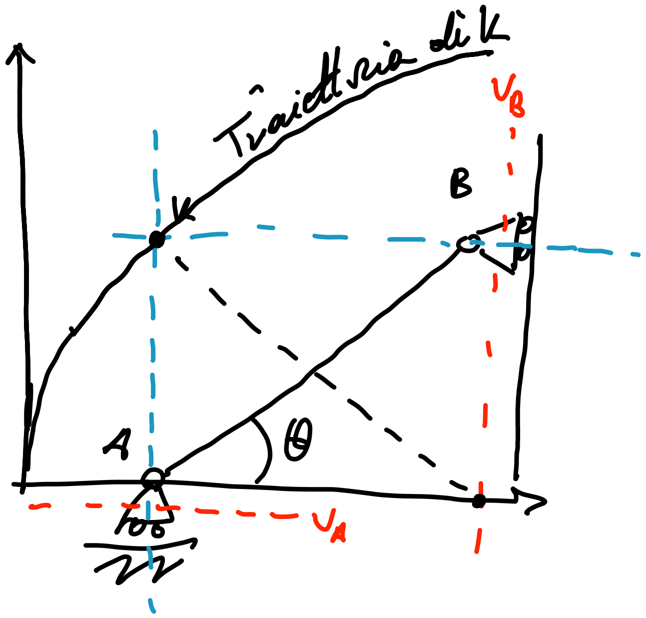
Lezione 4 -

Prima di fare un esercizio, aiuta passare un'attimo come a vedere come passa.

Continuo esercizio volta scorsa




CIR è utile solo per il calcolo delle velocità

$L = AB$

$\theta$ angolo

CIR si trova sulla perpendicolare alla direzione della velocità $\vec{v}$ di un punto

K è ente cinematico, un punto che non esiste ed è diverso ma completa un definizione matematica

$x_k = L(1-\cos\theta$

$y_k = L\sin\theta$

Traiettoria di K è quarto di cerchio

Troviamo le velocità

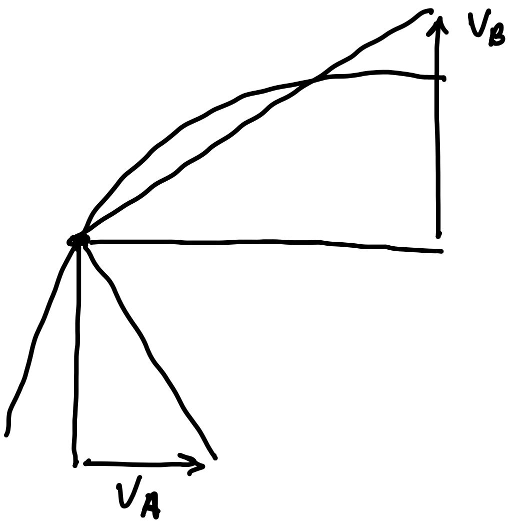
$\vec{v}_A = \vec{\omega} \times (A-K)$ $\qquad |\vec{v}_A| = \dot{\theta} L \sin\theta$

$$\dot{\Theta} = \frac{V_A}{L\sin\Theta}$$

$$\vec{V}_B = \vec{\omega} \times (B-K) \qquad |\vec{v}_B| = \dot{\Theta} L \cos\Theta$$

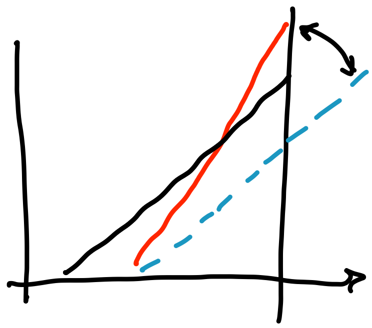
$$V_B = \frac{V_A}{L\sin\Theta} \cdot \cos\Theta = \frac{V_A}{\tan\Theta}$$

Stesse cose che abbiamo trovando con vettori l'ultima volta, ma con algebra



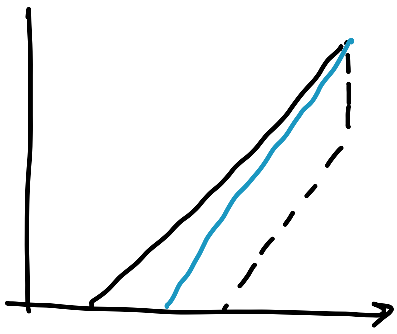

Una cosa geometrica, possiamo trovare la relazione tra i due, con lo stesso $\Theta$, si può trovare la proiezione

Osservazione



- - - = pura traslazione

— = aggiustata la rotazione



Abbiamo fatto due modi diversi ma $\Theta$ è uguale, la velocità indipendente si sequenza è uguale.

