第五章半导体载流子的平衡态统计分布

5.1 状态密度

5.2 费米能级和载流子的统计分布

5.3 本征半导体中的载流子统计

5.4 杂质半导体中的载流子统计

5.5 简并半导体

5.3 本征半导体中的载流子统计1

5.3.1 本征载流子浓度n_i

—热激发所产生的载流子

—没有杂质和缺陷的半导体

$T = 0$ K，价带全满，导带全空

$T \neq 0$ K，热激发，电子从价带激发到导带（本征激发）

$$\boxed{T > 0K,\ \ \mathrm{n} = \mathrm{p} = \mathrm{n_i},\ \ \ \mathrm{n} \cdot \mathrm{p} = \mathrm{n_i^2}}$$ —— **电中性条件**

$$\mathrm{n_i} = \sqrt{n \cdot p} = \sqrt{N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right) \cdot N_v \exp\left(-\frac{E_f - E_v}{kT}\right)} = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(-\frac{E_c - E_v}{2kT}\right)$$

$$\boxed{\mathrm{n_i} = 4.82 \times 10^{15} \left(\frac{m_{dn} m_{dp}}{m_0^2}\right)^{3/4} T^{3/2} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)}$$

5.3 本征半导体中的载流子统计2

5.3.1 本征载流子浓度n_i

$$\boxed{n_i = 4.82\times10^{15}\left(\frac{m_{dn}m_{dp}}{m_0^2}\right)^{3/4}T^{3/2}\exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)}$$

本征载流子浓度n_i与禁带宽度Eg

T=300K

Ge: $Eg=0.67eV$, $n_i = 2.4\times10^{13}cm^{-3}$

Si: $Eg=1.12eV$, $n_i = 1.5\times10^{10}cm^{-3}$

GaAs $Eg=1.43eV$, $n_i = 1.1\times10^{7}cm^{-3}$

测量值

本征载流子浓度n_i与温度T

$$\boxed{\ln\left(n_i T^{-3/2}\right) = -\frac{Eg}{2k}\frac{1}{T} + B}$$

5.3 本征半导体中的载流子统计3

5.3.1 本征载流子浓度n_i

$$\boxed{n_i = 4.82\times 10^{15}\left(\frac{m_{dn}m_{dp}}{m_0^2}\right)^{3/4} T^{3/2}\exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)}$$

注意点：

1o 对于某种半导体材料，*T* 确定，n_i 也确定

室温下　Si　1.5×10^{10} cm^{-3}

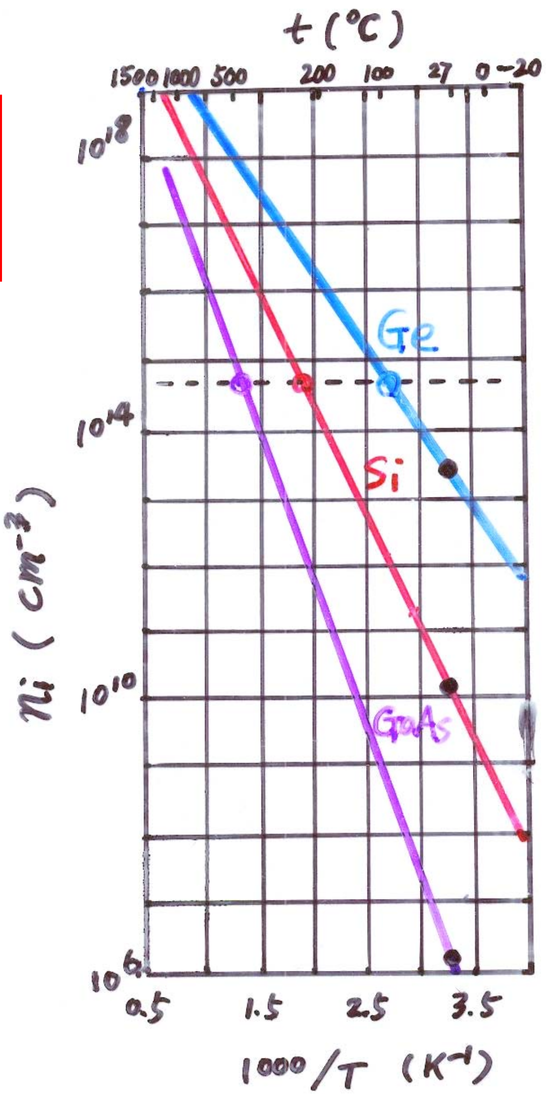
　　　　Ge　2.4×10^{13} cm^{-3}

2o 斜率 $= -\dfrac{E_g}{2k} \propto E_g$

3o 极限工作温度　Si ~ 520 K

$n_i < 5\times10^{14}\ cm^{-3}$　Ge ~ 370 K

GaAs ~ 720 K ——"高温"半导体



5.3 本征半导体中的载流子统计4

5.3.2 本征半导体的费米能级位置

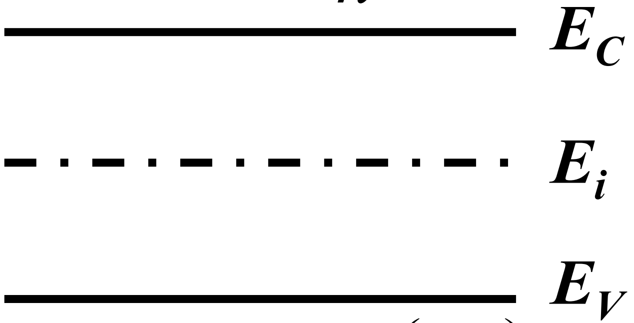
$$\boxed{n = p}$$

$$n = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right) \qquad p = N_v \exp\left(-\frac{E_f - E_v}{kT}\right)$$

