

מטלת מנחה (ממ"ן) 16

הקורס: 20441 - מבוא למדעי המחשב ושפת Java

חומר הלימוד למטלה: יחידות 14-16 נושא המטלה: רקורסיה ויעילות

מספר השאלות: 5 משקל המטלה: 5 נקודות

סמסטר: 2009 מועד אחרון להגשה: 13.6.2009

(ת)

שאלה 1 – לא להרצה (5%)

נתונה השיטה quiz הבאה:

```
public static boolean quiz (int a, int b, int n)
{
    if (a == 1)
        return (b==1);
    if (n == b)
        return true;
    if (n>b)
        return false;
    return quiz (a, b, n*a);
}
```

כתבו אילו מהטענות הנכונות:

1. הקריאות לשיטה quiz(2,14,1) ו-quiz(2,15,1) יחזירו אותה תוצאה;
2. הקריאות לשיטה quiz(2,16,1) ו-quiz(2,15,1) יחזירו אותה תוצאה;
3. הקריאות לשיטה quiz(5,125,1) ו-quiz(3,243,1) יחזירו אותה תוצאה;
4. הקריאות לשיטה quiz(5,125,1) ו-quiz(4,32,1) יחזירו אותה תוצאה;
5. כל התשובות לעיל שגויות

שאלה 2 – לא להרצה (10%)

נתונות השיטות הסטטיות הבאות:

```
public static void method1 (int n)
{
    int k=0;
    for (int i = 1; i<=n; i=i*2)
        for (int j=n; j>1; j = j/2)
            k++;
}

public static void method2 (int n)
{
    for (int i = 1; i<=n; i= i+1)
        for (int j=i; j <=n; j++)
            method1(n);
}
```

סעיף א: (5 נקודות)

מהי סיבוכיות זמן הריצה של method1?

סעיף ב: (5 נקודות)

מהי סיבוכיות זמן הריצה של method2?

שאלה 3 – לא להרצה (15%)

נתונה המחלקה A הבאה המכילה כמה שיטות סטטיות:

```
public class A
{
    public static void what (int [] arr)
    {
        int i;
        if (arr.length > 1)
            insert1 (arr, 1);
        for (i=2; i< arr.length-1; i=i+2)
            insert2 (arr, i+1);
        if (i<arr.length)
            insert1 (arr,i);
    }

    public static void insert1 (int[] a, int i)
    {
        int value = a[i];
        while (i>0 && a[i-1] >value)
        {
            a[i]= a[i-1];
            i--;
        }
        a[i] = value;
    }

    public static void insert2 (int[] a, int i)
    {
        int maxValue = Math.max(a[i-1], a[i]);
        int minValue = Math.min(a[i-1], a[i]);
        while (i>1 && a[i-2] >maxValue)
        {
            a[i]= a[i-2];
            i--;
        }
        a[i] = maxValue;
        i--;
        while (i>0 && a[i-1] >minValue)
        {
            a[i]= a[i-1];
            i--;
        }
        a[i] = minValue;
    }
}
```

הסעיפים הבאים מתייחסים למחלקה A שלעיל. בכל סעיף יש תשובה אחת נכונה. כתבו מהי התשובה הנכונה.

סעיף א:

1. לאחר ביצוע השיטה insert1, איברי המערך במקומות $arr[0] \dots arr[i]$ יהיו ממוינים, בתנאי שלפני הקריאה לשיטה איברי המערך $arr[0] \dots arr[i-1]$ היו ממוינים בסדר עולה.
2. לאחר ביצוע השיטה insert1, איברי המערך במקומות $arr[0] \dots arr[i]$ יהיו ממוינים, בתנאי שלפני הקריאה לשיטה איברי המערך $arr[0] \dots arr[i-1]$ היו ממוינים בסדר יורד.
3. לאחר ביצוע השיטה insert1, איברי המערך במקומות $arr[0] \dots arr[i]$ יהיו ממוינים, המקטע כולו ימוין תוך כדי ביצוע השיטה.
4. מטרת השיטה insert1 זהה למטרת השיטה insert2.

סעיף ב:

1. הפעלת השיטה what ממיינת מערך בסדר עולה.
2. הפעלת השיטה what ממיינת מערך בסדר עולה, רק במידה ואורכו זוגי.
3. הפעלת השיטה what ממיינת מערך בסדר עולה, רק במידה ואורכו אי-זוגי.
4. קיימים מערכים באורך זוגי וכן מערכים באורך אי-זוגי שלא ימוינו על-ידי הפעלת השיטה what.

