Lezione 5 - Analisi Statica

Reazioni Vincolari e equilibrio del corpo rigido

Alla fine del corpo bisogna poter progettare un corpo rigido

L'equilibrio

↳ un elemento che non si muove,
la sommatoria delle forze e momenti è uguale a 0

$$dL = \sum_{i=1}^{n} [\vec{F}_i \cdot d\vec{u}_{P_i}]$$

$$= \sum F_i$$

$$dL = \vec{R} \cdot d\vec{u}_0 + d\vec{\Theta} \cdot \vec{M}_0 = 0$$

$$\sum F_i = 0$$

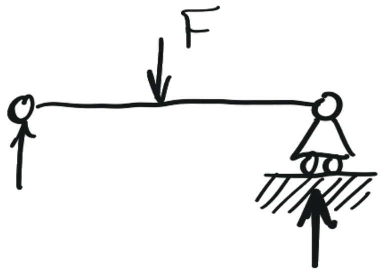
$$\sum_i M_i$$

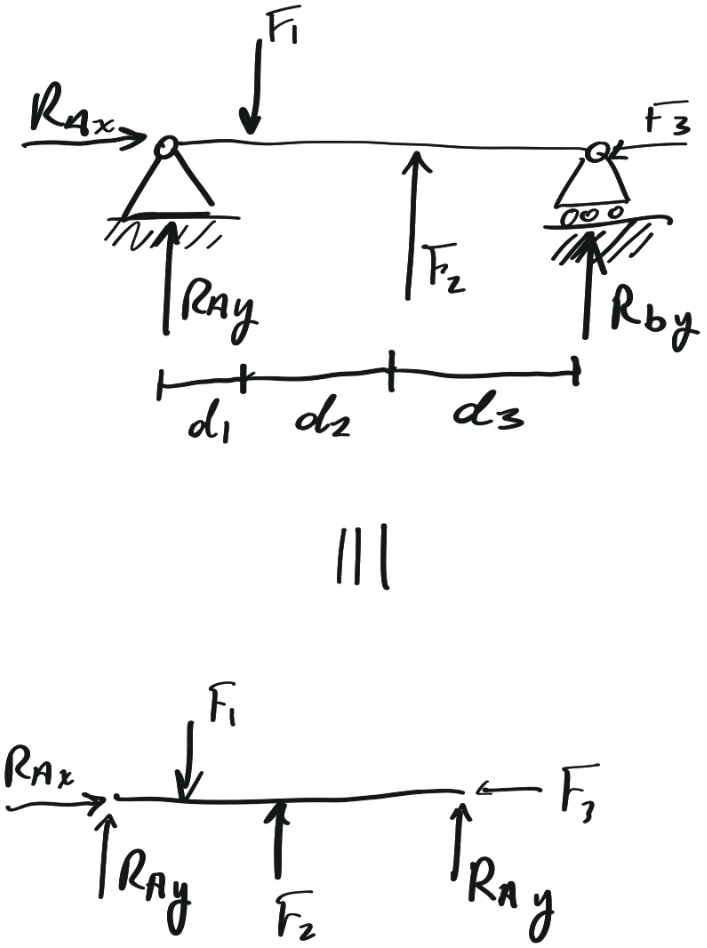
Equilibrio di un corpo rigido non vincolato

↳ tutte le forze applicate sommano a nulla

Vincolo → una reazione

Reazioni vincolari, sono forze che reagiscono all'applicazione di vincoli





Un corpo vincolato equivale ad un corpo non vincolato ma con le reazioni vincolari applicate

