

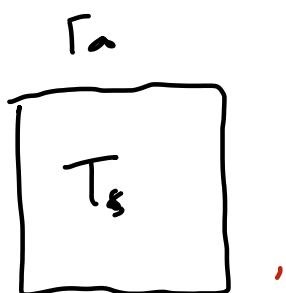
## Riassunto 17

Alette per il raffreddamento

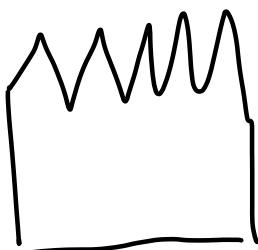
↳ uote come superfici esterne

$$[W] \dot{q} = \underbrace{hA}_{\downarrow} (T_s - T_a) \quad \left. \right\} \text{Legge di Newton della convezione}$$

$$\left[ \frac{W}{m^2 K} \right]$$

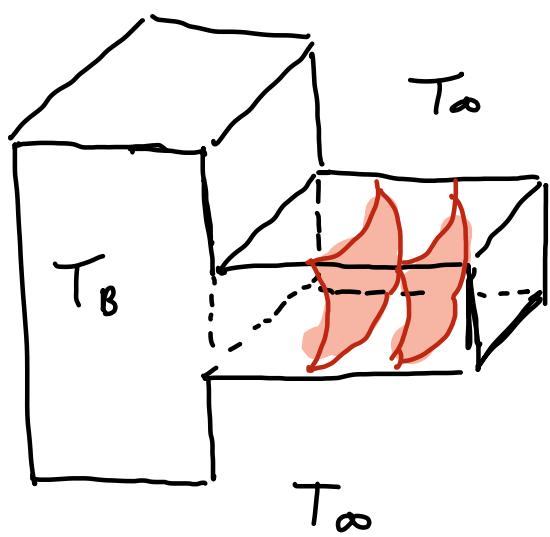


curve



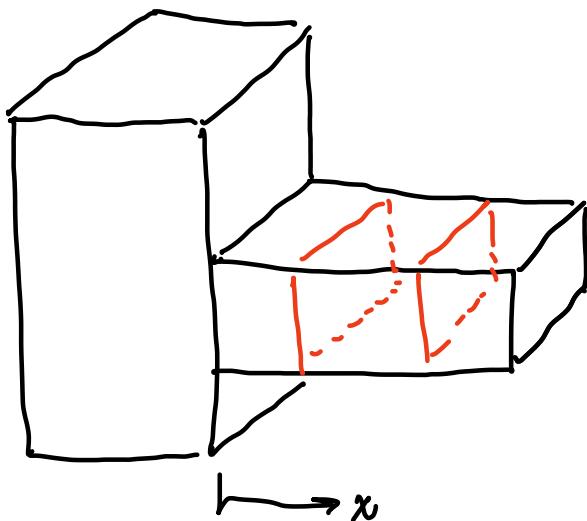
Ha più  
superficie  
di scambio

Equazioni di Boole

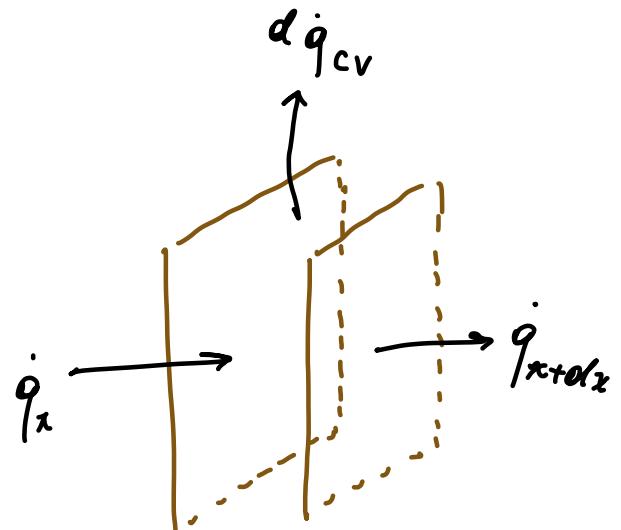
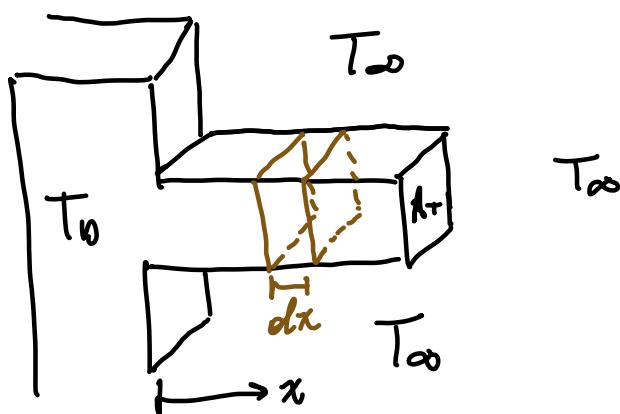


