Lezione 9 - Moto Turbolento

Completiamo il modello, abbiamo ricavato nella forma indefinita, ci serve la forma globale

Integriamo nel tempo le equazioni globali, le formule già integrate nello spazio

$$\int_A \underline{v} \cdot \underline{n} \, dA = 0 \rightarrow \text{Equazione di Continuità Globale per fluido incomprimibile}$$

$$\underline{G} + \underline{\Pi}_p + \underline{I} + \underline{M} + \underline{T} = 0$$

↳ Termine che non è lineare nelle velocità, come sempre la accelerazione è il problema

$$\frac{1}{T}\int_T \int_A (\underline{v}_m + \underline{v}') \cdot \underline{n} \, dA \, dt = \int_A \frac{1}{T}\int_T (\underline{v}_m + \underline{v}') \, dt \cdot \underline{n} \, dA$$

$$= \int_A \underline{v}_m \cdot \underline{n} \, dA = 0$$

$$\underline{G} \rightarrow \frac{1}{T}\int_T \int_W \rho(\underline{f}_m + \underline{f}') \, dW \, dt \xrightarrow[\text{stesso procedimento}]{} = \int_W \rho \underline{f}_m \, dW$$

$$\underline{\Pi}_p \rightarrow \frac{1}{T}\int_T \int_A (p_m + p') \, \underline{n} \, dA \, dt = \int_A p_m \cdot \underline{n} \, dA$$

$$\underline{I} \rightarrow -\frac{1}{T}\int_T \int_W \frac{\partial(\rho \underline{v})}{\partial t} \, dW \, dt \xrightarrow[\text{stesso gioco + regola di Leibniz}]{} = -\int_W \frac{\partial(\rho \underline{v}_m)}{\partial t} \, dW$$

con $T \neq t$, possiamo

perché T e t sono concettualmente due oggetti diversi

$$\underline{I} \rightarrow -\frac{1}{T}\int_T \int_A \mu \frac{\partial \underline{v}}{\partial n}\, dA\, dt \underset{\substack{\text{Scambio +}\\ \text{Leibniz}}}{=} \dots = -\int_A \frac{\partial \underline{v}_m}{\partial n}\, dA$$

$$\underline{M} \rightarrow \frac{1}{T}\int_T \int_A \rho \cdot \underline{v} \cdot v_n \cdot dA\, dt = \rho \int_A \frac{1}{T}\int_T (\underline{v}_m + \underline{v}')(v_{nm} + v_n')\, dt\, dA =$$

$\hookrightarrow$ componente della velocità secondo la direzione n

$$= \rho \int_A \frac{1}{T}\int_T (\underline{v}_m v_{nm} + \underline{v}_m v_n' + \underline{v}' v_{nm} + \underline{v}' v_n')\, dt\, dA$$

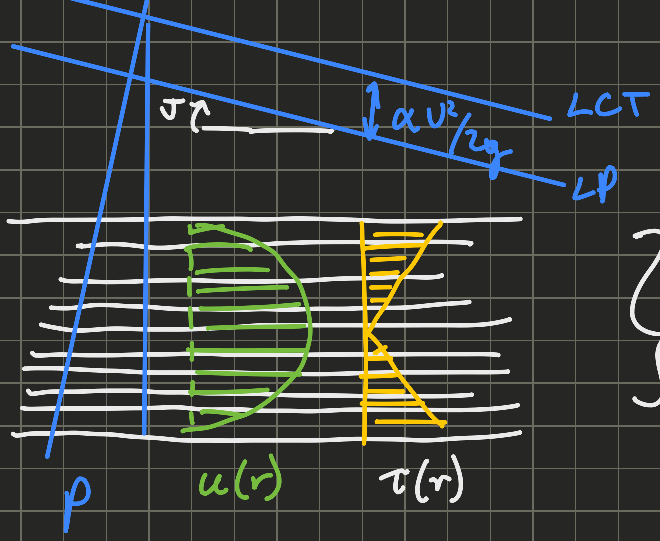
$$= \underbrace{\overbrace{\rho \int_A \underline{v}_m v_{nm}\, dA}^{\underline{M}_m}}_{\substack{\text{Integrale di}\\ \text{stessa forma}\\ \text{di } \underline{M}}} + \underbrace{\overbrace{\rho \int_A (\underline{v}' v_n')_m\, dA}^{\underline{M}'}}_{\substack{\text{Integrale di}\\ \text{prodotti di}\\ \text{fluttuazione}}}$$

