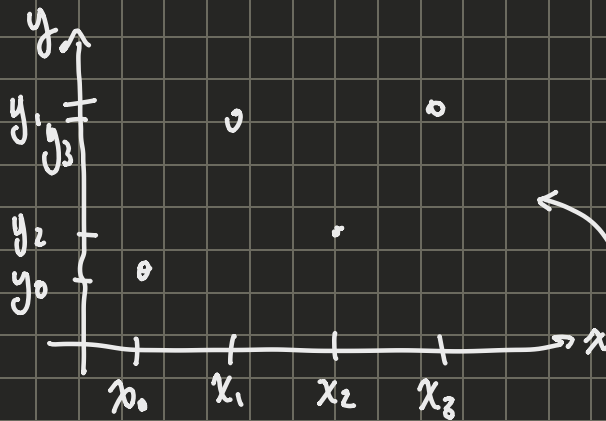


Laboratorio 5 - Interpolazione e approssimazioni

- Argomento / Esercitazione più facile
- Non è da sottovalutare però

Interpolazione e Approssimazione di Dati



Abbiamo una serie
di valori dati

x sono nodi = $\{x_i\}$

y sono i valori = $\{y_i\}$

#nodi = 4

Cerchiamo il polinomio che approssima al meglio /
interpoli i dati.

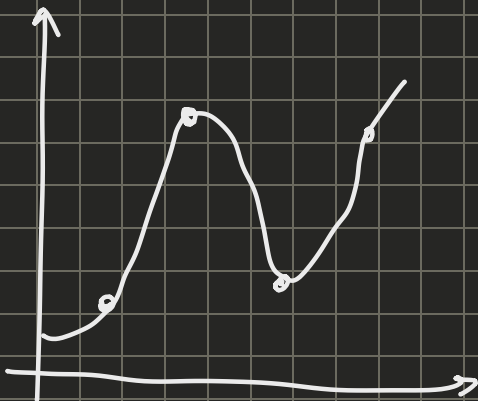
Interpolazione Lagrangiana

Π interpoli $\{(x_i, y_i)\}_{i=0}^n$

⇒ passa per quei punti.

nodi

$n+1$ nodi



Debbiamo trovare il polinomio
di grado n

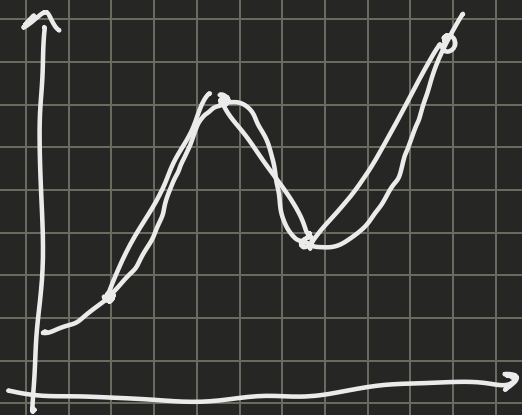
In matlab per calcolare si usano i comandi:

$C = \text{polyfit}(x_{\text{nodes}}, y_{\text{values}}, n);$
 ↑
 coefficienti calcolati
 $y_{\text{vals}} = \text{polyval}(C, x_{\text{val}})$
 ↑
 points x a cui vogliamo sapere il valore del polinomio che non sono x_{nodes}

grado polinomiale
 per interpolazione deve essere quello giusto
 per interpolazione:
 $\underbrace{\text{length}(x_i) - 1}_{n+1} = n$

Interpolazione lineare a tratti

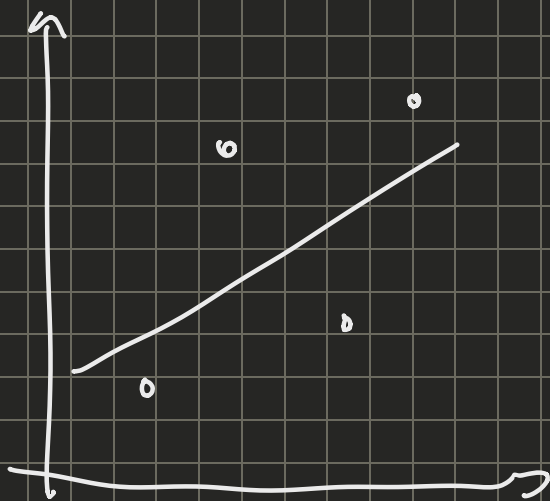
Π_1^H non è di classe C^∞ , ma sono C^0 ,
 ed è interpolante, sono per 2 nodi
 Per ogni intervallo creato dai dati creiamo un polinomio lineare.



Matlab:
 $y_{\text{vals}} = \text{interp}(x_{\text{nodes}}, y_{\text{nodes}}, x_{\text{val}})$

Approssimazione dei minimi quadrati

Non è interpolante ma solo approssimante



Conoscere un'antecedente generale.

Non ha vincolo di grado al numero di nodi.

Il grado $m \leq n+1$
 \uparrow
 È vincolato.

Matlab:

C-polymfit (xnodes, ynodes, m)

Se non si usano a giusto u nell'interpolazione matlobata minimi quadrati.

↳ All'esame questo è un errore da 0.

con $n+1$ dati

Comandi:

► Interpolazione Lagrangiana

- polyfit + polyval

► Interpolazione lineare a tratti

- interp

► Minimi quadrati
 polyfit + polyval

Classe

Grado

Interpolante ✓
 Approssimante X

C^0

n
 con $n+1$
 dati

✓

C^0

Localmente:
 \leq
 Globalmente:
 Non è
 polinomio

✓

C^∞

m
 $\leq n$

X

$x_{nodes} \neq x_{vals}$

→ on l'attribuis

↓
dato

↓
serve per interpolare
approssimante

↓
serve per valutare
per rispondere a
questioni

→ plot

→ usato per trovare
errore e tanti punti
intermedi.

→ può venire da tabelle

→ può venire da funzione.

Ci possono essere alcuni 5

nodii in $[a, b]$

$\{x_i\} \rightarrow y_i = f(x_i)$

↓
 $\sin x + 5 \cos(x)$

$$\frac{x}{2} \cos(x)$$

$$\frac{\cos x}{2} - \frac{x}{2} \sin(x)$$

$$-\frac{\sin x}{2} - \frac{x}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x$$

$$-\left(\sin x - \frac{x}{2} \cos x \right)$$

Abbattimento in log-log

$$y = x^p$$

In scala log-log $\log y = \log x^p$

$$\underbrace{\log y}_Y = p \underbrace{\log x}_X$$

Abbiamo retta di pendenza p

Nei abbiamo fatto

$$H \mid \varepsilon_H$$

$$\log \log (H, \varepsilon_H)$$

↳ È una retta

↳ potrebbe significare che
sia parallelo ad H^p

Disegno poi $\log \log (H, H)$ e $\log \log (H, H^2)$,
vediamo che è parallelo $\downarrow p=1$ ad H^2 , quindi $\uparrow p=2$
 ε_H si abbatta con H^2

Quindi in H^p log-log è una retta,
quindi se abbiamo qualcosa che è parallelo ad H^p

significa che si abbatta con H^p

Nodi di Gauss - Chebyshev - Lobatto

$$S_n \quad [-1, 1]$$

$$\hat{x}_i = -\cos\left(\frac{\pi i}{n}\right) \quad i = 0, \dots, n$$

$$S_n \quad [a, b]$$

$$x_i = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} \hat{x}_i$$