

## L'azione 8

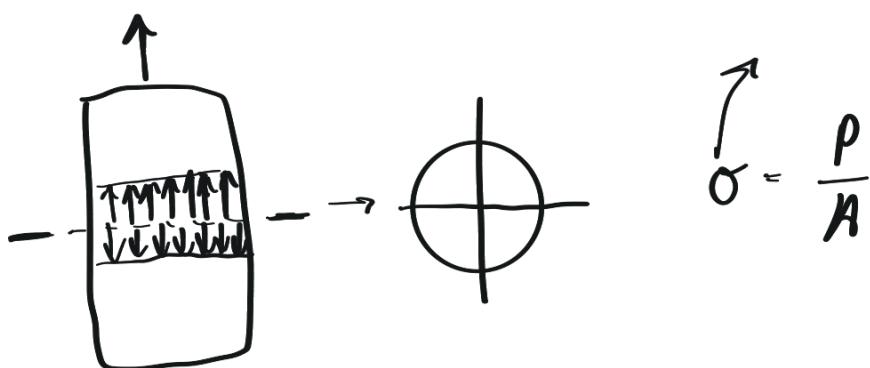
### Introduzione al concetto di sforzo

Senza lo sforzo non possiamo capire se è eccessivo o no

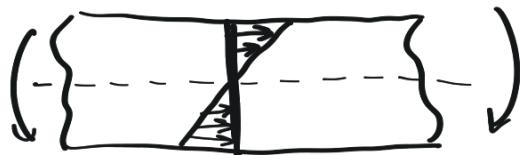
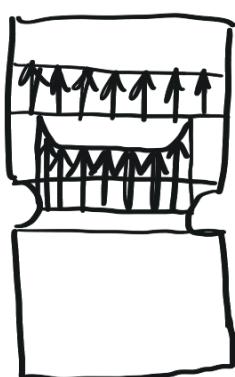
### Sforzo Normale Medio

$$\bar{\sigma} = \frac{N}{A}$$

### Definizione di Sforzo



$$\sigma = \frac{N}{A} \frac{(\text{forza normale})}{(\text{sezione})}$$

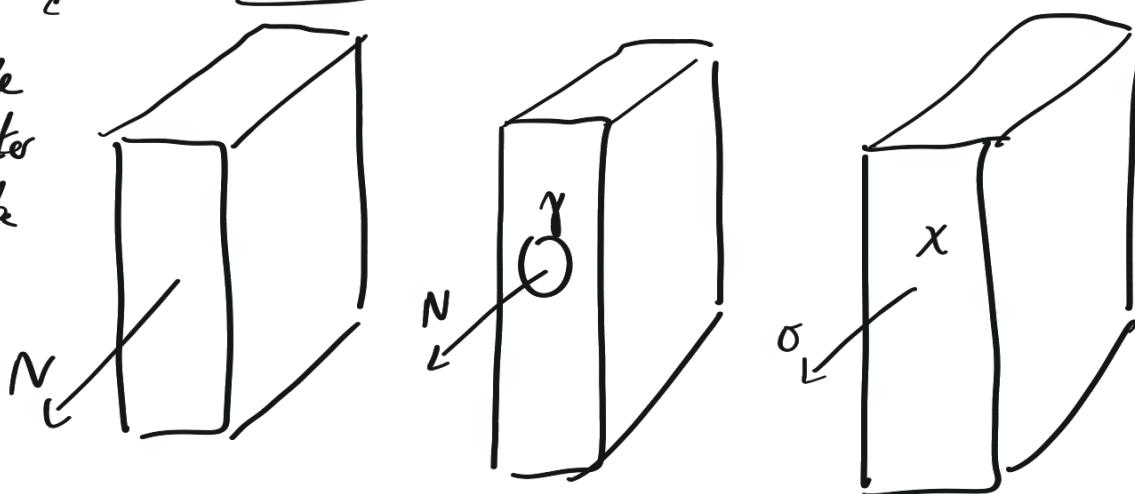


Dovremo trovare lo sforzo in un punto

$$\bar{\sigma}(\bar{x}) = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A} = \text{puntuale}$$

