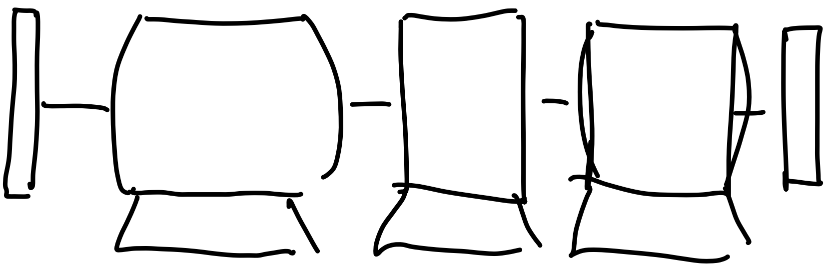
Lezione 16 -

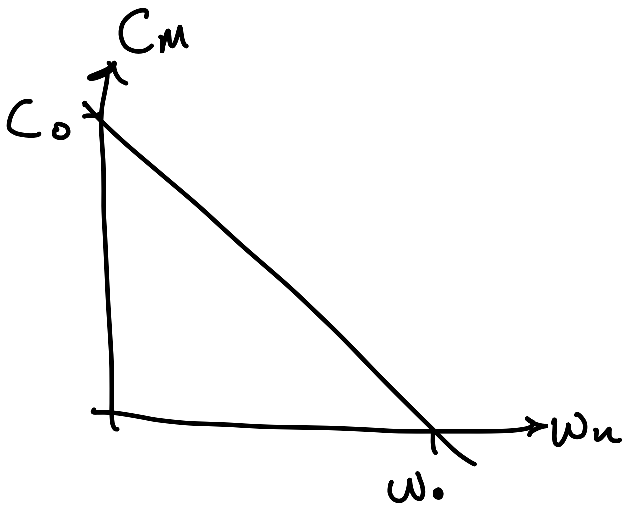
Transitorio di Avviamento



Funzionamento motore → Preso per esempio

$$C_M = C_0\left(1 - \frac{\omega_M}{\omega_0}\right)$$

C_u = costante



$$J_{eq} = \eta J_M + \tau^2 J_u$$

$$\dot{\omega}_M = \frac{\eta C_M(\omega_M) - \tau C_u}{J_{eq}}$$

Dobbiamo risolvere il sistema differenziale per trovare $\omega_M(t)$

$$\dot{\omega}_M = \frac{\eta C_0}{J_{eq}} - \frac{\eta C_0}{J_{eq}} \cdot \frac{\omega_M}{\omega_0} - \frac{\tau C_u}{J_{eq}}$$

Portiamo la derivata in primo membro il resto a secondo

$$\dot{\omega}_M + \boxed{\frac{\eta C_0}{J_{eq}\omega_0}} \cdot \omega_M = \boxed{\frac{\eta C_0 - \tau C_u}{J_{eq}}}$$

$\downarrow$ A $\qquad$ $\hookrightarrow$ B

$\rightarrow \dot{\omega}_M + A\omega_M = B$ $\quad$ Abbiamo trovato una differenziale di primo ordine
$\hookrightarrow$ Problema di Cauchy

$$\omega_M(t) = \omega_{G0}(t) + \omega_p$$

$\swarrow$ Integrale generale omogeneo.

$\hookrightarrow$ Integrale particolare, dipende da B

Integrale particolare)

I parametri che la compongono sono costanti

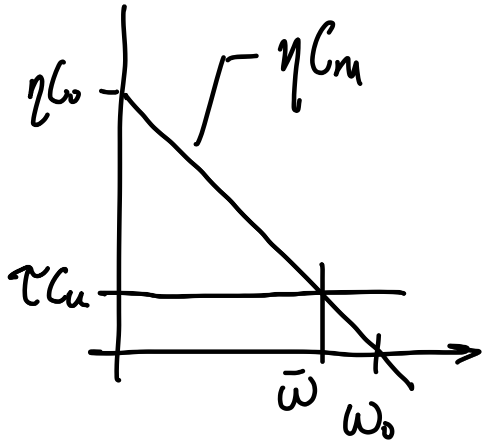
$$\omega_p = \text{cost} = \underbrace{\bar{\omega}}\ ;\ \dot{\omega}_p = 0 \Rightarrow \dot{\omega}_M = 0$$

$$0 + A\bar{\omega} = B \rightarrow \bar{\omega} = \frac{B}{A} = \frac{\eta C_0 - \tau C_u}{\cancel{J_{eq}}} \cdot \frac{\cancel{J_{eq}}}{\eta C_0}\omega_0 =$$

