ה א ו נ י ב ר ס י ט ה   ה פ ת ו ח ה

20283

# מתמטיקה דיסקרטית

## חוברת הקורס סתיו א2010

כתב: איתי הראבן

אוקטובר 2009 - סמסטר סתיו- תש״ע

# תוכן העניינים

# אל הסטודנטים,

אנו מקדמים את פניכם בברכה עם הצטרפותכם אל הלומדים בקורס "מתמטיקה דיסקרטית". חוברת זו כוללת תיאור של הקורס, פרטים על הפעילויות במהלך הלימודים, לוח הזמנים של הקורס, המטלות ובחינת גמר לדוגמא. קראו בעיון את כל הסעיפים לפני שתתחילו בלימודיכם. פרטים לגבי נהלים המקובלים באוניברסיטה הפתוחה מפורטים בידיעון האקדמי.
תיאורי הקורסים מופיעים בקטלוג הקורסים. עדכונים והשלמות לקטלוג הקורסים ולידיעון האקדמי יישלחו מדי סמסטר.

**<u>הערה:</u>** על ספרי הלימוד וחלק מחומרי העזר של הקורס מופיע מספר קורס 20276. הסיבה לכך היא שחומרים אלה נלקחו מקורס שפעל באו"פ בשנים קודמות.
הספרים וחומרי העזר יעודכנו בהדרגה בסמסטרים הבאים ועד אז נעבוד עם החומרים הקיימים.

קורס זה מתוקשב במסגרת הפעילות של מחלקת תלם (תקשוב ללימוד מרחוק).
קורס מתוקשב כולל, נוסף על יחידות הלימוד הכתובות, גם פעילות באתר הקורס באינטרנט.
פעילות זו כוללת: אינטראקציה בין הסטודנטים לצוות ההוראה באמצעות קבוצות דיון ודואר אלקטרוני, הפניות למאגרי מידע ולאתרים ברשת האינטרנט, חומרי לימוד והעשרה. הפעילות באתר הקורס אינה חובה אך האתר יכול לסייע מאוד בלימוד הקורס.
כתובת אתרי הקורסים: **http://telem.openu.ac.il**.
פרטים נוספים **בהמשך החוברת.**

מרכז ההוראה בקורס הוא אִיתַּי הראבן.
ניתן לפנות אליו באופן הבא:

- בטלפון **09-7781333** , בימי ג', בין השעות 10:00 - 12:00.
- דרך אתר הקורס.
- בדואר אלקטרוני - itaiha@openu.ac.il
- פקס: **09-7780631**

אנו מאחלים לכם לימוד פורה ומהנה.

ב ב ר כ ה ,
צוות הקורס

# מתכונת הקורס

## 1. תיאור הקורס ודרישות החובה לבחינת הגמר

הקורס מורכב משלוש יחידות: תורת הקבוצות, קומבינטוריקה ולוגיקה.
היחידות כוללות חומר בהיקף רחב יותר מן הנדרש לבחינת הגמר בסוף הקורס. אנא סמן לך ביחידות המתאימות את פרקי החובה כמפורט להלן:

**יחידה 1 - תורת הקבוצות (כרך I)**

כל החומר שביחידה למעֵט תת סעיף 2.5.3 - רלצית קומפטיביליות (אמצע עמ' 70 - סוף עמ' 72), ולמעֵט סעיף 4.2 (עמ' 129 - 138).

**שימו לב:** בתוך החבילה של חומרי הלימוד קיבלתם את החוברת **תוספת לכרך I: פרק 5**.
**חוברת זו היא חלק מחומר הלימוד הנדרש.** היא **מחליפה** את סעיף 4.2 האמור וכוללת גם נושאים נוספים.

**יחידה 2 - קומבינטוריקה (כרך IV)**

כל החומר שביחידה, למעט סעיף 7.4 - פונקציה יוצרת מעריכית.

**יחידה 3 - לוגיקה (כרך III)**

למעט הנספח לפרק 2 וסעיפים 3.11 , 3.12.

## 2. כיצד ללמוד

כל חומר הלימוד הנדרש נמצא ביחידות הלימוד ואינכם זקוקים לספרים נוספים.
באתר האינטרנט של הקורס יש חומרי עזר שיכולים לסייע לכם בלימוד הקורס - פרטים בעמ' ט'.
רצוי ללמוד את היחידות זו אחר זו על-פי "לוח זמנים ופעילויות". לפני שאתם ניגשים לפתרון מטלה יש לעבור על כל החומר בו עוסקת המטלה ביסודיות רבה.
יש ללמוד את כל השאלות הפתורות בספר הלימוד, ולהתייחס אליהן כאל חלק אורגני של החומר הנלמד. לגבי השאלות שפתרונן מופיע בסוף היחידה, מומלץ ביותר לנסות ולפתור כל אחת מהן באופן עצמאי (להקדיש לפחות כרבע שעה לשאלה), ורק לאחר מכן לעיין בפתרון. הלימוד השיטתי של יחידות הלימוד, יחד עם פתרון המטלות, מקנה הכנה מלאה לקראת בחינת הגמר.

אם נתקלתם בקשיים תוך כדי לימוד, נצלו את שעת ההנחיה הטלפונית או את המפגש כדי להתיעץ עם המנחה.

שמירה על קצב הלימוד המתוכנן והגשת המטלות בזמן מונעים קשיים בלתי רצויים במהלך הסמסטר ומסייעים בהפקת מלוא התועלת מהקורס.

## 3. מפגשי הנחיה

במהלך הסמסטר יתקיימו מפגשי הנחיה במרכזי הלימוד בהתאם ללוח המפגשים שנשלח לכל תלמיד בנפרד. מפגשים אלה נועדו להבהיר את החומר הנלמד עד למועד המפגש, ולעזור להתגבר על קשיים בהבנה או בפתרון של השאלות בגוף היחידות ובמטלות. הם מתוכננים על סמך ההנחה שהמשתתפים בהם כבר קראו את החומר הרלבנטי ועיקר הזמן יוקדש בדרך כלל לפתרון דוגמאות נוספות ותירגול. ההשתתפות במפגשי ההנחיה אינה חובה אך היא בהחלט מומלצת.

## 4. בחינות הגמר

הנכם זכאים לגשת לבחינת גמר בקורס רק אם עמדתם **בכל** דרישות הקורס **לפני** מועד בחינה. (כלומר הגשתם מטלות במשקל מינימלי והשתתפתם בשאר פעילויות החובה של הקורס).

בחינות הגמר יחלו כשבוע ימים לאחר תום הסמסטר. הודעה על המועדים המדויקים תישלח לסטודנטים על-ידי מרכז ההישגים הלימודיים כחודשיים לאחר תחילת הסמסטר.
מועדי בחינות הגמר שנקבעו לסמסטרים הבאים מפורטים בידיעון האקדמי.

**לתשומת לב!**
**הנכם זכאים להיבחן בקורס פעמיים: במועדים של הסמסטר הנוכחי או במועדים של הסמסטר הבא בו נלמד הקורס, ובכך מיציתם את זכותכם להיבחן בקורס.**
**סטודנטים שניגשו לבחינות גמר בשני מועדים ונכשלו בשניהם, יוכלו להירשם לקורס זה פעם נוספת ולקבל הנחה בשכר הלימוד. פרטים בידיעון האקדמי.**

**מותר להביא לבחינה כל חומר עזר, כולל סיכומים בכתב-יד.**

## 5. לוח זמנים ופעילויות (20283/ 2010א)

| שבוע הלימוד | תאריכי שבוע הלימוד | יחידת הלימוד המומלצת | מפגשי ההנחיה* | תאריך אחרון למשלוח הממ"ן למנחה |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 23.10.2009-18.10.2009 | תורת הקבוצות פרק 1 | | |
| 2 | 30.10.2009-25.10.2009 | תורת הקבוצות סעיפים 2.1-2.4 | | ממ"ן 11 יום ה' 29.10.2009 |
| 3 | 6.11.2009-1.11.2009 | תורת הקבוצות סעיפים 2.5 - 3.1 | | |
| 4 | 13.11.2009-8.11.2009 | תורת הקבוצות סעיפים 3.2-3.5 | | ממ"ן 12 יום ב' 9.11.2009 |
| 5 | 20.11.2009-15.11.2009 | תורת הקבוצות סעיף 4.1 | | ממ"ן 13 יום ב' 16.11.2009 |
| 6 | 27.11.2009-22.11.2009 | תורת הקבוצות החוברת פרק 5 | | |
| 7 | 4.12.2009-29.11.2009 | קומבינטוריקה סעיפים 1.1-2.3 | | ממ"ן 14 יום א' 29.11.2009 |
| 8 | 11.12.2009-6.12.2009 | קומבינטוריקה סעיפים 2.4-3.2 | | ממ"ן 15 יום ו' 11.12.2009 |

** התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים". אנא שבצו אותם בכתב ידכם. מרכז הלימוד ומספר הקבוצה מצוינים בהודעה ללומד שקיבלתם ממערך שירותי הוראה.*

