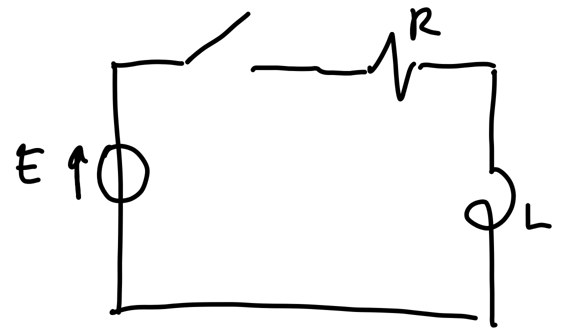
<u>Lezione 10:</u>



<u>STATO</u>

VARIABILI DI STATO

i_L = corrente sugli induttori
v_C = tensione sui condensatori

CI LIMITEREMO AD

1 induttore
o 1 condensatore } 1 variabile di stato

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu$$

u ← ingressi (generatori)

x: i_L o v_C

$$E = Ri + L\frac{di}{dt}$$

Non costante perché cambia nel tempo

$(-\infty, 0^-) = t$

In corrente continua ⇒

$i(0^-) = 0$

$x(0^-) = x(0^+)$

Dato che 0^- è 0^+ significhe che non ci può esser gradino, significa che possiamo fissare

$i(0^+) = 0$

$i = i_0(t) + i_p(t)$

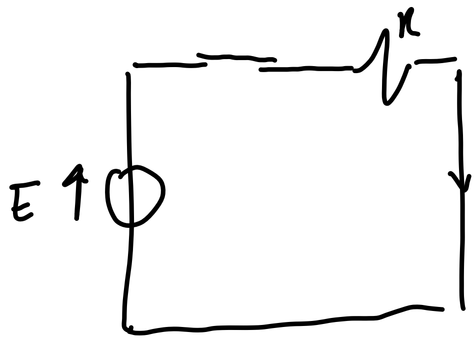
$i_0(t) \to 0$ per $t \to \infty$

$i_p(t)$: sappiamo calcolarlo, quello che rimane a $t = \infty$

$(+\infty) = t$

Siamo in corrente continua

$\Rightarrow$ 



$i(V_0) = \frac{E}{R}$

$\Rightarrow i = i_0(t) + i_p(t) = i_0(t) + \frac{E}{R}$

i_0 si trova spegnendo ogni generatori (ingressi)

$\frac{dx}{dt} = x \rightarrow x = Ae^{-\lambda t}$

sappiamo già che è negativo perché per $t \to \infty$ deve $\to 0$ questo è l'unico modo

$$i_0(t) = Ae^{-\frac{R}{L}t} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

τ costante di tempo $= \frac{L}{R}$

$\frac{t}{\tau}$ si ritiene abbastanza piccolo quando $t > 5\tau$, dopo si ritiene di essere a ∞, cioè il sistema non evolve più, è finita la transizione.

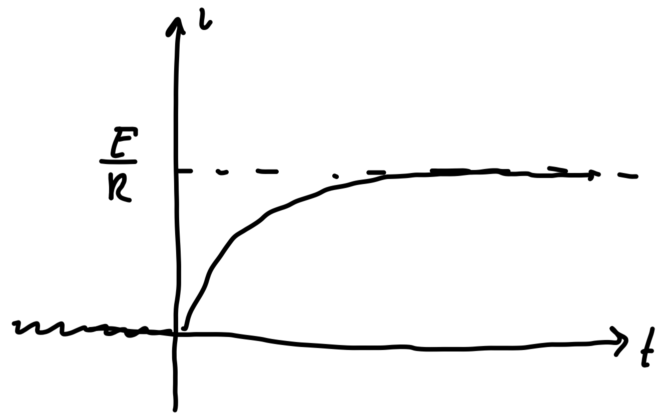
τ sono nell'ordine dei millisecondi

$$i = Ae^{-t/\tau} + \frac{E}{R}$$

a $t = 0 \rightarrow i = 0$

$$\Rightarrow A + \frac{E}{R} = 0 \Rightarrow A = \frac{-E}{R}$$

$$i(t) = \frac{-E}{R} e^{t/\tau} + \frac{E}{R}$$



Esplicitando:

$$i(t) = Ae^{-t/\tau} + i(\infty)$$

$$i(0^+) = A + i(\infty)$$

$$A = i(0^+) - i(\infty)$$

$$\underbrace{i(t) = \left(i(0^+) - i(\infty)\right)e^{-t/\tau} + i(\infty)}_{\text{Ci dice che dobbiamo calcolare a certi punti}}$$

Quando spengo la luce:

$$i(0^-) = \frac{E}{R} = i(0^+)$$

Quando apro l'interruttore la corrente non può cambiare, perché la corrente non può aprire genera arco elettrico tra i due contatti

continuando a aprire, aumentiamo l'aria, la resistenza aumenta e lentamente si estingue l'arco

