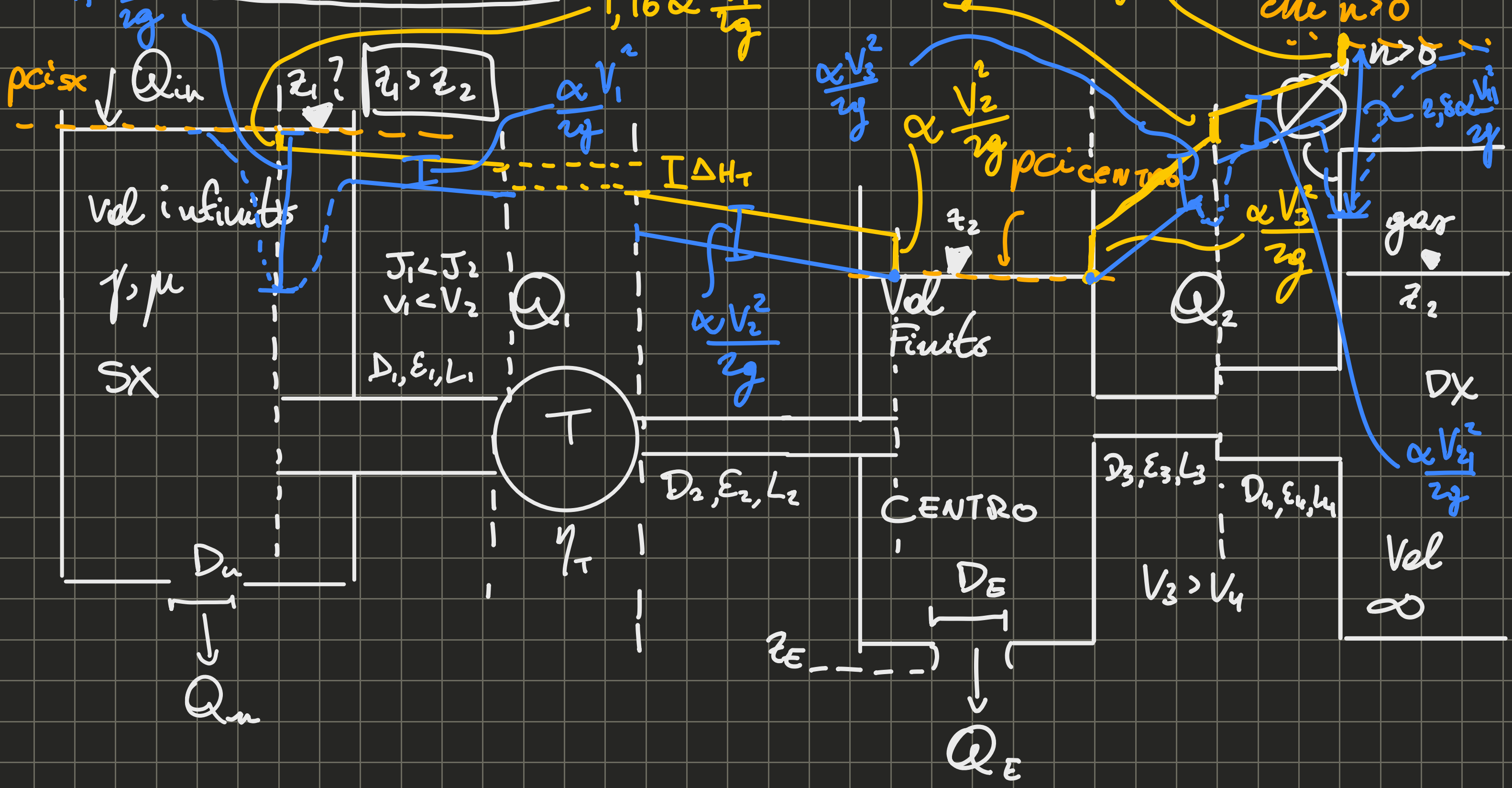
Esercitazione 6



? $n, W_T, Q_1, Q_2, Q_E, z_1$

I) Prima cosa da fare nei temi d'esame è di definire i versi delle portate.

a) confronto pci dei serbatoi → in assenza di pompe

- $H_{SX} > H_{CENTRO}$ $\xrightarrow{Q_1}$

  $z_1 > z_2$ → possiamo dirlo perché c'è una turbina, se fosse una pompa non potremmo dirlo.

