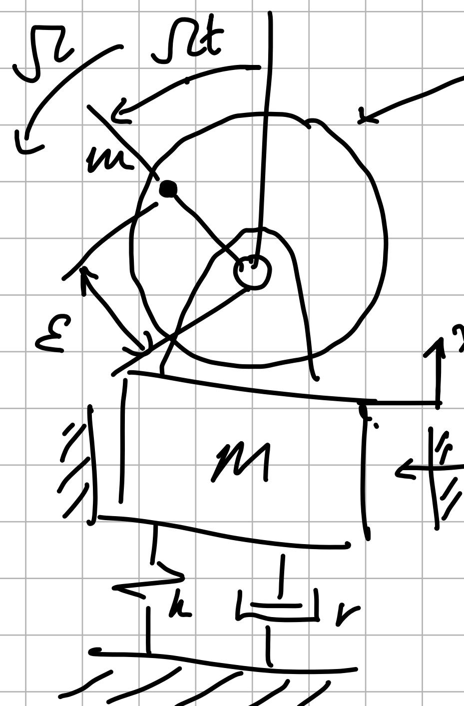
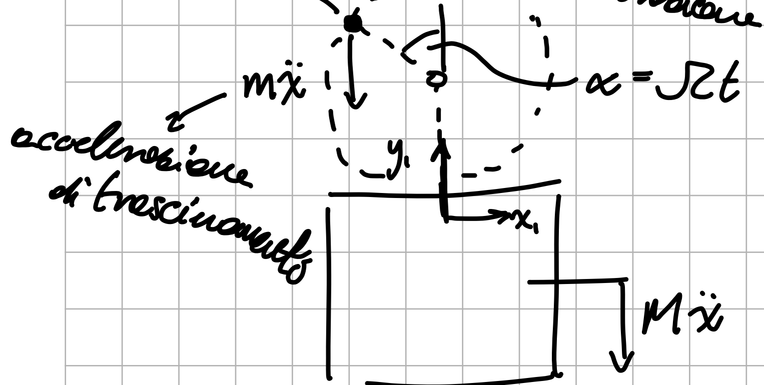
Lezione 21 - Conclusione Vibrazioni

Motore vibratorio ridotto in termini inerziali

Forzamento inerziale



Dato macchina x e TR possiamo progettare M.



$\Omega = cost \Rightarrow \dot{\Omega} = 0$

solo cos perché stiamo guardando l'asse verticale

$$(M+m)\ddot{x} + r\dot{x} + kx = \underbrace{m\varepsilon\Omega^2}\cos(\Omega t)$$

F_0

Non contiamo il peso perché diciamo che partiamo dalla posizione di equilibrio statico.

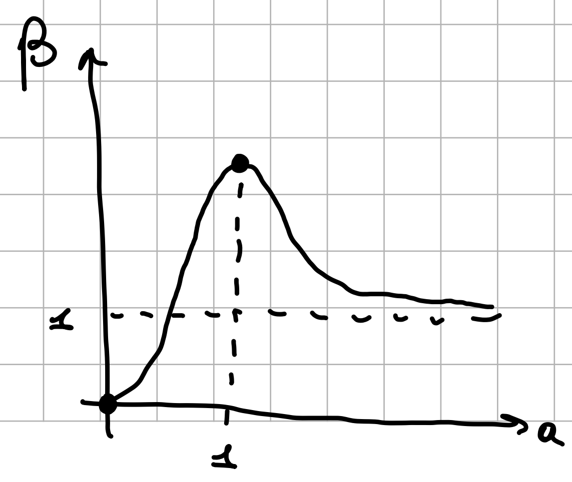
$$X_0 = \frac{F_0}{k} H(a) = \frac{m \varepsilon \Omega^2}{k} H(a)$$

Vogliamo renderlo adimensionale per avere una mappa del funzionamento adimensionale così possiamo cambiare i parametri e sapere immediatamente il comportamento.

$$X_0 = \frac{\cancel{M+m}}{k}^{\,1/\omega_0^2} \cdot \frac{m}{\cancel{M+m}} \varepsilon \Omega^2 H(a)$$

$$x_0 = \frac{m}{M+m} \varepsilon \frac{\Omega^2}{\omega_0^2} H(a)$$

$$\beta = \frac{X_0}{\varepsilon} \cdot \frac{M+m}{m} = \frac{a^2}{\sqrt{(1-a^2)^2 + (2ha)^2}} \leftarrow H(a) \text{ per 1gdl}$$