לוח זמנים ופעילויות - המשך

| שבוע הלימוד | תאריכי שבוע הלימוד | יחידת הלימוד המומלצת | מפגשי ההנחיה* | תאריך אחרון למשלוח הממ"ן למנחה |
|---|---|---|---|---|
| 9 | 18.12.2009-13.12.2009<br>(א-ו חנוכה) | קומבינטוריקה<br>פרקים 4 - 5 | | |
| 10 | 25.12.2009-20.12.2009 | קומבינטוריקה<br>פרק 6 | | ממ"ן 16<br>יום ו' 25.12.2009 |
| 11 | 1.1.2010-27.12.2009 | קומבינטוריקה<br>פרק 7 | | |
| 12 | 8.1.2010-3.1.2010 | לוגיקה<br>סעיפים 1.1 - 2.2 | | ממ"ן 17<br>יום א' 3.1.2010 |
| 13 | 15.1.2010-10.1.2010 | לוגיקה<br>סעיף 2.3 | | ממ"ן 18<br>יום ו' 15.1.2010 |
| 14 | 22.1.2010-17.1.2010 | לוגיקה<br>סעיפים 3.1 - 3.6 | | |
| 15 | 29.1.2010-24.1.2010 | לוגיקה<br>סעיפים 3.7-3.10 | | ממ"ן 19<br>יום ו' 29.1.2010 |

מועדי בחינות הגמר יפורסמו בנפרד

** התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים". אנא שבצו אותם בכתב ידכם. מרכז הלימוד ומספר הקבוצה מצוינים בהודעה ללומד שקיבלתם ממערך שירותי הוראה.*

## 6. למידה מתוקשבת ואתר הקורס באינטרנט

**http://telem.openu.ac.il**

**לקורס שבו אתם לומדים קיים אתר באינטרנט** הפועל כמעין מרכז לימוד וירטואלי של הקורס. האתר מהווה עבורכם ערוץ תקשורת עם סטודנטים אחרים בקורס ועם צוות ההוראה, ומאפשר לכם ליהנות מחומרי למידה נוספים שמפרסם מרכז ההוראה. ההשתתפות בפעילות המתוקשבת באתר אינה דורשת הרשמה מיוחדת. הכניסה לאתר מתבצעת מכל עמדת מחשב שיש בה חיבור לאינטרנט (בבית, במקום העבודה, ממחשב של חבר), בשעות ובימים הנוחים לכם.

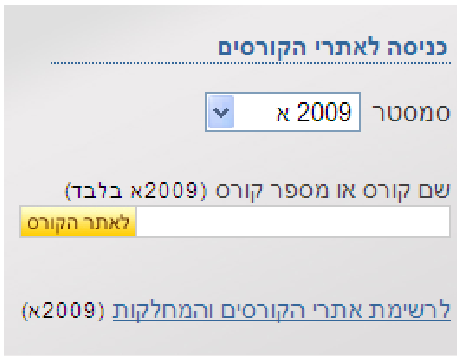
### מהם הציוד והתוכנה הנדרשים כדי לגלוש באתר?

כדי לבקר באתר ולהשתתף בפעילות נדרשת גישה למחשב המסוגל להריץ Microsoft Internet Explorer 6 ומעלה, הכולל מעבד התמלילים Microsoft Word 7.0 ומעלה. תוכנות Office אחרות מומלצות.

### כיצד מגיעים לאתר הקורס?

תחילה עליכם להיכנס לאתר הראשי של שוהם בכתובת: \http://telem.openu.ac.il

לאחר מכן הקלידו את מספר הקורס או את שמו בחלון שלהלן:




### מה כוללים אתרי הקורסים?

אתרי הקורסים מאפשרים לקיים **תקשורת זמינה ושוטפת** בין כל השותפים ללמידה ולהוראה בקורס.

נוסף על כך באתרי הקורסים מתפרסמים **חומרי לימוד** כגון: עדכונים ליחידות הלימוד, תרגול נוסף, דוגמאות של מבחנים, משובים לממ״נים, המחשות, לומדות ועוד. **חומרי העשרה** כגון: מצגות, עבודות לדוגמה של סטודנטים, נושאים אקטואליים, מבחני רב ברירה עם משוב מיידי, קישורים למאגרי מידע ולאתרים שונים ברשת האינטרנט ועוד.

בחלק מהאתרים משולבים **שיעורי וידיאו** מוקלטים המחולקים לפרקים והמזמנים לימוד הדומה במקצת לשיעור חי. החלוקה לפרקים מאפשרת צפייה נוחה בשיעור, ובמיוחד חזרה על פרקים ספציפיים מתוך הרצף. בדקו האם יש הפניה לשיעורי וידיאו בקורס שלכם והיעזרו בהם ללמידה.

כל אלה הן דוגמאות בלבד - באתר של כל קורס בוחר מרכז ההוראה להציג את החומרים המתאימים לתכני הקורס.

### הפנקס האישי

באתרי הקורסים משולב "**פנקס אישי**" המאפשר לכם לרכז הערות אישיות לחומרים שתבחרו מתוך אתר הקורס. הפנקס האישי, כשמו כן הוא - אישי. רק אתם מורשים לצפות בו. אותו פנקס ילווה אתכם בכל תקופת לימודיכם באוניברסיטה הפתוחה וישרת אתכם בכל הקורסים שתלמדו. תוכלו לאסוף לפנקס האישי פריטי תוכן מאתרי קורסים שונים, בתנאי שיש לכם הרשאה אליהם.

פרטים על הפנקס האישי והמלצות לשימוש בו ראו באתר תלם, אזור מידע לסטודנטים או ישירות בכתובת: http://telem.openu.ac.il/personal_notes
מקווים שהפנקס האישי יהיה לכם לעזר במהלך לימודיכם באוניברסיטה הפתוחה.

### כיצד מתבצעת התקשורת באתר?

בדף הבית באתר פרוס **לוח הודעות** בו מתפרסמות הודעות שוטפות מטעם צוות ההוראה בנושאים ואירועים הקשורים לקורס.
באתר יש **קבוצת דיון** המאפשרת שיח שוטף בין כל משתתפי הקורס באמצעות חילופי טקסט. אפשר לשתף ולהתייעץ, לדון בחומר הלימוד, להעלות קשיים, לשאול שאלות ולקיים שיח לימודי וחברתי. קבוצת הדיון פתוחה רק בפני הסטודנטים והמנחים הלומדים ומלמדים בקורס.
**הדואר האלקטרוני** מאפשר קיום תקשורת בינאישית בין הסטודנטים ומול צוות ההוראה.
**הצ'ט** מאפשר לכל משתתפי הקורס, לומדים ומלמדים, "לשוחח" בזמן אמת באמצעות הודעות טקסט במועד שנקבע מראש.

### ביקור ראשון באתר הקורס

הצעד הראשון בביקורכם באתר הוא לערוך עימו הכרות - התחילו לשוטט במדורים השונים הנמצאים באתר בצורה חופשית כדי להכיר את המבנה שלו ואת התכנים שנמצאים בו.
היכנסו ל עדכון פרטים אישיים ובצעו את הפעולות הבאות:

- ***עדכנו את כתובת הדואר האלקטרוני שלכם*** כדי שתוכלו לקבל דואר ממרכז ההוראה.
- אשרו פרסום שמכם בדף רשימות הסטודנטים באתר כדי שסטודנטים אחרים יוכלו לפנות אליכם ישירות.
- תוכלו לשנות את סיסמת הגישה האישית לאתר (אם היא מסובכת מדי לזכירה).

בקרו בקבוצת הדיון והציגו עצמכם בפני צוות הקורס וחברי הקבוצה, תוכלו לספר מעט על עצמכם ולשתף אחרים בציפיות שלכם מהקורס. בביקורים הבאים באתר, נצלו את קבוצת הדיון להעלות שאלות, להציע רעיונות ולשתף אחרים בחוויות ובפתרונות.

לרשותכם קיים באתר מדריך למשתמש הכולל הנחיות טכניות לתפעול סביבת הלמידה, אליו ניתן להגיע מהקישור | עזרה בראש דף הבית.

### תדירות הביקור באתר ולמה כדאי לחזור ולבקר בו

האינטרנט כידוע הוא מדיום בעל יתרונות רבים, אחד מהם הוא האפשרות לעדכן את המידע באופן שוטף ובמהירות. היתרון הזה בא לידי ביטוי באתרי הקורסים ומאפשר לצוות ההוראה לעדכן את האתר ואתכם, הסטודנטים, באופן שוטף בפרסומים, בחידושים, בדוגמאות אקטואליות ועוד. במילים אחרות, בניגוד ליחידות הלימוד הכתובות, אתר הקורס כפי שמוצג בראשית הסמסטר אינו דומה כלל וכלל לאתר הקורס בסוף הסמסטר. אתרי הקורסים מתרחבים ומתעדכנים כל העת. עשו לעצמכם מנהג לבקר באתר באופן שגרתי ולהפנות אליו את שאלותיכם.

גם אם בהתחלה הדבר יהיה אולי מכביד או מאולץ, עם הזמן תיווכחו כי עומד לרשותכם אמצעי עזר יעיל ללמידה.

