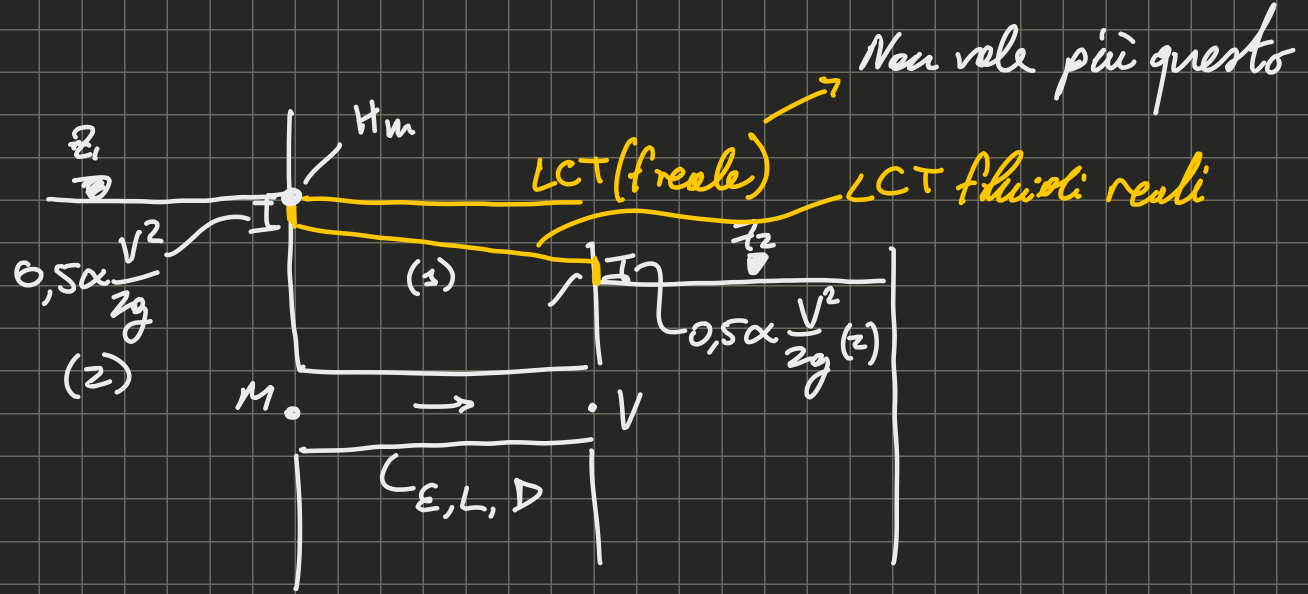
Esercitazione 5

Fluidi Reali



Per Bernoulli (fluidi ideali)

↳ $H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = \text{cost} \rightarrow$ LCT orizzontale (ideali)

↳ $H_m = V_m$

Per fluidi reali:

$$H_m - H_v = \underbrace{\sum \Delta H}_{\text{Tutte le perdite tra m e v.}}$$

Perdite:

- Distribuite (1)
- Concentrate (2)

Perdite Distribuite

$$\Delta H = J \cdot L$$

↳ Cadente $= \lambda \dfrac{V^2}{2gD}$ ↳ velocità media.

$\lambda \to$ indice di resistenza

↳ $\lambda = \lambda\left(Re, \dfrac{\varepsilon}{D}\right)$

$Re = \dfrac{\rho V D}{\mu}$ ↳ Scabrezza relativa

Se moto laminare : $Re < 2000$

↳ $\lambda = \dfrac{64}{Re}$

Se moto turbolento : $Re > 4000$

$$\lambda = \left[-2\log\left(\frac{2{,}51}{Re\sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{3{,}71 D}\right)\right]^{-2}$$

Formula di Colebrook-White (Formula di C-W)

↳ Implicita perché lambda è a sinistra e destra

↳ Si può trovare con l'abaco di Moody o con metodi iterativi

↳ Così:

↳ 1) Tubo Liscio : $\varepsilon = 0 \Rightarrow \lambda = \left[-2\log\left(\dfrac{2{,}51}{Re\sqrt{\lambda}}\right)\right]^{-2}$

↳ 2) Moto assolutamente turbolento (MAT)

↳ per $Re \to \infty$

$$\hookrightarrow \lambda = \left[-2\log\left(\frac{\varepsilon}{3{,}71 D}\right)\right]^{-2} = \lambda_\infty$$

<u>Ciclo Iterativo per il ricavo di λ</u>

$$\lambda_0 \xrightarrow{CW} \lambda_1 = \left[-2\log\left(\frac{2{,}51}{Re\sqrt{\lambda_0}} + \frac{\varepsilon}{3{,}71 D}\right)\right]^{-2}$$

Verifico λ_0 se giusto $\longrightarrow |\lambda_1 - \lambda_2| < toll \rightarrow$ se verificato $\rightarrow$ arresto

$\hookrightarrow$ se non verificato $\rightarrow$ più iterazioni

$\hookrightarrow \lambda_2 = f(\lambda_1)$

Passo k (tubo scabro)

$$\lambda_{k+1} = \left[-2\log\left(\frac{2{,}51}{Re\sqrt{\lambda_k}} + \frac{\varepsilon}{3{,}71 D}\right)\right]^{-2}$$

Itero finché $|\lambda_{k+1} - \lambda_k| < Toll$

Per tubo liscio:

$$\lambda_{k+1} = \left[-2\log\left(\frac{2{,}51}{Re\sqrt{\lambda_k}}\right)\right]^{-2}$$

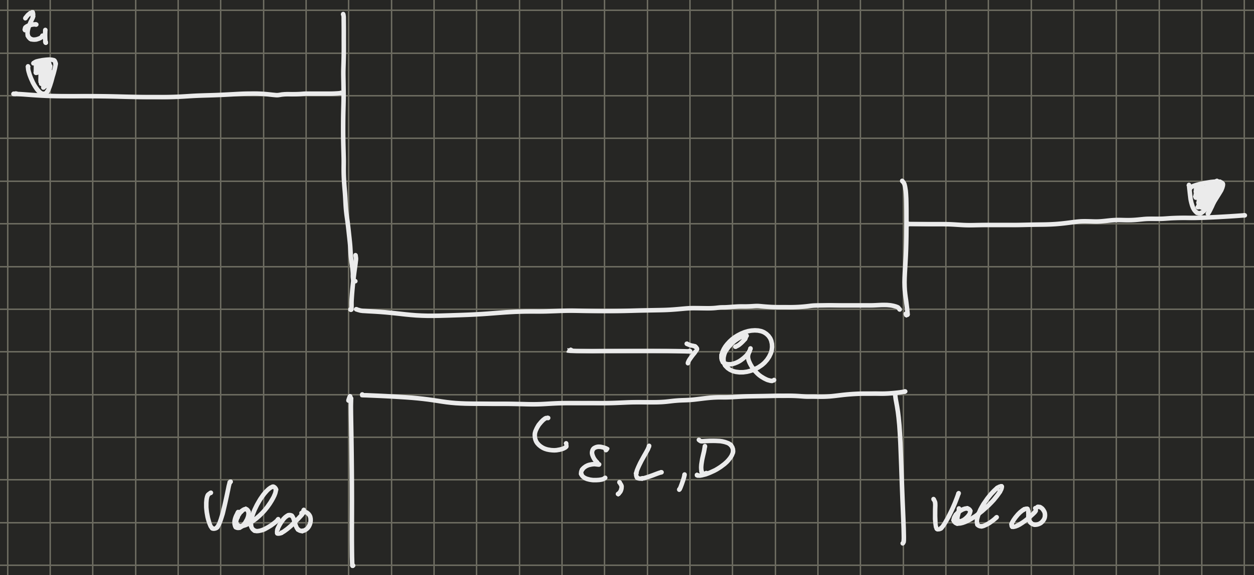
$\hookrightarrow \lambda_0$ = valore arbitrario $(10^{-2} - 10^{-1})$

$\rightarrow$ Il λ più facile da calcolare è λ_∞, quindi per tubi scabri prendiamo $\lambda_0 = \lambda_\infty$, e se il moto è assolutamente turbolento, si fanno solo iterazione.

