

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2022

MATHÉMATIQUES

Série SG

Corrigé détaillé

Exercice 1 (4 points)

Pour chaque question, une seule des réponses proposées est correcte. Indiquer sur la copie la lettre correspondant à la question et recopier la réponse choisie. Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. **Aucune justification n'est demandée.**

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-1 ; 2]$ par $f(x) = 2x^3 - x^2 - 4x + 2$.

1. L'expression de la dérivée est :

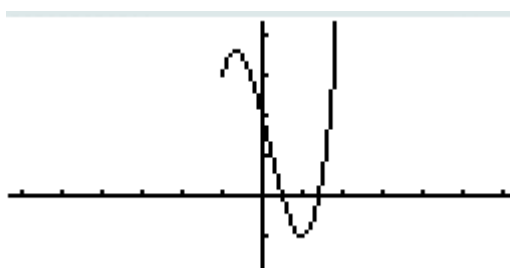
- a) $f'(x) = 6x^2 - 2x + 2$ b) $f'(x) = 2x^2 - 2x - 4$ c) $f'(x) = 6x^2 - 2x - 4$

Réponse c) $f'(x) = 6x^2 - 2x - 4$

2. L'équation $f(x) = 0$ admet sur l'intervalle $[-1 ; 2]$:

- a) une unique solution b) deux solutions c) aucune solution

Réponse b) deux solutions



3. Une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 1 est :

- a) $y = -1$ b) $y = 4x - 2$ c) $y = 3$

Réponse a) $y = -1$

$y = f'(1)(x-1) + f(1) = -1$ avec $f'(1) = 0$ et $f(1) = -1$

4. La feuille de calcul ci-dessus est utilisée pour calculer les termes d'une suite géométrique (u_n) de premier terme 100 et de raison 0,96. La formule saisie dans la cellule B3 puis tirée vers le bas est :

	A	B
1	n	u_n
2	0	100
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	

a) $=100 * 0,96$

b) $= 0,96 ^{A3}$

c) $=B2 * 0,96$

Réponse c) $=B2 * 0,96$

Exercice 2 (4 points)

Une compagnie aérienne privée propose deux types de réservations :

- Réservation de billets sur l'internet,
- Réservation de billets sur place aux caisses.

Une étude statistique montre que :

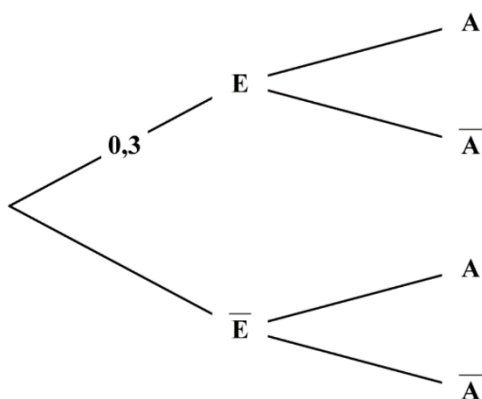
- 30% des clients choisissent la réservation de billets sur l'internet.
- Parmi ceux qui ont choisi la réservation en ligne, 60% abandonnent leurs réservations,
- 20% des personnes qui ont choisi la réservation de billets sur place aux caisses abandonnent leurs réservations.

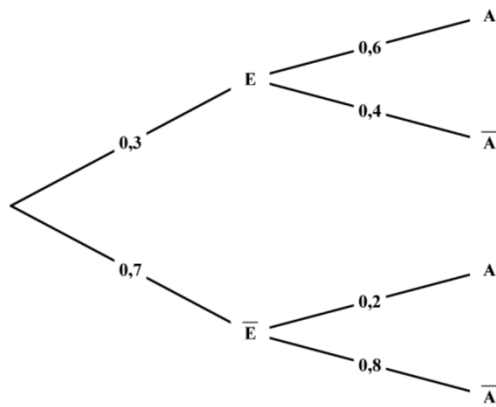
On choisit une réservation au hasard. On considère les événements suivants :

E : « La réservation est faite sur l'internet ».