$$= \omega_0\left(1 - \frac{\tau C_u}{\eta C_0}\right)$$

$\hookrightarrow$ Rappresenta la velocità di regime

Ci porta questo



$$\frac{\eta C_0 - \tau C_u}{\bar{\omega}} = \frac{\eta C_0}{\omega_0}$$

Integrale generale (omogenea associata) $\omega_{G0}(t)$

↓ variabile nel tempo può esistere $\dot{\omega}_{G0}$

$$\omega_{G0} = Ce^{\lambda t} \; ; \; \dot{\omega}_{G0} = \lambda C e^{\lambda t}$$

omogenea

$$\rightarrow \lambda C e^{\lambda t} + ACe^{\lambda t} = 0$$

$$(\lambda + A) C e^{\lambda t} = 0 \Rightarrow \lambda = -A = \frac{1}{\tau_0}$$

τ_0 = costante di tempo del sistema

$$\tau_0 = \frac{J_{eq}\,\omega_0}{\eta C_0} \quad \frac{[kg\,m^2\,rad\,s^{-1}]}{[kg\,m\,s^{-2}\,m]} = [s]$$

C → troviamo imponendo condizioni iniziali

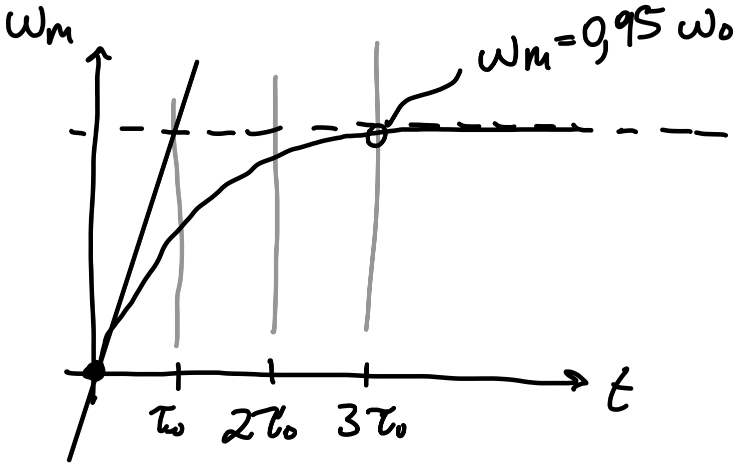
Condizioni iniziali

↳ $\omega_m(0) = 0$: partenza da fermo

$$0 = C e^{-t/\tau_0} + \bar{\omega} \Rightarrow C = -\bar{\omega} \; ; \; \omega_m(t) = -\bar{\omega}\, e^{-t/\tau} + \bar{\omega}$$

-1 per $t=0$

$$\rightarrow \omega_m(t) = \bar{\omega}\left(1 - e^{-t/\tau_0}\right)$$



$$\tau_0 = \frac{J_{eq}}{\eta C_0}\omega_0$$

Cosa succede se J_{eq} aumenta parità di tutto

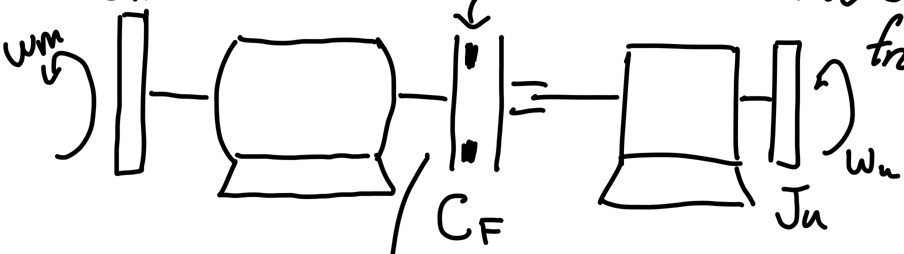
$J_{eq}\uparrow \rightarrow \tau_0 \downarrow$

