BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2021

MATHÉMATIQUES

Série ES

Durée: 3 heuresCoefficient : 6

Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le candidat doit traiter les quatre exercices.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
*Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni enlève de point.Pour chaque question, quatre réponses sont proposées, une seule des trois réponses est correcte.Indiquer sur la copie la lettre correspondantà la question et recopier la réponse choisie.**Aucune justification n'est demandée.***

1. On considère l'algorithme ci-contre :

Après exécution, cet algorithme affiche

a) 3**b)**200**c)**4

```
U ←4
N← 0
Tant que U < 200
    U ←1,05×U+50
    N ←N+1
Fin Tant que
Afficher N
```

2.Soit g la fonction définie sur **R** par : $g(x) = 3e^x - 2x^2$.
La dérivée sur **R** de la fonction g est :

a) $g'(x) = 3 - 4x^2$ **b)** $g'(x) = e^x - 4x$ **c)** $g'(x) = 3e^x - 4x$

3. Le prix d'un article a augmenté de 48 % en 4 ans. Le taux annuel moyen correspondant est d'environ :

a) 10,3 % **b)** 37 % **c)** 12 %

4. On considère la série statistique à deux variables suivantes :

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	5	6	9	11	15	17
2	y	22	25	28	31	33	36
3							
4	Abscisse du point moyenne						
5							

Pour afficher l'abscisse du point moyen dans la cellule D4, on saisit la formule :

a) =MOYENNE(B2:G2) **b)** =SOMME(B1:G1)/NB(B1:G1)**c)** =SOMME(B1:G1)/G1

Exercice 2 : (6 points)

Dans tout l'exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

Les parties 1, 2 et 3 sont indépendantes.

Un magasin de bricolage propose à ses clients deux grandes marques de perceuse : la marque A et la marque B.

Partie 1

On s'intéresse aux acheteurs qui profitent de cette offre.
65% des acheteurs choisissent une perceuse de marque A.
Pour chacune de ces deux perceuses, le magasin propose les accessoires qui vont avec.
30% des acheteurs de perceuses de marque A et 55 % des acheteurs de perceuses de marque B prennent les accessoires.

On interroge au hasard un acheteur à la sortie du magasin.
On note :
A : l'événement « l'acheteur choisit la perceuse de marque A » ;
B : l'événement « l'acheteur choisit la perceuse de marque B » ;
C : l'événement « l'acheteur prend les accessoires qui vont avec ».

1. Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
2. Calculer la probabilité qu'un acheteur choisisse la perceuse de marque A et prenne les accessoires qui vont avec.
3. Montrer que $p(C) = 0{,}388$.
4. Un acheteur n'a pas pris les accessoires qui vont avec la perceuse, calculer la probabilité qu'il ait acheté celle de marque A.

Partie 2

Le directeur du magasin mène une étude sur les clients qui ont répondu à cette offre afin qu'il puisse donner une estimation du pourcentage des personnes qui ont été intéressées.
Il interroge au hasard 180 clients et note que 95 sont intéressés.
Le directeur du magasin estime alors que le pourcentage des clients qui ont été intéressés par cette offre est compris entre 48 % et 57 %. Discuter cette estimation.

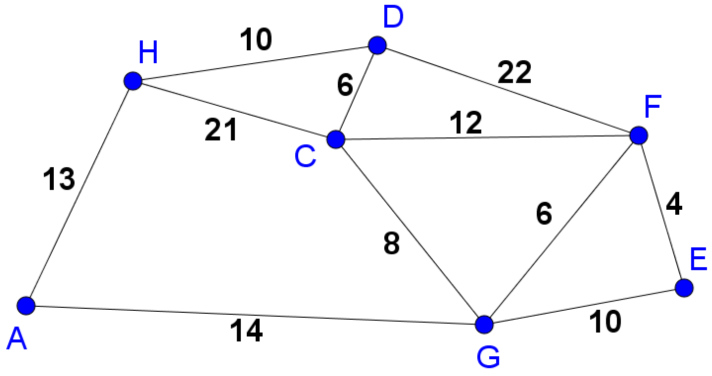
Partie 3

Le directeur s'intéresse maintenant aux tranches d'âge de ses clients.
On admet qu'on peut modéliser l'âge, en années, des clients par une variable aléatoire X qui suit une loi normale de moyenne $\mu = 45$ et d'écart-type $\sigma = 6$.
1. Calculer la probabilité qu'un client ait plus de 50 ans.
2. Calculer la probabilité qu'un client ait un âge compris entre 35 ans et 55 ans.

Exercice 3 (4 points)

Un candidat à une élection régionale mène sa compagne dans sa région, en sillonnant plusieurs villes.

Il part de la ville H, chef lieu de sa région. Les tronçons de routes qu'il souhaite emprunter sont représentés sur le graphe Δ ci-dessous. Sur chaque arête figure la distance en kilomètres des différents tronçons.



1.
a)Le graphe Δ est-il complet ?
b) Le graphe Δ est-il connexe ?

2. Le candidat peut-il emprunter tous les tronçons de routes en passant une et une seule fois sur chacun d'eux ? S'il existe un tel chemin en donner les extremités.

3. Une ville est située en E. En utilisant l'algorithme de Dijkstra, déterminer le plus court chemin menant de la ville H à la ville E. Justifier la réponse.

Exercice 4 (6 points)

Partie A

On définit une fonction g sur $[1\,;+\infty[$ par : $g(x)=-0{,}1x+5+\ln x$.

1. Calculer la limite en $+\infty$ de la fonction g.

2. a) Calculer la dérivée $g'(x)$.

b) Dresser le tableau de variations de la fonction g.

3.a) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[1;+\infty[$.

b) Donner une valeur approchée de α au centième.

c) Donner le signe de la fonction g sur l'intervalle $[1;+\infty[$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $[1;+\infty[$ par : $f(x)=-0{,}05x^2+4x+x\ln x$

1. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[1;+\infty[$ on a : $f'(x)=g(x)$.

2. En déduire l'aire du domaine délimité par la courbe C_g, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 50$. *Donner le résultat sous forme de valeur exacte.*

3. On admet que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$. Donner le tableau de variation de la fonction f sur $[1;+\infty[$.

Partie C

Un artisan fabrique et vend x objets par mois pour x appartenant à l'intervalle $[1;100]$.

La fonction g modélise le bénéfice mensuel réalisé par l'artisan en centaines de milliers de francs Djibouti.

1. Déterminer le nombre d'objets que l'artisan doit fabriquer et vendre pour réaliser un bénéfice mensuel maximal. Quel est alors ce bénéfice ?

2. L'artisan pense produire régulièrement entre 5 et 25 objets par mois.

Sachant que $\int_5^{25} g(x)dx \approx 122$, déterminer le bénéfice mensuel moyen de l'artisan.