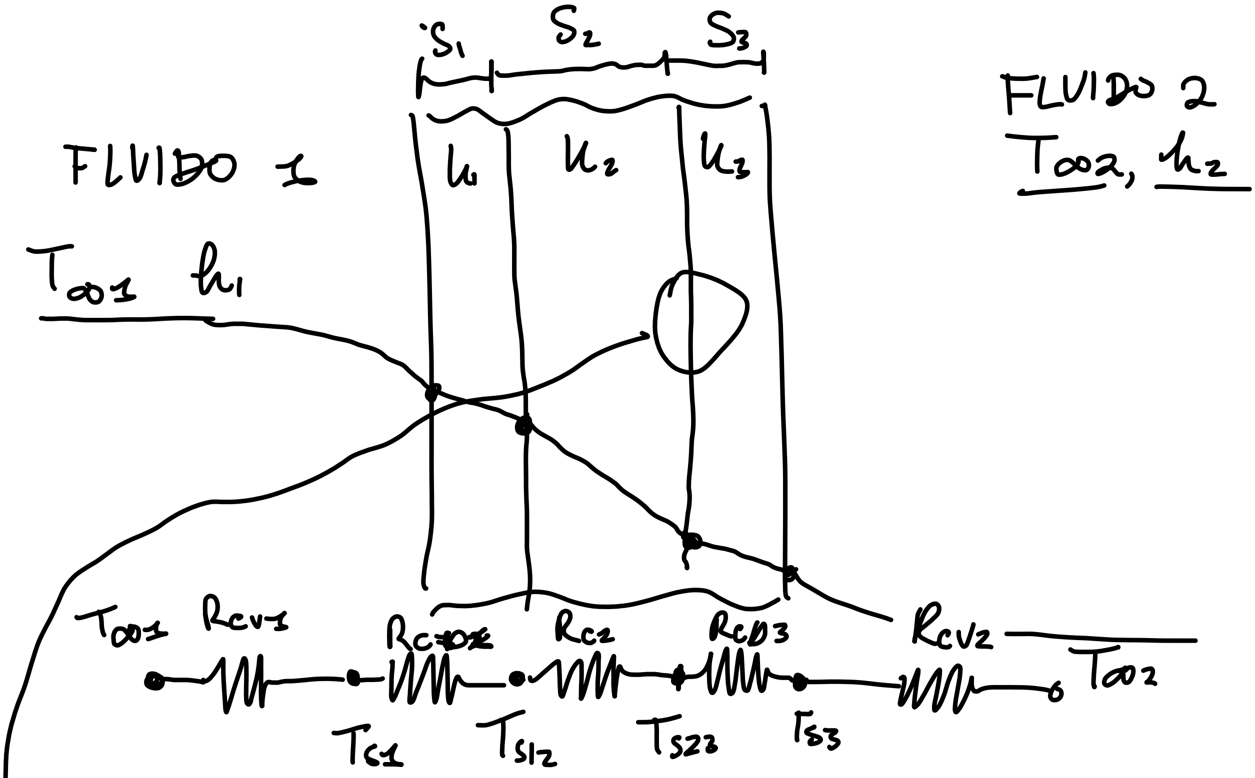
Lezione 16 –

Esempio che ci aveva chiesto di fare



$$\dot{q} = \frac{\Delta T}{\sum R} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{cv1} + R_{cd1} + R_{cd2} + R_{cd3} + R_{cv2}} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\frac{1}{h_1 A} + \frac{S_1}{k_1 A} + \frac{S_2}{k_2 A} + \frac{S_3}{k_3 A} + \frac{1}{h_2 A}}$$

$$= U \cdot A \left(T_{\infty 1} - T_{\infty 2} \right)$$

→ U coefficiente globale di scambio termico $\left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right]$

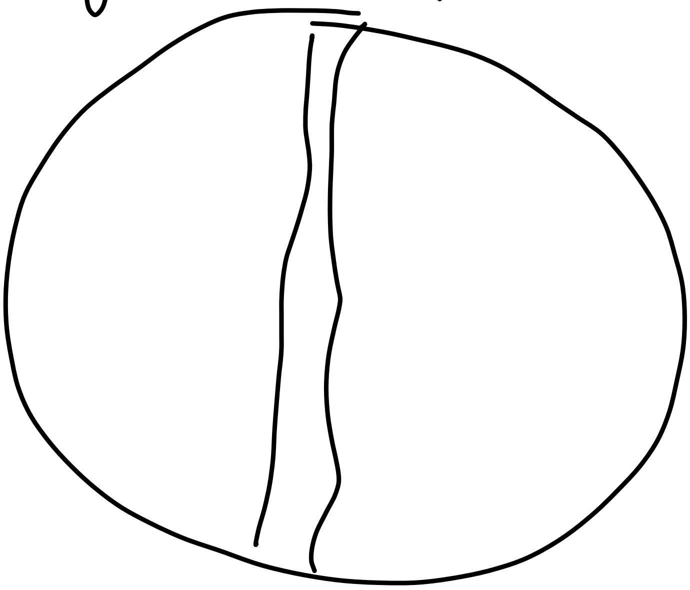
$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{S_1}{k_1} + \frac{S_2}{k_2} + \frac{S_3}{k_3} + \frac{1}{h_2}}$$

