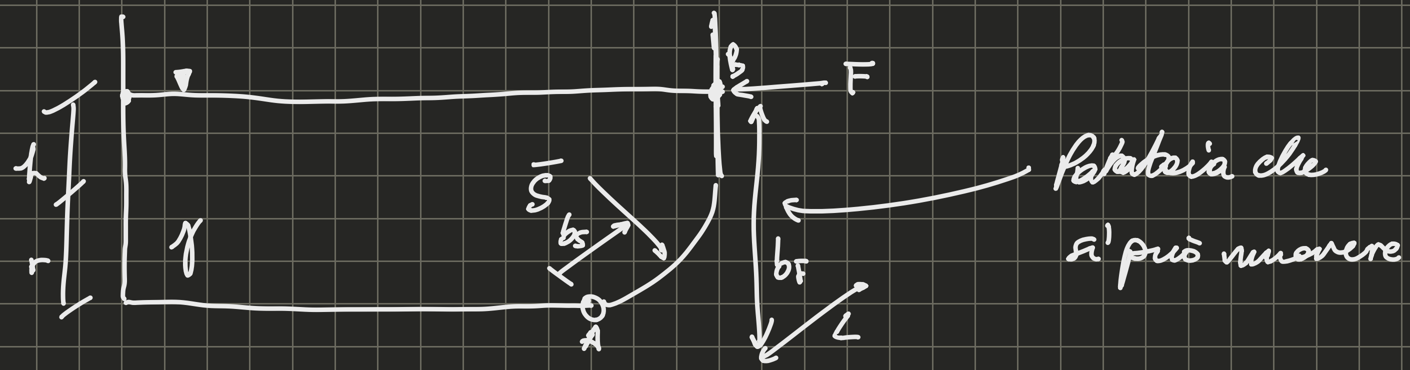
Esercitazione 3

Esercizio 8 Dispense superfici curve



Dati γ, r, h, l

? Determinare $|\bar{F}|$

Secondo Tipologia di Problema

1) Individuo il corpo che può muoversi

2) Forze che agiscono → ~~Forze di volume~~ → paratoia non ha peso
→ Forze di superficie
→ Forze Esterne

3) Equilibrio alla rotazione intorno ad A

$$A \circlearrowleft + \quad |\bar{S}| \cdot b_s - |\bar{F}| b_F = 0$$

$$b_F = h + r$$

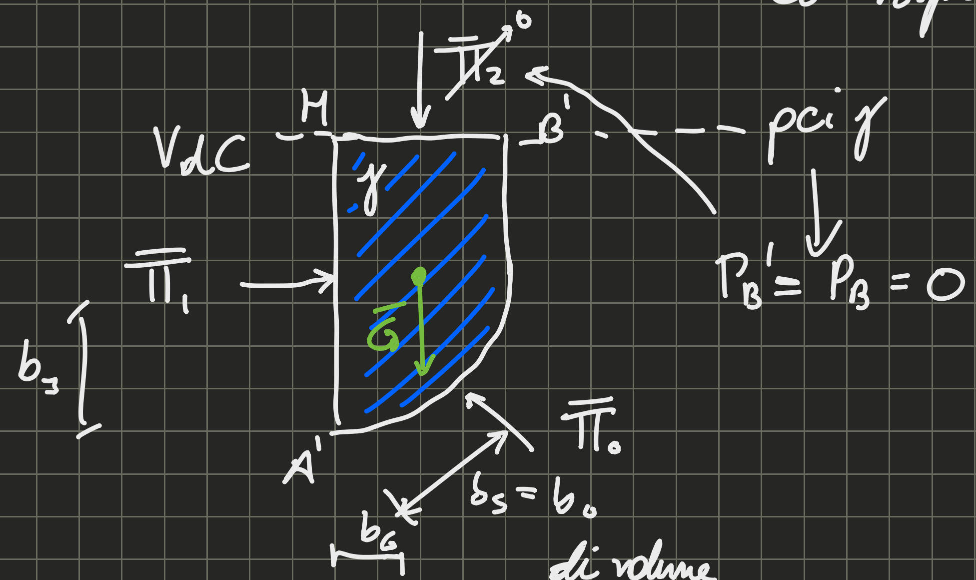
? $\bar{S}$ e b_s

|

↳ Metodo dell'equilibrio globale

$\bar{S} \to$ VdC

$|\bar{F}| = \dfrac{|\bar{S}| \cdot b_s}{b_F}$ } li cerchiamo insieme invece di separata perchè non ci importano le informazioni di $\bar{S}$ e ci risparmiamo dei calcoli.



