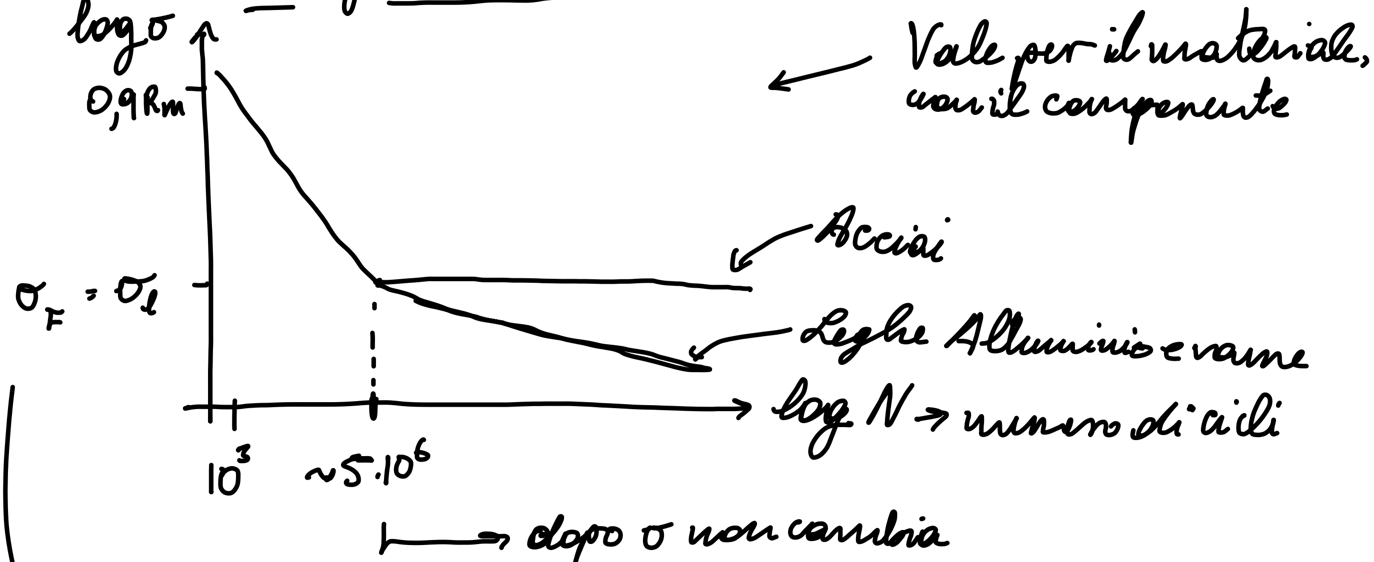
Esercitazione 12 - Fatica

Teoria - Fatica, monoassiale

Se prendiamo un componente ripetitivamente anche molto sotto a σ_{sn} si rompe

Diagramma di Wohler



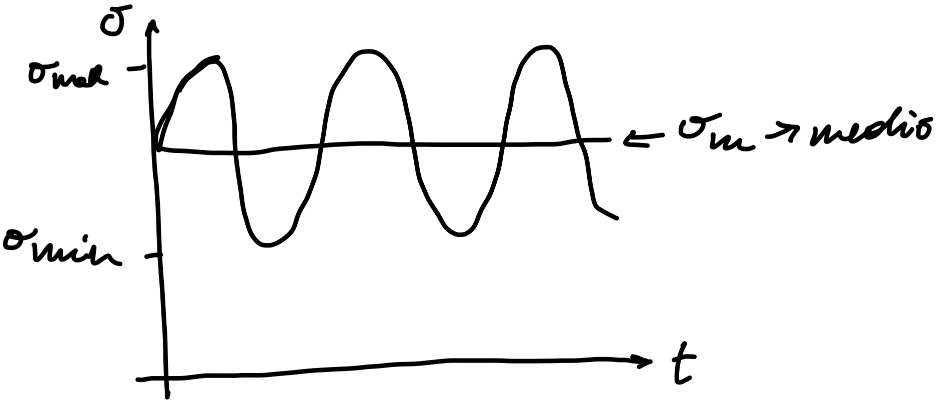
→ Limite di fatica per il materiale

$\sigma_{l\,mat} \geq \sigma_{l,pezzo}$ sempre

→ Se sottoponiamo ad un carico ripetuto

La fatica risente molto delle dimensioni, più è grande più si sente la fatica

Più un materiale è rugoso più è probabile che si formino cricche che innescano la rottura



Il fenomeno di fatica è molto sperimentale

$$R = \frac{\sigma_{MIN}}{\sigma_{MAX}}$$

$$\frac{\sigma_{min} + \sigma_{max}}{2}$$

Sigma alternato

$\sigma_a = \sigma_m$

$\sigma_{min} = \sigma_m - \sigma_a$

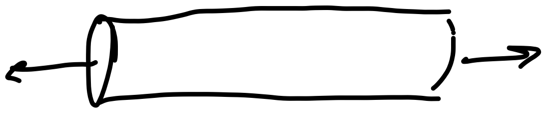
$\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a$

