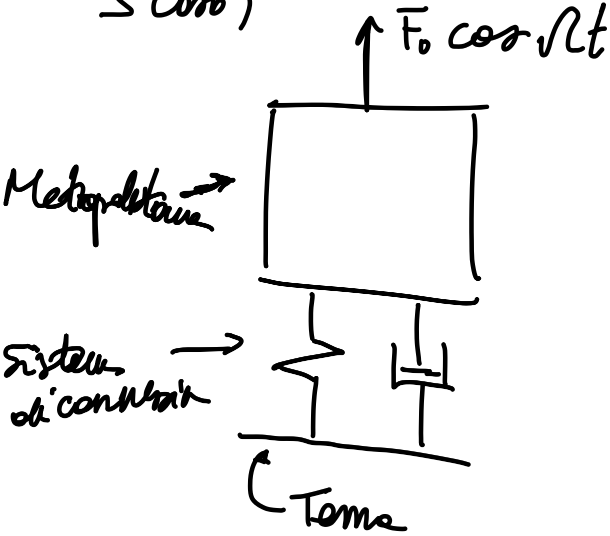
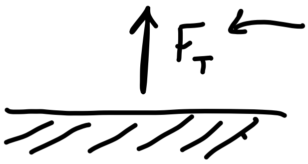
Lezione 20 - Trasmissibilità

Studio di quanta forza è trasmessa a terra dopo la molla e smorzatore

1° caso)

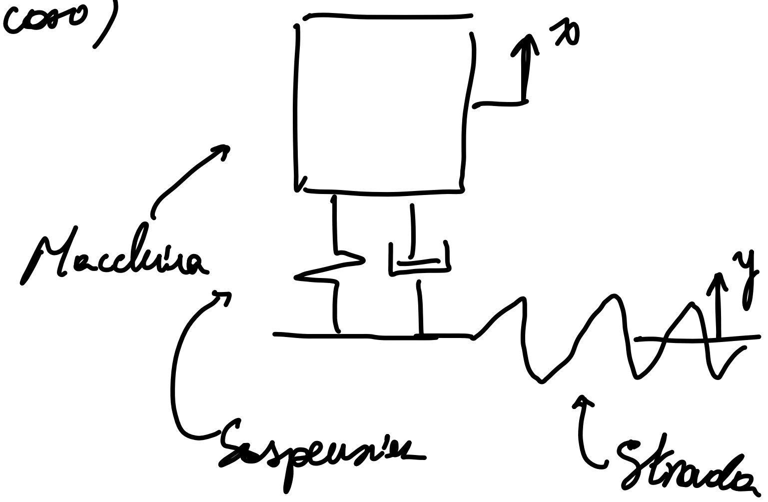




Forza trasmessa a terra

$$TR = \frac{F_T}{F_0}$$

2° caso)

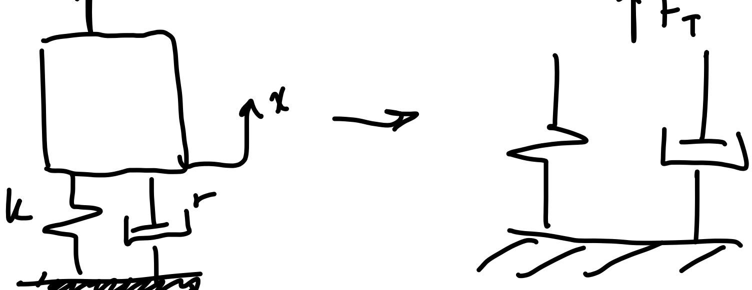


$$TR = \frac{X_0}{Y_0}$$

Ampiezza di spostamento

Ampiezza di risposta

3° caso)



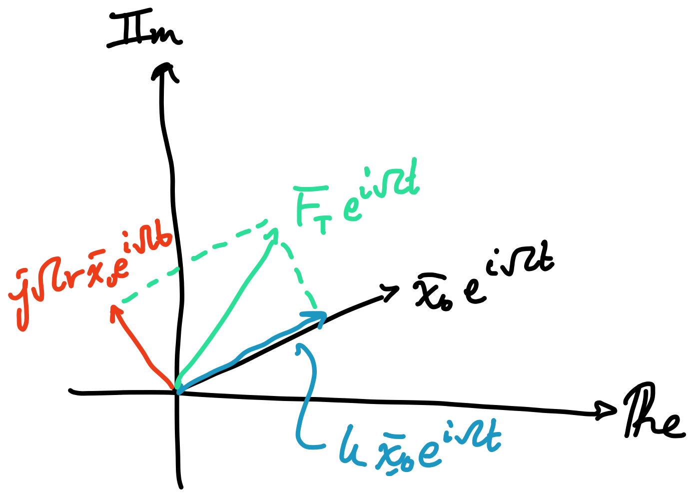
$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = F_0 \cos \Omega t$$