Forze su VdC — di volume
— di superficie

Non si riportano mai forze esterne e cerniere sul volume di controllo

$\bar{\Pi}_0 + \bar{\Pi}_1 + \bar{G} = \bar{0}$ → Si può risolvere così
ma ci mettiamo più tempo per trovare $|\bar{S}| b_s$

Possiamo un'equilibrio in A', per ridurre i calcoli:

Equilibrio di rotazione del VdC rispetto ad A'

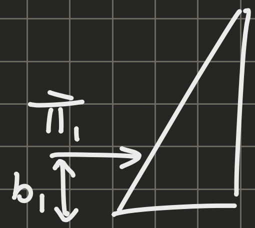
$\circlearrowleft +\quad |\bar{\Pi}_0| b_0 - |\bar{\Pi}_1| b_3 - |\bar{G}| \cdot b_G = 0$

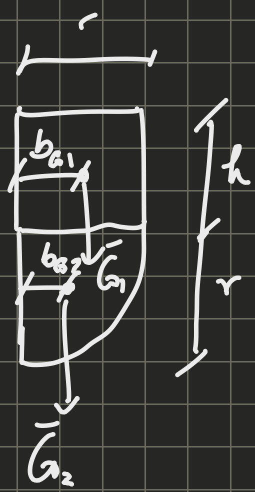
$$|\bar{\Pi}_0|\, b_0 = |\bar{S}|\, b_s$$

$$\circledast \quad |\bar{S}|\, b_s = |\bar{\Pi}_1|\, b_1 + |\bar{G}| \cdot b_G$$

$$|\bar{\Pi}_1| = p_{G1} \cdot A_{HA'} = \gamma\left(\frac{h+r}{2}\right) \cdot (h+r) \cdot \ell = \gamma \frac{(h+r)^2}{2} \ell$$

$$b_1 = \frac{1}{3}(h+r)$$





$$|\bar{G}|\, b_G = |\bar{G}_1| \cdot b_{G1} + |\bar{G}_2| \cdot b_{G2}$$

$$\bar{G}_1 = \gamma \cdot W_1 = \gamma \cdot r \cdot h \cdot \ell$$

$$b_{G1} = \frac{r}{2}$$

$$\bar{G}_2 = \gamma \cdot W_2 = \gamma \cdot \frac{\pi r^2}{4} \ell$$

$$b_{G2} = \frac{4}{3} \frac{r}{\pi}$$

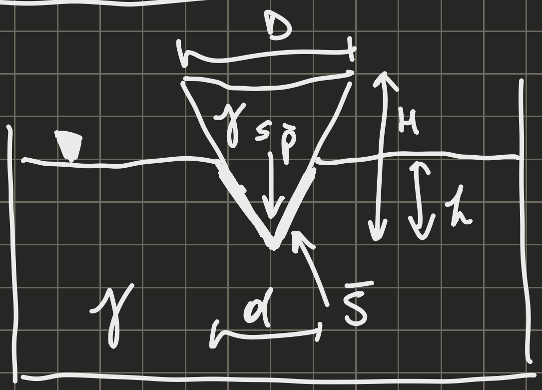
$$\circledast \quad |\bar{S}|\, b_s = |\bar{\Pi}_1| \cdot b_1 + |\bar{G}_1| \cdot b_{G1} + |\bar{G}_2| \cdot b_{G2}$$

$$= \gamma \frac{(h+r)^2}{2} \ell \cdot \frac{1}{3}(h+r) + \gamma r h \ell \frac{r}{2} + \gamma \frac{\pi r^2 \ell}{4} \cdot \frac{4}{3} \frac{r}{\pi}$$