$T_\infty$

$T_e$  più alta al centro  
perché è la forma  
di  $T_{car}$  isotermic e  
caulistica in  $x, y$  e  $z$



Possiamo approssimare  
a superficie piane  
con normale all'altezza



$$\dot{q}_x = \dot{q}_{x+dx} + d\dot{q}_{cv}$$

Postulato di Fourier per  $\dot{q}_x$

$$\dot{q}_x = -k A_T \frac{\partial T}{\partial x}$$

serie di Taylor e postulato  
di Fourier

$$\dot{q}_{x+dx} = \dot{q}_x + \frac{d\dot{q}_x}{dx} dx$$

$$= -k A_T \frac{dT}{dx} - k A_T \frac{d^2 T}{dx^2} dx$$

$$d\dot{q}_{cv} = h dA_s (T - T_\infty) = h \rho dx (T(x) - T_\infty)$$

Tutto insieme:

$$-\cancel{kA_T} \frac{dT}{dx} = -\cancel{kA_T} \frac{dT}{dx} - \cancel{kA_T} \frac{d^2T}{dx^2} dx + \underbrace{\cancel{h\rho(T(x)-T_\infty)dx}}_{\dot{q}_{cv}}$$

$\dot{q}_x$                                      $\dot{q}_{x+dx}$

$$kA_T \frac{d^2T}{dx^2} = h\rho (T(x) - T_\infty)$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{h\rho}{kA_T} [T(x) - T_\infty] = 0$$

PARAMETRI:

- SOVRATEMPERATURA ALETTA

$$\Theta(x) = T(x) - T_\infty \geq 0$$

= 0 se aletta abbastanza lunga tale che

$$T(x) = T_\infty$$

$$- m^2 = \frac{h\rho}{kA_T}$$

Possiamo ricavare

$$\boxed{\frac{d^2\Theta}{dx^2} - m^2 \Theta(x) = 0}$$

$$\boxed{\Theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}}$$

Studieremo aletta infinitamente lunga

Aletta molto lunga tale che  $T(x=L) = T(\infty)$  apice in equilibrio con fluido

$$\Theta(x=L) = 0 \quad \text{perché } T(x=L) = T_\infty$$

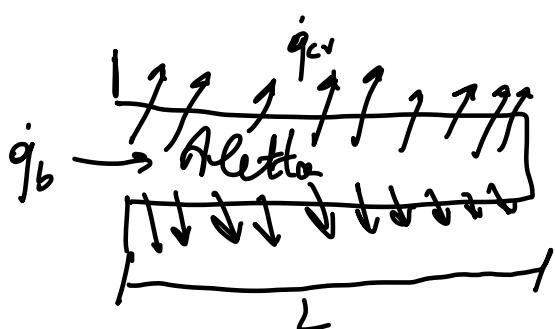
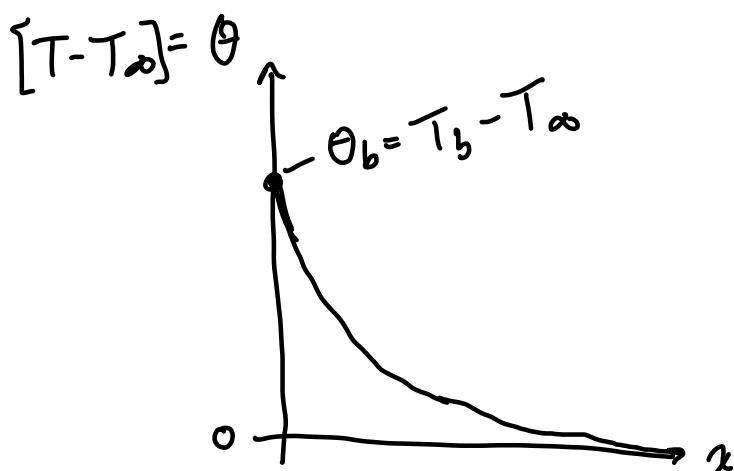
$$\text{vero per } x \rightarrow \infty \Rightarrow \Theta(x) \rightarrow 0 \Rightarrow \boxed{C_1 = 0}$$

