Lezione 9

Richiamo: estensione sull'analisi delle reti

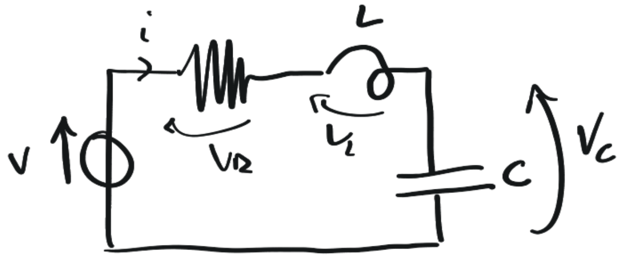
$$v(t) = \sqrt{2}\, V \cos(\omega t + \varphi_v) = \Re e\big(\sqrt{2}\, \underbrace{V e^{j\varphi_v}}_{\text{Fasore}} e^{j\omega t}\big)$$

Valore Efficace = Media Quadratica $= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v(t)^2\, dt}$

$\bar{V} = V e^{j\varphi_v}$

Equivalenti

Trasformata di Steinmetz



$v_R = Ri$

$v_L = L\frac{di}{dt}$

$v_C = C\frac{dv_C}{dt}$

$v = \underbrace{v_R + v_L + v_C}$

Integro differenziale ⇒ complicato

Kirchhoff non cambia la forma, significa che sono anche queste sinusoidi, non cambia ω, sono come prima, ma sfasati

Resistenza

$$V = Re(\sqrt{2}\, \underbrace{V_R\, e^{j\varphi_V}}_{\bar{V}}\, e^{j\omega t}) = R \cdot Re(\sqrt{2}\, \underbrace{I\, e^{j\varphi_I}}_{\bar{I}}\, e^{j\omega t})$$

$$\bar{V}_R = R\bar{I}$$

Non serve cercare sinusoidi, ne sappiamo uno sappiamo l'altro

Induttore → nella frequenza

$$Re(\sqrt{2}\, \underbrace{V_L\, e^{j\varphi_L}}_{\bar{V}_L}\, e^{j\omega t}) = L \frac{d}{dt}\left(Re(\sqrt{2}\, \underbrace{I\, e^{j\varphi_I}}_{\bar{I}}\, e^{j\omega t})\right) =$$

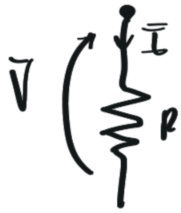
Derivata dell'esponenziale

$$= L \cdot j\omega \cdot Re(\sqrt{2}\, \bar{I}\, e^{j\omega t}) = \bar{V}_L = j\omega L \bar{I}$$

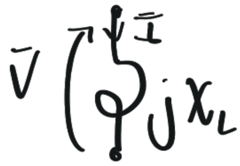
Si può riportare dentro

$$= j\underbrace{X_L}\bar{I}$$

→ Reattanza $[\Omega]$ Induttiva



$$\Rightarrow \quad \bar V = R \bar I$$



$$\bar V = j \overset{[\Omega]}{X_L} \bar I = j \overset{[\frac{rad}{s}]}{\omega} \underset{[H]}{L} \bar I$$

$$\omega = 2\pi f$$

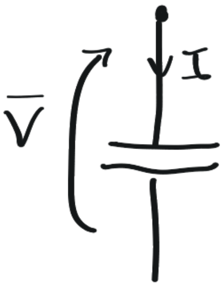
Condensatore

$$\mathrm{Re}\left(\sqrt{2}\, \underbrace{I\, e^{j\varphi_I}}_{\bar I}\, e^{j\omega t}\right) = C \frac{d}{dt}\left(\mathrm{Re}\left(\sqrt{2}\, \underbrace{V_c\, e^{j\varphi_I}}_{\bar V_c}\, e^{j\omega t}\right)\right)$$

$$\bar I = C j\omega\, \mathrm{Re}\left(\sqrt{2}\, \bar V_c\, e^{j\omega t}\right)$$