→ Si trova poi $|F|$

Esercizi 3, 4, 5 delle dispense della spinta su superfici curve

Esercizio 3



È in equilibrio

1) Parte di sistema?
Condizioni

Forze sul cono
- Volume
- Superficie
- ~~Esterne~~

Dati: γ, D, h, H

Determinare γ_s

- Equilibrio Nel Corpo

1) Traslazione $\quad \bar{P} + \bar{S} = 0$

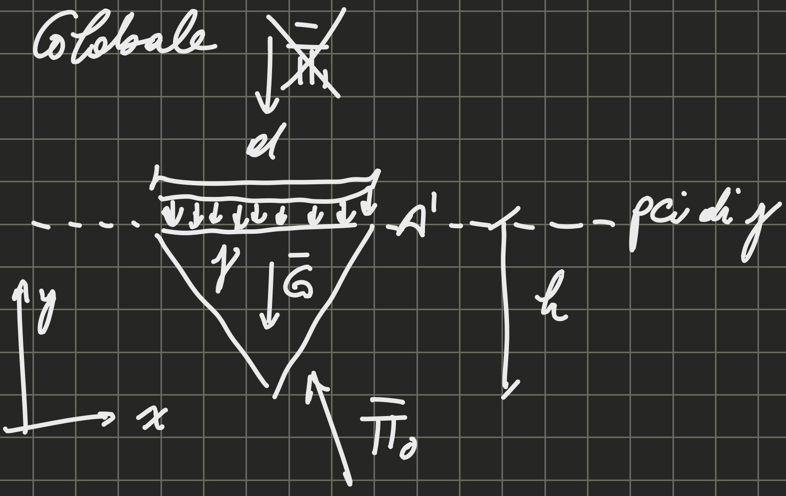
$$\begin{cases} \cancel{P_x}^{\,0} + S_x = 0 \Rightarrow S_x = 0 \Rightarrow \bar{S} \text{ è } \uparrow \\ P_y + S_y = 0 \end{cases}$$

$$S_y = -P_y = +\gamma_s W_{cono} \quad *$$

$$P_y = -\gamma_s W_{cono}$$

$$W_{cono} = \frac{1}{3} H \cdot \pi \frac{D^2}{4} = \frac{1}{12} \pi H D^2$$

Metodo delle Equazione Globale



1) Costruiamo VdC

$$p_{A'} = p_A = 0$$

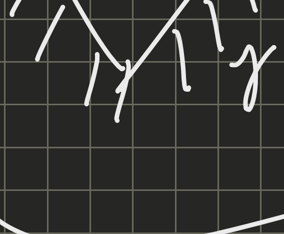
2) Forze
↳ Volume : $\bar{G}$
↳ Superficie

$$\bar{\Pi}_0 + \cancel{\bar{\Pi}_1}^{=0} + \bar{G} = \bar{0}$$

Il peso sopra non lo consideriamo perché è $p_A = 0$, e stiamo considerando γ non γ_c, quindi consideriamo solo il peso sommerso.

$$\begin{cases} \Pi_{0x} + \cancel{G_x}^{0} = 0 \Rightarrow \Pi_{0x} = 0 \\ \Pi_{0y} + G_y = 0 \rightarrow \Pi_{0y} = -G_y \end{cases}$$

Sistema Vero



Sistema Virtuale

VdC è fittizio $\Rightarrow |\bar{S}| = |\Pi_0|$

$$S_y = \Pi_{0y}$$

$$G_y = -\gamma \cdot W_{vdc} = \frac{1}{3} h \cdot \frac{\pi d^2}{4}$$

$$d, h = D, H \Rightarrow d = D \frac{h}{H}$$

$$S_y = -G_y = +\gamma W_{vDc}$$

↳ S_y è il peso del fluido spostato dal solido.

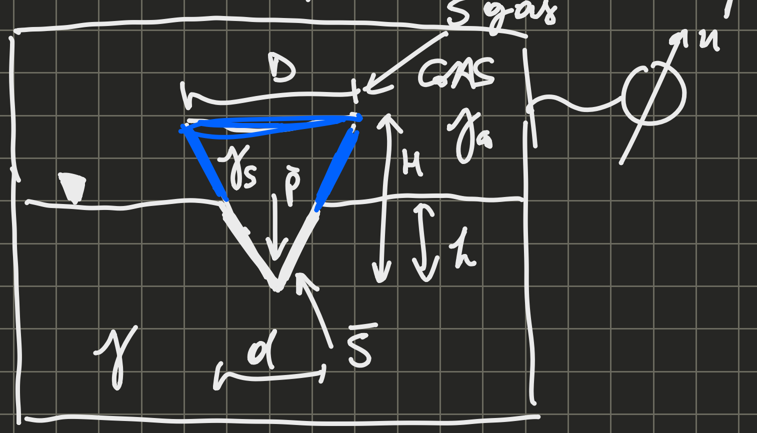
$$\measuredangle = \quad \gamma \cdot W_{vDc} = \gamma_s W_{cono}$$

