Lezione 14 -

Primo ordine con derivata del primo ordine

Secondo ordine con Legall

↳ Come molti sistemi

Sistema molla-smorzatore

pg. 39

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = f$$

Diagramma sistema

$$x = X_0 e^{i\omega t}$$
$$\dot{x} = i\omega X_0 e^{i\omega t} = i\omega x$$
$$\ddot{x} = -\omega^2 X_0 e^{i\omega t} = -\omega^2 x$$

Sostituendo

$$x(-m\omega^2 + i\omega r + k) = f \rightarrow \underbrace{\frac{x}{f}}_{FT} = \frac{1}{-m\omega^2 + i\omega r + k}$$

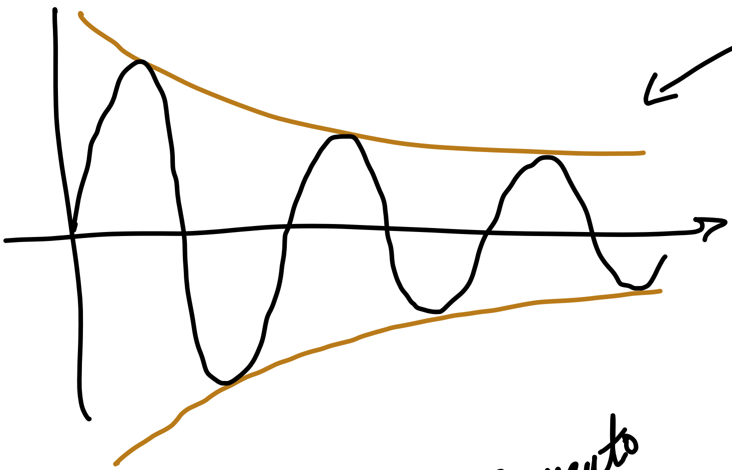
Un circuito RLC è un circuito con soluzione di secondo ordine.

Il sistema vibrante avrà una pulsazione propria:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Dopo un'pò la vibrazione si riduce per smorzamento:

$$x = X_0 \cos(\omega t)\, e^{-\alpha t}$$



Risposta smorzata nel tempo, si dissipa.

$\alpha = \omega_0 h$

smorzamento

$h = \dfrac{r}{2m\omega_0}$

$\alpha = \dfrac{r}{2m}$

↳ Smorzamento adimensionale

↳ Utile perchè rappresenta il comportamento a prescindere dalla sua direzione

se $h_1 = h_0$
allora il sistema
si smorza nello
stesso modo

Esempio: Bilancia con molla (pg. 42)

$$\frac{x_0}{f_0} = \frac{1}{k - m\omega^2 + j\omega r}$$

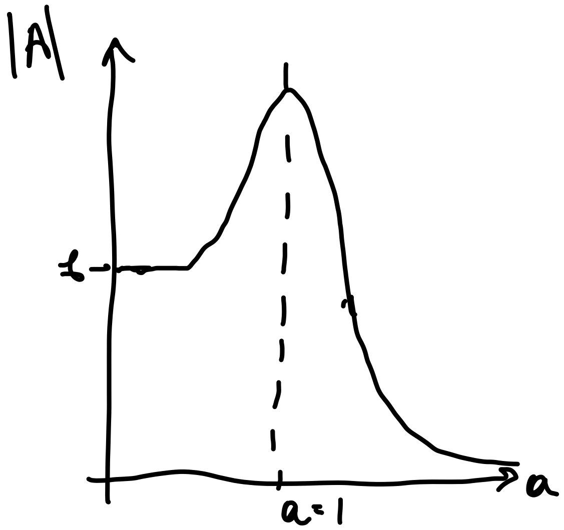
$$\begin{cases} \dfrac{x_0}{f_0} = \dfrac{1}{\sqrt{(k-m\omega^2)^2 + r^2\omega^2}}\, e^{j\phi} & \text{Modulo} \\ \varphi = \tan^{-1}\left(\dfrac{\omega r}{k - m\omega^2}\right) & \text{Fase} \end{cases}$$

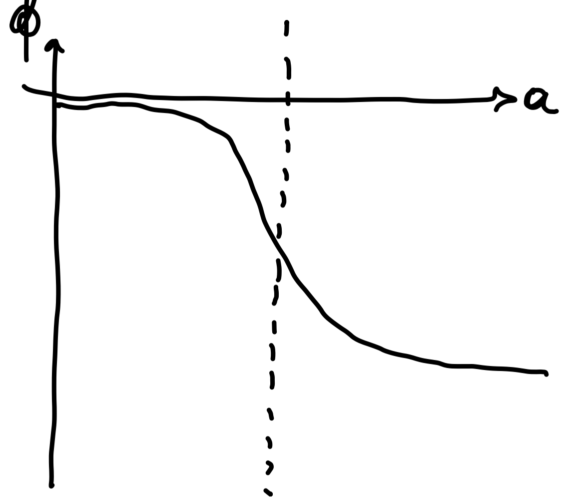
Ci importa il massimo che possiamo mettere

