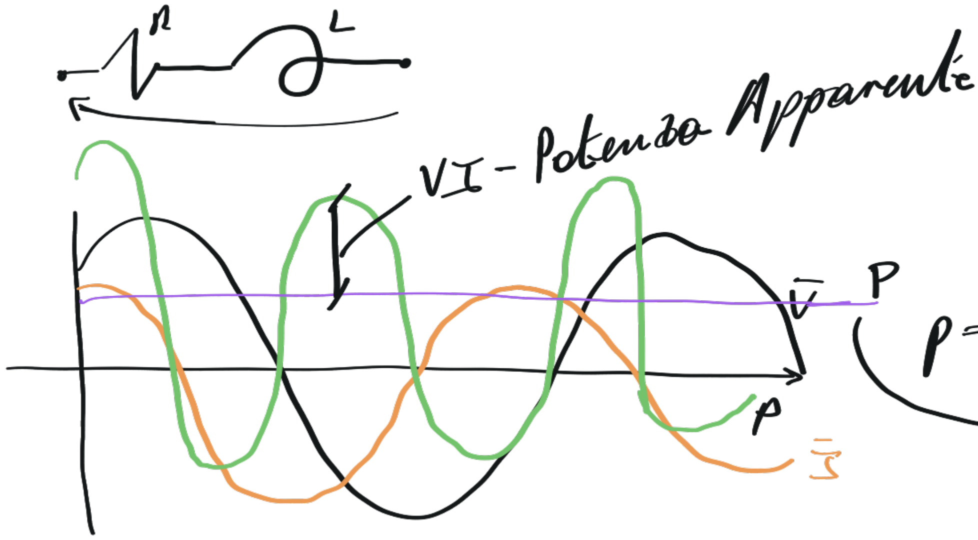
# Lezione 11 -

(Δ) Corollario per la risoluzione

## Ripasso

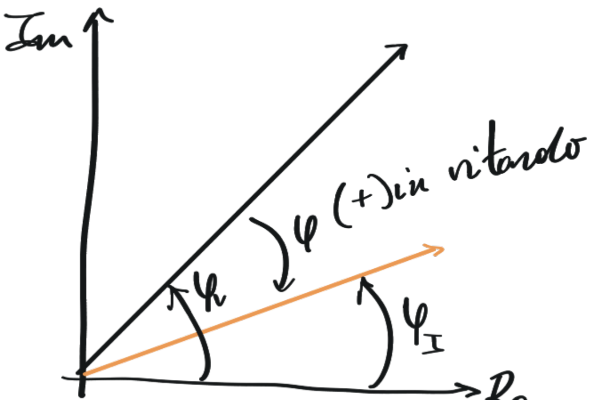
### Nel caso:




$p = vi = \underbrace{VI\cos\varphi}_{P}$

↳ Potenza Attiva

↳ valore medio




$\bar{Z} = R + j\omega L = Ze^{j\varphi}$

$$p = vi = \overbrace{\underbrace{VI\cos\varphi}_{P} + \underbrace{VI\cos\varphi}_{P}\cos(2\omega t + 2\varphi_V)}^{\text{Potenza istantanea verso utilizzatori}} + \overbrace{VI\sin\varphi\sin(2\omega t + 2\varphi_V)}^{(*)}$$

↳ $\underbrace{VI\cos(2\omega t + \varphi_V - \varphi_I)}_{\text{Potenza Apparente}}$

(*) = energia che alterna senza lavoro, sono condensatore o induttore (*)

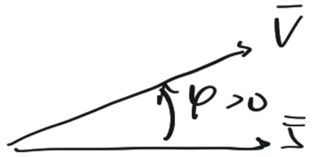
$P$ = potenza attiva = $VI\cos\varphi$ = valore medio $p$ $\left(= \frac{1}{T}\int_0^T p\,dt\right)$ [W]

$A$ = potenza apparente = $VI$ = valore di max oscillazione $p$ rispetto al valore medio [VA] ← per differenziare da W ma uguale