$$N_c = \frac{2(2\pi m_{dn} kT)^{3/2}}{h^3} \qquad N_v = \frac{2(2\pi m_{dp} kT)^{3/2}}{h^3}$$

本征费米能级

$$\boxed{E_f = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{kT}{2}\ln\left(\frac{N_V}{N_C}\right)}$$



$$\boxed{E_i = E_f = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3kT}{4}\ln\left(\frac{m_{dp}}{m_{dn}}\right)}$$

（禁带中线）

m_{dp}和m_{dn} 同数量级

$$\frac{E_C + E_V}{2} >> \frac{3kT}{4}\ln\left(\frac{m_{dp}}{m_{dn}}\right)$$

Si(300K)

$$\mathrm{E_f} = \frac{E_c + E_v}{2} - 0.013\,\mathrm{eV}$$

本征费米能级Ei基本上在禁带中线处

第五章半导体载流子的平衡态统计分布

5.1 状态密度

5.2 费米能级和载流子的统计分布

5.3 本征半导体中的载流子统计

5.4 杂质半导体中的载流子统计

5.5 简并半导体

5.4 杂质半导体中的载流子统计1

5.4.1 非补偿情形（单一杂质）

一杂质能级的分布函数：电子（或空穴）占据杂质能级的几率

能带中的能级 —— 可以容纳 2 个电子
- ↑↓
- ↑
- ↓
- 全空

杂质能级 —— 可以容纳 1 个电子
- ↑
- ↓
- 全空

5.4 杂质半导体中的载流子统计2

5.4.1 非补偿情形（单一杂质）

一杂质能级的分布函数　　　**可以证明：**

(1) 电子占据施主能级的几率

$$f_D(E)=\frac{1}{1+\frac{1}{2}\exp\left(\frac{E_D-E_f}{kT}\right)}$$

(2) 空穴占据受主能级的几率

$$f_A(E)=\frac{1}{1+\frac{1}{2}\exp\left(\frac{E_f-E_A}{kT}\right)}$$

讨论 $f_D(E)$： 1° 当 E_D-E_f >> kT 时 $f_D(E)\rightarrow 0$

2° 当 E_f-E_D >> kT 时 $f_D(E)\rightarrow 1$

3° 一般情况下 $0 < f_D(E) < 1$

当 $E_D = E_f$ 时 $f_D(E)=2/3$

5.4 杂质半导体中的载流子统计3

5.4.1 非补偿情形（单一杂质）

一杂质能级的分布函数：术语定义

施主能级上的电子浓度
（未电离的施主浓度）

$$n_D = N_D f_D(E) = \frac{N_D}{1+\frac{1}{2}\exp\left(\frac{E_D-E_f}{kT}\right)}$$

电离施主浓度
（向导带激发电子的浓度）

$$n_D^+ = N_D - n_D = N_D\left[1-f_D(E)\right] = \frac{N_D}{1+2\exp\left(-\frac{E_D-E_f}{kT}\right)}$$

受主能级上的空穴浓度
（未电离的受主浓度）

$$p_A = N_A f_A(E) = \frac{N_A}{1+\frac{1}{2}\exp\left(\frac{E_f-E_A}{kT}\right)}$$

电离受主浓度
（向价带激发空穴的浓度）

$$p_A^- = N_A - n_A = N_A\left[1-f_A(E)\right] = \frac{N_A}{1+2\exp\left(-\frac{E_f-E_A}{kT}\right)}$$

5.4 杂质半导体中的载流子统计4

5.4.1 非补偿情形（单一杂质）

一例子：n型半导体中的载流子浓度（**电中性条件**和 E_f）

假定只有一种施主杂质，E_D，N_D，则电中性条件

$$\underbrace{n_0}_{\text{导带电子浓度}} = \underbrace{n_D^+}_{\text{电离施主浓度}} + \underbrace{p_0}_{\text{价带空穴浓度}}$$

总的负电荷浓度 总的正电荷浓度

即 $$N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_f}{kT}\right) = \frac{N_D}{1 + 2\exp\left(-\frac{E_D - E_f}{kT}\right)} + N_V \exp\left(-\frac{E_f - E_V}{kT}\right)$$

思路：只要 T 确定，E_f 也随着确定，n_0 和 p_0 也确定.

