

Réponse

Exercice 1 : 5 points

1. Réponse : c) 150%

2. Réponse : c) 3,23%

3. Réponse : b) connexe

4. Réponse : a) $p(X \leq 20) \approx 0,159$

Exercice 2 : 6 points

$$1. \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} 1-x = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \end{cases} \text{ par produit } \lim_{x \rightarrow +\infty} (1-x)e^x = -\infty$$

Donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x - xe^x + \ln(3) = \ln(3) \text{ car } \lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$$

$$2. f'(x) = -e^x + (1-x)e^x = (-1+1-x)e^x = -xe^x$$

Comme $e^x > 0$, alors f est du signe de $-x$.

Ainsi on obtient le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\ln(3)$	$1+\ln(3)$	$-\infty$

3. a) $f(1) = \ln(3) > 0$ et $f(2) = -e^2 + \ln(3) \approx -6,29 < 0$. D'après le tableau de variations, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $[1 ; 2]$.

b) $\alpha \approx 1,3$ dixième près.

4. Tableau de signe de f :

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

5.a)

$$F'(x) = -e^x + (-x+2)e^x + \ln(3) = (-1+x+2)e^x + \ln(3)$$

$$F'(x) = (1-x)e^x + \ln(3) = f(x)$$

Donc F est une primitive de f sur \mathbb{R} .

b)

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 f(x) dx &= \left[(-x+2)e^x + \ln(3)x \right]_{-1}^1 \\ &= (-1+2)e^1 + \ln(3) \times 1 - ((1+2)e^{-1} + \ln(3) \times (-1)) \\ &= e + \ln(3) - 3e^{-1} + \ln(3) = e - 3e^{-1} + 2\ln(3) \approx 3,81 \end{aligned}$$

Exercice 3 : (4 points)**1. Oui car le nuage de points a une forme allongé.****2. les coordonnées du point moyen G de ce nuage sont :**

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3$$

$$\text{et } \bar{y} = \frac{37+37,9+39+39,1+40,5}{5} = 38,7$$

3.a) Une équation de la droite de régression (d) de y en x par la méthode des moindres carrés est : $y = 0,82x + 36,24$.**b)**

$$y > 45 \Leftrightarrow 0,82x + 36,24 > 45 \Leftrightarrow x > \frac{8,76}{0,82}$$

soit $x \approx 10,68$ **le nombre d'élève du moyen dépassera donc les 45 milliers Djibouti à partir du rang $x = 11$ soit en 2023.****Exercice 4 (6 points)****1. a) Diminué de 20% revient à multiplier par 0,8 donc :**

$$u_1 = 0,8 \times 200 + 10 = 170$$

$$u_2 = 0,8 \times 170 + 10 = 146$$

b) Chaque fin de mois le nombre de tonnes du peinture dans le stock diminue de 20 % donc il sera multiplié par 0,8 auquel s'ajoute 10 tonnes.**Donc on obtient la relation $u_{n+1} = 0,8u_n + 10$.****2.a) Pour tout entier naturel n, on a :**

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 50 = 0,8u_n + 10 - 50 = 0,8u_n - 40$$

$$v_{n+1} = 0,8(u_n - 50) = 0,8v_n.$$

Donc la suite (v_n) est géométrique de raison 0,8 et de premier terme $v_0 = u_0 - 50 = 200 - 50 = 150$.**Ainsi, pour tout entier naturel n, $v_n = 150 \times 0,8^n$.**

b) Pour tout entier naturel n , on a : $u_n = v_n + 50 = 150 \times 0,8^n + 50$.

3.a) Le programme détermine le plus petit entier n tel que

$$u_n < 51.$$

b) Après exécution de ce programme, la valeur affichée est 23.

A partir du 23^e mois, le stock du quincaillerie contiendra moins de 51 tonnes de peinture.