$h\left[\frac{W}{m\,K}\right]$ → più alto più ΔT è spinata

non

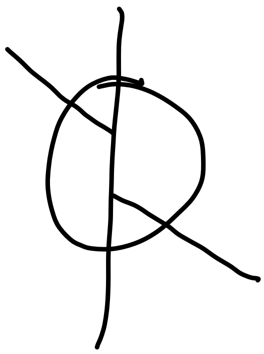
se aumento k diminuisce la resistenza

Ingrandisco la superficie di contatto

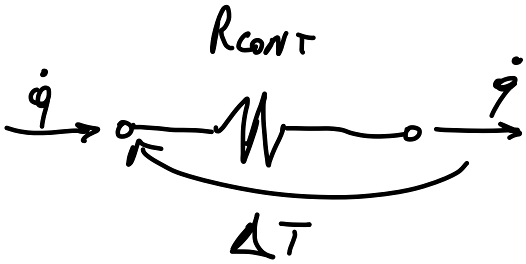


Ci accorgiamo che potrebbe non esser perfetto, questo aggiunge una resistenza di contatto

→ Significa che T non è continua

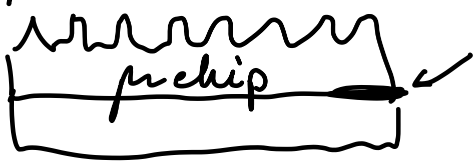


È un ΔT concentrato



Quando vogliamo isolare non è un problema perché aggiunge resistenza che è utile, invece quando vogliamo condurre

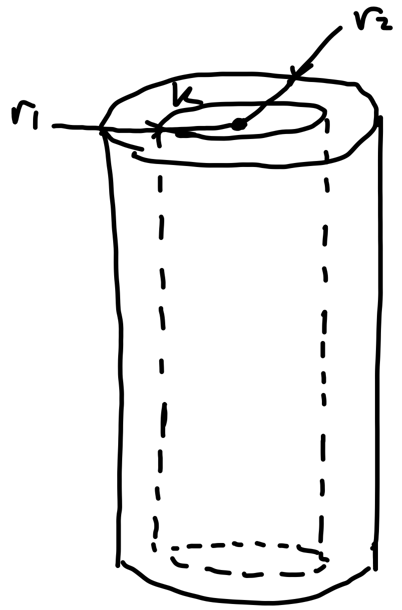
Esempio:



<u>Modi</u> per <u>diminuire R_{CONT}</u>:

- Spianare le superfici e lucidare (lavorare la superficie per diminuire rugosità)
- Pasta conduttiva
- Aumentare la pressione

<u>Analisi termica stazionaria e senza generazione (Laplace) ma coordinate cilindriche nei tubi</u>



Fluido Interno T_{F1}, h_1 ← Non possiamo parlare di T indisturbata

Fluido Esterno $T_{\infty E}, h_E$

$T_{sup.\,INTERNA}$: T_{S1}

$T_{sup.\,ESTERNA}$ T_{SE}

$k_T \left[\frac{W}{mK}\right]$ CONDUCIBILITÀ TUBO

Studiamo: → REGIME STAZIONARIO → $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$

↳ le temperature sono sempre uguali

→ Assenza di generazione di calore → $\dot{q}''' = 0$

$$\text{Equazione di Laplace} \rightarrow \overbrace{\nabla^2 T}^{\text{Laplaciano di } T} = 0$$

Derivata di quantità è 0, ergo quantità è costante

$$\nabla^2 T = \underset{\text{no cambia niente}}{\cancel{\frac{1}{r}}} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial T}{\partial r}\right) = 0 \rightarrow r \frac{\partial T}{\partial r} = C_1$$

In coordinate cilindriche

per $r = r_1 \rightarrow T(r) = T_{SI}$

per $r = r_2 \rightarrow T(r) = T_{SE}$

$$\int dT = \int \frac{1}{r} c_1 \, dr$$

$$\Rightarrow T(r) = c_1 \ln r + c_2$$ (Soluzione generale

Condizioni al Contorno

$$T_{SI} = c_1 \ln r_1 + C_1 \quad (1^a)$$

$$T_{SE} = c_1 \ln r_2 + c_2 \quad (2^a)$$

$$(1^a - 2^a) \rightarrow T_{SI} - T_{SE} = c_1 \ln \frac{r_1}{r_2} \rightarrow c_1 = \frac{T_{SI} - T_{SE}}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}$$

