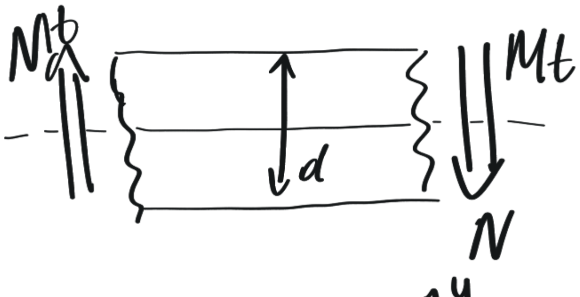
Lezione 10-

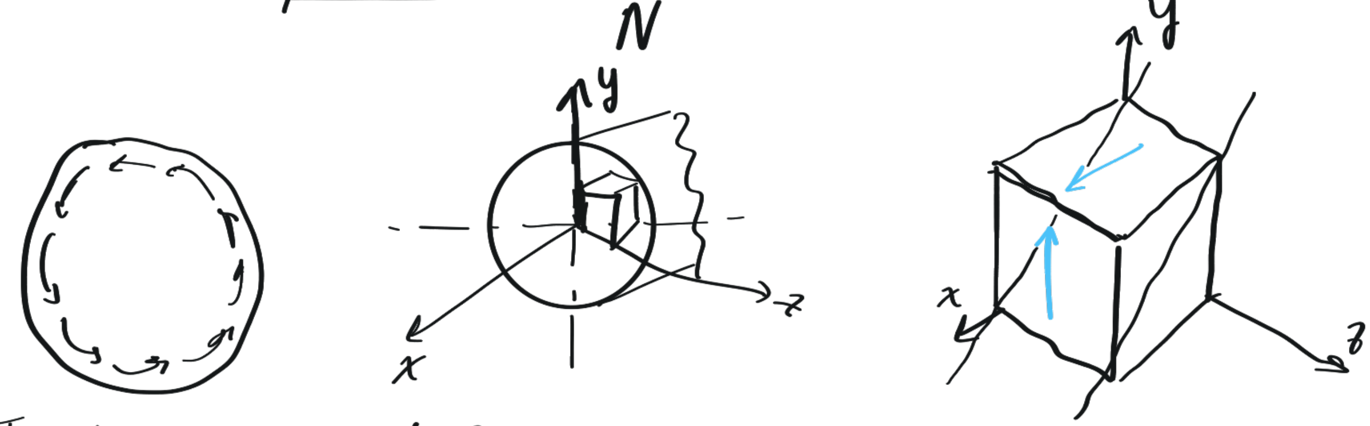
Ripetere ultimo esempio (non l'avevo scritto)