(+) = cioè energia scambiata

↳ $Q$ = potenza reattiva = $VI\sin\varphi$ [VAR]
↳ volt ampere reattivi

se

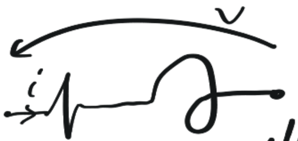



RITARDO

$Q > 0$


ANTICIPO

$Q < 0$

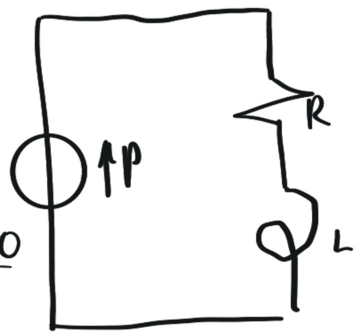



Ohmico-Induttivo

Ohmico condensativo

Convenzione

$P > 0 \Rightarrow$ assorbita




$P > 0$
↳ Convenzione utilizzatore

$P < 0$
↳ Convenzione utilizzatore

Principio Conservazione Energia

$$A^2 = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$A^2 = \sqrt{P^2+Q^2}$

perché sono in relazione come pitagora

$\bar{A} = P + jQ = \overset{VI}{A} e^{j\varphi}$

$= A\cos\varphi + jA\sin\varphi$

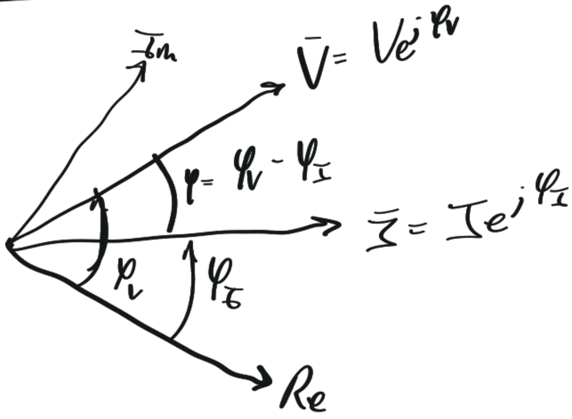
Potenza Apparente Complessa (viene chiamata anche potenza apparente, ma sarà evidente se è numero complesso)

$S \equiv A$

Equivalenti

Come ricavare $\bar{A}$?

Se:



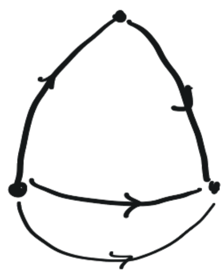

$\bar{A} = \bar{V}\,\underline{I} = Ve^{j\varphi_V} I e^{-j\varphi_I} =$

$= VIe^{j(\varphi_V-\varphi_I)} = VIe^{j\varphi}$

complicato

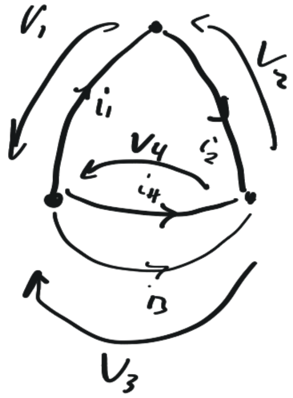
Ⓐ → Teorema di Tellegen (Non da Dimostrare)

Dato un grafo orientato (declineremo data una rete elettrica perché uguale)



} Grafo Orientato, può esser applicato ad una rete elettrica

Definite per ogni lato 2 variabili




$i_k$ che soddisfa LKC

$v_k$ che soddisfa LKT

$\Rightarrow \sum_k v_k i_k = 0$

Per per esempio $i_1 = 10 \Rightarrow i_2 = 10 \Rightarrow i_3 + i_4 = -10$, se $i_4 = 3$

