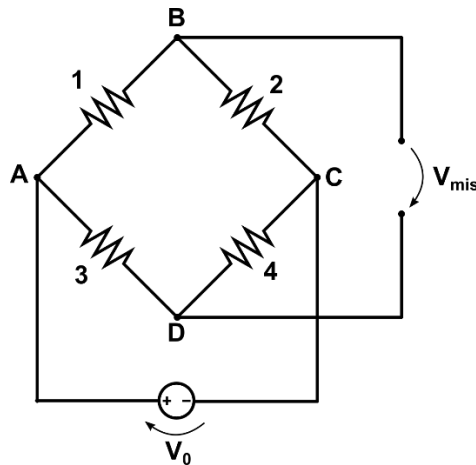


Esercizi di estensimetria

Richiami e convenzioni

Estensimetri e ponte di Wheatstone

La misura della variazione di resistenza legata alla deformazione degli estensimetri viene misurata mediante il circuito elettrico detto ponte di Wheatstone, mostrato in figura.



Nell'ipotesi che **tutti i lati del ponte abbiano inizialmente lo stesso valore di resistenza** (condizione che garantisce tra l'altro il bilanciamento iniziale del ponte) è possibile usare la seguente espressione che lega la tensione letta a valle della centralina di condizionamento con le variazioni di resistenza associate ai singoli lati del ponte

$$V_{letta} = G \cdot V_{mis} = G \frac{V_0}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} - \frac{\Delta R_3}{R_3} + \frac{\Delta R_4}{R_4} \right)$$

dove G rappresenta il guadagno (amplificazione del segnale) introdotto dalla centralina. **NB: l'espressione è valida in riferimento alle convenzioni indicate in figura!**

La deformazione meccanica del singolo estensimetro è legata alla variazione di resistenza attraverso il **gauge factor** k :

$$\frac{\Delta R_i}{R_i} = k \cdot \varepsilon_i$$

Il valore di k dipende dall'estensimetro. **Ai fini del corso, se non diversamente indicato, si assumono i seguenti valori di gauge factor:**

- $k = 2$ per estensimetri a conduttore
- $k = 100$ per estensimetri a semiconduttore

Nella pratica le resistenze del ponte possono essere estensimetri o resistenze di completamento. Si distinguono normalmente tre casi:

- *Quarto di ponte* se solo uno dei lati è effettivamente un estensimetro
- *Mezzo ponte* se solo due lati del ponte sono estensimetri
- *Ponte intero* se tutti i lati del ponte sono estensimetri

L'utilizzo di **più estensimetri** permette di aumentare la sensibilità complessiva e/o di compensare gli effetti della temperatura. Quando più lati del ponte sono usati per la misura di una deformazione meccanica, la

lettura in generale dipende dal numero di estensimetri impiegati e dalla loro disposizione sul componente da misurare. In genere si usa definire un coefficiente K_b detto **fattore di ponte** che permette di legare la lettura alla singola deformazione di interesse

$$V_{\text{letta}} = G \cdot \frac{V_0}{4} \cdot K_b \cdot k \cdot \varepsilon$$

Il guadagno introdotto dalla centralina non sempre è noto a priori (almeno non con accuratezza) e può essere quindi ricavato attraverso una procedura di calibrazione. Una possibilità è la **calibrazione mediante inserimento di una resistenza nota in parallelo** (spesso detta di *shunt*) a un lato del ponte (si assume che anche le resistenze dei lati siano note). Considerando il caso in cui la resistenza di shunt sia inserita in parallelo al lato i -esimo del ponte si hanno le seguenti espressioni

$$R_{//} = \left(\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_{shunt}} \right)^{-1} = \frac{R_i R_{shunt}}{R_i + R_{shunt}}$$

$$\Delta R_i = R_{//} - R_i$$

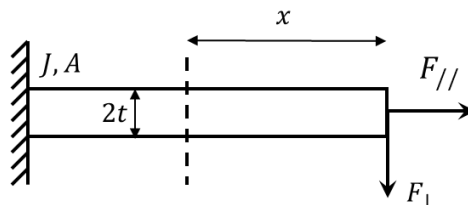
$$V_{\text{letta}} = G \frac{V_0}{4} \cdot \left(\pm \frac{\Delta R_i}{R_i} \right) \Rightarrow G = \pm \frac{4V_{\text{letta}}}{V_0} \frac{R_i}{\Delta R_i}$$