$$\gamma_s = \gamma \cdot \frac{W_{vDc}}{W_{cono}}$$

$$\gamma_s = \gamma \frac{hd^2}{HD^2}$$

Esercizio 4

Stessa forma, ma cambiato un pò



Dati: γ, H, h, D, n

? γ_s

Equilibrio del corpo

$$\bar{S}^{\gamma} + \bar{S}^{cans} + \bar{P} = 0$$

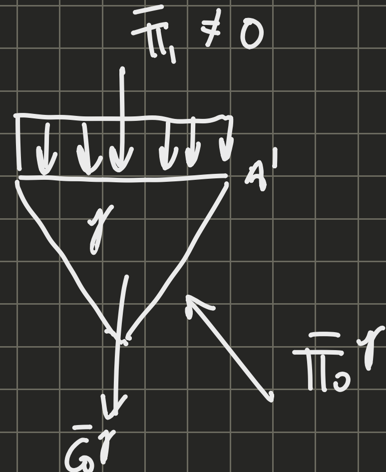
$$\begin{cases} S_x^{\gamma} + \bar{S}_x^{cans} + \cancel{\bar{P}_x}^{\,0} = 0 \\ S_y^{\gamma} + \bar{S}_y^{cans} + \bar{P}_y = 0 \end{cases}$$

Dobbiamo fare 2 VdC per le due porticche possiamo trattare come 2 superfici curve.

$$\boxed{P_A = u}$$

$$P_y = -\underbrace{\gamma_s}_{\text{Incognita}} W_{cono}$$

$\bar{S}^{\gamma}$ VdC



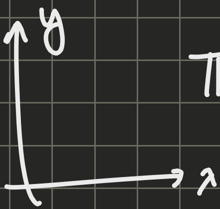
$$P_{A'} = P_A = u$$

$$\bar{\Pi}_1 + \bar{G}_0^{\gamma} + \bar{\Pi}_0^{\gamma} = \bar{0}$$

$$\bar{\Pi}_0^{\gamma} = \bar{S}^{\gamma}$$

$$\begin{cases} \Pi_{0x}^{\gamma} = S_x^{\gamma} = -\cancel{\Pi_{1,x}} - \cancel{G_x^{\gamma}} = 0 \\ \Pi_{0y}^{\gamma} = S_y^{\gamma} = -\Pi_{1,y} - G_y^{\gamma} \end{cases}$$

A

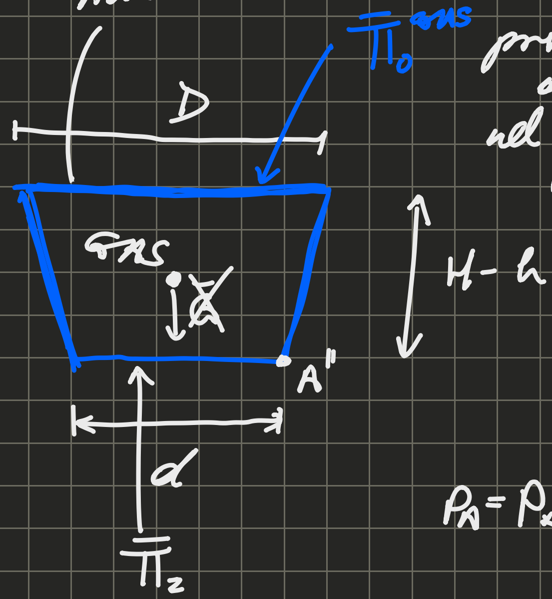


$$\Pi_{1y} = -p_{G1}\cdot A_1 = -u \cdot \frac{\pi d^2}{4}$$

$$G_y = -\gamma W_{VDC}$$

$$S_y^{\gamma} = u\,\frac{\pi d^2}{4} + \gamma \cdot W_{VdC}$$

Non consideriamo questo perché è lo stesso sotto pressione del gas nel sistema vero