$\Rightarrow i_3 = -13$

$-i_1 - i_4 - i_3 = 0$

$-10 - 3 - i_3 \Rightarrow i_3 = -13$

Possono esser qualsiasi cosa, non solo i circuiti elettrici

Non è il principio di conservazione di energia, è un teorema più ampio

LKT → Esempio

$v_1 = 10,\ V_2 = 10,\ V_4 = 20,\ V_3 = 20$ → stessi $i_k$

$10 \cdot 10 + 10 \cdot 10 + 20 \cdot 3 - 13 \cdot 20$

$100 + 100 + 60 - 260 = 0$ ✓

Tellegen funziona anche con $\mathbb{C}$

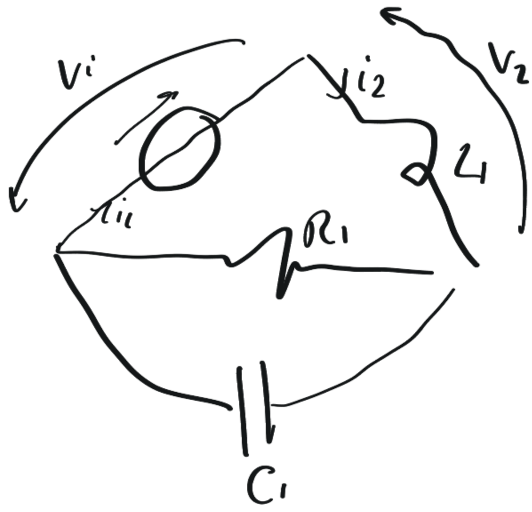
Dati i $\mathbb{C}$ $\bar{V}$ e $\bar{I}$
tale che LKT e LKC è soddisfatta
allora $\sum_k \bar{I}_k \bar{V}_k = 0 = \sum_k Re_k + \sum_k Im_k$

Vale anche per $\underline{I}$
coniugato

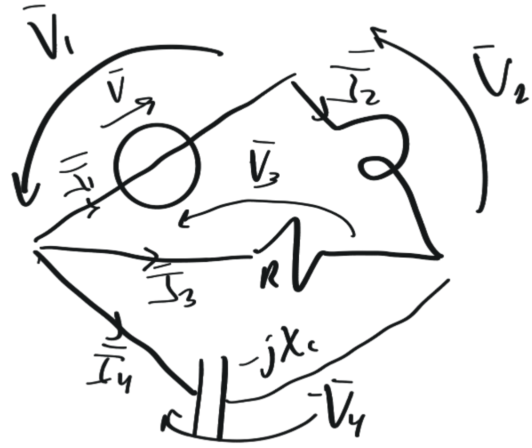
$\bar{A} = \bar{V}\underline{I}$

Tellegen

$\sum_k V_k i_k = 0$




→ Estende, ad un grafo orientato:
per noi il grafo orientato è



$v = \mathrm{Re}\left(\sqrt{2}\,\bar{V} e^{j\omega t}\right)$

$\bar{V}_k \qquad \bar{\underline{I}}_k, \underline{I}_k$

Il grafo soddisfa LKC e LKT,

quindi possiamo usarlo per risolvere la rete vera

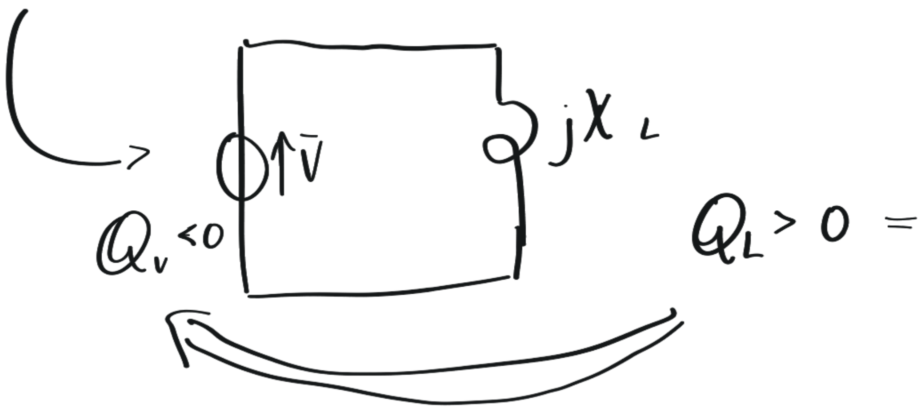
$$\sum_k \bar{V}_k \underline{I}_k = 0$$

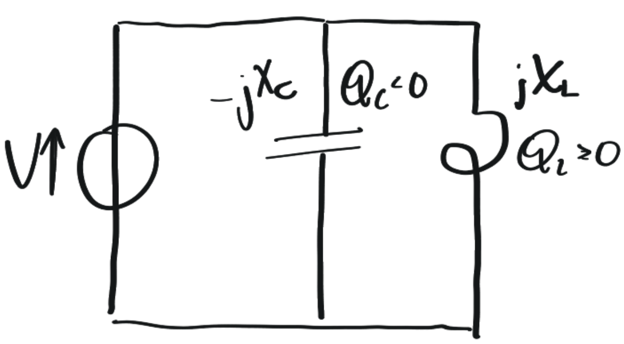
$$= \sum_k \bar{A} = 0 = \sum_k (P_k + j Q_k) = 0$$

