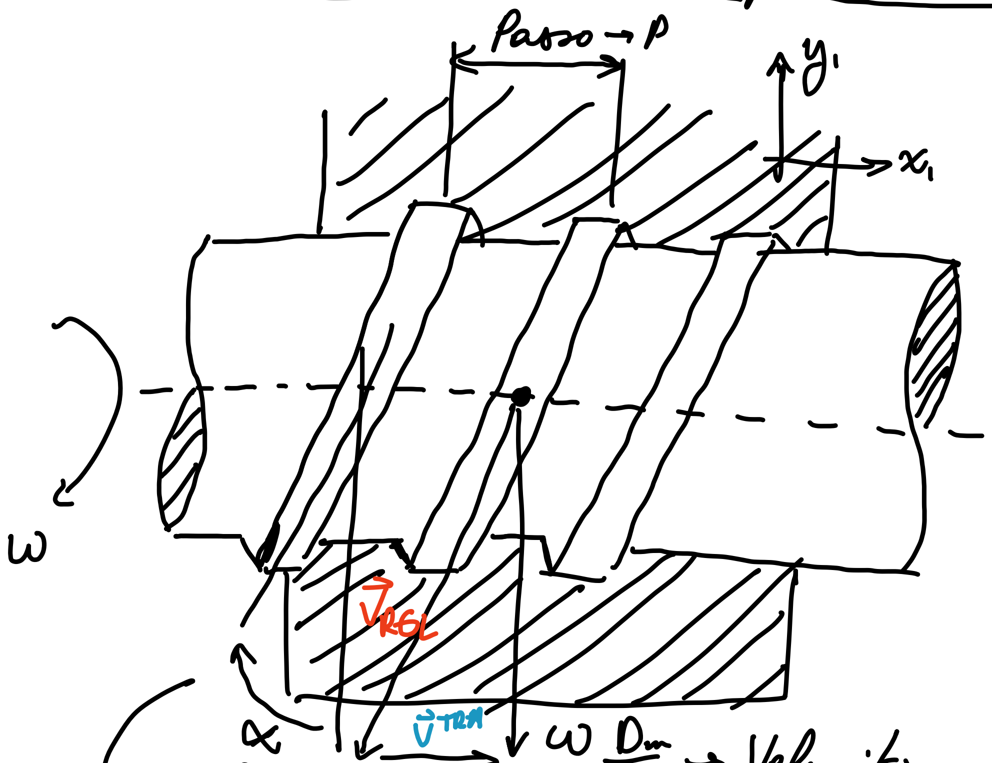
Lezione 15 - Rendimento

Il rendimento è nota dalla combinazione di moto cinematico e sistema dissipativo

Calcolo del Rendimento per sistema vite-madrevite



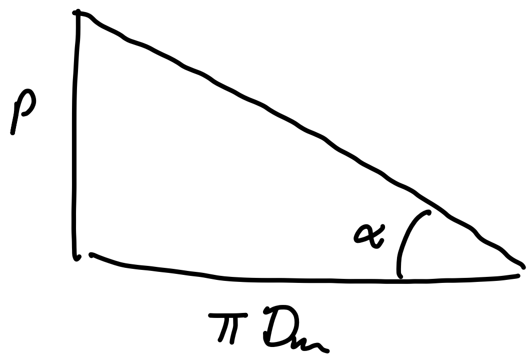
$\omega \frac{D_m}{2}$ → Velocità assoluta