Secondo VdC

$\rightarrow \bar{S}^{gas}$

Vogliamo vedere il la spinta del gas, quindi il fluido nel VdC sarà il gas

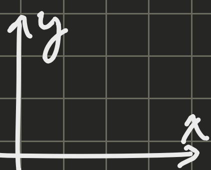
$p_A = p_{A''} = u$

γ_a è leggerissimo quindi $\cancel{G_{as}}$ → non esiste mai per i gas.

$$\bar{\Pi}_0^{GAS} + \bar{\Pi}_2 = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \Pi_{0x}^{GAS} = S_x^{GAS} = -\Pi_{2x} \\ \Pi_{0y}^{GAS} = S_y^{GAS} = -\Pi_{2y} \end{cases}$$

$$\bar{\Pi}_0^{GAS} = \bar{S}_{GAS}$$

$$\begin{cases} \Pi_{0x}^{GAS} = S_x^{GAS} = 0 \\ \Pi_{0y}^{GAS} = \boxed{S_y^{GAS} = -\Pi_{2y} = -u\frac{\pi d^2}{4}} \end{cases}$$



$$\Pi_{2y} = p_{G2}\cdot A_2 = u \cdot \frac{\pi d^2}{4}$$

$p_{G2} = p_{A''} = u$ per (z = cost)

(A)

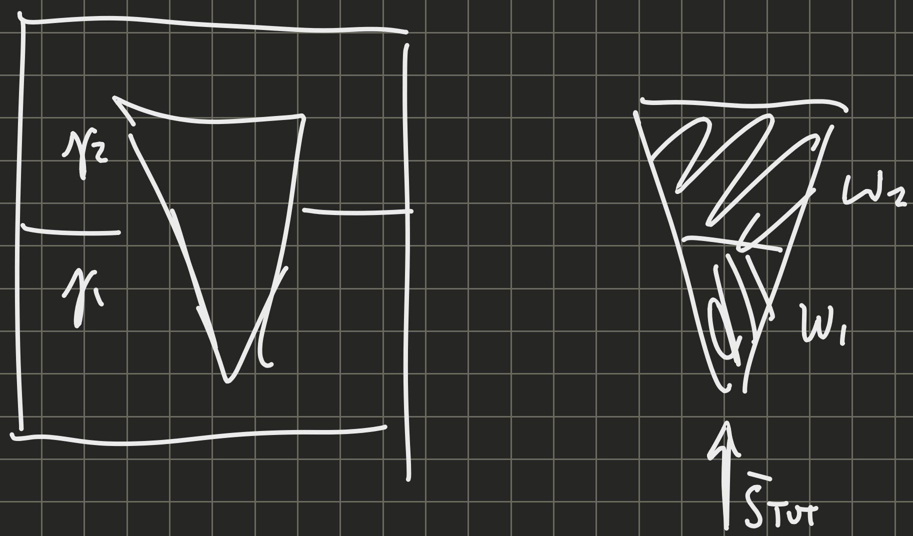
$$S_x^{\gamma} = 0 \Rightarrow S_x^{GAS} = 0$$

$$\underbrace{S_y^{\gamma} + S_y^{GAS} + P_y = 0}$$

$$\downarrow$$

$$n \cancel{\frac{\pi d^2}{4}} + \gamma W_{voc} - n \cancel{\frac{\pi d^2}{4}} - \gamma_s W_{cono} = 0$$