- $z_2 + \frac{n}{\gamma} > z_2 \; (n>0) \Rightarrow \xleftarrow{Q_2}$

b) Efflussi → Tutti uscenti palesemente

II) Schema di risoluzione

a) Incognite (7) ⇒ 7 equazioni

b) Trovo le 7 equazioni

Equazioni:

1) Equazione moto condotta di Sx ($H_m - H_v = \sum \Delta H$)

Incognite in questa equazione: $z_1, Q_1, \Delta H_T$

2) Equazioni di moto della condotta di destra ($H_m - H_v = \sum \Delta H$)

Incognite: $Q_{2,u}$

3) Efflusso da $D_u \rightarrow Q_u = c_v \cdot C_c \, A_u \sqrt{2g(z_1 - z_u)}$

Incognita: z_1

4) Efflusso D_E

↳ incognita Q_E

5) Continuità Serbatoio centro $= \sum Q_{in} = \sum Q_{out}$

$Q_1 + Q_2 = Q_E$

6) Continuità SX

↳ Incognita Q_1

7) $W_T = \eta_T \gamma Q_1 \Delta H_1$

↳ Incognite $= \Delta H_T, W_T, Q_1$

Conviene risolvere le 3, 4 e 6.

Iniziamo dagli efflussi 3, 4, 6

3) $Q_u = C_v \cdot C_c \frac{\pi D_u^2}{4} \sqrt{2g(z_1 - z_u)}$

c'è sempre

$\rightarrow$ 0,97 ÷ 0,98
$\rightarrow$ coefficiente di efflusso

$\rightarrow$ coefficiente di contrazione 0,61
$\rightarrow$ non c'è sempre

Si scrivono anche i valori e si scrive QED che si trova z_1, non serve scrivere l'equazione inversa per trovare z_1.

4) $$Q_E = \underbrace{C_V}_{0{,}97-0{,}98} \cdot \frac{\pi D_E^2}{4} \cdot \sqrt{2g(z_2 - z_E)} \rightarrow Q_E$$

6) $$Q_{in} = Q_{out} = Q_1 + Q_u \rightarrow Q_1 \text{ determinata}$$

5) $$\underbrace{Q_1}_{\text{Trovata}} + Q_2 = \underbrace{Q_E}_{\text{Trovata}} \rightarrow Q_2$$

1) -LCT/LP

$$H_m - H_v = \sum \Delta H$$

$$z_1 - z_2 = 1{,}16\, \alpha \frac{V_1^2}{2g} + J_1 \cdot L_1 + \underbrace{\Delta H_T}_{\text{Unica incognita}} + J_2 \cdot L_2 + \alpha \frac{V_2^2}{2g}$$

Problema di Progetto

ciclo

$$Q_1 \rightarrow V_i = \frac{Q_1}{\frac{\pi D_i^2}{4}} \rightarrow Re_i = \rho \frac{V_i D_i}{\mu} \rightarrow \lambda_i = \lambda_i\left(Re_i, \frac{\varepsilon_i}{D_i}\right)$$

$i = 1,2$

$$\rightarrow J_i = \frac{\lambda_i V_i^2}{2g D_i} \rightarrow \text{Equazione del moto} \rightarrow \underset{\text{Ricavo}}{\Delta H_T}$$