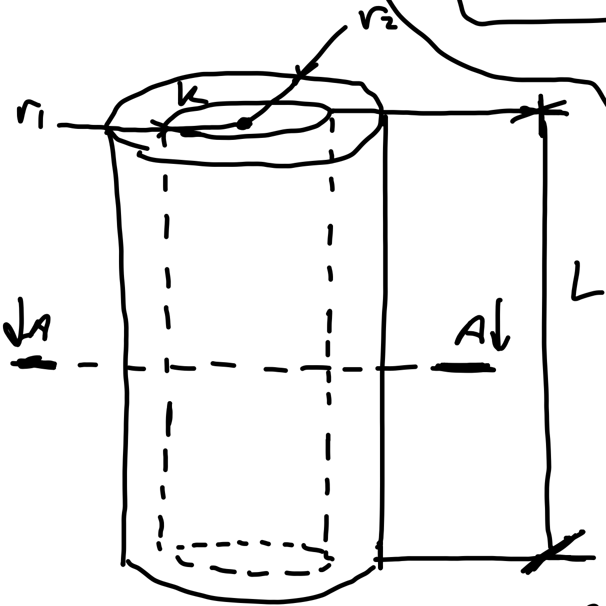
$$(1^a) \rightarrow T_{SI} = \underbrace{\frac{T_{SI} - T_{SE}}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}}_{c_1} \ln r_1 + c_2$$

$$c_2 = T_{SI} - \frac{T_{SI} - T_{SE}}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \ln r_1$$

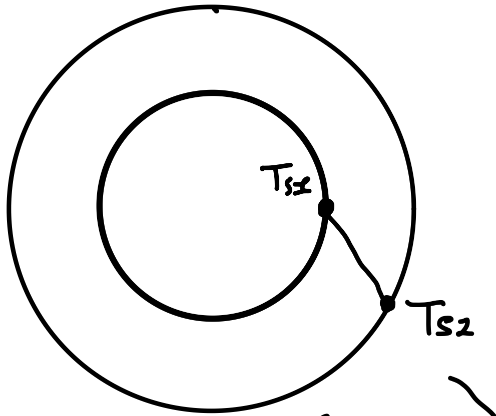
$$T(r) = \frac{T_{S1} - T_{SE}}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \ln r + T_{S1} - \frac{T_{S1} - T_{SE}}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \ln r_1$$

$$= \boxed{\frac{T_{S1} - T_{SE}}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \ln \frac{r}{r_1} + T_{S1}}$$

Unica variabile



Prendendo la sezione A-A il profilo di temperatura è:

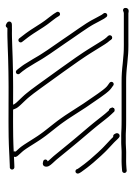


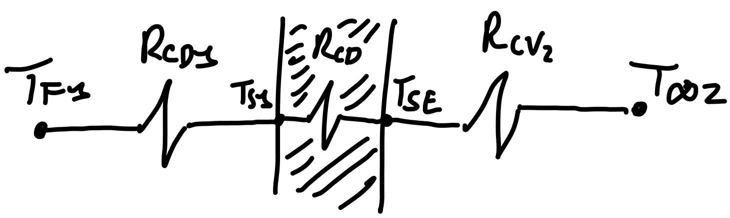
$$\frac{\partial T(r)}{\partial r}$$

$$\dot{q}_r = -kA \frac{\partial T}{\partial r} = -k \cdot 2\pi \cancel{r} L \left[\frac{1}{\cancel{r}} \frac{T_{S1} - T_{SE}}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \right]$$

$$= \frac{T_{S1} - T_{S2}}{\left(\frac{\ln r_2/r_1}{2\pi k L} \right)} \longrightarrow \frac{\Delta T}{R_{CD}} \qquad R_{CD} = \frac{\ln r_2/r_1}{2\pi k L} \left[\frac{K}{W} \right]$$

$$R_{CV} = \frac{1}{hA} = \frac{1}{h \cdot 2 r \pi L}$$

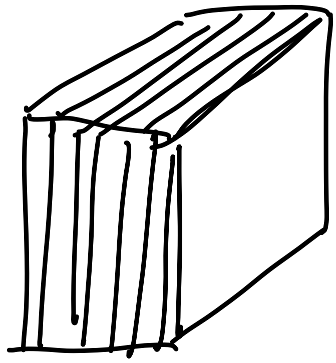




$$\dot{q}_r = \frac{T_{F1} - T_{\infty 2}}{\frac{1}{h_1 \cdot 2\pi r_1 L} + \frac{\ln r_2/r_1}{2\pi r L} + \frac{1}{h_2 \cdot 2\pi r_2 L}} = [W]$$

Nella superfice piana poteramo trovare calore per elemento di superfice

$$\dot{q}'' = \frac{\Delta T}{R''} = \frac{\Delta T}{\frac{s}{k\cancel{A}}} \left[\frac{W}{m^2}\right]$$