Si considera un polo generico perché si può ridurre a momenti

Che un sistema sia in equilibrio

$$\sum_i F_i = 0 \quad e \quad \sum_i M_i = 0$$

per x, y, z e 3 assi

Sistemi equipollenti hanno lo stesso risultato

cinematico: riduce dei gradi di libertà: GdV

statica: introduzione di forze di intensità incognita, reazioni vincolari

Statica: vincoli ideali

lisci - la reazione vincolare non ha componenti nelle direzioni del moto non vincolate

bilateri -

perfetti → l'intensità della forza non è limitata

Caratterizzazione energetica vincoli perfetti

componenti di spostamento

$u_c, \quad v_c, \quad \theta$

componenti di forza

$F_x \quad F_y \quad M$

lavoro

$$\mathcal{L} = u_c \cdot F_x + v_c \cdot F_y + \theta \cdot M$$

Incastro $\Rightarrow$ 3 reazioni vincolari, F_x, F_y e M

Equazioni di vincolo Cincastro

$u_c = 0, \quad v_c = 0, \quad \theta = 0$

reazioni incognite

$R_x \neq 0, \; R_y \neq 0, \; M \neq 0$

$\mathcal{L} = 0$ è garantito da $u_c = v_c = \theta = 0$

<u>Cerniera</u> $\rightarrow$ Ammette M Impedisce F_x, F_y

Equazioni di vincolo

$u_c = 0$ e $v_c = 0$

$R_x \neq 0 \qquad R_y \neq 0$

$\mathcal{L} = 0$ dato che $u_c = v_c = 0$

$\Rightarrow M_c = 0 \rightarrow$ la cerniera non cosa momenti quindi la rotazione è permessa

Pattino

↳ F_x ammesso

$\left.\begin{matrix} F_y \\ M \end{matrix}\right\}$ Impedita

Reazioni di Vincolo

$\theta = 0$ $\quad$ $v_c = 0$

$R_y \neq 0$ $\quad$ $M_c \neq 0$

$\mathcal{L} = 0 \Rightarrow R_x = 0$

↳ Permette moto

Carrello

Immedisce F_y ← cambia cambi di variabili

Ammette F_x e M

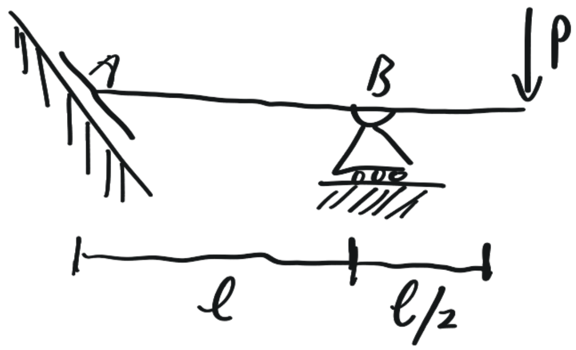
Equazioni di vincolo

$v_c = 0$

$R_y \neq 0$

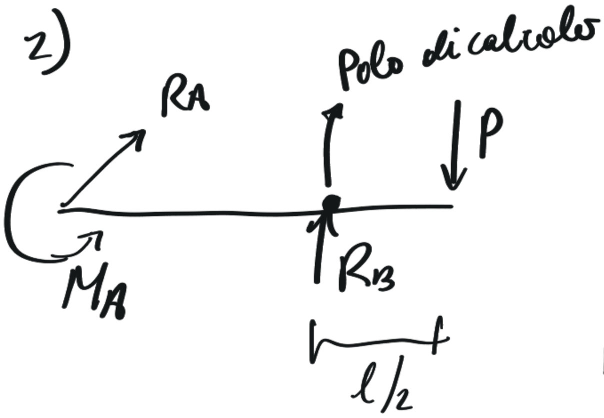
$\mathcal{L} = 0 \Rightarrow R_x = M_c = 0$

