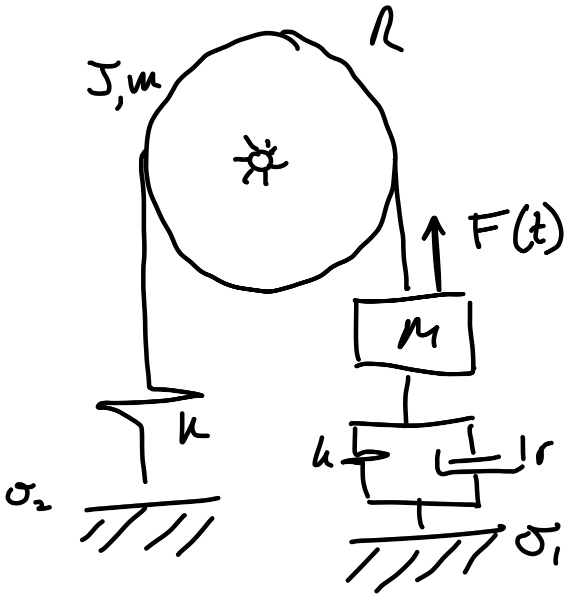
Esercitazione 22 -



Dati:

$m = 30\,kg$

$k = 2000\, N/m$

$r = 80\, \frac{Ns}{m}$

$R = 0{,}3\,m$

$J = 0{,}9\, kg\,m^2$

$M = 20\,kg$

$F(t) = F_0 \cos \Omega t$

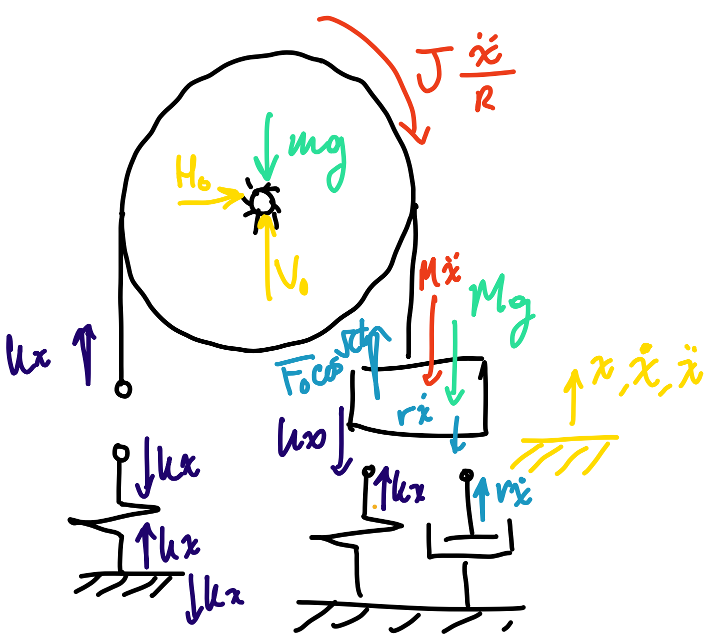
$F_0 = 10\,N$

$\Omega = 5\, \frac{rad}{s}$

Determinare $X \rightarrow$ ampiezza di vibrazione

$\varphi \rightarrow$ sfasamento

Bilancio delle Energie o Lagrange $\rightarrow$ Metodi diversi



Incognite $H_0, V_0, x, \dot{x}$ e $\ddot{x}$

Ma ci interessano H_0 e V_0 quindi:

$$\sum_i M_0^{SIST} = 0$$

$$J\ddot{x} + M\ddot{x}R + MgR + kxR + r\dot{x}R + kx\cdot R - F_0\cos\Omega t\, R = 0$$

$$\left(J/R^2 + M\right)\ddot{x} + r\dot{x} + 2kx = F_0\cos\Omega t - Mg$$

Differenziale di secondo ordine, 1ª omogenea e 2 particolari

Omogenea $(J/R^2)\ddot{x}_g + r\dot{x}_g + 2kx_g = 0$

Particolare 1 $(J/R^2 + M)\ddot{x}_{p1} + r\dot{x}_{p1} + 2kx_{p1} = F_0\cos\Omega t$

Particolare 2 $(J/R^2 + M)\ddot{x}_{p2} + r\dot{x}_{p2} + 2kx_{p2} = -Mg$

$$x(t) = x_g(t) + x_{p1}(t) + x_{p2}(t)$$

↳ Dopo poco tempo va via quindi lo ignoriamo

x_{p2} è il punto statico

x_{p1} è quello che ci importa

$m_{eq} = \frac{J}{R^2} + M \qquad k_{eq} = 2k$

$m_{eq}\ddot{x}_{p1} + r\dot{x}_{p1} + k_{eq}x_{p1} = F_0\cos\Omega t$

storma

$$x_{p1}(t) = X\cos(\Omega t - \varphi)$$

Il ritmo della forza determina il ritmo del movimento del sistema.

