

半导体物理

课后作业04 参考解答

助教：王晓荣072052058@fudan.edu.cn

杨金东072052053@fudan.edu.cn

课后作业04

1、半导体硅单晶的相对介电常数 $\epsilon_r=11.8$ ，电子和空穴的有效质量各为 $m_{nl}=0.97m_0$ （电子纵向有效质量）
 $m_{nt}=0.19m_0$ （电子横向有效质量），
 $m_{ph}=0.53m_0$ （重空穴有效质量）， $m_{pl}=0.16m_0$ （轻空穴有效质量），利用类氢模型估算：

- （1）施主和受主电离能；
- （2）施主和受主对应的电子、空穴基态轨道半径 r_1 ；
- （3）相邻杂质原子的电子或空穴轨道明显交迭时，施主和受主浓度各为何值？

(1)利用下式求得 m_n^* 和 m_p^*

$$\frac{1}{m_n^*} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{m_{nl}} + \frac{2}{m_{nt}} \right) = \frac{1}{3m_0} \left(\frac{1}{0.97} + \frac{2}{0.19} \right) = \frac{3.85}{m_0}$$

$$\frac{1}{m_p^*} = \frac{1}{7} \left(\frac{1}{m_{pl}} + \frac{6}{m_{ph}} \right) = \frac{1}{7m_0} \left(\frac{1}{0.16} + \frac{6}{0.53} \right) = \frac{2.51}{m_0}$$

因此,施主和受主杂质电离能各为:

$$\Delta E_D = \frac{m_n^*}{m_0} \frac{E_0}{\epsilon_r^2} = 0.26 \times \frac{13.6}{11.8^2} = 0.025(\text{eV})$$

$$\Delta E_A = \frac{m_p^*}{m_0} \frac{E_0}{\epsilon_r^2} = 0.4 \times \frac{13.6}{11.8^2} = 0.039(\text{eV})$$

(2) 基态轨道半径各为:

$$r_{1,p} = \frac{\epsilon_r r_{B1}}{m_p^* / m_0} = 11.8 \times 0.53 / 0.40 = 15.64 \text{ \AA}$$

$$r_{1,n} = \frac{\epsilon_r r_{B1}}{m_n^* / m_0} = 11.8 \times 0.53 / 0.26 = 24.05 \text{ \AA}$$

(3) 设每个施主杂质作用范围为 $\frac{4\pi r_{1,n}^3}{3}$ ，即相当于施主杂质浓度为：

$$N_D = \frac{3}{4\pi r_{1,n}^3} = \frac{3}{4\pi \times (2.4 \times 10^{-9})^3} = 1.7 \times 10^{25} / \text{m}^3 \\ = 1.7 \times 10^{19} / \text{cm}^3$$

同理

$$N_A = \frac{3}{4\pi r_{1,p}^3} = \frac{3}{4\pi \times (1.56 \times 10^{-9})^3} = 6.3 \times 10^{25} / \text{m}^3 \\ = 6.3 \times 10^{19} / \text{cm}^3$$

当施主和受主杂质浓度分别超过以上两值时,相邻杂质原子的电子轨道(波函数)将明显地交迭。杂质原子有可能在杂质原子之间作公有化运动,造成杂质带电。

2、若费米能级 $E_f=5\text{eV}$ ，利用费米函数计算在什么温度下电子占据 $E=5.5\text{eV}$ 能级的几率为1%？计算在该温度下电子分布几率从0.9~0.1所对应的能量区间。

[解] 由费米分布函数

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{k_0 T}\right)}$$

可得：

$$T = \frac{E - E_F}{k_0 \ln\left(\frac{1}{f(E)} - 1\right)}$$

$$1\text{eV} = 1.602 \times 10^{-12} \text{erg}, k_0 = 1.38 \times 10^{-16} \text{erg} / K = 8.63 \times 10^{-5} \text{eV} / K$$

代入有关数据得：

$$T = \frac{5.5 - 5}{8.63 \times 10^{-5} \times \ln\left(\frac{1}{0.01} - 1\right)} = 1261(K)$$

由费米函数可得：

$$E = E_F + k_0 T \ln\left(\frac{1}{f(E)} - 1\right)$$

当 $f=0.9$ 时：

$$\begin{aligned} E_1 &= E_F + 8.63 \times 10^{-5} \times 1261 \times \ln\left(\frac{1}{0.9} - 1\right) \\ &= E_F - 0.24 \text{ (eV)} \end{aligned}$$