> היכנסו לאתר, היעזרו בתכנים השונים וכמובן השתתפו באופן פעיל. האתר נועד לכם ושימוש נכון בו יכול להקל עליכם את הלמידה.
> **להתראות באתר!**

### כיצד מקבלים סיסמת גישה לאתר הקורס?

לכל סטודנט הרשום לקורס מתוקשב, נפתח באוניברסיטה חשבון אישי הכולל סיסמת גישה לאתר הקורס באינטרנט. הסיסמה מופקת פעם אחת לכל תקופת הלימודים, ותשרת אתכם בכל הקורסים המתוקשבים שאליהם אתם רשומים. **חשוב לשמור את הסיסמה גם לקורסים ולסמסטרים הבאים**. אם זו פעם ראשונה שאתם לומדים בקורס מתוקשב, תישלח לביתכם הודעה שתכלול את שם המשתמש והסיסמה המקורית שלכם. **אנא הקפידו לשמור פרטים אלה!** תוכלו לשנות את הסיסמה האישית באתר הקורס בכפתור עדכון פרטים אישיים. אם שיניתם את הסיסמה, אנא הקפידו לרשום אותה לפניכם. אם שכחתם אותה, עליכם ליצור קשר עם מוקד הפניות והמידע בטלפון 09-7782222, באמצעות דואר אלקטרוני: infodesk@openu.ac.il או תוכלו להשתמש גם בשירותי קול האו״פ בטלפון 09-7781111.

**שימו לב!** מטעמי סודיות לא ניתן לקבל את הסיסמה בטלפון. בכל מקרה של דרישת סיסמה, היא תישלח בדואר לכתובת המעודכנת במחשב האוניברסיטה הפתוחה.

### שליחת ממ״נים באמצעות מערכת המטלות המקוונת

בכל קורס (למעט בודדים), ניתן להגיש מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת. מערכת המטלות המקוונת היא, מערכת ממוחשבת מבוססת אינטרנט לשינוע מטלות מן הסטודנטים למנחים ובחזרה. המטלות נשלחות באמצעותה מהסטודנטים למנחי הקורס ומוחזרות לאחר בדיקתן כולל ציון ומשוב, תוך בקרה מלאה של מרכזי ההוראה. יתרונותיה הבולטים של המערכת, היא האפשרות של הסטודנטים לדעת בכל שלב האם המטלה נמצאת אצל המנחה (הורדה למחשב שלו), האם נבדקה, ומה הציון שניתן עליה. על כל אלה יש להוסיף את היתרון כי שימוש במערכת המקוונת אינו מצריך מילוי ידני של טפסים וכמובן שאין צורך במשלוח בדואר. לצד המעקב המנהלי, המערכת מאפשרת, קבלת משוב מסודר ומתועד היטב בגוף המטלה או בקובץ נפרד.

### תמיכה טכנית ובירורים

**מוקד הפניות והמידע**

טלפון רב קווי 09-7782222, דואר אלקטרוני: infodesk@openu.ac.il

שעות הפעילות של מוקד הפניות הן:

בימי ראשון עד חמישי בין השעות: 19:00 - 8:30

בימי שישי וערבי חג בין השעות: 12:30 - 8:30

**בעת הפנייה למוקד, הנכם מתבקשים להצטייד במספר ת״ז וקוד אישי.**

<u>יש לפנות למוקד בנושאים</u>:

- סיסמת המשתמש (לקבלה או שחזור סיסמה. ניתן גם להשתמש גם בשירותי קול האו״פ בטלפון 09-7781111)
- הודעת שגיאה המודיעה כי אינכם מורשים לגשת לדף כלשהו באתר
- קשיים בהפעלת מערכת שליחת מטלות (במידה שקיבלתם הודעה שבקורס נעשה שימוש במערכת)
- שאלות כלליות על אתרי הקורסים ודיווח על תקלות טכניות באתר (למשל דף משובש או כתובת URL שגויה)

**בכל הנושאים הקשורים לתכנים באתר הקורס, עליכם לפנות לצוות ההוראה בקורס.**

# מטלות הקורס

## 7. תאור המטלות

**קראו היטב עמודים אלו**
**לפני שתתחילו לענות על השאלות**

פתרון המטלות הוא חלק בלתי נפרד מלימוד הקורס - הבנה מעמיקה של חומר הלימוד דורשת תרגול רב. המטלות יבדקו על-ידי המנחה ויוחזרו לכם בצירוף הערות המתייחסות לתשובות.

### 7.1 מבנה המטלות

כל מטלה מורכבת מכמה שאלות. משקל כל השאלות זהה אלא אם כן צוין אחרת.
את הפתרונות למטלה עליכם לרשום על דף בכתב יד ברור ובצורה מסודרת. רצוי להשאיר שוליים רחבים להערות המנחה. לחילופין ניתן להגיש את המטלות מודפסות במעבד תמלילים, בתנאי שכל הסימונים המתמטיים ברורים. אין להשתמש בסימונים שאינם מופיעים ביחידות.

### 7.2 ניקוד המטלות

לכל מטלה משקל של 3 נקודות; ניתן לצבור עד 27 נקודות.
**חובה להגיש מטלות במשקל של 15 נקודות לפחות.**
**הגשת הממ"נים הבאים היא חובה:**
**לפחות שניים** מהממ"נים 11-14, **לפחות אחד** מהממ"נים 15-17 **ולפחות אחד** מהממ"נים 18-19.

**ללא צבירת 15 נקודות בהגשת מטלות וללא הגשת מטלות חובה לא ניתן יהיה לגשת לבחינת הגמר.**

### התנאים לקבלת נקודות זכות

א. להגיש במשך הקורס מטלות שמשקלן הכולל **לפחות 15 נקודות , לפי הפירוט לעיל.**
ב. לקבל בבחינת הגמר ציון **60 לפחות**.
ג. לקבל בציון הסופי **60 נקודות לפחות**.

# הערות חשובות לתשומת לבך!

**פתרון המטלות הוא מרכיב מרכזי בתהליך הלמידה, לכן מומלץ שתשתדלו להגיש מטלות רבות ככל האפשר, כולל מטלות שעליהן אתם מצליחים להשיב רק באופן חלקי.**

**כדי לעודדכם להגיש לבדיקה מספר רב של מטלות הנהגנו הקלה כדלהלן:**

**בחישוב הציון הסופי נשקלל את כל המטלות שציוניהן גבוהים מהציון בבחינת הגמר. ציוני מטלות כאלה תורמים לשיפור הציון הסופי.**
**ליתר המטלות נתייחס במידת הצורך בלבד. מתוכן נבחר רק את הטובות ביותר עד להשלמת המינימום ההכרחי לעמידה בתנאי הגשת מטלות. משאר המטלות נתעלם.**

**זכרו! ציון סופי מחושב רק לסטודנטים שעברו את בחינת הגמר בציון 60 ומעלה והגישו מטלות כנדרש באותו קורס.**

**מותר, ואפילו מומלץ לדון עם עמיתים, ועם סגל ההוראה של הקורס על נושאי הלימוד ועל השאלות המופיעות במטלות. עם זאת, מטלה שסטודנט מגיש לבדיקה אמורה להיות פרי עמלו. הגשת מטלה שפתרונה אינו עבודה עצמית, או שלא נוסחה אישית על-ידי המגיש היא עבירת משמעת.**

## עליכם להשאיר לעצמכם העתק של המטלה.

## אין האוניברסיטה הפתוחה אחראית
## למטלה שתאבד בשל תקלות בדואר.

## 8. נוהל הגשת מטלות מנחה (ממ״ן)

**כיצד להגיש את המטלה?**

לכל מטלת מנחה עליכם לצרף טופס מלווה אחד.

הקפידו למלא את כל הפרטים בחלק א של הטופס. הכניסו את הטופס (על כל חלקיו הצבעוניים) יחד עם המטלה למעטפה המיועדת לכך ורשמו בכתב יד ברור את כתובתכם (כולל מיקוד!) במקום המיועד לכך.

רשמו את שם המנחה וכתובתו באופן מדויק. (דוגמה לטופס מלווה לממ״ן ראו בהמשך).

השאירו עותק של המטלה בידכם!

**מועדי הגשה ומשלוח מטלות בדואר**

בעמוד הראשון של כל מטלה מצוין מועד הגשתה. שילחו אותה בדואר עד ל״תאריך האחרון למשלוח״ המצוין עבורה. בכל מקרה, אסור שחותמת הדואר על המעטפה תישא תאריך מאוחר מה״תאריך האחרון״ למשלוח הממ״ן.

| |
|---|
| שימו לב: |
| אין לשלוח מטלות בדואר רשום! |
| הקפידו לרשום את כתובת המנחה בצורה מדויקת כולל מיקוד. |

את הממ״ן עליכם לשלוח לבדיקה **רק למנחה שלקבוצתו אתם משובצים**. ממ״ן שיישלח למנחה אחר ללא אישור מראש של מרכז ההוראה ציונו לא ייחשב.

הממ״ן ייבדק ויוחזר לכם תוך שלושה שבועות מהתאריך האחרון להגשת הממ״ן. אם הממ״ן לא יוחזר אליכם במועד זה, אנא התקשרו עם המנחה לברר סיבת העיכוב.

**דחייה בהגשת מטלות**

במקרים מיוחדים, כגון שירות מילואים, תוכלו לפנות למנחה שלכם לקבלת אישור לדחיית מועד ההגשה. לכל מטלה המוגשת באיחור צרפו מכתב/אישור המנמק את סיבת האיחור.

בסמכותו של המנחה שלכם לאשר לכם איחור של עד שבוע בהגשת ממ״ן (אלא אם קיבל הנחיות אחרות ממרכז ההוראה). במקרה חריג ביותר שנדרש איחור בהגשה של למעלה מזה יש לבקש אישור של מרכז ההוראה בקורס. מטלות שתגענה באיחור וללא אישור תיבדקנה על-ידי המנחה אך לא יינתן להן ציון והן לא תובאנה בחשבון המטלות המוגשות.