Per la non linearità le fluttuazioni non si spengono.
Per come abbiamo scelto di fare la media è apparso $\underline{M}'$

$$\underline{G}_m + \underline{\Pi}_{pm} + \underline{I}_m + \underline{I}_m + \underline{M}_m + \underline{M}' = 0$$

$\hookrightarrow$ Equazione di Equilibrio Dinamico Globale nel caso turbolento.

Flusso in condotta senza turbolenza

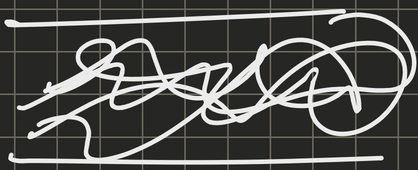


Fluido nella condotta

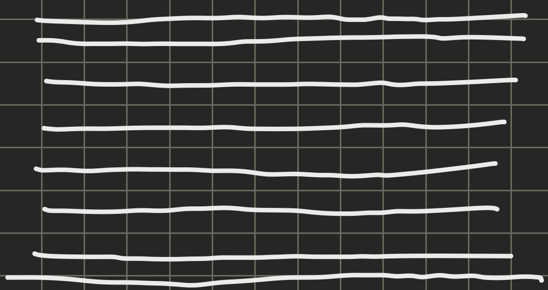
$$\tau_{parete} = \gamma \frac{D}{4} J$$

$$\tau(r) = \gamma \frac{r}{2} J = \mu \frac{\partial u}{\partial r}$$

Il moto turbolento però non è lineare



Possiamo però rappresentare il moto turbolento medio che è lineare: Quanto rimane uguale?

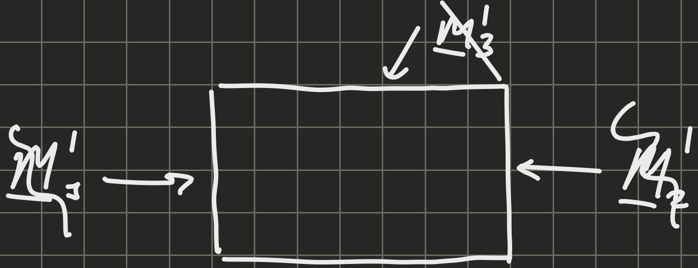


medio temporale

$$\tau_{parete} = \gamma \frac{D}{4} J$$

→ medio temporale

→ Ricavo per turbolento, come abbiamo fatto nell'ultima lezione, saltiamo tutte le considerazioni che eliminano flusso.



→ Termini che stiamo aggiungendo

$$\underline{M}' = \int_A \rho \, (\underline{v}' u')_m \, dA$$

↳ Perché in moto turbolento abbiamo tutto

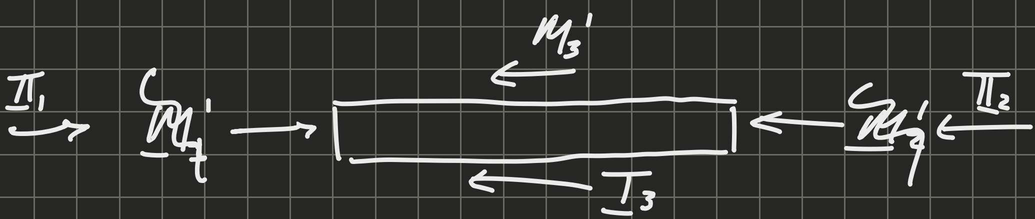
$\underline{M}'_1 = \underline{M}'_2$ perché sezione per sezione le fluttuazioni saranno le stesse.

