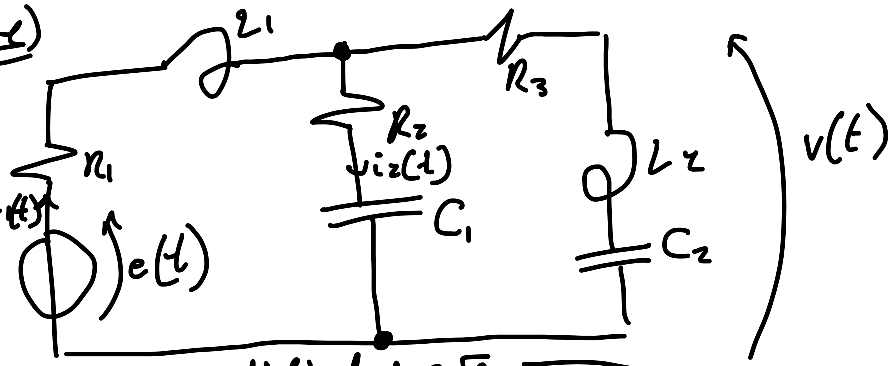
Esercitazione 6

I circuiti a regime alternato può esser trattato come circuito a regime diretto usando i numeri complessi

Esercizio 1)



già moltiplicato per $\sqrt{2}$

$e(t) = 14 \sin(10 \cdot t)$

$R_1 = 2\Omega$	$L_1 = 0{,}1\ H$	$v(t)$?
$R_2 = 1\Omega$	$L_2 = 0{,}5\ H$	$i_1(t)$?
$R_3 = 4\Omega$	$C_1 = C_2 = 0{,}1\ F$	$i_2(t)$?

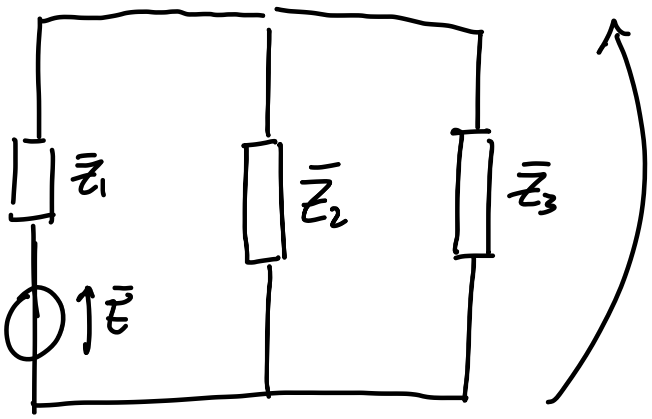
$\omega = 10 \frac{rad}{s} \Rightarrow f = \frac{5}{\pi}$

$e(t) = 14 \cdot \cos(10 \cdot t - \frac{\pi}{2})$

$\bar{E} = \frac{14}{\sqrt{2}} e^{-j\frac{\pi}{2}}$

$= -j\ 9{,}89\ V$

Abbiamo già valore di picco vogliamo il valore efficace



$$\bar V_M = \frac{\frac{\bar E}{\bar Z_1}}{\frac{1}{\bar Z_1}+\frac{1}{\bar Z_2}+\frac{1}{\bar Z_3}} = -2{,}51-3{,}43j \ V$$

$$\bar Z_1 = R_1 + j\omega L_1 = 2 + 1j \ \Omega$$

$$\bar Z_2 = R_2 - j\frac{1}{\omega C_1} = 1 - 1j \ \Omega$$

$$\bar Z_3 = R_3 + j\omega L_2 - j\frac{1}{\omega C_2} = 4 + 4j \ \Omega$$

Calcolo nel dominio del tempo:

$$\bar I_1 = \frac{\bar E - V_M}{\bar Z_1} = 0{,}53 = 0{,}286 - j\,3{,}089 \ A$$

$$\bar I_2 = \frac{V_M}{\bar Z_2} = 0{,}458 - j\,2{,}976 \ A$$

$$\bar V = \underbrace{\frac{j\omega L_2 - j\frac{1}{\omega C_2}}{\bar Z_3}}_{\text{Partitore di tensione}} \cdot \bar V_M = 0{,}457 - j\,2{,}972 \ V$$

Cambio in dominio del tempo: (Con calcolatrice, riscrivere e premere

$i_1(t) = 3{,}102\, e^{j1{,}66}$ $\quad$ $i_1(t) = -\sqrt{2}\cdot 3{,}102 \cos(10t - 1{,}66)\ A$