$\beta(0) = 0 \to$ Se $r = 0 \Rightarrow F_0 = 0$

$\beta(1) = \frac{1}{2h}$

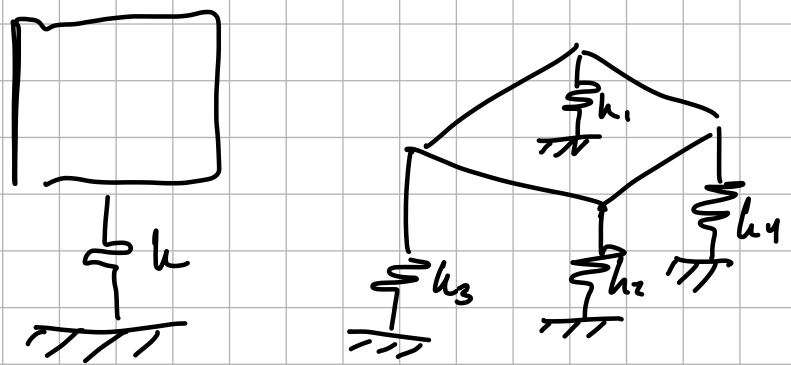
↳ lo smorzamento è rilevante per la zona di risonanza

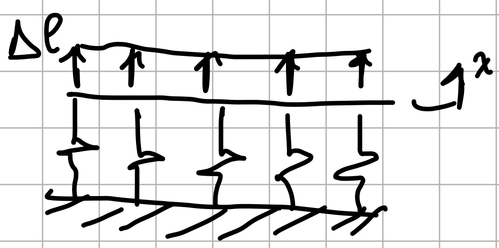
$$\lim_{a\to\infty} = \beta = \frac{a^2}{a^2} = 1$$

Per $\beta = 1 = \frac{X_0}{\varepsilon} \frac{M+m}{m}$

Possiamo cambiare M per cambiare X_0

<u>Combinazione di elementi elastici</u>

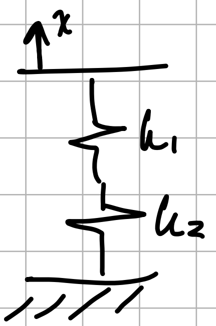




$$F_{eT} = \sum F_{es} = \sum k_s \Delta l$$

$$F_{et} = \Delta l \cdot \sum k_s$$

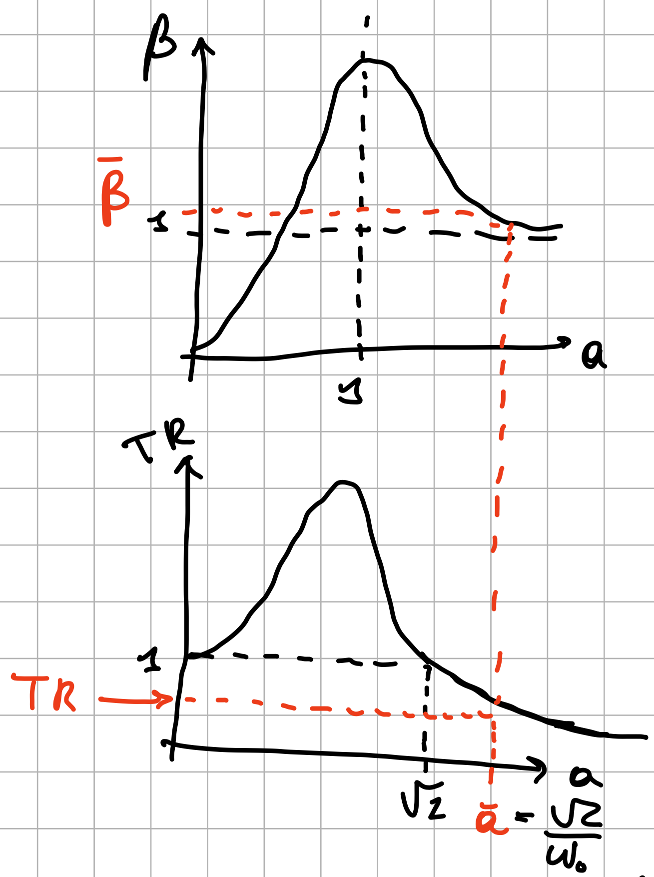
$$k \cancel{\Delta l} = \cancel{\Delta l} \sum k_s \qquad k = \sum k_s$$



$$k = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2} \leftarrow \frac{1}{k} = \sum \frac{1}{k}$$

