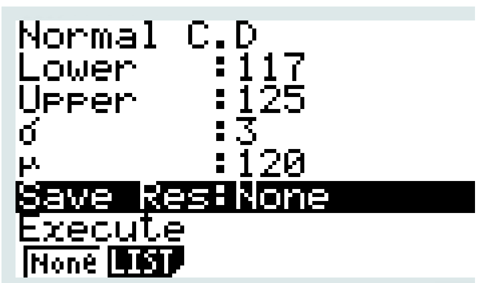
a) 6 400 personnes **b)** 160 personnes **c)** 5 000 personnes

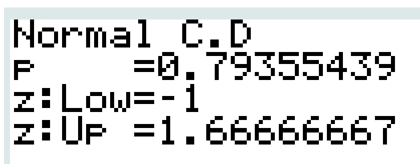
$$n \geq \left(\frac{2}{amplitude}\right)^2 \geq \left(\frac{2}{0,025}\right)^2 \geq 6\,400$$

Réponse **a)** 6 400 personnes

5. On considère X la variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance μ=120 et d'écart-type σ = 3. $p(117 < X < 125)$ est environ :

a) 0,63 **b)** 0,68 **c)** 0,79



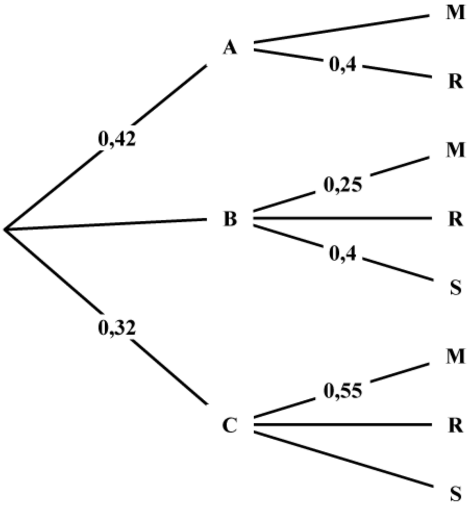


Réponse **c)** 0,79

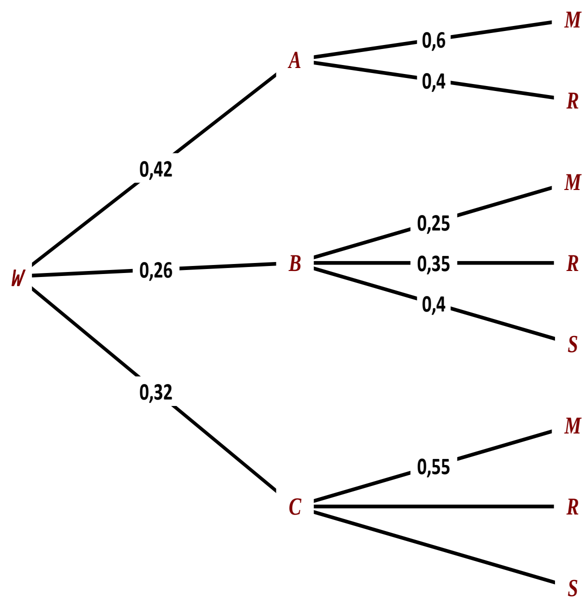
Exercice 2 :(5 points)

On considère l'arbre de probabilité contre où la probabilité de l'événement S est 0,152.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-contre.



Réponse



2. Calculer $p(\mathrm{B} \cap \mathrm{R})$.

$p(\mathrm{B} \cap \mathrm{R}) = p(\mathrm{B}) \times p_{\mathrm{B}}(\mathrm{R}) = 0,26 \times 0,35 = 0,091.$

3. Montrer que $p(\mathrm{M}) = 0,493$.

$$p(\mathrm{M}) = p(\mathrm{A} \cap \mathrm{M}) + p(\mathrm{B} \cap \mathrm{M}) + p(C \cap \mathrm{M})$$
$$p(\mathrm{M}) = p(\mathrm{A}) \times p_{\mathrm{A}}(\mathrm{M}) + p(\mathrm{B}) \times p_{\mathrm{B}}(\mathrm{M}) + p(\mathrm{C}) \times p_{\mathrm{C}}(\mathrm{M})$$
$$p(\mathrm{M}) = 0,42 \times 0,6 + 0,26 \times 0,25 + 0,32 \times 0,55$$
$$p(\mathrm{M}) = 0,252 + 0,065 + 0,176$$
$$p(\mathrm{M}) = 0,493$$