$R = 0 \Rightarrow \sigma_{min} = 0\ ,\ \sigma_{max} = 2\,\sigma_{min}$

Fatica pulsante

Fatica alternata

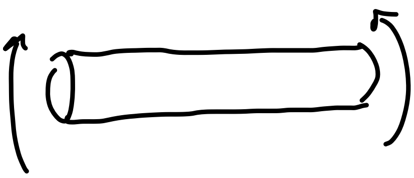
$R = -1 \quad \sigma_m = 0,\ \sigma_{min} = -\sigma_a\ ,\ \sigma_{max} = \sigma_a$



Fatica Assiale

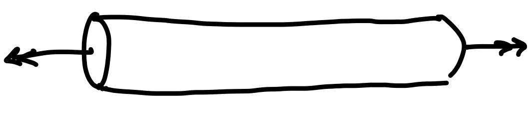
$\sigma_{Fa} \cong (0{,}3 \text{ a } 0{,}45) R_m$

$= 0{,}4\, R_m$



$\sigma_{Faf} \simeq (0{,}4 \text{ a } 0{,}6) R_m$

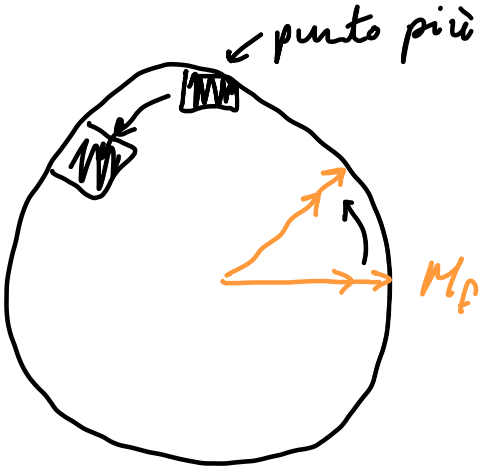
$= 0{,}5\, R_m$



$\tau_{Fat} \cong (0{,}23 \div 0{,}33) R_m$

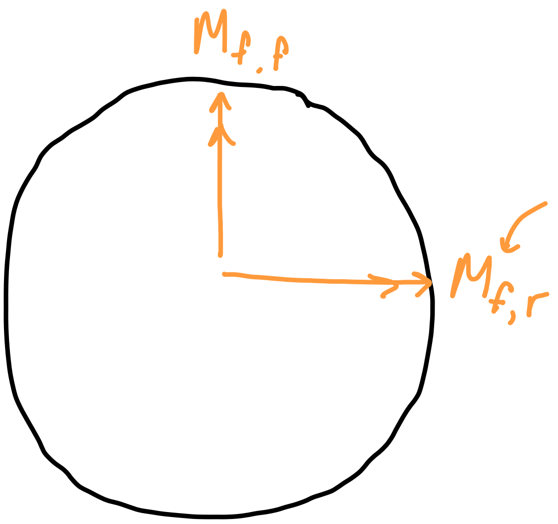
$\cong 0{,}25\, R_m$

$$F = F_0 \sin(\omega t)$$



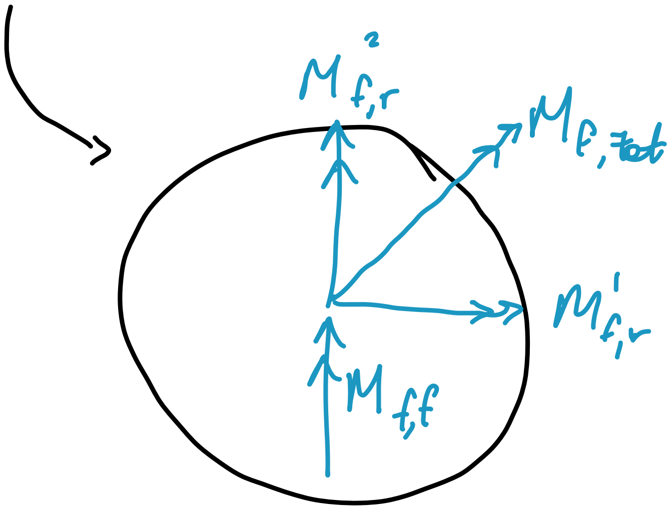
Anche con le forze rotanti si presenta la fatica

Forze rotanti con forze non rotanti



Possiamo mettere questo momento in qualsiasi direzione perché ruotando arriva in ogni posizione, troviamo il punto più critico per i nostri calcoli

