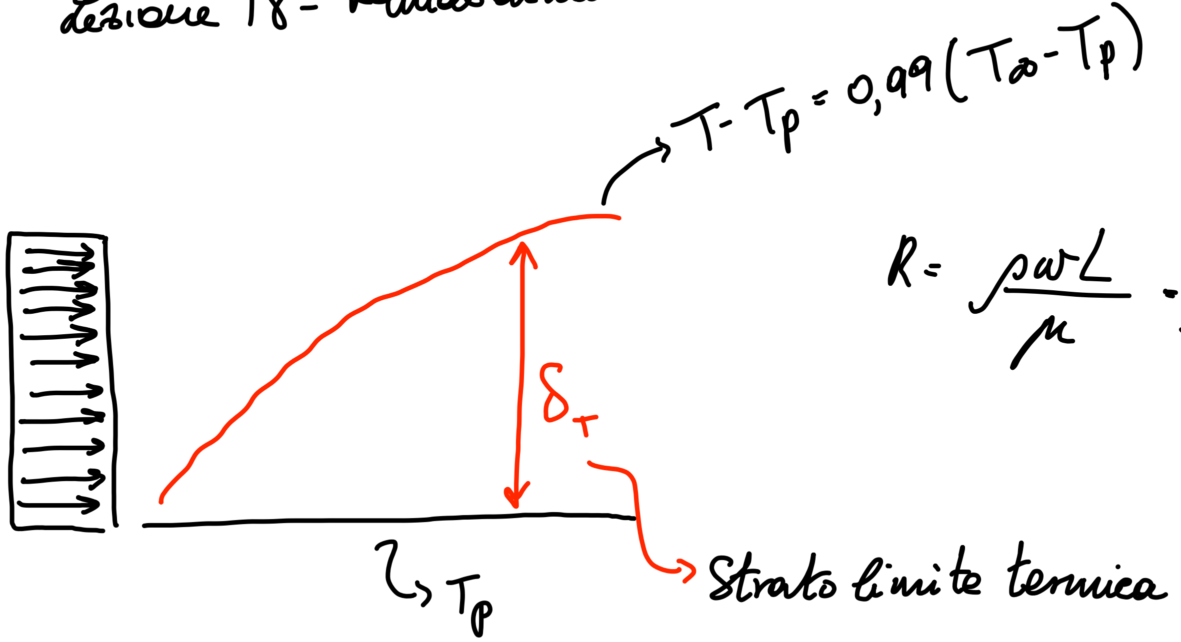
# Lezione 18 - Fluidodinamica




$$R = \frac{\rho w L}{\mu} = \frac{\rho L}{\nu}$$

La piastra può avere T diversa dal fluido

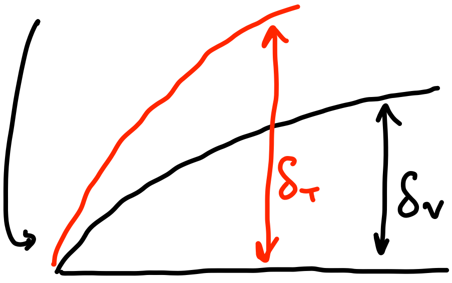
Prandtl

$$P_r = \frac{\text{DIFFUSIVITÀ MOLECOLARE DELLA QUANTITÀ DI MOTO}}{\text{DIFFUSIVITÀ MOLECOLARE DEL CALORE}}$$

$$P_r = \frac{\nu}{\alpha}$$ coefficienti che abbiamo visto ieri

$$= \frac{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)}{\left(\frac{k}{\rho c^*}\right)} = \frac{\mu c^*}{k}$$

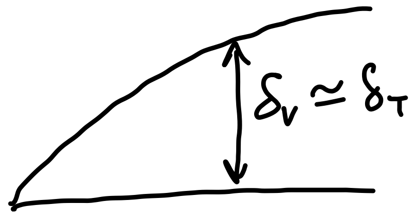
METALLI LIQUIDI
↳ denominatore prevale $\Bigg\} \Rightarrow P_r = 0{,}001$