**ערעור על ציון בממ״ן**

אם יש לכם השגות על הציון שקיבלתם בממ״ן תוכלו להגיש ערעור מנומק בכתב למנחה שלכם בצירוף הממ״ן והטופס המלווה (ההעתק הצהוב), תוך שבוע ימים מיום קבלת הממ״ן.

אם המנחה לא יקבל את ערעורכם, הרשות בידכם לערער בפני מרכז ההוראה בקורס בצירוף הממ״ן והטופס המלווה, תוך שבוע מיום קבלת תשובת המנחה על ערעורכם. החלטת מרכז ההוראה היא סופית.

## שימו לב!

**את התשובות לממ"נים הנכם מתבקשים לכתוב על דפי פוליו (שורות). כתבו על צדו האחד של העמוד והשאירו שוליים רחבים להערות המנחה (לפחות 5 ס"מ).**

**האוניברסיטה הפתוחה**
הקריה ע"ש דורותי דה רוטשילד
רח' רבוצקי 108 ת.ד. 808 רעננה 43104

לשימוש פנימי

| 611 | | 21 |
|---|---|---|
| 8-10 | 3-7 | 1-2 |

**טופס מלווה למטלה לבדיקה מנחה (ממ"ן)**

| מטלה | קורס | מספר הזהות |
|---|---|---|
| 11 | 10125 | 123456789 |
| 27-28 | 22-26 | 11-19 |

**חלק א** - ימולא על-ידי התלמיד
מלא נא את כל הפרטים בעט כדורי בכל המלבנים הכהים וכן למטה.
מספר הקורס והמטלה העתק מתוך השאלון.
כן הקפד לרשום את כל תשע הספרות של מספר הזהות (גם אפסים וסיפרת ביקורת)
שלח את כל העתקים בצירוף המטלה אל מנחה קבוצתך.

ישראל ישראלי
שם התלמיד

התשמונאים 19 ת"א
כתובת התלמיד

73332 — מיקוד
03-5269710 — טלפון

גל ארז
שם המנחה

ת"א 610 — מרכז לימוד
01 — קבי לימוד
1.1.02 — נשלח ביום

**חלק ג** - ציונים
יש לרשום מספרים שלמים
סכום ציוני השאלות צריך להיות שווה ציון המטלה.

| | |
|---|---|
| | 31 |
| ציון שאלה 1 | 34 |
| ציון שאלה 2 | 37 |
| ציון שאלה 3 | 39 |
| ציון שאלה 4 | 41 |
| ציון שאלה 5 | 43 |
| ציון שאלה 6 | 45 |
| ציון שאלה 7 | 47 |
| ציון שאלה 8 | 49 |
| ציון שאלה 9 | 51 |
| ציון שאלה 10 | 53 |
| ציון שאלה 11 | 55 |
| ציון שאלה 12 | 57 |
| ציון שאלה 13 | 59 |
| ציון שאלה 14 | 61 |
| ציון שאלה 15 | 63 |
| ציון שאלה 16 | 65 |
| ציון שאלה 17 | 67 |
| ציון שאלה 18 | 69 |
| ציון שאלה 19 | 71 |
| ציון שאלה 20 | 73 |
| ציון שאלה 21 | 75 |
| ציון שאלה 22 | 77 |
| ציון שאלה 23 | 79 |
| ציון שאלה 24 | 81 |
| ציון שאלה 25 | 83 |

**חלק ב** - ימולא על-ידי המנחה
מלא נא את כל הפרטים (בעט כדורי). שמור את העותק האחרון בידך.
שלח את שאר העותקים בצירוף המטלה למרכז שירות לאוניברסיטה (מש"ל).

התקבל ביום ______ נשלח ביום ______ שם המנחה ______

**חלק ד** - הערות המנחה לתלמיד (נא כתוב ברור)

מקי"ט 9-830-1-9500 יוסף ורלך ושותי בע"מ

**דוגמה למילוי טופס מלווה לממ"ן**

# מטלת מנחה (ממ"ן) 11

**הקורס:** **20283 - מתמטיקה דיסקרטית**

**חומר הלימוד למטלה**: תורת הקבוצות פרק 1

**מספר השאלות:** 4      **משקל המטלה:** **3** נקודות

**סמסטר:** 2010א      **מועד אחרון להגשה:** יום ה' 29.10.2009

**קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:**

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת – גישה מדף הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

**הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"**

**שאלה 1** (24 נק')

שאלה זו נועדת לתרגל מושגים בסיסיים בתורת הקבוצות ולחדד כמה נקודות שכדאי להבינן בשלב מוקדם:

* ההבדל בין $A$ לבין $\{A\}$ (קבוצה שהאיבר היחיד שלה הוא $A$).

* מקרה פרטי: ההבדל בין הקבוצה הריקה $\varnothing$ לבין $\{\varnothing\}$.

* ההבדל בין "$x$ איבר של $y$" לבין "$x$ חלקי ל- $y$".

תהיינה: $X=\{1,2\}$ , $Y=\{X,\{3\}\}$ , $Z=\{X\}$ .

לכל אחת מהטענות הבאות קבע אם היא נכונה.

בשאלה זו בלבד אין צורך לנמק, די לרשום בכל סעיף נכון / לא נכון.

א. $X\in Y$     ב. $Z\in Y$     ג. $X\subseteq Y$

ד. $Z\subseteq Y$     ה. $\varnothing\in Z$     ו. $|Y|=2$

ז. $P(X)\subseteq P(Y)$     ח. $\{\varnothing\}\subseteq P(X)$

**שאלה 2** (28 נק')

**הוכח או הפרך** כל אחת מהטענות הבאות. כדי להפריך טענה - הבא דוגמא נגדית.

לטענות הנכונות - תן הוכחה מסודרת המסתמכת בכל צעד על טענות והגדרות בספר .

א. $(A-B)\cup B = A$

ב. $(A\cup B)-B = A$

ג. $P(A\cup B)=P(A)\cup P(B)$

ד. $P(A\cap B)=P(A)\cap P(B)$ .

**שאלה 3** (23 נק')

הוכח את הטענות הבאות בעזרת **"אלגברה של קבוצות"**: צא מאחד האגפים, פתח אותו בעזרת זהויות ידועות, והגע לאגף השני. אין להשתמש בהוכחה במושג "איבר". במקומות בהם מופיע הפרש קבוצות מומלץ להיעזר בזהות $A - B = A \cap B'$ (עמ' 23 בספר הלימוד). **ציין באופן ברור בכל צעד את הזהויות עליהן אתה מסתמך**. הסימן $\oplus$ מוגדר בעמ' 27 בספר.

(7 נק') א. $(A \cap B) \cup (A \cap B') = A$

(8 נק') ב. $A \oplus B = A' \oplus B'$.

(8 נק') ג. $(A \oplus B) \oplus (B \oplus C) = A \oplus C$.

**שאלה 4** (25 נק')

איחוד של קבוצה כלשהי של קבוצות מתואר בהגדרה 1.6 בעמוד 12 בספר.

במלים פשוטות ההגדרה היא: $x \in \bigcup_{i \in I} A_i$ אםם $x$ שייך **לפחות** לאחת הקבוצות $A_i$,

כאשר $i$ מקבל ערכים ב- $I$.

חיתוך של קבוצה כלשהי של קבוצות מתואר בעמוד 16 בספר.

במלים פשוטות ההגדרה היא: $x \in \bigcap_{i \in I} A_i$ אםם $x$ שייך **לכל** הקבוצות $A_i$,

כאשר $i$ מקבל ערכים ב- $I$.

השאלה שלפניך מתרגלת את השימוש בשני מושגים האלה.

$\mathbf{N}$ היא קבוצת המספרים הטבעיים (כולל 0), $\mathbf{R}$ היא קבוצת המספרים הממשיים.

לכל $n \in \mathbf{N}$, תהי $A_n = \{x \in \mathbf{R} \mid 4 \le x \le 2n+2\}$, ותהי $B_n = A_{n+1} - A_n$.

א. חשב את $A_0$, $A_1$, $A_2$, $A_3$ ואת $B_0$, $B_1$, $B_2$.

ב. הוכח: אם $n \le m$ אז $A_n \cap A_m = A_n$.

ג. חשב את $\bigcap_{2 \le n \in \mathbf{N}} A_n$

ד. חשב את $\bigcup_{n \in \mathbf{N}} A_n$

ה. חשב את $\bigcup_{2 \le n \in \mathbf{N}} B_n$.

# מטלת מנחה (ממ"ן) 12

**הקורס: 20283 - מתמטיקה דיסקרטית**

**חומר הלימוד למטלה**: תורת הקבוצות פרק 2

**מספר השאלות:** 5 **משקל המטלה: 3** נקודות

**סמסטר:** 2010א **מועד אחרון להגשה:** יום ב' 9.11.2009

**קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:**

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת – גישה מדף הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

**הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"**

"רלציה" בעברית: **יחס**.

**שאלה 1** (20 נקודות)

א. תהי $A = \{1,2,3\}$ . יהי $R$ היחס הבא מעל $A$ : $R = \{\{1,2\},\{1,3\},\{2,2\},\{2,3\}\}$

מצא קבוצות $X,Y \subseteq A$ כך שמתקיים $R = X \times Y$ .

ב. תן דוגמא ליחס לא ריק $K$ מעל $A$ הנ"ל, כך **שלא קיימות** $X,Y$ עבורן $K = X \times Y$ .