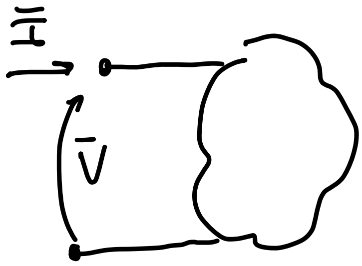
$i_2(t) = 3{,}011\, e^{-1{,}4j}$ $\quad$ $i_2(t) = -\sqrt{2}\cdot 3{,}011 \cos(10t - 1{,}4)\ A$

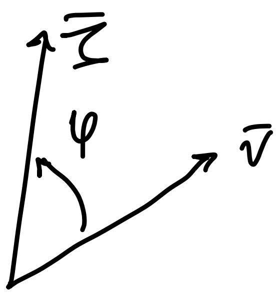
$v(t) = 3{,}01\, e^{-j\cdot 1{,}42}$ $\quad$ $v(t) = \sqrt{2}\cdot 3{,}01 \cos(10t - 1{,}42)\ V$

si mette sempre il valore efficace con $\sqrt{2}$

Potenza nel regime alternato → equazioni importanti

↳ Si usano i valori efficaci





Una convenzione

potenza attiva $P = VI\cos(\varphi)$

potenza reattiva $Q = VI\sin(\varphi)$

potenza apparente $A = VI$

$\bar{A} = \bar{V}\underline{I}$ } Convenzione che useremo

$= P + jQ$

$= VI\cos(\varphi) + jVI\sin(\varphi)$

Modulo

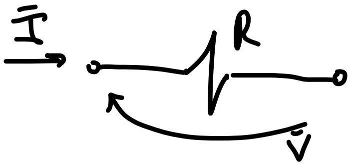
$$\bar{A} = \frac{V^2}{\underline{Z}} = \bar{Z} I^2$$

$\bar{V} = Ve^{j\varphi_V}$ $\quad \varphi = \varphi_V - \varphi_I$

$\bar{I} = Ie^{j\varphi_I}$

$\Downarrow$

$\underline{I} = Ie^{-j\varphi_I}$ } Cambia segno solo la parte immaginaria



$\bar{A} = \bar{V}\underline{I} \rightarrow \bar{V} \cdot \frac{\underline{V}}{R}$ } Complesso coniugato della tensione

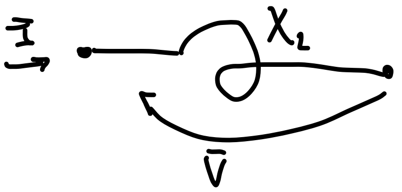
$= \frac{V^2}{R} = P$

perchè $\bar{V} \cdot \underline{V} = V^2$ in Modulo

$\rightarrow R\bar{I} \cdot \underline{I} = RI^2 = P$

$\rightarrow$ Con solo R $\rightarrow$ A, V e I sono reali

$$\boxed{\begin{matrix} P \geq 0 \\ Q = 0 \end{matrix}}$$



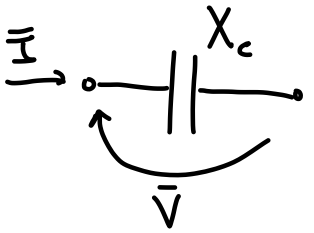
$$\bar{A} = \bar{V}\underline{I} \rightarrow \bar{V}\frac{V}{-jX_L} = j\frac{V^2}{X_L} = \bar{A} = jQ$$

(-) perchè coniugato

$$\rightarrow \underline{I} \cdot jX_L \cdot \bar{I} = jX_L I^2 = \bar{A} = jQ$$

solo immaginario

$$\boxed{\begin{matrix} P = 0 \\ Q \geq 0 \end{matrix}}$$



$$\bar{A} = \bar{V} \cdot \underline{I} \rightarrow \bar{V} \cdot \frac{V}{jX_c} = -j\frac{V^2}{X_L} = \bar{A} = jQ$$