Stiamo il moto a regime

$$F_T(t) = kx(t) + r\dot{x}(t)$$

$$= k\,\mathrm{Re}\left(e^{i\Omega t}\bar{x}_0\right) + r\,\mathrm{Re}\left(\bar{x}_0 j\Omega e^{i\Omega t}\right)$$

$$= \mathrm{Re}\left((k + j\Omega r)\,\bar{x}_0\, e^{i\Omega t}\right)$$



$|\bar{x}_0| = x_0$ ← Ampiezza di vibrazione

$$|\bar{F}_T| = F_T = \sqrt{|k\bar{x}_0|^2 + |r\Omega x_0|^2}$$

$$= \sqrt{k^2 + (r\Omega)^2}\; x_0 =$$

$$= \sqrt{k^2 + (r\Omega)^2}\;\underbrace{\frac{F_0}{k}}_{x_{st}}\;\underbrace{H(a)}_{\text{Amplificazione dinamica}}$$

x_{st} ← Ampiezza statica

Trasmissibilità

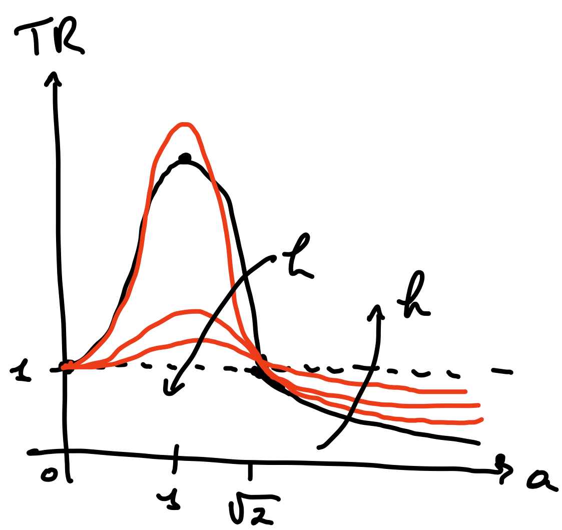
$$\frac{F_T}{F_0} = TR = \sqrt{1 + \left(\frac{r\Omega}{k}\right)^2} \cdot H(a) =$$

$\frac{r\Omega}{k} \to 2ha$

→ Ultima classe

$$= \frac{\sqrt{1 + (2ha)^2}}{\sqrt{(1 - a^2)^2 + (2ha)^2}}$$

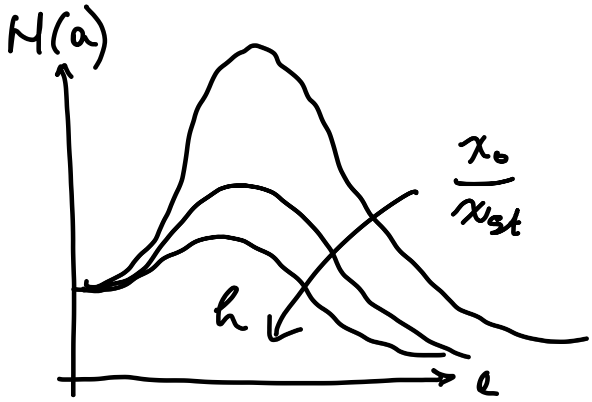
$$TR(1) = \frac{\sqrt{1 + 4h^2}}{2h}$$



$$TR(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{1+(2h\sqrt{2})^2}}{\sqrt{1+(2h\sqrt{2})^2}} = 1$$

Vogliamo lavorare oltre $\sqrt{2}$ perché la F_T è ridotta.