5.4 杂质半导体中的载流子统计5

5.4.1 非补偿情形（单一杂质）

一例子：n型半导体中的载流子浓度（不同温区的讨论）

(1) 低温弱电离区　　($p_0 \approx 0$　$n_0 = n_D^+ << N_D$)　　$\boxed{n_0 = n_D^+ + p_0}$

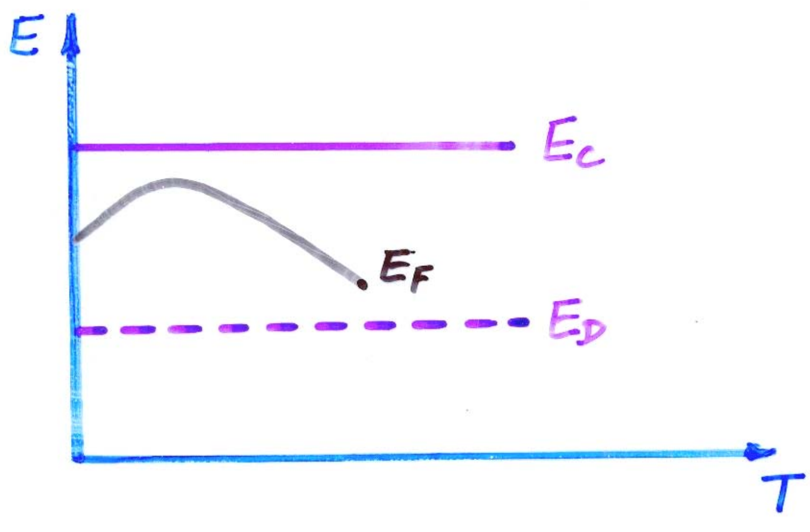
$$N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_f}{kT}\right) = \frac{N_D}{1 + 2\exp\left(-\frac{E_D - E_f}{kT}\right)} \approx \frac{N_D}{2}\exp\left(\frac{E_D - E_f}{kT}\right)$$

($n_D^+ << N_D$,分母>>1)

$$\therefore \quad \boxed{E_f = \frac{E_C + E_D}{2} + \frac{kT}{2}\ln\left(\frac{N_D}{2N_C}\right)}$$

$$n_0 = \left(\frac{N_D N_C}{2}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{E_C - E_D}{2kT}\right)$$

$$= \left(\frac{N_D N_C}{2}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{\Delta E_D}{2kT}\right)$$



5.4 杂质半导体中的载流子统计5

5.4.1 非补偿情形（单一杂质）

一例子：n型半导体中的载流子浓度（不同温区的讨论）

(2) 中等电离区 $\rightarrow$ 强电离区

$$\boxed{n_0 = n_D^+ + p_0}$$

$$N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_f}{kT}\right) = \frac{N_D}{1 + 2\exp\left(-\frac{E_D - E_f}{kT}\right)}$$

$$\underbrace{\frac{N_C}{2N_D}\exp\left(-\frac{\Delta E_D}{kT}\right)}_{=\chi^2} \cdot 2\exp\left(-\frac{E_D - E_f}{kT}\right) = \frac{1}{1 + 2\exp\left(-\frac{E_D - E_f}{kT}\right)}$$

$$\boxed{E_f = E_D + kT\ln\left(\frac{\sqrt{\chi^2 + 4} - \chi}{4\chi}\right)}$$

$$\boxed{n_0 = N_D\left[\frac{2\chi}{\sqrt{\chi^2 + 4} + \chi}\right]}$$

$$\boxed{p_0 = \frac{n_i^2}{n_0}}$$

5.4 杂质半导体中的载流子统计6

5.4.1 非补偿情形（单一杂质）

一例子：n型半导体中的载流子浓度（不同温区的讨论）

$$\boxed{\frac{N_C}{2N_D}\exp\left(-\frac{\Delta E_D}{kT}\right)=\chi^2}$$

一个极限 $\chi \to 0$ （低温弱电离区）

另一个极限 $\chi >> 1$ （强电离区）

$$\left\{\begin{array}{l} \boxed{E_f = E_C + kT\ln\left(\dfrac{N_D}{N_C}\right)} \longleftarrow E_f = E_D + kT\ln\left(\dfrac{\sqrt{\chi^2+4}-\chi}{4\chi}\right) \\ n_0 = N_D \xleftarrow{\chi >> 1} n_0 = N_D\left[\dfrac{2\chi}{\sqrt{\chi^2+4}+\chi}\right] \end{array}\right.$$

(3) 过渡区 （强电离区 → 本征激发） 需要考虑本征激发部分

$$\left\{\begin{array}{l} \boxed{n_0 = p_0 + N_D} \text{ —— 电中性条件} \\ n_0 p_0 = n_i^2 \end{array}\right.$$

