

Réponse

Item 1 et 2 : (2 points)

1. un vecteur directeur de la droite (d_1) est : $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

2. Pour déterminer les coordonnées du point d'intersection, on résoud le système :

$$\begin{cases} 1+t=k \\ -2t=8 \\ 5+3t=-4+k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-4 \\ k=-3 \\ k=-3 \end{cases} .$$

Donc elles sont sécantes et les coordonnées du point d'intersection A vérifient :

$$\begin{cases} x=1-4=-3 \\ y=-2 \times (-4)=8 \\ z=5+3 \times (-4)=-7 \end{cases}$$

Item 3 et 4 : (2 points)**1.**

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2} x = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 2} (-\ln(x-2)) = +\infty \end{array} \right\} \text{par somme, } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$$

2.

$$f(x) = x \Leftrightarrow x - \ln(x - 2) = x$$

$$\Leftrightarrow \ln(x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \ln(x - 2) = \ln 1$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

Comme $3 \in]2; +\infty[$, alors $S = \{3\}$.

Items 5 : (1 point)

$$p(X \leq 7) + p(X \geq 11) \approx 1 - 0,683 \approx 0,317$$

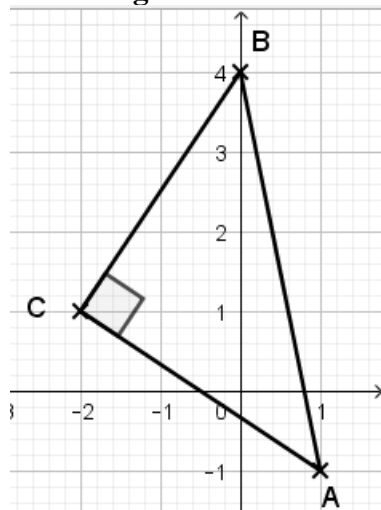
Items 6 et 7 : (2 points)

$$1. G'(x) = -e^x + (-x + 2)e^x = (-x + 2)e^x = g(x)$$

$$2. \int_0^2 g(x) dx = \left[(-x + 3)e^x \right]_0^2 = e^2 - 3.$$

Item 8, 9 et 10 : (3 points)

1. Voir la figure.



2.

$$2. \frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = \frac{2+3i}{3-2i} = \frac{i(-2i+3)}{-2i+3} = i$$

3. On a :

$$\frac{BC}{AC} = \left| \frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} \right| = |i| = 1$$

$$\text{et } (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \text{Arg} \left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} \right) = \text{Arg}(i) = \frac{\pi}{2} \quad (\pi).$$

Donc ABC est un triangle rectangle isocèle en C.

Item 11 et 12 : (2 points)

$$1. A = \overline{374}^2 = 3 \times 2^2 + 7 \times 2^1 + 4 \times 2^0 = 30$$

$$2. 1443 \equiv 2022[3].$$

On a : $1443 = 3 \times 481$ et $2022 = 3 \times 674$. Les nombres 1443 et 2022 sont des multiples de 3, donc la proposition est vraie.

Item 13 et 14: (2 points)

1. $f(x) = xe^{-x} + 3x + 1$

2. L'algorithme permet de déterminer à partir de quelle valeur x négative, l'équation $f(x) = 0$ admet une solution (ou que la courbe représentative de f coupe l'axe des abscisses).

Item 15 et 16: (2 points)

1. $u_{n+1} - u_n = \frac{7u_n - 4}{u_n + 3} - u_n = \frac{-u_n^2 + 4u_n - 4}{u_n + 3} = \frac{-(u_n - 2)^2}{u_n + 3}$

2. $u_{n+1} - u_n$ est négatif, donc la suite est décroissante.

Exercice :(4 points)

1. voir arbre

2. $p(R_1 \cap R_2) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25} = \frac{16}{100} = 0,16.$

3. la probabilité que la deuxième boule tirée soit blanche est :

$p(B_2) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{15}{25} = \frac{60}{100} = 0,6.$

4. La probabilité que les deux boules tirées soient de la même couleur. $p(R_1 \cap R_2) + p(B_1 \cap B_2) = \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{13}{25} = \frac{52}{100} = 0,52.$