**הוכח** שלא קיימות $X,Y$ כאלה עבור $K$ שרשמת.

**שאלה 2** (20 נקודות)

יהי $R$ יחס מעל קבוצה $A$, ונתון: $R \cap I_A = \varnothing$ (יחס כזה נקרא אנטי-רפלקסיבי).

עוד נתון, ש- $a,b$ הם איברים מסוימים של $A$ , לא בהכרח שונים זה מזה,

המקיימים: $(a,b) \in R^2$ וגם $(b,a) \in R^2$ .

הוכח שקיימים $c,d \in A$ (לא בהכרח שונים זה מזה), **שאף אחד מהם אינו שווה ל- $a$ ואינו שווה ל- $b$** , שמקיימים: $(c,d) \in R^2$ וגם $(d,c) \in R^2$ .

**שאלה 3** (10 נקודות)

תן דוגמא לקבוצה סופית $A$ וליחס $R$ מעל $A$, כך ש- $R \cup R^2$ **אינו** טרנזיטיבי.

**שאלה 4** (26 נקודות)

$\mathbf{N}$ היא קבוצת המספרים הטבעיים. נגדיר שני יחסים מעל $\mathbf{N}$:

$D = \{(x,y) \mid x \le y \;,\; x,y \in \mathbf{N}\}$ , $K = (\mathbf{N} \times \mathbf{N}) - I_{\mathbf{N}}$ .

**הוכח או הפרך** כל אחת מהטענות הבאות.

(6 נק׳) א. לכל יחס $R$ מעל $\mathbf{N}$, $R \cap D$ הוא אנטי-סימטרי .

(6 נק׳) ב. לכל יחס $R$ מעל $\mathbf{N}$, $R \cap K$ הוא סימטרי .

(7 נק׳) ג. $D \cap K$ הוא טרנזיטיבי .

(7 נק׳) ד. $K^2 = \mathbf{N} \times \mathbf{N}$ .

**שאלה 5** (24 נקודות)

לכל יחס $R$ מעל קבוצה $A$, נסמן ב- $t(R)$ את הסגוֹר הטרנזיטיבי של $R$ .

**הוכיחי או הפריכי** כל אחת מהטענות הבאות.

א. אם $R = t(R) \neq \varnothing$ אז $R$ מכיל לפחות 3 זוגות סדורים.

ב. אם $R$ הוא יחס לא-ריק מעל קבוצה **אינסופית** $A$, ו- $R$ **אינו** טרנזיטיבי,
אז $t(R)$ הוא אינסופי, כלומר $t(R)$ מכיל אינסוף זוגות סדורים.

ג. יחס לא-ריק, סימטרי וטרנזיטיבי מעל קבוצה $A$ הוא בהכרח רפלקסיבי מעל $A$ .

ד. אם $R$ הוא יחס רפלקסיבי אז $t(R)$ הוא רפלקסיבי.

# מטלת מנחה (ממ"ן) 13

**הקורס: 20283 - מתמטיקה דיסקרטית**

**חומר הלימוד למטלה**: תורת הקבוצות פרק 3

**מספר השאלות:** 4   **משקל המטלה: 3** נקודות

**סמסטר:** 2010א   **מועד אחרון להגשה:** יום ב' 16.11.2009

**קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:**

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת – גישה מדף הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

**הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"**

**שאלה 1** (20 נק')

$\mathbf{R}$ היא קבוצת המספרים הממשיים. נסמן $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x \neq 1\}$ .

תהי $f(x) = \frac{x^2}{1-x}$ . זוהי פונקציה של $A$ ל- $\mathbf{R}$ . הוכח ש- $f$ **אינה** חד-חד-ערכית **ואינה** על.

**הדרכה**: התנאי $\frac{x^2}{1-x} = m$ הוא משוואה ריבועית עבור $x$ .

היעזר במה שידוע לך על פתרונות משוואה ריבועית כדי לבחור ערכים של $m$ שיתנו את הנדרש.

שים לב שאין צורך למצוא את **כל** ערכי $m$ שיש להם תכונה זו או אחרת.

**הערה**: מושג הנגזרת **אינו** נדרש בקורס שלנו. מי שמכיר אותו ורוצה לפתור בעזרת "חקירת פונקציה" נדרש לנמק היטב, כולל למשל שיקולי רציפות היכן שצריך.

**שאלה 2** (30 נק')

**הגדרה**: מספר טבעי חיובי נקרא **ראשוני** (prime) אם הוא שונה מ- 1, ומתחלק ללא שארית רק בעצמו וב- 1. כבר ליוונים היה ידוע שקבוצת המספרים הראשוניים היא אינסופית.

שימו לב ש- 1 אינו נחשב ראשוני. קבוצת הראשוניים "מתחילה" כך: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...

משפט ידוע קובע שכל מספר טבעי הגדול מ- 1 ניתן להצגה כמכפלה של מספרים ראשוניים, ויש רק דרך אחת להציג אותו כך, עד כדי החלפת סדר הגורמים במכפלה (מה היה מתקלקל במשפט זה אילו 1 היה נחשב ראשוני ?).

נסמן $\mathbf{N}^* = \mathbf{N} - \{0\}$ . תהי $f : \mathbf{N}^* \to \mathbf{N}^*$ הפונקציה המתאימה לכל טבעי $n$ הגדול מאפס את **מספר** המספרים הטבעיים החיוביים (לאו דווקא ראשוניים!) שבהם $n$ מתחלק ללא שארית.

למשל 12 מתחלק ב- 6 מספרים שונים: $1,2,3,4,6,12$ ולכן $f(12) = 6$ .

1 מתחלק רק בעצמו ולכן $f(1) = 1$ .

א. האם $f$ היא חד-חד-ערכית?

ב. האם $f$ היא **על** $\mathbf{N}^*$ ? הדרכה: יהי $p$ מספר ראשוני. הסתכלו בחזקות של $p$ .

(המשך השאלה בעמ' הבא)

(המשך שאלה 2)

הפונקציה $f$ מחלקת את $\mathbf{N}^*$ למחלקות שקילות, בעזרת התנאי: $n,m$ שייכים לאותה מחלקה אםם $f(n)=f(m)$ . ראו הסעיף "העתק טבעי" בעמ' 84 בספר, וראו הסבר מפורט יותר באתר הקורס, מאגר המשאבים, עזרים ללמידה - "יחס שקילות המושרה על-ידי פונקציה".
המשך השאלה מתייחס לחלוקה זו.

ג. מיהם כל המספרים הנמצאים באותה מחלקה עם המספר 5 ?

ד. מיהם כל המספרים הנמצאים באותה מחלקה עם המספר 4 ?

ה. האם מספר מחלקות השקילות ש- $f$ משרה ב- $\mathbf{N}^*$ הוא סופי או אינסופי ?

ו. הוכיחו שפרט למחלקה שבה נמצא 1 , כל אחת ממחלקות השקילות מכילה אינסוף איברים.
**יש לנמק כל תשובה**.

**שאלה 3** (30 נקודות)

בכל סעיפי השאלה $A=\mathbf{N}-\{0,1\}$ (הטבעיים ללא 0 ו- 1) , ו- $D$ הוא יחס מעל $A$ המוגדר כך:

$(a,b)\in D$ אםם $b$ מתחלק ב- $a$ ללא שארית.

לפי "תורת הקבוצות" עמ' 90 שאלה 3.14 , $D$ הוא יחס **סדר-חלקי** מעל $A$.

(7 נק') א. האם $D$ הוא **סדר-מלא** מעל $A$ ? הוכח את תשובתך.

(7 נק') ב. הוכח שהסגור הסימטרי של $D$ **אינו** יחס סדר-חלקי מעל $A$.

(8 נק') ג. הוכח שהיחס $D^{-1}D$ (כפל רלציות) אינו יחס סדר חלקי ואינו יחס שקילות.

(8 נק') ג. האם $D^{-1}D$ הוא פונקציה? הוכח.

**שאלה 4** (20 נקודות)

הפונקציה $f:\mathbf{N}\to\mathbf{Z}$ מוגדרת ברקורסיה כך:

$f(0)=10$ , $f(1)=29$ , ולכל $1\le n$ : $f(n+1) = 7f(n)-10f(n-1)$

הוכח באינדוקציה (אינדוקציה שלמה): $f(n) = 3\cdot 5^n+7\cdot 2^n$ .

# מטלת מנחה (ממ"ן) 14

**הקורס: 20283 - מתמטיקה דיסקרטית**

**חומר הלימוד למטלה**: תורת הקבוצות פרק 4

**מספר השאלות:** 5 **משקל המטלה:** 3 נקודות

**סמסטר:** 2010א **מועד אחרון להגשה:** יום א' 29.11.2009

**קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:**

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת – גישה מדף הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
  **הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"**

**חלק מהממ"ן מסתמך על החוברת "פרק 5" שקיבלתם בחבילה של חמרי הקורס.**
**חוברת זו משלימה את פרק 4 ומחליפה חלק ממנו.**

**שאלה 1** (25 נקודות)

תני דוגמא לקבוצות $A,B$ כך שחמש הקבוצות $A,\ B,\ A-B,\ A\oplus B,\ A\cup B$ שונות כולן זו מזו,
אבל לכל חמש הקבוצות האלה אותה עוצמה.
הוכיחי שהקבוצות שונות והוכיחי שיש להן אותה עוצמה.