Prima si schiaccia sotto, poi si schiaccia sopra

Usi del grafico β-a



Con TR troviamo $\bar{a}$ che usiamo per trovare $\bar{\beta}$

Dati x_{MAX} e TR $\rightarrow$ anche h

$\rightarrow$ definiamo M_f e k

↳ massa della fondazione

$$\bar{\beta} = \frac{\overset{X_{MAX}}{X_0}}{\varepsilon} \cdot \frac{M+m}{m} =$$

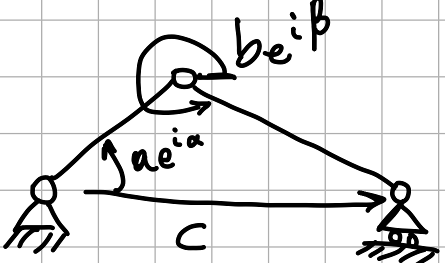
$$\underbrace{M_f + M_{MAC}}_{M} = \frac{m \varepsilon \bar{\beta}}{X_{MAX}} - m$$

$$\int$$

$$\omega_0 = \frac{\Omega}{\bar{a}} = \sqrt{\frac{k}{M+m}}$$

$$\omega_0^2 (M+m) = k \rightarrow$$

Espressione semplificata del moto del piede di biella (pistone)



$$\begin{cases} c = a\cos\alpha + b\cos\beta \\ 0 = a\sin\alpha + b\sin\beta \end{cases}$$

$$\sin\beta = -\frac{a}{b}\sin\alpha \rightarrow c = a\cos\alpha + b\sqrt{1 - \left(-\frac{a}{b}\sin\alpha\right)^2}$$

$$\left(\frac{a}{b}\sin\alpha\right)^2 \approx 10^{-1} \ll 1$$

$$\varepsilon = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \sin^2\alpha \, ; \quad \varepsilon \ll 1 \qquad \sqrt{1-\varepsilon} = (1-\varepsilon)^{1/2} =$$

$$f(\varepsilon) \overset{\varepsilon=0}{=} f(0) + f'(\varepsilon)\big|_0 \varepsilon + \dots$$

come primo termine della serie di Taylor perchè $\varepsilon \ll 1$

$$\hookrightarrow = 1 + \frac{1}{2}(1-\varepsilon)^{-1/2}(-1)\Big|_{\varepsilon=0}\varepsilon + \dots \cong 1 - \frac{\varepsilon}{2}$$

