Lezione 11 - Equilibrio Meccanico dei sistemi di corpi rigidi nel piano

Equilibrio di Equilibrio Dinamico (singolo corpo rigido)
↳ formalismo è lo stesso con multipli ma è un pò diverso

Reazioni Vincolari

$$\boxed{\vec{R} + \vec{F}_{iG} = 0} \quad (2eq.)$$

↳ Un modo opportuno per vederle

La dinamica è uguale alla statica ma con l'inerzia tenuta in conto

↳ Direzione stessa e opposta

Equilibrio di Momenti

$$\vec{M}_0 + \vec{C}_{iG} + (G-0) \times \vec{F}_{iG} = 0 \quad (1\,eq)$$

↳ Momento delle forze rispetto a O

$\Longleftrightarrow$ equilibrio dinamico del corpo rigido (3 gdl)

$\downarrow$

$3 = 2 + 1$

Quali sono le incognite:

Equazioni di equilibrio dinamico (sistema di corpi rigidi, nel piano)

$$\begin{cases} \vec{R} + \sum_{k}^{N_c} \vec{F}_{iGk} = 0 & \text{(2 eq. scalari)} \\ \vec{M}_O + \sum_{k}^{N_c} \vec{C}_{iGk} + \sum_{k}^{N_c} (G_k - O) \times \vec{F}_{iGk} = 0 & \text{(1 eq)} \end{cases}$$

Forze esterne al corpo non quelle tra elementi

Coppie esterne al sistema

Baricentri di ogni corpo

$\Longleftarrow$ Equilibrio dinamico del sistema di C.R

Necessario ma non sufficiente

Su un sistemi o corpo si può scrivere solo 3 equazioni linearmente indipendenti

Non si può creare un secondo momento linearmente indipendente.

Esempio (Studio di un sistema dinamico)

↳ Ci sono 2.5 modi per fare lo studio

Studio cineto statico

DATI:

- geometria → parametri inerziali (M_k, J_{Gk}, G_k)
- Azioni agenti (tranne "alcune")
- cinematica → posizione, velocità, acc

↓ Studio cinestatico

Troviamo le azioni attive incognite → dimensionamento azionante

Reazioni vincolari → dimensionamento vincoli

Cineto statico è ad un singolo punto, ma è possibile farlo per l'arco intero con un programma (non c'è abbastanza tempo in esame)

Studio di simulazione

- geometria, parametri iniziali
- tutte le azioni attive (anche in funzione di t)