# Accelerazione

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \dot{\vec{\omega}} \times (B-A) - \omega^2 (B-A)$$

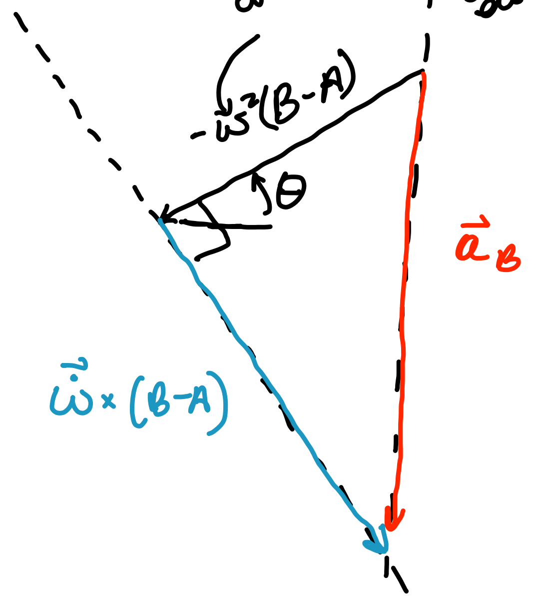
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| M | ? | $\emptyset$ | $\ddot{\Theta} L$ | $-\dot{\Theta}^2 L$ |
| D | // y | // x | $\perp AB$ | // AB |

Incognita

Grafico

$a_A = 0$ (Ipotesi

ω e Θ che hanno segnali e direzione




Solo moduli

$$\dot{\Theta}^2 L = a_B \sin\Theta$$

$$a_B = \frac{\dot{\Theta}^2 L}{\sin\Theta}$$

$$\dot{\Theta} = \frac{v_A}{L \sin\Theta} \quad \text{da prima}$$

$$a_B = \left(\frac{v_A}{L\sin\Theta}\right)^2 \cdot \frac{L}{\sin\Theta} = \frac{v_A^2}{L \sin^3\Theta}$$

La accelerazione varia dipendendo dalla configurazione

È molto facile creare moto non uniforme da moto uniforme

Soluzione vettoriale

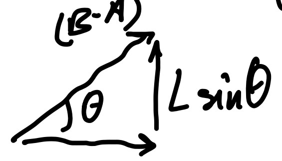
$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \dot{\vec{\omega}} \times (B-A) - \omega^2 (B-A)$$

$$a_B \hat{j} = a_A \hat{i} - \ddot{\Theta} L \sin \hat{i} + \ddot{\Theta} L \cos\Theta \hat{j}$$
$$- \dot{\Theta}^2 L \cos\Theta \hat{i} - \dot{\Theta}^2 L \sin\Theta \hat{j}$$

simbolo / significato — valore

$$\dot{\vec{\omega}} \times (B-A) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & \ddot{\Theta} \\ Lc\Theta & Ls\Theta & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(-\ddot{\Theta} L \sin\Theta) - \hat{j}(-\ddot{\Theta} L \cos\Theta)$$




Separazione per componenti

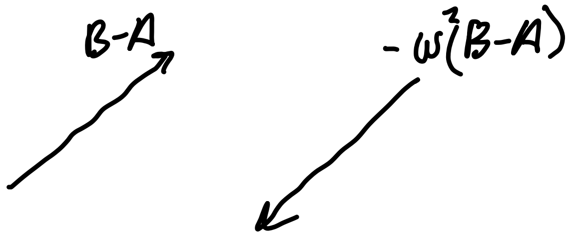
$L\cos\theta\,\hat{i}$

$\hat{i})\quad 0 = a_A - \ddot{\theta} L \sin\theta - \dot{\theta}^2 L \cos\theta$