Il sistema ci mette di più ad arrivare alla velocità di regime

se $C_0 \uparrow \rightarrow \tau_0 \downarrow$ meno tempo

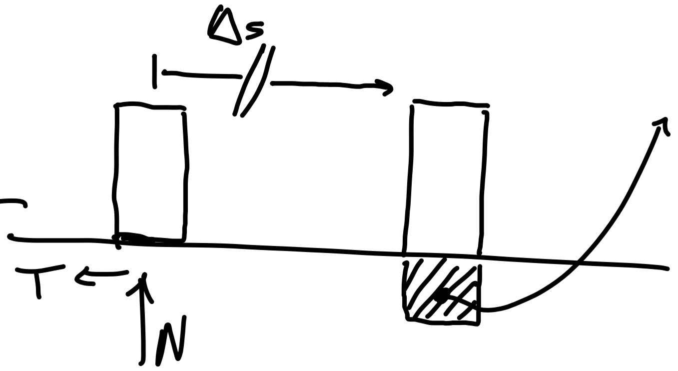
Avviamento con innesto a frizione

Friction → Trascione



Punti sono tenute insieme e la frizione dei due li fa girare insieme

C_F? Legge (empirica) dell'usura

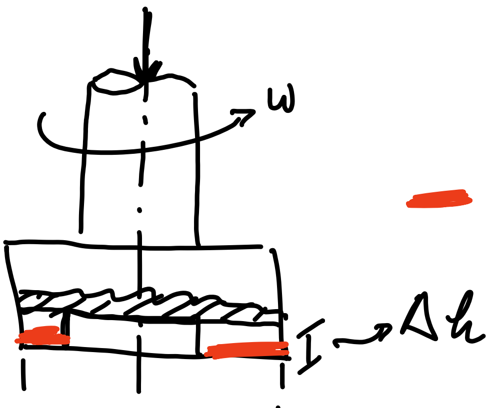


$V_W = k_W L_{DISS} = k_W f_D N \cdot \Delta s$

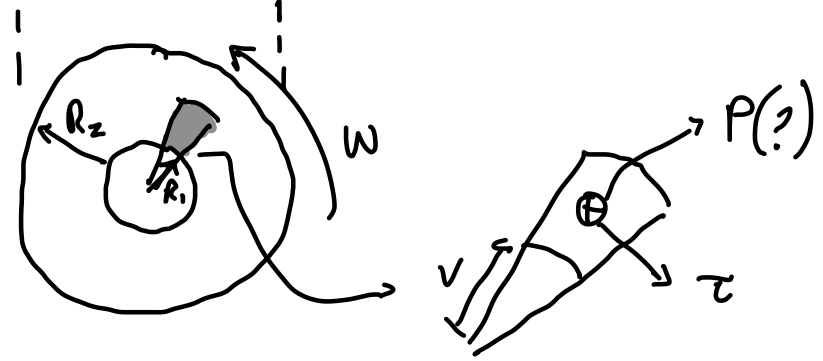
V_W: Wear/worn → Usura

k_W: Coefficiente dimensionale $\left[\frac{m^3}{Joule}\right]$

→ In questo caso prendiamo che uno non si usura uno dei due → tipicamente va bene se uno si usura più dell'altro (e.g. guarnizione del freno)



→ Δh = spessore del volume usurato (costante)



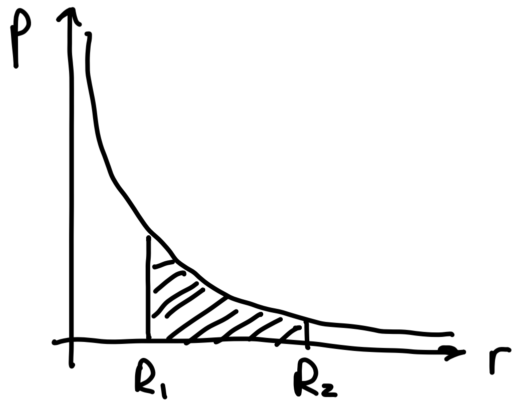
$$\tau = f_D\, p$$

Calcolo delle pressioni

Con ipotesi assi-simmetro, cioè pressione è funzione solo di r

$$\underbrace{\cancel{dA}\cdot\Delta h}_{V_W} = \underbrace{h_W\,(f_D\,p)\,\cancel{dA}}_{dL_{DISS}}\,\underbrace{r\,\Delta\theta}_{\Delta s} \rightarrow p = \underbrace{\frac{\Delta h}{h_W\cdot f_D\,\Delta\theta}}_{\text{Costante nei riguardi del raggio}}\cdot\frac{1}{r} = \frac{k'}{r}$$

↳ Costante nei riguardi del raggio



Pressione è

↳ Ragione che non è conveniente avere sezione intero, si rompe immediatamente, servirebbe un materiale Rm più alto per un guadagno molto piccolo.