Perdite Concentrate

$$\Delta H = k\,\alpha\,\frac{V^2}{2g}$$

Esercizio 0



2 tipologie di problemi di dinamica:

① Problema di progetto

? z

↳ Passi: - LCT/LP
- Equazione di Moto
- Trovo λ
- Trovo z

② Problema di Verifica

↳ Implicito

?Q

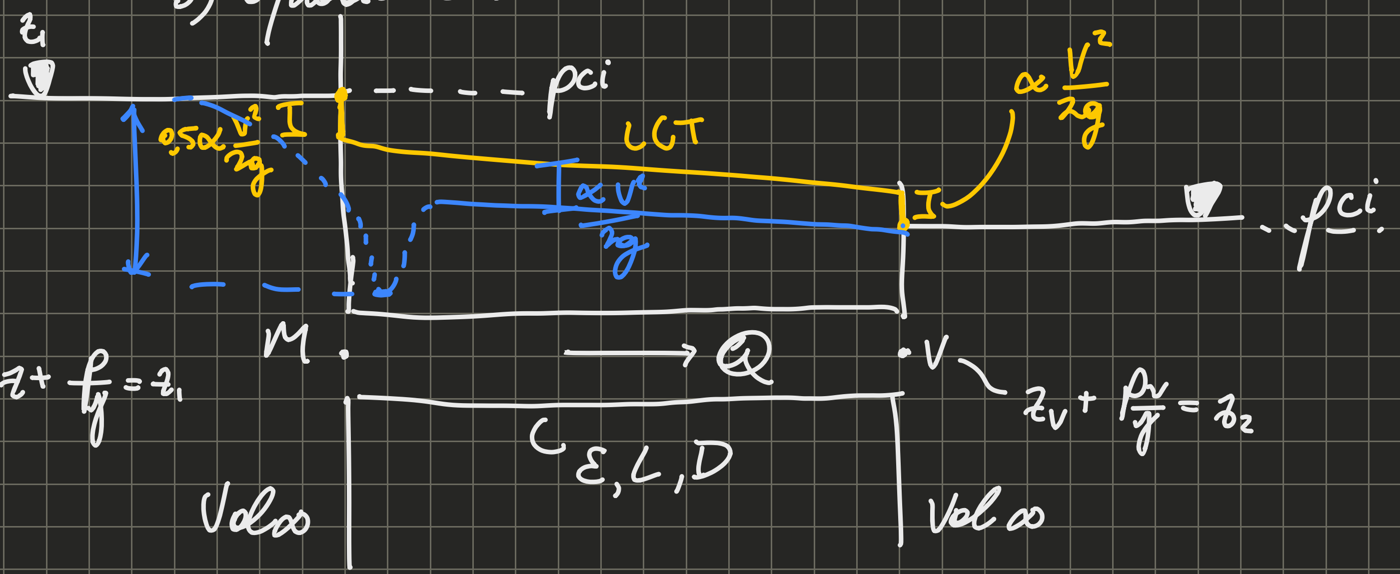
Dati: $\rho, \mu, L, \varepsilon, D, z_1, z_2$

?LCT, LP, Q

Risoluzione:

a) LCT/LP

b) Equazione del Moto



Equazione di Moto:

$$z_1 - z_2 = 0{,}5\alpha\frac{V^2}{2g} + JL + \alpha\frac{V^2}{2g}$$

$J = \lambda\frac{V^2}{2gD}$ → Incognite λ e V

$V = \frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}}$

$\lambda = \lambda\left(Re, \frac{\varepsilon}{D}\right)$

$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$ → Problema

↳ Questo è perché implicito.