**שאלה 2** (24 נקודות)

**הגדרה:** יהי $S$ יחס סדר-מלא על קבוצה $A$. נאמר ש- $S$ הוא **צפוף** אם בין כל שני איברים של $A$ יש עוד איבר של $A$. כלומר יחס הסדר $S$ הוא צפוף אם לכל $a,b\in A$, אם $a\neq b$ ו- $aSb$ אז קיים $c\in A$ השונה מ- $a$ ומ- $b$, והמקיים $cSb$ ו- $aSc$.

הסדר הרגיל בממשיים הוא צפוף (בין כל שני ממשיים יש עוד ממשי). הסדר הרגיל על המספרים הטבעיים **אינו** צפוף. הסדר הרגיל על קבוצת המספרים הרציונליים הוא צפוף: הממוצע החשבוני של שני מספרים רציונליים הוא רציונלי (בעזרת מכנה משותף שלמדנו בבי"ס יסודי) ונמצא בין שניהם.

[הערה: על קבוצה סופית לא ניתן להגדיר סדר צפוף, כי מההגדרה של "צפוף" נובע למעשה שבין כל שני איברים יש עוד $\aleph_0$ איברים. **בונוס עד 10 נקודות** למי שייתן הוכחה מפורטת לטענה זו, גם אם לא הוכיח את שאר השאלה. בכל מקרה, למטלה כולה לא יינתן ציון מעל 100].

הוכח שניתן לסדר את קבוצת המספרים הטבעיים $\mathbf{N}$ בסדר-מלא צפוף!
זה כמובן לא הסדר הרגיל של הטבעיים.

**הדרכה**: היעזר בשאלה 4.8 בספר. חשׁוב היטב. אל תעבוד קשה מדי.

**שאלה 3** (27 נקודות)

א. תהי $A \subseteq \mathbf{R} \times \mathbf{R} \times \mathbf{R}$ קבוצת כל השלשות הסדורות מהצורה

$(x + y\sqrt{2}\ ,\ x - y\sqrt{2}\ ,\ z\sqrt{3})$ , כאשר $x,y,z$ **שלמים**.

הוכח ש- $A$ היא בת-מניה. הדרכה: בנה התאמה חח"ע ועל לקבוצה מסוימת.
הוכח שההתאמה שבנית היא אכן חח"ע ועל.

ב. נסמן ב- $B$ את המשלים של $A$ ב- $\mathbf{R} \times \mathbf{R} \times \mathbf{R}$ . הוכח בלי להסתמך על פרק 5,
ש- $B$ אינה בת-מניה.

ג. היעזר בפרק 5 ומצא את עוצמת הקבוצה $B$ . הוכח.

**שאלה 4** (24 נקודות)

אין קשר בין סעיפי השאלה.

**R** היא קבוצת המספרים הממשיים, **Z** היא קבוצת המספרים השלמים.

א. מהי עוצמת הקבוצה $(\mathbf{Z} \times \mathbf{R}) \ -\ ((\mathbf{R} \times \mathbf{R}) - (\mathbf{R} \times \mathbf{Z}))$ ?

ב. כזכור אנו מסמנים $C = |\, \mathbf{R}\, |$ . נסמן $d = |\, P(\mathbf{R})\, |$ .

מצא את התשובה הנכונה והוכח אותה: האם $d^{\,C}$ שווה ל-

$\aleph_0$ / $C$ / $d$ / $2^d$ / אף אחד מאלה ?

נמק כל צעד בהוכחה.

# מטלת מנחה (ממ"ן) 15

**הקורס: 20283 - מתמטיקה דיסקרטית**

**חומר הלימוד למטלה**: קומבינטוריקה פרקים 1-2

**מספר השאלות:** 4 **משקל המטלה:** **3** נקודות

**סמסטר:** 2010א **מועד אחרון להגשה:** יום ו' 11.12.2009

**קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:**

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת – גישה מדף הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

**הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"**

**<u>בכל השאלות בממ"ן זה יש להגיע לתשובה סופית מספרית</u>. הוכיחו את תשובותיכם.**

**שאלה 1** (30 נקודות)

תהי $A$ קבוצה בת 8 איברים, $B$ קבוצה בת 3 איברים.

**א!** כמה קבוצות חלקיות בגודל 3 יש ל- $A$ ?

**ב!** כמה פונקציות חד-חד-ערכיות של $B$ ל- $A$ קיימות?

**ג!** כמה פונקציות של $B$ ל- $A$ קיימות?

**ד!** כמה **חלוקות** של $A$ אפשריות, ל- 3 מחלקות, כאשר שתים מהמחלקות הן בנות 3 איברים ואחת בת 2 איברים ?

**ה!** רמי ודינה הם שנים מתוך 8 האיברים של $A$ .
בכמה דרכים ניתן לסדר את כל אברי $A$ בשורה, כך שרמי יהיה ליד דינה ?

**ו!** רמי, דינה ולאוניד הם 3 מתוך 8 האיברים של $A$. בכמה דרכים ניתן לסדר את כל אברי $A$ בשורה, כך שאם עוברים על השורה מימין למשאל, רמי הוא מיד אחרי דינה, ודינה מיד אחרי לאוניד ?

**שאלה 2** (20 נקודות)

(12 נק') א. בכמה מסלולים שונים יכול צריח לעבור מהמשבצת השמאלית-תחתונה למשבצת הימנית-עליונה של לוח שח, אם צעדיו הם ימינה ולמעלה בלבד ?

(8 נק') ב. מיצאו בכמה מסלולים שונים יכול הצריח לעבור מהמשבצת השמאלית-תחתונה למשבצת הימנית-עליונה של לוח שח, **ולחזור** למשבצת השמאלית-תחתונה, אם צעדיו עד שהוא מגיע למשבצת הימנית-עליונה הם ימינה ולמעלה בלבד, ואחרי-כן צעדיו הם שמאלה ולמטה בלבד.

בשני הסעיפים **מסלול** הוא סדרת כל המשבצות דרכן עובר הצריח: **שני מסלולים נחשבים שווים אם הם מכילים בדיוק אותן משבצות לפי אותו סדר.** לוח שח הוא לוח של 8x8 משבצות.

**שאלה 3** (28 נקודות)

בידינו 7 כדורים : 4 כדורים לבנים **זהים** וכדור כחול אחד, כדור אדום אחד וכדור ירוק אחד.
בכל סעיף, מצאי בכמה דרכים ניתן לחלק את כל 7 הכדורים לתאים, לפי המפורט בסעיף.

א. יש 7 תאים, לשים בדיוק כדור אחד בכל תא.

ב. יש 5 תאים, אפשר לשים כמה כדורים בתא, ייתכנו תאים ריקים.

ג. יש 5 תאים, אפשר לשים כמה כדורים בתא, ייתכנו תאים ריקים,
בכל תא יהיה **לכל היותר** כדור לבן אחד.

ד. יש 5 תאים, אפשר לשים כמה כדורים בתא, ייתכנו תאים ריקים,
בכל תא יהיה **לכל היותר** כדור צבעוני אחד.

**בכל סעיפי השאלה:** התאים נחשבים שונים זה מזה. אין חשיבות לסדר הכדורים **בתוך** תא.
כדור צבעוני הוא כדור שאינו לבן. **יש להגיע לתשובה סופית מספרית**.

**שאלה 4** (22 נקודות)

מיצאו מהו מספר פתרונות המשוואה $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 30$ בטבעיים,
כאשר $10 \le x_5$ , ו- $x_4$ הוא בתחום : $4 \le x_4 \le 7$ .
אפס הוא מספר טבעי. **יש להגיע לתשובה מספרית**.

# מטלת מנחה (ממ״ן) 16

**הקורס: 20283 - מתמטיקה דיסקרטית**

**חומר הלימוד למטלה**: קומבינטוריקה פרקים 3,4,5

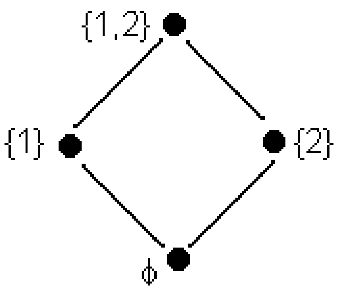
**מספר השאלות:** 4 **משקל המטלה:** **3** נקודות

**סמסטר:** 2010א **מועד אחרון להגשה:** יום ו׳ 25.12.2009

**קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:**
- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת – גישה מדף הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

**הסבר מפורט ב״נוהל הגשת מטלות מנחה״**

**שאלה 1** (25 נקודות)




באיור מופיעה דיאגרמת הסה (״תורת הקבוצות״ עמ׳ 88)
של יחס ההכלה $\subseteq$ מעל $P(\{1,2\})$.
אנו רואים כי בדיאגרמה 4 קטעים.
תהי $A$ קבוצה בת $n$ איברים $(n > 0)$. מצאי את מספר
הקטעים בדיאגרמת הסה של יחס ההכלה מעל $P(A)$.

את הביטוי המתקבל סכמי לביטוי פשוט שאינו מכיל סכומים,
בעזרת נוסחה המופיעה באחת השאלות בספר הלימוד.

**שאלה 2** (30 נקודות)

כדאי לקרוא את הקובץ על עקרון ההכלה וההפרדה, באתר הקורס במדור "עזרים ללמידה"
- הן כחזרה על העיקרון הזה והן כהכנה לשאלה המסוימת כאן.

תהי $A = \{1,2,3,4\}$ ותהי $B = \{1,2,3\}$.

(5 נק׳) א. מהו מספר הפונקציות של $B$ לקבוצה $A \times A$ ?