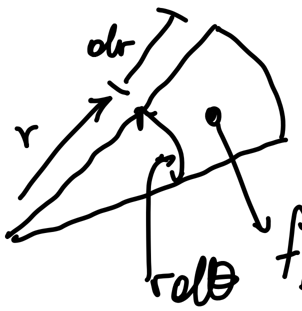
Calcolo C_F (coppia trasmissibile dalla frizione)

N = risultante delle pressioni = $\displaystyle\int_{R_1}^{R_2}\int_0^{2\pi} p\, \underline{r\,d\theta}\, dr =$

$p(r) = \dfrac{k'}{r}$ come $f(x)$

$$= \int_{R_1}^{R_2} \frac{k'}{r}\, r\,dr \int_0^{2\pi} d\theta = 2\pi k' \int_{R_1}^{R_2} dr = 2\pi k'(R_2-R_1)$$

C_F = coppia trasmissibile dalla frizione



$f_D P = \tau$

$$C_F = \int_{R_1}^{R_2}\int_0^{2\pi} \underbrace{f_D\, p}_{\tau}\, \underbrace{r\,d\theta\, dr}_{A} \cdot r =$$

$$= \int_{R_1}^{R_2}\int_0^{2\pi} f_D \frac{k'}{r}\, r^2\, dr\, d\theta =$$

$$= f_D k' \int_{R_1}^{R_2} r\,dr \int_0^{2\pi} d\theta = 2\pi f_D k' \left|\frac{r^2}{2}\right|_{R_1}^{R_2}$$

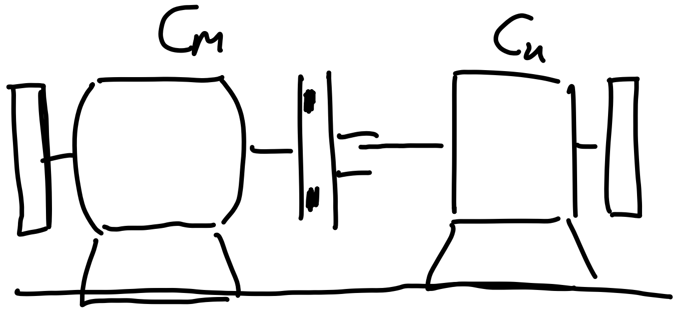
$$= 2\pi k' f_D \frac{R_2^2-R_1^2}{2} = 2\pi k' f_D \frac{R_1+R_2}{2}(R_2-R_1)$$

Combiniamo le due espressioni di C_F e N che abbiamo trovato

$$C_F = 2\pi \left(\overbrace{\frac{N}{2\pi(R_2-R_1)}}^{h'} \right) f_D \, \frac{R_1+R_2}{2} (R_2-R_1)$$

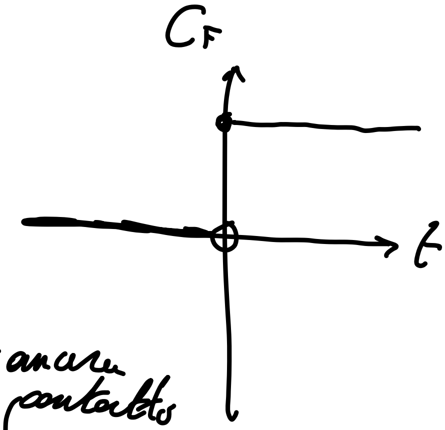
$$C_F = N f_D \frac{R_1+R_2}{2}$$

Transitorio di avviamento (C_F)