T e $M_t \Rightarrow \tau$ $\quad$ N e $M_f \Rightarrow \sigma$



$M_t = 100\ Nm$

$d = 20\ mm$

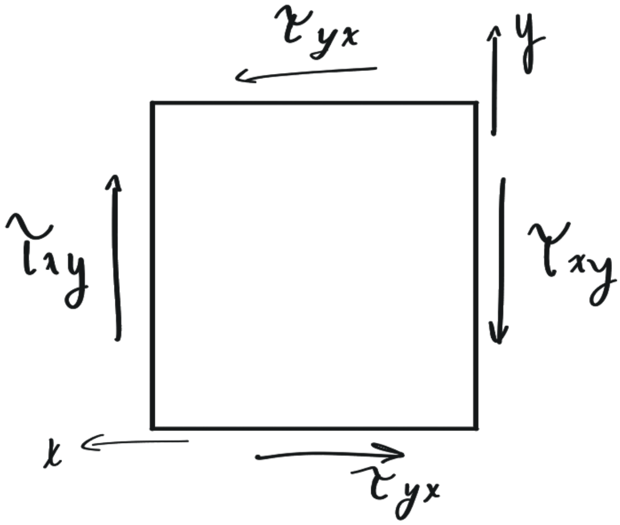


Torsione genera queste τ, e poi per equilibrio va sulla faccia sopra

$\tau_{xy} =$

Asse z = direzione principale

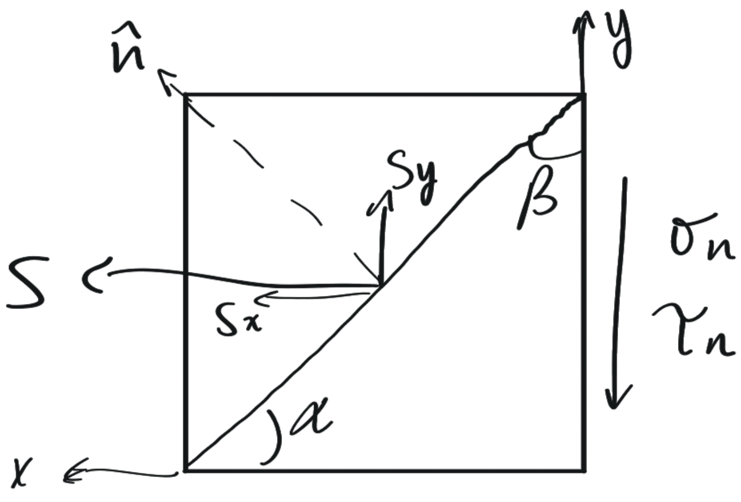
$$\tau = \frac{16 M_t}{\pi d^3} = 64\ MPa$$



$\alpha = 45°$ angolo tra n e x

$\beta = 45$ angolo tra n-y

$\gamma = 90$ angolo tra n-z



$\cos\alpha = i$

$\cos\beta = l$

$\cos\gamma = m$

$$S_x = \cancel{\sigma_x} i + \tau_{yx} l + \cancel{\tau_{zx}} m$$

$$S_y = \tau_{xy} i + \cancel{\sigma_y} l + \cancel{\tau_{zy}} \cdot m$$

$S_z = 0$ eliminate perché abbiamo solo τ_{xy} e τ_{yx}

$$\sigma_n = S_x \cdot i + S_y l = \tau_{yx} \cdot l \cdot i + \tau_{xy} \cdot i \cdot l$$

$$\cos\alpha = \cos\beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sigma_n = \frac{64}{2} + \frac{64}{2} = 64 \text{ MPa}$$

$$\boxed{\tau_n = \sqrt{S^2 - \sigma_n^2}} = \sqrt{(S_x^2 + S_y^2) - \sigma_n^2} = 0$$

$\sigma_1 = \tau_{xy}$

$\sigma_2 = 0$

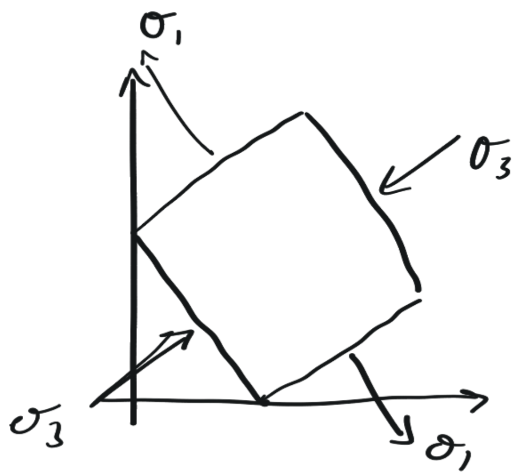
$\sigma_3 = ?$

sono nulli in questo caso

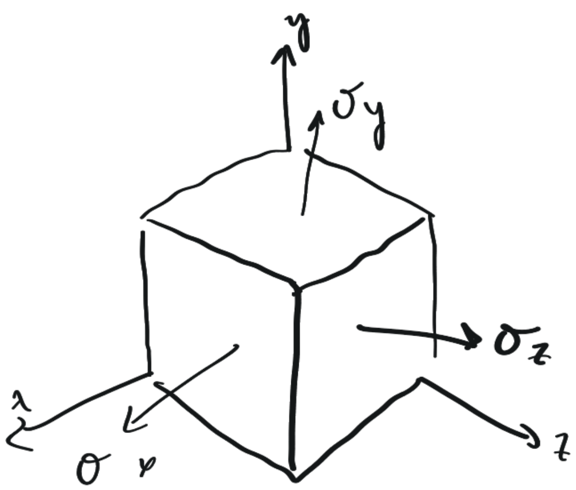
$$\det \begin{vmatrix} (\cancel{\sigma_x} - \sigma_p) & \tau_{yx} & 0 \\ \tau_{xy} & (\cancel{\sigma_y} - \sigma_p) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\sigma_p^2 = \tau_{xy}^2 \rightarrow \sigma_1 = \tau_{xy}$$

$$\rightarrow \sigma_3 = -\tau_{yx}$$



Altro Esempio



$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 100 MPa$

σ_n, τ_n

$\alpha = 30°$

$\beta = 60°$

$\gamma = 90°$

$\tau_{ij} = 0$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau_{zx} = \tau_{xz} = \tau_{zy} = \tau_{yz} = 0$$

