

VI- Exercices - Applications

Exercice -1

Soient A , B , et C trois ensembles finis.

Montrer que

$$\begin{aligned} \text{Card}(A \cup B \cup C) &= \text{Card } A + \text{Card } B + \text{Card } C \\ &\quad - \text{Card}(A \cap B) - \text{Card}(A \cap C) \\ &\quad - \text{Card}(B \cap C) + \text{Card}(A \cap B \cap C) \end{aligned}$$

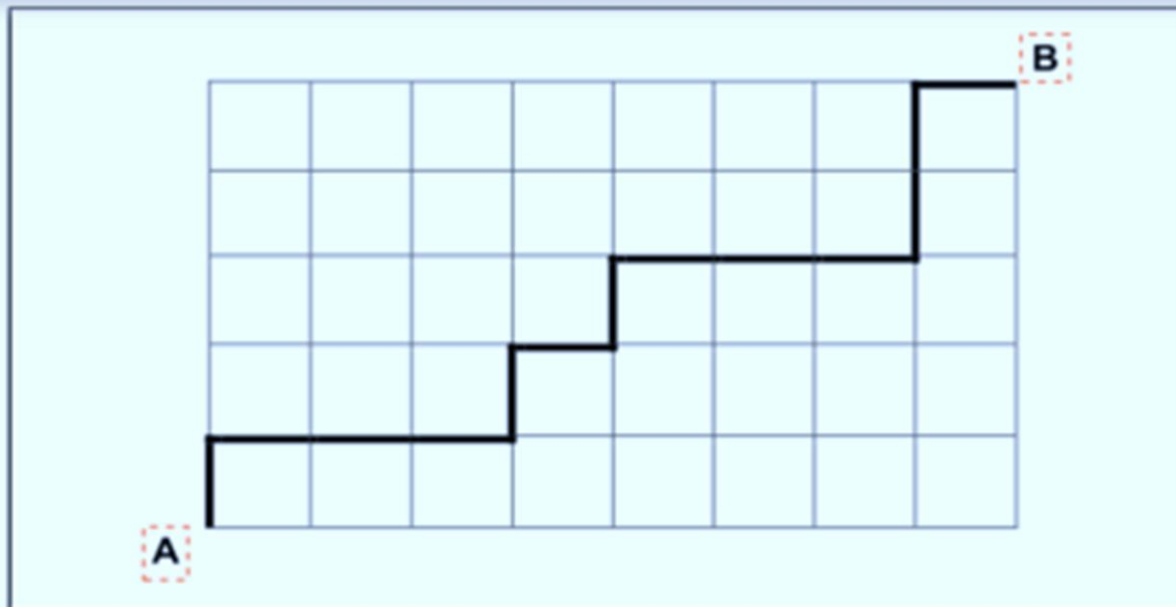
Application

Dans un centre de Langues, il y a autant d'hommes que de femmes tous étudient au moins une langue. Parmi eux, 10 étudient la langue chinoise, 15 la langue japonaise, 20 la langue arabe, 7 la langue chinoise et japonaise, 8 la langue japonaise et arabe et 9 la langue chinoise et arabe. Quel est l'effectif total de la classe ?

Exercice 2.

Les rues d'une ville sont toutes perpendiculaires entre-elles comme sur le schéma ci-dessous.

