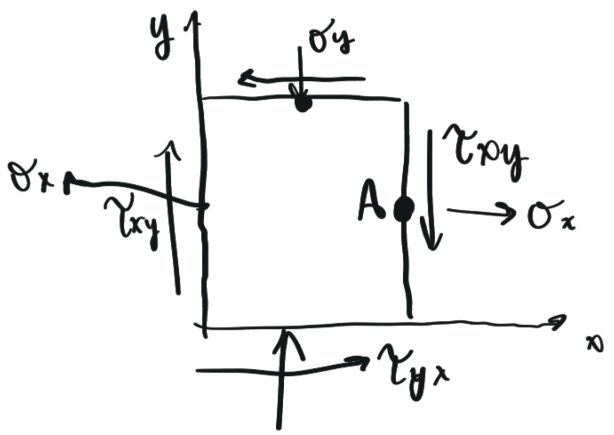
Cerchi di Mohr esempi



Orario: Positivo

Antiorario: negativo

$\sigma_x = 80\,MPa$

$\sigma_y = -40\,MPa$

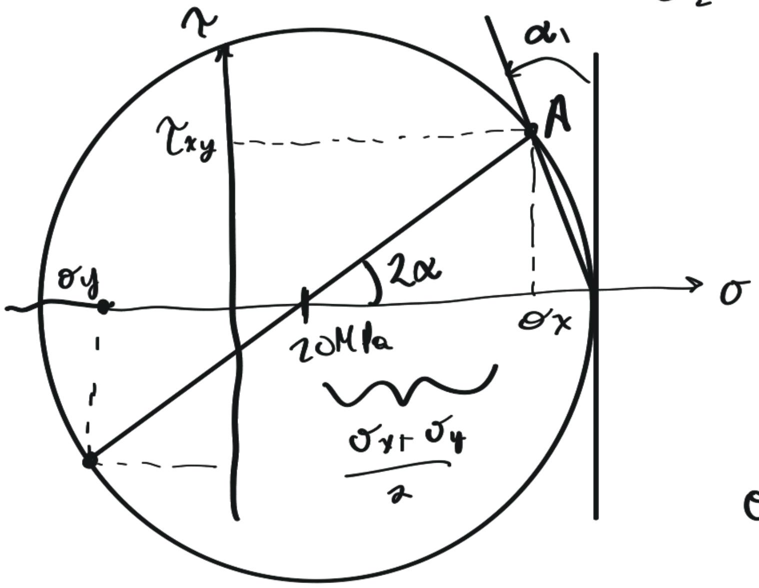
$\tau_{xy} = 80\,MPa$

$\tau_{yx} = \tau_{xz} = 0$

z direzione principale

$\sigma_z = 20\,MPa = \sigma_2$ perché

$\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0 \Rightarrow z$ direzione principale



$$C = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{80-40}{2} = 20\,MPa$$

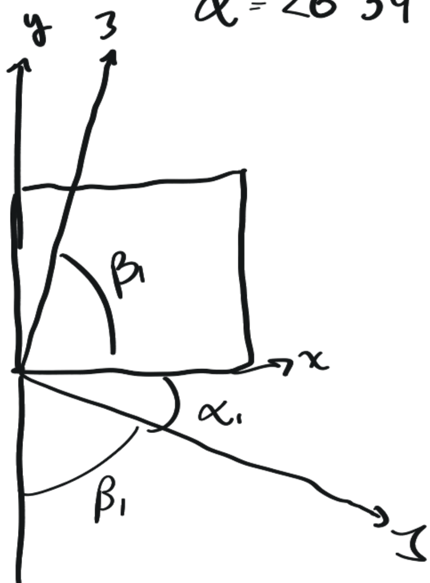
$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = 100\,MPa$$

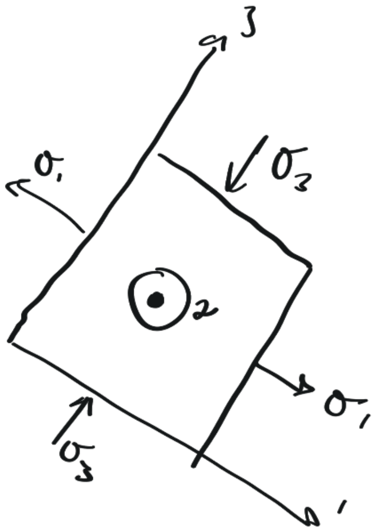
$$\sigma_1 = C + R = 120\,MPa$$

$$\sigma_3 = C - R = -80\,MPa$$

$$\tan 2\alpha_1 = \frac{\tau_{xy}}{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}} = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