$$\downarrow$$

$$= C j\omega \bar V_c$$



$$\bar V = \frac{1}{j\omega C} \bar I$$

Legge di Ohm

$$\frac{1}{j} = -j$$

$$\bar V = -j \frac{1}{\omega C} \bar I$$

Leggi di Ohm

$$\bar{V} = R\bar{I}$$

$$\bar{V} = jX_L\bar{I} = j\omega L\bar{I} \qquad X_L = \omega L$$

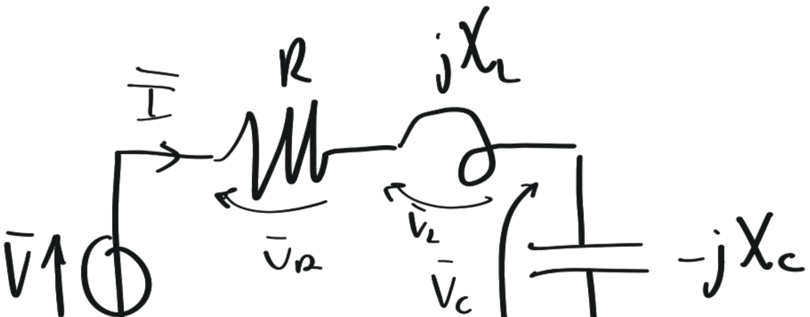
$$\bar{V} = -j\underbrace{X_c}_{}\bar{I} = -j\frac{1}{\omega C}\bar{I} \qquad X_c = \frac{1}{\omega C}\left(= \frac{-1}{\omega C}\right)$$

[Ω] Reattanza
Conduttanza

Alcuni lo usano dentro dando

$$\bar{V} = jX_c\bar{I}$$

Reti Simboliche Equivalenti → stesse reti ma con $\mathbb{C}$ non vere, somma i numeri complessi con reali



→ Si risolve con rete in continuo, perché i numeri non variano nel tempo, si usano i numeri complessi

$$\bar{V} = \bar{V}_R + \bar{V}_L + \bar{V}_C$$

$$= R\bar{I} + jX_L\bar{I} - jX_C\bar{I}$$

$$\boxed{\bar{V} = (R + j(X_L - X_C))\bar{I}}$$

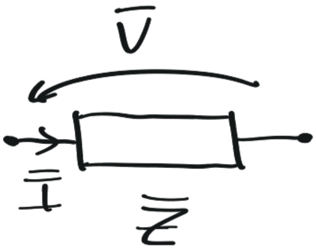
→ Equazione Risolutiva

$$R+j(X_L - X_C) = \bar{\bar{Z}} \quad [\Omega]$$

Impedenza

Legge di Ohm generalizzata

$$\bar{V} = \bar{\bar{Z}}\,\bar{I}$$



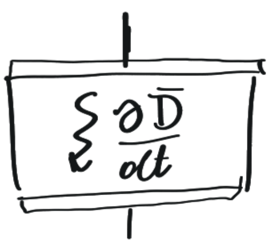
$$|\bar{Z}| = Z = \sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}$$

Comportamento induttivo
se $X_L > X_C$

Comportamento capacitivo
se $X_C > X_L$

Nell'industria finché f < qualche kHz si può risolvere un sistema.

$$i = C\frac{dv}{dt}$$

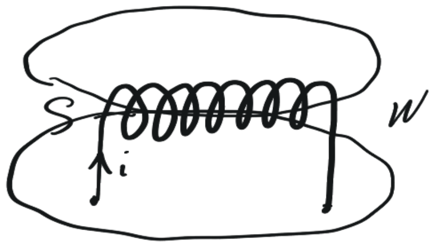


Non si muove la corrente anche in AC, perché la induzione magnetica muove le cariche

$$\text{rot}\,\bar{H} = \sigma + \frac{\partial D}{\partial t}$$

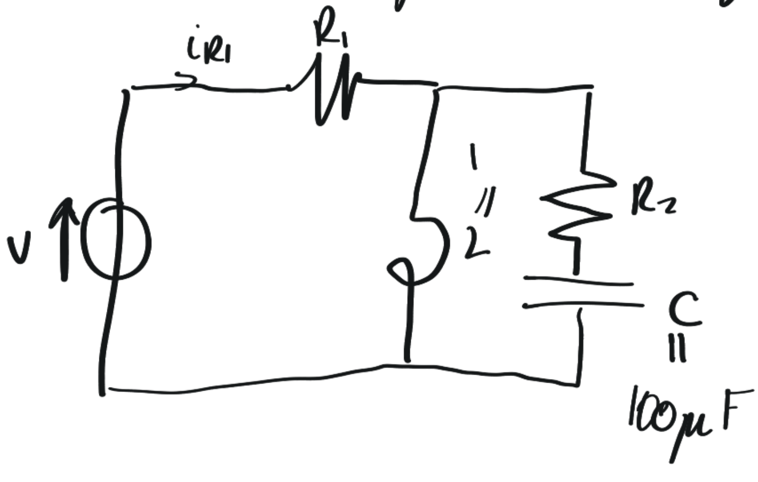
Induttore e condensatore non consumano energia, accumulano energia