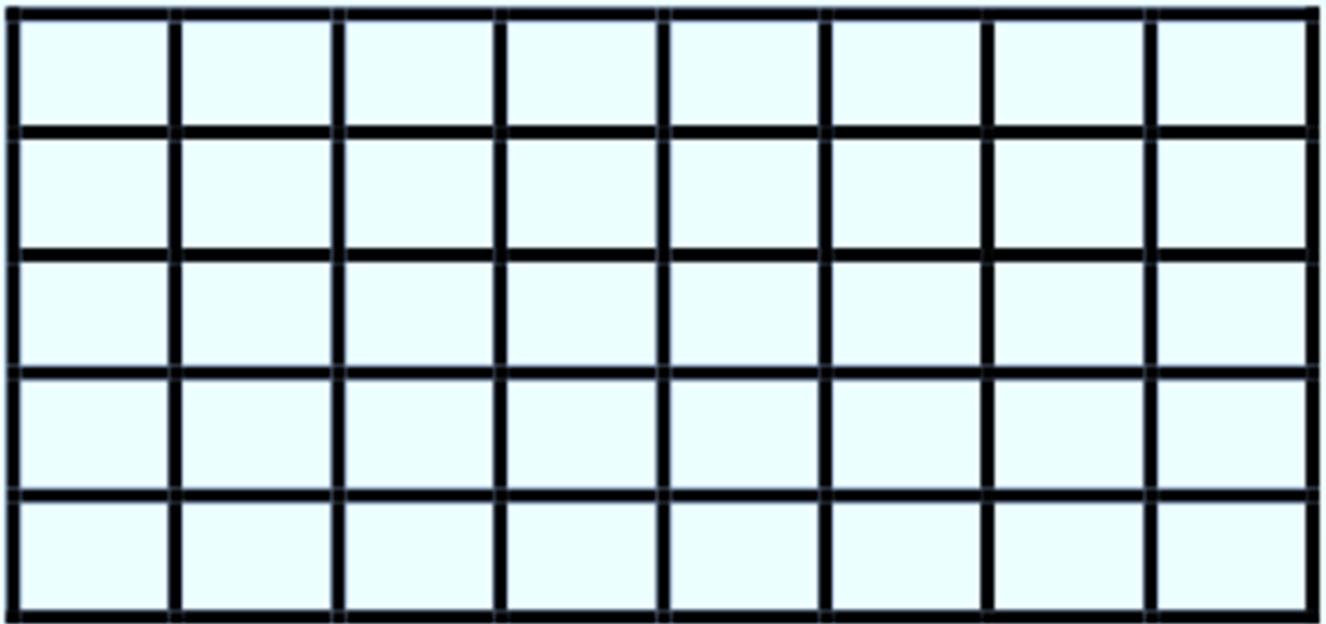
Déterminer le nombre de chemins différents qu'on peut tracer pour relier les points A et B en se déplaçant uniquement vers la droite et vers le haut.



Exercice -3

Déterminer le nombre de rectangles différents (les carrés sont aussi des rectangles) qu'on peut observer sur la figure ci-dessous.

(Deux rectangles sont différents s'ils ont des dimensions différentes ou s'ils sont à un autre endroit sur la grille.)



Exercice -4

Soit $n \in \mathbb{N} - \{0, 1\}$. On place n points sur un cercle. Combien de traits reliant uniquement 2 points (appelés cordes) peut-on tracer ?

Exercice -5

On trace dans un plan n droites en position générale (i.e. deux d'entre elles ne sont jamais parallèles ni trois d'entre elles concourantes).

Combien forme-t-on ainsi de triangles ?

Exercice -6

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
1	2	3
4	5	6
7	8	9
	0	

Un clavier de 13 touches permet de composer le code d'entrée d'un immeuble à l'aide d'une lettre suivie de trois chiffres :

- 1. Combien de codes différents peut-on former ?***
- 2. Combien y a-t-il de codes sans le chiffre 0 ?***
- 3. Combien y a-t-il de codes comportant au moins une fois le chiffre 0 ?***
- 4. Combien y a-t-il de codes comportant des chiffres distincts ?***
- 5. Combien y a-t-il de codes comportant au moins deux chiffres identiques ?***

Exercice -7

10 tableaux noirs (indiscernables) doivent être affectés à 6 écoles.

- 1- De combien de manières peut-on les répartir ?***
- 2- Qu'en est-il si chaque école doit recevoir au moins un tableau ?***

Combien de solution ?

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 10$$

avec

$$x_i \in \mathbb{N} \quad 1 \leq i \leq 6 \quad \text{et} \quad x_i \leq 10$$

les mots sont des mots de 10 signes sur l'alphabet $X = \{ +, / \}$

constitués de trois signes $+$ et de sept signes $/$...

Parmi les dix emplacements, il suffit de choisir les places

pour les signes $+$