5.4 杂质半导体中的载流子统计7

5.4.1 非补偿情形（单一杂质）

一例子：n型半导体中的载流子浓度（不同温区的讨论）

$$\begin{cases} n_0 = p_0 + N_D \\ n_0 p_0 = n_i^2 \end{cases} \longrightarrow n_0 = \frac{\sqrt{N_D^2 + 4n_i^2} + N_D}{2} \quad p_0 = \frac{\sqrt{N_D^2 + 4n_i^2} - N_D}{2}$$

n_0, p_0 的另一种表示方法

$$\begin{cases} n_0 = n_i \exp\left(\dfrac{E_f - E_i}{kT}\right) \leftarrow n_i = N_c \exp\left(-\dfrac{E_c - E_i}{kT}\right) \\ p_0 = n_i \exp\left(\dfrac{E_i - E_f}{kT}\right) \leftarrow p_i = N_v \exp\left(-\dfrac{E_i - E_v}{kT}\right) \end{cases}$$

$$N_D = n_0 - p_0 = 2n_i \sinh\left(\frac{E_f - E_i}{kT}\right)$$

双曲正弦函数

$$\boxed{E_f = E_i + kT \sinh^{-1}\left(\frac{N_D}{2n_i}\right)}$$

5.4 杂质半导体中的载流子统计8

5.4.1 非补偿情形（单一杂质）

一例子：n型半导体中的载流子浓度（不同温区的讨论）

(4) 本征激发区

高温下 $n_i >> N_D$

$$\begin{cases} n_0 = n_i \\ p_0 = n_i \\ E_f = \dfrac{E_C + E_V}{2} + \dfrac{kT}{2}\ln\left(\dfrac{N_V}{N_C}\right) \end{cases}$$