$$\rightarrow -jX_c \bar{I}\,\underline{I} = -jX_c I^2 = \bar{A} = jQ$$

(+) perchè coniugato

$$\boxed{\begin{matrix} P = 0 \\ Q \leq 0 \end{matrix}}$$

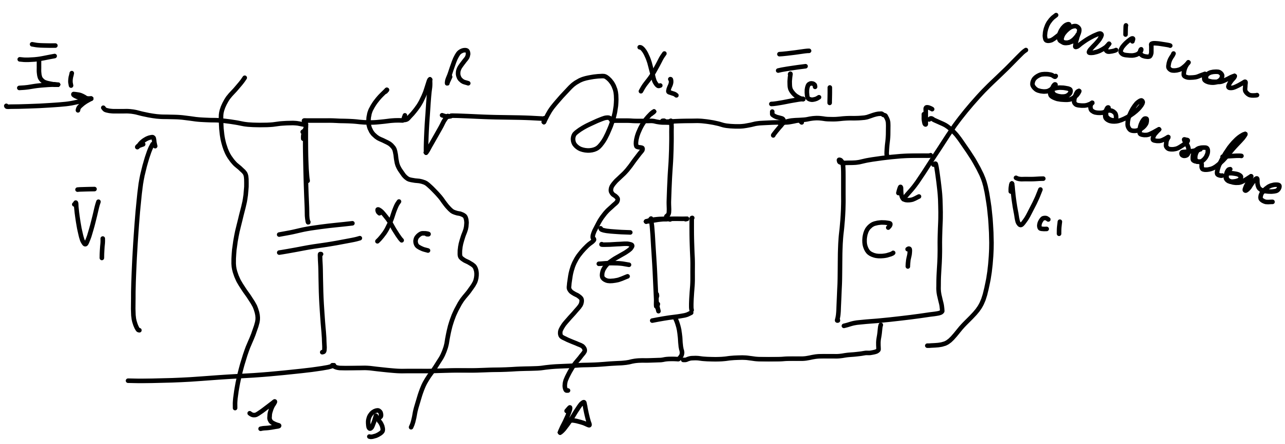
$$\bar{X} = x_a + jx_b \Rightarrow \underline{X} = x_a - jx_b \Rightarrow Xe^{j\varphi} \rightarrow Xe^{-j\varphi}$$

generica grandezza

Metodo di Boucherot

↳ si consente di usare solo numeri reale per calcolare le potenze

Circuito con questa struttura:



$R = 2\,\Omega$

$X_C = 3\,\Omega$ $\quad$ $V_{C1} = 200V$ $\quad$ $?\,V_1$

$X_L = 1\,\Omega$ $\quad$ $P_{C1} = 1200W$ $\quad$ $?\,I_1$

$\bar{Z} = 4 + j7\,\Omega$ $\quad$ $\cos(\varphi_{C1}) = 0{,}8$ ritardo $\quad$ $?\,\underbrace{\cos(\varphi_1)}_{\text{quello che vogliamo il più possibile vicino a } 0{,}9}$

Metodo di Boucherot → dividiamo in sezioni e calcoliamo la somma di tutte le potenze

<u>Sezione A</u>

$$Q_{C1} = A_{C1}\sin(\varphi_{C1}) =$$

$$= \frac{P_{C1}}{\cos(\varphi_{C1})} \cdot \sin(\varphi_{C1})$$

$$= \frac{P_{C1}}{\cos(\varphi_{C1})} \cdot \underbrace{\underbrace{\sqrt{1-\cos^2(\varphi_I)}}_{\sin^2\varphi+\cos^2\varphi=1}}_{\text{più preciso}} = 900\,VAR$$

↳ (var)
↳ per pubblicazioni

$\bar{V}_{C1} = 200\ V$

↳ supponiamo $\bar{V}_{C1}$ sia su asse reale del sistema di riferimento.

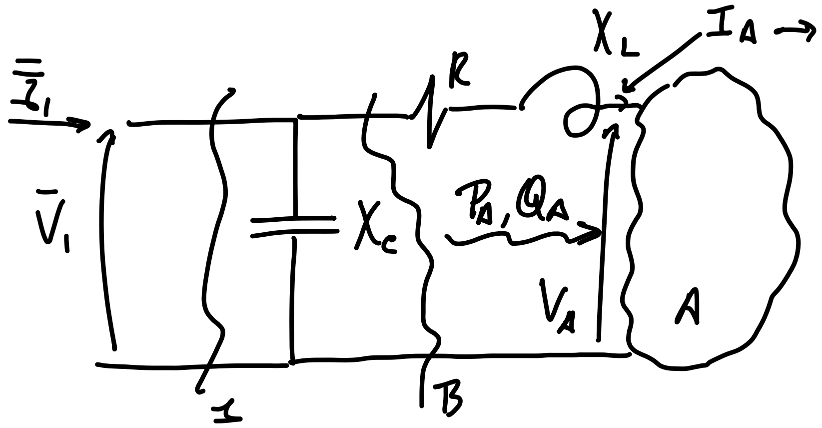
$$\bar{A}_Z = \frac{V_{C1}^2}{\underline{Z}} = \frac{200}{4-7j} = \underbrace{2461}_{P_Z} + j\cdot\underbrace{4308}_{Q_Z}\ VA$$

