

# MANI-LO3 bis

→ I miei vicini mi hanno tenuto sveglio quindi verso la fine ho perso la concentrazione.

## Metodi iterativi

$x^{(0)}$  guess iniziale

$$\{x^{(k)}\}$$

↳ Insieme delle approssimazioni

$$x^{(k)} \in \mathbb{R}^n$$

$$x^{(k)} \simeq x$$

↳ Tutte sono approssimazioni di  $x$ , il grado di approssimazione migliore, si spera

Soluzione  
esatta

$$x - x^{(k)} = e^{(k)} \in \mathbb{R}^n$$

↳ Soluzione approssimata

## Convergenza

1.  $\lim_{k \rightarrow \infty} x^{(k)} = x$

0

2.  $\lim_{k \rightarrow \infty} e^{(k)} = 0$

↳ Scalare: l'errore è un numero

Il problema con i metodi iterativi è che usano  $\infty$ , dobbiamo allora mettere criteri d'arresto:

1. Numero massimo di iterazioni

a.  $K_{max} \in \mathbb{N}$  tale che  $\|x - x^{(K_{max})}\| \leq S \leq \frac{\text{tol}}{10^3}$

Il residuo

$$\|b - Ax\|$$

$$\|b\|$$

→ può agire come  
stimatore

Stimatore, nella prima non sappiamo  $x$ ,  
è quello che stiamo cercando, quindi  
usiamo  $S$ , che sarà ottenuto  
solo da  $x^{(k)}$  che possiamo usare  
per controllare la condizione  
errore al posto dell'errore  
vero che non sappiamo calcolare.

## Contenuto della black box

System:  $Ax = b$

$\boxed{RgB} \rightarrow x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + g$   
 ← Approssimazione corrente      ↑ ultima approssimazione  
 Una certa matrice,  
 di stesso ordine  
 della matrice  $A$   
 $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$   
 Vettore di  
 shift  
 $g \in \mathbb{R}^n$

Per  $B$  e  $g$  diversi la nostra black box agirà  
in modo diverso, cambia l'algoritmo

B deriva da A

e g deriva da A e B

### Consistenza

Quando riproponendo  $x^{(k)}$  con  $x$ , la soluzione esatta

sistema sta in piedi

Definizione secca

$x = Bx + g \rightarrow B$  e  $g$  sono scelte tali che siano consistenti.

$$x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + g$$

Per  $k \rightarrow \infty \rightarrow x = Bx + g$  consistente e convergente

→ Proviamo scrivere come:

$$(I - B)x = g$$

$$(I - B)A^{-1}b = g \quad \text{cerchiamo meglio } g$$

→ Con la consistenza verifichiamo che il metodo per risolvere il problema è sensato.