Filetto Rettangolare
↳ Tipico di sistemi automatici

↳ La madrevite è inibita dalla rotazione quindi deve traslare

↳ ⇒ rapporto di trasmissione non adimensionale

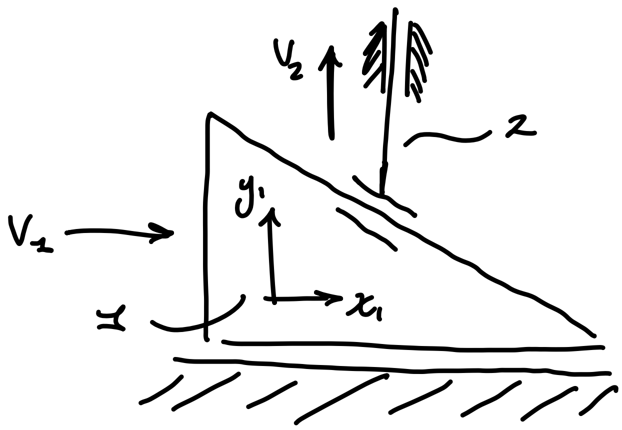
$$V^{TRA} = \frac{\omega D_m}{2} \cdot \tan\alpha$$



$$\rightarrow \tan\alpha = \frac{p}{\pi D_m}$$

$$\Rightarrow V^{TR} = \omega \frac{D_m}{2} \cdot \frac{p}{\pi D_m} = \omega \frac{p}{2\pi} = V_{MV}$$

↳ Movimento

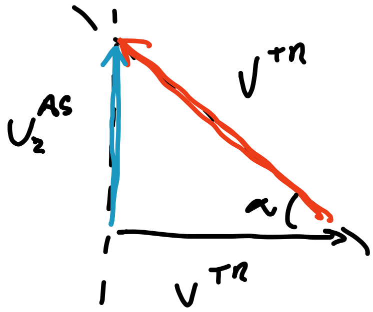


$$\vec{V}_2^{AS} = V_2^{REL} + V^{TRA}$$

V_2 $\qquad$ V_2^{REL} $\qquad$ V_t

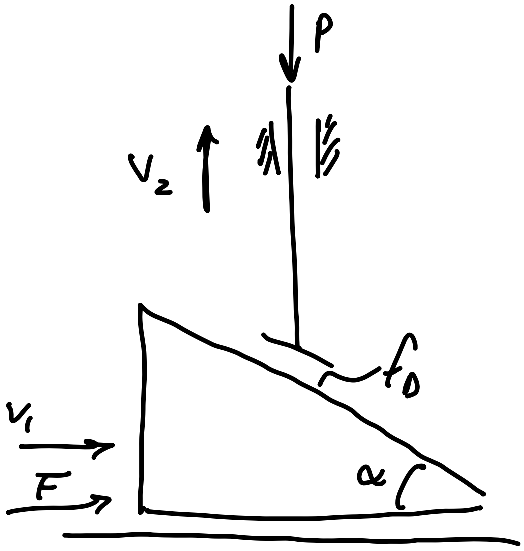
$\parallel \hat{j}$ $\qquad$ α $\qquad$ $\parallel \hat{i}$

Prendiamo come nota



$$V_2 = V_1 \tan\alpha$$

Studiamo la trasmissione di potenza e l'effetto di attrito



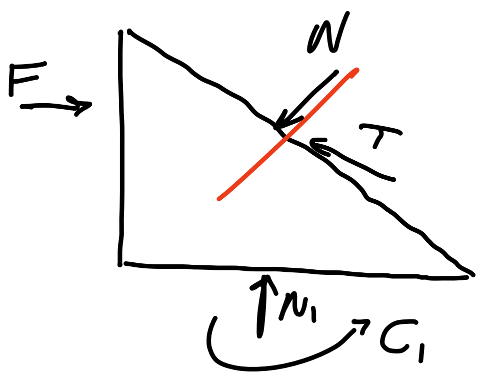
Se non ci fosse f_D allora

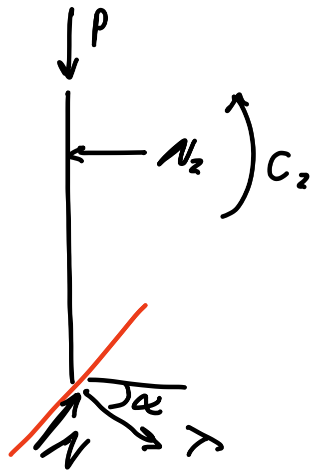
$$|\Pi_p| = |\Pi_F|$$

uscente

$$\eta_D = \frac{|\Pi_u|}{\Pi_e} = \frac{|\vec{P}\cdot\vec{v}_2|}{\vec{F}\cdot\vec{v}_1} = \frac{P v_2}{F v_1}$$