Risoluzione:
- LCT/LP
- Equazione di Moto
- Ciclo per ricavo del Q
  ↳ Si trova anche λ

$$z_1 - z_2 = 1{,}5\,\alpha \frac{Q^2}{2gA^2} + \lambda \frac{Q^2}{2gDA^2} \cdot L$$

$$Q = \sqrt{\frac{z_1 - z_2}{\frac{1{,}5\alpha}{2gA^2} + \frac{\lambda L}{2gDA^2}}}$$ → non possiamo risolverne per λ

Ciclo per il ricavo di Q

non il λ_0 di prima

$$Q^{(0)} \rightarrow V = \frac{Q^{(0)}}{A} \rightarrow Re^{(0)} = \rho \frac{V^{(0)} D}{\mu} \longrightarrow \lambda^{(0)} = \lambda\left(Re^{(0)}, \frac{\varepsilon}{D}\right)$$

↳ Sottociclo iterativo di C-W per ricavo di $\lambda^{(0)}$

$$Q^{(1)} = \sqrt{\frac{z_1 - z_2}{\frac{1{,}5\alpha}{2gA^2} + \frac{\lambda^{(0)}}{2gDA^2}}} \xrightarrow{\text{Test}} \left|Q^{(1)} - Q^{(0)}\right| < toll$$

↳ Se si abbiamo Q
↳ se no $V^{(1)}, Re^{(1)}, \lambda^{(1)}$ con sottociclo

Generico Passo n

$$\hookrightarrow V^{(n)} = \frac{Q^{(n)}}{A} \rightarrow Re^{(n)} = \rho \frac{V^{(n)} D}{\mu} \rightarrow \lambda^{(n)} = \underbrace{\lambda\left(Re^{(n)}, \frac{\varepsilon}{D}\right)}_{\text{Sottociclo}}$$

→ Equazione di moto → $Q^{(n+1)} \xrightarrow{\text{Test}} \left|Q^{(n+1)} - Q^{(n)}\right| < toll$

No, prox. iterazione. ↳ Si, $Q = Q^{(n+1)}$

Sotto ciclo λ

Itero → $\lambda^{(n)}_{n+1} = \left[-2\log\left(\frac{2{,}51}{Re^{(n)}\sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{3{,}71 D}\right)\right]^{-2}$

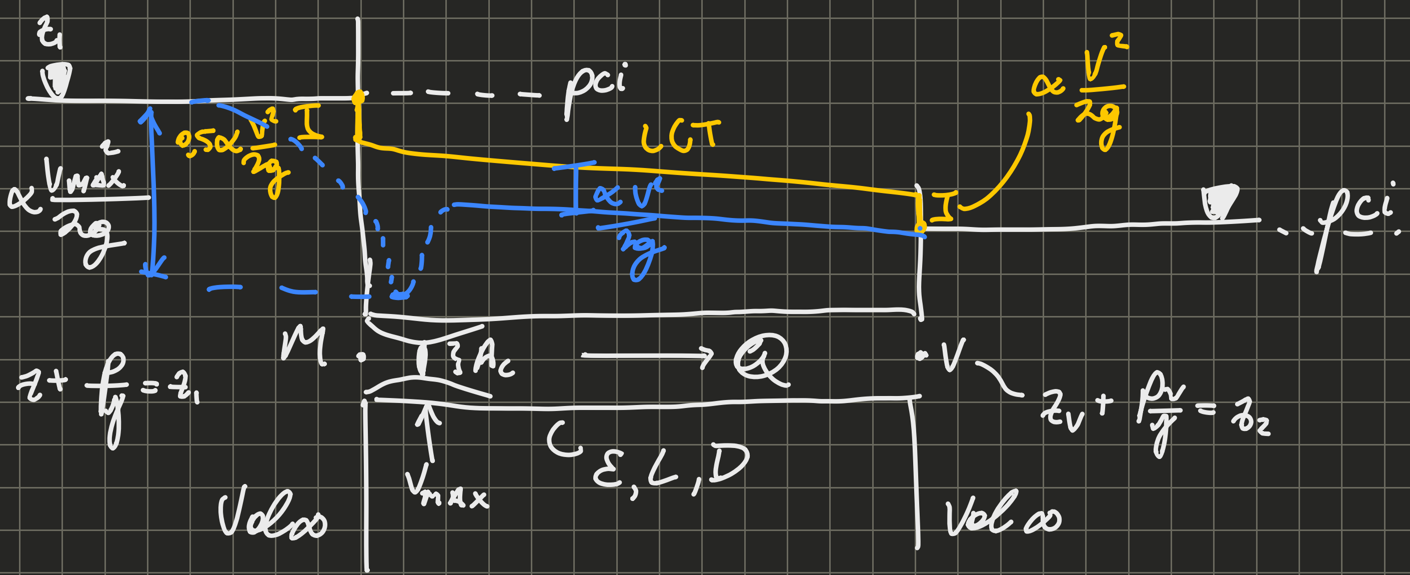
Finché $\left|\lambda^{(n)}_{n+1} - \lambda^{(n)}_{n}\right| < toll$