Condensatore → accumula nel campo elettrico
Induttore → accumula nel campo magnetico

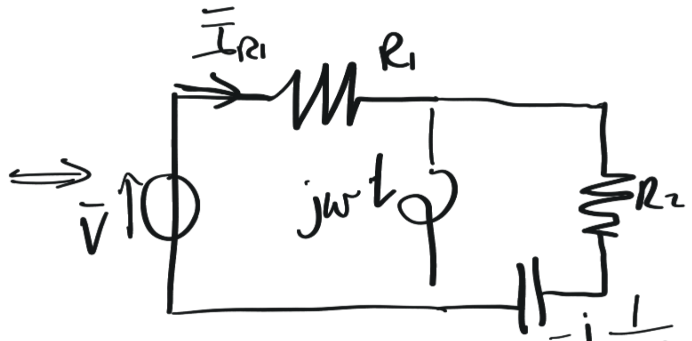


Con i numeri complessi, che non variano nel tempo, troviamo che anche se varia nel tempo, i risultati sono costanti e indipendenti dal tempo.

I numeri complessi ci tolgono la variazione nel tempo



⟹ invece di studiare la rete nel tempo, la studiamo nei numeri complessi



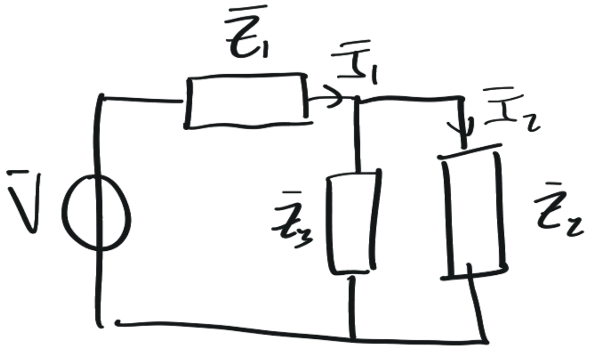
$$-j\frac{1}{\omega C} = -j\cdot\frac{1}{314\cdot 100\cdot 10^{-6}}$$

$$v = \sqrt{2}\,10\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \bar V = 10e^{j\pi/3}$$

$$j\omega L \Rightarrow j\cdot \underset{\substack{\downarrow \\ 2\pi f\ =\ 50Hz}}{314\left[\frac{rad}{s}\right]}\cdot \underset{10mH}{10\cdot 10^{-3}}$$

X_L

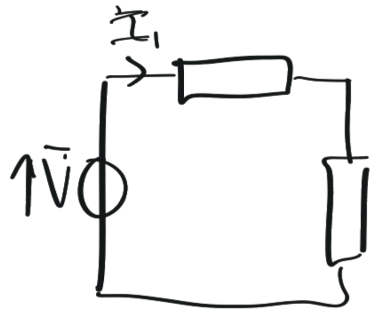
4 o 5 cifre significative mantenute attraverso tutti i calcoli



$$\bar Z_2 = R_2 - jX_C$$

$$\bar Z_3 = jX_L$$

$$\bar Z = R_1$$



$$\bar Z = \frac{\bar Z_2\cdot\bar Z_3}{\bar Z_2+\bar Z_3}$$

$$\bar I_1 = \frac{\bar V}{\bar Z_1+\bar Z_{eq}}$$

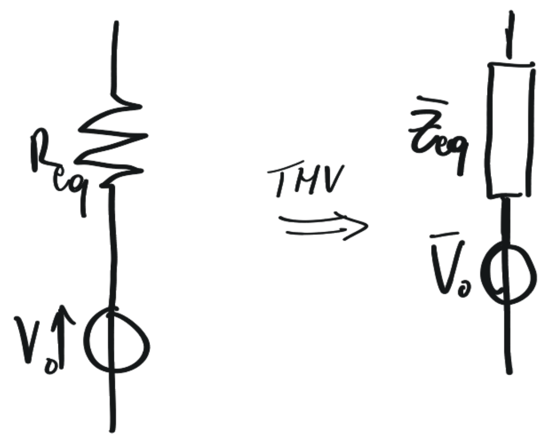
$$\bar I_2 = \frac{\bar Z_3}{\bar Z_2+\bar Z_3}\cdot\bar I_1 = I e^{j\varphi_I}$$