Forza assiale (Normale a superficie)

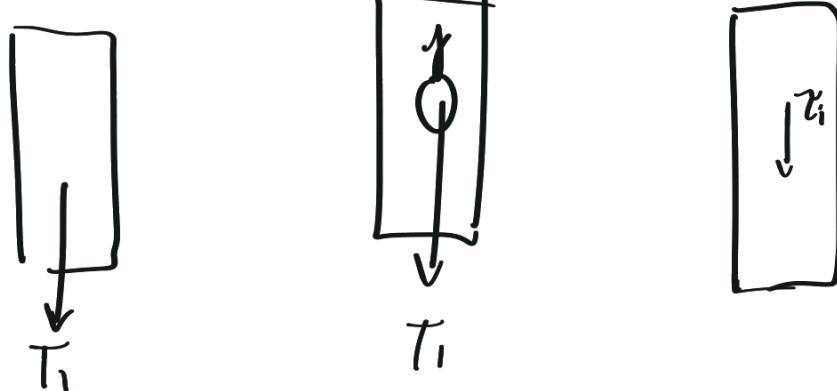
Azione  
Normale  
Monocentrico  
Trasferibile



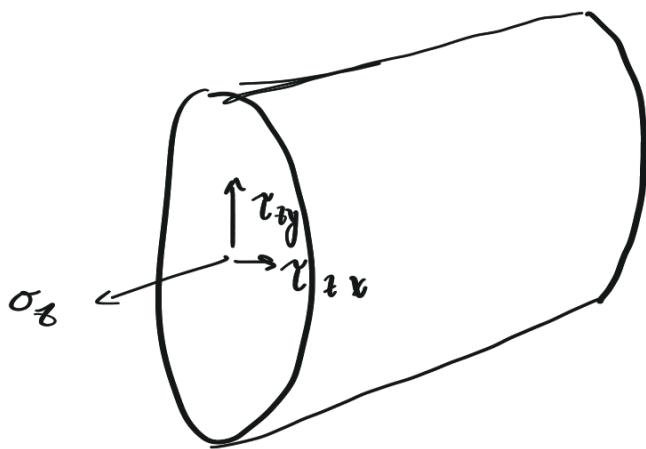
La deformazione della sezione è quella che possiamo misurare, invece lo sforzo non possiamo misurarlo.

Taglio  
e monotor  
forcente

Sforzo Tangenziale ( $\tau$ )