$$Q^{(0)} \xrightarrow{M.\,D.\,T} Q^{(0)} = \sqrt{\frac{z_1 - z_2}{\frac{1{,}5\alpha}{2gA^2} + \frac{\lambda_\infty L}{2gDA^2}}}$$ → per tubo scabro

Per tubo liscio → ipotesi fluido ideale ($\alpha = 1, \lambda = 0$)

$L \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{(z_1 - z_2)\, 2gA^2}{1{,}5\,\alpha}}$

Linee Piezometriche



La LP non è completa, serve trovare il punto di minimo.

$A_c \rightarrow V_{MAX} \left(\frac{Q}{A}\right)$

Possiamo calcolare V_{MAX} in funzione di V

Perché $V = \frac{Q}{A}$ $\quad A = \frac{\pi D^2}{4}$

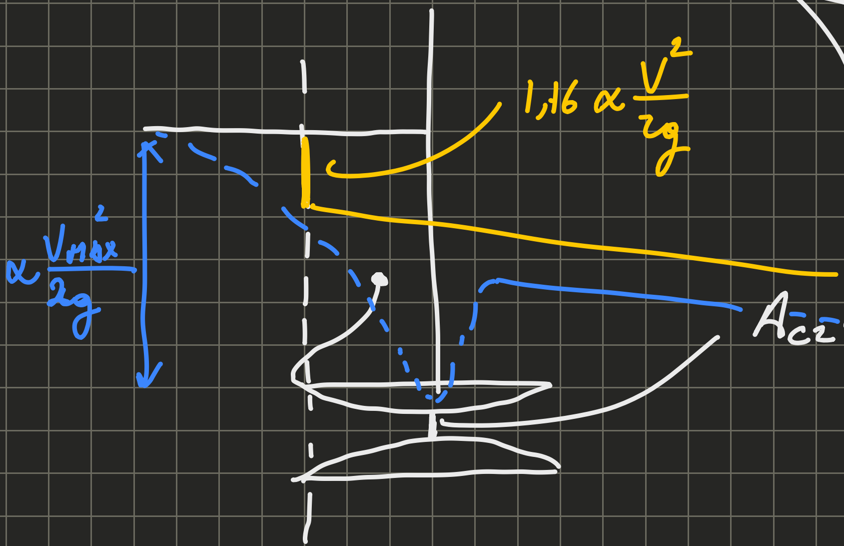
$$V_{MAX} = \frac{Q}{A_c} = \frac{Q}{A \cdot C_c} = \frac{V}{C_c}$$

C_c → coefficiente di contrazione $= 0{,}6$

$$\boxed{\alpha \frac{V_{MAX}^2}{2g} = \alpha \frac{V^2}{2g} \cdot \frac{1}{C_c^2} = 2{,}8\,\alpha \frac{V^2}{2g}}$$

Proviamo a fare disegni di LCT e LP proporzionali.

$\sim 5-6 \times$ la perdite locale ad M.