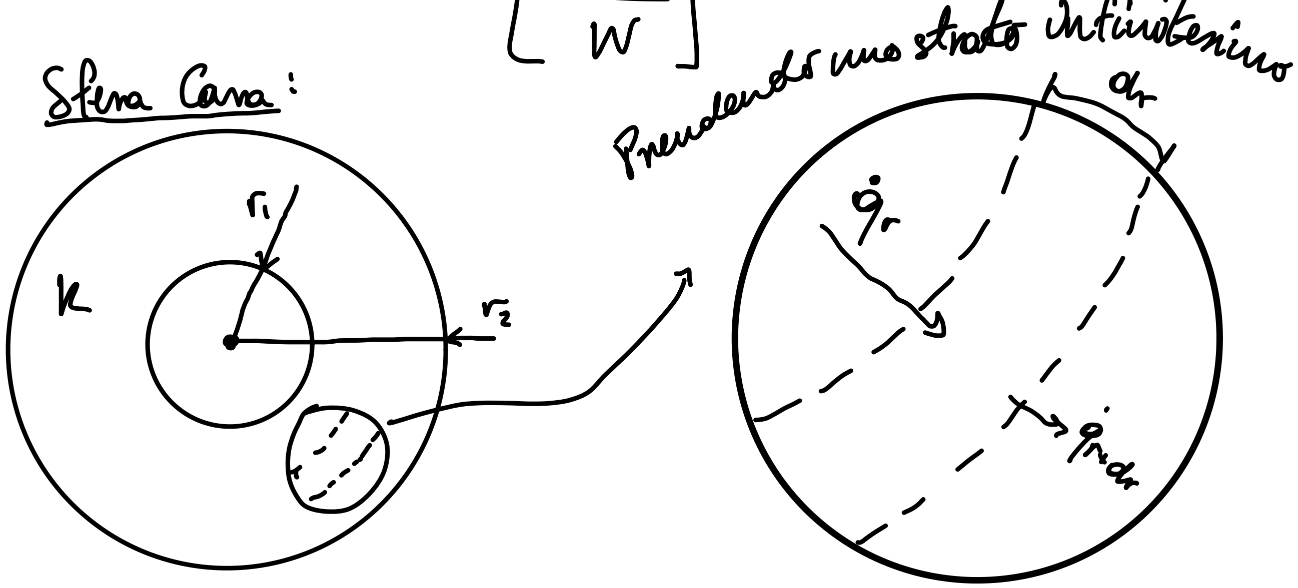
Avevamo una area uguale per Δx,

invece nei cilindri non è vero, ma possiamo trovare per unità di lunghezza del tubo, $\dot{q}'$

$$\dot{q}'_r = \frac{\Delta T}{R'} = \frac{T_{F1} - T_{\infty 2}}{\frac{1}{h_1 2\pi r_1} + \frac{\ln r_2/r_1}{2\pi k} + \frac{1}{h_2 \cdot 2\pi r_2}} \left[\frac{W}{m}\right]$$

$$\left[\frac{m\,K}{W}\right]$$

<u>Sfera Cava</u>:



$$\dot{q}_r = \dot{q}_{r+dr} = \text{costante} = -k\,A\,\frac{dT}{dr} = -k \cdot 4 \cdot \pi r \frac{dT}{dr}$$

$$\frac{\dot{q}_r}{4\pi}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = -\int_{T_{S1}}^{T_{S2}} k\,dT \rightarrow \frac{\dot{q}_r}{4\pi}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_1}^{r_2} = -k\left[T\right]_{T_{S1}}^{T_{S2}}$$

$$\frac{\dot{q}_r}{4r}\left[\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right] = k\left[T_{S1}-T_{S2}\right] \rightarrow \dot{q}_r = \frac{\Delta T}{R_{CD_{SFERA}}}$$

$$= \frac{T_{S1}-T_{S2}\,[k]}{\frac{\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}}{4\pi k}\left[\frac{k}{W}\right]}\,[W]$$

Ricapitoliamo:

Il calore conduttivo ha sempre la stessa forma cambia R

	$R_{CD}\,[k/W]$	R_{CD} SPECIFICHE	$R_{CV}\left[\frac{k}{W}\right]$
PARETE PIANA	$\frac{S}{kA}$ S = spessore	$\frac{S}{k}\left[\frac{m^2 k}{WJ}\right] = \dot{q}''$	$\frac{1}{hA}$
CILINDRO CAVO	$\frac{\ln\frac{r_E}{r_I}}{2\pi k L}$	$\frac{\ln r_E/r_I}{2\pi k}\left[\frac{m\,k}{W}\right] = \dot{q}'$	$\frac{1}{2\pi r L h}$
SFERA CAVA	$\frac{\frac{1}{r_I}-\frac{1}{r_E}}{4\pi k}$	NON ESISTE	$\frac{1}{4\pi r^2 h}$

