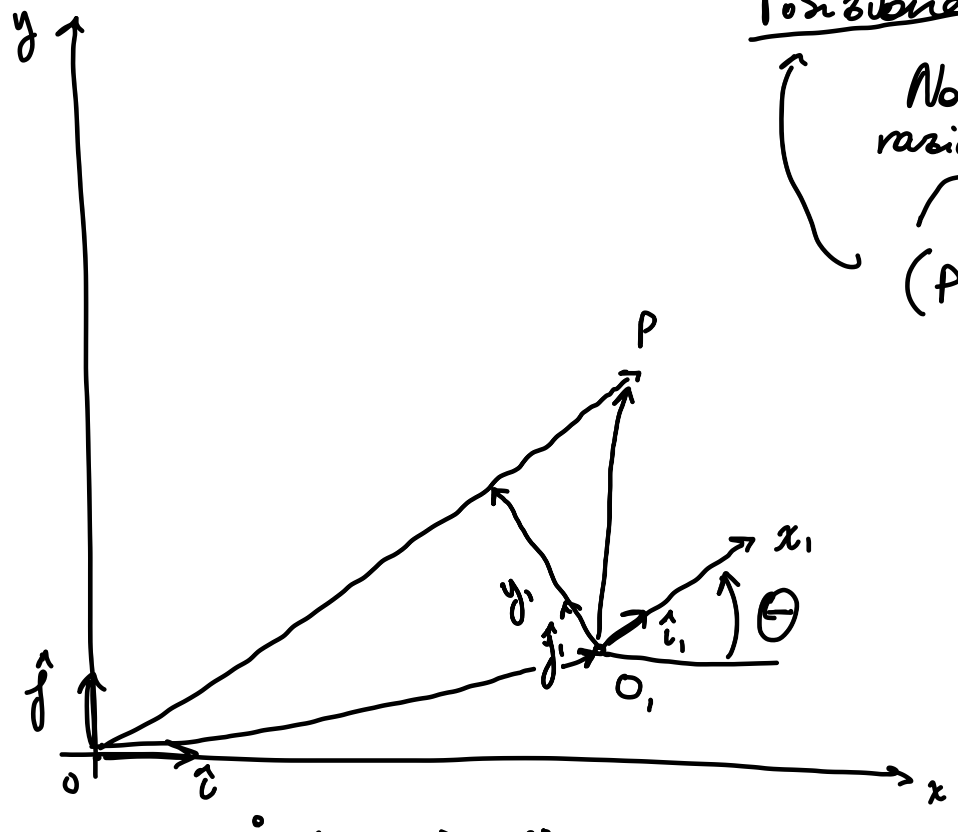
Lezione 2 - Sistemi di Riferimento mobili

↳ Utilizzati estensivamente

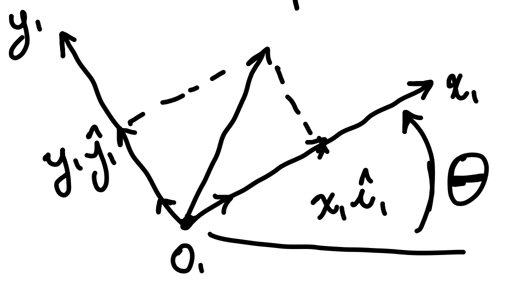
Combinazione di movimenti semplici crea molti tipi di movimento.

Usiamo almeno un punto di riferimento anche più

Riferimento fisso:



$\vec{\omega} = \dot{\Theta}\,\hat{k} \qquad \dot{\vec{\omega}} = \ddot{\Theta}\,\hat{k}$



Posizione

Notazione meccanica razionale è utile

$$\underbrace{(P-O)}_{} = (O_1-O) + (P-O_1)$$

$$= (O_1-O) + x_1\hat{i}_1 + y_1\hat{j}_1$$

Velocità

$\vec{\omega} = \dot{\Theta}\hat{k}$

$$\vec{V}_P = \vec{V}_{O_1} + \dot{x}_1\hat{i}_1 + \dot{y}_1\hat{j}_1 + x_1 \underbrace{\vec{\omega}\times\hat{i}_1}_{\text{da ultima lezione}} + y_1\,\vec{\omega}\times\hat{j}_1$$