NB 1: il segno da usare per ricavare G dipende dal lato effettivo su cui la resistenza di shunt è collegata (secondo le convenzioni precedenti sarà + per i lati 1 e 4, sarà - per i lati 2 e 3)

NB 2: la $R_{//}$ è sempre minore della R_i quindi ΔR_i è sempre negativo

Sforzi e deformazioni

Si consideri la trave in figura, la cui sezione ha momento di inerzia J , area A e spessore $2t$



Lo **sforzo assiale** dovuto alla forza $F_{//}$ è pari a

$$\sigma = \frac{F_{//}}{A}$$

Lo **sforzo flessionale** dovuto alla forza perpendicolare all'asse della trave F_{\perp} è

$$\sigma = \frac{M_f \cdot t}{J} = \frac{F_{\perp} \cdot x \cdot t}{J}$$

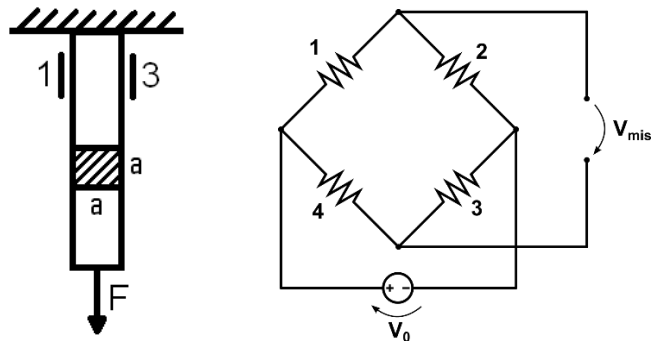
Spesso viene usato il modulo di resistenza alla flessione $W_f = \frac{J}{t}$ da cui si ha

$$\sigma = \frac{M_f}{W_f} = \frac{F_{\perp} \cdot x}{W_f}$$

Il **legame elastico tra sforzi e deformazioni** è $\sigma = E \cdot \varepsilon$

Esercizio 1

Ai fini di stimare il modulo elastico di una trave in opera, si decide di applicarvi un carico noto e misurarne le deformazioni. La misura avviene per mezzo di estensimetri in configurazione a mezzo-ponte per misure di forze assiali, come indicato in figura.



Si chiede di calcolare il modulo di Young del materiale sapendo che:

$a = 10 \text{ mm}$ (lato della sezione quadrata della trave)

$F = 10 \text{ kN}$ (forza applicata alla struttura)

$k = 2$ (sensibilità degli estensimetri utilizzati)

$V_0 = 2.5 \text{ V}$ (tensione di alimentazione del ponte di Wheatstone)

$G = 1000$ (guadagno introdotto dalla centralina di condizionamento del ponte)

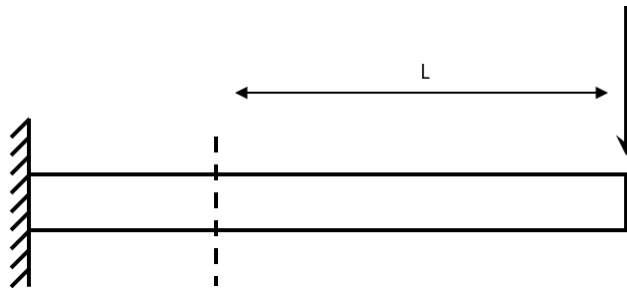
$V_{letta} = 3.25 \text{ V}$ (tensione di sbilanciamento del ponte letta a valle della centralina)

Esercizio 2

È necessario misurare la deformazione dovuta alla flessione della trave mostrata in figura in corrispondenza della linea tratteggiata, quando è applicata una forza all'estremo libero pari a 10 N. Sono disponibili 4 estensimetri a conduttore di uguale resistenza nominale.

- 1) Realizzare lo schema elettrico di collegamento degli estensimetri e indicare il loro posizionamento sulla trave (aiutarsi eventualmente con una vista in pianta della trave)
- 2) Sapendo:
 - Modulo elastico della trave $E = 70'000 \text{ MPa}$
 - Modulo di resistenza a flessione della trave $W_f = 160 \text{ mm}^3$
 - Alimentazione del ponte di Wheatstone $V_0 = 2.5 \text{ V}$
 - Guadagno introdotto dalla centralina di condizionamento $G = 1000$
 - Distanza sezione estensimetrata – punto di applicazione del carico $L = 200 \text{ mm}$

calcolare il valore di tensione V_{letta} ottenuta a valle della centralina.