entrante





$$T = f_D N$$

Equilibrio del corp. 2 verticale

$$② \uparrow \quad -P + N\cos\alpha - f_D N\sin\alpha = 0$$

$$① \rightarrow \quad F - N\sin\alpha - f_D N\cos\alpha = 0$$

$$= \frac{\cancel{N}(\cos\alpha - f_D\sin\alpha)v_2}{\cancel{N}(\sin\alpha + f_D\cos\alpha)v_1}$$

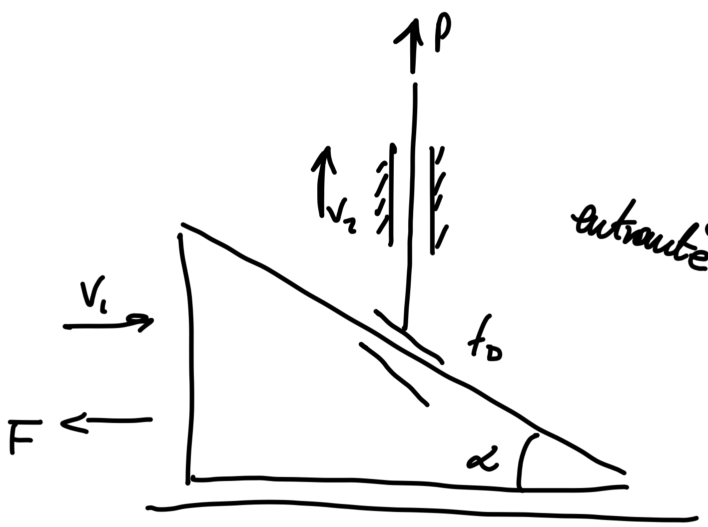
$\boxed{\text{Il rendimento non dipende dalle forze agenti}}$

↳ Consideriamo f_D costante rispetto alla velocità (non vero in realtà)

$$\eta_D = \frac{1 - f_D \tan\alpha}{(\tan\alpha + f_D)\frac{1}{\tan\alpha}} \Rightarrow \eta_D = \frac{1 - f_D \tan\alpha}{1 + f_D/\tan\alpha}$$

$$v_2 = v_1 \tan\alpha \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \tan\alpha$$

Cambiamo verso delle forze agenti

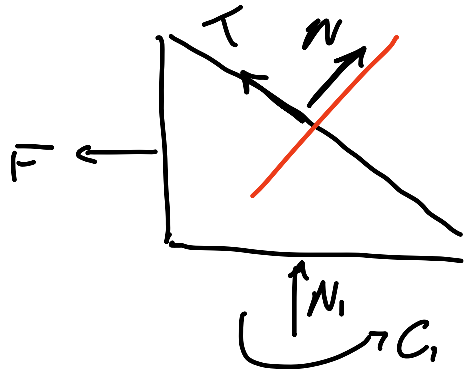


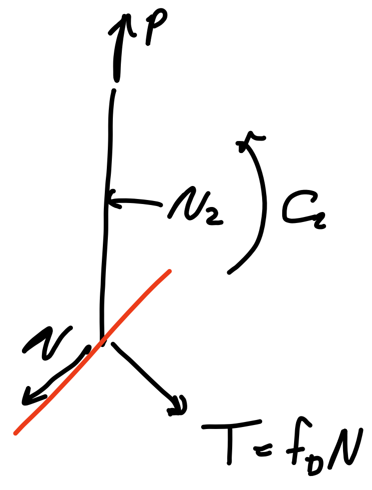
retrogenero → da lato 2 a 1
↳ non da 1 a 2