$$\gamma_s = \gamma \frac{W_{voc}}{W_{cono}}$$ → Vale archimede

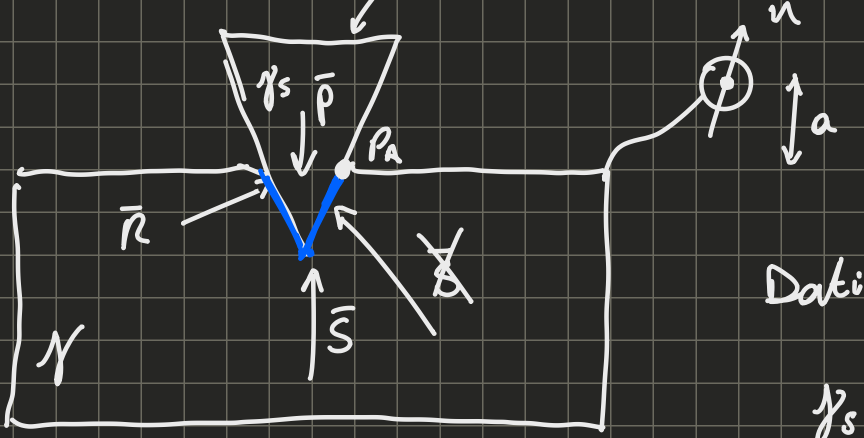


$$\boxed{\bar{S}^{TOT} = \gamma_1 \cdot W_1 + \gamma_2 \cdot W_2}$$ → Per risolvere velocemente

Nel nostro caso $\gamma_2 = gas \rightarrow \bar{S}^{TOT} = \gamma_1 \cdot W_1$

Esercizio 5

È un tappo, al serbatoio, di vino



Dati: D, h, H, n, a, γ

γ_s in condizioni di incipiente movimento

↳ γ_s minimo

↳ Dove le reazioni vincolari sono nulle.

$\bar{R} = \bar{0}$

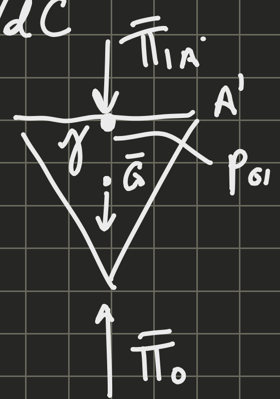
$$\bar{S} + \bar{P} + \cancel{\bar{R}}^{\,0} = 0$$

$$\begin{cases} \cancel{S_x}^{\,0} + \cancel{P_x}^{\,0} = 0 \\ S_y + P_y = 0 \end{cases}$$

$$P_y = -\gamma\, W_{cono}$$

$$S_y =$$

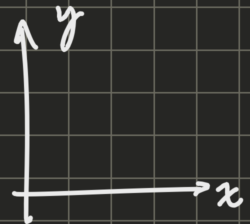
↳ VdC



$$P_A = (\gamma \cdot a) + n = P_A'$$

$$\begin{cases} \cancel{\Pi_{0x}}^{\,0} + \cancel{G_x}^{\,0} + \cancel{\Pi_{1x}}^{\,0} = 0 \Rightarrow S_x = 0 \\ S_y = \Pi_{0y} = -\Pi_{1y} - G_y \end{cases}$$

VdC è fittizio quindi $\bar{S} = \bar{\Pi}_0$



$$G_y = -\gamma\, W_{VdC}$$

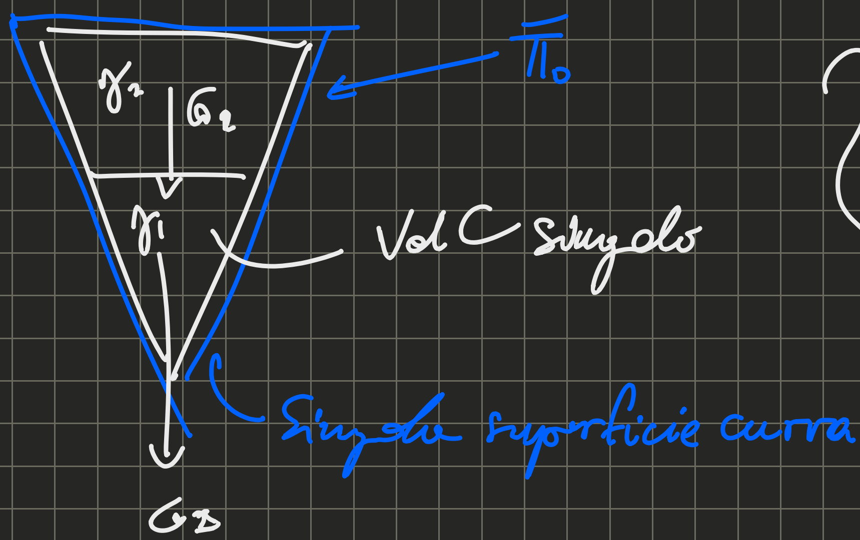
$$\Pi_{1y} = -(\gamma \cdot a + u) \cdot \frac{\pi d^2}{4}$$

$$S_y = \gamma W_{vdc} + (u + \gamma \cdot a) \cdot \frac{\pi d^2}{4}$$

Non vale ordinando,
il tappo non sta galleggiando.