Esempio



1) Verificare che isostatico, ✓

2)



$$R_{Ax} = 0$$
$$\Downarrow$$
$$R_A = 0$$

$$P - R_B = 0$$
$$\Rightarrow P = R_B$$

$$M_A = P \cdot l/2$$

↳ si può verificare cambiando il polo

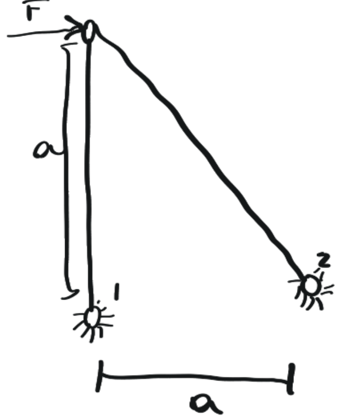
Sistema di corpi rigidi

↳ più elementi e bisogna guardare sia i vincoli interni che esterni

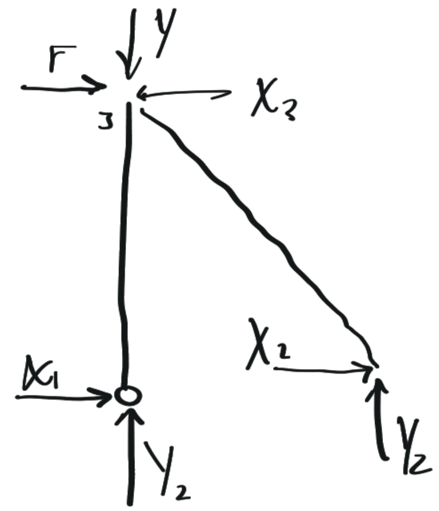
Esterni → a terra

Interni → non a terra

Esempio



$\equiv$



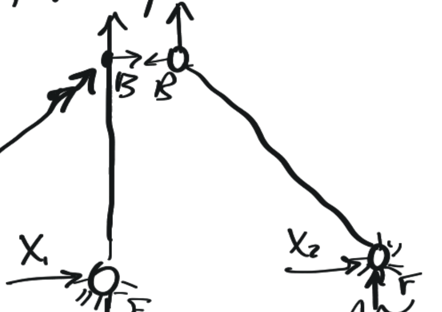
$$\sum F_y =$$

$$\sum M_1 = Y_2 a - F a \Rightarrow Y_2 = F$$

$$\sum F_y = Y_2 + Y_1 \Rightarrow Y_1 = -F$$

$$\sum F_x = X_1 + X_2 + F = 0$$

1) Togliere vincoli a terra, aggiungere reazioni vincolari
2) Rompere struttura rispetto ad una cerniera



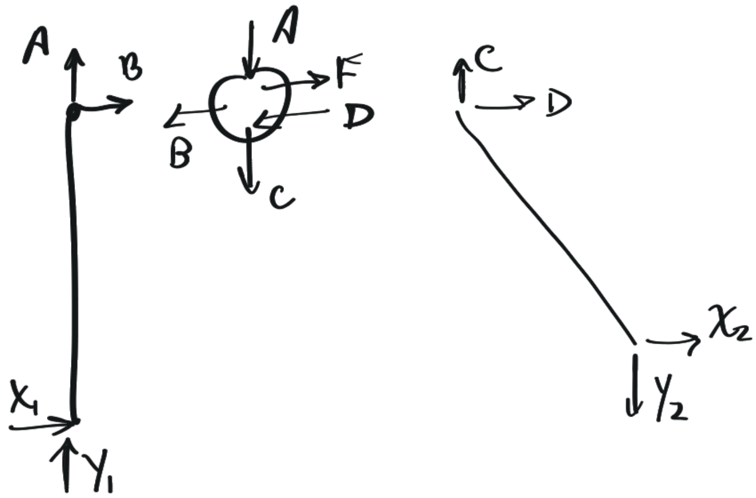
Sottostruttura A

Sottostruttura B

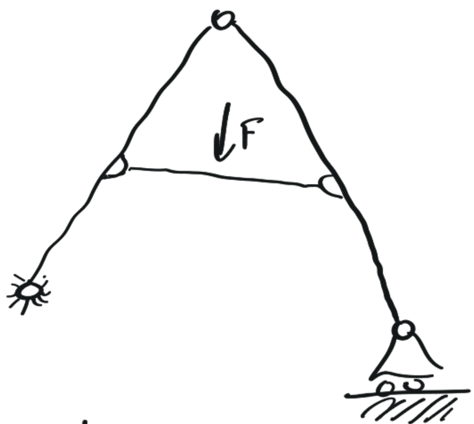
Se un sistema è in equilibrio, i suoi sottosistemi sono in equilibrio