$P_Z = 2461\ W$

$Q_Z = 4308\ VAR$

$P_A = P_{C1} + P_Z = 3631\ W$

$Q_A = Q_{C1} + Q_Z = 5208\ VAR$



Calcoliamo I_A perché è conservato nella sezione B

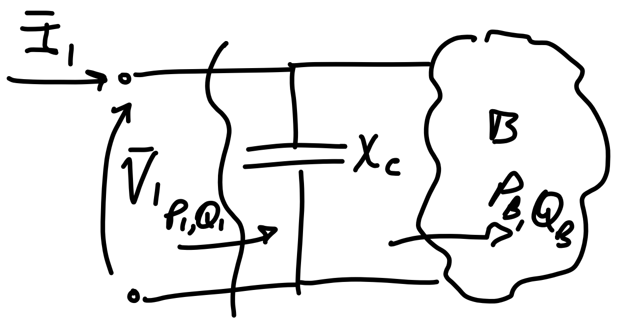
$$I_A = \frac{\sqrt{P_A^2 + Q_A^2}}{V_A}$$

o si può fare = $\boxed{I_A^2 = \frac{P_A^2 + Q_A^2}{V_A^2}} = 1013\ A^2$

Sezione B

$P_B = P_A + R I_A^2 = 5687\ W$

$Q_B = Q_A + X_L I_A^2 = 8247\ VAR$



Si conserva la tensione perché è conservata

$$V_B^2 = \frac{P_B^2 + Q_B^2}{I_A^2} = 99067 \ V^2$$

$I_B = I_A$

$$P_1 = P_B = 5687 \ W$$

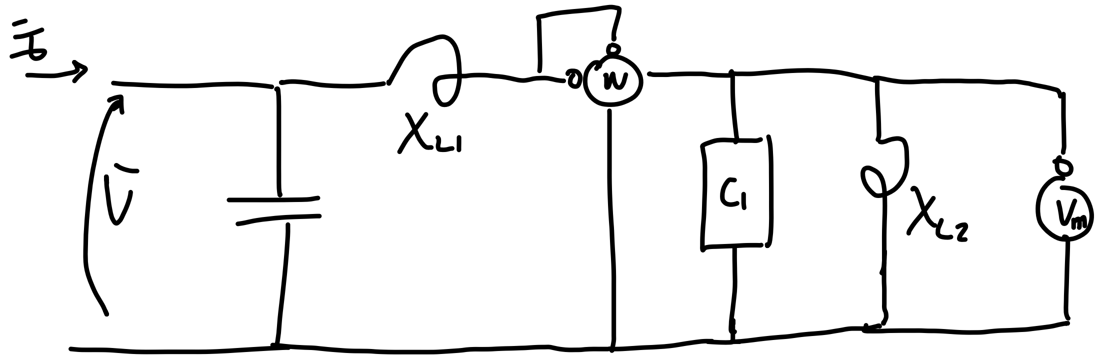
$$Q_1 = Q_B - \frac{V_B^2}{X_c} = -90820 \ VAR$$

$$V_1 = \sqrt{V_B^2} = 314{,}75 \ V$$

$$I_1 = \frac{\sqrt{P_1^2 + Q_1^2}}{V_1}$$

$$\cos(\varphi_1) = \frac{P_1}{V_1 I_1} = \frac{P_1}{\sqrt{P_1^2 + Q_1^2}} = 0{,}0626$$ in anticipo perché $Q < 0$