Rappresentazione: con $a = \frac{\omega}{\omega_0}$ ← Pulsazione propria

$$A(a) = \frac{1}{\sqrt{(1-a)^2 + (2ah)^2}} \qquad \tan(\phi) = \frac{-2ah}{1-a^2}$$

FT(a)





A $a=1$ $|A|$ è max

Prontezza f cost e ϕ lineare con $|A|$

pg. 44

pg. 46

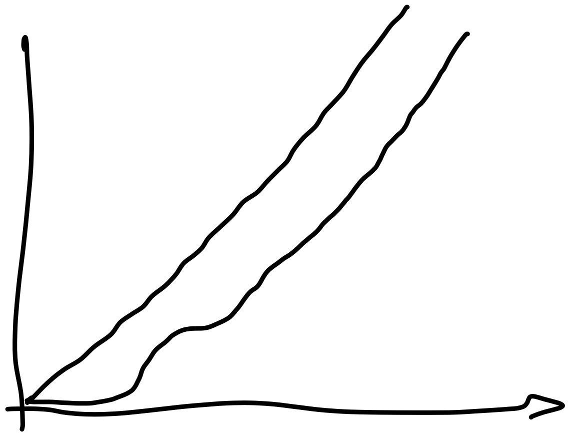
si può sfruttare h, vediamo che a $h \simeq 0,7$ la curva del modulo della funzione di trasferimento è più piatta... pg. 46

Effetto di smorzamento
↳ pg. 47

↳ Con h=0,7 il modulo rimane costante molto più a lungo.

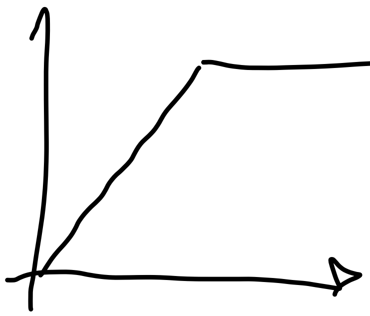
↳ pg. 48 anche ϕ è lineare con f (che è necessario per prontezza)

Risposta a segnale rampa:

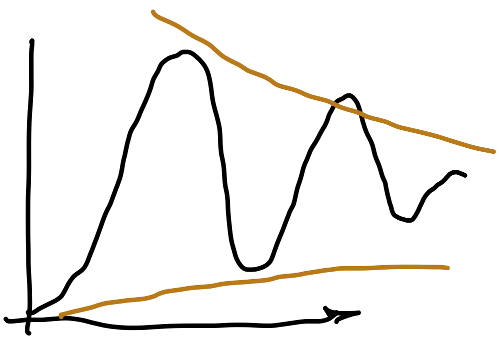
↳ 

Inizio oscilla e poi sale con ritardo

Rampa fino a regime:

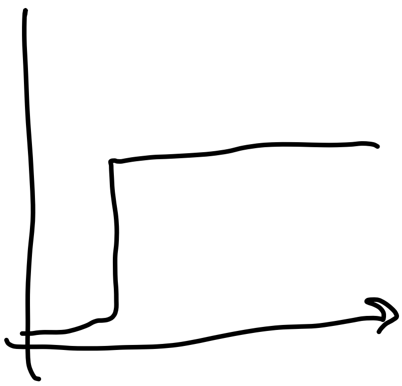


Input



Risposta, con h più alto arriva a valore più velocemente

Gradino



Input

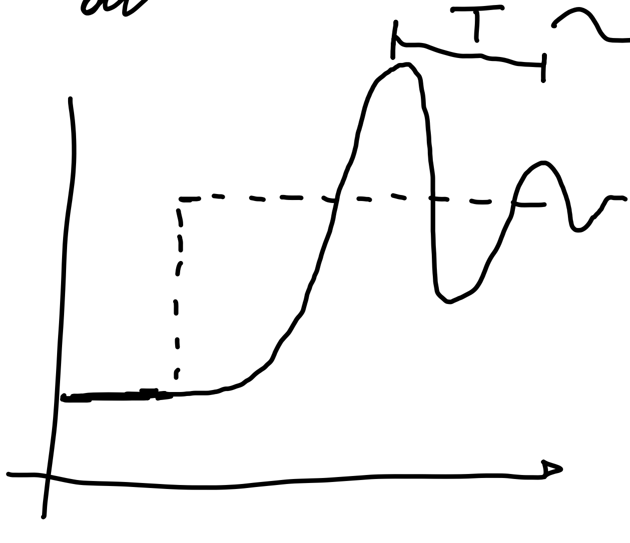
pg. 51 equazione non da ricordare per esame