$$\eta_R = \frac{|\Pi_u|}{\Pi_e} = \frac{|\vec{F} \cdot \vec{v}_1|}{\vec{P} \cdot \vec{v}_2} = \frac{F v_1}{P v_2}$$

entrante

uscente





T non cambia verso perché dipende solo dalla velocità relativa che non abbiamo cambiato

$$① \rightarrow \; -F + N\sin\alpha - f_D N\cos\alpha = 0$$

$$② \uparrow \; P - N\cos\alpha - f_D N \sin\alpha = 0$$

$$\eta_R = \frac{\cancel{N}(\sin\alpha - f_D N \cos\alpha)}{\cancel{N}(\cos\alpha + f_D \sin\alpha)} \cdot \underbrace{\frac{1}{\tan\alpha}}_{\frac{v_1}{v_2}}$$

$$\eta_D = \frac{1 - f_D/\tan\alpha}{\left(\frac{1}{\tan\alpha} + f_D\right)\tan\alpha} = \frac{1 - f_D/\tan\alpha}{1 + f_D\tan\alpha}$$

Simile ma non uguale, perché cambiamo tutti i versi eccetto l'attrito

$v_2 = v_1 \tan\alpha$ Di solito se $\tan\alpha < 1 \rightarrow \eta_D > \eta_R$

Verifica di $\eta_D \gtrless \eta_R$

$$\frac{1 - f_D\tan\alpha}{1 + f_D/\tan\alpha} > \frac{1 - f_D/\tan\alpha}{1 + f_D\tan\alpha}$$

$$\cancel{1} - f_D^2 \tan^2\alpha > \cancel{1} - \frac{f_D^2}{\tan^2\alpha}$$

$$\cancel{f_D^2}\tan^2\alpha < \frac{\cancel{f_D^2}}{\tan^2\alpha}$$

$$\underbrace{\tan^4\alpha < 1}$$

Condizione per la quale

$\eta_D > \eta_R$

Per $|\tan\alpha| < 1$

se $-\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{4}$

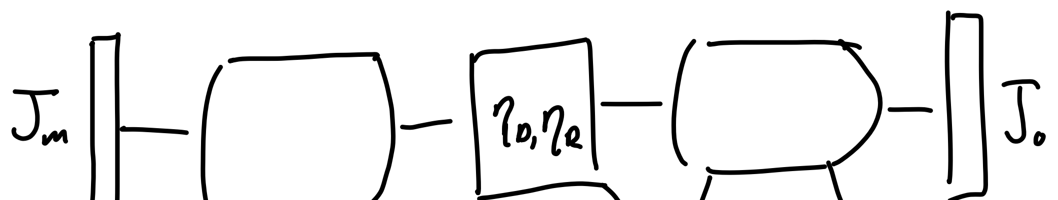
$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

In generale quando un riduttore agisce con riduttore η è migliore nella direzione della riduzione della velocità

Abbiamo visto moto diretto e retrogrado

Moto Diretto $M \xrightarrow{\text{Potenza}} U$ Moto Retrogrado $U \xrightarrow{\text{Potenza}} M$

<u>Moto Diretto e Retrogrado su sistemi MTU</u>



$$\Pi_e^{(M)} = \left(C_M \omega_M - J_M \dot{\omega}_M \omega_M\right)$$

$$\Pi_e^{(U)} = \left(C_u \omega_u - J_u \dot{\omega}_u \omega_u\right)$$

Per definire il flusso della potenza dobbiamo definire se la potenza è positiva o negativa in almeno uno dei due lati.