(25 נק׳) ב. מהו מספר הפונקציות $f$ של $B$ לקבוצה $A \times A$, המקיימות:
לכל $a \in A$ קיים $x \in B$ כך ש- $a$ מופיע (כאיבר הימני או כאיבר השמאלי)
בזוג הסדור $f(x)$ ?

דוגמא לפונקציה המקיימת זאת: $f(1) = (1,2)$ , $f(2) = (3,4)$ , $f(3) = (1,1)$ .

דוגמא לפונקציה **שאינה** מקיימת זאת: $g(1) = (1,2), g(2) = (2,1)$ , $g(3) = (1,1)$ .

**בשני הסעיפים יש להגיע לתשובה סופית מספרית.**

**שאלה 3** (27 נקודות)

במשחק שידוכים טלוויזיוני משתתפים $n$ גברים ו- $n$ נשים.
בגמר המשחק כל אשה בוחרת גבר, ובאופן בלתי תלוי כל גבר בוחר אשה. אסור לשתי נשים לבחור אותו גבר, או לשני גברים לבחור אותה אשה. אם שניים בחרו שניהם זה את זה, הם זוכים בפרס. כמה בחירות שונות של בני זוג ע"י $2n$ המשתתפים ייתכנו, אם:

א. כל המשתתפים זכו בפרס.

ב. אף אחד לא זכה בפרס.

ג. בדיוק $k$ זוגות זכו בפרס.

**הדרכה**: אי-סדר מלא. את סעיף ג כדאי לפתור בעזרת הסעיפים הקודמים.

**שאלה 4** (18 נקודות)

לטקס בוגרים של האוניברסיטה בשנת 2010 הגיעו 2010 אנשים (בוגרים ואורחים שונים).
במהלך הערב חלק מהאנשים לחצו ידים זה לזה.
הוכח שיש לפחות שני אנשים שלחצו בדיוק אותו מספר ידים.
הבהרות: אדם לא לוחץ יד לעצמו ☺
שני אנשים אינם לוחצים יד זה לזה יותר מפעם אחת.

# מטלת מנחה (ממ״ן) 17

**הקורס: 20283 - מתמטיקה דיסקרטית**

**חומר הלימוד למטלה**: קומבינטוריקה - פרקים 6 - 7

**מספר השאלות:** 4   **משקל המטלה: 3** נקודות

**סמסטר:** 2010א   **מועד אחרון להגשה:** יום א׳ 3.1.2010

**קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:**

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת – גישה מדף הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

**הסבר מפורט ב״נוהל הגשת מטלות מנחה״**

**שאלה 1**

נתבונן בסדרות סופיות של סימנים, הלקוחים מתוך 6 סימנים אלה:

הספָרות 0,1 וארבעה סימני פעולה: $+\,,\,-\,,\,*\,,\,/$ בכפוף לתנאים הבאים:

$(i)$ **הסדרה נפתחת ומסתיימת בספרה.**   $(ii)$ **אין הופעות צמודות של סימני פעולה.**

דוגמאות של סדרות העונות על התנאים: $001+001-10/1000$ , $011000$ .

דוגמאות של סדרות **__שאינן__** עונות על התנאים: $-100$ , $100+-10$ , $10100*$ .

יהי $a_n$ מספר הסדרות הללו שבהן בדיוק $n$ סימנים.

(12 נק׳) א. כתוב יחס נסיגה עבור $a_n$ .

מצא **ללא שימוש ביחס הנסיגה** את $a_0, a_1, a_2, a_3$ .

בדוק בעזרת הערכים הללו את יחס הנסיגה שרשמת (שתי בדיקות).

(13 נק׳) ב. פתור את יחס הנסיגה וקבל נוסחה מפורשת עבור $a_n$ .

בדוק את התוצאה בעזרת השוואה עם מספר ערכים מבין $a_0, a_1, a_2, a_3$ שחישבת.

**המשך המטלה עוסק בפונקציות יוצרות. ראו בעמוד הבא רשימה של נוסחאות שימושיות.**

**שאלה 2**

ארבע משפחות מחלקות ביניהן כדורי פלאפל שקנו אצל מלך הפלאפל.
לא זורקים אוכל. כל משפחה מסוגלת לחסל 20 כדורי פלאפל ולא יותר מזה.
כל משפחה חייבת לקבל לפחות 5 כדורים. הכדורים זהים. המשפחות נחשבות שונות זו מזו.

(9 נק׳) א. רשום פונקציה יוצרת עבור מספר הדרכים לחלק $n$ כדורי פלאפל בין המשפחות לפי התנאים הנ״ל.

(16 נק׳) ב. אם מספר כדורי הפלאפל הוא 55, חשב בעזרת סעיף א׳ או בדרך אחרת את מספר הדרכים לחלק אותם בין המשפחות, לפי אותם תנאים. תן תשובה סופית מספרית.

**שאלה 3**

מצאו את מספר פתרונות המשוואה $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 29$ ,

כאשר 3 מהמשתנים הם מספרים טבעיים **זוגיים**, 3 המשתנים האחרים הם מספרים טבעיים **אי-זוגיים**, **ואף אחד** מהמשתנים אינו שווה 0 ואינו שווה 1 .

לא נתון איזה מהמשתנים הם זוגיים ואיזה אי-זוגיים.

אפשר לפתור בעזרת פונקציה יוצרת ואפשר בדרך אחרת. **יש להגיע לתשובה סופית מספרית**.

**שאלה 4**

תרגיל דומה נמצא בסוף הקובץ "מבוא לפונקציות יוצרות" באתר הקורס (ר' התדריך השבועי)

(7 נק') א. נרשום את הפיתוחים הבאים :

$$f(x) = (1-x)^{10} = \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i \qquad g(x) = \frac{1}{(1-x)^9} = \sum_{i=0}^{\infty} b_i x^i$$

מצא את $a_i$ ואת $b_i$ , עבור $i$ טבעי כלשהו.

(13 נק') ב. מכיון ש- $f(x)\cdot g(x) = 1-x$ , מובן שעבור כל $1<k$ , המקדם של $x^k$ בפונקציה $f(x)\cdot g(x)$ הוא 0.

חשב את המקדם של $x^k$ ( $1<k$ ) בפונקציה $f(x)\cdot g(x)$ באופן ישיר ע"י כפל פונקציות יוצרות. קבל מכך זהות אלגברית לגבי מכפלות מסוימות של מקדמים בינומיים.

(5 נק') ג. בדוק את הזהות שרשמת עבור המקרה $k=3$ .

---

להלן סיכום כמה נוסחאות שימושיות בפונקציות יוצרות :

**(*i*)!** סכום טור הנדסי סופי : $\sum_{i=0}^{n} x^i = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$ ואינסופי : $\sum_{i=0}^{\infty} x^i = \frac{1}{1-x}$

**(*ii*)!** כפל פונקציות יוצרות :

אם $f(x) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i$ , $g(x) = \sum_{i=0}^{\infty} b_i x^i$ , ו- $f(x)\cdot g(x) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i x^i$

אז $c_k = \sum_{i=0}^{k} a_i b_{k-i}$ (ראו ראש עמוד 122 בספר הלימוד).

**(*iii*)!** $\frac{1}{(1-x)^n} = (1+x+x^2+\ldots)^n = \sum_{k=0}^{\infty} D(n,k)x^k$ .

במלים אחרות : המקדם של $x^k$ בפיתוח הביטוי $\frac{1}{(1-x)^n}$ הוא $D(n,k)$ .

ראו שאלה 7.9 או שאלה 7.10 בעמ' 129 בספר.

# מטלת מנחה (ממ"ן) 18

**הקורס: 20283 - מתמטיקה דיסקרטית**

**חומר הלימוד למטלה**: לוגיקה פרקים 1-2

**מספר השאלות:** 4 **משקל המטלה:** 3 נקודות

**סמסטר:** 2010א **מועד אחרון להגשה:** יום ו' 15.1.2010

**קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:**

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת – גישה מדף הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
  **הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"**

**שאלה 1** (25 נקודות)

(15 נק') א. יהי $\psi$ פסוק בשפה הפורמלית (הגדרות 2.1 , 2.2 בעמ' 36 - 37 בספר) .

המונח **האורך של** $\psi$ מתייחס לאורך של $\psi$ כמחרוזת, כלומר למספר הסימנים (התוים) ב- $\psi$. דוגמאות: אורכו של פסוק יסודי הוא 1.

אורכו של הפסוק $\sim((A_0)\to(A_1))$ הוא 10.

הוכח **באינדוקציה על בניית פסוק**, שהאורך של כל פסוק נותן שארית 1 בחילוק ב- 3.

דוגמאות להוכחות באינדוקציה על בניית פסוק ר' בעמ' 38-39 בספר.

(5 נק') ב. בנוסף לקשרים הלוגיים $\sim,\to$ נצרף לשפה את הקשרים הלוגיים $\wedge,\vee,\leftrightarrow$ .

בניית פסוקים מורכבים נעשית בעזרתם בדומה לבנייתם בעזרת הקשר "חץ".

**אין השמטה של סוגרים**. האם הטענה של סעיף א עדיין נכונה בשפה זו ? הסבר.

(5 נק') ג. נשתמש שוב רק בקשרים הלוגיים $\sim,\to$, אבל נאפשר להשמיט סוגרים היכן שאין מקום לבלבול: ספציפית, נאפשר שימוש ב"כלל הקיצור הראשון" שבעמ' 49 בספר.