– posizione, velocità, acc <u>iniziali</u>

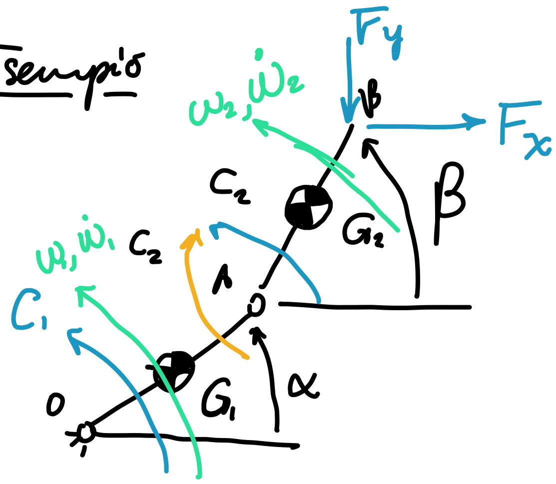
In questo caso cambiano

Studio di simulazione

Movimento, evoluzione di pos, vel, acc nel tempo

Reazioni vincolari

<u>Esempio</u>



$\omega_1, \dot{\omega}_1, \omega_2, \dot{\omega}_2, \alpha, \beta$

$\overline{OA} = \overline{AB} = \ell$

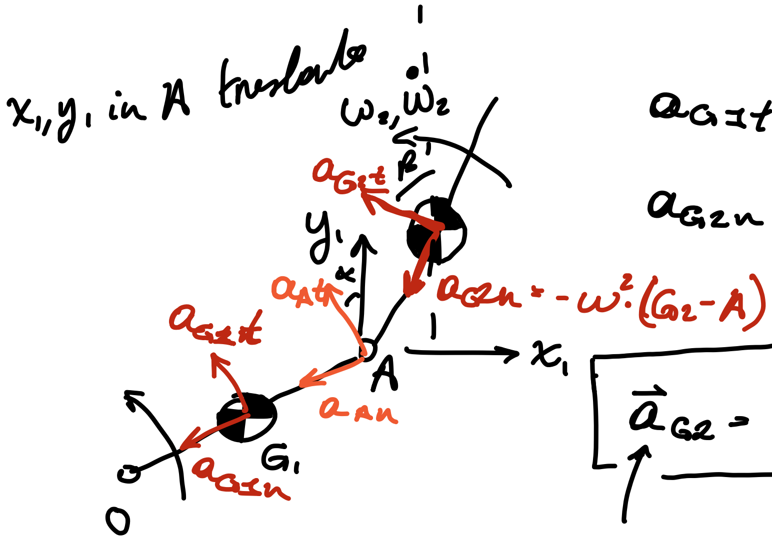
$M_1, J_1, M_2, J_2, F_x, F_y$

C_1 è esterna al sistema complessivo

C_2 è interna perché è applicata da un nodo

Interno ed esterno è in base su che cosa stiamo scrivendo l'equazione, se consideriamo anche terra allora C_1 sarebbe interno.

Studio accelerazioni dei baricentri G_n



$$a_{G1t} = \frac{\ell}{2}\dot{\omega}_1$$

$$a_{G1n} = \omega_1^2 \, \ell/2$$

$$\boxed{\vec{a}_{G2} = \vec{a}_{At} + \vec{a}_{An} + \dot{\vec{\omega}}_2 \times (G_2 - A) - \omega_2^2 (G_2 - A)}$$

Perchè traiettoria è ignota

In riferimento assoluto

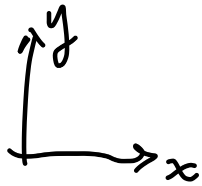
$$a_{At} = \ell \dot{\omega}_1$$

$$a_{An} = \ell \omega_1^2$$

$$|\dot{\vec{\omega}}_2 \times (G_2 - A)| = \dot{\omega}_2 \frac{\ell}{2}$$

$$|-\omega^2 (G_2 - A)| = \omega_2^2 \frac{\ell}{2}$$

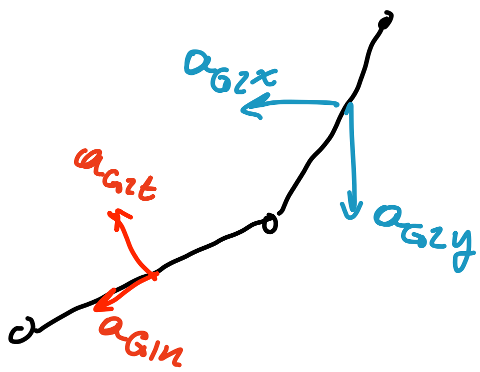
Preso

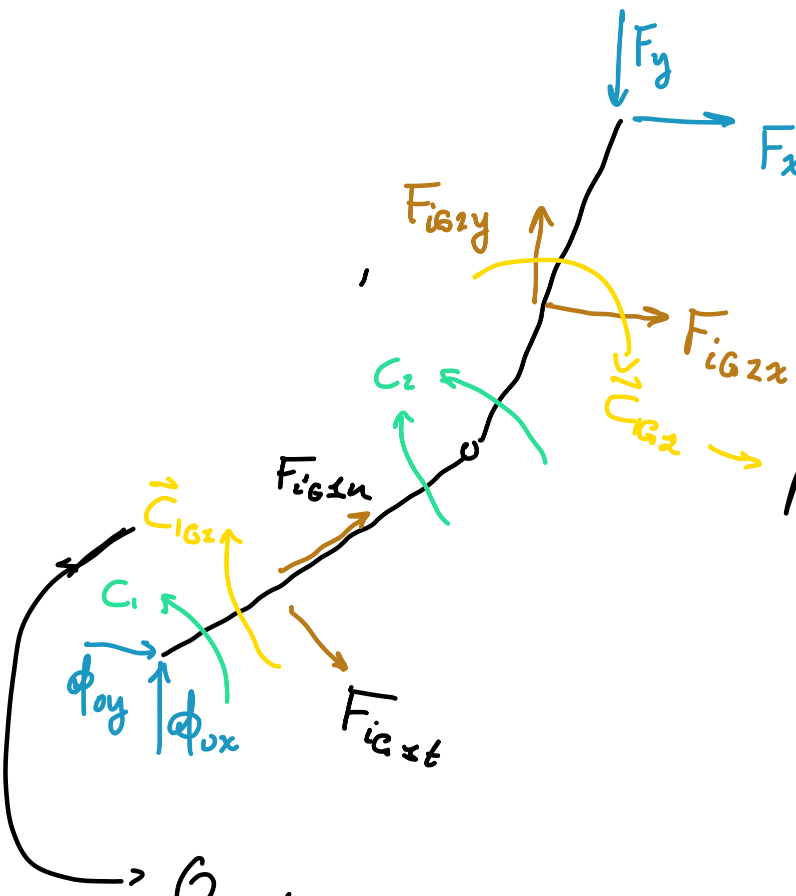


$$a_{G2x} = -a_{An}\cos\alpha - a_{At}\sin\alpha - \dot{\omega}_2 \frac{\ell}{2}\sin\beta - \omega_2^2 \frac{\ell}{2}\cos\beta$$