A regime

C e ω hanno versi uguali

C_u e ω_u hanno versi opposti

	C_M	C_u	
1)	+	−	D
2)	−	+	R

Direzione del moto D o R

Transitorio

	C_M	C_u	$\dot{\omega}$	D/R
1)	+	−	?	D → Sicuramente
2)	−	+	?	R → Sicuramente
3)	+ e + ⇒ +		?	
4)	− e − ⇒ −		?	

$\boxed{\text{In tutto questo } \omega_M > 0}$

Utilizzatore

|

$$\dot\omega_M = \frac{\eta C_M - \tau C_u}{\eta J_M + \tau^2 J_u}$$

$\dot\omega_M > 0 \quad \Pi_e^{(u)} = \underbrace{-C_u\omega_u}_{<0} - \underbrace{J_u\dot\omega_u\omega_u}_{<0}$

se $<0 \Rightarrow D$

$\dot\omega_M < 0 \quad \Pi_e^{(M)} = \underbrace{C_M\omega_M}_{>0} - J_M\dot\omega_M\omega_M$

se $>0 \Rightarrow D$

Da ultima lezione

→ rapporto di trasferimento

$$\dot\omega_M = \frac{-C_M - \tau C_u \eta_R}{J_M + \tau^2\eta_R J_u}$$

$\Pi_e^{(u)} = \overbrace{-C_u\omega_u}^{<0} - \overbrace{J_u\dot\omega_u\omega_u}^{>0}$?

con il meno

$\dot\omega_u$ non è nota quindi non possiamo determinarne

$\Pi_e^{(M)} = \underbrace{-C_M\omega_M}_{<0} - \underbrace{J_u\dot\omega_M\omega_M}_{>0}$?

Facciamo ipotesi che di retrogrado

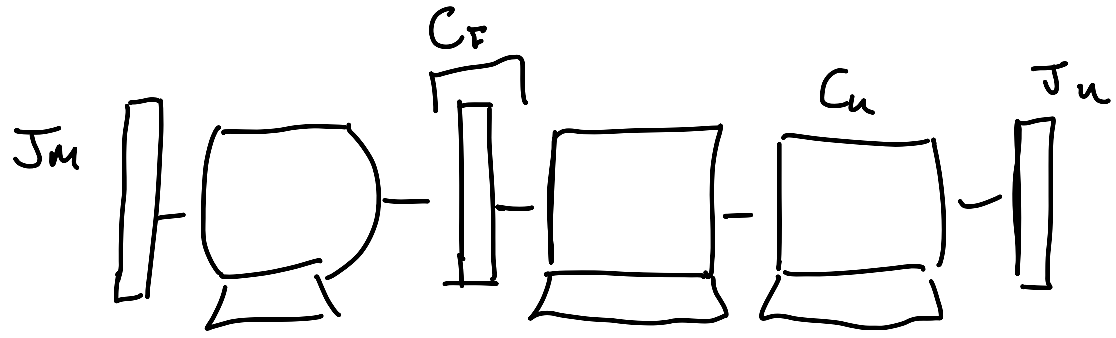
calcolato questo

$\dot\omega_M(R) \rightarrow \underbrace{(-C_u - J_u\dot\omega_u)}\omega_u$

PdP(D) $\quad <0 \quad$ R $\qquad >0 \quad$ D

Per compito basta verificare se uno dei due è falso, e poi continuare con il bilancio della potenza nel caso vero.

Esempio (caso 4) Arresto del sistema, freno lato motore



$C_M = 0$

BdP, Ipotesi → R

$$-C_F\,\omega_M - (1-\eta_R)(-C_u\dot{\omega}_u\,\omega_u) - C_u\,\omega_u = J_M\,\dot{\omega}_M\,\omega_M + J_u\,\dot{\omega}_u\,\omega_u$$