Più momenti flettenti, per prima si fa la somma dei momenti rotanti

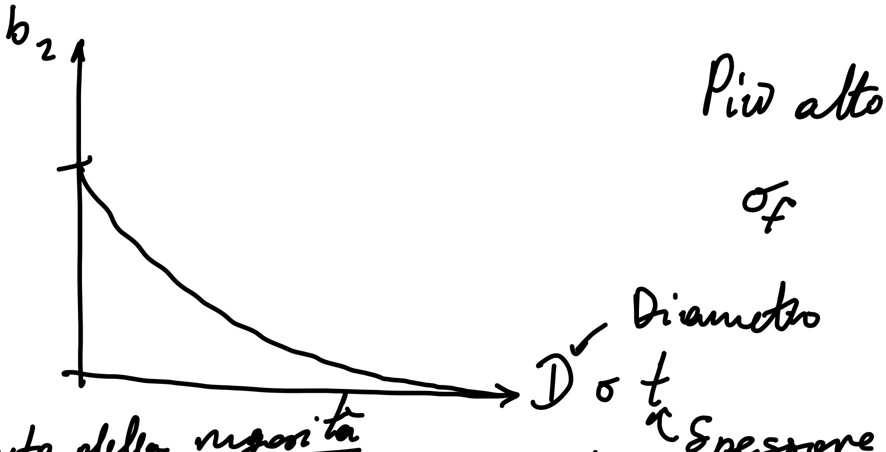


Coefficienti della fatica

Coefficiente Dimensionale

$\boxed{b_2}$

$b_2 < 1 \rightarrow$ riduzione di σ_f

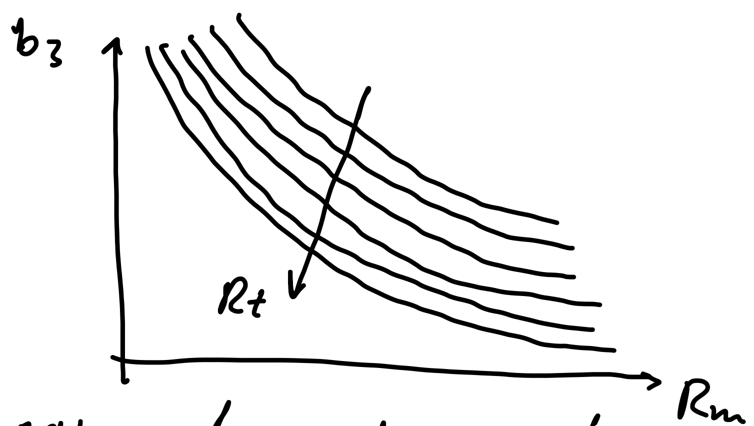


Più alto R_m più basso σ_f

Coefficiente della rugosità

$\boxed{b_3}$ → In base alla rugosità

$b_3 < 1 \rightarrow$ Riduce σ_f



All'aumentare della rugosità diminuisce b_3

$\boxed{k_f} \leq k_t$ → Coefficiente per intaglio

↑ Coefficiente d'intaglio

$$k_f = q(k_t - 1) + 1$$

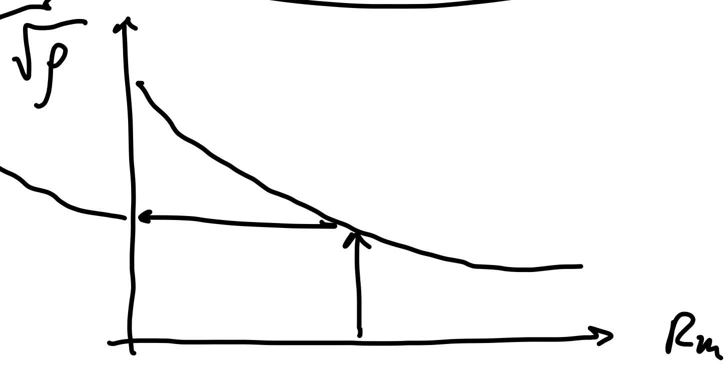
Caso estremo: → per pezzo

$q = 1 \quad k_f = k_t$

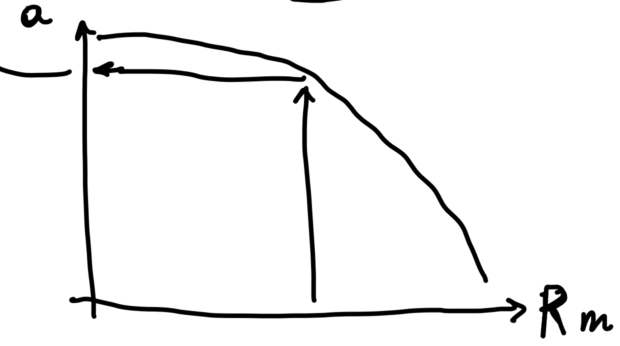
$q = 0 \quad k_f = 1$

→ Due equazioni:

→ Regola di Neuber $\quad q = \dfrac{1}{1 + \sqrt{\dfrac{\rho}{r}}}$



→ Peterson $\quad q = \dfrac{1}{1 + \dfrac{a}{r}}$



$$\sigma'_{FA} = \frac{\sigma_{FA}\, b_2 b_3}{k_f}$$

Generico: Assiale, Flessionale o Torsionale

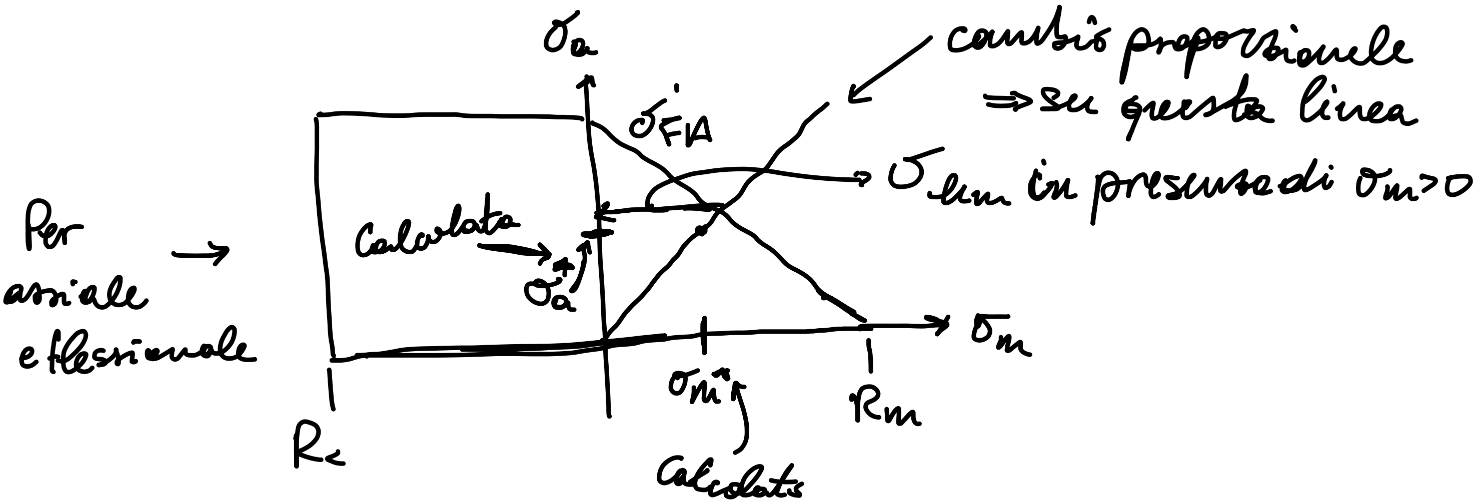
Verifica a fatica:

Caso 1): $R=-1$ $\quad \sigma_m = 0$

$$\sigma_a \le \sigma'_{FA}$$

Caso 2) $R \neq -1$

Diagramma Heig



se σ_m di compressione (<0) allora σ_{FA} non cambia

se σ_m è di trazione (>0) allora σ_{FA} cambia

$R=0$

$$\begin{cases} \sigma_a^* = \sigma_m^* & \dfrac{\sigma_a}{\sigma'_{FA}} + \dfrac{\sigma_m}{R_m} = 1 \end{cases}$$

$$\frac{\sigma_a^*}{\sigma'_{FA}} + \frac{\sigma_m^*}{R_m} = 1$$

Vale per ogni caso dove $\theta = 45°$

$(\sigma_{lim}, \sigma_{lim})$ ← Vale anche in questo caso

$$\sigma_{lim}\left(\frac{1}{\sigma'_{FA}} + \frac{1}{R_m}\right) = 1 \rightarrow \sigma_{lim} = \left(\frac{1}{\sigma'_{FA}} + \frac{1}{R_m}\right)^{-1}$$

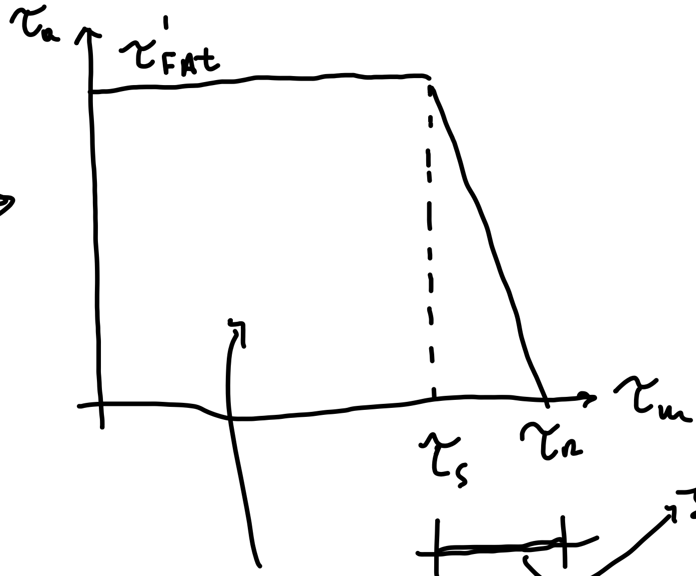
Incognite

se $\sigma_a^* = \sigma_m^* \Rightarrow R = 0 \rightarrow$ si ha l'altro caso

$$\begin{cases} \sigma_a = \dfrac{\sigma_a^*}{\sigma_m^*}\sigma_m \\ \dfrac{\sigma_a}{\sigma'_{FA}} + \dfrac{\sigma_m}{R_m} = 1 \end{cases}$$