$\vec{V}_P$: $(\dot{x}\hat{i}+\dot{y}\hat{j})$ — Da ultima lezione, sappiamo già

$\vec{V}_{O_1}$: $\dfrac{d}{dt}(O_1 - O)$

Prima semplificazione

$$\boxed{\vec{V}_P = \vec{V}_{O_1} + \vec{\omega}\times(x_1\hat{i}_1 + y_1\hat{j}_1) + \underbrace{\dot{x}_1\hat{i}_1 + \dot{y}_1\hat{j}_1}_{\vec{V}_{REL}}}$$

$\vec{V}_{REL}$: Di P relativa a O_1, osservata da osservatore mobile rispetto a se stesso

$$\vec{V}_P = \underbrace{\vec{V}_{O_1} + \vec{\omega}\times(P - O_1)}_{\vec{V}_{TR}} + \vec{V}_{REL}$$

moto lineare rispetto ad origine

moto rotatorio rispetto ad origine

$\vec{V}_{TR}$ → come l'osservatore si sta muovendo

↪ velocità che P avrebbe se fosse solidale con il punto di riferimento → non in moto rispetto

↑ definizione

$$\boxed{\vec{V}_P = \vec{V}_{TR} + \vec{V}_{REL}}$$

Accelerazione

Iniziamo da $\vec{V}_P = \vec{V}_{O_1} + \vec{\omega}\times(x_1\hat{i}_1 + y_1\hat{j}_1) + \dot{x}_1\hat{i}_1 + \dot{y}_1\hat{j}_1$

$$\vec{a}_P = \vec{a}_{O_1} + \dot{\vec{\omega}}\times(P - O_1) + \vec{\omega}\times(\dot{x}_1\hat{i}_1 + \dot{y}_1\hat{j}_1 + \overbrace{x_1\vec{\omega}\times\hat{i}_1 + y_1\vec{\omega}\times\hat{j}_1}^{\text{Coriolis}})$$

$(P - O_1)$: Riassunto prima possibile

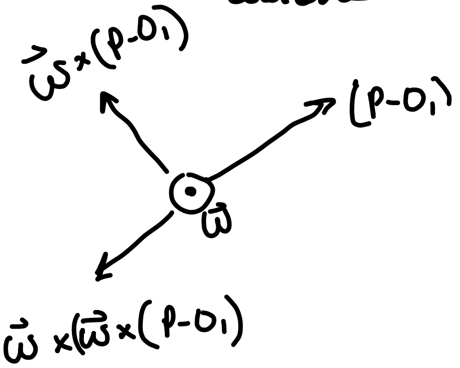
$$+ \ddot{x}_1 \hat{i}_1 + \ddot{y}\hat{j}_1 + \dot{x}_1 \vec{\omega}\times\hat{i}_1 + \dot{y}_1\vec{\omega}\times\hat{j}_1$$

$$\vec a_P = \vec a_{O_1} + \dot{\vec\omega}\times(P-O_1) + \vec\omega\times \overbrace{(\dot x_1\hat i_1 + \dot y_1 \hat j_1)}^{\vec v_{REL}} + \vec\omega\times(\vec\omega\times(x_1\hat i_1 + y_1\hat j_1))$$

$$+ \ddot x_1 \hat i_1 + \ddot y_1 \hat j_1 + \vec\omega\times\underbrace{(\dot x\hat i_1+\dot y \hat j_1)}_{\vec v_{REL}}$$