Atta base dell'aletta  $\rightarrow$  per  $x=0$

$$\Theta(x=0) = T_b - T_\infty = \Theta_b \rightarrow \boxed{C_2 = \Theta_b}$$

$$\boxed{\Theta(x) = \Theta_b e^{-mx}}$$

$\rightarrow$  Punte da  $T_b$  e  $\rightarrow 0$  esponenzialmente con l'apice dell'aletta



$$\begin{aligned} \text{Postulato Fourier} \\ \dot{q}_A &= \dot{q}_b = -hA_T \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} \\ &= -hA_T \frac{d\Theta}{dx} \Big|_{x=0} \\ &= -hA_T \frac{d(\Theta_b e^{-mx})}{dx} \Big|_{x=0} \\ &= hA_T m \Theta_b e^{-mx} \Big|_{x=0} \end{aligned}$$

$$= hA_T m \theta_b$$

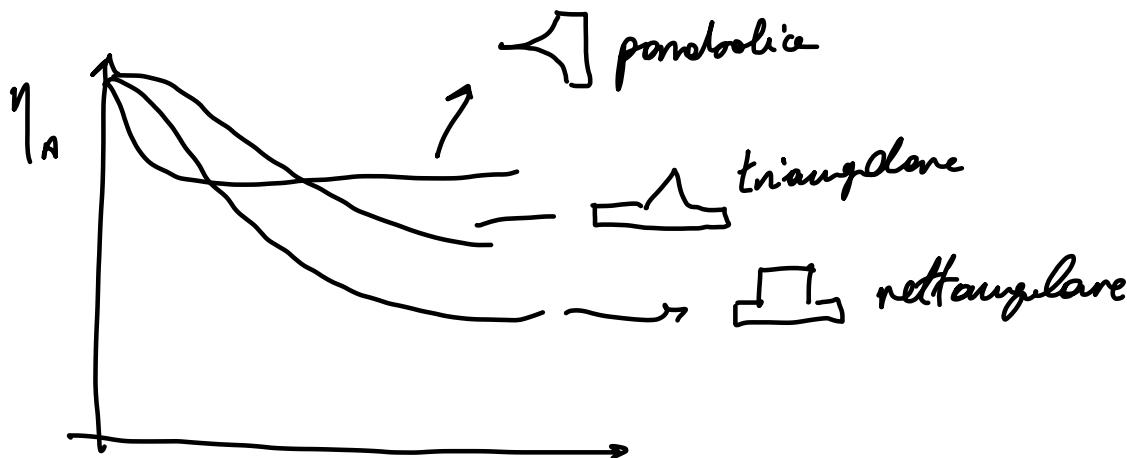
$$m^2 = \frac{hP}{h_A A} \rightarrow = hA_T \sqrt{\frac{hP}{h_A A}} \theta_b$$

$$= \boxed{\sqrt{hP h_A A} \theta_b}$$

Per evitare di fare questi conti (ci viene data l'efficienza)

$$\eta_A = \frac{\dot{q}_A}{\dot{q}_{MAX}} = \frac{\dot{q}_A}{hA \theta_b}$$

se la aletta fosse tutta isotermia a  $T_b$ , il flusso sarebbe il massimo possibile



Lunghezza caratteristica  $\rightarrow L_c^{3/2} (h h_A p)^{1/2}$

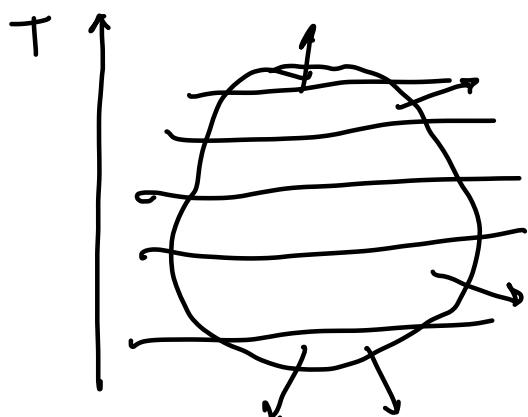
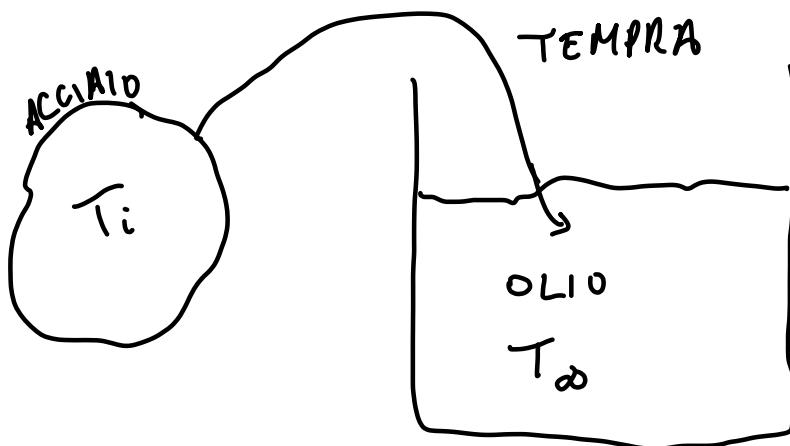
La efficienza cambia per inalterare forme e condizione di carico