## Corollario di Boucherot

$\sum_k P_k = 0 \leftarrow$ Principio di Conservazione

$\sum_k Q_k = 0$



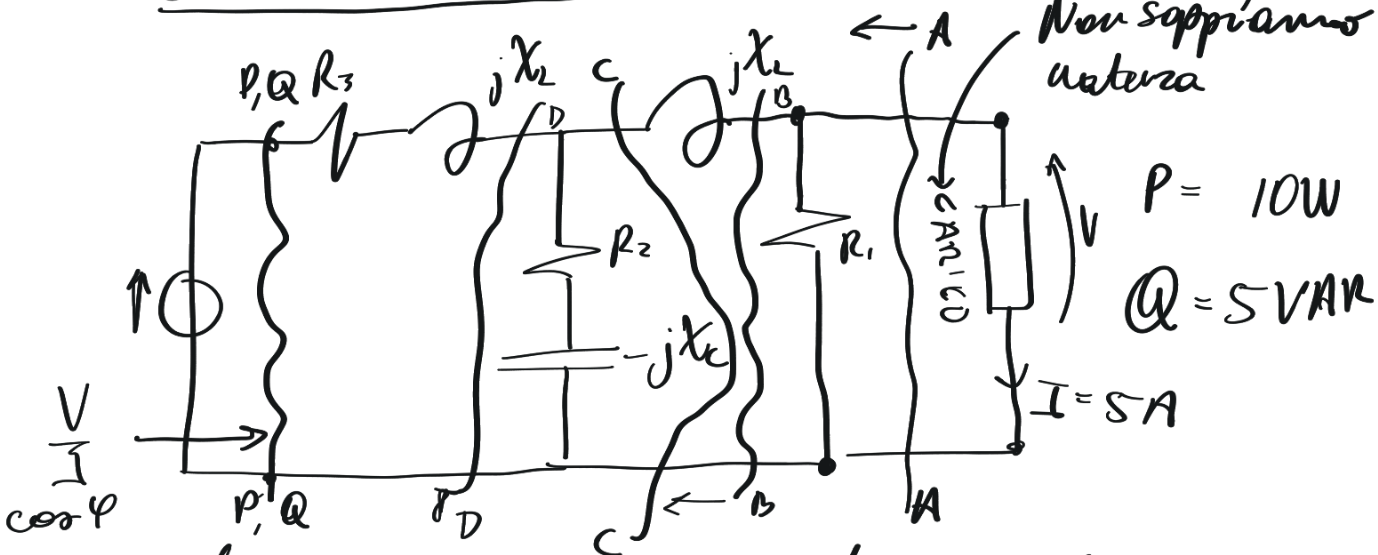

se $Q_C = -Q_L$ allora $Q_V = 0$

Compensando localmente significa che

l'energia non è persa ma è scambiata localmente per minimizzare le perdite di trasmissione

$Q_V = 0$ con $Q_C = Q_L$
(RIFASAMENTO)

Come usiamo Boucherot




Sistema come c'è un evidente zona di carico e una zona di alimentazione

Tipico esempio di Boucherot

$\sum P_k = 0$

$\sum_k Q_k = 0$

Procedura: Dividere in sezioni e risalire come cambiano P e Q

Per ogni sezione: $P, Q, A, V, I$

SEZIONE A $(P, Q, I)$ già noti

$$A = \sqrt{P^2 + Q^2} = VI \Rightarrow V = \frac{A}{I}$$

aggiungiamo una sezione alla volta

Cambiando sezione si conserva uno di $V$ o $I$ (parallelo → $V$, serie → $I$)