5.4 杂质半导体中的载流子统计9

5.4.1 非补偿情形（单一杂质）

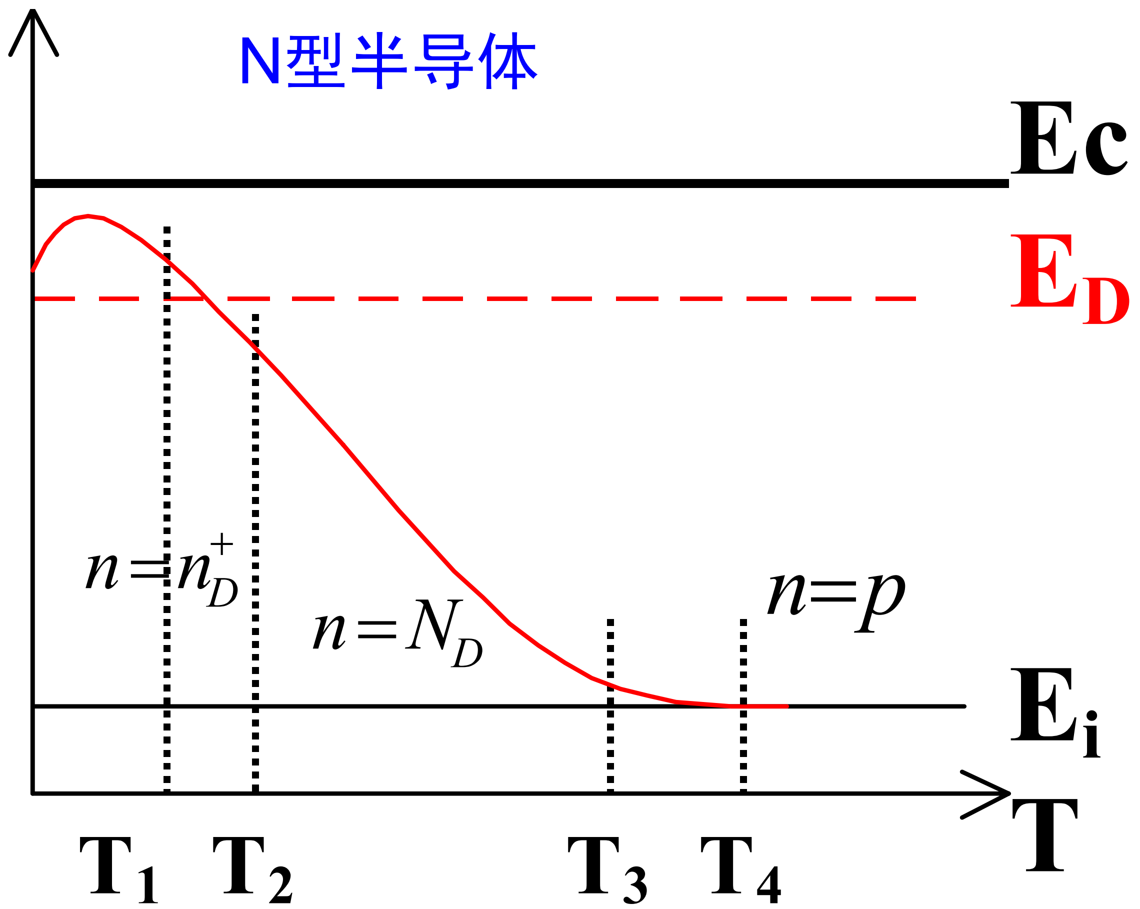
一小结

$$E_f=\frac{E_C+E_D}{2}+\frac{kT}{2}\ln\left(\frac{N_D}{2N_C}\right)$$

$$E_f=E_C+kT\ln\left(\frac{N_D}{N_C}\right)$$

$$E_f=E_i+kT\sinh^{-1}\left(\frac{N_D}{2n_i}\right)$$

$$E_f=\frac{E_C+E_V}{2}+\frac{kT}{2}\ln\left(\frac{N_V}{N_C}\right)$$

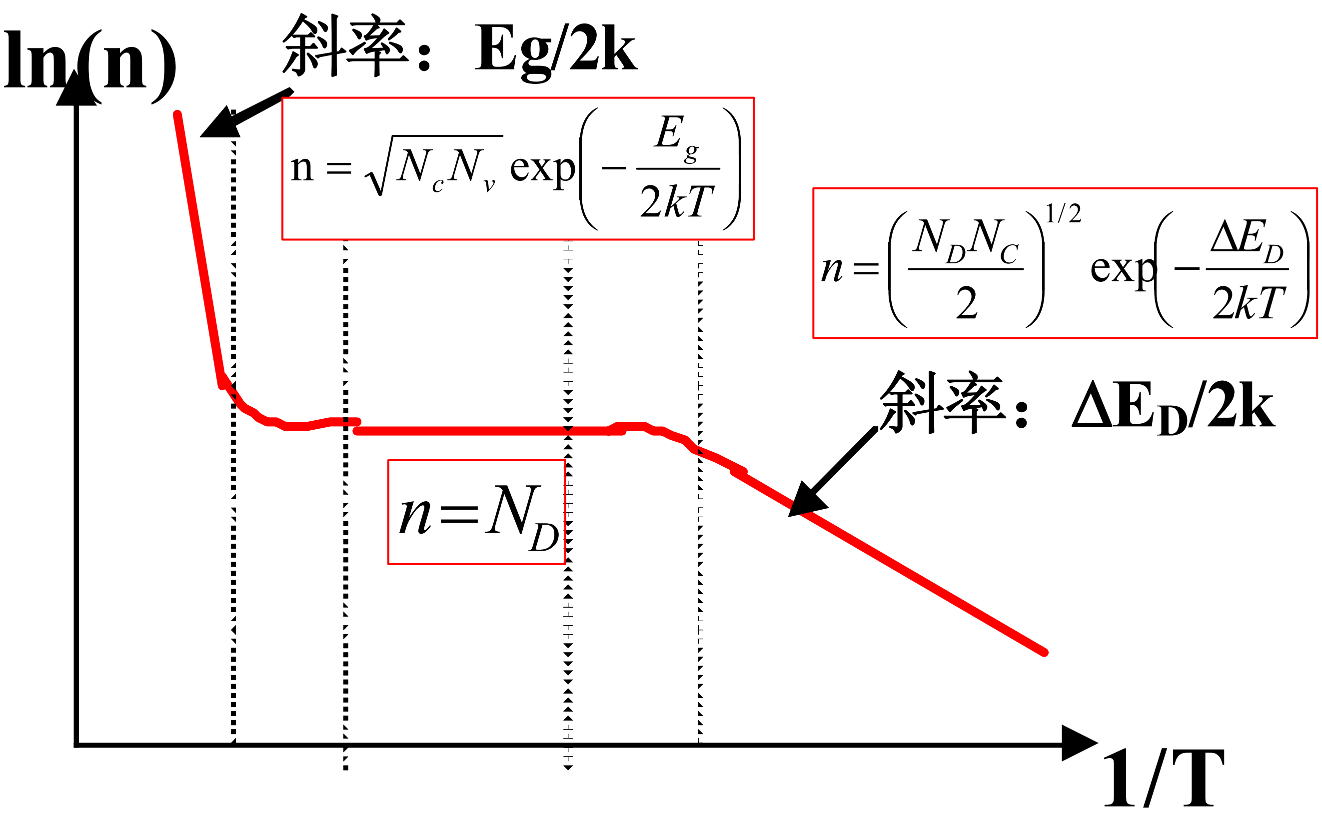


5.4 杂质半导体中的载流子统计10

5.4.1 非补偿情形（单一杂质）

一小结

N型半导体中的电子浓度随温度的变化关系



5.4 杂质半导体中的载流子统计11

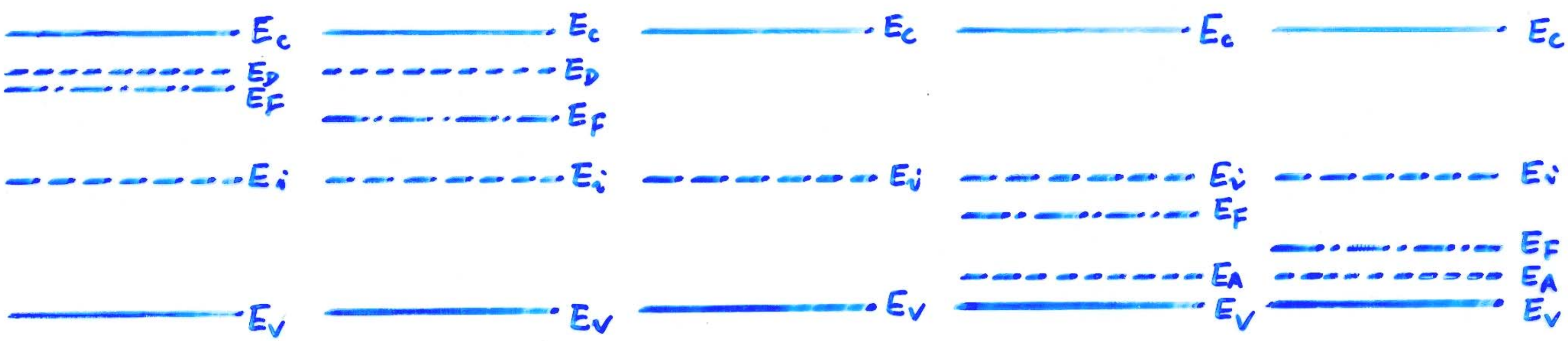
5.4.1 非补偿情形（单一杂质）

$$E_f = E_C + kT\ln\left(\frac{N_D}{N_C}\right)$$

$$np = n_i^2$$

一小结　$E_f \sim N_D$（强电离，室温）

一费米能级：反应半导体导电类型和掺杂水平



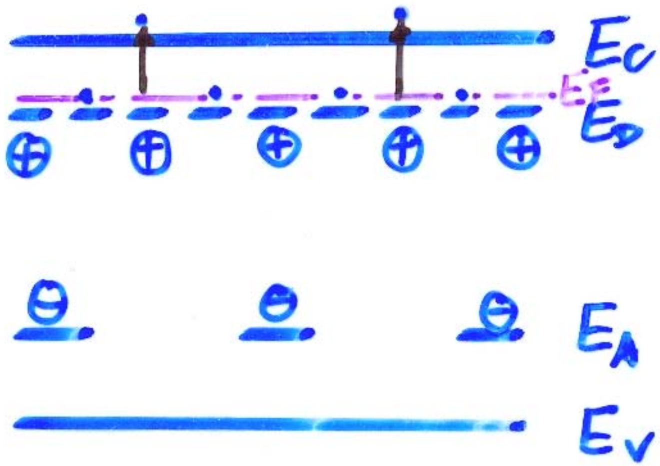
N_D 高	N_D 低	$N_D \approx N_A$	N_A 低	N_A 高
强 n 型	弱 n 型	本征	弱 p 型	强 p 型

	多数载流子（多子）	少数载流子（少子）
n 型半导体	电子	空穴
p 型半导体	空穴	电子

5.4 杂质半导体中的载流子统计12

5.4.2 补偿情形