A : « La réservation a été annulée ».

1. En utilisant les données de l'énoncé, recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre :





2. a) Définir par une phrase l'évènement $E \cap A$.

L'évènement $E \cap A$ signifie que la réservation a été faite en ligne et a été annulée.

b) Calculer la probabilité de l'évènement $E \cap A$.

$$p(E \cap A) = 0,3 \times 0,6 = 0,18.$$

3. Montrer que $p(A) = 0,32$.

$$p(A) = p(E \cap A) + p(\bar{E} \cap A) = 0,3 \times 0,6 + 0,7 \times 0,2 = 0,32.$$

4. On choisit au hasard une réservation qui a été annulée. Quelle est la probabilité que cette réservation ait été faite en ligne ?

$$p_A(E) = \frac{p(E \cap A)}{p(A)} = \frac{0,18}{0,32} = 0,5625.$$

Exercice 3 (6 points)

Une machine découpe automatiquement des tiges de fer à béton. Réglée initialement pour un découper des tiges de 600 g, elle se dérègle en cours d'utilisation.

Le responsable du contrôle de qualité prélève la masse exacte de la dernière tige dans chaque série de 200 pièces découpées. Les résultats obtenus sont les suivants :

Numéro de la tige : x_i	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600
Masse de la tige en g : y_i	600	604	607	611	615	619	620	624

1. On considère le nuage de points associé à cette série statistique $(x_i; y_i)$.

a) La masse d'une tige est-elle proportionnelle à son numéro de découpe ? Justifier.

Numéro de la tige : x_i	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600
Masse de la tige en grammes y_i	600	604	607	611	615	619	620	624
Rapport x_i / y_i	0,33	0,66	0,99	1,31	1,63	1,94	2,26	2,56

Les rapports x_i / y_i sont différents donc la masse d'une tige n'est pas proportionnelle à son numéro de découpe.

b) Un ajustement affine de ce nuage de points est-il envisageable ? Justifier.

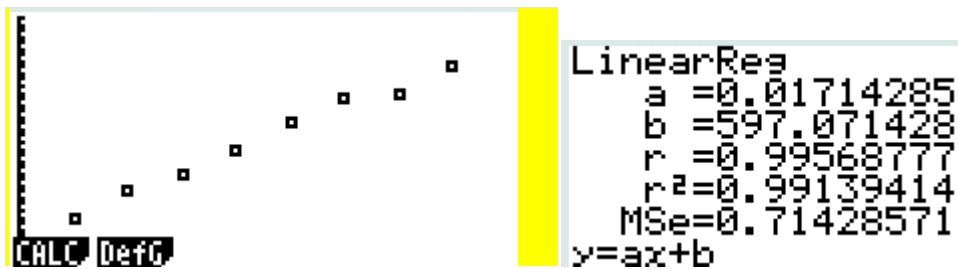


Le nuage de points à une forme allongée donc un ajustement affine est envisageable.

c) Quelle interprétation peut-on en déduire ?

On en déduit qu'il y a une corrélation (lien) entre les deux variables étudiées.

2. a) Déterminer une équation de la droite de régression (d) de y en x par la méthode des moindres carrés. Arrondir à 10^{-3} le coefficient a et arrondir le coefficient b à l'entier.



Une équation de la droite de régression (d) de y en x par la méthode des moindres carrés est $y = 0,017x + 597$

b) Un nouveau réglage de la machine est obligatoire dès que la masse de la tige atteint 640 g. En considérant que cet ajustement reste valable pour des numéros de tiges inférieurs à 3000. Estimer le numéro de la tige à partir duquel il faudra effectuer un nouveau réglage de la machine.

On remplace y par 640

$$640 = 0,017x + 597 \text{ soit } x = \frac{640 - 597}{0,017}$$

On obtient $x \approx 2529$. Il faudra effectuer un nouveau réglage de la machine à partir de la tige n° 2529.