7) Ricavo W_T

2) $H_m - H_v = \sum \Delta H$

- LCT / LP

$$z_2 + \frac{p}{\gamma} - z_2 = 0{,}5\alpha\frac{V_4^2}{2g} + m\alpha\frac{V_3^2}{2g} + J_4 L_4 + J_3 \cdot L_3 + \alpha\frac{V_3^2}{2g}$$

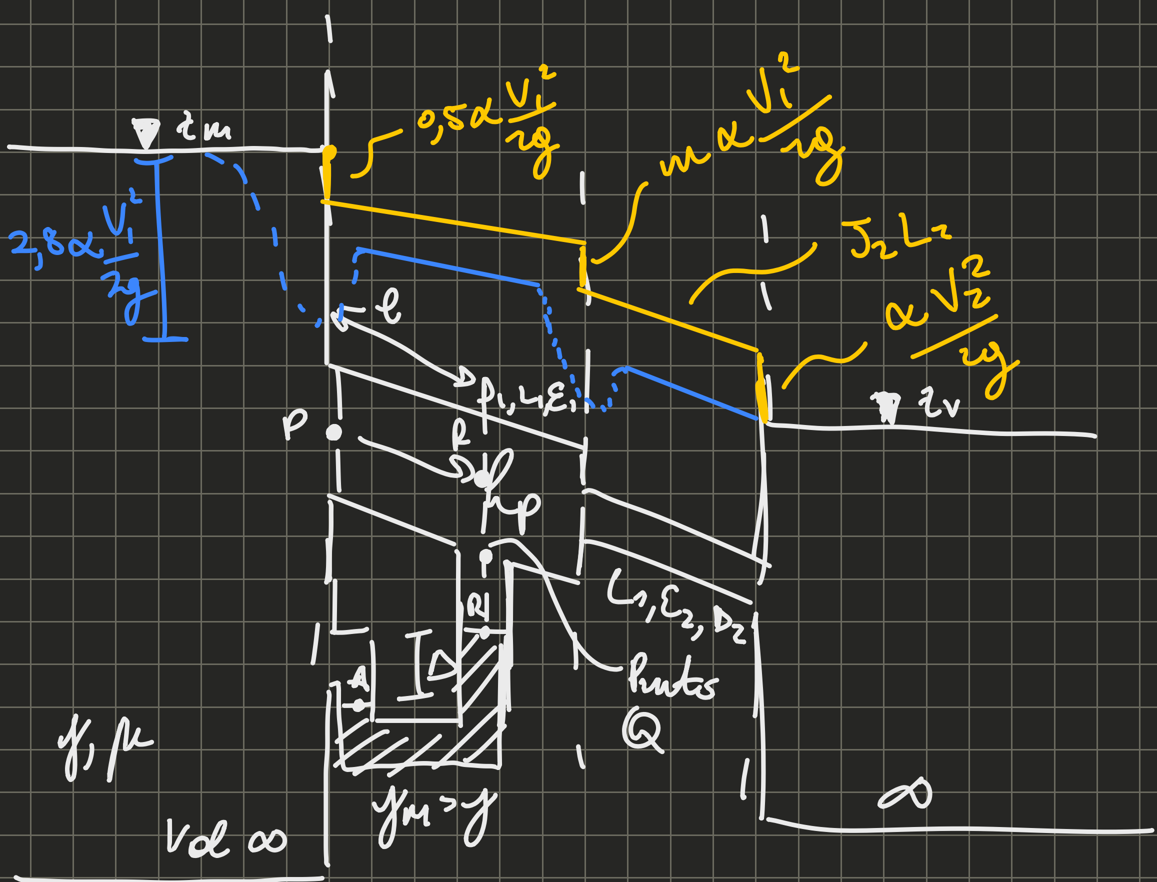
Incognita → a

Problema di Progetto (Esplicito) → stesso procedimento di prima

con $i = 3, 4$

Esercizio 6 di dispense

<u>Manometri in condotta</u>



Dati μ, γ, γ_m, $\Delta, \ell, D_i, \varepsilon_i, L_i$

? $(z_m - z_v)$

Q

la direzione di Q, prendiamo Q ipotesi →

Equazione 1:

$$\underbrace{z_M - z_V}_{\text{Incognita}} = \underbrace{0,5\alpha \frac{V_1^2}{2g} + J_1 L_1 + m\alpha\frac{V_2^2}{2g} + J_2 L_2 + \alpha\frac{V_2^2}{2g}}_{\text{Incognita di } Q}$$