Lo strato limite termico si sviluppa più velocemente di quello fluidodinamico

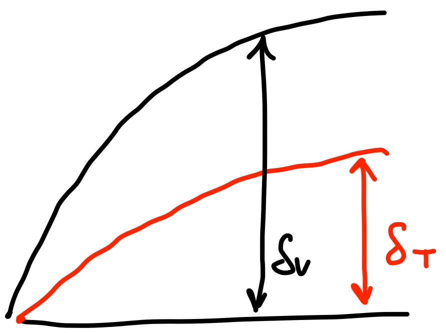
ACQUA / ARIA

$Pr = 1 \ / \ 0{,}7$




I due strati si sviluppano insieme

OLII = $Pr = 100000$

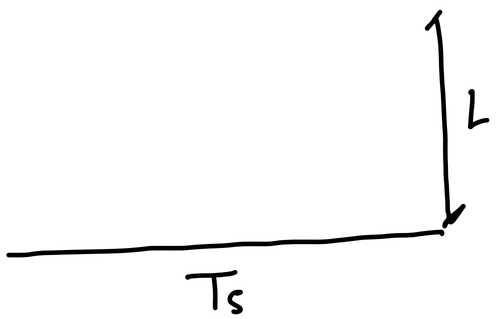



Il numero di Prandtl si dice come si sviluppano gli strati limite rispetto a l'un l'altro

## Numero di Nusselt

Confronto tra conduzione di fluido fermo a convezione di fluido in moto

Fluido $T_\infty$




$$\dot{q}_{cv} = \frac{T_s - T_\infty}{\frac{1}{hA}}$$

$$\dot{q}_{cd} = \frac{T_s - T_\infty}{\frac{L}{kA}}$$

Perchè Bi usa $k_S$ non $k_F$

$$\frac{\dot{q}_{CV}}{\dot{q}_{CD}} = \frac{hA\cancel{(T_S - T_\infty)}}{\frac{kA}{L}\cancel{(T_S - T_\infty)}} = \frac{hL}{k_F} = Nu \neq Bi$$

Se il liquido è in moto h aumenta e la convezione supera la conduzione

L'incremento dello scambio termico conduttivo in contrasto allo scambio termico convettivo

Teorema di Buckingham → calcolo Nu perchè h non è calcolabile

dipende da troppe variabili quindi usiamo la analisi dimensionale

$G_1 = f(G_2, \dots, G_r)$ r grandezze specifiche legate da f non nota

Forma implicita → $= g(G_1, \dots, G_r) = 0$

r grandezze fisiche da cui dipende la funzione f, g

n grandezze fondamentali del sistema di misura scelto come sistema di riferimenti → noi usiamo SI

$M, L, t, T \rightarrow \boxed{n = 4}$

$$g(G_1 \dots, G_r) \overset{\text{Buckingham}}{=} g'(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{r-n}) = 0$$

Gruppi adimensionali

Applicando ad $h$

$$h = h(\rho, \mu, c^*, k, \underset{\uparrow}{\bar{w}}, \overset{\uparrow}{L})$$

lunghezza (tiene a conto la geometria)

Imposta dall'esterno

$$g(\underbrace{h, \rho, \mu, c^*, k, w, L}_{r=7}) \rightsquigarrow g'(\underbrace{\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3}_{\text{gruppi adimensionali}})$$

↳ Abbiamo già Re, Nu e Pr

$$h = A \rho^b \mu^c c^{*d} k^e w^f L^g$$

↳ conducibilità termica

Le dimensionali a destra e sinistra devono esser uguali

Iniziamo esplicitando le dimensioni:

$$\rho \left[\frac{kg}{m^3}\right] = \left[M L^{-3}\right] \qquad \mu \left[\frac{kg}{m s}\right] \Rightarrow \left[M L^{-1} t^{-1}\right]$$

$$c^* \left[\frac{J}{kg\, K}\right] = \left[\frac{N \cdot m}{kg\, K}\right] = \left[\frac{kg\, m}{s^2} \cdot \frac{m}{kg\, K}\right] = \left[L^2 t^{-2} T^{-1}\right]$$

$$k = \left[\frac{W}{m K}\right] = \left[\frac{J}{s} \cdot \frac{1}{m K}\right] = \left[kg \frac{m^2}{s^2} \cdot \frac{1}{s m K}\right] \rightarrow \left[M L t^{-3} T^{-1}\right]$$

$$L = [M] \qquad h = \left[\frac{W}{m^2 K}\right] = \left[M t^{-3} T^{-1}\right]$$