$\underline{M}'_3 = 0$ per la condizione di aderenza

Stesso volume di controllo con le fluttuazioni, il risultato sarà sempre lo stesso.

Caso del tubo di corrente con turbolenza.

Quello c'è in più dell'ultima volta è:



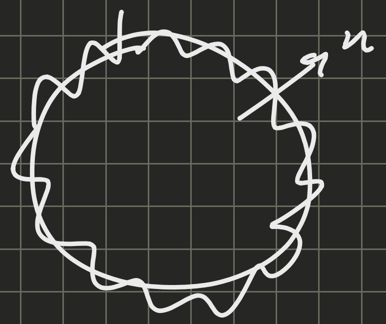
M'_1 e M'_2 si semplificano

$\underline{M}'_3$ non lo possiamo eliminare, perché nel turbolento le velocità non sono CGV, la velocità però è lo stesso orizzontale.

$$(p_1 - p_2)A = -\underbrace{\tau_v}_{} \, p_w L + \rho \, (u' v'_r)_m \, p_w L$$

Associata a T, v perché arriva dalla viscosità

↳ velocità radiale, perpendicolare al



$$\underbrace{\frac{(p_1-p_2)}{L}\frac{A}{p_W}} = -\tau_v + \rho(u'v'_r)_m$$

$$\gamma \frac{r}{2} J = \tau$$

Vale ancora

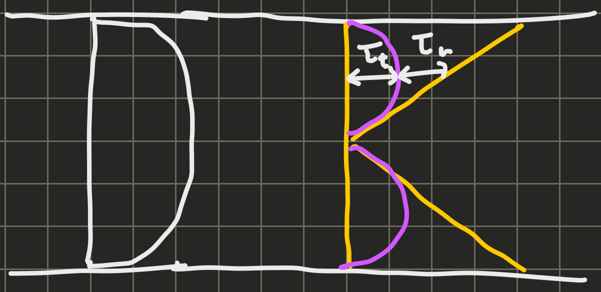
$$\tau = \tau_v + \tau_t$$

ma τ è composta di attrito e turbolenza.

Con Poiseuille $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial r}$ ci ha permesso di trovare il profilo di u, in questo caso è:

$$\tau(r) = \gamma \frac{r}{2} J = -\mu \frac{\partial u}{\partial r} + \rho(u'v')_m$$

La resistenza al moto totale è somma degli effetti per viscosità e turbolenza.

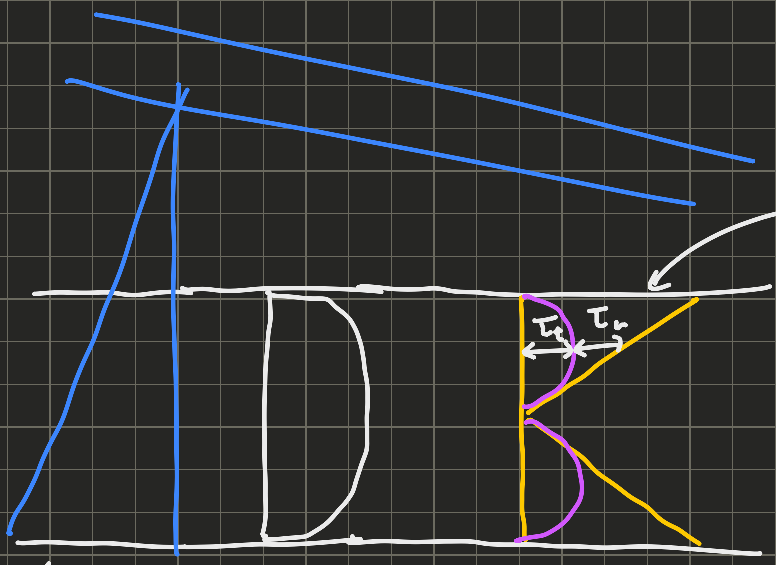


Più è turbolento il moto più proporzionale della resistenza prende τ_t

Non si può integrare perché ci sono troppe incognite, non possiamo allora trovare il profilo della velocità. Tende ad esser più piatto per il rimescolamento trasversale quindi le parti più veloci velocizzano i lati e le parti lente rallentano il centro.