4. Calculer $p(\mathrm{R})$.

$p(\mathrm{R}) = 1 - p(\mathrm{M}) - p(\mathrm{S}) = 1 - 0,493 - 0,152 = 0,355.$

5. Calculer $p_{\mathrm{M}}(\mathrm{A})$. *Arrondir le résultat au millième près.*

$p_{\mathrm{M}}(\mathrm{A}) = \dfrac{p(\mathrm{A} \cap \mathrm{M})}{p(\mathrm{M})} = \dfrac{0,42 \times 0,6}{0,493} \approx 0,511.$

Exercice 3 : (5 points)

Un responsable de location des voitures étudie l'évolution du nombre des voitures louées mensuellement à partir de janvier 2020. Pour cela il modélise le nombre de voitures louées chaque mois par la suite (u_n) définie par $u_{n+1} = 0,8u_n + 50$ et $u_0 = 100$. Ainsi u_0 est le nombre des voitures louées en janvier 2020 et u_n représente le nombre des voitures louées le n-ième mois après le mois de janvier 2020.

1. Montrer que le nombre de voitures louées en mars 2020 est égal à 154.

u_1 est le nombre des voitures louées en février 2020

$u_1 = 0,8u_0 + 50 = 0,8 \times 100 + 50 = 130$. Le nombre des voitures louées en février 2020 est 130 voitures.

u_2 est le nombre des voitures louées en mars 2020

$u_2 = 0,8u_1 + 50 = 0,8 \times 130 + 50 = 154$. Le nombre des voitures louées en mars 2020 est 154 voitures.

2. Pour tout entier naturel n, on considère la suite (w_n) définie pour tout entier n par $w_n = u_n - 250$.

a) Montrer que (w_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme w_0 et la raison q.

$$\begin{aligned} w_{n+1} &= u_{n+1} - 250 \\ &= 0,8u_n + 50 - 250 \\ &= 0,8(u_n - 250) \\ &= 0,8w_n \end{aligned}$$

$w_0 = u_0 - 250 = 100 - 250 = -150$

Donc la suite (w_n) est géométrique de raison q = 0,8 et de premier terme $w_0 = -150$

b) Exprimer w_n en fonction de n et puis en déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 250 - 150 \times 0,8^n$.

On en déduit que, pour tout n, $w_n = w_0 \times q^n$ donc $w_n = -150 \times 0,8^n$
Or $w_n = u_n - 250$ alors $u_n = w_n + 250$ donc $u_n = 250 - 150 \times 0,8^n$

3. Déterminer la limite de la suite (u_n). puis interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.

$\lim\limits_{n \to +\infty} 0,8^n = 0 \; car \; -1 < q = 0,8 < 1$

$\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 250$.

À long terme le nombre de voitures louées ne dépassera pas 250.

4. Donner la valeur affichée par l'algorithme ci-contre, puis interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.

```python
def location():
    n=0
    u=100
    while u<=230:
        u=0.8*u+50
        n=n+1
    print(n)
```

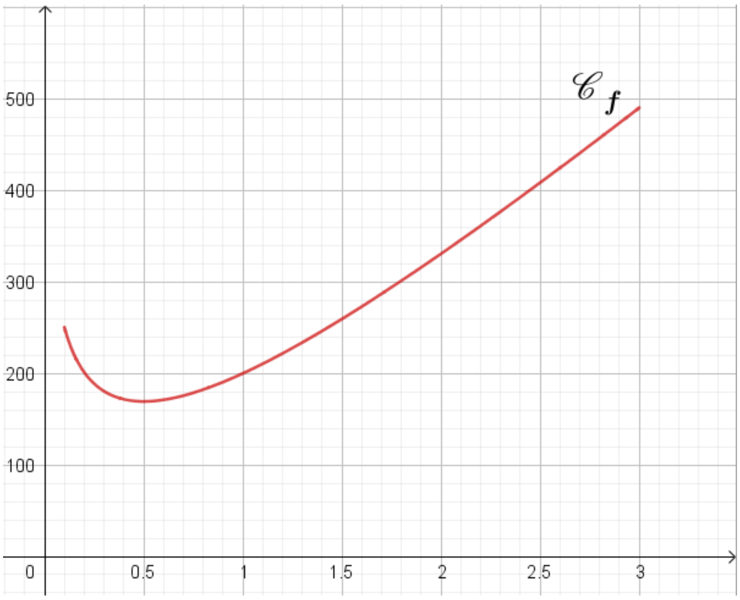
```
*** Distant Python engine is active ***
>>>
*** Console de processus distant Réinitialisée ***
>>> location()
10
>>>
```

L'algorithme affiche 10

Le nombre de voiture louées dépassera 230 voitures, 10 mois après janvier soit en novembre 2020

Exercice 4 : (5 points)

Dans le repère orthogonal donné ci-dessous, C_f est la représentation graphique d'une fonction *f* définie et dérivable sur l'intervalle I= [0,1 ; 3].