Questo è come era, ora si usano camere di estinzione per estinguere l'arco quasi immediatamente

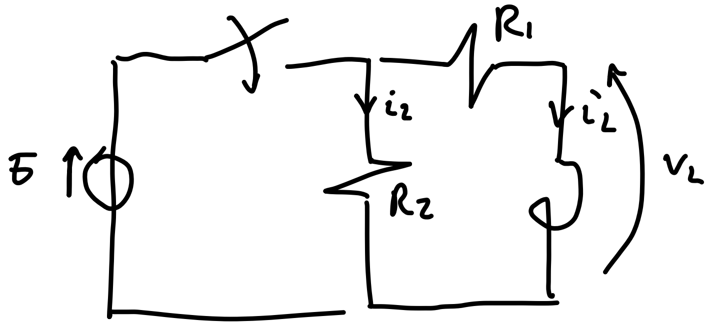
Non modelleremo archi elettrici.

Non chiederanno mai di spegnere una variabile di stato

Esplicitazione nei casi generali

$$i(t) = \left(i(0^+) - i(\infty)\right) e^{-\frac{t}{\tau}} + i(\infty)$$

Esempio



$i_2(0^-) \neq i_2(0^+)$

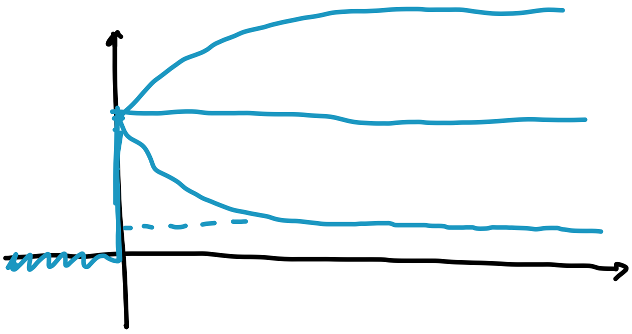
$i_L(0^-) = i_L(0^+)$

Analogamente

$V_L(0^-) \neq V_L(0^+)$

i_L è la variabile di stato non v

Le variabili non di stato possono fare quello che vogliono: possono avere anche scalini, la cosa che non cambia è che cambiano con un esponenziale, e hanno una costante



$$i_2(t) = \left(i_2(0^+) - i_2(\infty)\right) e^{-t/\tau} + i_2(\infty)$$

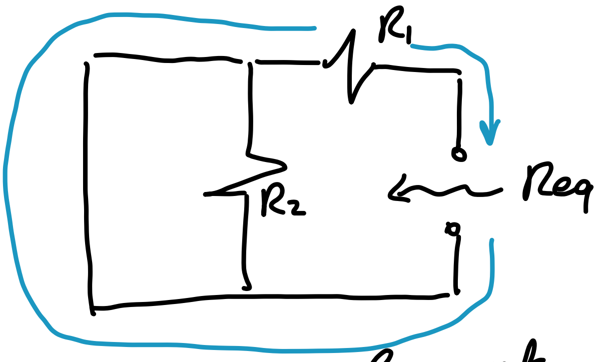
$$v_L(t) = \left(v_L(0^+) - v_L(\infty)\right) e^{-t/\tau} + v_L(\infty)$$