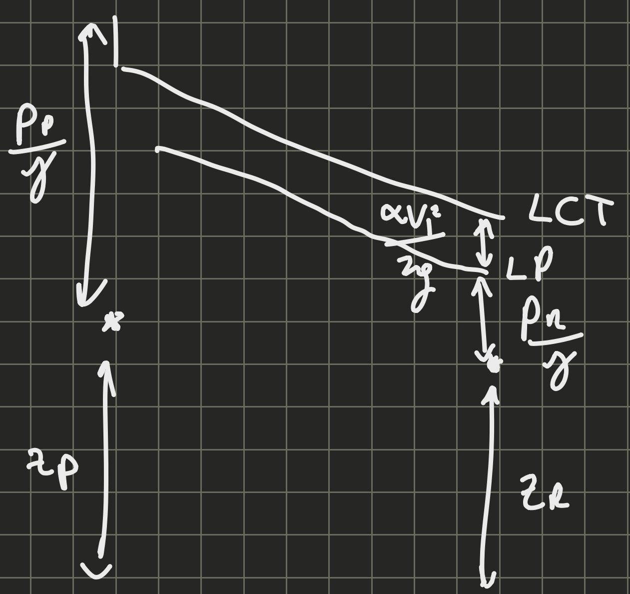
Equazione 2: Da manometro.

Scriviamo l'equazione di moto tra i due bracci del manometro.

$$\underset{(P)}{H_m} - \underset{(R)}{H_V} = \sum (\Delta H)$$

$$\underbrace{\overbrace{z_P + \frac{p_P}{\gamma}}^{H_m}}_{= z_M} - \underbrace{z_R + \frac{p_R}{\gamma} + \alpha\frac{V_1^2}{2g}}_{H_R} = 0,5\alpha\frac{V_1^2}{2g} + J_1 l$$

Lo spostiamo allora destra per semplicità.



Stevino tra P ed A → si può perché p è ancora tecnicamente parte del serbatoio.

$z_R = z_A + \frac{p_A}{\gamma}$ (Stevino

In R la corrente CGV allora $z + \frac{p}{\gamma} = cost$

$$z_R + \frac{p_R}{\gamma} \underset{\text{CGV}}{=} z_Q + \frac{p_Q}{\gamma} \underset{\text{Stevino}}{=} z_B + \frac{p_B}{\gamma}$$

$\Delta = z_B - z_A$

$p_A = p_B + \Delta \gamma_m$

$$\overbrace{z_A + \frac{p_A}{\gamma}}^{z_M} - \left(z_B + \frac{p_B}{\gamma}\right) = -\Delta + \cancel{\frac{p_B}{\gamma}} + \frac{\Delta \gamma_m}{\gamma} - \cancel{\frac{p_B}{\gamma}} = -\Delta + \frac{\Delta \gamma_m}{\gamma}$$

$$= \frac{\Delta(\gamma_m - \gamma)}{\gamma}$$

$z_A - z_B = -\Delta$

$$\underbrace{\frac{\Delta(\gamma_m - \gamma)}{\gamma}}_{>0 \text{ perché } \gamma_m > \gamma} = \underbrace{\alpha \frac{V_1^2}{2g} + 0{,}5\,\alpha \frac{V_1^2}{2g} + J_1 L}_{>0}$$

>0 perché $\Rightarrow$ >0 $\Rightarrow$ la ipotesi su ⓐ è valida.