Condensazione in regime variabile

$$\alpha \nabla^2 T + \frac{\dot{q}}{\rho c} = \frac{\partial T}{\partial t} \rightarrow \text{è presente}$$

Non useremo questa equazione, useremo i parametri concentrati (RC).

↪ come resistenza - condensatore da elettronica



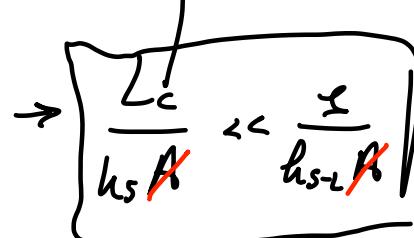
Potiamo studiare  
solo se rimane  
uniforme nel tempo

$$\dot{q} = -kA \left( \nabla T \right) \sim \left( \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial T}{\partial z} \right) \rightarrow 0$$

NULLO  
 $\neq 0$   
 $\rightarrow \infty$  perforza

lunghezza caratteristica  
↑ lo spessore

$$R_{CD_{SOLIDO}} \ll R_{CV_{SOLIDO-FLUIDO}}$$



↪ Oh parametri  
concentrati

$\dot{E}_{ACC}$  ↓  
Accumulo  
dal solido

$$\dot{E}_{ACC} = -\dot{E}_{OUT}$$

$$= \frac{dU}{dt} = -\dot{E}_{OUT} \Rightarrow \underbrace{\rho c^* V \frac{dT}{dt}}_{(-) \text{ per raffreddamento}} = -h A_s [T(t) - T_\infty] \quad (+) \text{ per riscaldamento}$$

$\downarrow$   
Area scambi

$$\Theta(t) = T(t) - T_\infty$$

$$\text{se } T_\infty = \text{cost}$$

$$\rho c^* V \frac{d\Theta}{dt} = -h A_s \Theta(t)$$

$$\frac{\rho c^* V}{h A_s} \cdot \int_{\Theta_i}^{\Theta} \frac{1}{\Theta} d\Theta = - \int_{t=0}^t dt$$

$$\text{Per } t=0$$

$$\Theta = T_i - T_\infty = \Theta_i$$

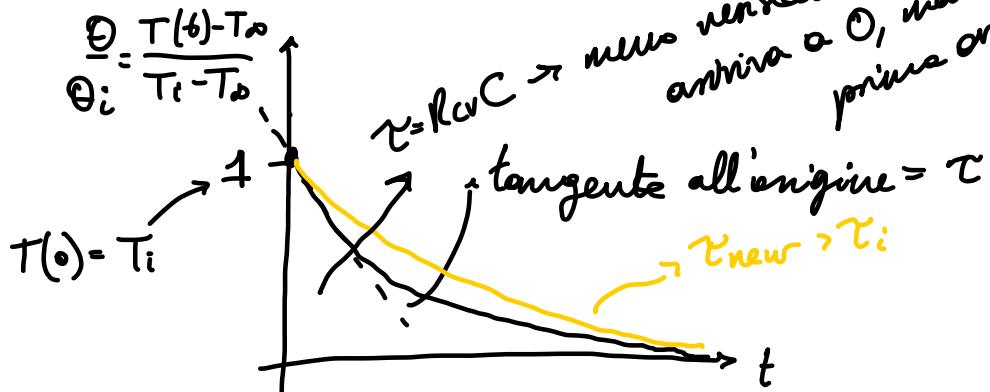
$$\frac{\rho c^* V}{h A_s} \ln \frac{\Theta}{\Theta_i} = -t \rightarrow \ln \frac{\Theta}{\Theta_i} = \frac{-t}{(\frac{\rho c^* V}{h A_s})}$$

$$\Theta = \Theta_i \exp \left[ \frac{-t}{(\rho c^* V) / h A_s} \right] = \Theta_i e^{-t/\tau}$$