Tensore degli sforzi
$$\begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}$$

$S_x = \sigma_x\, i = 100 \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} = 86{,}6$

$S_y = \sigma_y\, l = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50$

$S_z = \sigma_z\, m = 0$

$\sigma_n = S_x \cdot i + S_y\, l = 100\ MPa$

$\tau_n = \sqrt{(S_x^2 + S_y^2) - \sigma_n^2} = 0$

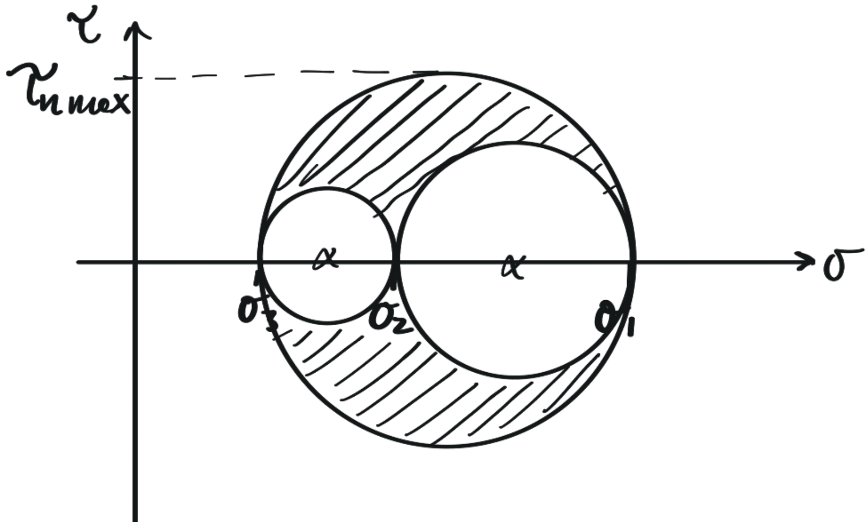
Tutte le direzioni sono principale

Fino ad ora:

- Tensore
- τ_n
- Sforzi Principali

Autovali di Tensore, poi risolvere tensore con sforzi principali

Cerchi di Mohr



Tutti i punti di σ_n, τ_n sono tutti i punti nella area a tratti, incluse le circonferense

Sforzi principali giacciono sulla asse e della x

Si trova immediatamente:

$\sigma_1 \rightarrow$ sforzo principale massimo

$\sigma_3 \rightarrow$ min σ_n

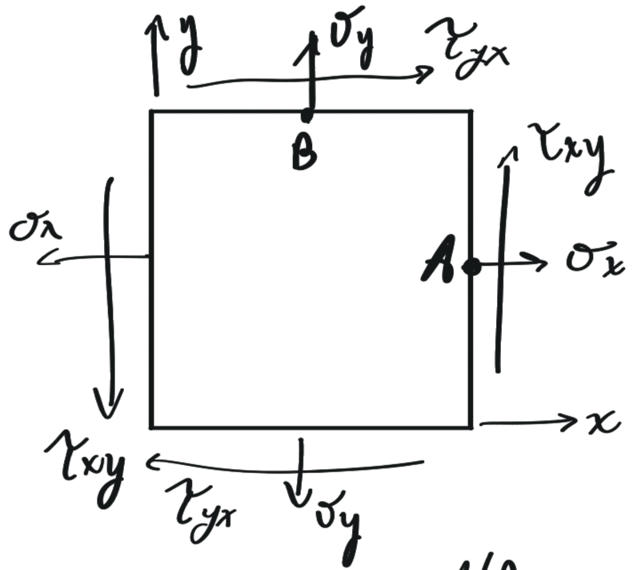
$$\tau_{n\,max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \rightarrow$$ la circonferenza più grande