Abbiamo scritto in unità del sistema di riferimento

$$h = A \rho^b \mu^c c^{*d} k^e w^f L^g$$

$$\left[M t^{-3} T^{-1}\right] = A \cdot \underbrace{M^b L^{-3b}}_{\rho^b} \cdot \underbrace{M^c L^{-c} t^{-c}}_{\mu^c} \cdot \underbrace{L^{2d} t^{-2d} T^{-d}}_{c^{*d}} \cdot$$

$$\cdot M^e L^e t^{-3e} \cdot L^f t^{-f} L^g$$

$$M t^{-3} T^{-1} = A M^{b+c+e} L^{-3b-c+2d+e+f+g} t^{-c-2d-3e-f} T^{-d-e}$$

$$\begin{array}{l} M \rightarrow \\ L \rightarrow \\ t \rightarrow \\ \end{array} \begin{cases} 1 = b+c+e \\ 0 = -3b-c+2d+e+f+g \\ -3 = -c-2d-3e-f \\ -1 = -d-e \end{cases} \qquad \begin{array}{l} c = d-b \\ e = 1-d \\ g = b-1 \\ f = b \end{array}$$

$$h = A \rho^b \mu^{d-b} c^{*d} k^{1-d} w^b L^{b-1}$$

Perchè elevata alla 1

In convezione forzata

Importante

$$\frac{hL}{k} = A\left(\frac{\rho w L}{\mu}\right)^b \cdot \left(\frac{\mu c^*}{k}\right)^d \longrightarrow \boxed{Nu = A\, Re^b\, Pr^d}$$

$Nu$ — $Re$ — $Pr$

↳ Correlazione di scambio termico in convezione forzata

↳ Ricavate per via sperimentale

→ e.g.

Lastra piana isoterma

$$Nu = 0{,}664\, Re_L^{0,5} \cdot Pr^{1/3} \qquad Pr \geq 0{,}6 \quad \boxed{\text{Laminare } Re < 5 \cdot 10^5}$$

Pedice L = lunghezza caratteristica piastra

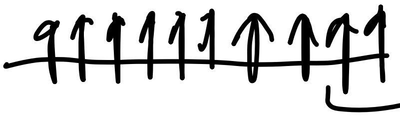
se moto $\boxed{\text{TURBOLENTO} \Rightarrow Re > 10^7}$

(

$\hookrightarrow Nu = 0{,}037\ Re_L^{0{,}8}\ Pr^{1/3} \qquad 0{,}6 \leq Pr \leq 60$

Lastra piana con $\underbrace{\text{flusso termico costante}}$

$\dot{q}$ imposto



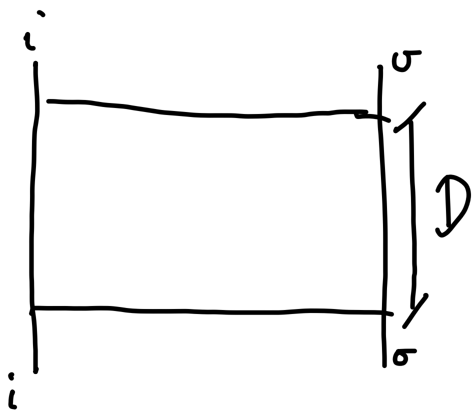

Laminare $Nu = 0{,}9\ Re^{0{,}5}\ Pr^{1/3}$

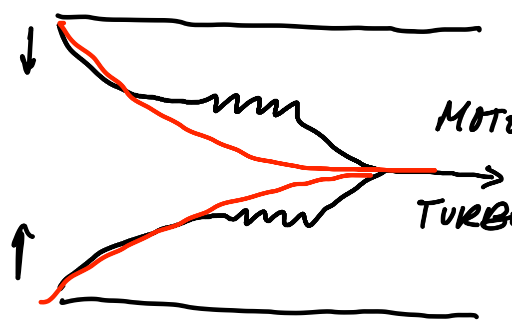
Turbolente $Nu = 0{,}6\ Re^{0{,}8}\ Pr^{1/3}$

Si scambia termico è sempre meglio nel turbolente dato il moto di massa

$$Nu = \frac{q}{q} \qquad Re = \frac{F}{F} \qquad Pr = \frac{\phi_m}{\phi_c}$$

Convezione Interna nei Tubi



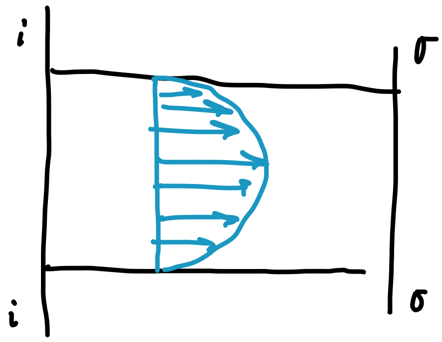

I due si incontrano al moto turbolente e non cambia da lì in poi

Se abbiamo un tubo a diametro piccolo

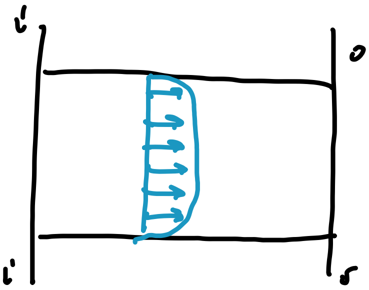
si incontrano al flusso laminare e restano lì,