Ipotesi $C_M = \text{cost}$ e $C_u = \text{cost}$

C_F a gradino $= N f_D R_{medio}$



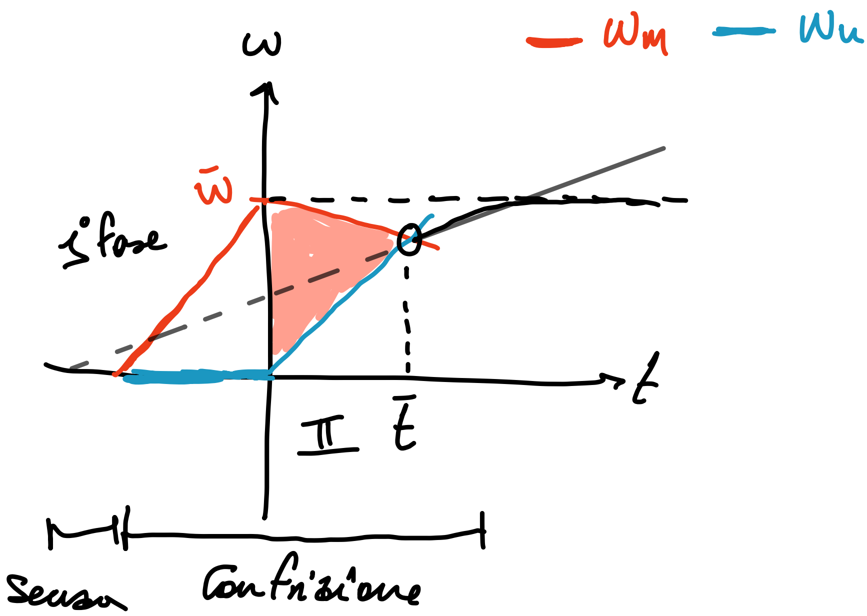
Non c'è ancora contatto

$C_F = 0$

Fase 1) $\omega_u = 0$ $\quad C_M \omega_M - \cancel{C_F(\omega_M - \omega_u)} = J_M \dot{\omega}_M \omega_M$

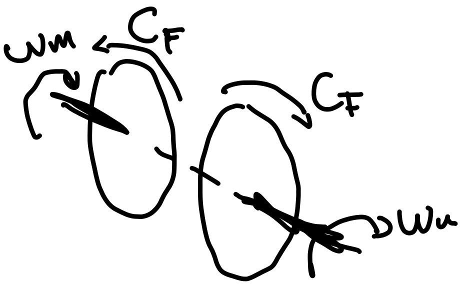
$$\dot{\omega}_M = \frac{C_M}{J_M} = \text{costante}$$

$C_F > C_M > C_u$ → Se no ci sarebbe slittamento



Fase 2) Sistema 2gdl c'è strisciamento ma non legame cinematico

$$C_M \cancel{\omega_M} - C_F \cancel{\omega_M} = J_M \dot{\omega}_M \cancel{\omega_M} \rightarrow \dot{\omega}_M = \frac{C_M - C_F}{J_M}$$ Indipendenti



$$C_F \cancel{\omega_u} - C_u \omega_u = J_u \dot{\omega}_u \cancel{\omega_u}$$

$$\rightarrow \dot{\omega}_u = \frac{C_F - C_u}{J_u}$$

$$\omega_M = \bar{\omega} + \dot{\omega}_M \cdot t$$

$$\omega_u = 0 + \dot{\omega}_u t$$

↳ Inizia da 0

Appena $\omega_m = \omega_u$ finisce la seconda fase

Troviamo $\bar{t}$ facendo $\bar{\omega} + \dot{\omega}_m t = \dot{\omega}_u t$

$$\bar{t} = \frac{\bar{\omega}}{\dot{\omega}_u - \dot{\omega}_m}$$

Fase 3

$\hookrightarrow \omega = \omega_M = \omega_u$

$$\dot{\omega} = \frac{C_M - C_u}{J_M + J_u}$$

Al primo istante della 3ª fase la velocità del transitorio sarà intermedia tra le due velocità e poi prosegue come un transitorio.

t del transitorio senza frizione più grande di quando c'è la frizione, ma c'è una terra quando c'è la frizione.

$\hookrightarrow$ (tassa)

<u>Calcolo Energia Dissipata</u>

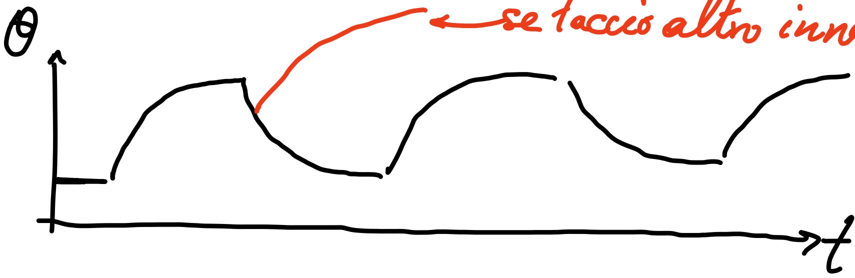
$$E_{DISS} = \int_0^{\bar{t}} \Pi_{DISS}\, dt = \int_0^{\bar{t}} C_F(\omega_M - \omega_u)\, dt = C_F \int_0^{\bar{t}} (\omega_M - \omega_u)\, dt$$

$\hookrightarrow$ la area tra le curve nella seconda fase

$$\boxed{E_{DISS} = C_F \frac{\bar{\omega}\bar{t}}{2}} \rightarrow \text{calore} \rightarrow \Theta^\circ$$

Alta temp

se faccio altro innesto prima di raffreddamento



Se è stato progettato bene, si possono fare innesti vari

Dipende dal materiale, in questo caso sono i freni/guarnizioni.