3. Une entreprise reçoit un lot de 2000 tiges découpées par la machine citée ci-dessus. L'entreprise considère que le lot est conforme si 80% des tiges ont une masse comprise entre 600 et 620 grammes. Un responsable de l'entreprise effectue la pesée de 95 tiges et note que 73 tiges ont une masse comprise entre 600 et 620 grammes. Peut-il considérer, au seuil de 95%, que le lot est conforme ? Justifier la réponse.

$$n = 2000 \geq 30, np = 2000 \times 0,8 = 1600 \geq 5 \text{ et } n(1 - p) = 2000(1 - 0,8) = 400 \geq 5.$$

Les conditions $n \geq 30$, $np \geq 5$ et $n(1 - p) \geq 5$ sont vérifiées.

La fréquence observée sur l'échantillon est $f = \frac{73}{95} \approx 0,768$.

$$I_{\text{fluctuation}} = \left[0,8 - 1,96 \frac{\sqrt{0,8(1-0,8)}}{\sqrt{2000}}; 0,8 + 1,96 \frac{\sqrt{0,8(1-0,8)}}{\sqrt{2000}} \right] \approx [0,782; 0,818] \quad \text{On a } f \notin$$

$I_{\text{fluctuation}}$. Donc le responsable peut donc considérer le lot n'est pas conforme avec un risque d'erreur de 5%.

Exercice 4 (6 points)

Deux kinésithérapeutes Aramis et Mariam sont embauchés par une clinique privée, le 1^{er} janvier 2016.

1. Aramis est embauché avec un salaire mensuel de 75 000 DJF. Le 1^{er} janvier de chaque nouvelle année, la clinique lui accorde une augmentation de 3 500 DJF sur son salaire mensuel. On note u_n le salaire mensuel d'Aramis de l'année 2016+n. On a alors $u_0 = 75\,000$.

a) Calculer u_1 et u_2 .

$$u_1 = 75000 + 3500 = 78500 \text{ et } u_2 = 78500 + 3500 = 82000.$$

b) Exprimer u_n en fonction de n .

$$u_n = 75000 + 3500n.$$

c) Déterminer le salaire mensuel d'Aramis en 2021.

$$2021 = 2016 + 5 \text{ donc } n = 5. \quad u_5 = 75000 + 3500 \times 5 = 92500.$$

En 2021, le salaire mensuel d'Aramis est de 92 500 DJF.

2. Mariam est embauchée avec un salaire mensuel est de 70 000 DJF. La clinique augmente le salaire mensuel de Mariam de 5% par an à partir du 1^{er} janvier 2017. Le salaire mensuel de Mariam pour l'année 2016+n est modélisé par le terme v_n . Ainsi on a $v_0 = 70000$.

a) Montrer que $v_1 = 73500$ puis interpréter ce résultat.

$$v_1 = v_0 \times 1,05 = 70000 \times 1,05 = 73500.$$

En 2017, le salaire mensuel de Mariam est de 73 500 DJF.

b) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, exprimer v_n en fonction de n .

$$v_n = 70000 \times 1,05^n.$$

c) Déterminer le salaire mensuel de Mariam en 2021.

$2021 = 2016 + 5$ donc $n = 5$. $v_5 = 70000 \times 1,05^5 \approx 89340$.

En 2021, le salaire mensuel de Mariam est de 89 340 DJF.

3. On considère le programme ci-contre :

```
u=75000
v=70000
n=0
while v<u :
    v=v*1.05
    u=u+3500
    n=n+1
print(2016+n)
```

a) Qu'affiche ce programme ?

Le programme affiche 2024.

b) À partir de quelle année le salaire de Mariam dépassera le salaire d'Aramis ?

C'est à partir de l'année 2024 que le salaire de Mariam dépassera le salaire d'Aramis.