Dobbiamo riconoscere però che:

$q_0 = 0$ a $t = 0^+$

e $\frac{dq_0}{dt} = 0$ a $t = 0^+$

$T \rightsquigarrow f_0 = \frac{1}{T}$



Risposta

Inizio orizzontale e poi sale a valore voluto

Dopo $h = 0,7$ non si vedono più le oscillazioni (non significa che non ci sono)

Determinazione sperimentale di prontezza

Tornatura Dinamica

pg. 56

La scelta di segnale da studiare è dettata dalla comodità e semplicità operativa.

L'eccitazione dipende dal sistema.

Si studia la risposta degli strumenti ad ingressi semplici

Sinusoide

pg. 57

Frequenza per frequenza troviamo la risposta e troviamo la FT

in ampiezza e ϕ come in pg. 58

Le frequenze proprie non sono 1 ci sono le due flettenti e quello torsionale.

pg. 62 hanno applicato un gradino

portando il sistema via dalla sua posizione lentamente e poi riportandolo velocemente, causando una vibrazione intorno alla sua posizione neutra

↙ pg. 62

pg. 63 applicando una eccitazione sinusoidale con un forzamento verticale e orizzontale

Sweep pg. 66

↳ L'armonica richiede molto tempo, lo sweep è un segnale armonico dove ω cambia in frequenza.
Ⓐ permette studi veloci, di solito in oggetti non grandi

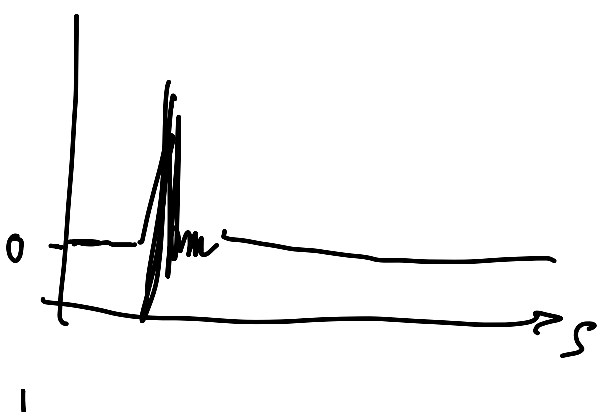
Lo spettro è costante fino ad una certa frequenza

Tracking Filter → per sweep, per tenere a conto di cosa stiamo misurando

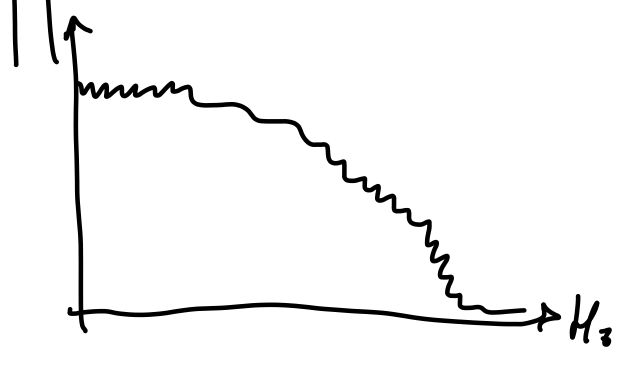
<u>Impulso ideale:</u> pg. 70

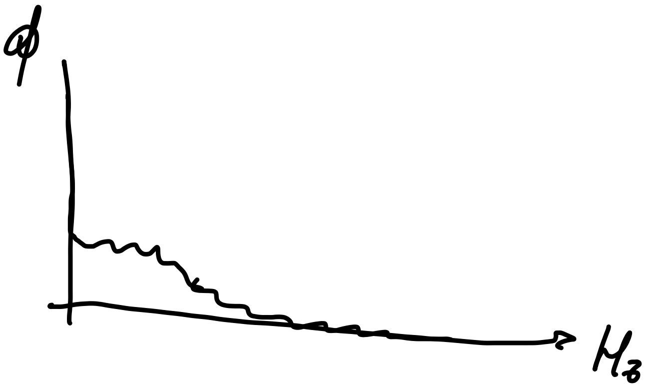
Teoricamente
si distribuisce
perfettamente
tra tutte le frequenze

