

**Exercice 1 : 4 points**

1. Réponse    **c)** 4
2. Réponse    **c)**  $g'(x) = 3e^x - 4x$
3. Réponse    **a)** 10,3 %
4. Réponse    **b)** =SOMME(B1:G1)/NB(B1:G1)

**Exercice 2 : 6 points****Partie 1**

1. Voir l'arbre
2.  $p(A \cap C) = p(A) \times p_A(C) = 0,65 \times 0,3 = 0,195$ .
3.  $p(C) = p(A \cap C) + p(B \cap C) = 0,195 + 0,35 \times 0,55 = 0,388$
4.  $p_{\bar{C}}(A) = \frac{p(A \cap \bar{C})}{p(\bar{C})} = \frac{0,65 \times 0,7}{1 - 0,388} = \frac{0,455}{0,612} = \frac{455}{612} \approx 0,743$

## Partie 2

La fréquence des clients intéressés par l'offre est  $f = \frac{95}{180} \approx 0,53$ .

$n = 180 > 30$  ;  $nf = 95 > 5$  et  $n(1-f) = 85 > 5$ . Les conditions sont donc bien réunies pour déterminer un intervalle de confiance au seuil de 95 %.

Ainsi l'intervalle de confiance au seuil de 95 % pour la proportion des clients intéressés par l'offre est :

$$\left[ f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[ \frac{95}{180} - \frac{1}{\sqrt{180}}; \frac{95}{180} + \frac{1}{\sqrt{180}} \right] \approx [0,453; 0,602]$$

L'estimation faite par le directeur est bien vérifiée.

## Partie 3

1. À l'aide de la calculatrice, on a  $p(X > 50) \approx 0,202$ .

La probabilité qu'un client ait plus de 50 ans est d'environ **0,202**.

2. À l'aide de la calculatrice, on a  $p(35 < X < 55) \approx 0,904$ .

La probabilité qu'un client ait un âge compris entre 35 et 55 ans est d'environ **0,904**.

### Exercice 3 : 4 points

1

a) Le graphe  $\Delta$  n'est pas complet car il y a des sommets qui ne sont pas adjacents.

b) Le graphe  $\Delta$  est connexe car quelque soit la paire de sommets du graphe, il y a une chaîne qui les relie.

2. On cherche si le graphe admet une chaîne eulérienne.

Sommet	A	H	C	D	E	F	G
Degré du sommet	2	3	4	3	2	4	4

Le graphe admet une chaîne eulérienne d'extrémités H et D car seules les sommets H et D sont de degrés impairs.

3. On va utiliser l'algorithme de Dijkstra pour déterminer le chemin le plus court qui mène de la ville de résidence H du candidat au village E.

Le chemin le plus court pour aller de H à E fait de 32 km, c'est H – D – C – F – E.

H	A	D	C	G	F	E
X	13H	10H	21H			
	13H	X	16D		32D	
	X		16D	27A	32D	
			X	24C	28C	
				X	30G 28C	34G
					X	32F
						X

#### Exercice 4 : 6 points

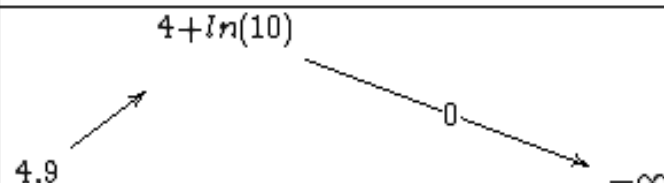
##### Partie A

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( -0,1 + \frac{5}{x} + \frac{\ln x}{x} \right) = -\infty.$

2. a)  $g'(x) = -0,1 + \frac{1}{x} = \frac{-0,1x + 1}{x}.$

b)

$x$	1	10	$a$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-	
$g(x)$	4,9	$4 + \ln(10)$	0	$-\infty$



The graph shows the function g(x) plotted against x. The x-axis has marked points at 1, 10, a, and +∞. The y-axis has marked points at 4,9, 4 + ln(10), 0, and -∞. The function starts at (1, 4,9), increases to a maximum at (10, 4 + ln(10)), and then decreases, passing through (a, 0) and approaching -∞ as x approaches +∞. Arrows indicate the direction of the curve.

3.a) D'après le tableau de variation, l'équation  $g(x) = 0$ , admet une unique solution  $\alpha \in [10 ; +\infty [$

b) À l'aide la calculatrice on a  $\alpha \approx 95,60$ .

c)

$x$	1	$\alpha$	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-

Partie B

1.  $f'(x) = -0,1x + 4 + \ln x + 1 = -0,1x + 5 + \ln x = g(x)$

2.  $\int_1^{50} g(x)dx = [f(x)]_1^{50} = f(50) - f(1) = 71,05 + 50\ln(50).$

3.

$x$	1	$\alpha$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	3,95	$f(\alpha)$	$+\infty$

Partie C

1. l'artisan doit fabriquer et vendre **10 objets** pour réaliser un bénéfice maximal de  $\approx$  **630 258 DJF**.

2. Le bénéfice mensuel moyen =  $\frac{1}{25-5} \int_5^{25} g(x) dx \approx \frac{122}{20} \approx 6,1$ .

Le bénéfice mensuel moyen est d'environ 610 000 DJF.