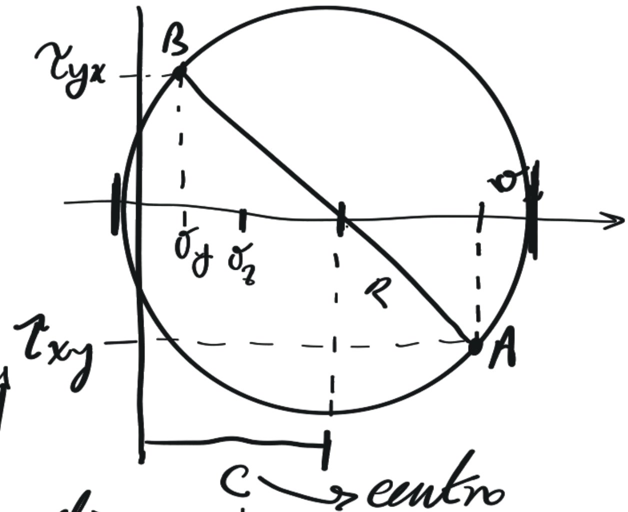
Esistono τ_n positive e negative

<u>Convenzione di τ_n</u>

τ_n positivo — τ_n negativo

Significa che $\tau_{xy} = -\tau_{yx}$ che non rispetta l'equilibrio alla rotazione, ma dobbiamo farlo per la rappresentazione in verità $\tau_{xy} = \tau_{yx}$





$\sigma_x = 100$ MPa $\quad \tau_{xy} = 50$ MPa

$\ominus$ perché orario

$$R = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{2} + \tau_{xy}^2}$$

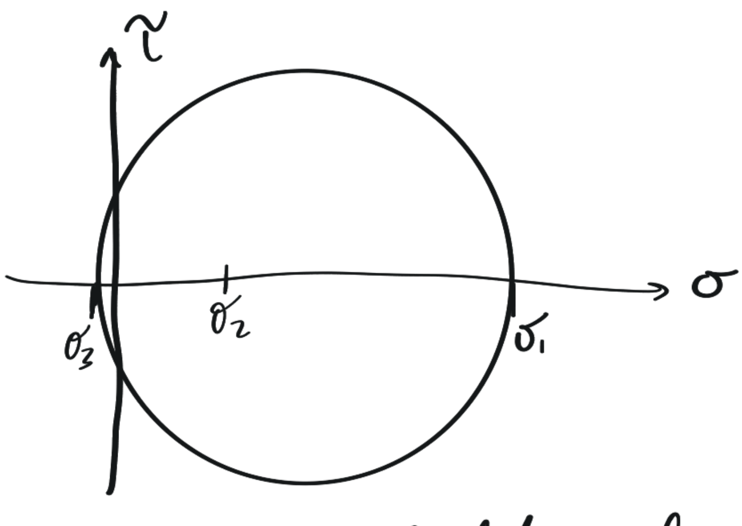
Due punti a 90° da l'un l'altro solo 180° sul piano di Mohr

Intersezione di cerchio con asse x sono σ_1 e σ_3

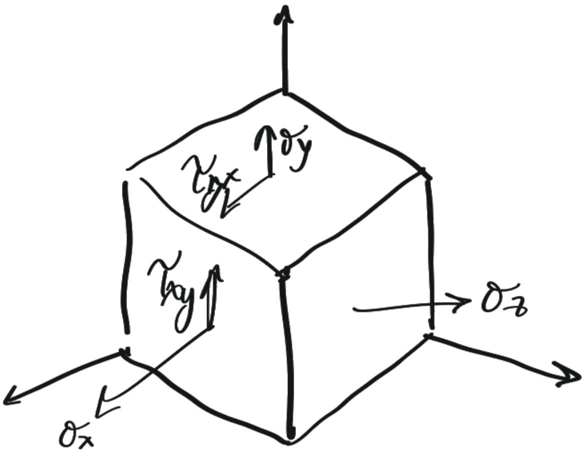
$$\sigma_1 = C + R = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} + \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{2} + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_3 = C - R = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} - \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{2} + \tau_{xy}}$$