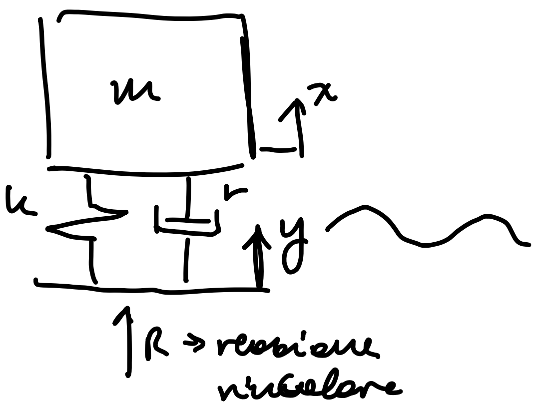
Lo smorzamento in aumento diminuisce F_T prima di $\sqrt{2}$ e lo aumenta dopo $\sqrt{2}$



Con a che aumenta $H(a)$ aumenta e TR aumenta quindi non si compensano, bisogna allora dosare per avere la risposta voluta.

2° caso Disturbo in forma di vibrazione e vogliamo che la massa sia protetta

→ Questo dov'è e terreno si muove troviamo il disturbo sulla massa.



Tecnicamente non è applicata una forzante ma il moto causa una forza quindi lo convertiamo in una forza.

$$E_c = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \rightarrow \frac{\partial E_c}{\partial x} = 0 \quad ; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial E_c}{\partial \dot{x}} = m\ddot{x}$$

$$V = \frac{1}{2}k\Delta l^2 = \frac{1}{2}k(x-y)^2 \quad ; \quad \frac{dV}{dx} = k(x-y$$

↪ di tipo viscoso

$$D = \text{funzione dissipativa} = \frac{1}{2}r\Delta\dot{l}^2 = \frac{1}{2}r(\dot{x}-\dot{y})^2 \; ;$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = r(\dot{x}-\dot{y})$$

$$\delta L = R\,\delta y$$

↳ Non è sollecitata perché il punto fisso non è mobile

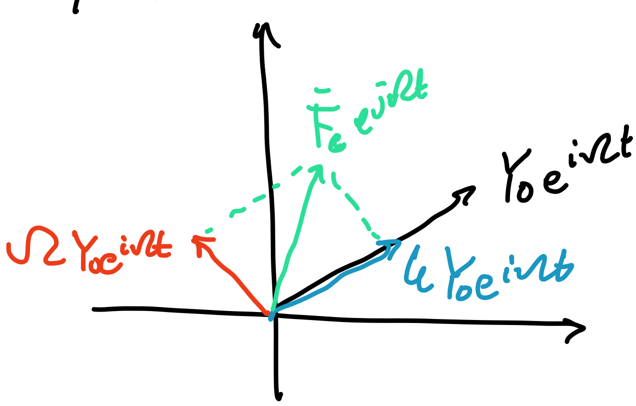
$\delta L_x = 0$ ⇝ Non esiste lavoro sulla variabile x, non implica che non esiste lavoro.

$$m\ddot{x} + r(\dot{x}-\dot{y}) + k(x-y) = 0$$

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = \underbrace{r\dot{y} + ky}_{\text{Diventerà una forzante equivalente}}$$

$$F_e(t) = r\dot{y}(t) + ky(t) = \Re\left((k + j\Omega r)\,Y_0 e^{i\Omega t}\right)$$

↑ Equivalente



$$X_0 \overset{?}{=} \frac{F_0}{k}H(a) = \frac{\sqrt{k^2 + (r\Omega)^2}\,Y_0}{k}\cdot H(a)$$

$$\bar{F}_0 = F_e$$

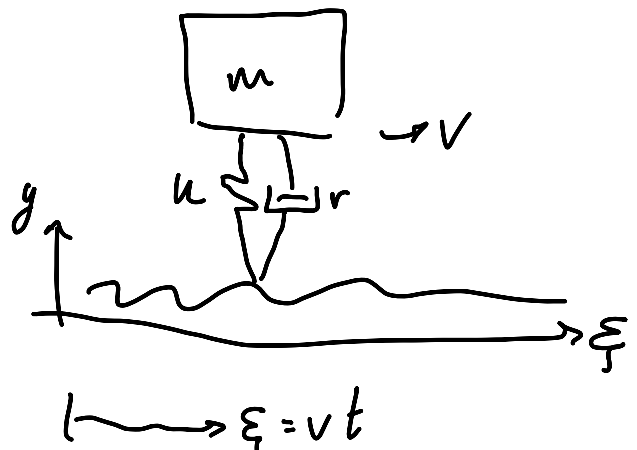
$$|\bar{F}_0| = F_e = \sqrt{(kY_0)^2 + (r\Omega Y_0)^2}$$