nel caso che $\underbrace{\sigma_a^* \neq \sigma_m^*}_{R \neq 0}$

per torsione →

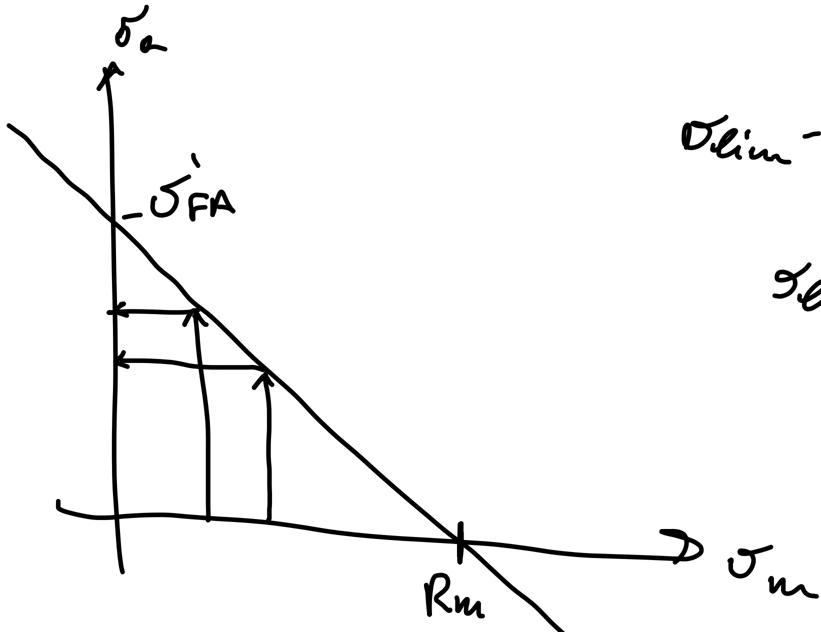


$\tau_r \simeq 0,7 R_m$

$\tau_s = \dfrac{R_s}{\sqrt{3}}$

Su questo non è quasi statico (non quasi-statico)

Lavoriamo in condizioni di fatica in quest'area



$\sigma_{lim} = \sigma'_{FA}$ se $\sigma_m = 0$

$\sigma_{lim} \downarrow$ se $\sigma_m \uparrow$

Verifica:

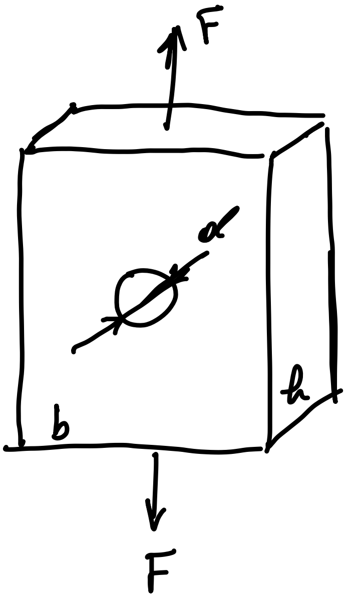
$$\sigma_{lim} \geq \sigma_a^{*c}$$ Applicata sul componente

$$\eta_{FA} = \frac{\sigma_{lim}}{\sigma_a^{*}} \geq 2$$

$$\begin{cases} \overset{y}{\sigma_a} = \overbrace{\frac{\sigma_a^{*}}{\sigma_m^{*}}}^{m} \overset{x}{\sigma_m} \\ \frac{\overset{y}{\sigma_a}}{\sigma_{FA}} + \frac{\overset{x}{\sigma_m}}{R_m} = 1 \end{cases}$$

↳ Vogliamo trovare y dal sistema

Esercizio 1



$F = F_0 \sin(\omega t)$

$d = 30\,mm$

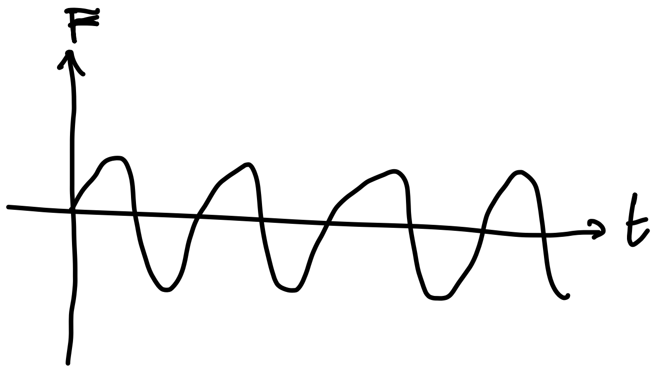
$b = 120\,mm$

$h = 20\,mm$

	R_m [MPa]
C20 bon	500
C45 bon	700
39NiCrMo4 bon	1000

$R_t = [3{,}2 ; 6{,}3 ; 10]\ \mu m$

↳ Casi di rugosità che dobbiamo analizzare



$$F_{max} = F_0 = F_m + F_a$$
$$F_{min} = -F_0 = F_m - F_a$$
$$\Rightarrow F_a = F_0$$