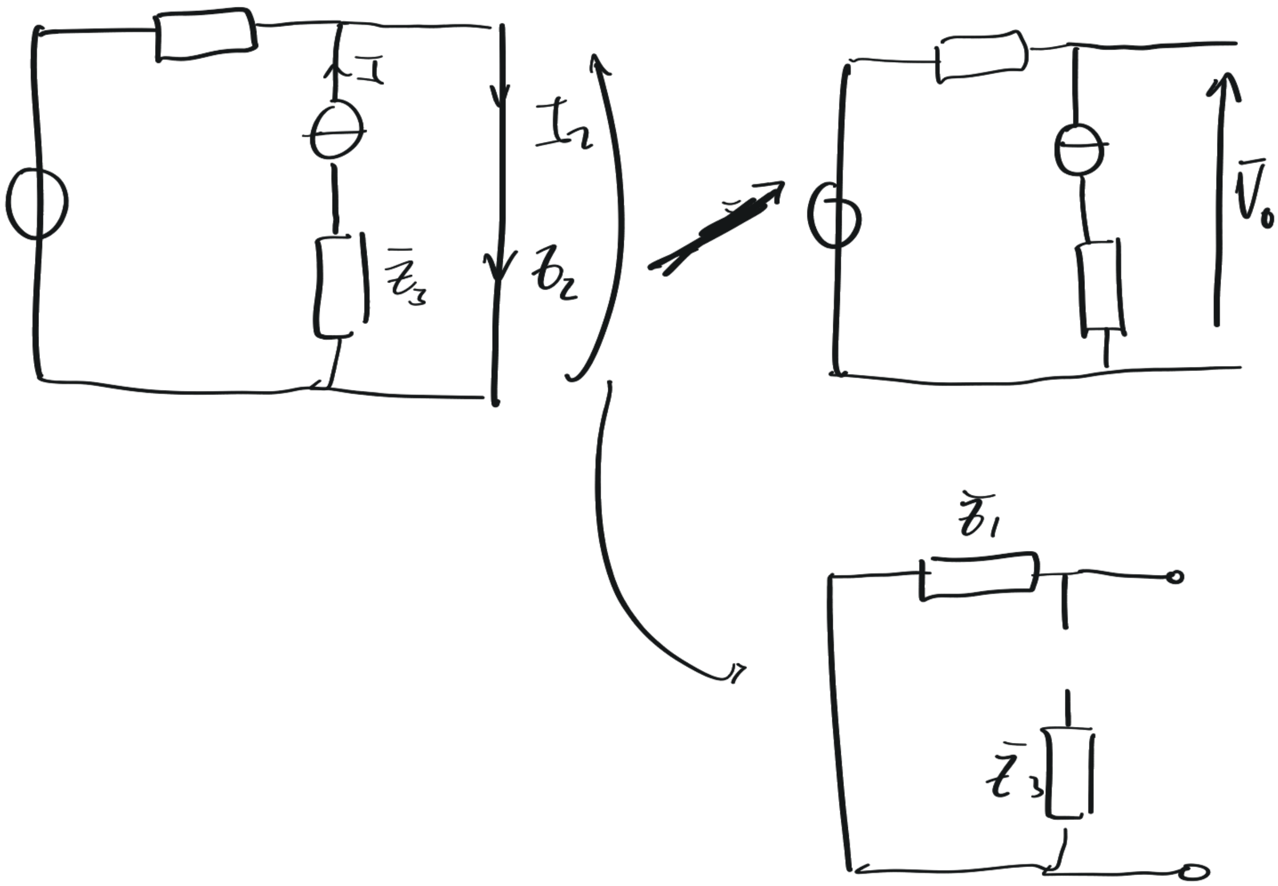
Le legge che abbiamo usato in regime stazionario nella rete simplica come nella legge vera.

$$\hookrightarrow i_2 = \sqrt{2}\, I \cos(\omega t + \varphi_I)$$

$$I = \sqrt{I_{Re}^2 + I_{IM}^2} \qquad \varphi_I = \arctan\left(\frac{I_{IM}}{I_{Re}}\right)$$

Thevenin in AC





In energia alternata si accumula negli induttori e condensatori, bisognerebbe dare più potenza di quale erogata per compensare per quella accumulata

---

Io:

AC

$\longrightarrow$ Con il cambio di direzione
$\longleftarrow$ tutte le leggi di Ohm si invertono spiegando la ragione perché rimane uguale,

$\xrightarrow{i}$ $\overset{v}{\curvearrowleft}$ $v = iR$

$\parallel$

$\xleftarrow{i}$ $\underset{v}{\curvearrowright}$ $v = iR$