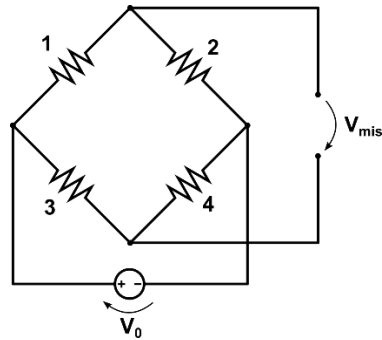
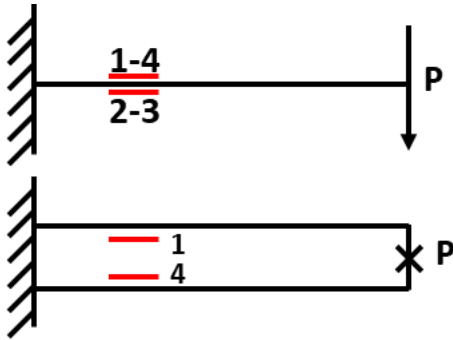


Esercizio 3

Si consideri una trave incastrata a cui è applicato un carico in corrispondenza dell'estremo libero. La trave è stata estensimetrata mediante 4 estensimetri ($R = 120\Omega$, gauge factor $k = 2$) collegati in un circuito a ponte di Wheatstone e disposti come in mostrato in figura. Il ponte è alimentato con una tensione $V_0 = 1V$ e in assenza di carico il ponte risulta bilanciato.

La centralina utilizzata per il condizionamento del ponte introduce un guadagno incognito sullo sbilanciamento del ponte. Al fine di valutare tale guadagno, una resistenza di calibrazione $R_{shunt} = 12\text{ k}\Omega$ è applicata in parallelo al lato 1 del ponte, ottenendo una lettura pari a $V_{letta}^{shunt} = -2.475V$.

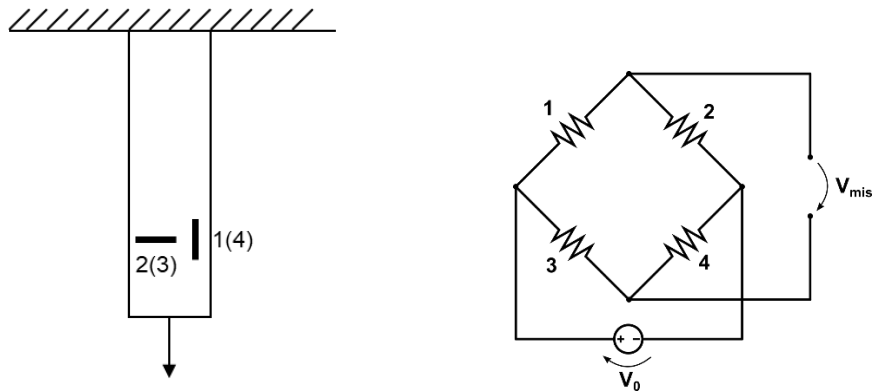
Si richiede di calcolare il guadagno introdotto dalla centralina.



Esercizio 4

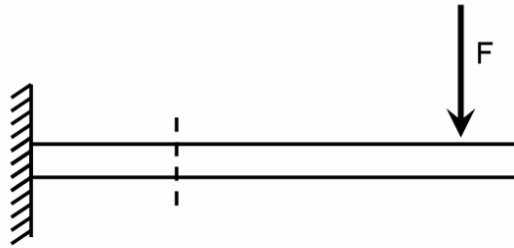
La trave in figura è stata estensimetrata come indicato per misure di deformazioni assiali a ponte intero. Calcolare il valore della deformazione quando la lettura della centralina di condizionamento del ponte restituisce un valore di 2.33 V, sapendo che:

- il ponte di Wheatstone è alimentato a 1 V
- la centralina di condizionamento del ponte introduce un guadagno pari a 1000
- gli estensimetri utilizzati sono a conduttore metallico
- la trave è in acciaio (modulo Young $E=206'000$ MPa, modulo Poisson $\nu=0.3$)



Esercizio 5

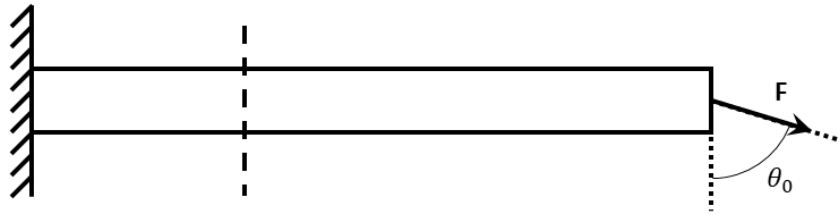
Si desidera misurare la deformazione nella sezione tratteggiata dovuta al momento flettente risultante dalla forza F applicata alla trave in figura.