$\alpha = 26°34'$ $\qquad \beta = 90 - \alpha$



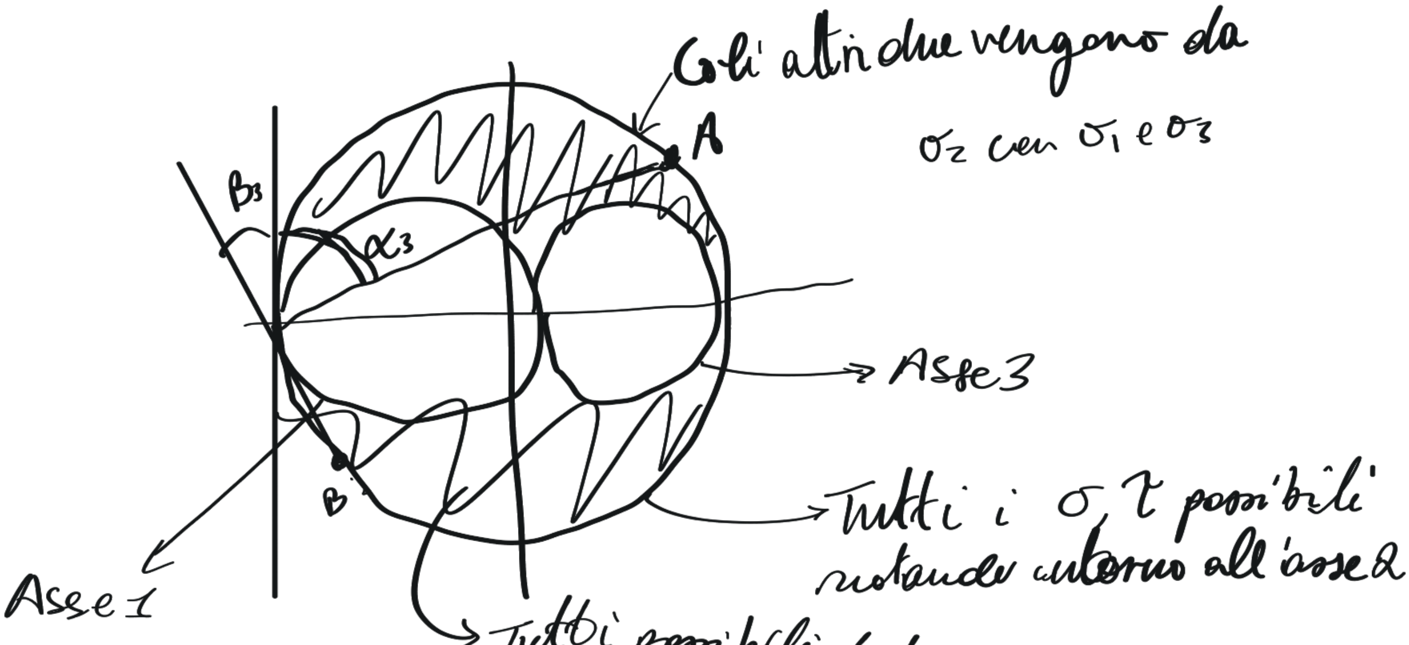


$\sigma_{max} = \sigma_1 = 120\,MPa$

$\sigma_{MIN} = \sigma_3 = -80$

$\tau_{max} = R = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 100\,MPa$

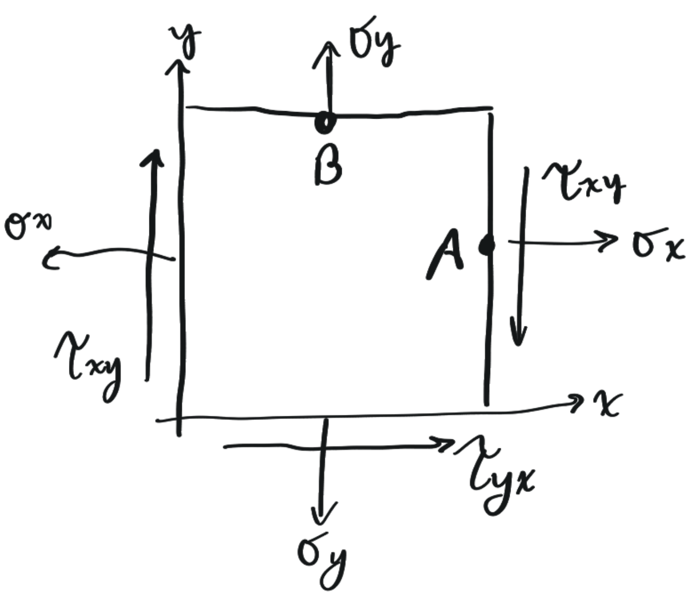
3 sollecitazioni principale 3 cerchi di Mohr



β_1 complementare di α_1

β_3 complementare di α_3

Supponiamo:

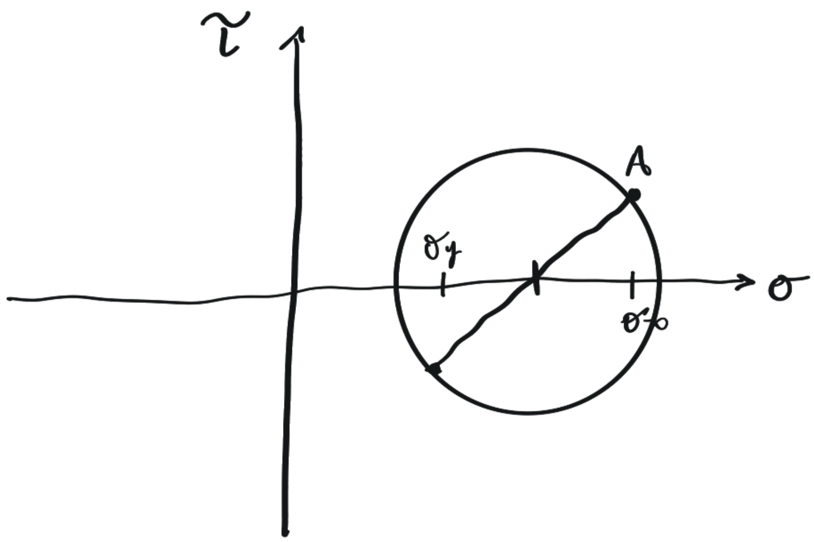


Per Mohr orario: positivo