<u>Impulso reale</u>



Spettri
Ingresso

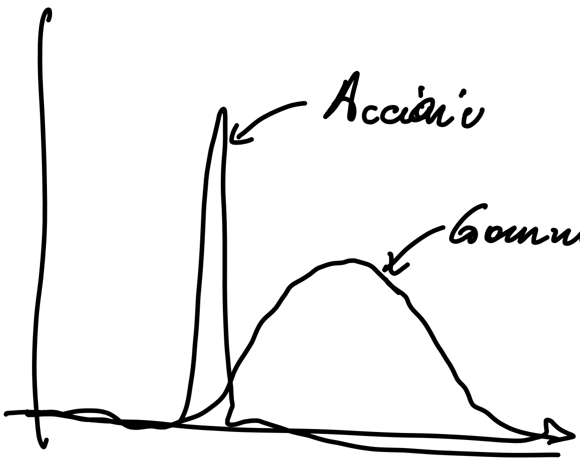


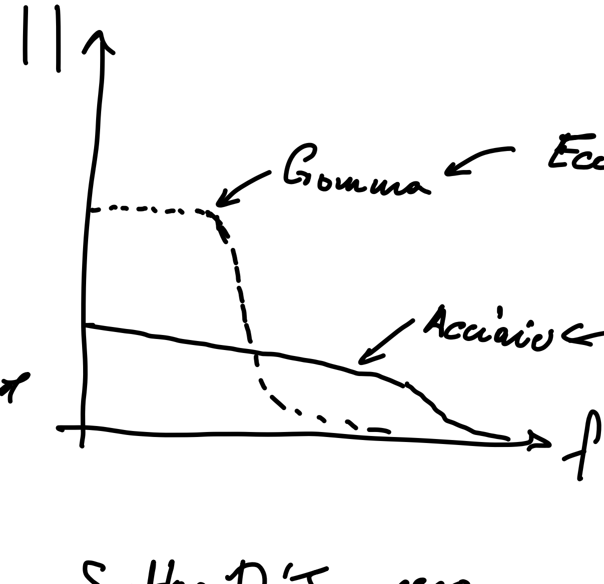


Eccita tante frequenze, e il suo sistema risponde con le sue frequenze proprie

Più grande la struttura più difficile è eccitare, quindi non è più utile l'impulso.

Cambiando il martello per esempio aggiungendo la gomma si deforma l'impulso





Eccita più le frequenze basse e non quelle alte

Eccita più tutte le frequenze

Spettro D'Ingresso

↳ Ogni sistema risponde nel suo modo.

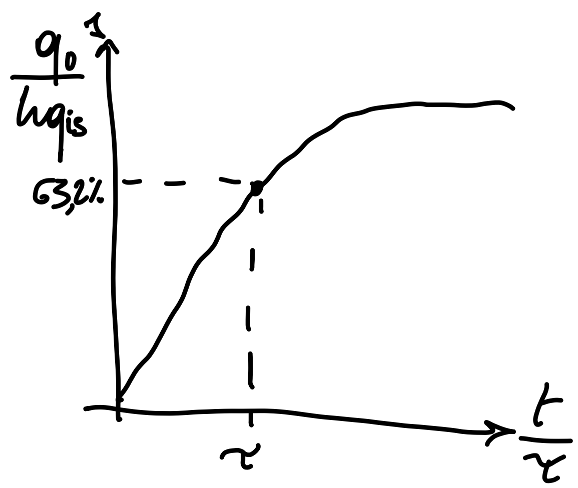
Rumore Bianco

Impulso che eccita tutte le frequenze. È un segnale completamente casuale.

pg. 74

Ci sono rumori naturali come quello del vento
↳ Il vento eccita solo a frequenze basse, e lanciamo per studiare certe frequenze

Determinazione di τ (sistemi ordine 1)



Risposta a gradino

Troviamo τ a $\frac{q_0}{kq_{is}} = 63{,}2\%$
↳ Svantaggio dipendere da un solo punto.