$$\frac{\Theta}{\Theta_i} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} e^{-t/\tau}$$

$$\tau = \frac{\rho c^* V}{h A_s} = CR$$

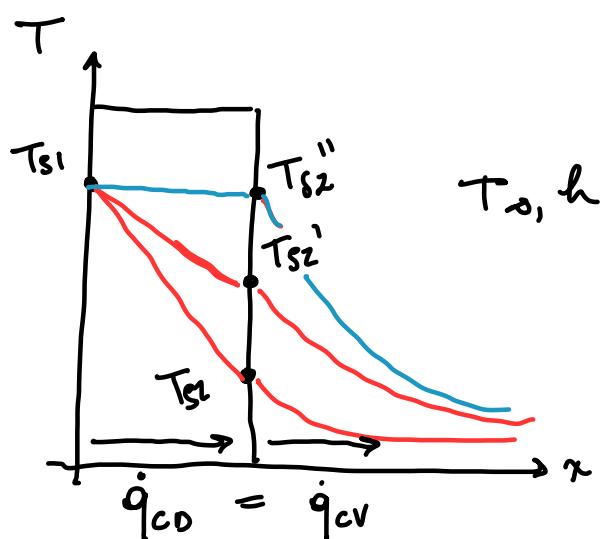
Capacità di Accumulo  $\downarrow$   
 $C$   $\downarrow$   
 $R_{conv}$   $\uparrow$   
 Parametri Concentrati



$\frac{\Theta}{\Theta_i} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}$

$\tau = R_{cv} C \rightarrow$  meno resistenze prima arriva a 0, meno capacità prima arriva a 0, più - più tarda  
 più - più tempi

Come elettrotecnica  
 quando  $t > 5\tau$   
 si prende  $t = \infty$



$$\dot{q}_{co} = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{R_{co}} = \dot{q}_{cv} = \frac{T_{s2} - T_\infty}{R_{cv}} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Vale in tutti i} \\ \text{tre casi} \end{array} \right\}$$

Il metodo dei parametri concentrati si può usare quando  $T_{S1} = T_{C2}$  (analogie)

$$\frac{T_{S1} - T_{S2}}{\frac{L}{kA_s}} = \frac{T_s - T_\infty}{\frac{1}{hA_s}}$$

some L

$$\frac{T_{S1} - T_{S2}}{T_{S2} - T_\infty} = \frac{\left(\frac{L}{hA_s}\right)^{\nearrow R_C \triangleright}}{\left(\frac{1}{hA_s}\right)_{\nwarrow R_C}^{\downarrow}} = \frac{L}{hA_s} hA_s = \frac{hL}{h} = Bi$$

*Numeri di  
Biot*

Quale deve essere  $T_{S1} - T_{S2}$  per usare il metodo dei parametri concentrati?

Per parametri concentrati  $\Rightarrow T$  uniforme nel solido  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow T_{S1} - T_{S2} \ll T_s - T_\infty \Rightarrow Bi \ll \leq$$

$$Bi \leq 0,1$$

Condizione per  
metodo parametri  
concentrati

$$Bi = \frac{hL_c}{hs}$$

Lunghezza  
caratteristica  
del solido

$$L_c = \frac{V_s}{A_s}$$

Biot, può esser scritto come  $\frac{R_{CD}}{R_{CV}}$

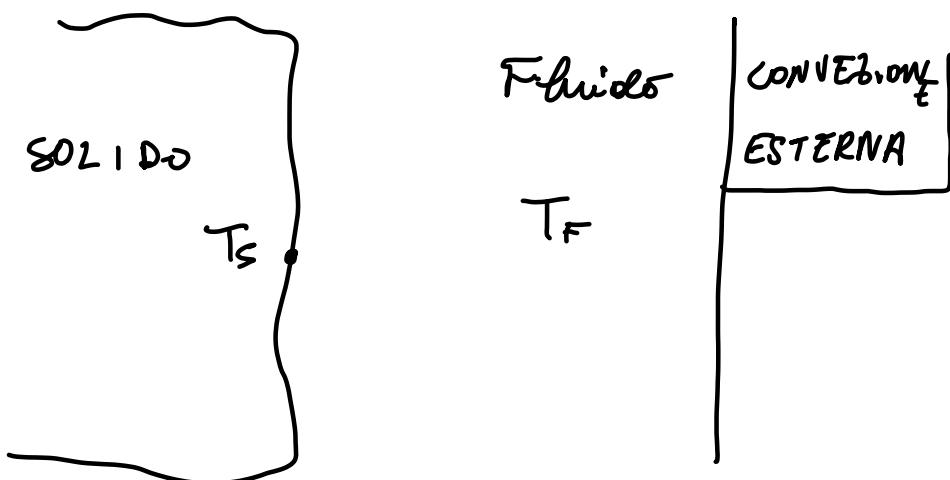
$$Bi = \frac{R_{CD}}{R_{CV}}$$

$\dot{q} = -k A_c \vec{\nabla} T \rightarrow_0 \gamma$  Dall'inizio  
 ↳  $\rightarrow \infty$  perché tende a  $\infty$ ,  $R_{CD} \rightarrow 0$