$\sigma_2 = \sigma_z = 30\,MPa$ } Scelto lei

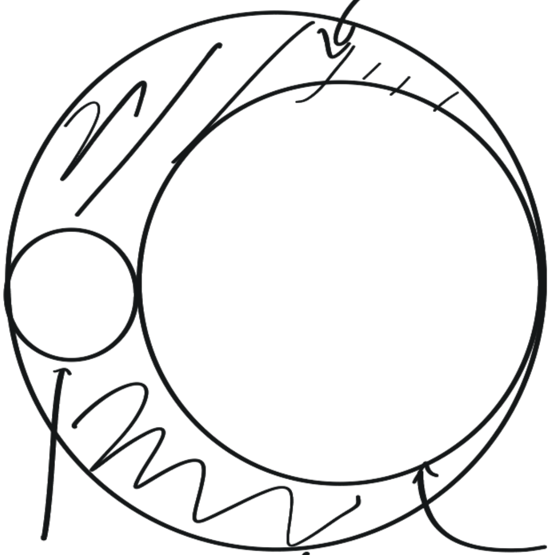


Cerchio tutti gli stati di sforzo possibili ruotando il pezzo intorno all'asse di σ_2



Asse $z = 2$

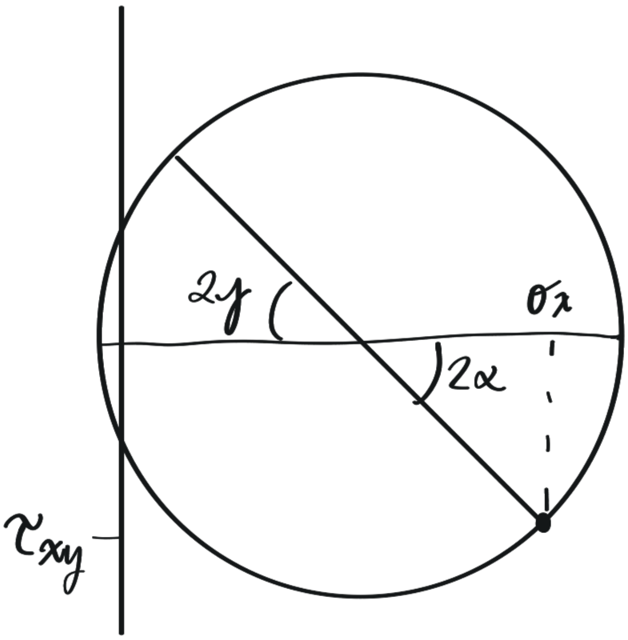
Intorno a nessun asse



Tutti possibili stati di sforzo ruotando intorno asse di σ_3

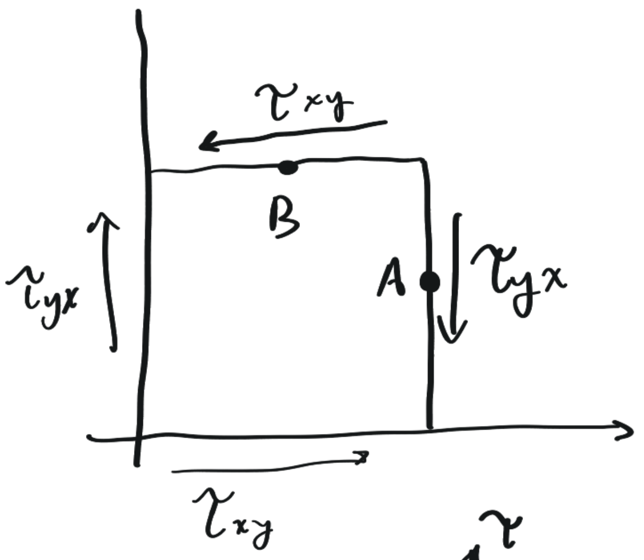
Tutti possibili stati di sforzo ruotando intorno asse di σ_1