Ho detto che è meglio → perché ci sarebbe anche seno se ci fosse altro componente

$$\dot{x}_{p1} = -X\Omega\sin(\Omega t - \varphi)$$

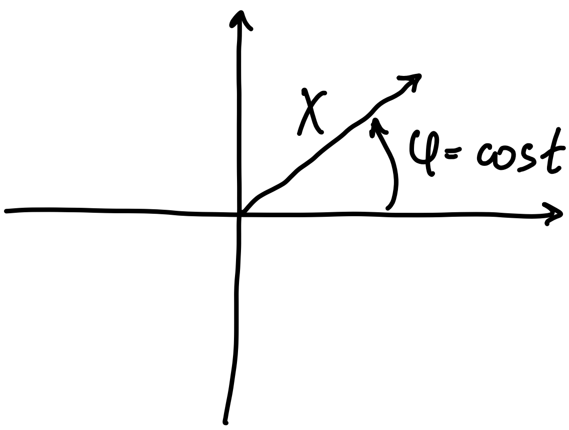
$$\ddot{x}_{p2} = -X\Omega^2\cos(\Omega t - \varphi)$$

$$-m_{eq}X\Omega^2\cos(\Omega t - \varphi) - rX\Omega\sin(\Omega t - \varphi) + k_{eq}X\cos(\Omega t - \varphi) - F_0\cos(\Omega t) = 0$$

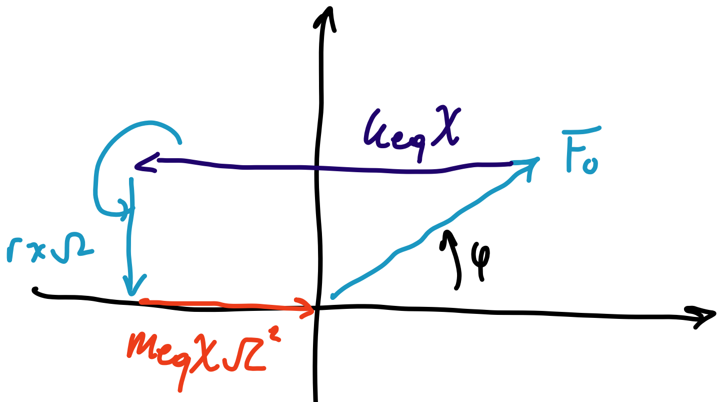
$$\Omega t - \varphi = \Omega\tau \rightarrow \Omega t = \Omega\tau + \varphi$$

$$(F_0\cos\Omega t + \varphi) - k_{eq}X\cos\Omega\tau + rX\Omega\sin(\Omega\tau) + m_{eq}X\Omega^2\cos(\Omega\tau) = 0$$

$$F_0\cos\Omega\tau + \varphi + k_{eq}X\cos(\Omega\tau - \pi) + rX\Omega\cos\left(\Omega t + \frac{3}{2}\pi\right) + m_{eq}X\Omega^2\cos\Omega\tau = 0$$



Rendiamo tutto vettori



Gira con Ωt intorno all'origine.

$$(k_{eq}X - m_{eq}X\Omega^2)^2 + (rX\Omega)^2 = F_0^2$$

$$X(k_{eq} - m_{eq}\Omega^2)$$

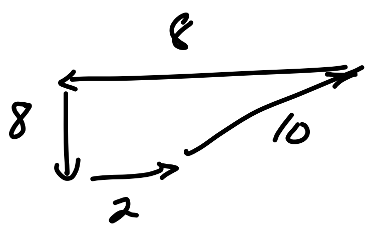
$$x = \frac{F_0}{\sqrt{(k_{eq} - m_{eq}\Omega^2)^2 + (r\Omega)^2}} = \frac{1}{500} = 2\,mm$$

$F_0 = 10\,N$

$$k_{eq} \cdot X = 4000 \cdot \frac{2}{1000} = 8\,N$$

$$r\Omega X = 800 \cdot \frac{2}{1000} \cdot 5 = 8\,N$$

$$mX\Omega^2 = 40 \cdot \frac{2}{1000} \cdot 25 = 2\,N$$



$8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 = 10^2$ ✓

Forza Trasmessa

DINAMICA

$$R_{or}(t) = k\,x_{ps}(t) + r\,\dot{x}_{ps}(t) = kX\cos(\Omega t - \varphi) - rX\Omega\sin(\Omega t - \varphi)$$