per noi va bene  $Bi \leq 0,1$   
 ↳ a dimensionale

### Convezione Termica

Legge di Newton  $\dot{q} = h A (T_s - T_f)$

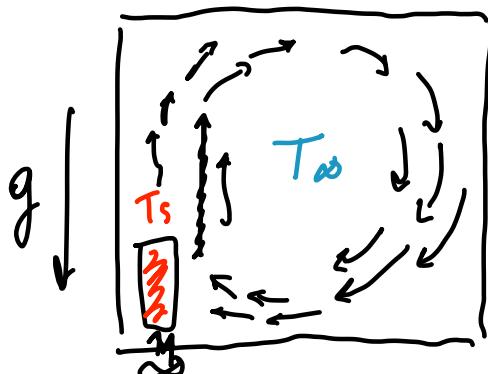


Ci sono 2 tipi di Convezione

- Naturale
  - ↳ quando flusso di massa/moto convettivo si innesca naturalmente
- Forzata → il flusso di massa/moto convettivo è

forsato da un agente esterno

e.g. Termosifone



Convezione molto più forte di condizione per flusso di massa a pari temperatura

Se aggiungiamo una ventola, il motore è principalmente grazie a quello

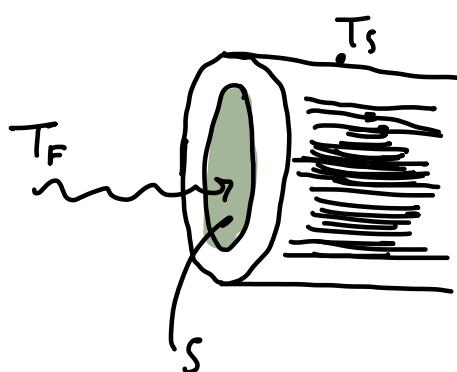
Convezione Esterna  $\Rightarrow$  riscaldamento al fuori del corpo

$$\hookrightarrow \dot{q} = hA(T_s - T_\infty)$$

Convezione Interna  $\Rightarrow$  quando il fluido si muove internamente al solido. e.g. tubi

$$\dot{q} = hA(T_s - T_h)$$

Temperatura di miscelamento adiabatico



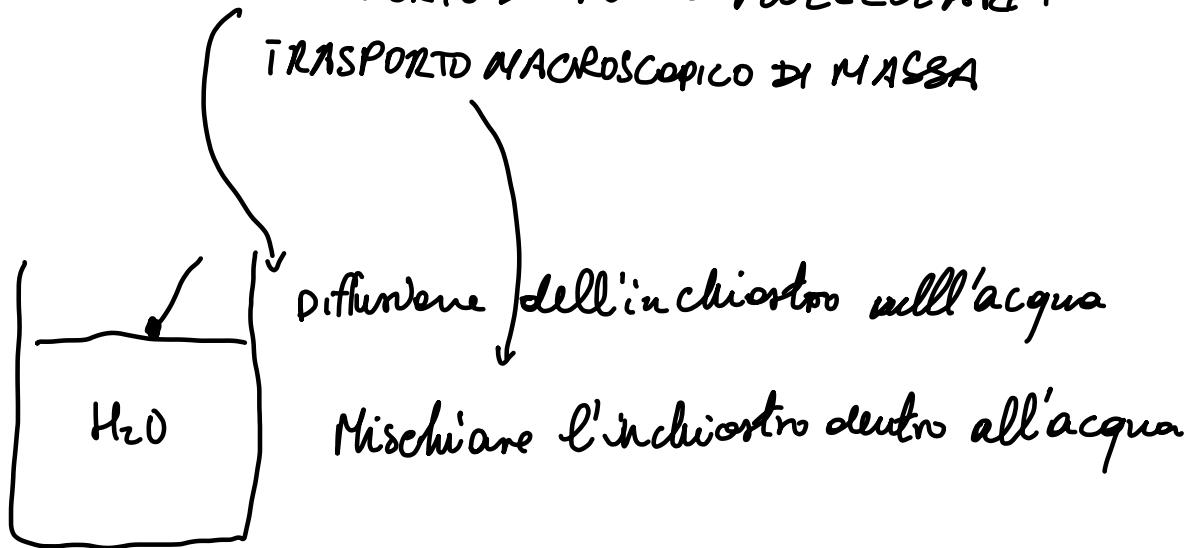
Dato che esiste un gradiente interno al fluido si immagina integrarlo fino ad una temperatura unica

$$T_n = \left\{ \frac{\int_S \rho c^* w T dS}{\int_S \rho c^* w dS} \right\} \text{ Media integrale}$$