$\gamma_m > \gamma$

Ipotesi verificate.

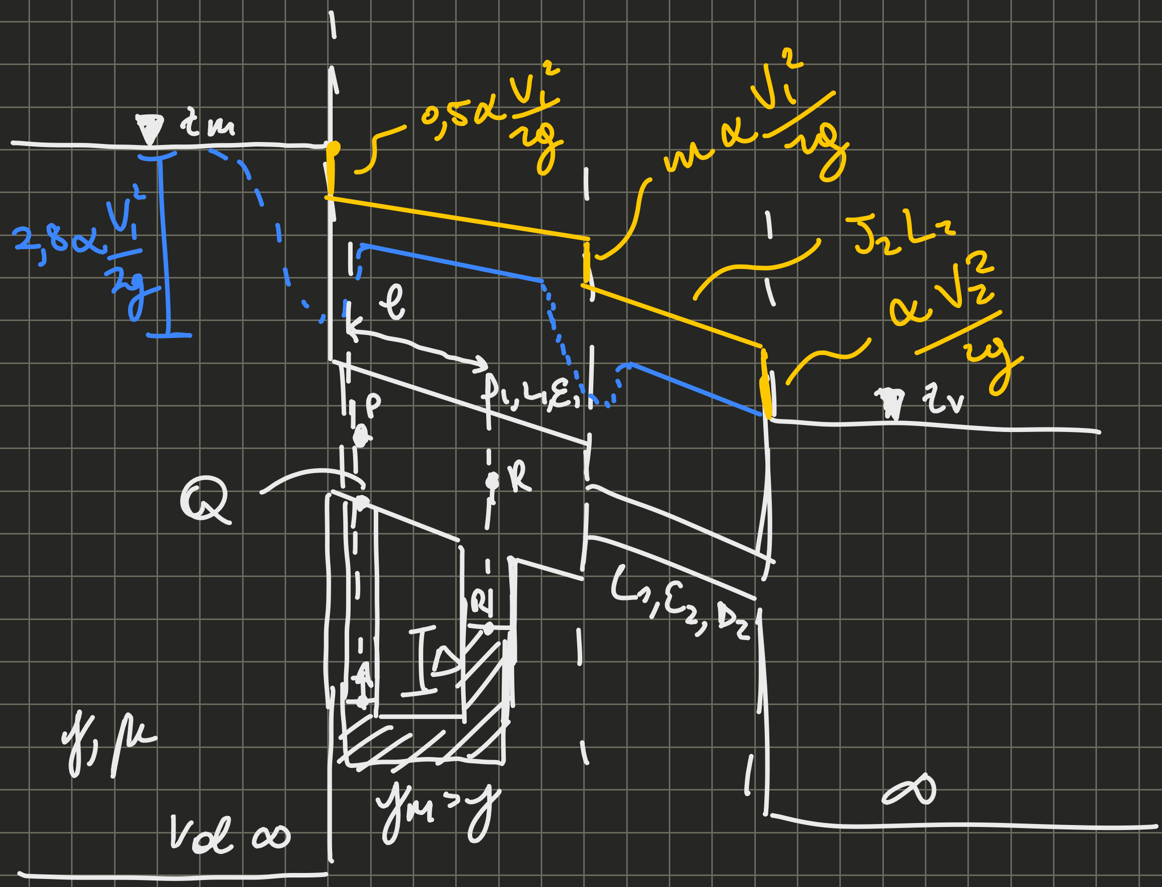
↳ Possiamo usare questo per trovare Q, questo è un problema di progetto (implicito) ⇒ ciclo iterativo

Ciclo iterativo per determinare Q. → $Q, \lambda_s, Re_s, J_1, V_1$

↳ Sottociclo per determinare λ_s.

Si può fare un problema di progetto esplicito con l'equazioni 1.