$$TR = \frac{X_0}{Y_0} = \frac{\sqrt{1 + (2ha)^2}}{\sqrt{(1-a^2)^2 + (2ha)^2}}$$

1) Come si trasmettono le forze → da dentro a fuori

2) Come si trasmettono le vibrazioni → da fuori a dentro

Esempio

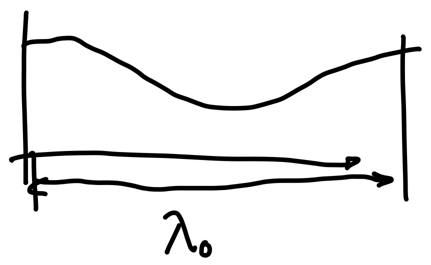


$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = ?$

Caso singola armonica

$\hookrightarrow y(\xi) = y_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\xi + \psi_0\right)$

$y(t) = y_0 \cos\left(\underbrace{\frac{2\pi}{\lambda_0}v}_{\Omega} t + \psi_0\right)$



Nel caso vero si fa una analisi della strada e poi tra l'armonica

$y(\xi) = \sum_{k=1}^{N} y_k \cos\left(\frac{2\pi k}{\lambda_k} + \psi_k\right) \rightarrow y(t) = \sum_{k=1}^{N} y_k \cos\left(\frac{2\pi k v}{\lambda_k} t + \psi_k\right)$

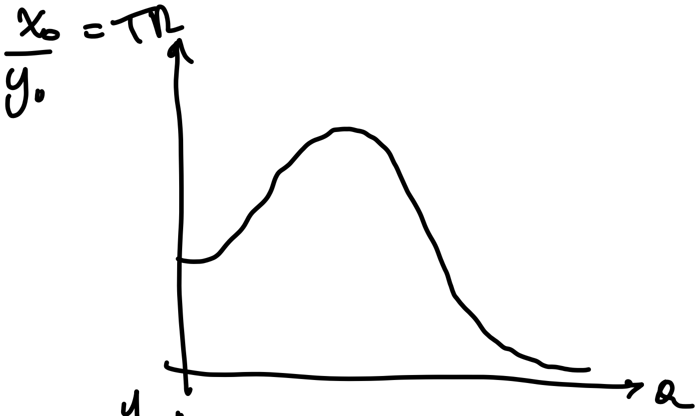
$\lambda_k = \frac{\lambda_0}{k} \rightarrow$ diminuisce

$= \quad y_1(t) = y_1 \cos(\Omega_1 t + \psi_1) \rightarrow TR \rightarrow x_1(t) = TR(a)\cos(\Omega_1 + \psi_1 + \varphi_1$

$y_2(t) = y_2 \cos(\Omega_2 t + \psi_2) \rightarrow TR \rightarrow x_2(t) = TR(a)\cos(\Omega_2 + \psi_2 + \varphi_2)$

$\vdots$

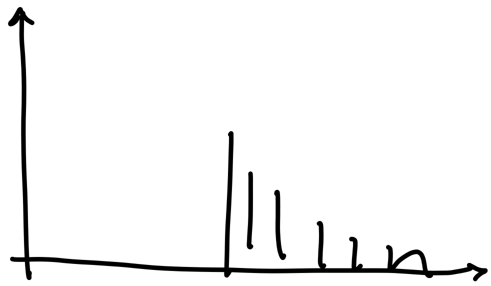
↳ Dopo avere preso tutti li sommiamo, ottenendo la risposta composta. $x(t)$



$\frac{2\pi}{\lambda_0} = \Omega_0$

$a_{cc} = \Omega^2 |\tilde{x}_k|$

$a_k = \frac{\Omega_k}{\omega_0} = \frac{2\pi k V}{\omega_0}$



Questo varia da v, è molto importante

Per aumentare la comodità si vuole aumentare ω_0 diminuendo a (perché $a = \frac{\Omega}{\omega_0}$). Facendo ciò smorziamo più y_k ma il sistema diventa meno guidabile, quindi è un bilancio