$h$  di solito è più alto per la convezione forzata

$h$  è dipendente da molte variabili

CONVEZIONE = TRASPORTO DIFFUSIVO MOLECOLARE + vibrazioni



TRASPORTO DIFFUSIVO DI MASSA

↳ Legge di Fick

$$\vec{\phi}_m = -\bar{D}_m \vec{\nabla} C_i$$

gradienze  
della  
concentrazione

Diffusività della specie

(  $\frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial C}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z}$  )

$$\left[ \frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right] \quad \left[ \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right] \quad \left[ \frac{(\text{mol})}{\text{m}^3} \right]$$

$$\phi_{miy} = -D_{mi} \frac{dC}{dy}$$

diffusione nella  
direzione preferenziale

Calore  $\rightarrow$  Fourier

Difusibilità termica  $\left[\frac{m^2}{s}\right]$

$$\left[\frac{W}{m^2}\right] \vec{\phi}_G = -\vec{\alpha} \vec{\nabla}(\rho c^* T)$$

$$\dot{q}_x = -k \frac{dT}{dx}$$

$$\left[ \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{J}{kgK} \cdot u \cdot \frac{1}{m} \right]$$

Quantià di Moto  $\text{Viscosità cinetica} = \frac{\mu}{\rho}$  viscosità dinamica  $\left[\frac{kg}{ms}\right]$

$$\vec{\phi}_q = -\vec{j} \vec{\nabla}(\rho \vec{w})$$

$\left[\frac{m^2}{s}\right]$

Flusso  
della  
quantità di moto

$$\vec{\phi}_{M_y} = -\mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \frac{-\mu}{\rho} \cdot \frac{\partial p w}{\partial y} = -V \frac{\partial p w}{\partial y}$$

