<u>Lezione 1</u>

Lunedì - Venerdì Lezione
Martedì - Venerdì Esercitazioni

Esame

Squadra B8.0.3

Scritto
Eliminatorio

Orale
Sostenuto a punti diversi

Bachsmith

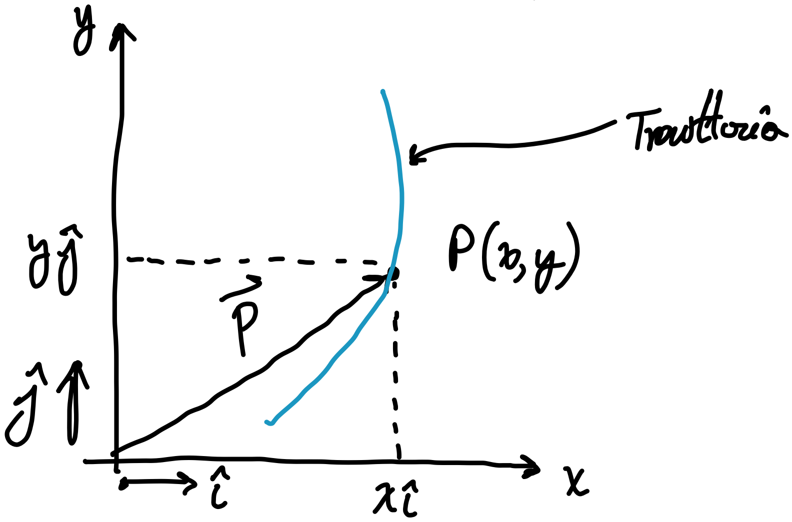
Oratorio - Giovedì Mattina B2.3,4.
↳ Apprendimento Attivo

Meccanica
↳ vedere il moto e movimento
↳ Evoluzione nel tempo

- Macchine D'impianto e altri sistemi sono quelli che studiamo

Moto nel piano

Posizione del punto nel piano
(semplice al complesso)



P rispetto a riferimento "assoluto"

Direzione = inclinazione

verso = da che parte

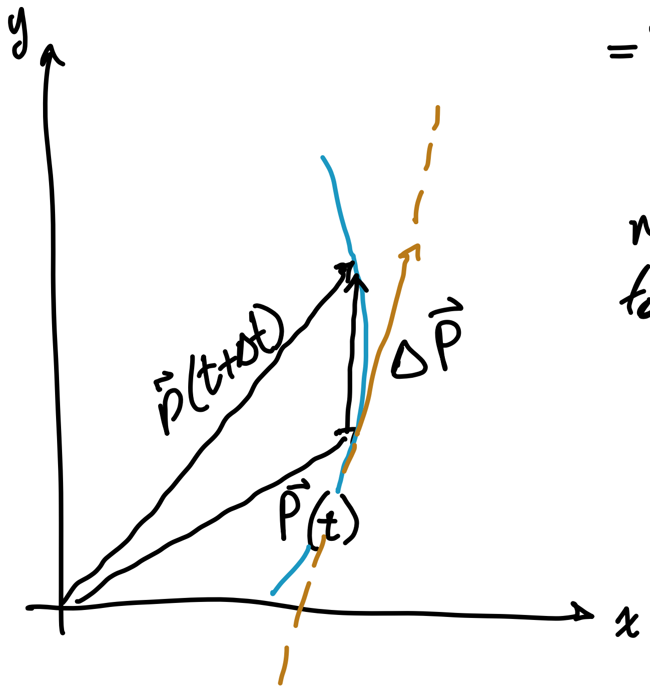
$$\vec{P} = \underbrace{(P - O)}_{\text{Differenza di punti}} = x(t)\,\hat{i} + y(t)\,\hat{j}$$

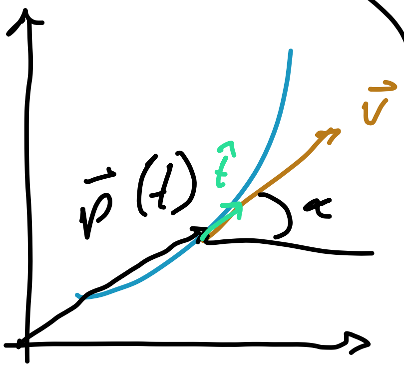
Traiettoria, insieme di punti nel tempo

$$\text{Traiettoria} \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases} \qquad t = g(x), \quad y = y(g(x)) \Rightarrow \underbrace{y = f(x)}_{\text{Percorso di lavorazione o vincolo}}$$

Velocità

$$\vec{v} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{P}(t+\Delta t) - \vec{P}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = v \cdot \underbrace{\hat{t}}_{\text{versore tangente}}$$