antiorario: negativo

$\sigma_x = 100\,MPa$

$\sigma_y = 50\,MPa$

$\tau_{xy} = 20\,MPa$



$C = 75\,MPa$

$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = 32\,MPa$

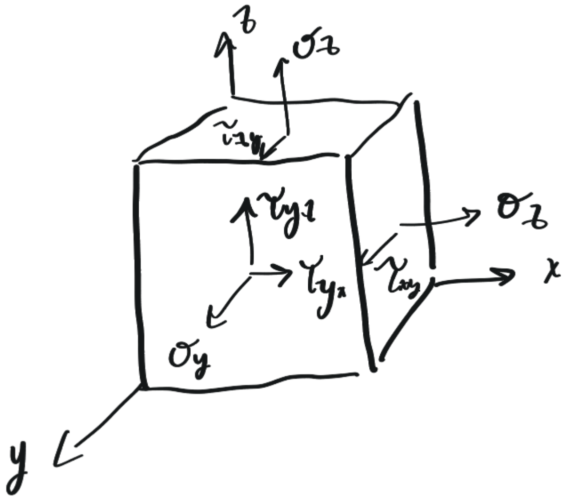
$\sigma_1 = 107\,MPa \rightarrow \sigma_{max} = 107\,MPa$

$\cancel{\tau_{max} = 32\,MPa}$

$\sigma_z = 0 = \sigma_{min}$, anche se conviene il cerchio, dobbiamo considerare che è 3D, è uno sforzo è nullo, che ci crea un cerchio più grande