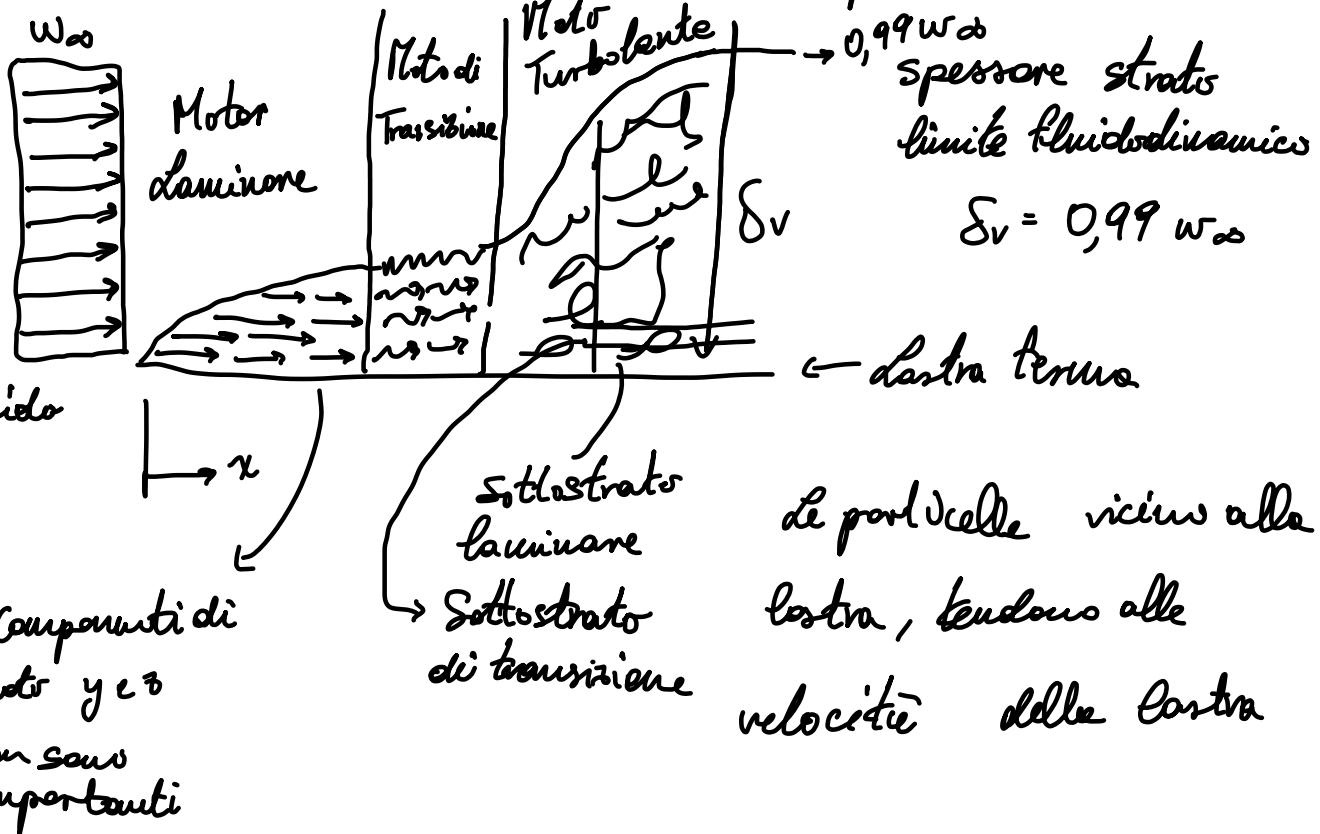
Flusso  
di moto

Stress di tangolo tra fluido e parete  
(non importante per ora)

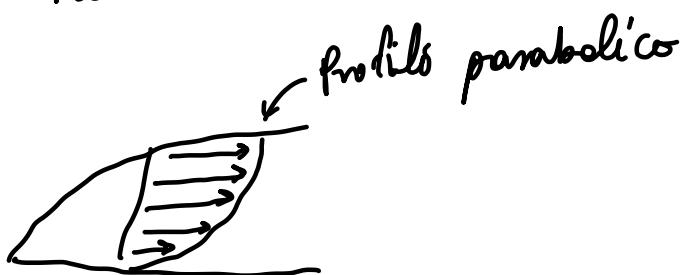
Nella convezione esiste diffusione di calore e quantità di moto con il flusso di massa

Non molto chiaro

Terzo fluido dinamico su lastre piane

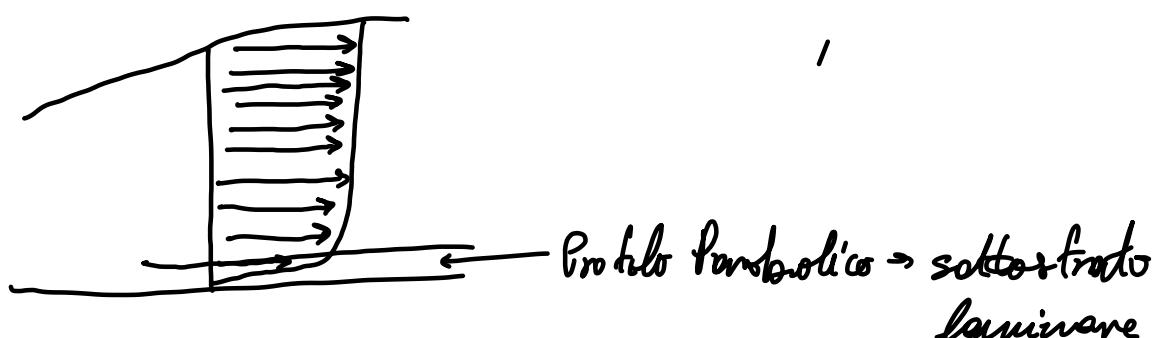


Moto laminare



Moto turbolente

profilo Spinato



## Numero di Reynolds Re [adim]

$$Re = \frac{\text{Forze d'Inerzia}}{\text{Forze Viscose}} = \frac{\rho w L_c}{\mu} = \frac{\omega L_c}{V}$$

↳ viscosità  
dinamica      ↳ viscosità  
cinematica

Grande per fluidi visosi

Basso per liquido

$\approx 1$  per transizione

Per la piastre  $L_c = \frac{\text{lunghezza della piastra}}{\pi}$

Spiega il cambio lungo  $x$

(x) piccolo

Forze viscose > forze inerzia

Re piccolo  $\Rightarrow$  moto laminare

(x) grande

Forze inerzia  $\gg$  forze viscose

Re elevato  $\Rightarrow$  moto turbolente.