Stati Forze Generali

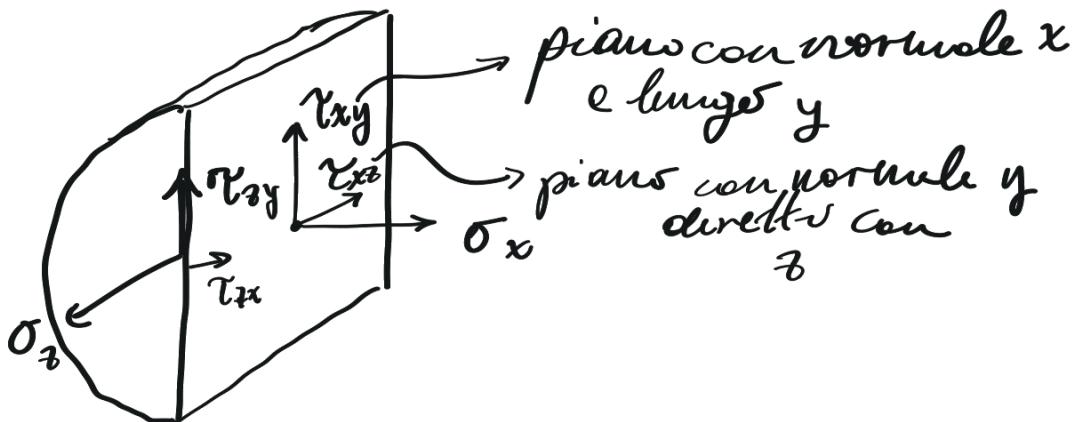


5

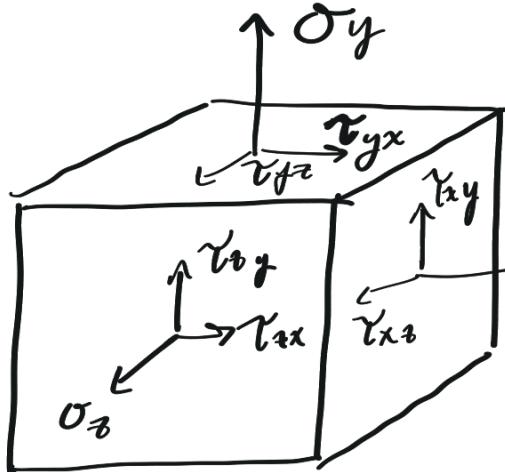
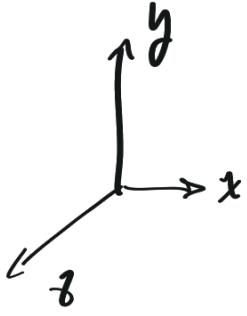
↳ see  
superfile  
z

$\tilde{r}_2(x) \rightarrow$  direzione  
di  $x$

» Normale della  
superficie su cui agisce  $\gamma$



Cubekber



faccio con  
↓ narnielle

$$\begin{matrix} x \\ \hline y \\ z \end{matrix} \left[ \begin{matrix} \sigma_x & \gamma_{xy} & \tau_{xz} \\ \hline \gamma_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \hline \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{matrix} \right]$$

Cubetto è rappresentazione, è infatti un punto materiale, e quindi non ha dimensione

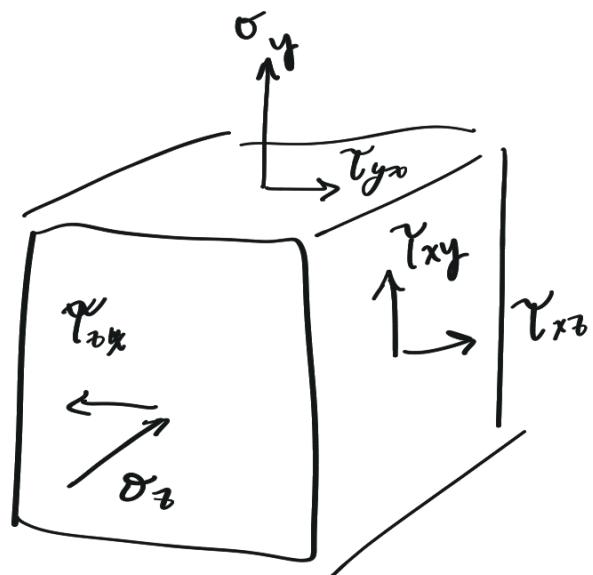
### Convenzione di segno

Se sforzo ha stessa direzione e verso  
allora è positivo

Se  $\tau$  ha sia la direzione del piano  
normale e la asse di azione nella stessa  
direzione e verso dalla convenzione

se  positivo allora positivo

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & 0 & -10 \\ 50 & 20 & 0 \\ -10 & 0 & -30 \end{bmatrix}$$



Si definiscono 9 componenti di sforzo, 3 normali  
e 6 tangenziali

Non è giusto: infatti la matrice è simmetrica  
quindi

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} \quad \text{riducendo gli sforzi tangenziali a } 3$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy}$$