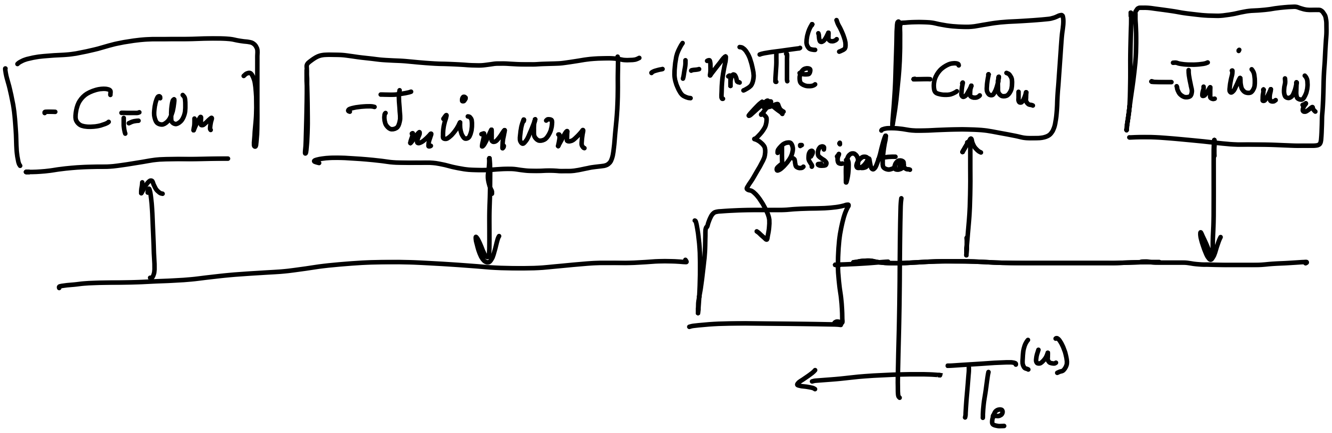
Ha saltato dei passi

$$-C_F\,\cancel{\omega_M} - \eta_R\,C_u\,\tau\,\cancel{\omega_M} = J_M\,\dot{\omega}_M\,\cancel{\omega_M} + \eta_R\,J_u\,\dot{\omega}_u\,\cancel{\omega_u}$$

$$\dot{\omega}_M = -\frac{C_F + \eta_R\,\tau\,C_u}{J_M + \eta_R\,\tau^2 J_u}$$

Rappresentazione del flusso delle potenze (della prima riga)

$$-C_F\,\omega_M - J_M\,\dot{\omega}_M\,\omega_M - (1-\eta_R)\,\Pi_e^{(u)} - C_u\,\omega_u - J_u\,\dot{\omega}_u\,\omega_u = 0$$



Corollario

come stabilire a priori D/R nei casi 3 e 4

IV

$$\dot{\omega}_M = \frac{\eta_D C_M + \tau C_u}{\eta_D J_M + \tau^2 C_u}$$

D

Per ipotesi

Verifica Moto D

$$\Pi_e^{(M)} = -C_M\omega_M - J_M\dot{\omega}_M\omega_M$$

>0

per J_M ma non c'è spazio

Per verificare

$$= \left[-C_M - \left(-\frac{\eta_D C_M + \tau C_u}{\eta_D J_M + \tau^2 C_u}\right) J_M\right]\omega_M \quad {}^{>0}_{?}$$

>0 non altera il segno può esser semplificata

$$J_M \cdot \frac{\eta_D C_M + \tau C_u}{\eta_D J_M + \tau^2 C_u} > C_M$$

$$\frac{\eta_D C_M + \tau C_u}{C_M} > \frac{\eta_D J_M + \tau^2 J_u}{J_M}$$

$$\cancel{\eta_D} + \frac{\tau C_u}{C_m} > \cancel{\eta_D} + \frac{\tau^2 J_u}{J_M}$$

$$\underbrace{\boxed{\frac{C_M}{\tau C_u} < \frac{J_M}{\tau^2 J_u}}}_{\text{Tutto portato a lato motore}}$$

Condizione caso 4 per cui è diretto

$$C_M < \frac{J_M}{\tau^2 J_u}(\tau C_u)$$