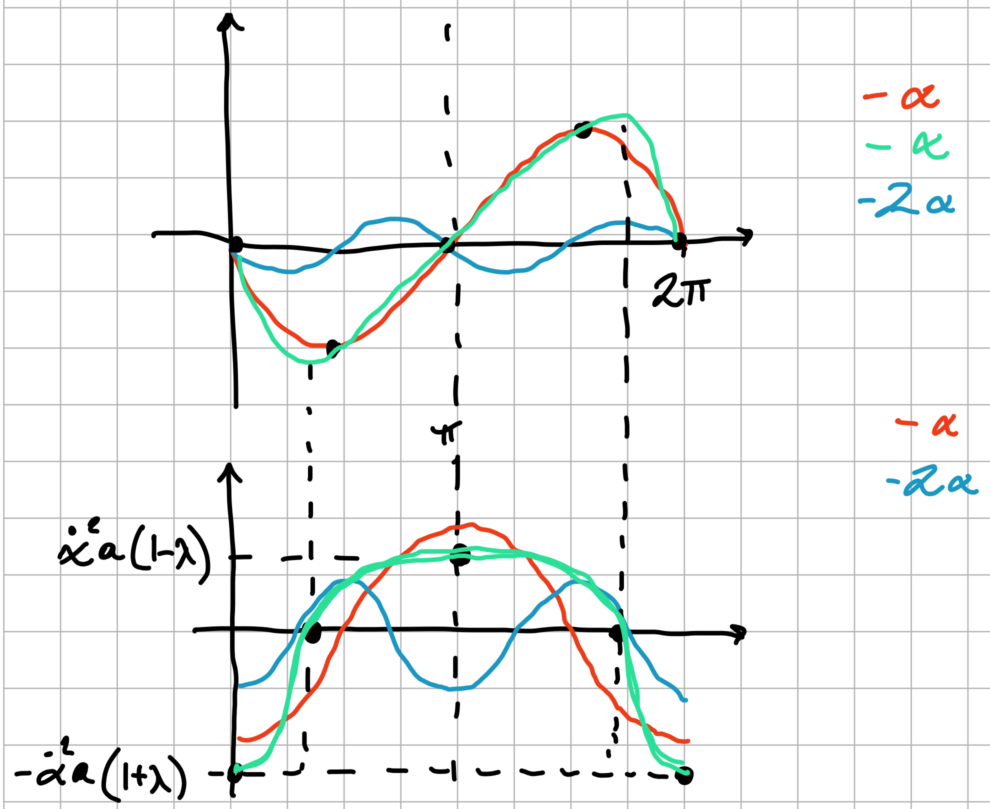
$$\lambda = a/b$$

$$c(\alpha) = a\cos\alpha + b\Big(\underbrace{1 - \frac{1}{2}\left(\frac{a}{b}\right)^2 \sin^2\alpha}_{\sqrt{1-\varepsilon}}\Big) = a\cos\alpha + b - \frac{1}{2}a\lambda\sin^2\alpha$$

$$\dot{c}(\alpha) = -\dot\alpha a\sin\alpha - \frac{1}{2}a\lambda 2\sin\alpha\cos\alpha\,\dot\alpha = -\dot\alpha a\sin\alpha - \frac{\dot\alpha a\lambda}{2}\sin 2\alpha$$

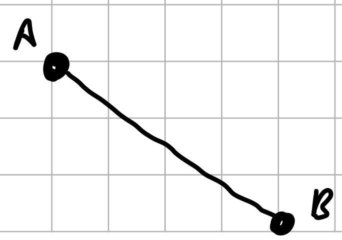
considerando $\dot\alpha = cost \Rightarrow \ddot\alpha = 0$

$$\ddot{c}(\alpha) = -\dot\alpha^2 a\cos\alpha - \dot\alpha\frac{a\lambda}{\cancel{2}}\cos 2\alpha\cdot\cancel{2}\dot\alpha = -\dot\alpha^2 a\cos\alpha - \dot\alpha^2 a\lambda\cos 2\alpha$$