Tutti possibili stati di sforzo ruotando intorno asse di σ_2

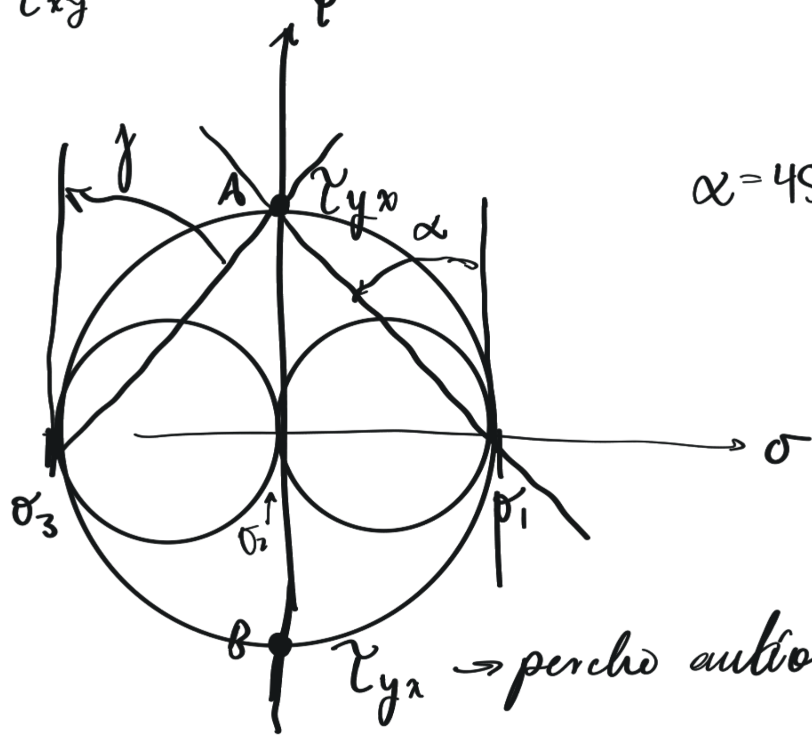


$$\tan 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

Esempio



Torsione pura $\Rightarrow \sigma_2 = 0$

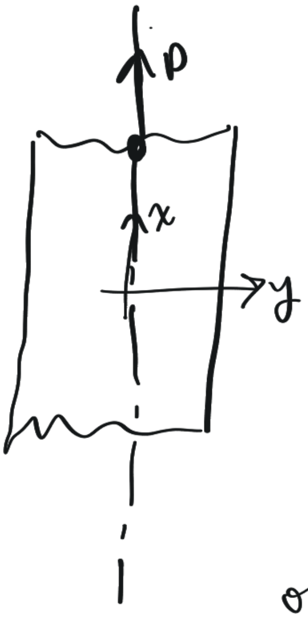


$\alpha = 45°$

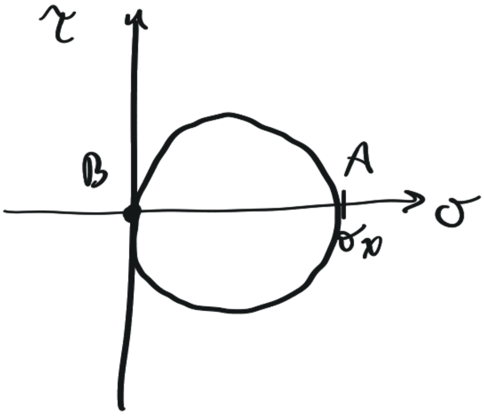
$\tau_{yx} \rightarrow$ perché antiorario

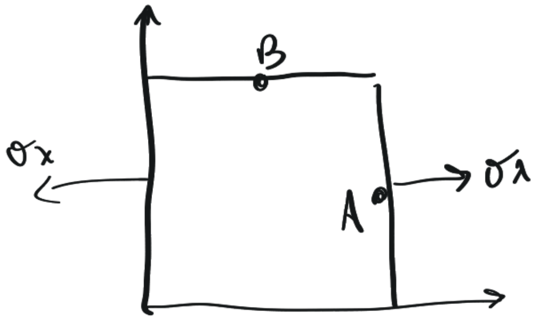
$$tg\, 2\alpha = \frac{2 \cdot \tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

Questo caso sono 0



$\sigma_p = \frac{P}{A}$





$\sigma_1 = \sigma_x$

$\sigma_2 = 0$

$\sigma_3 = 0$

Tutte le direzioni intorno all'asse di σ_x (1) sono principali