

# מטלת מנחה (ממ"ן) 16

הקורס: 20283 - מתמטיקה דיסקרטית חומר הלימוד למטלה: קומבינטוריקה פרקים 3,4,5  
 מספר השאלות: 4 משקל המטלה: 3 נקודות  
 סמסטר: 2009 מועד אחרון להגשה: יום ו' 2.1.09

## קיימות שתי חלופות להגשת מטלות:

- שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

## שאלה 1 (20 נקודות)

חשב את הסכומים:

$$א. \sum_{k=0}^n 3^k \cdot k \binom{n}{k} \quad ב. \sum_{k=0}^n \sum_{i=0}^k (-3)^i \frac{n!}{i!(n-k)!(k-i)!}$$

## שאלה 2 (30 נקודות)

כדאי לקרוא את הקובץ על עקרון ההכלה וההפרדה, באתר הקורס במדור "עזרים ללמידה"  
 - הן כחזרה על העיקרון הזה והן כהכנה לשאלה המסוימת כאן.

תהי  $A = \{1,2,3,4\}$  ותהי  $B = \{1,2,3\}$ .

(5 נק') א. מהו מספר הפונקציות של  $B$  לקבוצה  $A \times A$ ?

(25 נק') ב. מהו מספר הפונקציות  $f$  של  $B$  לקבוצה  $A \times A$ , המקיימות:

לכל  $a \in A$  קיים  $x \in B$  כך ש- $a$  מופיע (כאיבר הימני או כאיבר השמאלי)

בזוג הסדור  $f(x)$ ?

דוגמא לפונקציה המקיימת זאת:  $f(1) = (1,2)$ ,  $f(2) = (3,4)$ ,  $f(3) = (1,1)$

דוגמא לפונקציה שאינה מקיימת זאת:  $g(1) = (1,2)$ ,  $g(2) = (2,1)$ ,  $g(3) = (1,1)$

בשני הסעיפים יש להגיע לתשובה סופית מספרית.

### שאלה 3 (30 נקודות)

מהו מספר פתרונות המשוואה  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$  בטבעיים, כאשר  $x_1 \neq 5$ ,  $x_2 \neq 5$ ,  $x_3 \neq 8$ ,  $x_4 \neq 8$ .  
0 הוא מספר טבעי. יש להגיע לתשובה מספרית.

### שאלה 4 (20 נקודות)

פתרו את החידה הנמצאת כאן:

<http://telem-pub.openu.ac.il/users/itaiha/riddleDiv.htm>

הדרכה: היעזרו בשובך היונים ובטענות הבאות, שאינכם צריכים להוכיח אותן:

- התנאי על  $n$  בשאלה אומר ש-  $n$  אינו מתחלק ב- 2 ואינו מתחלק ב- 5.
  - יהיו  $a, b, c$  שלמים חיוביים.  
אם נתון ש-  $a$  מתחלק ב-  $b$ ,  
ונתון גם ש-  $a$  מתחלק ב-  $c$ ,  
ועוד נתון כי ל-  $b, c$  אין גורם משותף פרט ל- 1,  
אז:  $\frac{a}{b}$  מתחלק גם הוא ב-  $c$ .  
(טענה זו מתקבלת בקלות אם נחשוב על הפירוק של  $a, b, c$  לגורמים ראשוניים).
- להסיר ספק:  
בכל מקום כאן, המונח "מתחלק" הוא קיצור של הביטוי "מתחלק ללא שארית".