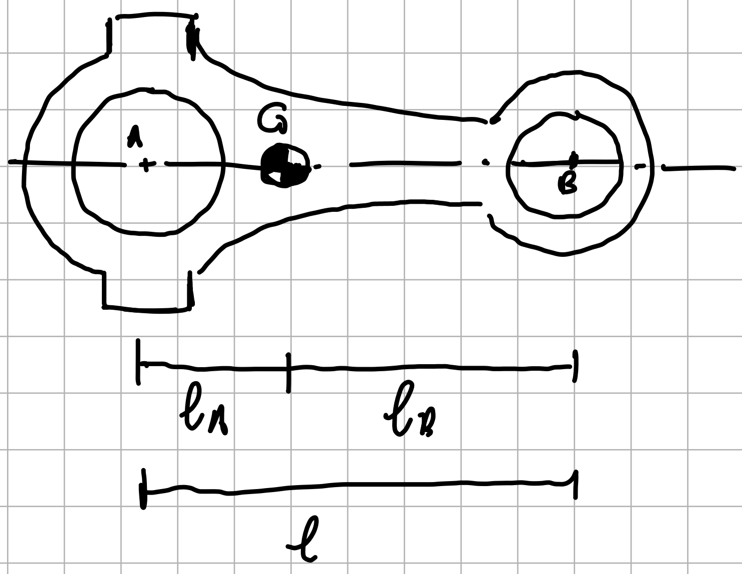


Diciamo che la biella è composta da due masse

in A e B



Riduzione della biella a due masse



m biella, G, J_G

⇓

Rappresentazione semplificata

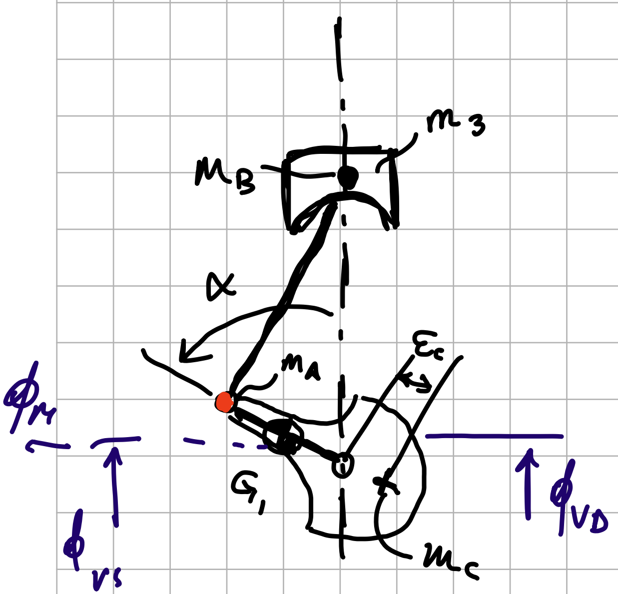
↳ dobbiamo trovare dei criteri di equivalenza

$m_A + m_B = m_{biella}$

$\Rightarrow m_A$ e m_b

$-m_A l_A + m_b l_b = 0 \rightarrow$ Perché riferimento nel baricentro

$m_A l_A^2 + m_b l_B^2 + J_G$

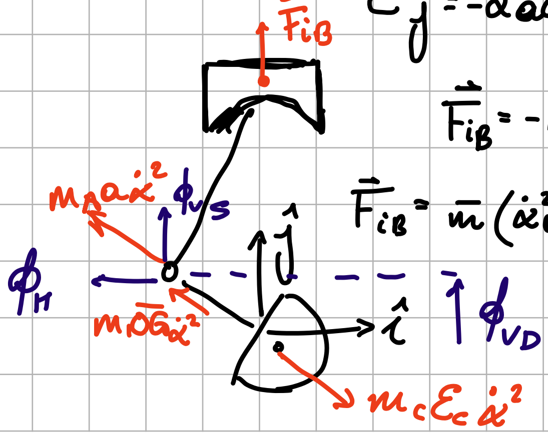


$\bar{m} = m_3 + m_B$

$\ddot{C}\,\hat{j} = -\ddot{\alpha} a\cos\alpha - \dot{\alpha}^2 a\lambda\cos 2\alpha)\hat{j}$

$\vec{F}_{iB} = -\bar{m}\,\ddot{C}\,\hat{j}$

$\vec{F}_{iB} = \bar{m}\,(\dot{\alpha}^2 a\cos\alpha + \dot{\alpha}^2 a\lambda\cos 2\alpha)\hat{j}$



L'unica cosa che non abbiamo tenuto conto è la pressione, ma è interna quindi importa solo nel calcolo energetico non ha effetto sulle forze.

R_y (tutte) $\bar{m}\dot{\alpha}\, a\cos\alpha + \bar{m}\dot{\alpha}^2\, a\lambda\cos 2\alpha + m_A a\dot{\alpha}^2\cos\alpha + m_1\overline{OG_1}\dot{\alpha}\cos\alpha$

$- m_C \varepsilon_c \dot{\alpha}^2\cos\alpha + \phi_{VS} + \phi_{VD} = 0$

R_y (tutto) $= m_A a\dot{\alpha}^2\sin\alpha + m_1\overline{OG_1}\dot{\alpha}^2\sin\alpha - m_C\varepsilon_c\dot{\alpha}^2\sin\alpha + \phi_H = 0$

$\dot{\alpha}^2(\bar{m}a + m_A a + m_1\overline{OG_1} - m_c\varepsilon_c)\cos\alpha + \bar{m}\dot{\alpha}^2 a\lambda\cos\alpha + \phi_{VS} + \phi_{VD} = 0$

$\dot{\alpha}^2(m_A a + m_1\overline{OG_1} - m_c\varepsilon_c)\sin\alpha + \phi_H = 0$

→ Se $m_c\varepsilon_c$ equa gli altri tre che aggiungiamo più equilibrato, e meno forze trasmettiamo, ma nella seconda parte aumenta.

→ possiamo diminuire i distorbo lungo y e aumentando in x

↳ la scelta dipende da se vogliamo forze trasverse in verticale od orizzontale