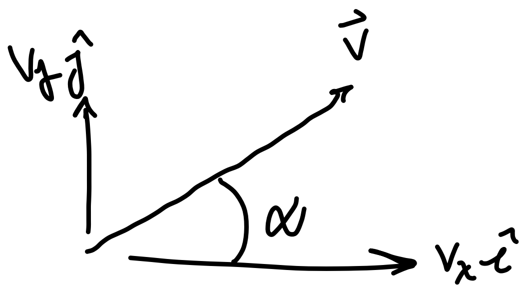
Velocità è tangente alla traiettoria

Terna Fissa $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$

Terna Intrinseca $\hat{t}$

versore tangente

$$\vec{v} = \frac{d(P-O)}{dt} = \dot{x}\hat{i} + \dot{y}\hat{j} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$$



$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx}$$

$$= \frac{dy}{dx} = f'(x)$$

vettore velocità è veramente tangente

$\hat{t}$ = versore tangente $\quad \vec{v} = v \cdot \hat{t}$

$$\Rightarrow \hat{t} = \frac{\vec{v}}{v}$$

$v = |\vec{v}|$ detto ora da sola è modulo

$$\boxed{= \frac{v_x}{v}\hat{i} + \frac{v_y}{v}\hat{j} = \cos\alpha\, \hat{i} + \sin\alpha\, \hat{j}}$$

Accelerazione

classico

Approccio Cartesiano
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\dot{x}\hat{i} + \dot{y}\hat{j}\right) = \ddot{x}\,\hat{i} + \ddot{y}\,\hat{j}$$

Vettoriale

versore

$$\vec{a} = \frac{d(v\hat{t})}{dt} = \frac{dv}{dt} \cdot \hat{t} + v \cdot \frac{d\hat{t}}{dt} =$$

tempo

$\hat{t} = \cos\alpha\, \hat{i} + \sin\alpha\, \hat{j}$

$\hat{i}$ e $\hat{j}$ non hanno cambio nel tempo

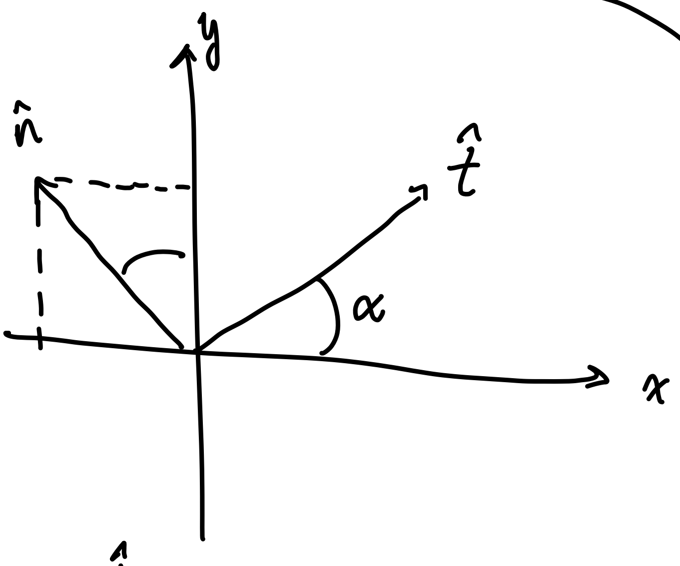
Note:

Approccio

Approccio

Implicazione

$$\frac{d\hat{t}}{dt} = -\sin\alpha \cdot \dot{\alpha}\, \hat{i} + \cos\alpha \cdot \dot{\alpha}\, \hat{j}$$

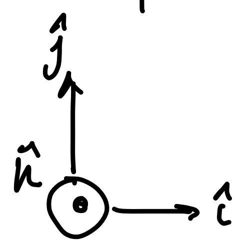


$$= \dot{\alpha}\left(\underbrace{-\sin\alpha\, i + \cos\alpha}\, \hat{j}\right)$$

la derivazione ha cambiato sin e cos e reso x negativo

$$= \dot{\alpha}\, \hat{n}$$

$$= \dot{\alpha}\, \hat{k} \times \hat{t} =$$



$$= \det \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & \dot{\alpha} \\ \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\,(-\dot{\alpha}\sin\alpha) - j\,(-\dot{\alpha}\cos\alpha)$$

