



OpenPulse - Open source code for numerical modelling of low-frequency acoustically induced vibration in gas pipeline systems

Theory Reference D: Weak Coupling V1.0 (Portuguese)

Olavo M. Silva, Lucas V. Q. Kulakauskas, Jacson G. Vargas,
André Fernandes, José L. Souza, Ana Rocha and Diego M. Tuozzo
`olavo.silva@mopt.com.br`

21 May 2020

1 Hipóteses assumidas para a implementação do problema

Existem alguns importantes trabalhos na literatura sobre a formulação de uma viga “elasto-acústica” baseada no acoplamento “forte” entre os campos fluido e estrutural [4, 5, 6, 2]. Porém, as formulações são complexas para problemas reais a serem adaptados numericamente. Neste trabalho, se assume a formulação “fraca” com base nas seguintes hipóteses:

- o fluido conduzido pela tubulação é um gás;
- a viscosidade do fluido é desprezível durante a condução (exceto em situações específicas, como válvulas);
- as ondas acústicas são planas e se propagam na direção axial (acústica 1D);
- o tubo tem parede fina comparada ao seu diâmetro e é composto de material linear elástico; além disso é longo o suficiente para ser representado pelo modelo de viga de Timoshenko.
- a inercia radial da parede do tubo é desprezível se forem consideradas baixas frequências de pulsação ($ka \ll 1$) [3];

- a velocidade do som c_f no gás é afetada pela flexibilidade da parede do duto [3] e pode ser obtida por:

$$c_f = \left(\frac{\rho_f}{K_f} \left(1 + \frac{D_i K_f}{Et} \right) \right)^{-1/2}, \quad (1)$$

onde ρ_f é a densidade do gás, K_f é o módulo Bulk do gás, E é o módulo de Young do material da estrutura do tubo, D_i é o diâmetro interno e t é a espessura da parede do tubo;

- as tensões normal e cisalhantes resultantes na espessura são obtidas a partir da pressão interna sob as seguintes considerações: i) estado plano de tensões na parede (vide Seção 2.3); ii) as seções transversais planas permanecem planas ao eixo neutro.

2 Consideração do efeito da massa do fluido sobre a estrutura

A massa do gás é considerada como distribuída ao longo do comprimento dos elementos estruturais. Desta forma, a matriz \mathbf{G}^{tr} (Theory Reference B) é modificada para

$$\mathbf{G}^{tr'} = \mathbf{G}^{tr} + \begin{bmatrix} \rho_f A_i & 0 & 0 \\ 0 & \rho_f A_i & 0 \\ 0 & 0 & \rho_f A_i \end{bmatrix}, \quad (2)$$

onde A_i é a área interna da seção, calculada utilizando o valor de D_i .

3 Acoplamento “fraco” acústico-estrutural (*one-way coupling*)

As tensões axiais $\sigma_1(t)$, radiais $\sigma_r(r, t)$ e circunferenciais $\sigma_c(r, t)$ na estrutura tubular (vide Fig. 1) podem ser encontradas pelas expressões a seguir [1]:

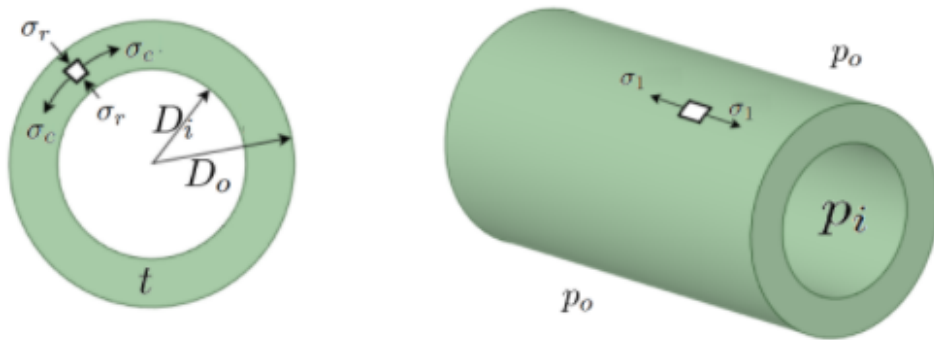


Figure 1: Elemento da seção.

$$\sigma_1(t) = \frac{p_i(t) D_i^2 - p_o D_o^2}{D_o^2 - D_i^2}, \quad (3)$$

$$\sigma_r(r, t) = \frac{p_i(t) D_i^2 - p_o D_o^2}{D_o^2 - D_i^2} - \frac{D_i^2 D_o^2 (p_i(t) - p_o)}{4r^2 (D_o^2 - D_i^2)}, \quad (4)$$

$$\sigma_c(r, t) = \frac{p_i(t)D_i^2 - p_o D_o^2}{D_o^2 - D_i^2} + \frac{D_i^2 D_o^2 (p_i(t) - p_o)}{4r^2 (D_o^2 - D_i^2)}, \quad (5)$$

onde $p_i(t)$ é a pressão interna elementar, obtida do problema acústico resolvido com base em TMM; D_i é o diâmetro interno; D_o é o diâmetro externo; e p_o é a pressão externa ao tubo, considerada constante neste projeto.

O vetor de carregamento elementar \mathbf{p}_p^e , a ser montado devidamente no vetor de carregamento global \mathbf{p} , é dado por

$$\mathbf{p}_p^e = \begin{pmatrix} F_p \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -F_p \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

onde

$$F_p = A_e E \left[\frac{1}{E} (\sigma_1 - \nu(\sigma_r + \sigma_c)) \right], \quad (7)$$

sendo E e ν propriedades do material que constitui a tubulação.

Esta etapa “une” o procedimento acústico ao estrutural, possibilitando o chamado “acoplamento fraco”. Esta etapa difere o procedimento desenvolvido de outros *softwares* existentes no mercado para análise de tubulações. Desta forma, as pressões medidas na descarga do compressor excitarão o problema acústico, resolvido por FETM, que resulta em pressões que excitarão o problema estrutural, resolvido por FEM. A tensão $\sigma_1(t)$ é apenas considerada na condição de tubo reto fechado nas duas extremidades (*capped end*).

References

- [1] A. Boresi, K. Chong, and J. D. Lee. *Elasticity in Engineering Mechanics*. Wiley, 2010.
- [2] David Ferras, Pedro A. Manso, Anton J. Schleiss, and Dídia I. C. Covas. One-dimensional fluid–structure interaction models in pressurized fluid-filled pipes: A review. *Applied Sciences*, 8(10), 2018.
- [3] T. C. Lin and G. W. Morgan. Wave propagation through fluid contained in a cylindrical, elastic shell. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 28(6):1165–1176, 1956.
- [4] R. Ohayon. Variational analysis of a slender fluid–structure system: The elasto-acoustic beam—a new symmetric formulation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 22(3):637–647, 1986.
- [5] N. Piet-Lahanier and R. Ohayon. Finite element analysis of a slender fluid—structure system. *Journal of Fluids and Structures*, 4(6):631 – 645, 1990.
- [6] A.S. Tijsseling. Fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems: A review. *Journal of Fluids and Structures*, 10(2):109 – 146, 1996.