$$a_{G2y} = -a_{An}\sin\alpha + a_{At}\cos\alpha + \dot{\omega}_2 \frac{\ell}{2}\cos\beta - \omega_2^2 \frac{\ell}{2}\sin\beta$$

Di solito $\omega^2 > \dot{\omega}$ quindi assumiamo tutte e due negative





perché ω_2 presi anti-orari

Orario perché abbiamo preso ω_1 antioraria.

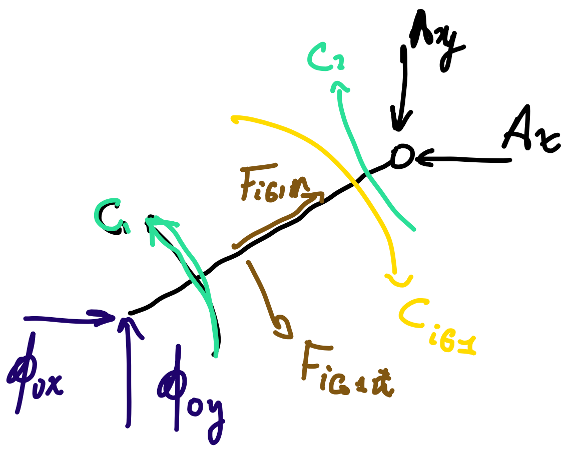
Le incognite sono C_1, C_2, ϕ_{ox} e ϕ_{oy}

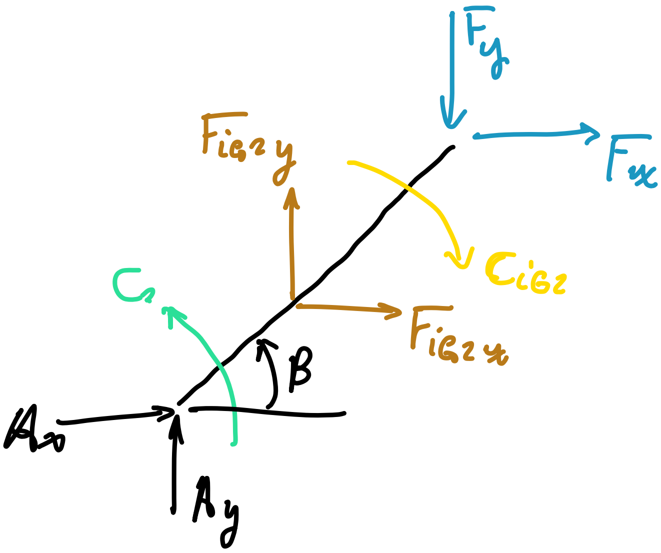
Consiglio che equazione stai scrivendo e in che cosa

M_O (tutto) $+\circlearrowleft$ $C_1 - C_{iG1} - F_{iG1t}\cdot\frac{l}{2} - C_{iG2} - F_{iG2x}\left(l\sin\alpha + \frac{l}{2}\sin\beta\right)$

$$+ F_{iG2y}\left(l\cos\alpha + \frac{l}{2}\cos\beta\right) - F_x\left(l\sin\alpha + l\sin\beta\right)$$

$$- F_y\left(l\cos\alpha + l\cos\beta\right) = 0$$





M_A (braccio 2) $+\circlearrowleft$ $C_2 - C_{iG2} - F_{iG2x}\frac{l}{2}\sin\beta + F_{iG2y}\cdot\frac{l}{2}\cdot\cos\beta$

$$+ F_x l\sin\beta - F_y l\cos\beta = 0$$

R_x (tutto) $\rightarrow$ $\Phi_{ox} + F_{iG1t}\sin\alpha + F_{iG1n}\cos\alpha + F_{iG2x} + F_{iG2x} + F_x$

R_y (tutto) $\uparrow$ $\Phi_{oy} - F_{iG1t}\cos\alpha + F_{iG1n}\sin\alpha + F_{iG2y} - F_y = 0$

4 incognite 4 equazioni

Principio di D'Alembert (leggi)