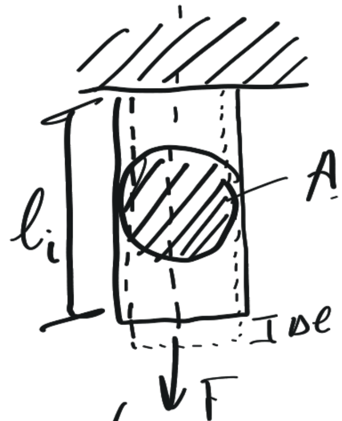
$\tau_{max} = \frac{107}{2} = 53{,}5$

Non dimentichiamo che esiste σ_z che è nullo creando un cerchio più grande



Se non è nota nessuna direzione principale non si può disegnare i cerchi di Mohr, se no bisogna cancellare il determinante della matrice

Stato di Deformazione



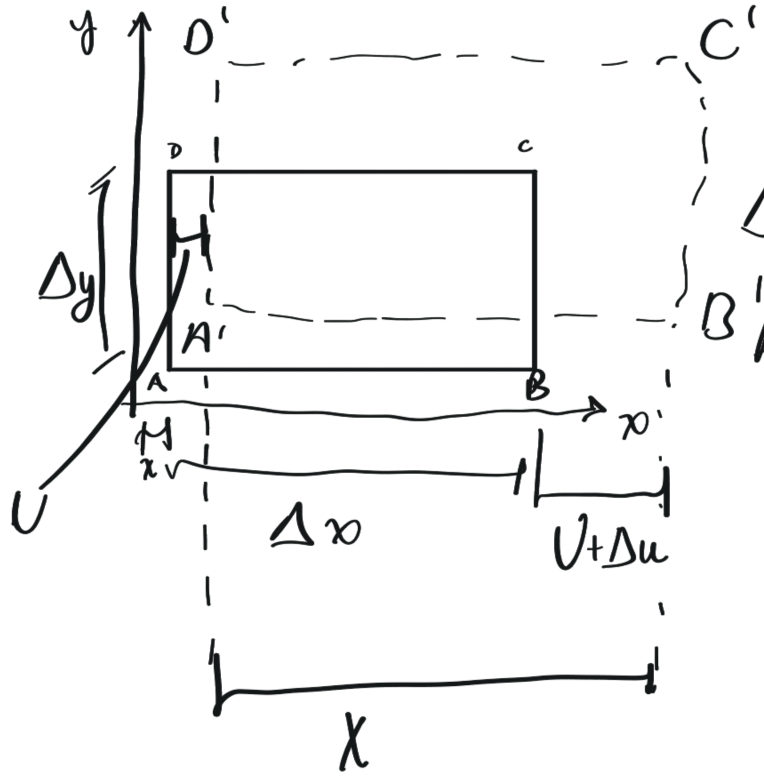
$$\sigma = \frac{F}{A}$$

↳ indipendente dal materiale

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_i} \; [\%]$$

Deformazione

Deformazione ingegneristica → uguale ad ogni parte del pezzo



$\Delta l_{AB} = A'B' - AB =$

$A'B' = x + \Delta x + u + \Delta u - (x+u)$

$AB = \Delta x$

$\Delta l_{AB} = \cancel{x} + \Delta x + \cancel{u} + \Delta u - \cancel{x} - \cancel{u} - \cancel{\Delta x}$

$\Delta l_{AB} = \Delta u$

Scorrimenti

↳ variazione dell'angolo

$$\gamma_{xy} = \frac{\pi}{2} - \alpha = \gamma_1 + \gamma_2$$

$$\gamma_1 = \frac{\Delta v}{\Delta x} = \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\gamma_2 = \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$$

Uguale per ogni piano

Abbiamo Definito

$$\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z$$

$$\gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zx}$$

Tensore delle Deformazioni

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

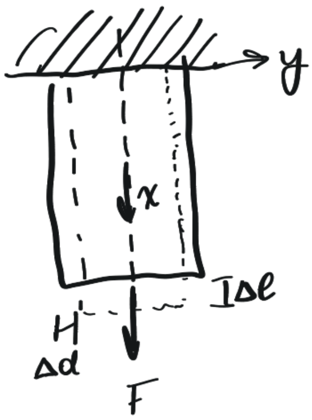
$$\varepsilon_{xy} = \frac{\gamma_{xy}}{2} = \frac{\partial v}{\partial x} \dots$$

Legame Sforzi - Deformazioni

Acciai = 200000 MPa E [MPa]

