Lab 03

↳ Simile all'ultima volta

$\underline{A}\underline{x} = \underline{b}$

A seconda di come si prendono B e g o P e α, la convergenza varia.

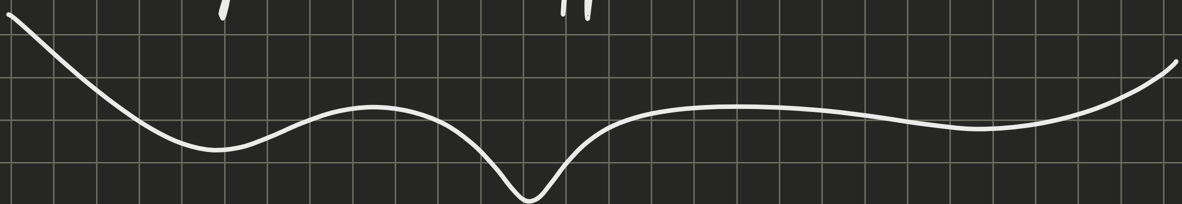
Per verificare la convergenza $\rho(B) < 1$

Jacobi e Gauss-Seidel possono essere scritte in tutti e due i modi.

↳ $\alpha = 1$

se A e P sdp, $\alpha_{opt} = \dfrac{2}{\lambda_{max}(P^{-1}A) + \lambda_{MIN}(P^{-1}A)}$

Si prendono P opportuni



Stazionario lo scorso laboratorio.

$\alpha_k = \alpha$

$$x^{(k+1)} = \underline{x} + \underbrace{\alpha_k}_{\text{se } \alpha_k \neq cost \Rightarrow \text{dinamico}} P^{-1} r^{(k)}$$

A, P sono sdp

1) $z^{(k)} = P^{-1} r^{(k)}$ ("\")

Passo aggiunto → 2) $\alpha_k = \dfrac{\left(z^{(k)}\right)^T r^{(k)}}{\left(z^{(k)}\right)^T A \left(z^{(k)}\right)}$

3) $x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha_k z^{(k)}$

4) $r^{(k+1)} =$

$O(n^2) \sim K(A)$

$$d = \frac{k(P^{-1}A) - 1}{k(P^{-1}A) + 1}$$

Gradiente coniugato

↳ $O(n)$ non $O(n^2)$

perché scala come $\sqrt{k(A)}$ → ci dobbiamo ricordare che è meglio.

↳ condizioni di ricerca sono ottimizzate

↳ l'errore scala con l'equazione $\underbrace{\dfrac{2c^{(k)}}{1 + c^{(2k)}}}_{\text{Fattore di Abbattimento}}$

↳ già presente in Matlab → pcg

↳ non rientra in richardson perché dobbiamo calcolare anche β_k

$$c = \frac{\sqrt{k(A)} - 1}{\sqrt{k(A)} + 1}$$

Gradiente $k \sim O(n^2) \to k(A)$

Gradiente Coniugato $k \sim O(n) \to \sqrt{k(A)}$

k = Iterazioni

$$K = A_1 n^2$$
$$k(A) = A_2 n^2$$

$$\log k = 2\log n + C$$
$$\log(k(A)) = 2\log N$$

$Y = 2X$ in scala logaritmica

$$Y_1 = 2X + \tilde{C}_1$$
$$Y_2 = 2X + \tilde{C}_2$$

Se la relazione tra n e iterazione è una potenza, cambiando a loglog, la pendenza diventerà la potenza stessa, che significa, che se due cose sono parallele avranno lo stesso ordine relativo a qualcosa.