Esercizio 7:



Dati: μ, γ, γ_m

$\Delta, \ell,$

D_i, ε_i, L_i

$?(z_m - z_v)$

Q

Ipotesi $\xrightarrow{\quad Q \quad}$

Equazione 1

$$(z_m - z_v) = 0{,}5\alpha \frac{V_1^2}{2g} + J_1 L_1 + m\alpha \frac{V_2^2}{2g} + J_2 L_2 + \alpha \frac{V_2^2}{2g}$$

se $H_P > H_R \Rightarrow$ ipotesi verificata,
perché Q è nella direzione da maggiore a minore carico.

z è sempre rispetto ad un piano generico che scegliamo noi.

$$\left(z_P + \frac{p_P}{\gamma} + \cancel{\alpha\frac{V_1^2}{2g}}\right) - \left(z_R + \frac{p_R}{\gamma} + \cancel{\frac{\alpha V_1^2}{2g}}\right) = \left(z_P + \frac{p_P}{\gamma}\right) - \left(z_R + \frac{p_R}{\gamma}\right)$$

$(*)$

Sono sullo stesso tubo quindi hanno la stessa cinetica.

Utilizziamo come prima le corrente CGV:

$$- z_P + \frac{p_P}{\gamma} = z_Q + \frac{p_Q}{\gamma} = z_A + \frac{p_A}{\gamma}$$

CGV Stevino

$$- z_R + \frac{p_R}{\gamma} = z_B + \frac{p_B}{\gamma}$$

Manometro: $\Delta = z_B - z_A$

$p_A = p_B + \Delta \gamma_M$ (Stevino

$(*)$ $\left(z_A + \frac{p_A}{\gamma}\right) - \left(z_B + \frac{p_B}{\gamma}\right) = \underbrace{-\Delta}_{z_A - z_B} + \cancel{\frac{p_B}{\gamma}} + \frac{\Delta \gamma_M}{\gamma} - \cancel{\frac{p_B}{\gamma}} =$

$= \dfrac{\Delta(\gamma_M - \gamma)}{\gamma} > 0$? $\rightarrow$ si $\Rightarrow$ ipotesi verificata.

Equazione 2

$$H_p - H_R = J_1 \, l \rightarrow \boxed{\frac{\Delta(\gamma_m - \gamma)}{\gamma} = J_1 l} \rightarrow J_1 = \frac{\Delta}{l}\frac{(\gamma_m - \gamma)}{\gamma}$$

Questo è un problema noto come a cadente nota.

Problema a cadente nota

- Darcy-Whitebach $J_1 = \lambda_1 \frac{V_1^2}{2g D_1} \rightarrow \lambda_1 = \frac{2g D_1 J_1}{V_1^2}$ → Incognita

- Reynolds $Re_1 = \rho \frac{V_1 D_1}{\mu}$

In CW si ha $Re_1 \sqrt{\lambda_1} = \rho \frac{\cancel{V_1} D_1}{\mu} \cdot \sqrt{\frac{2g D_1 J_1}{\cancel{V_1^2}}} = \underbrace{Re_1 \sqrt{\lambda_1}}_{\text{Noto}}$

perché è indipendente da V_1 che era l'unica incognita.

$$CW \rightarrow \lambda_1 = \left[-2 \log \left(\frac{2{,}51}{Re_1 \sqrt{\lambda_1}} + \frac{\varepsilon_1}{3{,}71 D_1} \right) \right]^{-2}$$

→ si trova immediatamente λ_1 in modo esplicito.

- Avendo trovato λ_1 isoliamo V_1 in darcy-Whitbach

$$V_1 = \sqrt{\frac{2g D_1 J_1}{\lambda_1}}$$

$$\rightarrow Q_1 = V_1 \cdot \frac{\pi D_1^2}{4}$$

Se il manometro è disposto così si ha il problema del cadente noto.