R_{cv} specifiche
$\frac{1}{h}\left[\frac{m^2 K}{W}\right]$
$\frac{1}{2\pi r h}\left[\frac{m K}{W}\right]$

$$\dot{q} = \frac{\Delta T}{R}\,[W]$$

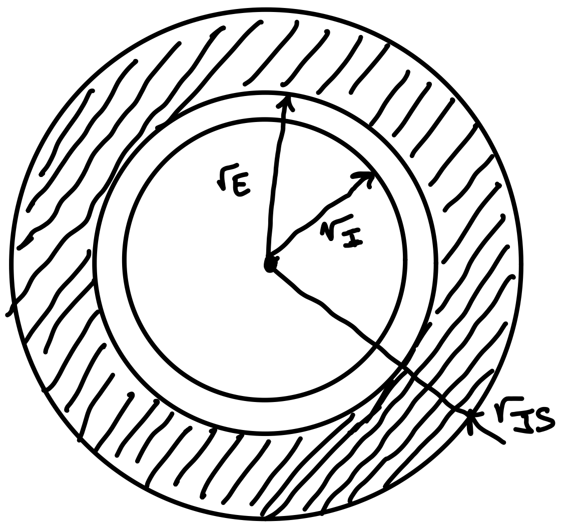
$$\dot{q}'' = \frac{\Delta T}{R''}\,[W/m^2]$$ per parete piana

$$\dot{q}' = \frac{\Delta T}{R}\left[\frac{W}{m}\right]$$ per cilindro

Raggio Critico di Isolamento

↳ se abbiamo tubo per isolare

In casi, se isoliamo aumentiamo le dispersioni
↳ di solito in casi con tubo di diametro piccolo



Fluido Interno

T_i, h_i

Tubo r_I, r_E, k_T

Isolante r_E, r_{IS}, k_{IS}

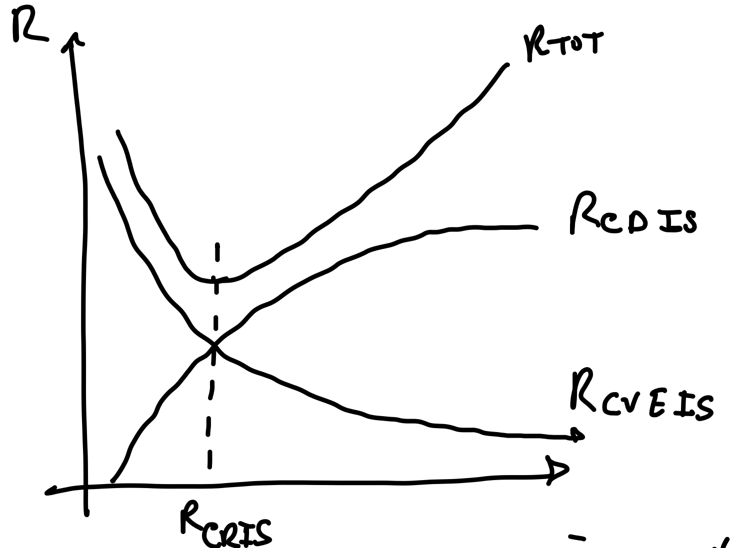
Fluido Esterno

T_E, h_E

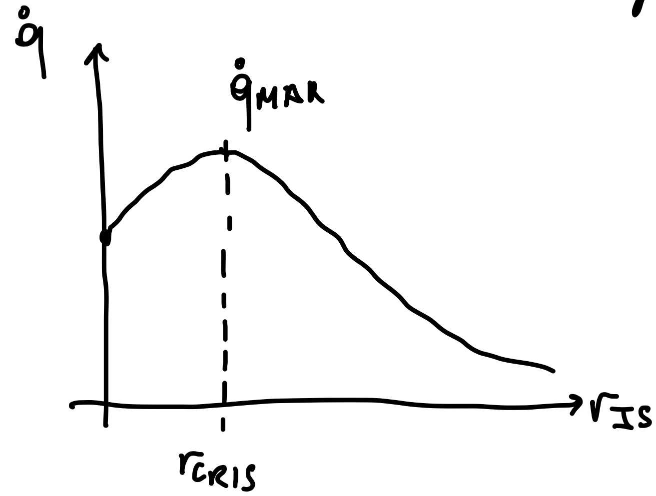
$$R_{TOT} = R_{cvi} + R_{cdT} + R_{cdIS} + R_{cvE} =$$

R_{cdIS} R_{cvIS}

$$= \frac{1}{h_I \cdot 2\pi r_I} + \frac{\ln r_E/r_I}{2\pi k_I} + \underbrace{\frac{\ln \frac{r_{IS}}{r_E}}{2\pi k_{IS}}}_{\text{Aumenta con } R_{IS}} + \underbrace{\frac{1}{h_E \cdot 2\pi r_{IS}}}_{\text{Diminuisce al raggio dell'isolamento}} \left[\frac{mK}{W}\right]$$



→ È possibile esser sopra se abbiamo tubo di diametro grande



$$\frac{d R_{TOT}}{d r_{IS}} = \frac{1}{r_{IS} \cdot 2\pi k_{IS}} - \frac{1}{r_{IS}^2 \cdot 2\pi h_e} = 0$$

$$\rightarrow \frac{h_e r_{IS} - k_{IS}}{2\pi r_{IS}^2 k_{IS} h_e} = 0 \rightarrow h_e r_{IS} - k_{IS} = 0$$