Esercizio 3

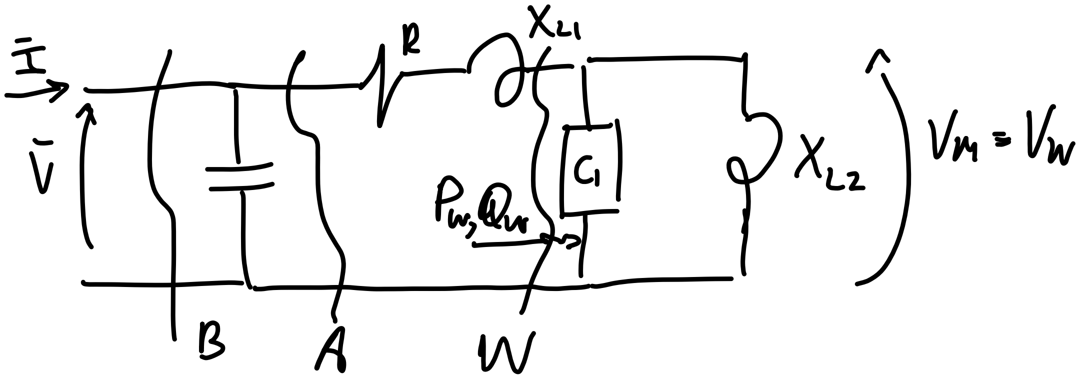


$R = 1{,}2\,\Omega$

$X_{L1} = 3\,\Omega$ $\quad V_M = 80\,V$ $\quad V = ?$

$X_{L2} = 2\,\Omega$ $\quad P_W = 1200\,W$ $\quad I = ?$

$X_C = 1{,}5\,\Omega$ $\quad \cos(\varphi_{C1})$ $\quad \cos(\varphi) = ?$

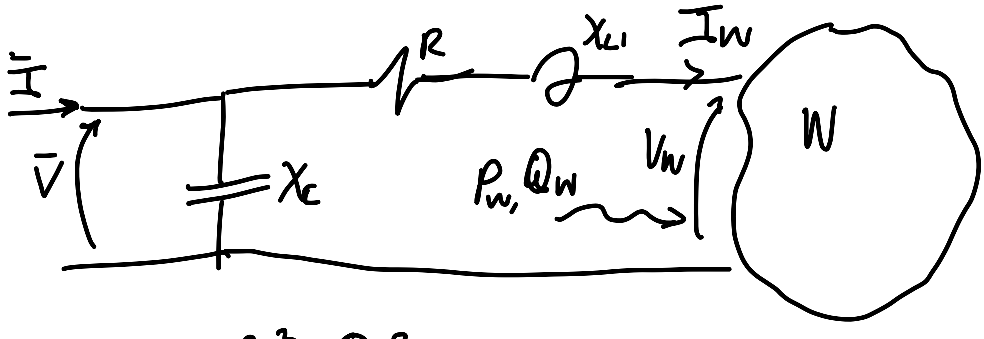


$$P_{C1} = P_W = 1200\,W$$

$$Q_{C1} = + P_W \frac{\sqrt{1-\cos^2(\varphi_{C1})}}{\cos(\varphi_{C1})} = 583{,}19\,VAR$$

$$Q_W = Q_{C1} + \frac{V_W^2}{X_{L2}} = 3781{,}19\,VAR$$

Sezione A

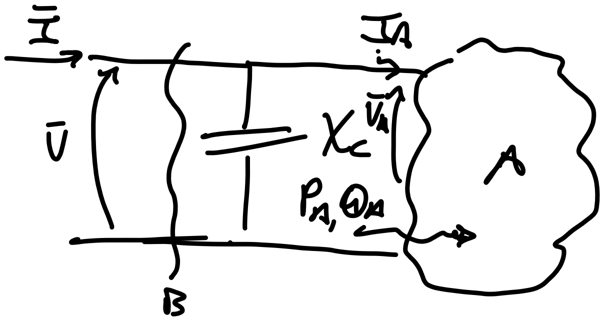


$$I_W^2 = \frac{P_W^2 + Q_W^2}{V_W^2} = 2459\,A$$

$$P_A = P_W + R I_W^2 = 4151\,W$$

$$Q_A = P_A + X_{L1} I_W^2 = 11158\,VAR$$

Sezione B



$$P_B = P_A$$

$$V_A = V_B = V = \sqrt{\frac{P_A^2 + Q_A^2}{I_A^2}} = 240\,V$$

$$Q_B = Q_A - \frac{V^2}{X_c} = -27242 \text{ VAR}$$

$$I = \frac{\sqrt{P_B^2 + Q_B^2}}{V} = 114{,}3\,A$$

$$\cos(\varphi) = \frac{P_B}{VI} = 0{,}15$$ in anticipo perché $Q<0$