$$F_m = \frac{F_{max} + F_{MIN}}{2} = 0$$

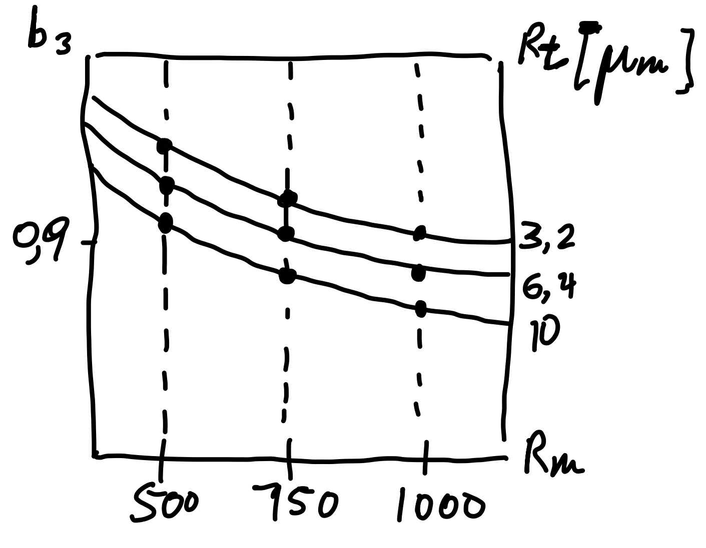
$$R = -1 = \frac{F_{min}}{F_{max}}$$

$$\sigma_{lim} = \sigma'_{FA} = \underbrace{\sigma_{FAa}}_{0{,}4R_m} \cdot \frac{b_2 b_3}{k_f}$$

$\sigma_m = 0$

$$= 0{,}4R_m \frac{b_2 b_3}{k_f}$$

assiale $\Rightarrow b_2 = 1$, nel caso assiale i fattori dimensionali sono trascurabili
↳ risultato sperimentale



R_t \ R_m	500	750	1000
3,2	0,95	0,93	0,92
6,4	0,93	0,89	0,88
10	0,89	0,84	0,8

b_3 diminuisce con R_m aumentato e con aumento di rugosità

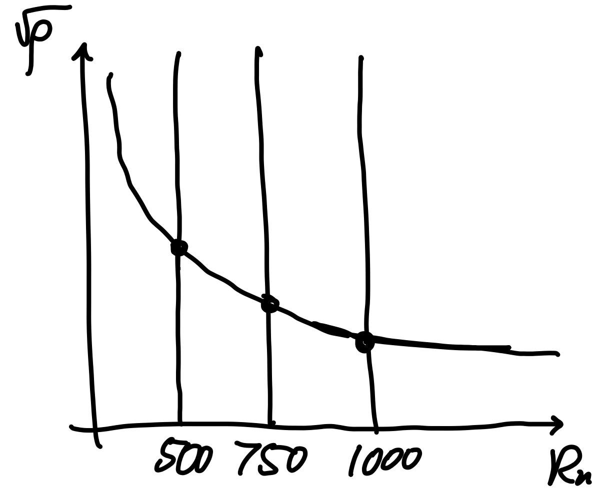
$$k_{fa} = q(k_{ta} - 1) + 1$$

$$k_{ta} = 2,45$$

$$q = \frac{1}{1+\sqrt{\frac{\rho}{r}}} \qquad r = \frac{d}{2}$$

raggio d'intaglio

per buco



	500	750	1000
$\sqrt{\rho}$	0,4	0,29	0,2
q	0,906	0,93	0,95
k_f	2,314	2,349	2,379

σ'_{FA}	500	750	1000
3,2	82,11	118,8	154,7
6,3	80,4	113,7	148
10	76,9	107,3	134,5

$$\sigma'_{FA} = 0,4\, R_m \frac{b_3}{k_f}$$

$$\sigma_a \le \frac{\sigma_{lim}}{\nu}$$

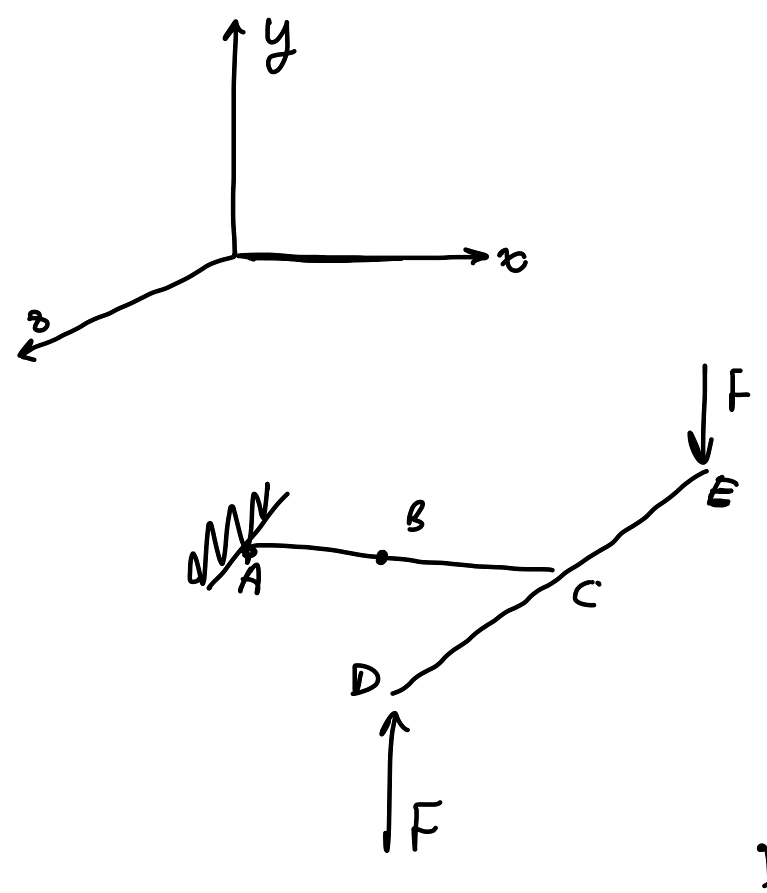
$$\sigma_a = \frac{\sigma_{lim}}{2} \Leftarrow \text{caso limite}$$