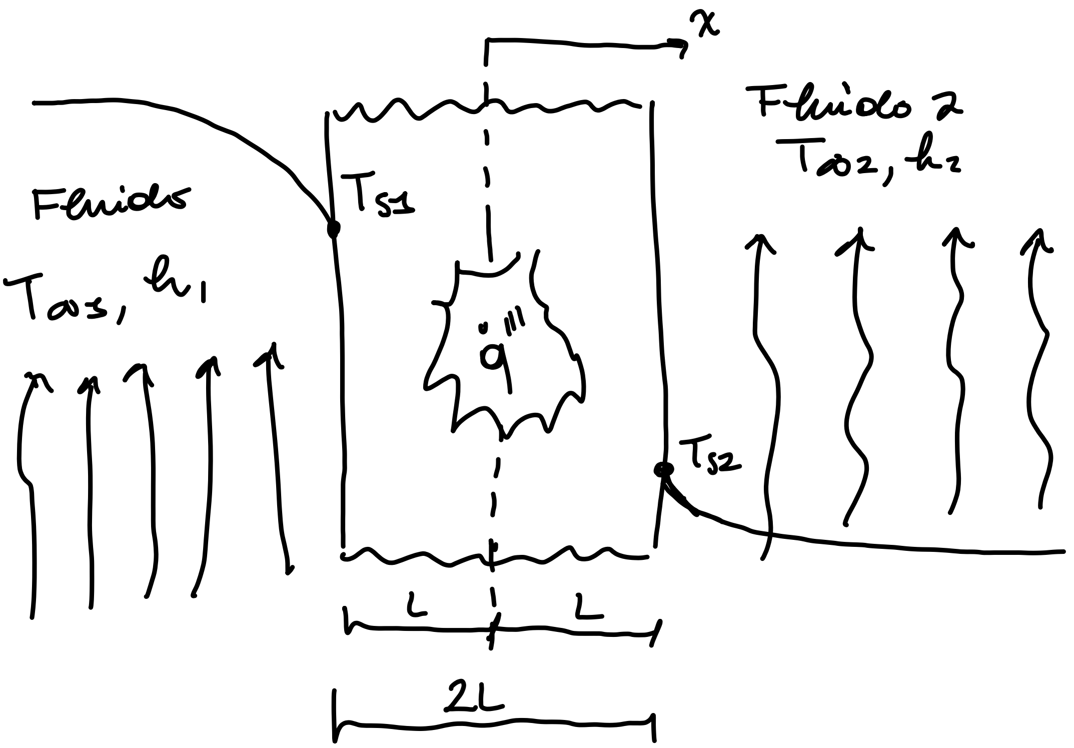
$$\boxed{r_{IS} = \frac{k_{IS}}{h_e} = r_{CRIS}}$$

Si verifica ogni volta che $r_T < r_{CRIS}$

Equazione di Poisson → Stazionario con generazione

$$\nabla^2 T + \frac{\dot{q}'''}{k} = 0$$

$$\dot{q}''' = \frac{R \cdot I^2}{V} \left[\frac{W}{m^3}\right]$$



T_{s1} e T_{s2} sono omogenee tale che $\dot{q}$ fluisce lungo x

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{q}'''}{k} = 0 \rightarrow \int d^2 T = -\int \frac{\dot{q}'''}{k} dx^2$$

$$\int dT = \int \frac{-\dot{q}'''}{k} x \, dx + c_1 dx =$$

$$\boxed{= T(x) = -\frac{\dot{q}'''}{2k}x^2 + C_1 x + C_2}$$

$$T(x) = \frac{-\dot{q}'''}{2k}x^2 + C_1 x + C_2$$

Condizioni al contorno:

$$T(x=-L) = T_{s1} \rightarrow T_{s1} = \frac{-\dot{q}'''}{2k}L^2 - C_1 L + C_2 \quad (1^a)$$

$$T(x=L) = T_{s2} \rightarrow T_{s2} = -\frac{\dot{q}'''}{2k}L^2 + C_1 L + C_2 \quad (2^a)$$

$$(1^a - 2^a) \rightarrow T_{s1} - T_{s2} = -2C_1 L \Rightarrow C_1 = -\frac{T_{s1} - T_{s2}}{2L}$$

$$(1^a)\ T_{s1} = \frac{-\dot{q}'''}{2k}L^2 + \frac{T_{s1} - T_{s2}}{2\cancel{L}} \cdot \cancel{L} + C_2$$

$$\rightarrow C_2 = T_{s1} + \frac{\dot{q}'''}{2k}L^2 - \frac{T_{s1} - T_{s2}}{2} = \frac{\dot{q}'''}{2k}L^2 + \frac{T_{s1} + T_{s2}}{2}$$

$$T(x) = \frac{-\dot{q}'''}{2k}x^2 - \frac{T_1 - T_{s2}}{2L}x + \frac{\dot{q}'''}{2k}L^2 + \frac{T_{s1} + T_{s2}}{2}$$

$$= \frac{\dot{q}'''}{2k}(L^2 - x^2) - \frac{T_{s1} - T_{s2}}{2L}x + \frac{T_{s1} + T_{s2}}{2}$$

$$\dot{q}_x = -kA\frac{dT}{dx} = -kA\left[-\frac{2\dot{q}'''}{2k} + \frac{T_{s2} - T_{s1}}{2L}\right] = \dot{q}''' \cdot x A + \frac{T_{s1} - T_{s2}}{2L}kA$$