当 $f=0.1$ 时：

$$\begin{aligned} E_2 &= E_F + 8.63 \times 10^{-5} \times 1261 \times \ln\left(\frac{1}{0.1} - 1\right) \\ &= E_F + 0.24 \text{ (eV)} \end{aligned}$$

能量区间为 $\Delta E = E_2 - E_1 = 0.48 \text{ (eV)}$

3、有一硅样品，施主浓度为 $N_D=2E14/cm^3$ ，受主浓度为 $N_A=1E14/cm^3$ 。已知施主电离能 $\Delta E_D=E_C-E_D=0.05eV$ ，试求当施主杂质已经99%电离时对应的温度。

[解]

令 N_D^+ 表示电离施主的浓度，则电中性方程为：

$$n_0 + N_A^- = p_0 + N_D^+$$

略去价带空穴的贡献，则得： $n_0=N_D^+ - N_A^-$ （受主杂质全部电离）

式中：
$$n_0=N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}\right)$$

对硅材料
$$N_C=5.6 \times 10^{15} T^{3/2}$$

由题意可知
$$N_D^+=0.99N_D \quad \text{则}$$

$$0.99N_D - N_A = 5.6 \times 10^{15} T^{3/2} \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}\right)$$

当施主有99%的电离时，说明只有1%的施主有电子占据，即 $f(E_D) = 0.01$ 。

$$f(E_D) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \exp\left(\frac{E_D - E_F}{k_0 T}\right)} = 0.01$$

$$\exp\left(\frac{E_D - E_F}{k_0 T}\right) = 198 \quad \therefore E_F = E_D - k_0 T \ln 198, \text{代入式中得}$$

$$0.99N_D - N_A = 5.6 \times 10^{15} T^{3/2} \exp\left(-\frac{E_C - E_D + k_0 T \ln 198}{k_0 T}\right)$$

取对数并加以整理即得到下面方程：

$$T = \frac{579}{\frac{3}{2} \ln T - 1.21}$$

可得 $T = 101.8(K)$

4、在一掺硼的非简并p型硅中，含有一定浓度的铟，室温下测出空穴浓度 $p_0=1.1 \times 10^{16} / \text{cm}^3$ 。已知掺硼浓度 $N_{A1}=1 \times 10^{16} / \text{cm}^3$ ，其电离能 $\Delta E_{A1}=E_{A1}-E_v=0.046\text{eV}$ ，铟的电离能 $\Delta E_{A2}=E_{A2}-E_v=0.16\text{eV}$ ，试求这种半导体中含铟的浓度。室温下硅的 $N_v=1.04 \times 10^{19} / \text{cm}^3$ 。

[解] 对非简并P型硅：
$$p_0 = N_v \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{k_0 T}\right)$$

$$E_F = E_v + k_0 T \ln\left(\frac{N_v}{p_0}\right)$$

代入数据：

$$E_F = E_v + 0.026 \ln\left(\frac{1.04 \times 10^{19}}{1.1 \times 10^{16}}\right)$$

故：
$$E_F = E_v + 0.178 \text{ (eV)}$$

由图中可知：
$$E_F - E_{A1} = 0.178 - 0.045 = 0.133\text{eV}$$

$$E_F - E_{A2} = 0.178 - 0.16 = 0.018\text{eV}$$

价带空穴 p_0 是由两种杂质电离后提供的，即

$$p_0 = \frac{N_{A1}}{1 + 2 \exp\left(\frac{E_{A1} - E_F}{k_0 T}\right)} + \frac{N_{A2}}{1 + 2 \exp\left(\frac{E_{A2} - E_F}{k_0 T}\right)}$$

$$\therefore N_{A2} = \left[p_0 - \frac{N_{A1}}{1 + 2 \exp\left(\frac{E_{A1} - E_F}{k_0 T}\right)} \right] \cdot 1 + 2 \exp\left(\frac{E_{A2} - E_F}{k_0 T}\right)$$

代入已知数据：

$$N_{A2} = 2.2 \times 10^{15} \text{ /cm}^3 \quad , \quad \text{即半导体中含镭的浓度为} 2.2 \times 10^{15} \text{ /cm}^3。$$