È meglio invece:

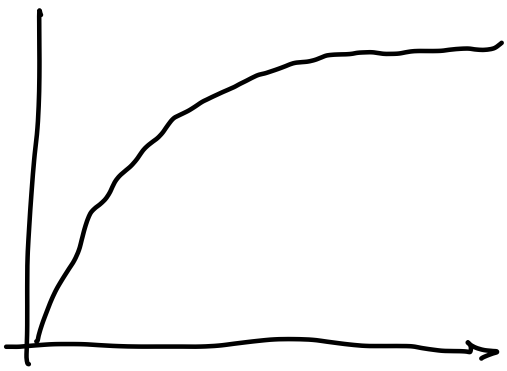
$$\frac{q_0 - k q_{is}}{k q_{is}} = -e^{-t/\tau}$$

$$1 - \frac{q_0}{k q_{is}} = e^{-t/\tau} \longrightarrow Z = \log_e\left(1 - \frac{q_0}{q_{uis}}\right)$$

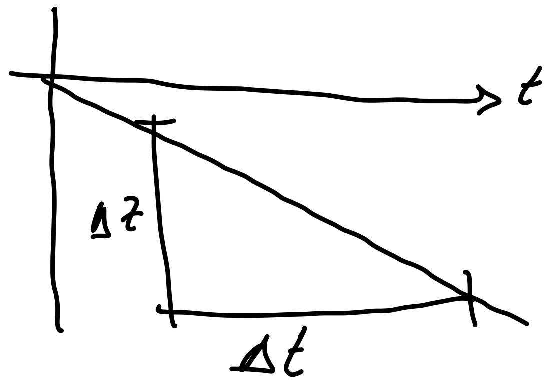
$$z = \frac{-t}{\tau}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{dZ}{dt}}_{\text{Pendenza}} = -\frac{1}{\tau}$$

Risposta



Al logaritmo

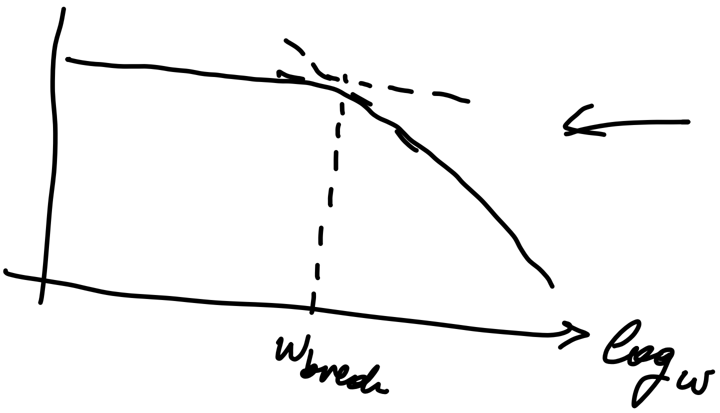


$$\tau = \frac{-\Delta t}{\Delta z}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{-1}{\tau}$$

Possiamo fare anche un'altro metodo pg. 84

Con armonics usiamo $\log \omega$ e la ampiezza e ϕ, dove cambia prendiamo $\tau = \frac{1}{\omega_{break}}$

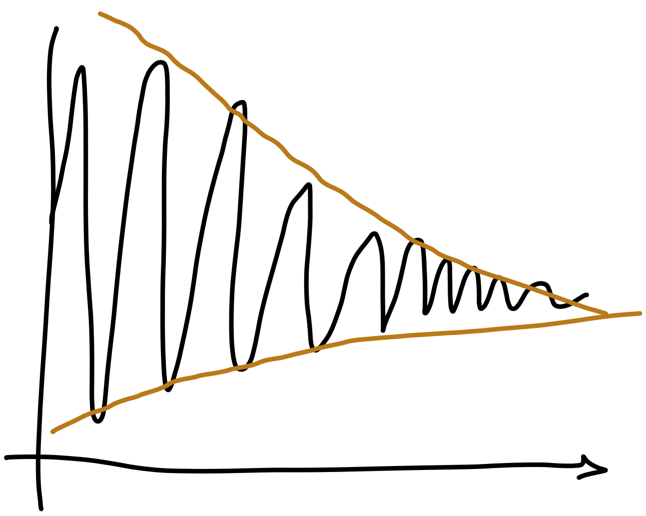


Disegnato male

Secondo Ordine pg. 85

Non abbiamo τ ma abbiamo h e ω_n

Prendiamo la risposta ad impulso



Prendiamo diversi periodi

$$\omega_n = \frac{2\pi}{\frac{T}{n}\sqrt{1-h^2}}$$

Ci sono vari metodi per determinare h ← $h = \frac{\log_e(x_1/x_n)}{2\pi n}$

Come sapere se trasduttore è abbastanza veloce.

↳ Tagliando il segnale del trasduttore
e guardando come agisce
Poi possiamo fare una ricostruzione per poi trovare τ
e vedere se è abbastanza.