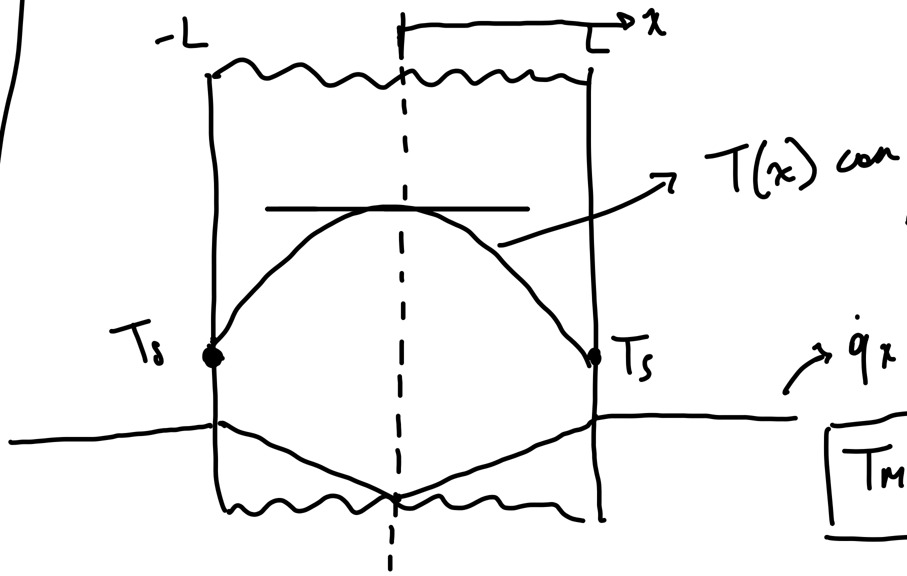
$$[W]$$

$$\dot{q}_x = \dot{q}''' \cdot x \cdot A + \frac{T_{s1} - T_{s2}}{2L}kA\ [W]$$

Cosa succede se $T_{s1} = T_{s2} = T_s$

$$T(x) = \frac{\dot q'''}{2k}\left(L^2 - x^2\right) + T_s$$

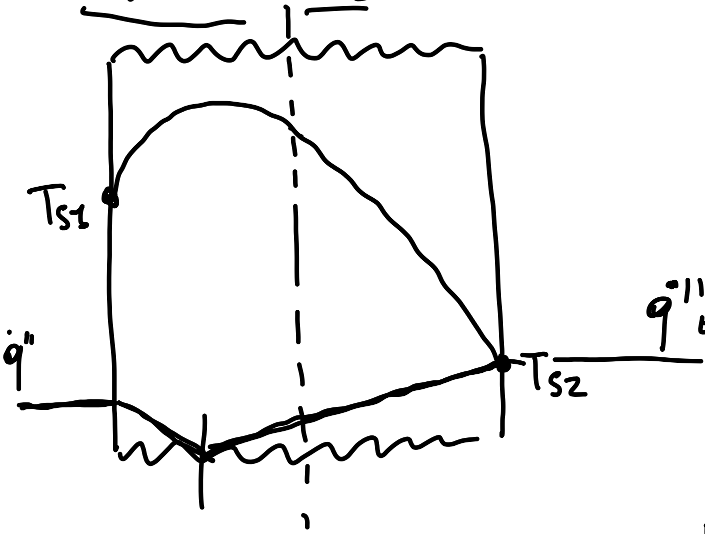
$$\dot q_x = \dot q''' \cdot x \cdot A \qquad \dot q''_x = \dot q''' \cdot x \quad \left[\frac{W}{m^2}\right]$$



$T(x)$ con generazione e $T_{s1} = T_{s2}$

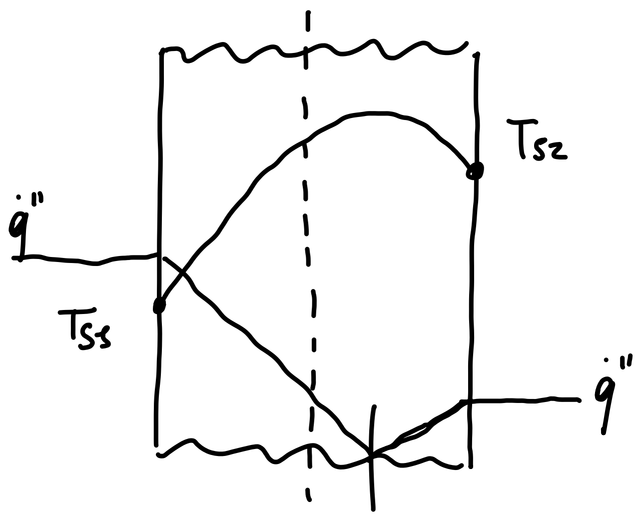
$$\boxed{T_{MAX} = T_s + \frac{\dot q'''}{2k} L^2}$$