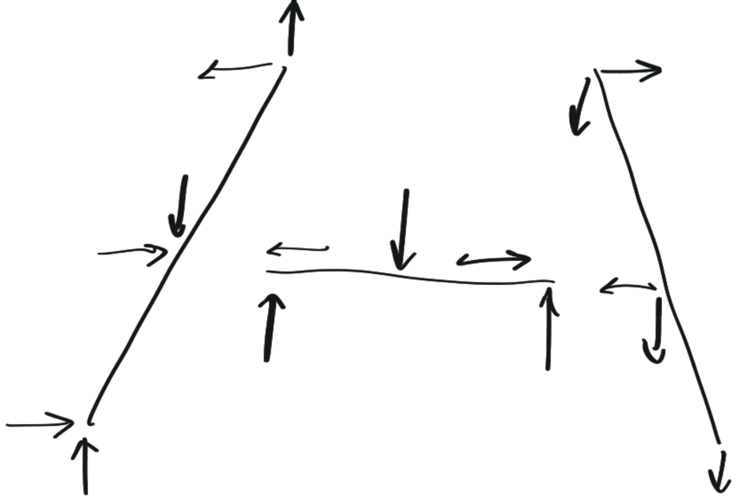
$X_1 = 0$ ← se si fa il momento rispetto a
si trova questo
$X_2 = -F$

In verità si poteva dividere in 3 sottosistemi
se si prende la cerniera in alto



Altro esempio → Cancellazione totale di vincoli interni





Passi:

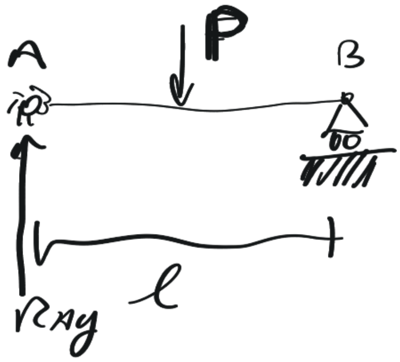
a) Schematizzare struttura

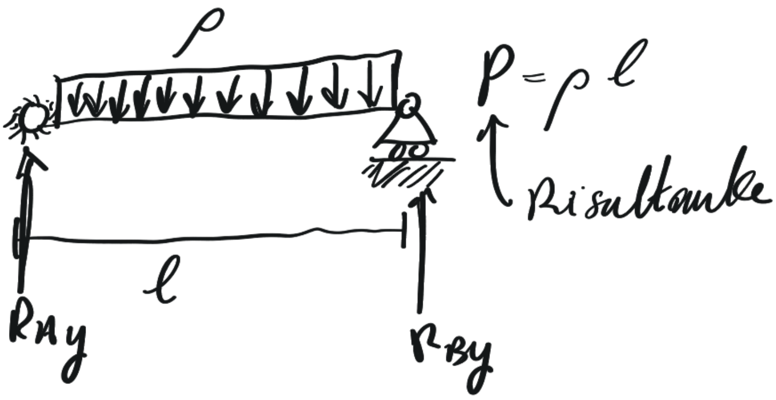
b) Evidenziare reazioni incognite

c) Cerca di risolvere il problema

⋮

Carichi Distribuiti





$R_{Ay} = \frac{P}{2}$

$R_{Ay} = \frac{P}{2}$

Le reazioni vincolari sono uguali ma i momenti generati sono diversi.

Le sollecitazioni e distribuzione dei momenti sono diversi

Nel primo caso:

Nel secondo caso:

$M_x = R_{Ay} \cdot x$