האם הטענה של סעיף א עדיין נכונה בשפה זו ? הסבר.

**שאלה 2** (24 נקודות)

נתון הפסוק $\varphi$, בכתיב מקוצר: $\varphi:\quad (\sim(P_0\to P_1))\vee(\sim(P_0\to P_2))$

(12 נק') א. רשום פסוק בצורה דיסיונקטיבית נורמלית השקול ל- $\varphi$ .

(12 נק') ב. רשום פסוק בצורה קוניונקטיבית נורמלית השקול ל- $\varphi$ .

הגדרת הצורות הנורמליות נמצאת בעמ' 62 בספר.

**שאלה 3** (24 נקודות)

הנה תחזית מזג אוויר ליום מסוים:

$a$. אם ירֵד גשם אז לא ירֵד שלג. $b$. אם לא תהיה רוח צפונית אז לא ירֵד שלג.

$c$. אם לא ירֵד גשם אז לא תהיה רוח צפונית. $d$. תהיה רוח צפונית או ירֵד שלג.

$e$. לא יכול להיות ש- (תהיה רוח צפונית ולא ירֵד שלג).

(5 נק') א. **בחרו פסוקים יסודיים** בצורה הרלבנטית לניתוח האמירות הללו,
ורשמו 5 פסוקים בשפה פורמלית, המייצגים את פסוקי התחזית.
כתיב מקוצר - מותר, כולל שימוש בכל קשר לוגי שתרצו.

(9 נק') ב. אברהם האזין לתחזית, ונראה לו שהיא **אינה עקבית**, כלומר לא ייתכן שכל פסוקי התחזית יהיו אמיתיים יחד. הוכיחו שאברהם צודק.

(10 נק') ג. שרה תשמח מאד אם יהיה שלג. היא אומרת שאם **נזרוק** מהתחזית **אחד** מחמשת הפסוקים $a$-$e$ ובמקומו **נוסיף** את הפסוק "ירֵד שלג", נקבל תחזית עקבית.
הוכיחו שגם שרה צודקת. ציינו איזה מהפסוקים $a$-$e$ יש לזרוק (אם ייתכנו כמה תשובות, די לתת תשובה אחת).
לכל אחד מהפסוקים **היסודיים** שבחרתם, ציינו את ערך האמת שלו באינטרפרטציה שמצאתם, שבה כל פסוקי התחזית המתוקנת אמיתיים.

**שאלה 4** (27 נקודות)

השאלה עוסקת בתחשיב הפסוקים. **הפסוקים היסודיים** הם הסימנים $P_i$, לכל $i \in \mathbf{N}$ .

בכל הסעיפים, $\alpha,\beta,\gamma$ הם פסוקים, **לא בהכרח שונים זה מזה, ולא בהכרח פסוקים יסודיים**.

אין קשר בין הסעיפים - $\alpha,\beta,\gamma$ יכולים להיות שונים מסעיף לסעיף.

כתיב מקוצר - מותר.

א. תן דוגמא לפסוקים $\alpha,\beta,\gamma$ בשפה הנ"ל, כך שמתקיים:
$\alpha \vee \beta \models \gamma$ , אך $\alpha \vee \beta$ **אינו** שקול טאוטולוגית ל- $\gamma$ .
הוכח שהדוגמא שלך מקיימת את הדרישות הללו.

ב. הוכח או הפרך: אם $\alpha \vee \beta \models \gamma$ אז $\alpha \models \gamma$ .

ג. הוכח או הפרך (זהירות!): לכל פסוק $\alpha$, הפסוק $\alpha \to (\sim\alpha)$ הוא סתירה.

# מטלת מנחה (ממ"ן) 19

**הקורס: 20283 - מתמטיקה דיסקרטית**

**חומר הלימוד למטלה**: לוגיקה פרק 3.1-3.10

**מספר השאלות:** 4 **משקל המטלה: 3** נקודות

**סמסטר:** 2010א **מועד אחרון להגשה:** יום ו' 29.1.2010

**קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:**

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת – גישה מדף הבית של הקורס
- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה

**הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"**

**שאלה 1** (24 נקודות)

קבע לכל אחד מהביטויים הבאים אם הוא שם-עצם, תבנית אטומית, תבנית שאינה אטומית, פסוק, או שאינו עונה על אף אחת מהגדרות אלו. כתיב מקוצר - מותר. שים לב שביטוי יכול להתאים ליותר מהגדרה אחת: פסוק יכול להיות תבנית אטומית או תבנית לא אטומית.
לגבי ביטויים **שאינם** עונים על אף אחת מההגדרות, הסבר בקצרה מה הבעיה בכל אחד מהם.
בשאר המקרים אין צורך לנמק.

א. $f_1^3(x_1\,,\,f_1^1(x_1)\,,\,a_1)$ ב. $\sim A_1^3(x_1,x_2,a_1)$

ג. $A_1^3(f_1^3(x_1,x_2,a_1)\,,\,x_2\,,\,f_1^1(a_1))$ ד. $f_1^3(A_1^3(x_1\,,x_2,a_1),x_2,a_1)$

ה. $(\exists x_1 A_1^3(x_1\,,a_2,a_1)) \to \forall x_2 A_1^3(x_1\,,x_2,a_1)$

ו. $\forall x_1\, f_1^3(a_1,a_2,x_1)$ ז. $\forall x_1 A_1^3(a_1,a_2,x_2)$

ח. $\forall x_1 \left( A_1^3(x_1,a_2,a_1) \to \exists x_2 A_1^3(x_1,x_2,a_1)\right)$

**שאלה 2** (26 נקודות)

תהי $L$ שפה חלקית לשפת תחשיב הפרדיקטים, ובה סימנים אלה: קשרים לוגיים, סוגרים, סימני משתנים $x_1,x_2,\ldots$ , סימן פרדיקט דו-מקומי $R$ , סימן פרדיקט דו-מקומי $A_1^2$ המתפרש כרגיל **כשוויון** וסימני הכמתים $\exists,\forall$ . אין סימני פונקציות או פרדיקטים נוספים ואין סימני קבועים אישיים.

רשום 3 פסוקים $\psi_1,\psi_2,\psi_3$ בשפה זו, כך שהפסוק $\psi_1 \vee \psi_2 \vee \psi_3$ מביע את הטענה ש- $R$ **אינו** יחס שקילות מעל עולם האינטרפרטציה. מגבלה נדרשת: בכל אחד מהפסוקים $\psi_1,\psi_2,\psi_3$ אסור שהסימן הראשון יהיה סימן השלילה (הכנס את השלילה פנימה בעזרת זהויות ידועות).

**שאלה 3** (32 נקודות)

נתבונן בשפה של תחשיב הפרדיקטים, שבה סימני משתנים $x,y,z$ , סימן קבוע $a$ ,
סימן פונקציה דו-מקומית $f$ וסימן פרדיקט דו-מקומי $E$ .

בשפה נמצאים כרגיל גם הקשרים הלוגיים : $\sim, \leftrightarrow, \rightarrow, \vee, \wedge$ , הכמתים $\exists, \forall$ ,
הסוגריים והסימן ״,״ (פסיק) . **פרט לסימנים הללו אין עוד סימנים בשפה**.

תהי $J$ אינטרפרטציה של השפה, שתחומה (העולם שלה) הוא $\mathbf{N}-\{0\}$ (הטבעיים ללא 0),
ובה $a$ מתפרש כמספר 1 , $f(x,y)$ מתפרש כמכפלה $x \cdot y$ ,
$E$ מתפרש כיחס השוויון : $E(x,y)$ פירושו $x = y$ .

עבור כל אחד מהסעיפים, **כתבו תבנית** בשפה הנ״ל, המביעה באינטרפרטציה $J$ את הטענה שבסעיף. שימו לב שלא כל התבניות הנדרשות הן פסוקים.
בכל סעיף, **ציינו אם התבנית שרשמתם היא פסוק או לא**.

א. כל שני מספרים השונים מ- 1, מכפלתם אינה שווה לאף אחד משניהם.

ב. $x$ מתחלק ללא שארית ב- $y$.

ג. $x$ הוא מספר ראשוני.

תזכורת : ראשוני הוא מספר טבעי **השונה מ- 1**, ומתחלק רק בעצמו וב- 1 .

ד. האיבר היחיד בעולם, שמכפלתו בעצמו שווה לו עצמו, הוא המספר 1
(כלומר 1 הוא כזה, ואין אף איבר אחר בעולם בעל תכונה זו).

* אין להוסיף סימנים לשפה - יש להביע את המבוקש בעזרת הסימנים הנתונים !
* כתיב מקוצר - מותר. הקפידו על סוגריים שיאפשרו קריאה חד-משמעית של כל ביטוי.

**שאלה 4** (18 נקודות)

תהי $L$ שפה חלקית לשפת תחשיב הפרדיקטים, ובה בין השאר סימני משתנים $x,y$ ,
וסימן פרדיקט דו-מקומי $R$ .

מצאי פירוש ל- $R$ בעולם כלשהו, כך ששני הפסוקים $\forall x \exists y R(x,y)$ , $\exists y \forall x R(x,y)$
יקבלו באותו הפירוש ערכי אמת שונים זה מזה. צייני בבירור מהו העולם ומה הפירוש של $R$,
והוכיחי שערכי האמת של הפסוקים בַּפירוש שבחרת הם כפי שאת טוענת.