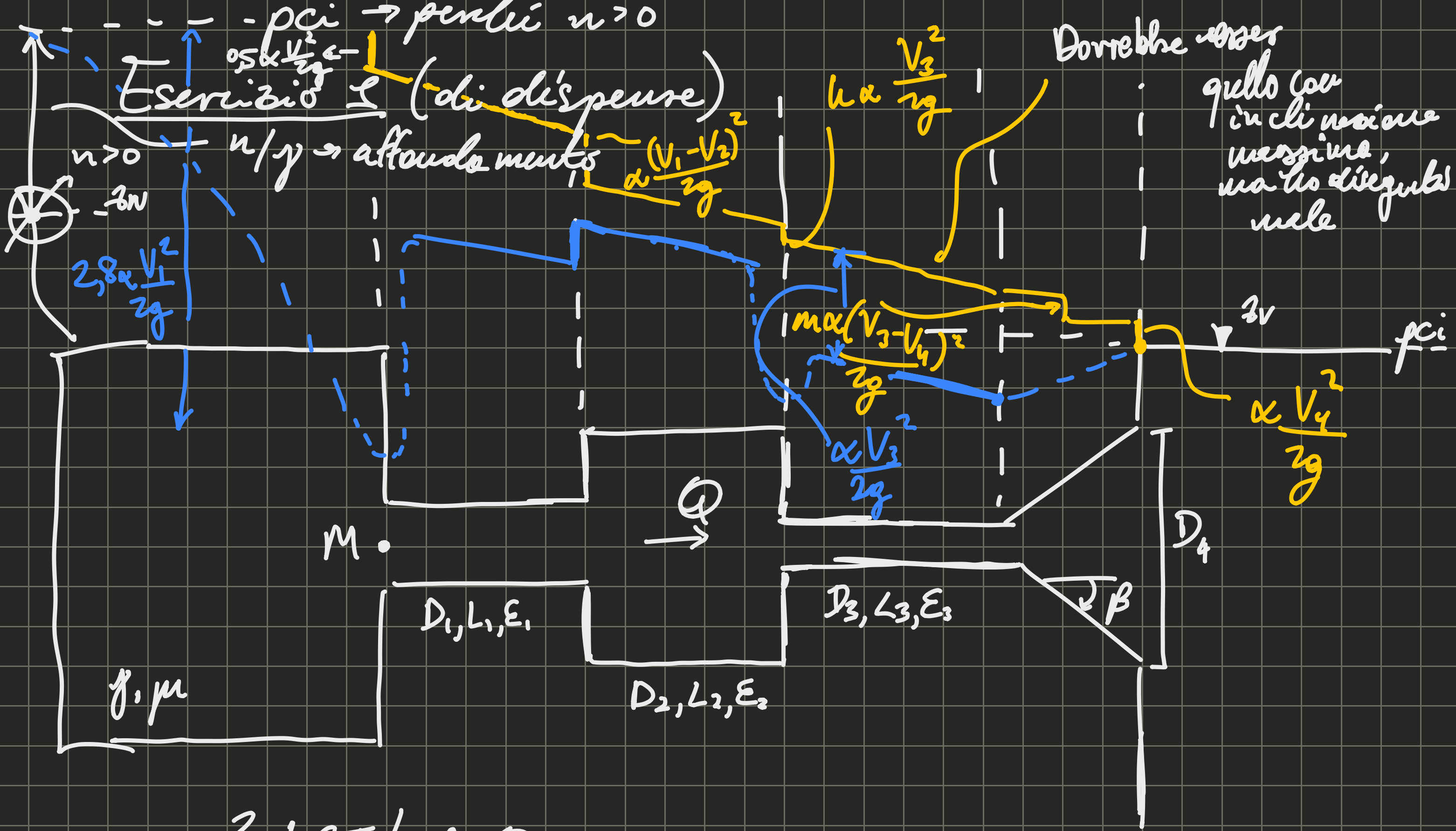


$A_{c2} < A_{c1}$ → la vena è ancora più stretta.