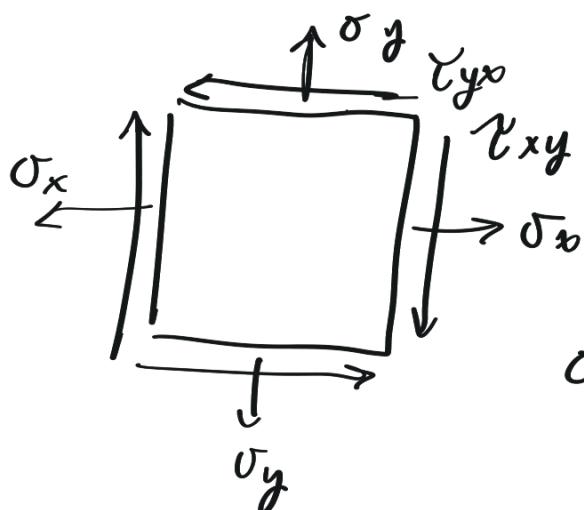
L'equilibrio si scrive con gli sforzi

### Sforzi di Stato Bidimensionale

↳ Tutti gli sforzi sulla faccia  $z=0$   
e tutti i componenti su  $z=0$

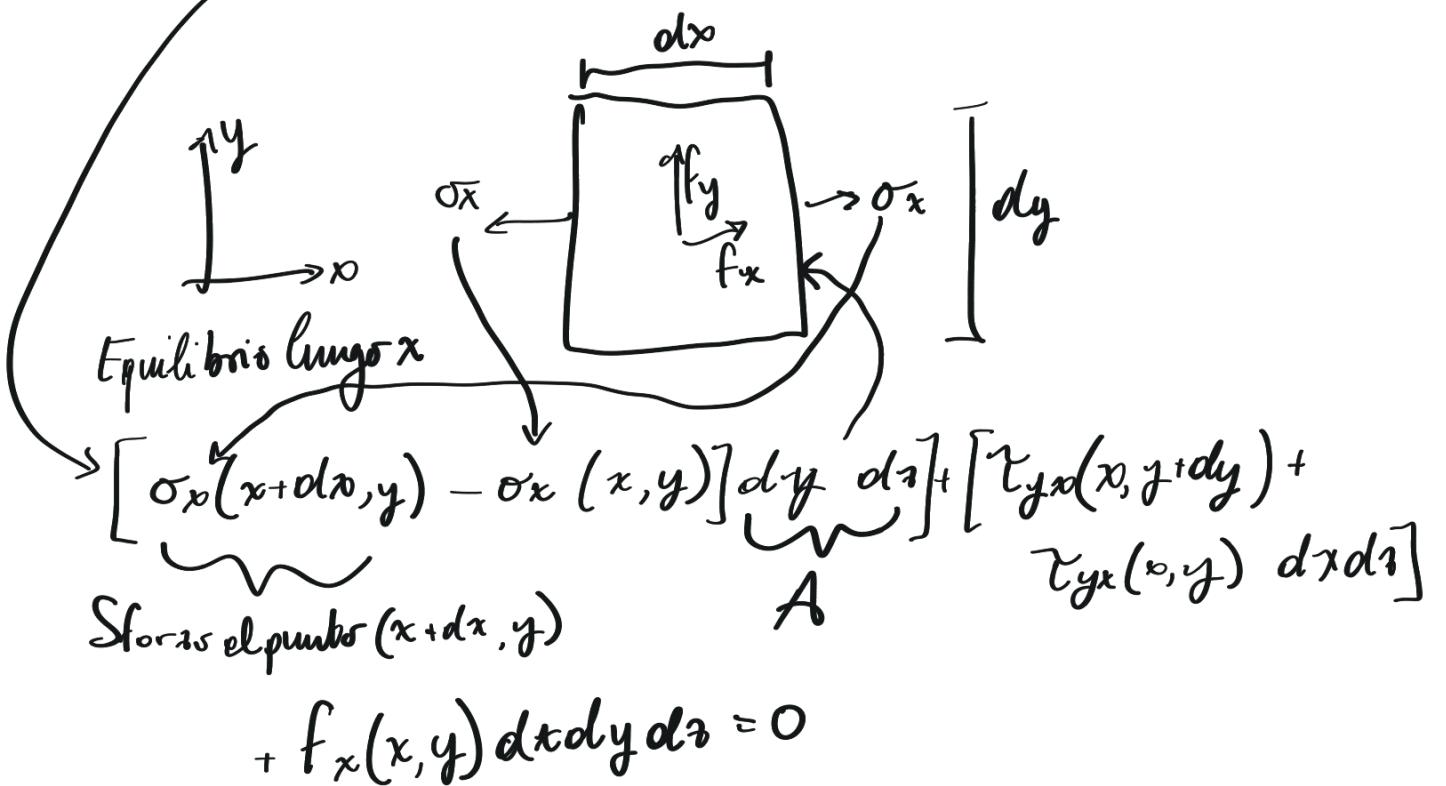
Detto stato PIANO di sforzo

↳ La rappresentazione si può fare con un  
quadretto nel piano



$$\sigma_x = \tau_{zx} = \tau_{zy} = \dots = 0$$

Equazioni indefinito di equilibrio  
Equilibrio di traslazione



Equilibrio lungo  $y$

$$[\tau_{xy}(x+dx, y) - \tau_{xy}(x, y)] \, dy \, dz + \\ + [\sigma_y(x, y+dy) - \sigma_y(x, y)] \, dx \, dz + \\ + f_y(x, y) \, dx \, dy \, dz = 0$$

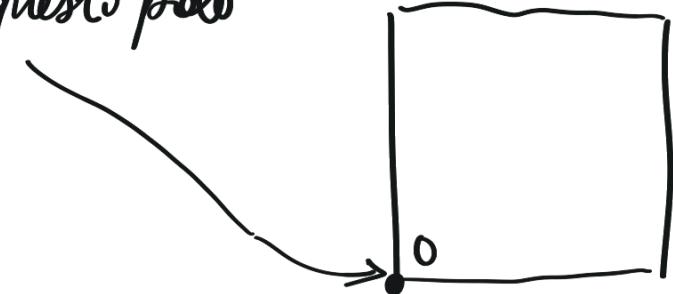