Non è vero però prendiamo $\alpha \simeq 1$ e $\beta \simeq 1$

Il resto dello schematizzazione:



È lo stesso lineare, solo che due componenti che lo costituiscono

↳ Lo stesso triangolare perché moto medio turbolento è CGV.

Laminare e Turbolento

Il moto di Poiseuille è laminare, nel moto turbolento è moto è turbolento.

Moto laminare e turbolento → governati da Navier-Stokes

Moto turbolento medio → governato da Reynolds.

Abbiamo formulato tutte le equazioni che ci interessa formalizzare.

Le equazioni di Navier-Stokes valgono nel caso laminare o nel punto.

Le equazioni di Reynolds non si possono risolvere senza un modello di turbolenza, e anche lì non ci sono metodi analitici.

Cosa si fa allora? Si fa il CFD

Navier-Stokes → 4 equazioni

Metodi Numerici → $4 \times \underbrace{N}_{\text{Punti}} \times \underbrace{T}_{\text{istanti temporali}}$ equazioni.

- ↳ Per avere una risposta buona, serve un numero di celle grande.
- ↳ Aumentando le celle riusciamo a cogliere variazioni piccole delle variabili migliorando il calcolo.
- ↳ CFD è oneroso perché ci sono molti e molti calcoli
- ↳ I vortici piccoli si trovano quando la griglia è di dimensione minore.
- ↳ Di solito la griglia è più fitta alle parete perché definiscono come agisce il fluido.
- ↳ La turbolenza complica tutto perché servono ancora più calcoli e calcoli tempo varianti.
  - ↳ usando modelli come il modello k-ε che è basato sulle ipotesi di Boussinesq

↳ Più piccole le turbolenze più energia è dissipata.
↳ con il modello turbolento ci permette di chiudere le equazioni di turbolenza che poi possiamo discretizzare.
↳ Usando equazioni RANS - Reynolds Averaged Navier - Stokes.

<u>Quando si è il fluido turbolento</u> e quando <u>laminare?</u>

Si determina con l'esperimento di Reynolds

Il tracciante se non si muove da significa che il fluido è laminare, quando si disperde nella direzione trasversale allora è turbolento.

Il flusso è più turbolento più sono veloci.

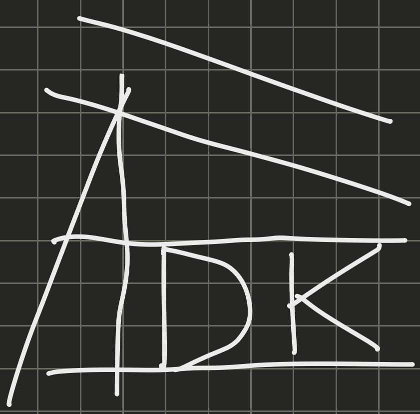
Il parametro che usiamo per determinare

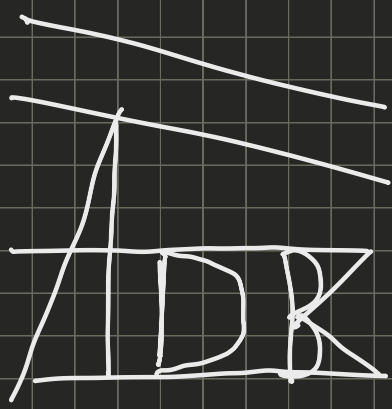
$$Re = \rho \frac{uD}{\mu} = \frac{uD}{\nu}$$

↳ quando è piccolo è laminare $Re < 2000$
↳ quando è grande è turbolento. $Re > 2000$

Se Re in 1 e 2 sono < 2000 non significa che agiscono lo stesso se 1 ha $Re = 20$ e 2 ha $Re = 1999$