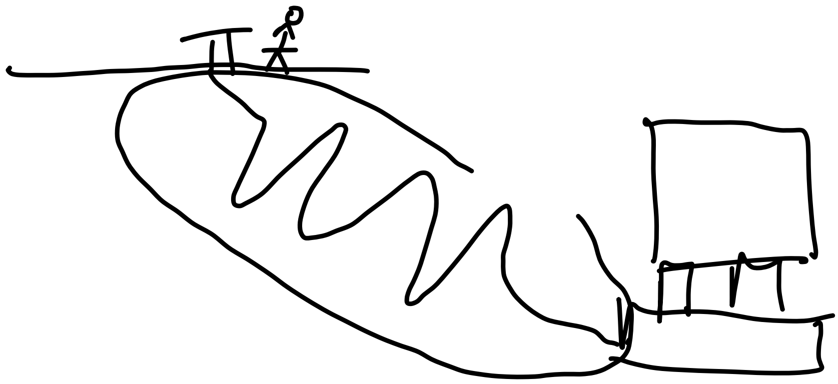
$$= k\,x\cos\Omega\tau - rX\cos\Omega\tau$$

$$kx = 2000 \cdot \frac{2}{1000} = 4N$$

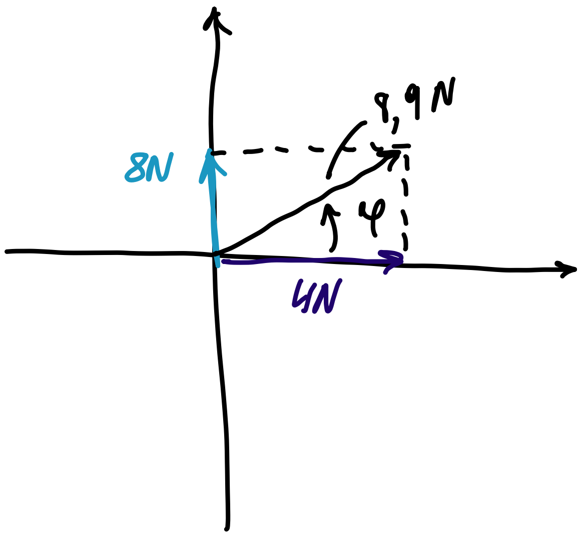
$$r x \Omega = 800 \cdot \frac{2}{1000} \cdot 5 = 8N$$

Non so più sommare o sottrare

La statica di solito non ha molto effetto, quelle dinamiche invece sono importanti perché



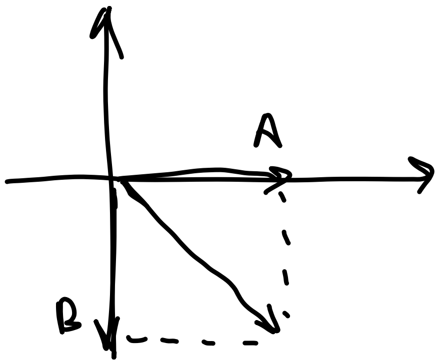
La terra tra metropolitana e persone agisce come una molla (circa), anche se sono piccole le forze creano disturbi che possono causare problemi



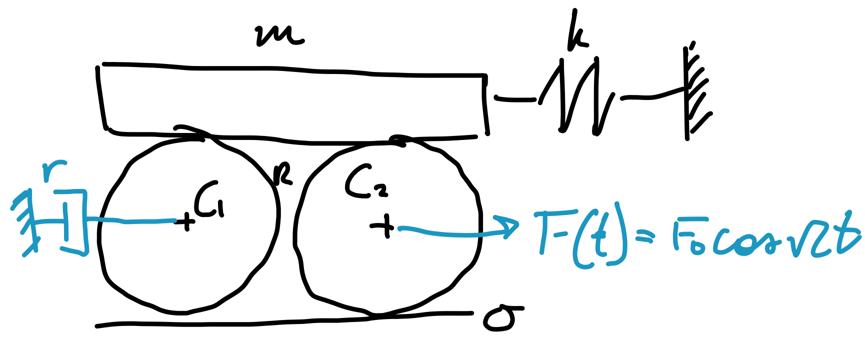
$$|R_t| = \sqrt{8^2+4^2} = 8{,}9N$$

$$x(t) = A\cos\Omega t + B\sin\Omega t = X\cos(\Omega t - \varphi)$$

$$X = \sqrt{A^2+B^2}$$



$\varphi = \text{cotan}\,\frac{B}{A}$



Dati:

$m = 10\,kg$

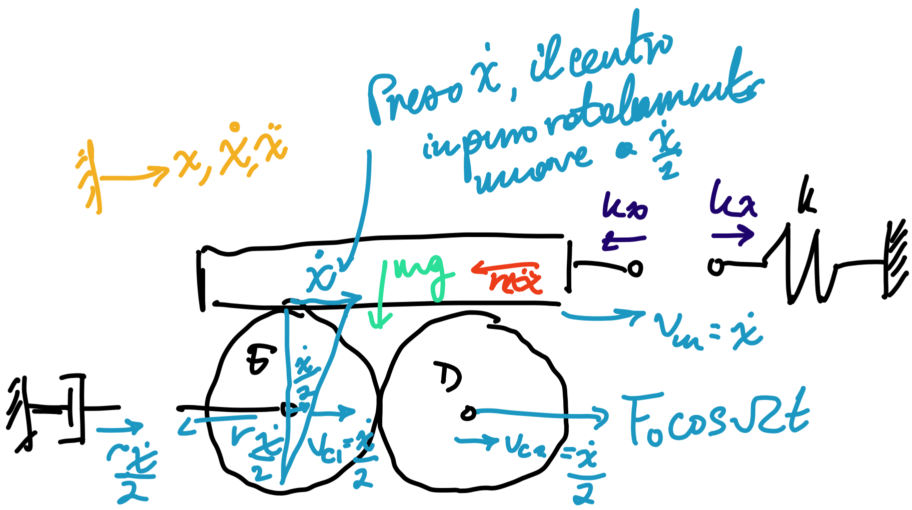
$R = 0{,}25\,m$

$k = 1000\,N/m$

$r = 200\,\frac{Ns}{m}$

$F_0 = 100\,N$

$\Omega = 20\,rad/s$



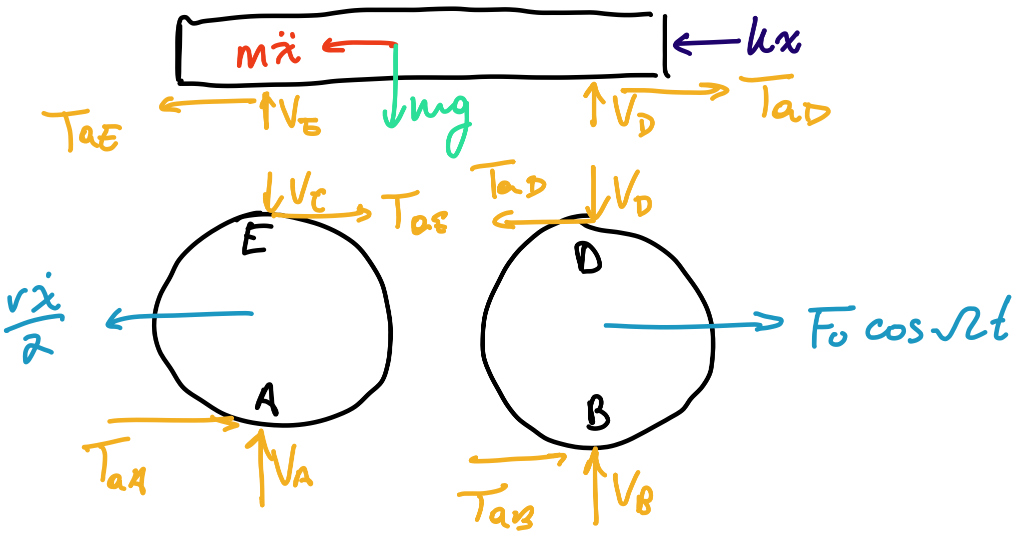
<u>BdP</u> $\quad \sum W = 0$

$$-m\ddot{x}\cancel{\dot{x}} + \cancel{mg\dot{x}\cos\frac{\pi}{2}}^{\,0} - kx\cdot\cancel{\dot{x}} - \frac{r\dot{x}^{\cancel{2}}}{4} + F_0\cos(\Omega t)\cdot\frac{\cancel{\dot{x}}}{2}$$

$$-m\ddot{x} - \frac{r\dot{x}}{4} - kx + \frac{1}{2}F_0\cos\Omega t$$

$$\boxed{m\ddot{x} + \frac{1}{4}r\dot{x} + kx = \frac{F_0}{2}\cos\Omega t}$$

Equilibri Dinamici



Reazioni vincolari → non conviene usa il sistema intero guardiamo sistemi opportuni per trovare la soluzione

$$\sum F_H^{(m)} = 0$$

$$\sum M_A^{DISCO1} = 0$$

$$T_{aE} \cdot 2R - \frac{r\dot{x}}{2} R = 0$$

$$T_{aE} = \frac{r\dot{x}}{4}$$

$$\sum M_B^{DISCO2} = 0$$

$$T_{aD}\, 2R - F_0 \cos \Omega t \cdot R = 0$$

$$T_{AD} = \frac{F_0}{2} \cos \Omega t$$

$$\rightarrow \quad m\ddot{x} + \frac{r\dot{x}}{4} + kx - \frac{F_0}{2} \cos \Omega t = 0$$

$$\hookrightarrow m\ddot{x} + \frac{r\dot{x}}{4} + kx = \frac{F_0}{2}\cos \Omega t$$

stessa equazione, ma con il BdP non serve spezzare.

Prossima volta Lagrange