$\hat{j})\quad a_B = \ddot{\theta} L \cos\theta - \dot{\theta}^2 L \sin\theta$

2 incognite

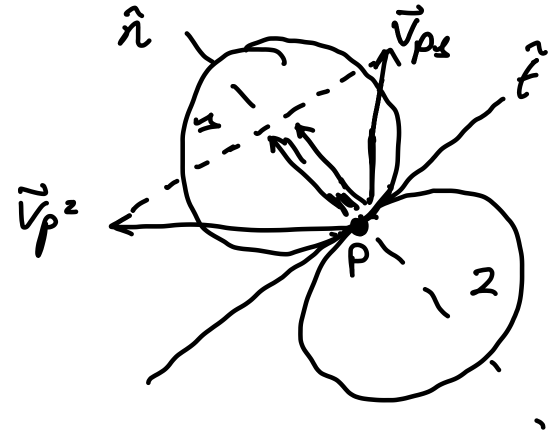
1 sola incognita




$$\ddot{\theta} = \frac{a_A}{L\sin\theta} - \frac{\dot{\theta}^2}{\tan\theta}$$

## Vincolo di contatto e Vincolo di rotolamento

→ 2 corpi vengono a contatto in un punto




P = punto di contatto

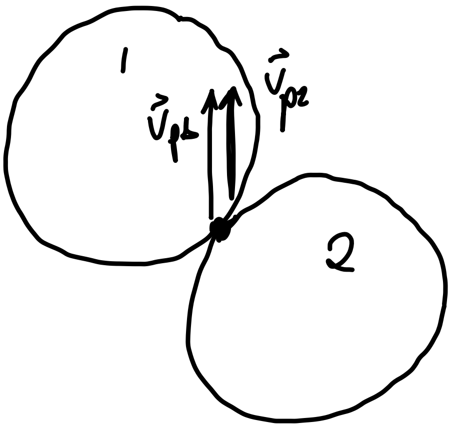
↳ rimangono a contatto e possono strisciare

Condizione di contatto: $\vec{v}_{P1} \cdot \hat{n} = \vec{v}_{P2} \cdot \hat{n}$

$\hat{t}$ = tangente al contatto

$\hat{n}$ = normale al contatto

# Vincolo al rotolamento

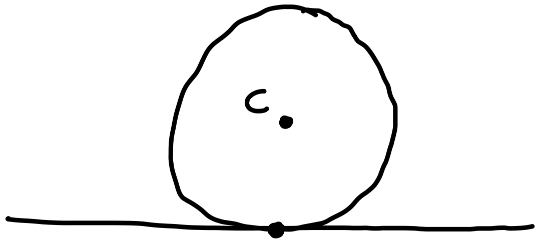


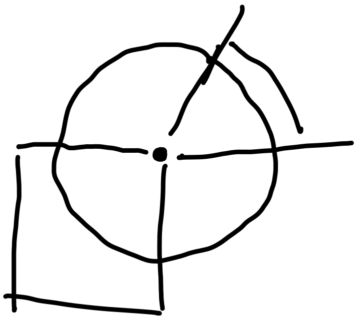

$\vec{v}_{p1} = \vec{v}_{p2}$ (all'istante)

# Disco in rotolamento su piano rettilineo

R = raggio

gdl = 3 - 2 = 1

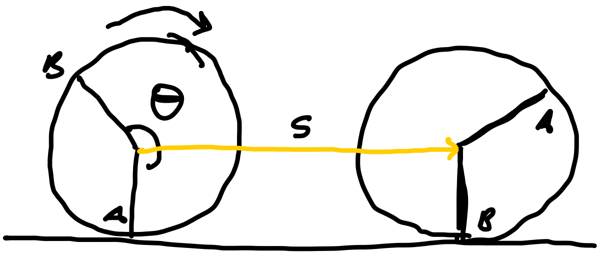


Condizioni:

- $y_c = R$
-

Cosa indica il fatto che sta rotolando:



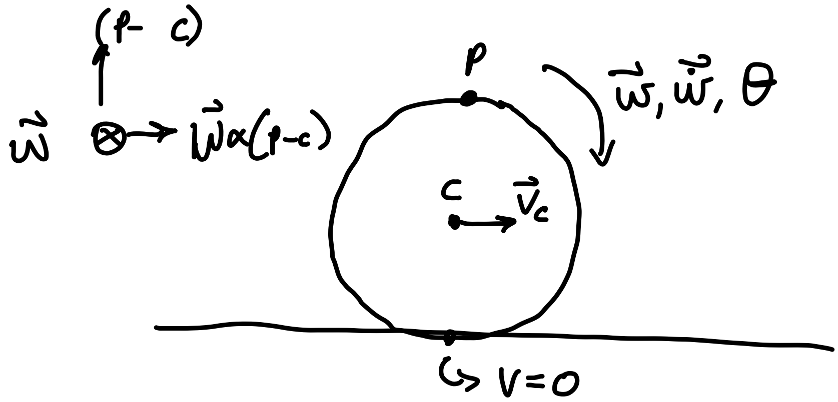

$\boxed{s = R\theta}$

Velocità = $\vec{v}_c = \frac{ds}{dt}\hat{i} = R\dot{\theta}\hat{i}$

$$\vec{a}_c = \frac{d\vec{v}_s}{dt} = R\ddot{\theta}\hat{i} = \vec{a}_{ct}$$

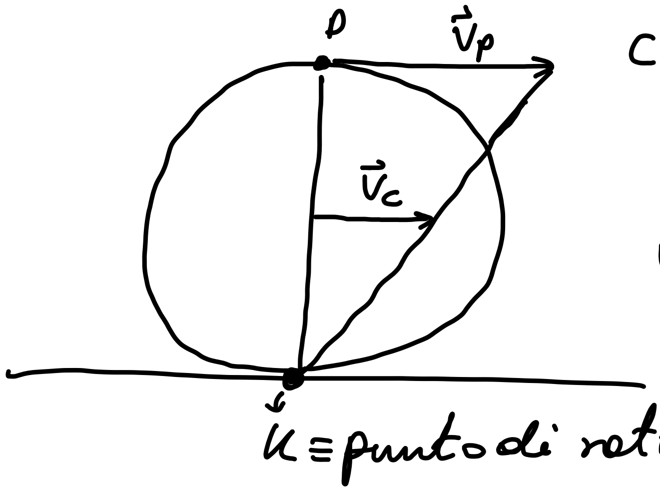
↳ è rettilinea, non c'è $a_n$

Velocità e accelerazione di $P \neq C$




Teorema di Rivance

$$\vec{v}_p = \vec{v}_c + \vec{w} \times (P-C)$$
$$= R\dot{\theta}\hat{i} + R\theta\hat{i}$$
$$= 2R\theta\hat{i}$$




CIR

$$\vec{v}_p = \vec{w} \times (P-K)$$
$$\vec{v}_p = \dot{\theta}\, 2R\, \hat{i}$$

La velocità di ogni punto del rotolamento è funzione della sua distanza dal punto di contatto, ogni punto della circonferenza diventerà punto di contatto e rotazione.

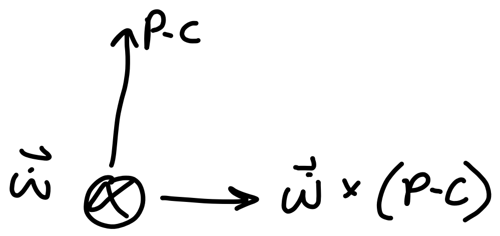
L'ente cinematico (il corpo) si muoverà

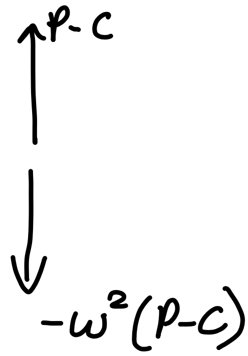
come il suo centro

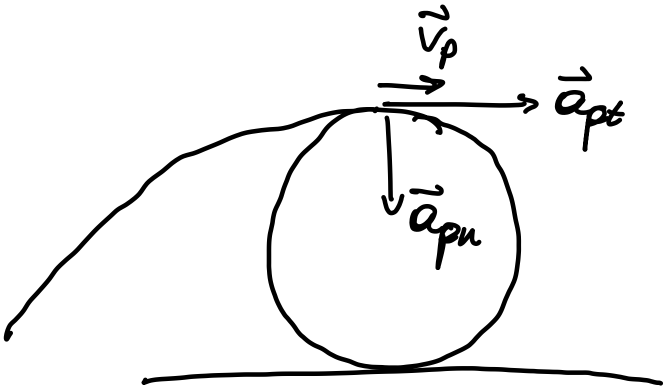
## Accelerazioni

$$\vec{a}_P = \vec{a}_C + \dot{\vec{\omega}} \times (P-C) - \omega^2 \times (P-C) =$$

$$= \ddot{\theta} R \hat{i} + \ddot{\theta} R \hat{i} - \dot{\theta}^2 R \hat{j} = \underbrace{2 R \ddot{\theta} \hat{i}}_{a_{ct}} \underbrace{- \dot{\theta}^2 R \hat{j}}_{a_{cn}}$$