Non c'è continuità delle pressioni.

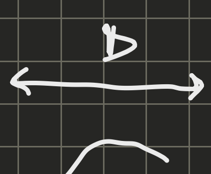
Per prima potevamo fare

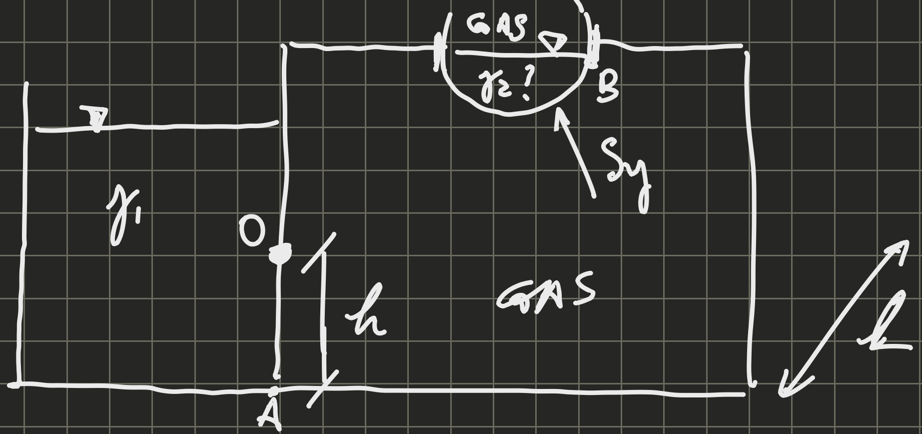


Si può risolvere così, è più veloce ma più complicato

Il metodo del volume di controllo si può fare anche con le superfici piane.

TdE 29/08/24





Dati: M, h, γ_1, L, D

? γ_2

Il tappo si muove su e giù.
La paratoia si può muovere

$\Downarrow$

2° tipo di problema di statica

↳ Equilibrio di una parte del sistema.

↳ 1. Individuo corpo del sistema
2. Capisco come può muoversi.
3. Scrivo equilibrio.

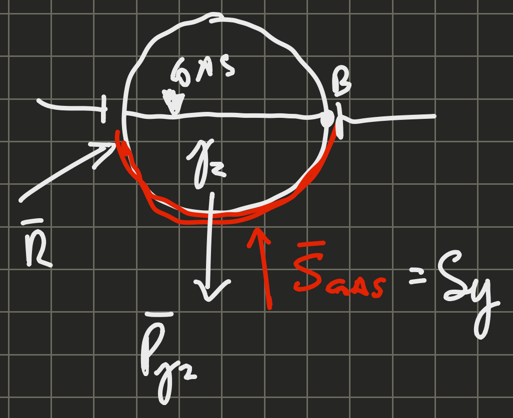
2 corpi si possono muovere → 2 equilibrio
ma incognita è solo 1 ⇝ non è vero, ce ne solo 2.

2 incognite → 1 esplicita → γ_2
↳ 1 implicita → dobbiamo capire qual'è.
↳ P_{GAS}?

Prima incognita esplicita (γ_2)

Equazione alla traslazione tappo

Isoliamo il tappo:



Per trovare il tappo, possiamo pensare il tappo come un solido

$$P = P_v + P_y = 0 + \bar{P}_{\gamma_2} + \cancel{\bar{P}_{GAS}}^{\,0}$$

P_v → Peso proprio del corpo solido

→ Per γ_{gas} piccolo, $\bar{P}$ è trascurabile.

$= P_{\gamma_2}$

Si potrebbe trovare anche con le spinte ma non sappiamo la pressione dovremmo fare un VolC quindi ci vuole di più.