↳ Modulo elasticità longitudinale

↳ Modulo Young



$$\sigma_x = \frac{F}{A}$$

$$\boxed{\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}}$$

Materiali Isotropici

$$E_x = E_y = E_z = E$$

$\sigma_y = 0 = \sigma_z$ ma $\varepsilon_y = -\nu\, \varepsilon_x$

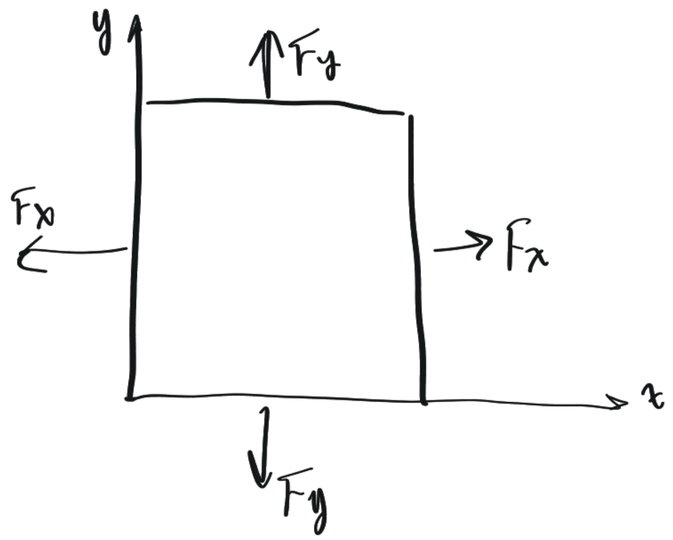
ni (?)

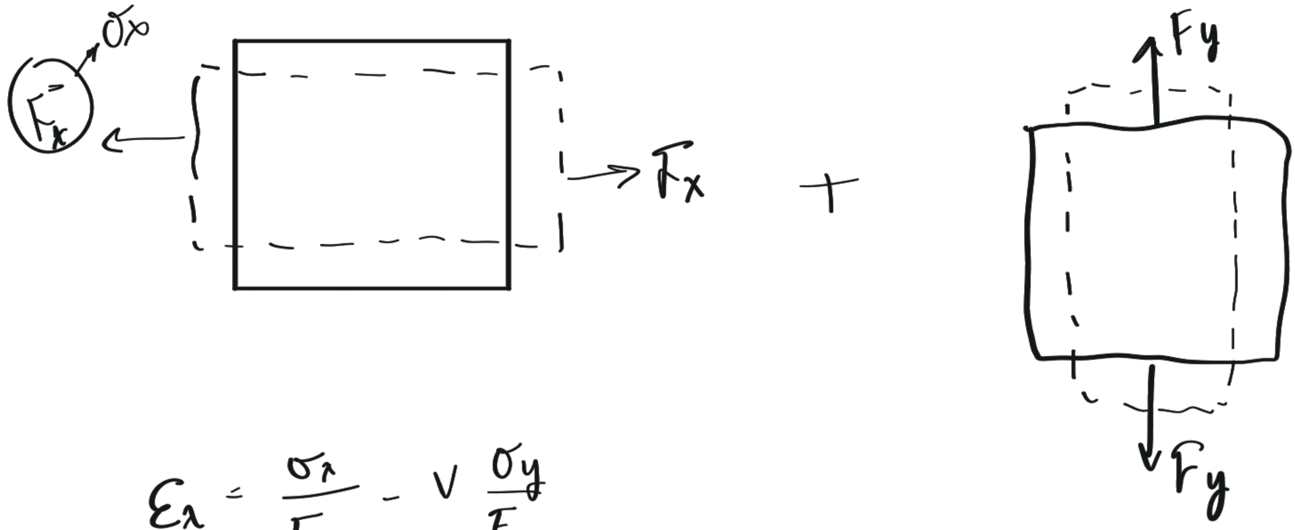
$$\varepsilon_z = -\nu\, \varepsilon_x$$

$\nu \leftarrow$ coefficiente di contrazione trasversale

→ Acciai 0,3

E e ν sono trovati sperimentalmente e sono intrinseci al materiale.





$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E}$$

$$\varepsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E}$$

$$\left.\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right] \\ \epsilon_y &= \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu\left(\sigma_x + \sigma_z\right)\right] \\ \epsilon_z &= \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right] \end{aligned}\right\} \text{Equazioni di Hooke}$$

ν → Coefficiente di Poisson / coefficiente di contrazione trasversale

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$ modulo di elasticità tangenziale

Slide 63