I diametri piccoli preferiscono flussi laminari

Profilo di Flusso laminare - Parabolico




Profilo di Flusso Turbolento




Nel strato laminare è parabolico e poi come o turbolenti rimane uguale

**Per i tubi:**

$Re \leq 2300$ Moto Laminare

$2300 < Re < 4000$ Transizione

$Re \geq 4000$ Turbolento

velocità media

Reynolds per tubo $\rightarrow$ $Re = \dfrac{\rho w_m D}{\mu}$

$\dot{m} = \rho w S$

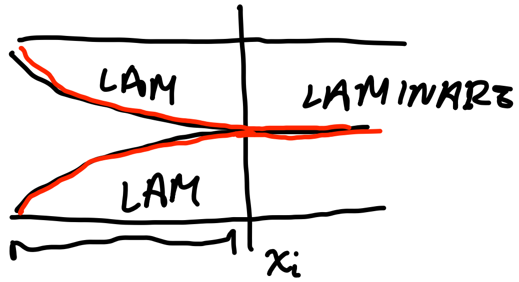
$w = \dfrac{\dot{m}}{\rho S} = \dfrac{\dot{m}}{\rho \frac{\pi D^2}{4}} = \dfrac{4\dot{m}}{\rho \pi D^2}$

$$\boxed{Re = \rho \cdot \frac{4\dot{m}}{\rho \pi D^2} \cdot \frac{D}{\mu} = \frac{4\dot{m}}{\mu \pi D}}$$

Rho media (perchè può cambiare se T varia)

Reynolds per tubo a sezione circolare

Come trovare il punto dove non cambia




$x_i$ = lunghezza di imbocco fluido dinamico

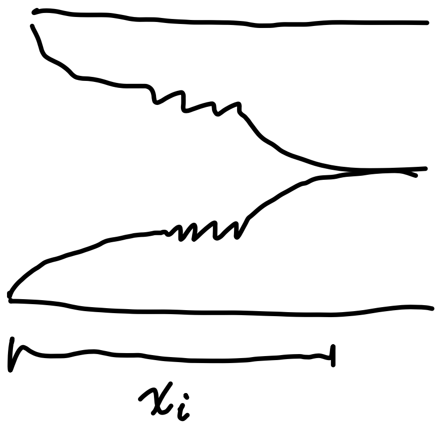
$$x_i = 0{,}05\, Re\, D$$

$$x_t = 0{,}05\, Re\, D\, Pr$$

In questo caso $Pr = 1$, perchè sono simili, ma $Pr$ può esser diverso e il diagramma può cambiare

Il punto dove gli strati limiti termici si incontrano

$x_i$ NEL TURBOLENTO



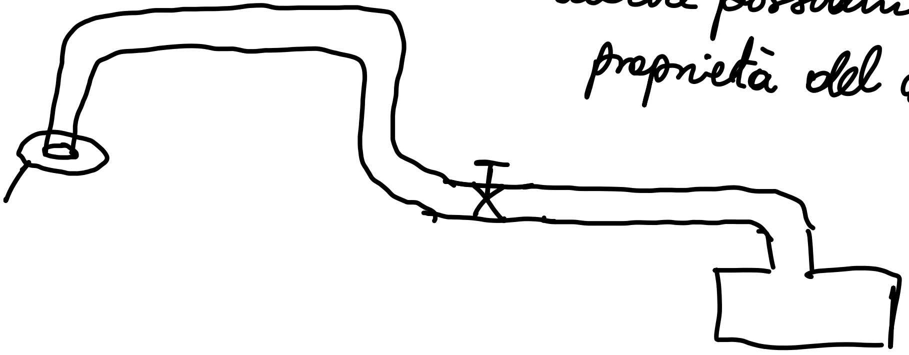

$$x_i = 10D$$

$$x_t = 10D$$

lontano da curve e dopo molta distanza

## Esempio

I profili devono esser sviluppate tale che possiamo misurare le proprietà del sistema