一少量受主杂质情况：$N_D>N_A$



电中性条件 $\boxed{p_0+n_D^+=n_0+p_A^-}$

或 $p_0+N_D-n_D=n_0+N_A-p_A$

$N_D>N_A$

$$\boxed{N_V\exp\left(-\frac{E_f-E_V}{kT}\right)+\frac{N_D}{1+2\exp\left(\frac{E_f-E_D}{kT}\right)}=N_C\exp\left(-\frac{E_C-E_f}{kT}\right)+\frac{N_A}{1+2\exp\left(\frac{E_A-E_f}{kT}\right)}}$$

仅E_f和T未知

5.4 杂质半导体中的载流子统计13

5.4.2 补偿情形

一化简方程，多温度区讨论

1. 低温弱电离区

$$\boxed{p_0 + N_D - n_D = n_0 + N_A - p_A}$$

$N_D > N_A$，E_f 钉扎在 E_D 附近，则远在E_A之上，E_A完全被电子填充

$p_0 \approx 0$ $\quad p_A \approx 0$ ，而 n_0，n_D 则不确定.

$$n_0 + N_A = \frac{N_D}{1 + 2\exp\left(\dfrac{E_f - E_D}{kT}\right)}$$

(1) $N_A >> n_0$ 极低温度情形

$$N_A = \frac{N_D}{1 + 2\exp\left(\dfrac{E_f - E_D}{kT}\right)} \longrightarrow \begin{cases} E_f = E_D + kT\ln\left(\dfrac{N_D - N_A}{2N_A}\right) \\ n_0 = \dfrac{N_C(N_D - N_A)}{2N_A}\exp(-\Delta E_D/kT) \end{cases}$$