SEZIONE B $(V)$ già nota perché $V_{R1} = V_{CARICO}$

Boucherot:

$$P_B = P_A + \frac{V^2}{R_1}$$

$$Q_B = Q_A + 0$$

$$A_B = \sqrt{P_B^2 + Q_B^2} = V_B I_B \qquad I_B = \frac{A_B}{V}$$

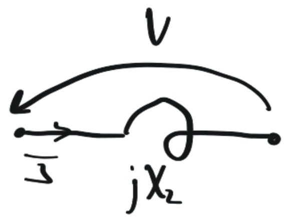
Per trovare $I_C$ non possiamo fare $I_A + I_B$

solo $\bar{I}_B + \bar{I}_A$

Dato che non li sappiamo $\bar{I}_B$ e $\bar{I}_A$ non possiamo usare LKC e LKT dobbiamo usare Boucherot

$$\varphi = \operatorname{atan} \frac{Q}{P} \qquad \cos\varphi = \frac{P}{A}$$

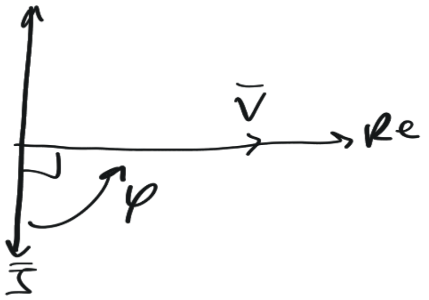
SEZIONE C $(I)$




$$P_C = P_B + 0$$

$$Q_C = Q_B + X_1 \cdot I_B^2$$

$$\boxed{Q = VI \sin \varphi} = VI \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = VI$$




con solo induttore

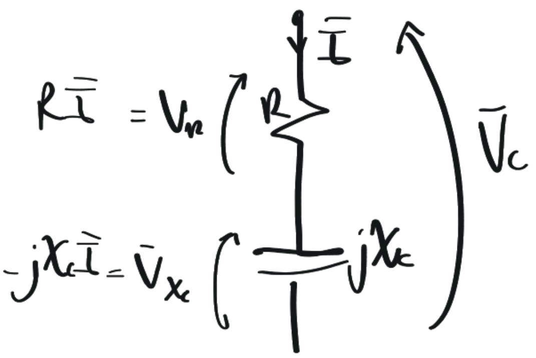
$$Q = VI$$

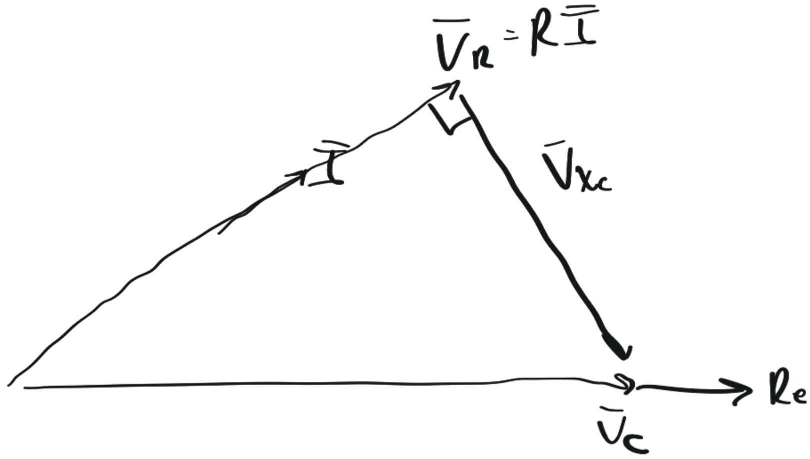
$$Q_L = X_L \cdot I \cdot I = X_L \cdot I^2$$

$$A_C = \sqrt{P_C^2 + Q_C^2} \Rightarrow V_C = \frac{A_C}{I_B}$$

Dobbiamo passare per A perché sono moduli e non fasori

## Sezione D ($V_C$)




Non possiamo calcolare con $\bar V_C$ perché non cade su $\bar V_R$ o $\bar V_{X_C}$ quindi cerchiamo $|\bar I|$

$$\bar V = \bar Z \bar I$$

$$V = Z I$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$$

$P_D = P_C + R_2 I^2$

$Q_D = Q_C - X_C I^2$

Manni scrive $-X_C$ non $+(-X_C)$

$V I \sin \varphi < 0$ ($\pi/4$)

$-X_C I^2 < 0$

o si può scrivere $+(-X_C) I^2 < 0$

scrivere quello che fa meno errori

Fase E

Proveremo scendere invece di salire domani

dato V e I

da generatore