Caso $T_{s1} > T_{s2}$



più alto dell'altro ma non si vede bene

Caso $T_{s1} < T_{s2}$ →



$T_{S1} = T_{S2} = T_S$

Se volessi scrivere:

$T(x)$ IN FUNZIONE di T_∞ e h:

$$\dot{E}_{GEN} = \dot{E}_{OUT} \leftarrow$$ perchè REGIME STAZIONARIO

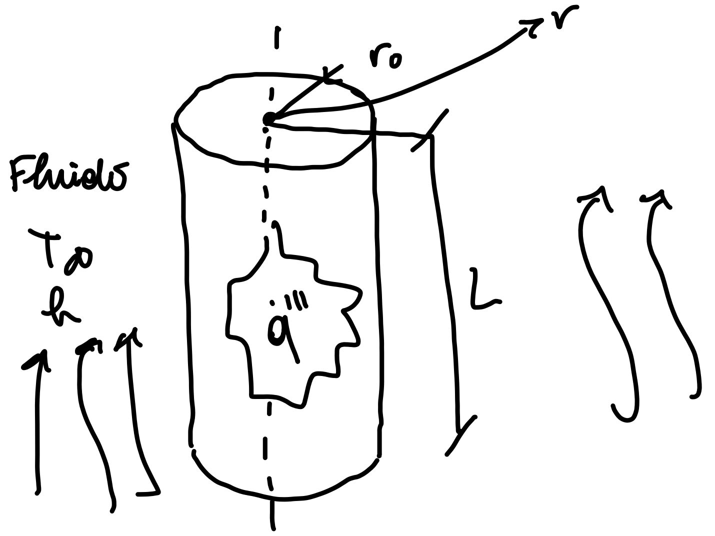
$$\dot{q}''' \cdot L = h(T_S - T_\infty)$$

$$T_S = T_\infty + \frac{\dot{q}''' \cdot L}{h}$$

Prendendo $T(x)$ da prima

$$T(x) = \frac{\dot{q}'''}{2k}(L^2 - x^2) + T_\infty + \frac{\dot{q}''' L}{h}$$

<u>Cilindro Pieno</u>



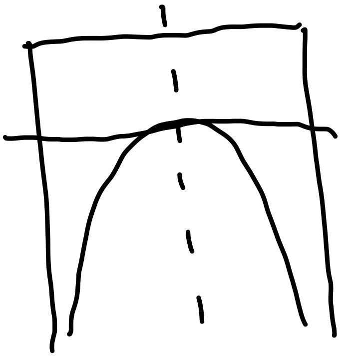
<u>Poisson per Cilindri</u>:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\dot{q}'''}{k} = 0 \rightarrow \int d\left(r\frac{dT}{dr}\right) = \int -\frac{\dot{q}'''}{k}\, r dr$$

$$r\frac{dT}{dr} = \frac{-\dot{q}'''}{2k} r^2 + c_1$$

$$\int dT = \int \frac{-\dot{q}'''}{2k} r\,dr + \frac{c_1}{r}\,dr$$

$$T(r) = \frac{-\dot{q}'''}{4k} r^2 + c_1 \ln r + c_2 \qquad T(r=r_0) = T_s$$



$$-k\frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=0} = 0$$

$$r=0 \rightarrow -k\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \rightarrow \underbrace{\dot{q}_r(r=0) = 0}$$

Condizione
di Adiabaticità,
flusso termico nullo

<u>Condizioni di contorno:</u>

$$-k\left[\frac{-\dot{q}'''}{4k}\cdot 2r + \frac{c_1}{r}\right]_{\text{per } r=0} = 0 \Rightarrow c_1 = 0$$

$$T_s = \frac{-\dot{q}'''}{4k} r_0^2 + C_2 \rightarrow C_2 = T_s + \frac{\dot{q}'''}{4k} r_0^2$$

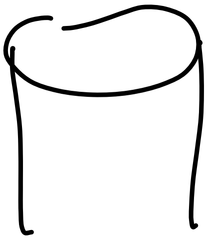
$$T(r) = \frac{-\dot{q}'''}{4k} r^2 + \frac{\dot{q}'''}{4k} r_0^2 + T_s = \frac{\dot{q}'''}{4k}(r_0^2 - r^2) + T_s$$

$$T_{MAX} = T(r=0) = T_s + \frac{\dot{q}'''}{4k} r_0^2 \leftarrow$$ più aumenta r del

cilindro più all'o è Tmax

$$\dot{q}_r = -kA\frac{dT}{dr} = -\cancel{k}\cdot\cancel{2}\pi r L\left[\frac{-\cancel{2}\,\dot{q}'''}{\cancel{4}\cancel{k}}\,r\right] = \dot{q}'''\cdot\pi r^2 L$$

$$\dot{q}'_r = -k\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\dot{q}'''}{2}\,r \quad \left[\frac{W}{m^2}\right]$$



$\rightarrow \frac{\dot{q}'''}{2} r$