5.4 杂质半导体中的载流子统计13

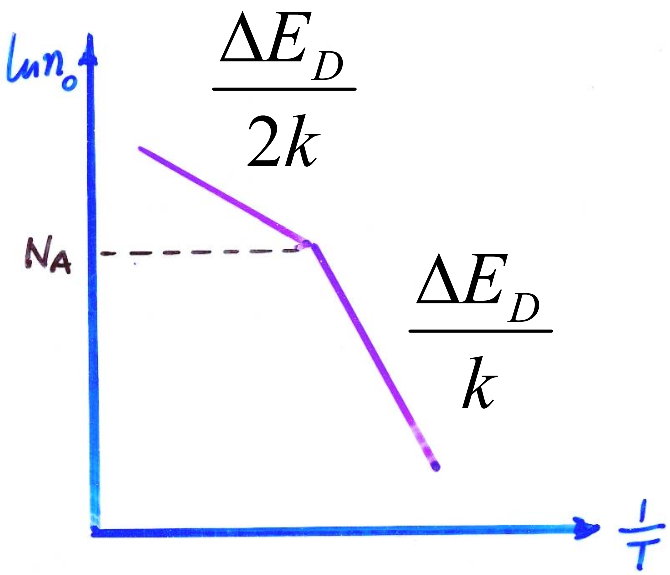
5.4.2 补偿情形

一化简方程，多温度区讨论

(2) $n_0 >> N_A$ 单一杂质情形

$$n_0 = \frac{N_D}{1 + 2\exp\left(\frac{E_f - E_D}{kT}\right)}$$

$$\begin{cases} E_f = \dfrac{E_C + E_D}{2} + \dfrac{kT}{2}\ln\left(\dfrac{N_D}{2N_C}\right) \\ n_0 = \left(\dfrac{N_D N_C}{2}\right)^{1/2} \exp\left(-\dfrac{\Delta E_D}{2kT}\right) \end{cases}$$



5.4 杂质半导体中的载流子统计14

5.4.2 补偿情形

—化简方程，多温度区讨论

$$n_0 + N_A = \frac{N_D}{1 + 2\exp\left(\frac{E_f - E_D}{kT}\right)}$$

(3) 一般情形

$$\frac{n_0(N_A + n_0)}{N_D - (N_A + n_0)} = \frac{N_C}{2}\exp\left(-\frac{\Delta E_D}{kT}\right) \equiv N_C'$$

$$\therefore \begin{cases} n_0 = -\dfrac{N_C' + N_A}{2} + \dfrac{1}{2}\left[\left(N_C' + N_A\right)^2 + 4N_C'(N_D - N_A)\right]^{1/2} \\ E_F = \ldots\ldots \end{cases}$$

2. 强电离区 $N_D - N_A >> n_i$

$$n_0 = N_D - N_A \qquad E_f = E_C + kT\ln\left(\frac{N_D - N_A}{N_C}\right)$$

5.4 杂质半导体中的载流子统计15

5.4.2 补偿情形

一化简方程，多温度区讨论

3. 过渡区 （考虑本征激发作用）

$$\begin{cases} n_0 + N_A = p_0 + N_D \\ n_0 p_0 = n_i^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n_0 = \dfrac{N_D - N_A}{2} + \dfrac{1}{2}\left[(N_D - N_A)^2 + 4n_i^2\right]^{1/2} \\ p_0 = -\dfrac{N_D - N_A}{2} + \dfrac{1}{2}\left[(N_D - N_A)^2 + 4n_i^2\right]^{1/2} \\ E_f = E_i + kT\sinh^{-1}\left(\dfrac{N_D - N_A}{2n_i}\right) \end{cases}$$

4. 本征激发区

$$\begin{cases} n_0 = p_0 = n_i \\ E_f = E_i \end{cases}$$

5.4 杂质半导体中的载流子统计16

5.4.2 补偿情形

一多种施主、多种受主并存

$$p_0 + \sum_j n_{D_i}^+ = n_0 + \sum_j p_{A_i}^-$$ —— 电中性条件

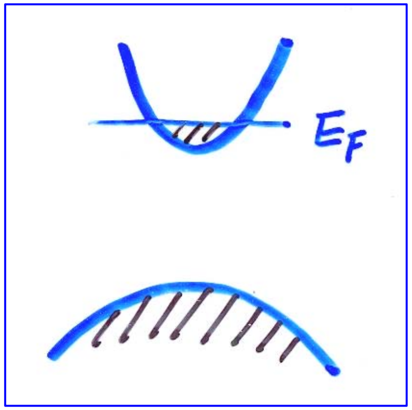
第五章半导体载流子的平衡态统计分布

5.5 简并半导体1

5.5.1 简并的出现

一单一杂质，n 型半导体，处于强电离区（饱和区）

$$E_f = E_C + kT\ln\left(\frac{N_D}{N_C}\right)$$



当 $N_D \geq N_C$ 时，$E_f \geq E_C$，玻耳兹曼统计不适用

$$f(E) = \frac{1}{1+\exp\left(\frac{E-E_f}{kT}\right)} \sim 1$$

必须用费米统计，必须考虑泡里不相容原理

——— 载流子简并化

简并半导体

5.5 简并半导体2

5.5.2 简并半导体的载流子浓度

—单一杂质，n 型半导体，处于强电离区（饱和区）

$$n_0 = \int_{E_C}^{E_{C\max}} \frac{1}{V} f_F(E) g_c(E) dE$$

令 $\boxed{x = \frac{E - E_C}{kT}}$ $\boxed{\xi = \frac{E_f - E_C}{kT}}$

$$= 4\pi \frac{(2m_{dn})^{3/2}}{h^3} \int_{E_C}^{\infty} \frac{(E - E_C)^{1/2}}{1 + \exp\left(\frac{E - E_f}{kT}\right)} dE \quad \boxed{= N_C \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{x^{1/2}}{1 + \exp(x - \xi)} dx}$$

费米积分 $\equiv F_{1/2}(\xi) = F_{1/2}\left(\frac{E_f - E_C}{kT}\right)$

$$\boxed{p_0 \equiv N_v \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}\left(\frac{E_v - E_f}{kT}\right)}$$