Laminare | Turbolento





$Re = 2000$

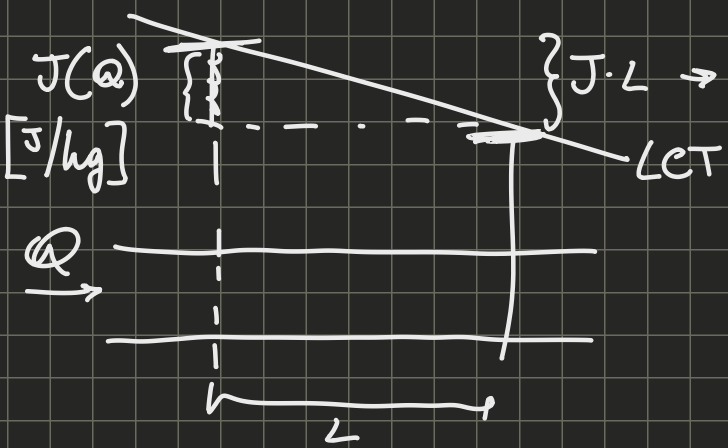
Lo sappiamo calcolare

Non sappiamo calcolare

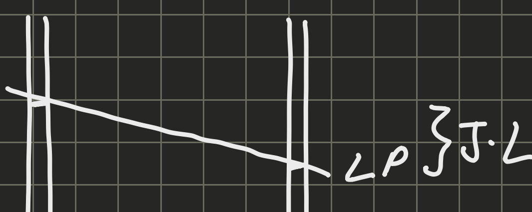
Si usano metodi sperimentali per determinare le condotte in moto permanente (e laminare)

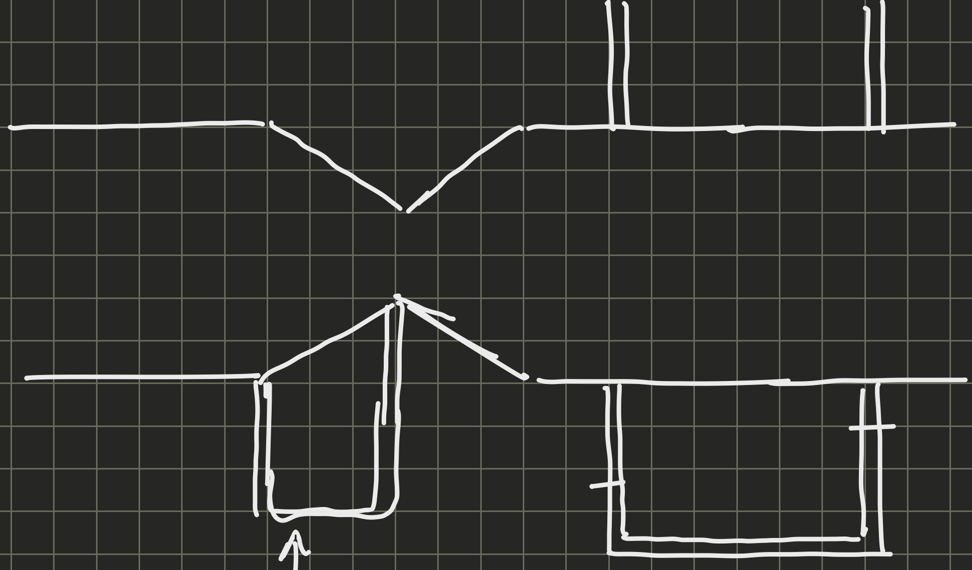
$J(Q)$

Dissipazione energetica per far passare una data portata, utile per molti usi, e.g. rubinetti e motori.



$\} J \cdot L \rightarrow$ Perdite di carico distribuite.





Con tanti esperimenti di tanti flussi con tanti tubi si ricava un legame $J(Q)$

Introduciamo: $J = \lambda \frac{U^2}{2gD}$ indice di resistenza / friction fattore (f)

Cambiamo da Q a λ.

Equazione di Darcy-Weisbach