sostituendo  $\sigma_x(x+dx, y) - \sigma_x(x, y) = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \, dx$

↳ Equazioni indefinito di equilibrio

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + f_x = 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + f_y = 0 \end{cases}$$

### Equilibrio alla rotazione

Rispetto a questo polo



$$[\sigma_x(x+dx, y) - \sigma_x(x, y)] dy dx \frac{dy}{2} - \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx dy dx \frac{dy}{2}$$

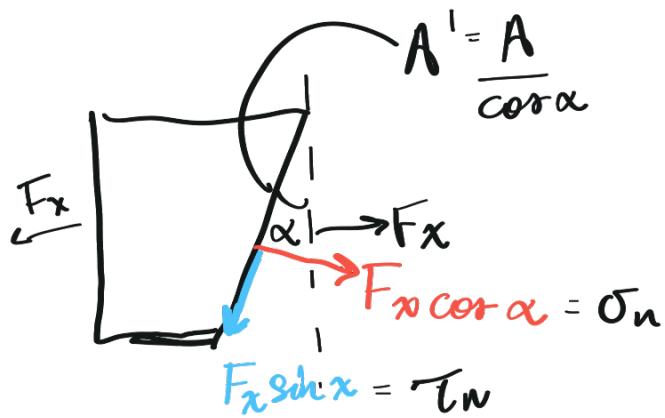
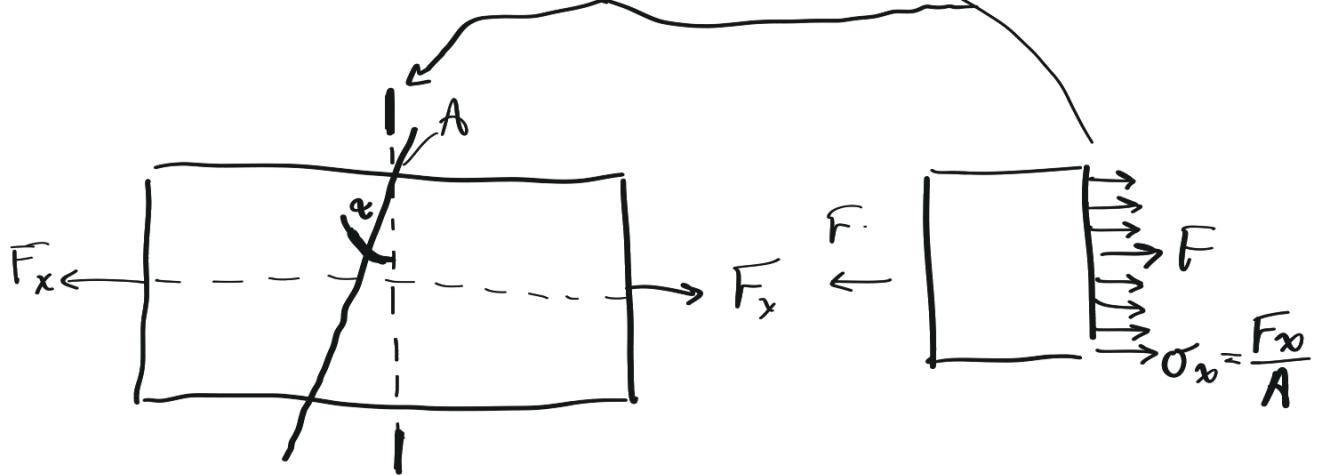
$$\tau_{xy}(x, y) dy dx \cdot dx - \tau_{yx}(x, y) dx dy \cdot dy = 0$$