$\boxed{n_0 p_0 = n_i^2}$ 简并半导体不适用！

5.5 简并半导体3

5.5.3 简并化条件

一非简并与简并情况下的相对误差

$$n_B = n_0 = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right)$$

$$n \equiv N_c \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right)$$

相对误差
$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{n - n_B}{n} = 1 - \frac{\sqrt{\pi}\exp(\eta)}{2F_{1/2}(\eta)}$$

$$\eta = \frac{E_f - E_C}{kT}$$

η	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
$F_{1/2}(\eta)$	.016	.043	.115	.291	.678	1.396	2.502	3.977	5.771
$\lvert\Delta n/n\rvert$	.014	.026	.043	.12	.307	.726	1.617	3.476	7.384

Ec-Ef >2kT 非简并	弱简并	简并

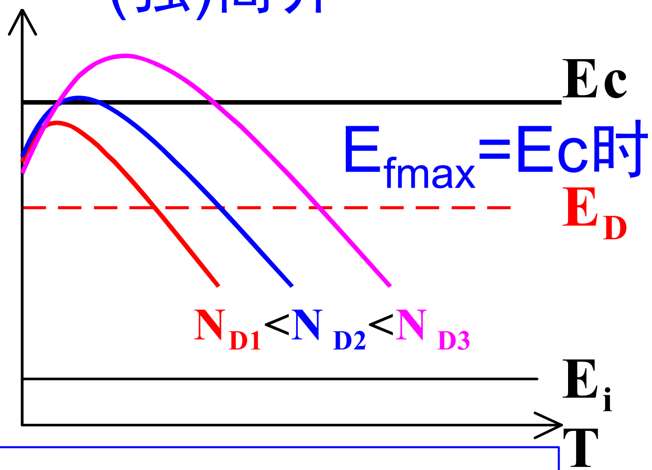
5.5 简并半导体4

5.5.3 简并化条件

一简并判剧

$$\begin{cases} E_C - E_f > 2kT & \text{非简并} \\ 0 < E_C - E_f \le 2kT & \text{弱简并} \\ E_C - E_f \le 0 & \text{(强)简并} \end{cases}$$

临界浓度N_D^C的估算



$$E_f = \frac{E_C + E_D}{2} + \frac{kT}{2}\ln\left(\frac{N_D}{2N_C}\right)$$

$$\frac{dE_f}{dT} = 0 \Rightarrow \ln\left(\frac{N_D}{2N_C}\right) = \frac{3}{2}$$

$$E_{f\,max} = \frac{E_C + E_D}{2} + \frac{3}{4}kT_{max}$$

$$N_C = 0.11 N_D$$

$$N_C = 4.82\times10^{15} T^{3/2} \left(\frac{m_{dn}}{m_0}\right)^{3/2} = 0.11 N_D$$

$$T_{max} = 8.12\times10^{-12}\left(\frac{m_0}{m_{dn}}\right) N_D^{2/3}$$

$$E_{f\,max} = E_C,\ N_D \Rightarrow N_D^C$$

$$Si: \Delta E_D = 0.044\,eV,\ m_{ed}^* = 1.08 m_0,\ N_D^C = 3\times10^{20}\,cm^{-3}$$

$$N_D^C = 2.9\times10^{22}\left(\frac{m_{ed}^*}{m_0}\right)^{3/2} \Delta E_D^{3/2}$$

$$Ge: \Delta E_D = 0.012\,eV,\ m_{ed}^* = 0.56 m_0,\ N_D^C = 1.6\times10^{19}\,cm^{-3}$$

5.5 简并半导体5

5.5.3 简并化条件

一简并判剧 简并浓度的正式计算 $n_0 = n_D^+$ —— 电中性条件

$$N_C \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}\left(\frac{E_f - E_C}{kT}\right) = \frac{N_D}{1 + 2\exp\left(\frac{E_f - E_D}{kT}\right)}$$

强简并条件 $\boxed{E_f = E_C}$

则 $$N_C \frac{2}{\sqrt{\pi}} 0.6 = \frac{N_D}{1 + 2\exp\left(\frac{E_C - E_D}{kT}\right)}$$

$$\boxed{N_D = 0.68 N_C \left[1 + 2\exp\left(\Delta E_D / kT\right)\right]}$$

结论：

1° 发生简并时，$N_D \geq \sim N_C \sim 10^{19}$ cm^{-3} 重掺杂

2° N_D 之值与 ΔE_D，m_e^* 有关

3° N_D 之值与 T 有关

5.5 简并半导体6

5.5.4 简并时杂质的电离

—简并时杂质不能充分电离

$$\boxed{n_D^+ = \frac{N_D}{1 + 2\exp\left(\dfrac{E_f - E_D}{kT}\right)}}$$

非简并时，室温下通常 $E_f \le E_D$， $n_D^+ \approx N_D$ （强电离区饱和区）

简并时，$E_f \ge E_C$，则 $n_D^+ < N_D$ 简并时杂质不能充分电离