τ

ci sarà sempre solo un induttore o un condensatore

$$\tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{L}{\quad}$$

THEVENIN A (0^+) ⇒ R_{eq}



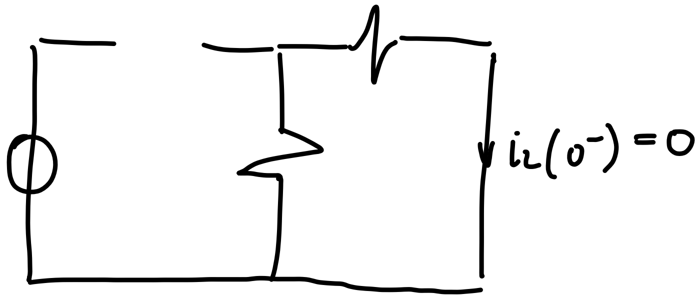
$R_{eq} = R_1$

Vogliamo sapere la resistenza equivalente vista dal induttore

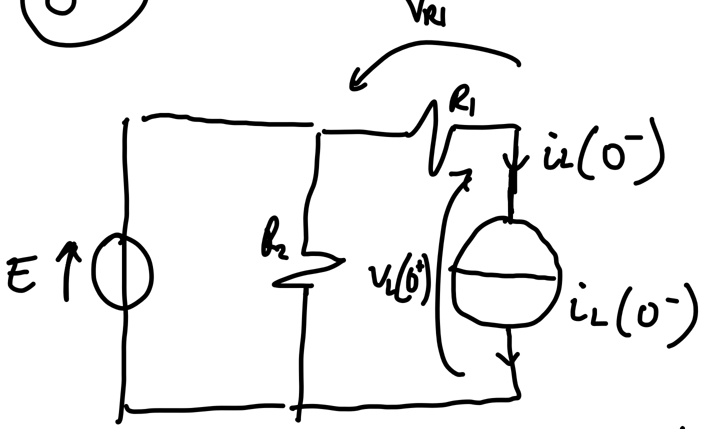
R_{eq} non vede R_2 perché c'è corto circuito che lo rende invisibile, e quindi si vede solo R_1

0^-

Non sappiamo trovare i_L a 0^+, quindi la troviamo a 0^-



0^+



Abbiamo fissato che $i_L(0^-) = i_L(0^+)$, quindi data la invarianza

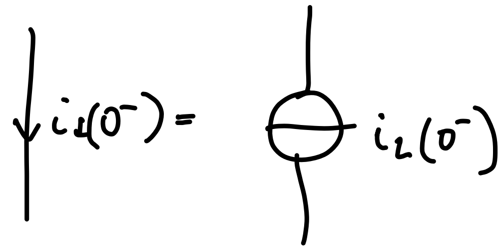
Abbiamo messo generatore perché a 0^+, i non può cambiare e l'induttore è percorso per la stessa corrente

$$V_{R1} = R_1 i_L(0^-)$$

$$v_L(0^+) = E - V_{R1}$$

di 0^-. È equivalente perché

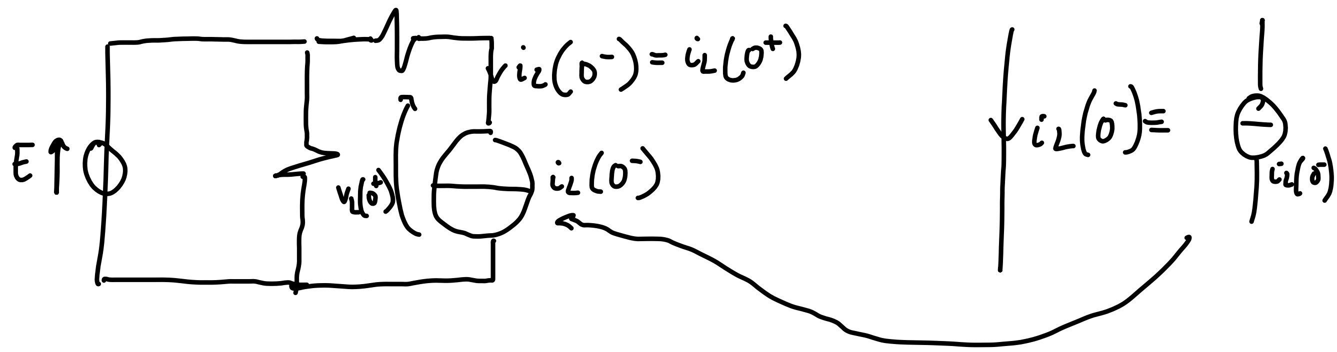
$$i_L(0^-) = 0 = i_L(0^+) =$$



$$v_L(t) = \underbrace{\left(\overbrace{v_L(0^+) - v_L(\infty)}^{A}\right) e^{-t/\tau}}_{v_{L0}(t)} + \underbrace{v_L(\infty)}_{v_{Lp}(t)}$$

Questa scrittura ci dice cosa dobbiamo calcolare

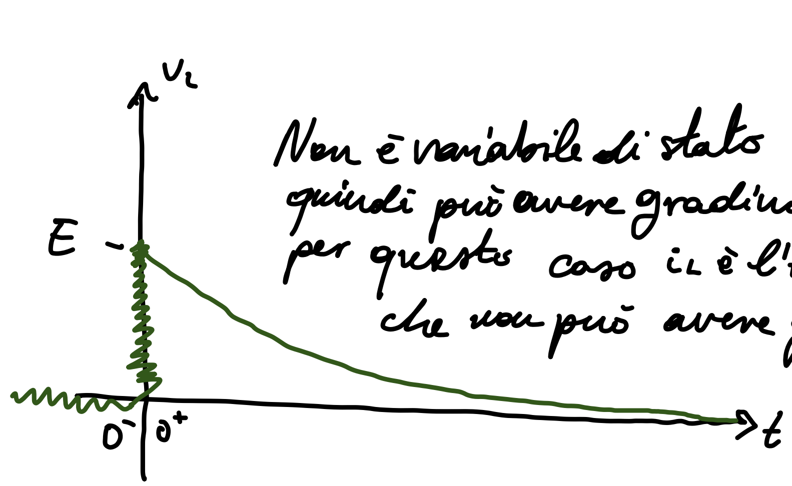
Per trovare $v_L(0^+)$, congeliamo con l'induttore rimosso:



$$E - R_1 \cdot i_L(0^-) = v_L(0^-)$$

in questo caso:

$$v_L(0^+) = E$$

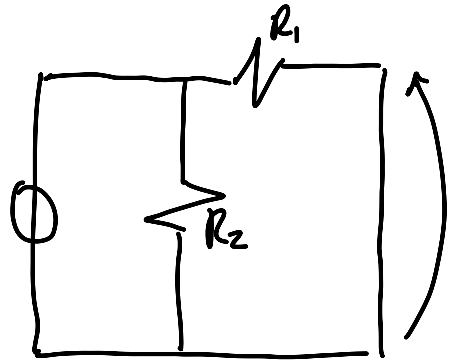


Non è variabile di stato quindi può avere gradino, per questo caso i_L è l'unica che non può avere gradino

Sapendo già come la soluzione, non serve ritornare alle equazioni iniziale

τ lo sappiamo già e il resto lo possiamo trovare

∞ → C.C → =



$V_L(\infty) = 0$

$v_L(t) = (E-0)e^{-t/\tau} + 0$

Riassunto

Unici che studieremo in questo corso

Transitorio con **1 sola** L (1 sola ⇒ 1° ordine)

Passi

1. Trovare τ

↳ Req → Thevenin ai capi di L a 0^+

Sappiamo che ogni variabile, di stato e non di stato (x)

lettera a caso

$x(t) = (x(0^+) - x(\infty))\, e^{-\frac{t}{\tau}} + x(\infty)$

2. Trovare $i_L(0^-)$

↳ rete DC ⇒ =

3. 0^+ ⇒ Risolvo rete a 0^+ sostituendo ≡ $i_L(0^-)$ ($V(0^+)$)

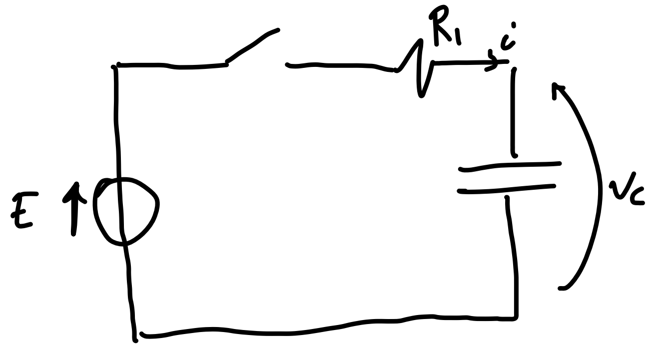
4. ∞ ⇒ rete in DC ⇒ ≡ ($V(\infty)$)

Transitori richiedono la soluzione di 3 reti e un Thevenin

i_{R2} non varia tra 0^+ e ∞, le variabili <u>non devono</u>

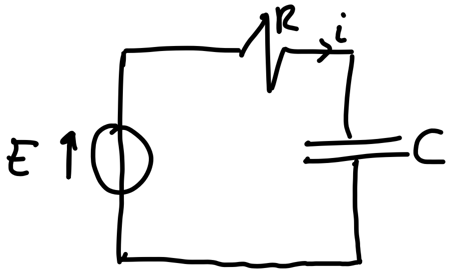
occorrere una transizione

Transizione di Condensatore (sarebbe il duale ma ci sono delle difficoltà quando lo calcoliamo)



$$i = C \frac{dv}{dt}$$

la equazione è la stessa, vale lo stesso con delle modifiche



$$E = \underbrace{Ri + \frac{1}{C}\int_0^t i\,dt}_{\text{Un pò più difficile di prima}}$$

$$v_c(t) = \left(v_c(0^+) - v_c(\infty)\right)e^{-t/\tau} + v_c(\infty)$$

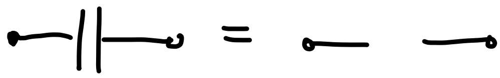
Essendo equazione di stato $v_c(0^+) = v_c(0^-)$

$\tau = R_{eq} C$ — Condensatore

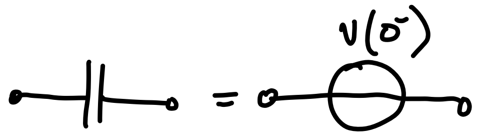
$\boxed{\tau = \frac{L}{R_{eq}}}$ — Induttore

R_{eq} di Thevenin vista ai morsetti dei condensatori

0^- Siamo in DC



0^+ Permantenere $V(0^-) = v(0^+) \Rightarrow$



Stessa procedura ma il duale