$$\sigma_a = \frac{F_0}{(b-d)h} = \frac{\sigma_{lim}}{2}$$

$F_{o,max}$	500	750	1000
3,2	73,9	107	139
6,3	72	102	133
10	69	96,6	121

[kN]

Esercizio 2 - Stile tema d'esame

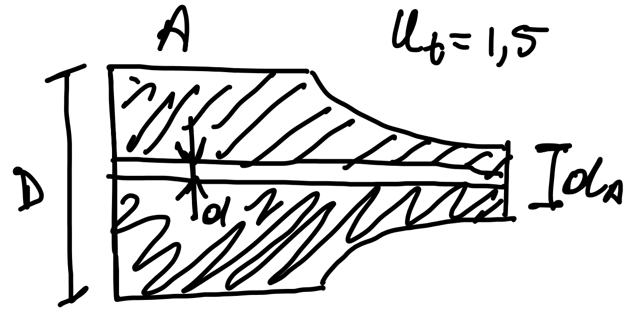


$\overline{AC} = 1000\,mm$

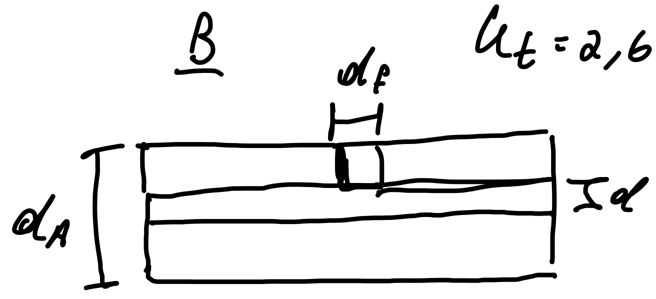
$\overline{DC} = \overline{EC} = \overline{AB} = 500\,mm$

$D = 60\,mm$

$d_A = 46\,mm$



$F = 1000 \sin(\omega t)$ [N]