$$\Rightarrow \tau_{xy} = \tau_{yx}$$

Allora  $\Rightarrow$  anche che

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix}$$

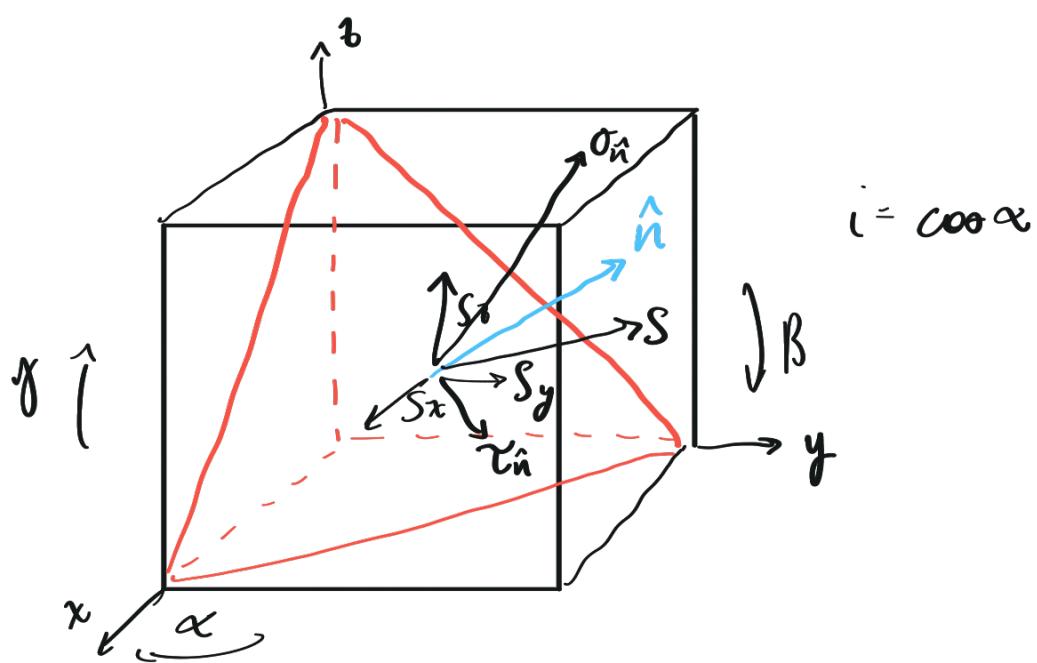
[Dray numero concorde slide 20]