סעיף ג:

1. זמן הריצה של השיטה what, על מערך באורך n הינו בסדר גודל של n פעולות.
2. זמן הריצה של השיטה what, על מערך באורך n הינו בסדר גודל של n^2 פעולות.
3. זמן הריצה של השיטה what, על מערך באורך n הינו בסדר גודל של $\log_2 n$ פעולות.
4. זמן הריצה של השיטה what, על מערך באורך n הינו בסדר גודל של $n \cdot \log_2 n$ פעולות.

בשאלות הבאות נשתמש במחלקה Matrix הנמצאת באתר הקורס בספריית הקבצים להורדה, בתת-ספריה "מחלקות". עליכם להוסיף את השיטות הנדרשות להלן לתוך המחלקה. שימו לב שלא לשנות את השמות של השיטות שנמצאות כבר במחלקה. אם אתם רוצים להוסיף שיטות נוספות למחלקה, הן צריכות להיות private.

שאלה 4 – להרצה (35%)

נתונה מטריצה mat מגודל $n \times n$ המיוצגת על ידי מערך דו מימדי (ריבועי). המטריצה מכילה מספרים שלמים. אנו מניחים כי $n = 2^k$, עבור k טבעי כלשהו.

נאמר כי המטריצה ממוינת אם בחלוקה של המטריצה ל-4 רבעים (לפי הציור), כל איבר ברביע הראשון קטן או שווה לכל איבר ברביע השני, כל איבר ברביע השני קטן או שווה לכל איבר ברביע השלישי, וכל איבר ברביע השלישי קטן או שווה מכל איבר ברביעי. כמו להלן:

1 3

2 4

כמו כן התכונה הנ"ל מתקיימת רקורסיבית על כל אחד מהרבעים.

למשל, המטריצה הבאה ממוינת:

-4	2	13	22
-2	5	20	24
5	12	25	49
9	13	25	57

א. כתבו שיטה רקורסיבית עם החתימה הבאה: `public boolean find(int x)`: המחזירה true אם ורק אם הערך x נמצא במטריצה הממוינת mat (נתון שהמטריצה אכן ממוינת ואין צורך לבדוק זאת). (30 נק')

השיטה צריכה להיות יעילה ככל הניתן.
פתרון נכון שאינו מספיק יעיל יקבל ניקוד חלקי בלבד.
פתרון מסדר גודל ריבועי $O(n^2)$ לא יתקבל בכלל.
אין להקצות זיכרון נוסף בגודל שאיננו קבוע.
שימו לב שהשיטה צריכה להיות רקורסיבית ללא שימוש בלולאות כלל. כך גם כל שיטות העזר שתכתבו (אם תכתבו) לא יכולות להכיל לולאות.
אפשר להשתמש בהעמסת-יתר (overloading).

ב. מה זמן הריצה של השיטה שכתבתם במקרה הגרוע ביותר? נמקו. (5 נק')

שאלה 5 - להרצה (35%)

נתאר את בעיית מציאת "בור" במערך דו-ממדי ריבועי:

קלט: מערך דו-ממדי ריבועי בגודל $n \times n$ המלא באפסים ואחדים בלבד.

נגדיר ש- k הוא **בור** (sink) אם בשורה ה- k ית כל הערכים הם 0, ובעמודה ה- k ית כל הערכים הם 1 (חוץ מהאיבר $[k][k]$ עצמו שהוא 0).

פלט: האם קיים מספר k המהווה בור במערך? אם כן, הדפס את ערכו.

לדוגמא: במערך A 3 הוא "בור", ובמערך B אין בור.

B						A					
0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0
1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1

כתבו שיטה יעילה הפותרת את הבעיה.

חתימת השיטה תהיה:

```
public int isSink (int [][] mat)
```

השיטה תחזיר את המספר k המהווה בור במערך, אם קיים אחד כזה, ו-1 אם לא קיים בור במערך.

הערה: פתרון נכון שיהיה בסיבוכיות $O(n)$ יזכה את כותבו ב-25 נקודות. פתרון נכון שיהיה בסיבוכיות $O(n^2)$, יזכה את כותבו ב-10 נקודות בלבד.

אל תשכחו לתעד את מה שכתבתם!

הגשה

1. הגשת הממ"ן נעשית בצורה אלקטרונית בלבד, דרך מערכת שליחת המטלות.
2. הקפידו ששמות השיטות יהיו **בדיוק** כפי שמוגדר בממ"ן.
3. את התשובה לשאלות 1-3 יש לכתוב בקובץ נפרד בשם ex16.doc.
4. את התשובות לשאלות 4-5 יש לכתוב במחלקה Matrix כפי שמוסבר בשאלה.
5. ארזו את שני הקבצים (Matrix.java, ex16.doc) בתוך קובץ zip ושלחו קובץ זה. אין לשלוח קבצים נוספים.