## Correlazione Dittus-Böelter

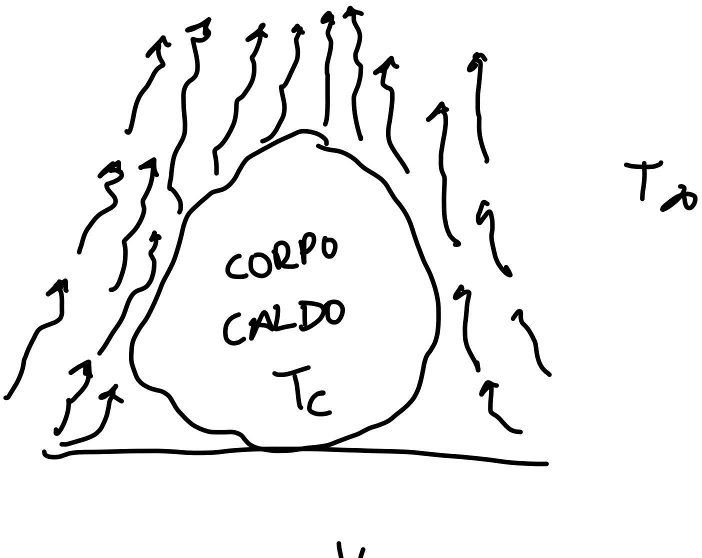
$$Nu = 0,023\, Re^{0,8}\, Pr^{n} \qquad 0,7 \le Pr \le 160 \qquad Re \ge 10000$$

$n = 0,3$ Fluido si raffredda

$n = 0,4$ fluido si riscalda

## CONVEZIONE NATURALE

↳ innescato naturalmente dalle densità del fluido




$$F_{GALL} = \rho_F\, g\, V_{CORPO}$$

$$F_{NETTA} = F_{PESO} - F_{GALL}$$
$$= \rho_C\, g\, V_C - \rho_F\, g\, V_{IMMERSO}$$

$= (\rho_C - \rho_F)\, g\, V_{EMERGENTE}$

Stessa dipendenza da in forma naturale

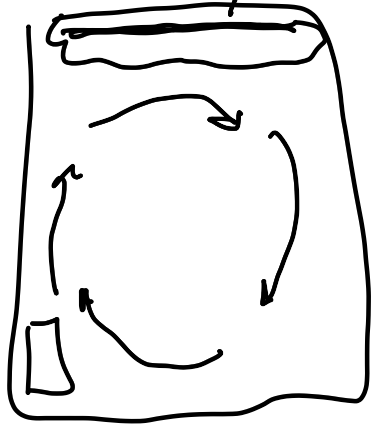
$$h = h(\rho, \mu, c^*, k, w_{NAT}, L)$$

① CARATTERISTICHE FLUIDO $\rho, \mu, c^*, k$

$$\alpha_p = \frac{1}{v^*}\left(\frac{\partial v^*}{\partial T}\right)_p$$ → cambia volume specifico a $\partial T$

$$v^* = \frac{1}{\rho} = \rho^{-1}$$

$$\alpha_p = \rho\left(\frac{\partial \rho^{-1}}{\partial T}\right)_p = \rho \cdot \rho^{-2}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{\rho}\left(\frac{d\rho}{dT}\right)_p \rightarrow d\rho = dT\rho\alpha_p$$



→ Se lo metti qui la sorgente di calore la convezione non innesca

Grashof

Gr = Numero di Grashof

$$= \frac{\text{Forze di Galleggiamento}}{\text{Forze Viscose}}$$

$$Nu = A\, Gr^b\, Pr^c$$

$$\frac{hL}{k} = A \cdot \left(\frac{g\rho^2 \alpha_p (T_C - T_F) L^3}{\mu^2}\right)^b \left(\frac{\mu c^*}{k_F}\right)$$

$$w_{NAT} = \frac{g\rho\,\alpha_p (T_C - T_F)^2 L^2}{\mu} \Rightarrow Gr = \rho \frac{w_{NAT} L}{\mu}$$

$\hookrightarrow$ Re era $\frac{\rho w L}{\mu}$

$\hookrightarrow$ Questo è lo stesso ma generalo naturalmente

$Ra = Gr \, Pr$

$Ra$ = # di Rayleigh = $\frac{\text{Forze di Galleggiamento}}{\text{Forze di Attrito Viscoso}}$

$\Rightarrow Nu = A \, Ra^{b}$

$$Ra = \frac{g \rho \alpha_p (T_C - T_F) L^2}{\mu \alpha}$$

$\alpha \rightarrow \frac{u}{\rho c}$

$\hookrightarrow$ Diffusibilità termica