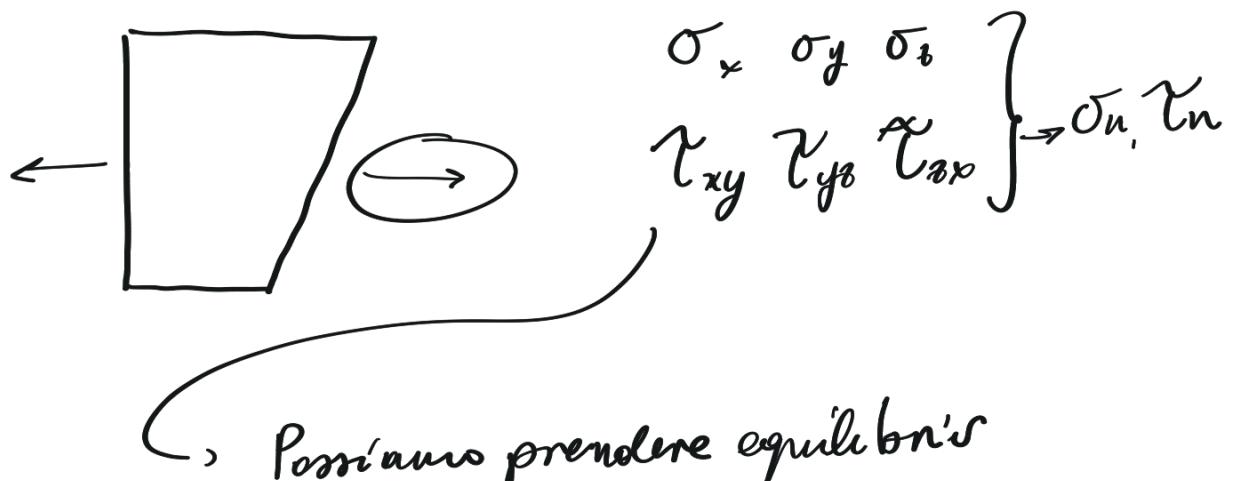


Le forze sono le stesse, ma gli sforzi dipendono dal piano di riferimento

Come determinare  $\sigma_n$  e  $\tau_n$  con  $A'$  cambiando

↳ Tetraedro di Cauchy





se  $A$  faccia normale ad  $\hat{n}$

$A_x$  faccia di normale a  $x$   $\Delta A_x = A \cos \alpha = i \Delta A$

$A_y$  faccia di normale  $y$   $\Delta A_y = A \cos \beta = l \Delta A$

$A_z$  faccia di normale  $z$   $\Delta A_z = A \cos \gamma = m \Delta A$

Equilibrio nella direzione  $x$

$$S_x \Delta A = \sigma_x i \Delta A + \tau_{yx} l \Delta A + \tau_{zx} m \Delta A$$

y

$$S_y = i \tau_{xy} + l \sigma_y + m \tau_{zy}$$

z

$$S_z = i \tau_x \text{ (GUARDA LE SLIDE)}$$

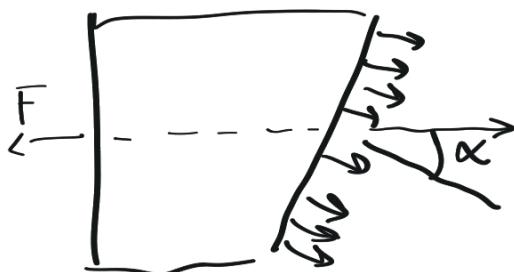
Sforzo Normale a piano obliquo

$$\sigma_n = i S_x + l S_y + m S_z$$

$$\sigma_n = \hat{n}^T \cdot \bar{S} = \hat{n}^T \cdot \bar{\sigma} \cdot \hat{n}$$

Sforzo Tangenziale lungo il piano

$$\tau_n = \sqrt{|\bar{S}|^2 - \sigma_n^2}$$



$$\frac{F \cos \alpha}{A \cos \alpha} = \frac{F}{A} \cos^2 \alpha = \sigma_x \cos^2 \alpha$$

$$\sigma_x = \frac{F}{A}$$

Stato di Sforzo

↳ rappresentazione degli sforzi