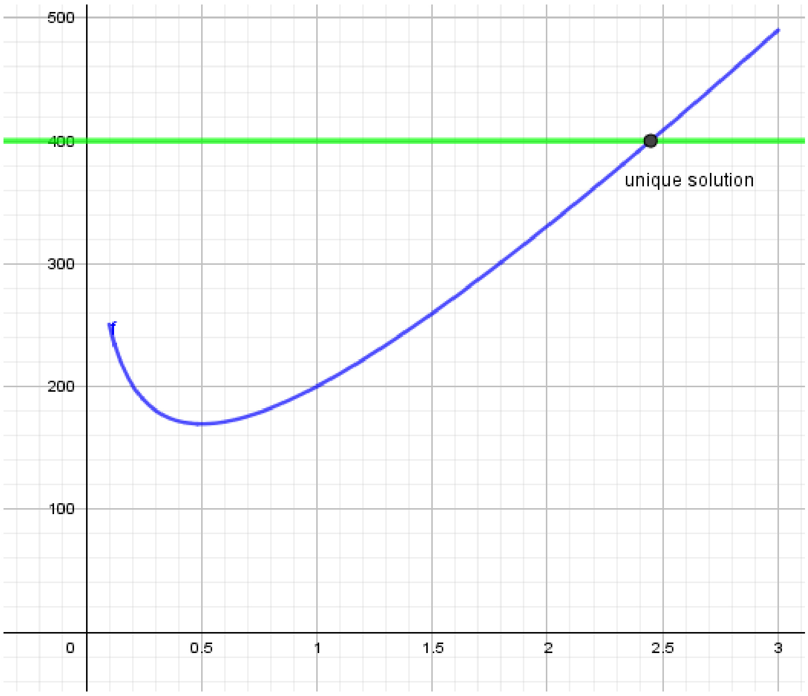
Partie A : étude graphique

1. Donner une valeur approchée du minimum de la fonction *f* sur l'intervalle I.

Une valeur approchée du minimum de la fonction *f* sur l'intervalle [0,1; 3] est environ 170.

2. Indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 400$ dans l'intervalle I.

L'équation $f(x) = 400$ admet une unique solution dans l'intervalle [0,1; 3].



Partie B : étude analytique

Une entreprise fabrique chaque mois entre 10 et 300 produits. On considère la fonction f définie ci-dessus sur l'intervalle [0,1 ; 3] par $f(x) = 200x - 100\ln(x)$.

On admet que la fonction f modélise le coût moyen mensuel de fabrication d'un produit, exprimé en milliers de DJF, pour x centaines de produits fabriqués.

1. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle [0,1; 3], on a $f'(x) = \dfrac{200x - 100}{x}$.

$$f'(x) = 200 \times 1 - 100 \times \frac{1}{x} = 200 - \frac{100}{x} = \frac{200x - 100}{x}$$

2. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [0,1 ; 3].

pour tout réel x de l'intervalle [0,1; 3], $x>0$ donc le signe de f' depend du signe de $x \mapsto 200x - 100$.

$$200x - 100 = 0 \Leftrightarrow 200x = 100$$
$$\Leftrightarrow x = 0,5$$

x	0,1		0,5		α		3
$f'(x)$		$-$	0		$+$		
$f(x)$	$20+100ln(10)$	↘	$100+100ln(2)$	↗	400	↗	$+600-100ln(3)$

x	0,1		0,5		3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	250,25	↘	169,31	↗	490,13

3. Justifier que l'équation $f(x)=400$ admet une unique solution α sur l'intervalle [0,1 ; 3] et déterminer une valeur approchée de α à 0,01 près.

D'après le tableau de variations l'équation $f(x)=400$ admet une unique solution α l'intervalle [0,1; 3] et $\alpha \approx 2,45$.

Avec la calculatrice on a :