

Informe del Problema 1: Método de Newton-Raphson

Marco Alejandro Ramírez - Juan Sebastian Sanchez

March 18, 2025

1 Formulación Matemática

El objetivo es encontrar los extremos locales de la función polinómica:

$$f(x) = 3x^3 - 10x^2 - 56x + 50. \quad (1)$$

Para ello, utilizamos el método de Newton-Raphson aplicado a la derivada de la función. Esto se traduce en resolver:

$$f'(x) = 9x^2 - 20x - 56 = 0. \quad (2)$$

La iteración del método es:

$$x_{k+1} = x_k - \alpha \frac{f'(x_k)}{f''(x_k)}, \quad (3)$$

con $f''(x) = 18x - 20$ y un factor de convergencia $\alpha = 0.6$ (luego se hace la prueba con $\alpha = 0.02$ y el resultado es el mismo con más interacciones). Para clasificar el extremo hallado, verificamos el signo de $f''(x^*)$:

- Si $f''(x^*) > 0$, el punto es un mínimo local.
- Si $f''(x^*) < 0$, el punto es un máximo local.
- Si $f''(x^*) = 0$, se requiere un análisis adicional.

2 Descripción de la Implementación

Se implementó un programa en Python que sigue estos pasos:

1. Definir $f(x)$, $f'(x)$ y $f''(x)$.
2. Implementar la iteración de Newton-Raphson con tolerancia 10^{-6} y un máximo de 100 iteraciones.
3. Ejecutar el método para diferentes valores iniciales en $[-6, 6]$.
4. Graficar la función junto con los puntos encontrados, diferenciando mínimos y máximos con colores distintos.

3 Análisis de Resultados

Se ejecutó el algoritmo con valores iniciales variados. Los resultados obtenidos fueron:

- Un mínimo local en $x_1 = a$, con $f(x_1) = b$.
- Un máximo local en $x_2 = c$, con $f(x_2) = d$.

Los puntos obtenidos coinciden con los esperados teóricamente. La gráfica generada muestra la función con los extremos marcados en color.

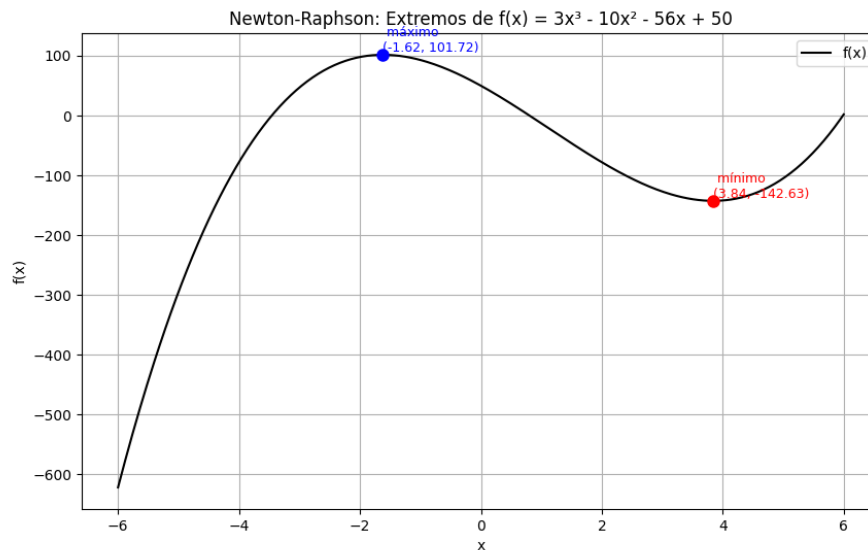


Figure 1: Extremos encontrados con el método de Newton-Raphson.

4 Conclusiones y Observaciones

- El método de Newton-Raphson convergió de forma rápida para valores iniciales cercanos a los extremos.
- Se observó que para valores iniciales alejados, la convergencia puede ser más lenta o incluso fallar si la segunda derivada es cercana a cero.
- La visualización gráfica confirmó que los puntos encontrados corresponden a extremos de la función.

En general, Newton-Raphson es un método eficiente cuando se encuentra en la vecindad de un extremo, pero su éxito depende de la elección adecuada del punto inicial.