1. Posizionare gli estensimetri sulla trave utilizzando una configurazione a mezzo ponte e indicare la rispettiva posizione sul circuito a ponte di Wheatstone.
2. Sapendo che
 - la tensione di alimentazione V_0 del ponte è pari a 2.5 V;
 - la sensibilità k degli estensimetri è pari a 2.004;
 - la centralina introduce un guadagno pari a 800;
 - la lettura dello sbilanciamento del ponte V_{letta} a valle della centralina è pari a 2.3 V;determinare la deformazione nella sezione estensimetrata.

Esercizio 6

Si desidera misurare la deformazione assiale ε_a nella sezione tratteggiata della trave mostrata in figura, quando all'estremo libero è applicata una forza F con un angolo di disallineamento $\theta_0 = 80^\circ$.

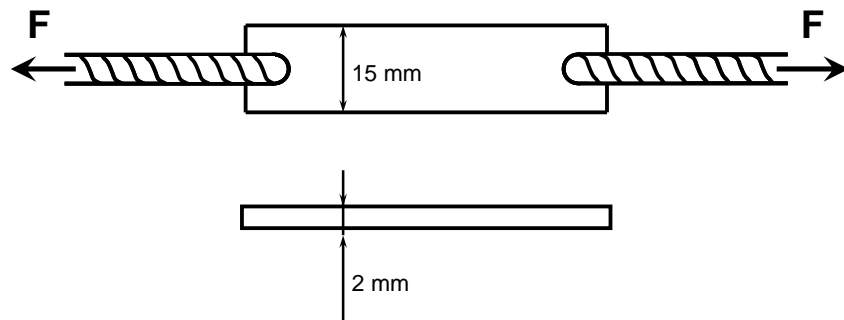


A tale fine si richiede di:

- 1) Posizionare gli estensimetri sulla trave utilizzando una configurazione a mezzo ponte e indicare la rispettiva posizione sul circuito a ponte di Wheatstone.
- 2) Determinare la lettura della centralina sapendo che:
 - la tensione di alimentazione V_0 del ponte è pari a 5 V
 - gli estensimetri sono a conduttore metallico
 - la centralina introduce un guadagno pari a 1000
 - la trave è in acciaio ($E = 206'000 MPa$) e ha sezione a I di area $A = 250 mm^2$
 - forza applicata vale $F = 3050 N$
- 3) Disponendo di un modulo di acquisizione dati capace di misurare tensioni fra 0 e 5V, specificare il numero di bit minimo N_{min} con il quale acquisire il segnale della centralina estensimetrica (V_{letta}) per ottenere una risoluzione nella misura della deformazione pari a $0.5 \mu\varepsilon$

Esercizio 7

Si desidera realizzare una cella di carico per la misura della forza assiale cui è sottoposta una fune. Si decide di estensimetrare la piastra in figura da inserire in serie alla fune.



- 1) Predisporre gli estensimetri per una misura a ponte intero che compensi eventuali disturbi termici.
- 2) Sapendo che
 - la piastra è in alluminio ($E=70'000\text{MPa}$, $\nu=0.33$)
 - gli estensimetri hanno sensibilità $k=2$
 - la centralina alimenta il ponte a 1V e introduce un guadagno pari a 1000

determinare la sensibilità della cella di carico ($S = \frac{\text{output [V]}}{\text{input [N]}}$)

Esercizio 8

La barra in acciaio ($E = 210'000MPa$, $W_f = 50mm^3$) è strumentata con quattro estensimetri a semiconduttore disposti come mostrato in figura. È noto che:

- la centralina di condizionamento del ponte alimenta a $2.5V$ e introduce un guadagno di 500
- le due sezioni estensimetricate sono ad una distanza $L = 50mm$

Si richiede di:

- Indicare la posizione degli estensimetri all'interno del ponte di Wheatstone che permetta di calcolare il carico applicato F conoscendo la lettura a valle della centralina
- Calcolare il carico applicato F nel caso in cui la lettura della centralina sia di $5V$