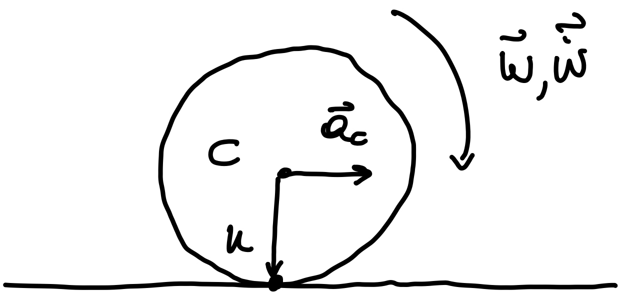




$$a_{Pn} = \frac{v_P^2}{\rho_c} = \frac{(2R\dot{\theta})^2}{\rho}$$

$$\rho_c = \frac{4R^2\dot{\theta}^2}{\dot{\theta}^2 R} = 4R$$

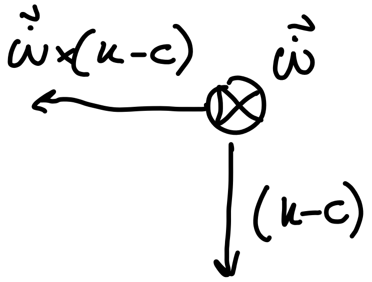
## Studio del CIR dell'accelerazione

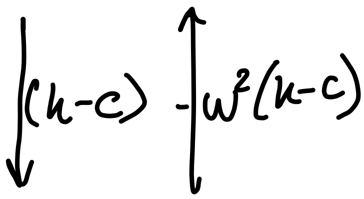


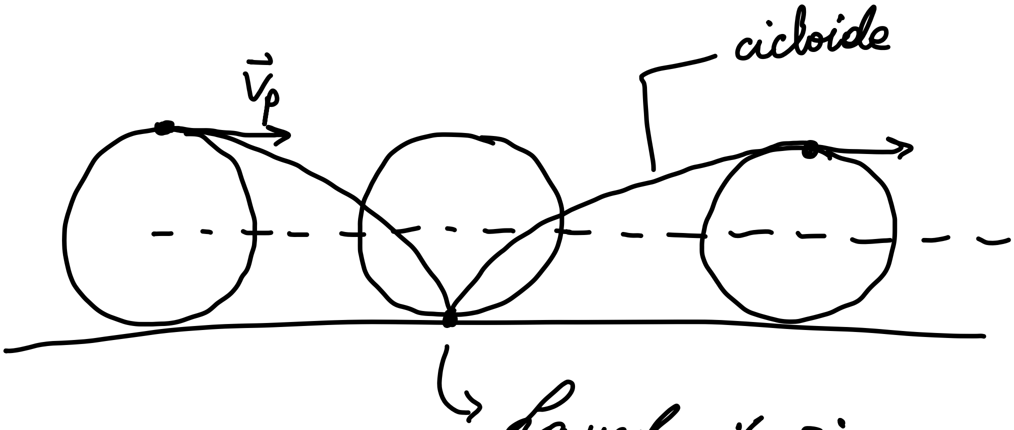

$$\vec{a}_K = \vec{a}_C + \dot{\vec{\omega}} \times (K-C) - \omega^2 (K-C)$$

$$= R\ddot{\theta}\hat{i} - R\ddot{\theta}\hat{i} + \dot{\theta}^2 R \hat{j}$$

$$= R\dot{\theta}^2 \hat{j}$$




La velocità si annulla, ma accelerazione non si annulla.

Sullo stesso corpo esistono traiettorie diverse per la sovrapposizione dei moti

Non si può applicare CIR

Lunedì: Applicazione di CIR