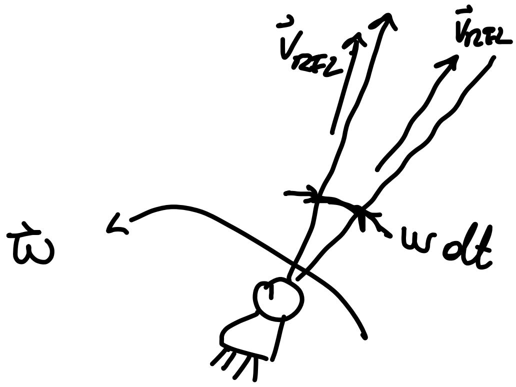
$$\vec a_P = \vec a_{O_1} + \dot{\vec\omega}\times(P-O_1) + \underline{\vec\omega\times\vec v_{REL}} + \vec\omega\times(\vec\omega\times(P-O_1)) + \overbrace{\ddot x_1\hat i + \ddot y \hat j_1}^{a_{REL}} + \underline{\vec\omega\times\vec v_{REL}}$$

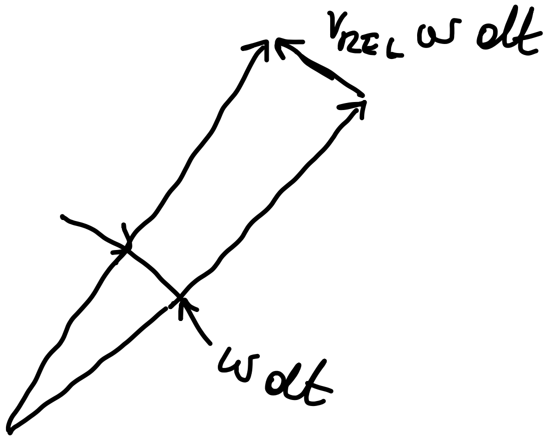
$$\boxed{\vec a_P = \overbrace{\underbrace{\vec a_{O_1}}_{\text{Origine}} + \underbrace{\dot{\vec\omega}\times(P-O_1)}_{a_t} - \overbrace{\underbrace{\omega^2(P-O_1)}_{\text{Ultimo lezione}}}^{\vec a_n}}^{\vec a_{TRA}} + \underbrace{\ddot x_1\hat i_1 + \ddot y_1\hat j_1}_{\vec a_{REL}} + \underbrace{2\vec\omega\times\vec v_{REL}}_{\vec a_{CO}}}$$



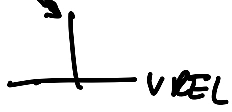
$$\boxed{\vec a_P = \vec a_{TRA} + \vec a_{REL} + \vec a_{CO}}$$

Esempio del Significato $\vec a_{co}$



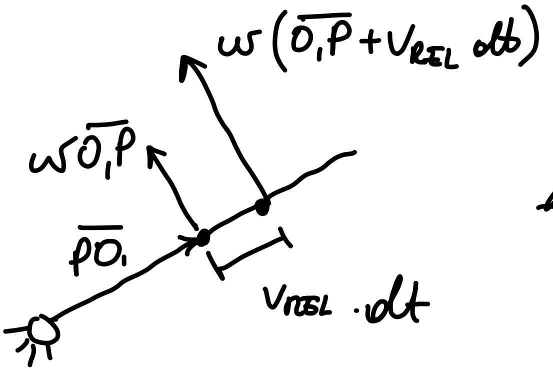


$$\Delta = \frac{v_{REL}\, \omega\, \cancel{dt}}{\cancel{dt}}$$



Uno dei due, data dalla rotazione

L'altra veniva dal trascinamento:



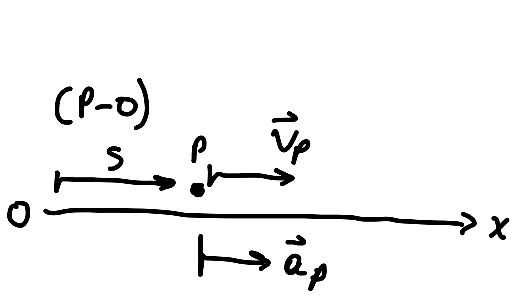
Altro

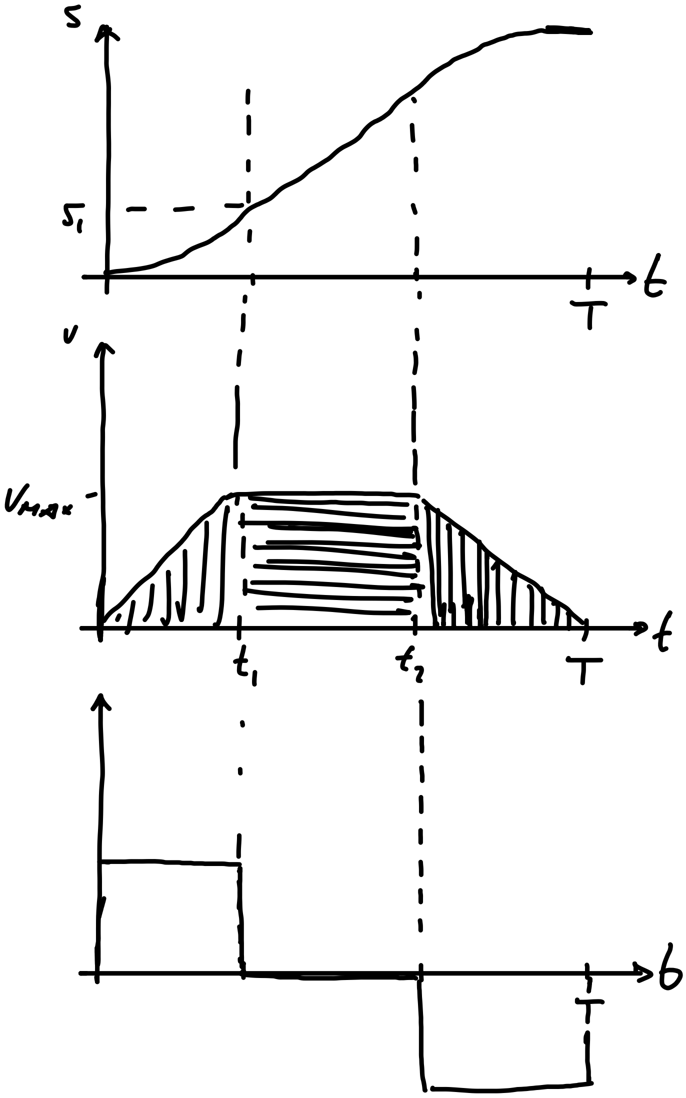
$$\Delta = \frac{\omega\, v_{REL}\, \cancel{dt}}{\cancel{dt}}$$

$\vec{\omega} \wedge (P - O_1)$

Osservazioni sulle leggi del moto

Leggi del moto





$$\Delta t = T/3$$

$$s = s(t) \qquad s(t) = s_0 + \int_{t_0}^{t} v(t)\,dt$$

$$s_1 = \frac{V_{MAX} \cdot \Delta t}{2} \qquad s_{12} = V_{MAX}\,\Delta t \qquad s_{23} = \frac{V_{MAX}\Delta t}{2}$$

$$v = \frac{ds}{dt} \qquad v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a_t(t)\,dt$$

I) $\longrightarrow \vec{v}$ $\longrightarrow \vec{a}$

II) $\longrightarrow \vec{v}$

$$a_t = \frac{dV}{dt}$$

III) $\overleftarrow{\;\;}\ \vec{a}_t$ $\longrightarrow \vec{v}$

Concordi: Accelerazione

Discordi: Decelerazione

$$s_{tot} = \sum s_i = 2 v_{MAX}\,\Delta t = \frac{2}{3} V_{MAX}\,T$$

$$V_{MAX} = a_1 \cdot dt = a_1 \cdot \frac{T}{3}$$

$$V(t) = V_0 + \int_{t_0}^{t} a_t(t)\,dt \qquad (0 - t_1)$$

$$a_1 \Delta t + a_3\,dt = 0 \qquad a_3 = -a_1 \rightarrow \text{se } v_i = 0 \text{ e stessa durata}$$

$$s_{tot} = \frac{2}{3} V_{MAX}\,T \Rightarrow \boxed{s_{TOT} = \frac{2}{9} a_1 T^2}$$

$v_{MAX} = a_1 \cdot \frac{T}{3}$ ↳ legame per questa legge di moto

Lunedì: cinematica del corpo rigido

↳ utilizzo tutto quello finora.