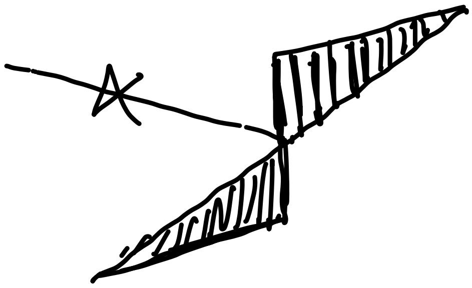


$R_t = 10\,\mu m$

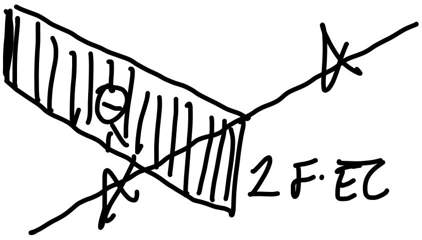
$R_m = 900\,MPa$

$R_s = 600\,MPa$

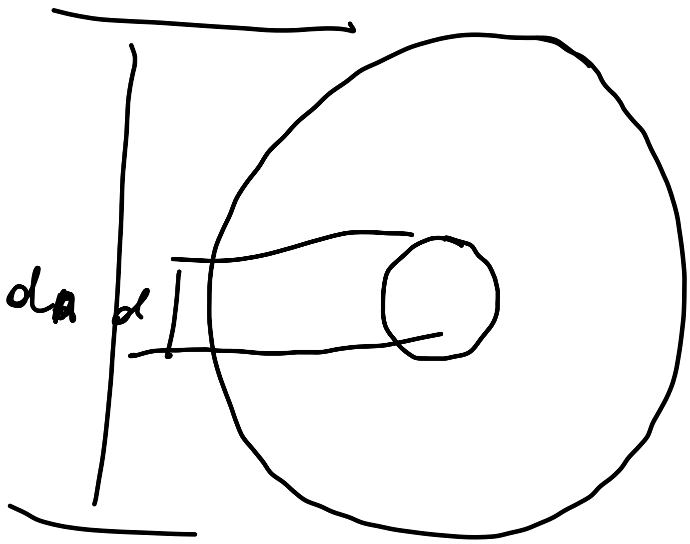
$\underline{M_f}$



$\underline{M_t}$



$$M_t = 2F\,\overline{CE} = 1000 \sin \omega t \ [kNmm]$$



$$\tau = \frac{M_t\, y}{J_p} =$$

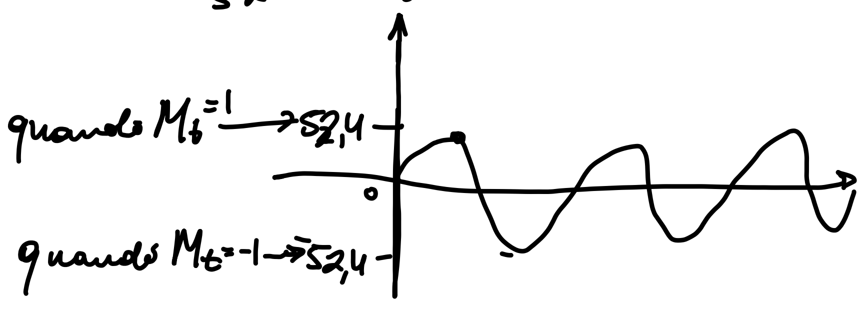
$J_p = J_x$

$$J_p = \frac{\pi (d_A^4 - d^4)}{32}$$

Sezioni composte = differenza $J_p - J_x$ o J_p

Verifica
STATICA

$$\tau_n = \frac{M_t \frac{d_A}{2}}{\frac{\pi (d_A^2 - d^4)}{32}} = \frac{16\, M_t\, d_A}{\pi (d_A^4 - d^4)} = 52,4\ MPa = \tau_a$$



$$\sigma^*_{cr} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = 2\tau \leq \frac{R_s}{\eta}$$

su A e B = 0

Fatica

$$\tau_a \leq \frac{\tau_{lim}}{\eta}$$

$$\tau_{lim} = 0{,}25\ R_m \frac{b_2 b_3}{K_f}$$

$b_3 = 0{,}82 \quad b_2 = 0{,}84$

A

$\sqrt{\rho} = 0{,}2$

$$q = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{\rho}{r}}} = 0{,}92$$

$$K_{f,t} = q\,(K_{t,t} - 1) + 1 = 1{,}46$$

$$\tau_{lim} = 0{,}25\ R_m \frac{b_2 b_3}{K_{f,t}} = 106{,}2\ MPa$$

$$\eta = \frac{\tau_{lim}}{\tau_a} = 2{,}03 > 2 \text{ soddisfa}$$

B

$K_{f,t} = 2,4$

$$\tau_{lim} = 0,25\, R_m \frac{b_2 b_3}{K_{f,t}} = 64,6\ MPa$$

$$\eta = \frac{\tau_{lim}}{\tau_a} = 1,23 < 2 \text{ verifica non passata}$$

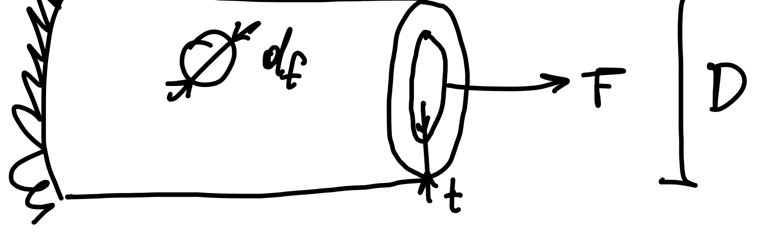
Nel taglio non ha effetto su τ_{lim}

su sforzi assiali σ_{lim} è diminuita per σ_m
con il diagramma di Haig

Tutto questo vale ben sotto σ_f e vicino si

usa Manson-Koffin

Esercizio (Ultimo) → numero 4 negli appunti è
da progettista



$D = 40mm$
$t = 4mm$
$d_f = 6mm$
$R_m = 500MPa$

$F = F_0 \sin\omega t$
$F_a = 25\ kN$

$b_3 = 0,85$
$K_{t,a} = 2,85$

$K_{f,a} = 2,5$

$F_{max} = F_a = 25\,kN$

$F_{min} = F_a = -25\,kN$

$F_m = \frac{F_{max} + F_{min}}{2} = 0$

$F_{alt} = F_a$

$R = -1$

$\sigma_a = \frac{F}{A}$

$d = D - 2t = 32\,mm$

$F = F_a = F_{alt}$

$A = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) =$ $\Rightarrow \sigma_a = 55{,}26\,MPa$

$\sigma_a \le \frac{\sigma_{lim}}{\eta}$

$\sigma_{lim} = \frac{\sigma'_{FA}\, b_3}{k_{fa}} = \frac{0{,}4 R_m\, b_3}{k_{fa}} = 68\,MPa$

$\eta = \frac{\sigma_{lim}}{\sigma_a} = 1{,}23$

$\times$ verifica non passata

Esercizio 4) lato progettista → calcolo di diametro

$\sigma_{lim} = \frac{\sigma'_{FA}\, b_2 b_3}{k_f} = f(R_t, R_m, k_t, dim)$
?

(hp: $\sigma_m = 0$)

1) hp: $b_2 = 0{,}8$ → Troviamo σ_{lim}, imponendo $\eta = 2$

$$\frac{\sigma_{lim}}{\eta} = \sigma_a \Rightarrow$$ possiamo trovare dimensione

Troviamo b_2' ← GRAFICO

Prima verifica statica poi a fatica

$$\sigma = \frac{32 M_f}{\pi d^3} = \frac{\sigma_s}{\eta} \Rightarrow d$$