Equilibrio:

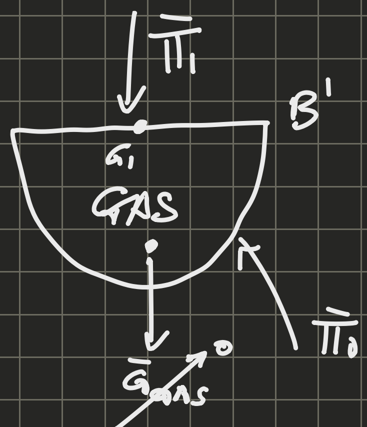
$$\bar{P} + \bar{S} + \bar{R} = \bar{0}$$

$$\boxed{P_y + S_y = 0} \quad (*)$$

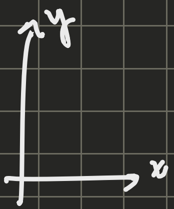
$$P_{\gamma_2} = \gamma_2 \frac{1}{2}\left[\frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3\right] = \frac{\gamma_2}{12}\pi D^3$$

S_y

$p_B' = p_B =$ incognita implicita $= n$

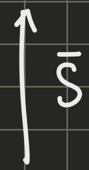


Sistema Fittizio: $\bar{S} = \bar{\Pi}_0$
VdC



$$\bar{\Pi}_0 + \bar{\Pi}_1 = \bar{0} \;\rightarrow\; \begin{cases} S_y = \Pi_{0y} = -\Pi_{1y} \\ S_x = 0 \end{cases}$$

$\Downarrow$



$$\Pi_{1y} = \underbrace{-n}_{\text{Incognita}} \frac{\pi}{4} D^2$$

2 incognite

$$-\frac{\gamma_2}{12}\pi D^3 + \frac{n\pi D^2}{4} = 0$$

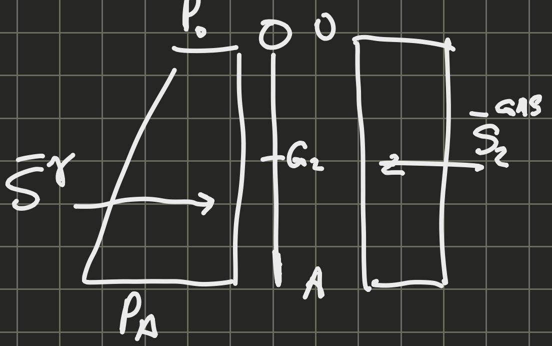
$$\gamma_2 = 3\frac{n}{D}$$

Pressione gas del serbatoio

Secondo Equilibrio per trovare n

↳ Per poter trovare γ_2

(n) II^a incognita implicita



$$p_0 = \gamma(H - h)$$

$$p_A = \gamma(H-h) + \gamma \cdot h = \gamma \cdot H$$

$$p_0^{gas} = n$$

$$p_A^{gas} = n$$

Equilibrio alla rotazione di OA rispetto ad O

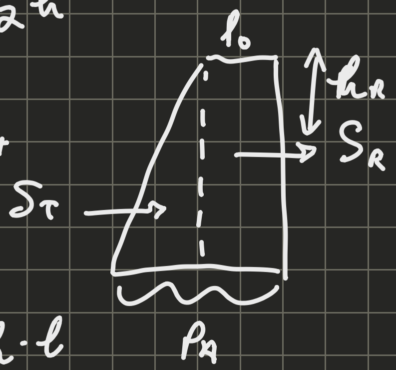
$$\circlearrowright + \quad |\bar{S}_2^{GAS}| \cdot b_{GAS} - |S^{\gamma}| \cdot b_{\gamma} = 0$$

$$|\bar{S}_2^{GAS}| = \underbrace{u}_{p_{G2}} \cdot \underbrace{h\,l}_{A_{0A}} = |u \cdot h \cdot l|$$

$$b_{GAS} = h/2$$

$$|S^{\gamma}|\, b_S = |S_T| \cdot \overbrace{h_T}^{2/3\,h} + \underbrace{|S_R|}_{p_0 h \cdot l} \cdot \overbrace{h_R}^{\frac{1}{2} h} \qquad h_T$$

$$S_T = \frac{1}{2}(p_A - p_0) \cdot h \cdot l$$



Sostituisco tutto e trovo u e poi p_2