$$= -\dot{\alpha}\sin\alpha\, \hat{i} + \dot{\alpha}\cos\alpha\, \hat{j}$$

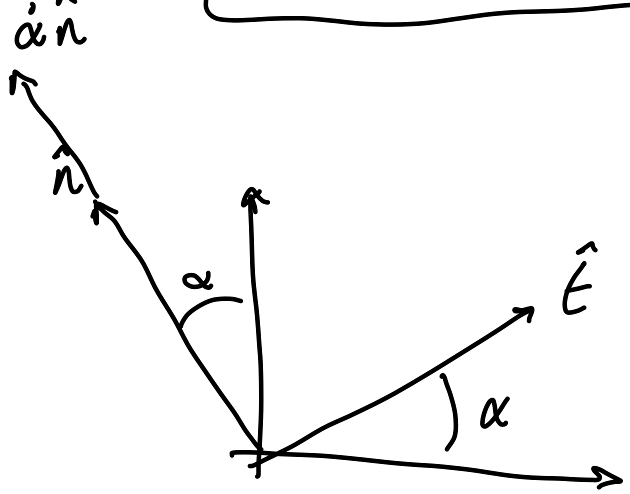
Riporta lo stesso risultato

$$\Rightarrow \frac{d\hat{t}}{dt} = \vec{\omega} \times \hat{t}, \text{ con } \vec{\omega} = \dot{\alpha}\hat{k}$$

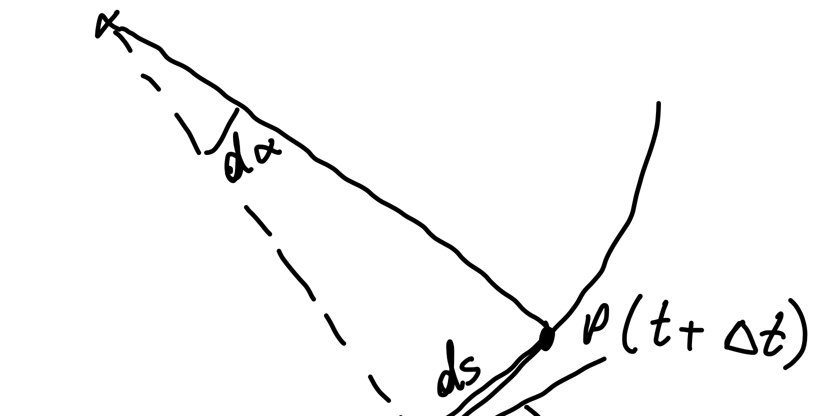
velocità angolare

Da prima

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{dv}{dt}\hat{t} + v(\vec{\omega} \times \hat{t}) = \frac{dv}{dt}\hat{t} + v\dot{\alpha}\hat{n}$$



Traiettorie sono importanti



ρ_c = raggio cerchio osculatore $\Rightarrow \frac{1}{K}$

$$K = \frac{(y'')}{(1+(y')^2)^{3/2}}$$

Ogni punto ha un cerchio osculatore

$$ds = \rho_c \, d\alpha = v \, dt$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{v}{\rho_c}$$

Espressione completa vettore accelerazione

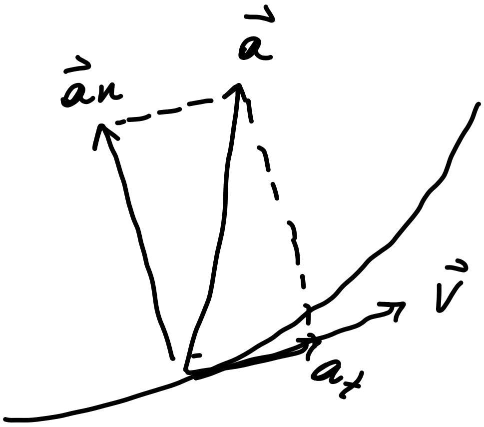
$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\hat{t} + \frac{v^2}{\rho_c}\hat{n} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

Forze di contenimento

$\hat{t}$ e $\hat{n}$ seguono la traiettoria

Forze di propulsione

calcolo di a_t



$$a_t = \vec{a}\cdot\hat{t} = \vec{a}\cdot\frac{\vec{v}}{v} = \frac{a_x v_x + a_y v_y}{\sqrt{v_x^2+v_y^2}}$$

Prodotto scalare somma dei prodotti

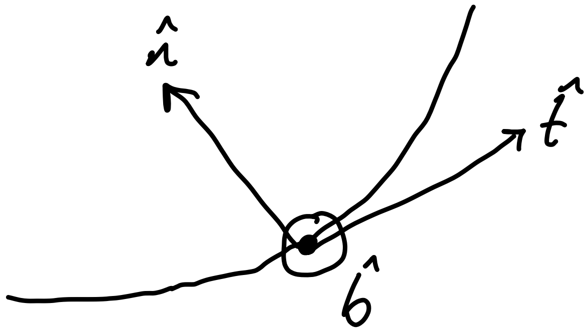
se $a_t > 0$ $v\uparrow$ se $a_t < 0$ $v\downarrow$