$$A_{c2} = \underbrace{C_{c2}}_{\sim 0{,}5} \cdot A \longrightarrow V_{MAX_2} > V_{MAX_1}$$

$$\alpha \frac{V_{MAX2}^2}{2g} = \underline{\underline{4{,}16\,\alpha \frac{V^2}{2g}}}$$

Esercizio 5 (di dispense)



? LCT/LP, Q

$D_3 < D_1 < D_2 < D_4$ $\qquad V_j = \frac{Q\,4}{\pi D_j^2}$ $j = 1, \dots, 4$

$V_3 > V_1 > V_2 > V_4$

Q va dal serbatoio con il pci maggiore a quello con il pci minore

$J_j = \frac{\lambda_j V_j^2}{2g\, D_j}$ → sottociclo per trovare Q

$H_M = z_n + \frac{n}{\gamma}$

$\Rightarrow J_3 > J_1 > J_2 > \cancel{J_4}$ → Per disegnare la LCT

→ $\alpha\frac{V_3^2}{2g} > \alpha\frac{V_1^2}{2g}, \alpha\frac{V_2^2}{2g}, \alpha\frac{V_4^2}{2g}$ → Usiamo per disegnare la LP

Equazione di moto:

non n di pressione
0,5 se $D_2 > D_1$

$$z_N + \frac{n}{\gamma} - z_V = 0{,}5\alpha\frac{V_2^2}{2g} + J_1L_1 + \alpha\frac{(V_1-V_2)^2}{2g} + J_2\cdot L_2 + n\alpha\frac{V_3^2}{2g}$$

$$+ J_3\cdot L_3 + m\alpha(V_3-V_4)^2 + \alpha\frac{V_4^2}{}$$

$\overline{2g}$

Problema implicito

↳ Iterare per trovare Q

$$V_j^{(n)} = \frac{Q^{(n)}\,4}{\pi D_j} \longrightarrow Re_j^{(n)} = \rho \frac{V_j^{(n)} D_j}{\mu}$$

$j = 1,2,3,4$ $\qquad$ $j = 1,2,3$

$$\underbrace{\longrightarrow \lambda_j^{(n)} = \lambda\left(Re_j^{(n)} ; \frac{\varepsilon}{D_j}\right)}_{\text{Sottocicli}} \longrightarrow S_j = \frac{\lambda_j V_j^{(n)2}}{2g D_j}$$

$j = 1,2,3$ $\qquad$ $j = 1,2,3$

Equazione di moto $\rightarrow Q^{(n+1)}$

se $\left| Q^{(n+1)} - Q^{(n)} \right| < toll$

no $\qquad$ sì $\rightarrow Q$

Passo del ciclo di Q

$$\lambda_{j,k+1}^{(n)} = \left[-2 \log \left(\frac{2{,}51}{Re_j^{(n)} \sqrt{\lambda_{j,k}^{(n)}}} + \frac{\varepsilon_j}{3{,}71 D_j} \right) \right]^{-2}$$

Itero il j-esimo λ per Q

↳ k+1 esimo passo per λ

$$\left| \lambda_{j,k+1}^{(n)} - \lambda_{j,k}^{(n)} \right| < toll$$

$\lambda_{0,1} \quad \lambda_{0,2} \quad \lambda_{0,3} \underset{MAT}{\Longrightarrow} \lambda_{0,j} = \left[-2\log\left(\frac{\varepsilon_j}{3{,}71 D_j}\right)\right]^{-2}$

$Q^{(0)}$ è quella con $\lambda_{0,1}$, $\lambda_{0,2}$ e $\lambda_{0,3}$

$Q^{(0)}$ → se $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3 \neq 0$ → MAT

$$Q^{(0)} = Q(\lambda_{0,1}, \lambda_{0,2}, \lambda_{0,3})$$

se $\varepsilon_1 = 0$ anche se $\varepsilon_2, \varepsilon_3 \neq 0$

non si può ipotizzare MAT

si può prendere:

- o valore arbitrario
- o ipotesi di fluido ideale ($x = 1$, $\lambda_j = 0$)