Calcolo di a_n

Riferimento relativo

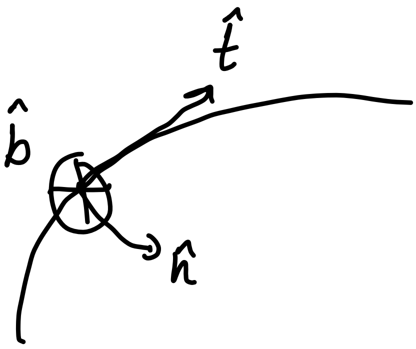
$$\vec{v}\times\vec{a} = v\hat{t}\times(a_t\hat{t} + a_n\hat{n}) = v a_n\, \hat{t}\times\hat{n}$$

Usando $\hat{t}$ e $\hat{n}$ ha più senso in questo caso



$$\boxed{= v a_n \hat{b}}$$

Binormale, uscente o entrante nel piano



Riferimento assoluto

$$\vec{v}\times\vec{a} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & 0 \\ a_x & a_y & 0 \end{vmatrix} = \hat{k}\,(v_x a_y - v_y a_x)$$

$$= v a_n \hat{b} \Rightarrow v_x a_y - v_y a_x = v a_n$$

$$a_n = \frac{v_x a_y - v_y a_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}$$

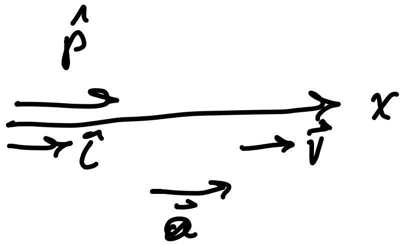
> 0 se $\hat{b} = \hat{k}$

< 0 se $\hat{b} = -\hat{k}$

Anche

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2}$$

Moto su traietto rettilinea



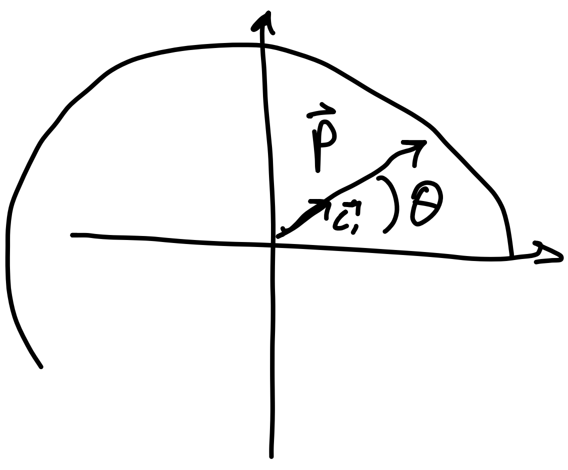
$\vec{P} = x(t)\hat{i}$

$\vec{v} = \dot{x}\hat{i}$

$\vec{a} = \ddot{x}\hat{i}$

$$a_n = 0 \quad \forall t \Leftrightarrow \rho_c \to \infty$$

Moto su traiettoria circolare



$\vec{P} = (P - O) = R\hat{i}_1$

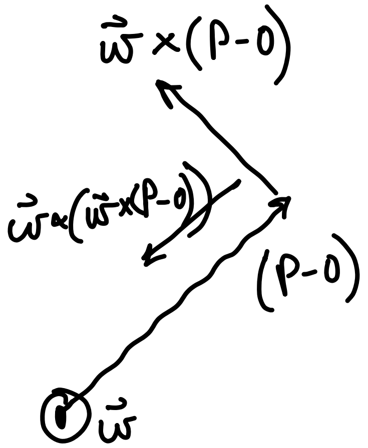
$\hat{i}_1$ indica inclinazione θ

- $\cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j}$

$$\vec{v} = R\frac{d\hat{i}_r}{dt} = R\,\underbrace{\vec{\omega}}_{\dot{\theta}\hat{k}}\times\hat{i}_r$$

$$= \vec{\omega}\times R\vec{i}_r = \vec{\omega}\times(P-O)$$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}\left(\vec{\omega}\times(P-O)\right) = \underbrace{\dot{\vec{\omega}}}_{\text{accelerazione angolare } \frac{rad}{s^2}}\times(P-O) + \vec{\omega}\times\frac{d}{dt}(P-O)$$



$$= \dot{\vec{\omega}}\times(P-O) + \underbrace{\vec{\omega}\times\left(\vec{\omega}\times(P-O)\right)}_{-\omega^2(P-O)}$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{\omega}}\times(P-O) - \omega^2(P-O)$$