

# park clarke transformation

## Microsemi 자료

- [Microsemi.pdf](#)

### Introduction

3상 기계의 동작에 있어서 이는 전압(V)과 전류(I)의 방정식으로 설명됨. 이는 전자회로가 상대적으로 움직인다면 [자속 쇄교\(the flux linkages\)](#), 유도 전압 및 전류가 지속적으로 변하기에 복잡한 경향이 있다. 이는 수학적 변환으로 변수 분리 후 공통 기준 틀에 맞춰 시간에 따라 방정식을 풀게 된다. 이때 사용하는 변환은 Clarke Transformation과 Park Transformation을 사용하는 듯?

- Clarke Transformation : balanced 3-phase quantities를 balanced 2-phase [quadrature\(구적법\)](#) quantities로 변환
  - Park Transformation : balanced 2-[orthogonal\(직교\)](#) stationary(고정) system을 orthogonal rotating reference frame으로 변환
1. Three-phase reference frame, in which  $I_a$ ,  $I_b$ , and  $I_c$  are co-planar three-phase quantities at an angle of 120 degrees to each other.
  2. Orthogonal stationary reference frame, in which  $I_\alpha$  (along  $\alpha$  axis) and  $I_\beta$  (along  $\beta$  axis) are perpendicular to each other, but in the same plane as the three-phase reference frame.
  3. Orthogonal rotating reference frame, in which  $I_d$  is at an angle  $\theta$  (rotation angle) to the  $\alpha$  axis and  $I_q$  is perpendicular to  $I_d$  along the  $q$  axis.

Figure 1 shows the three reference frames.

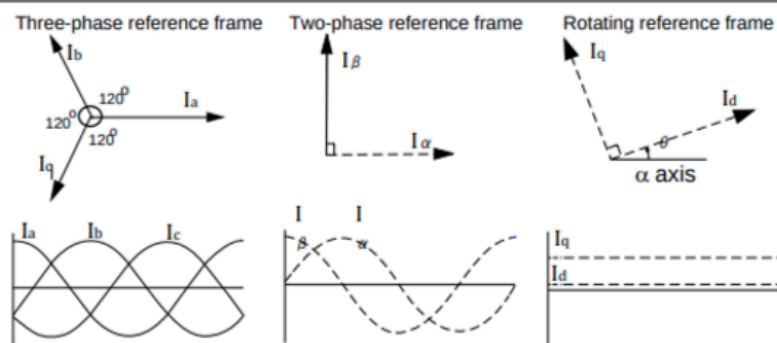
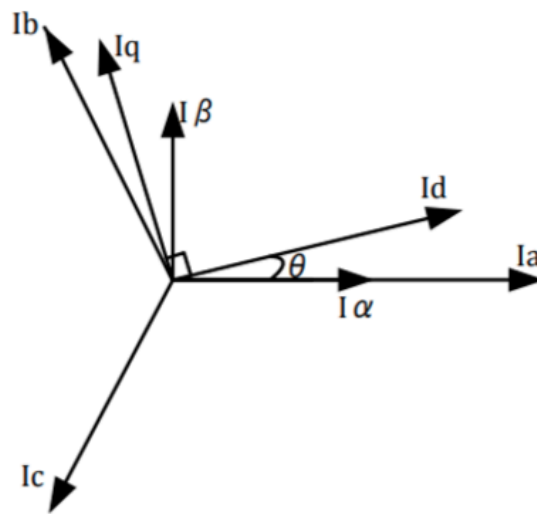


Figure 1 · Reference Frames

The combined representation of the quantities in all reference frames is shown in [Figure 2](#).

---

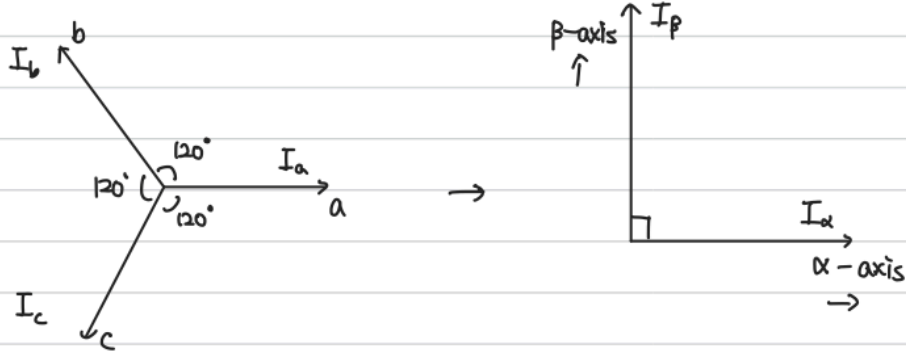


---

**Figure 2 · Combined Vector Representation**

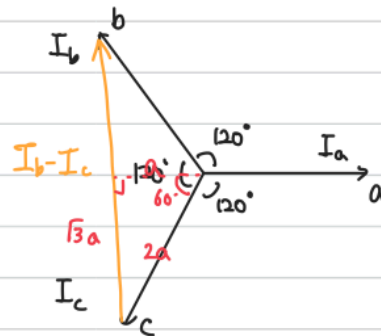
## Clarke Transformation

# Clarke Transformation



$$I_{\alpha} = \frac{2}{3} I_a - \frac{1}{3} (I_b - I_c)$$

$$I_{\beta} = \frac{2}{\sqrt{3}} (I_b - I_c)$$



where,  $I_{a,b,c}$ : 3-phase quantities.

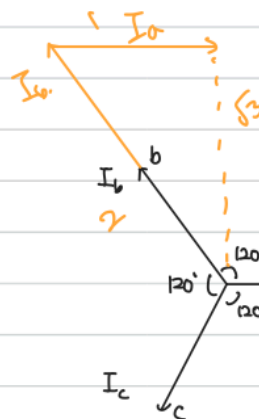
$I_{\alpha, \beta}$ : stationary orthogonal reference frame quantities.

When  $I_{\alpha}$  &  $I_{\beta} \rightarrow$  접점점.

$$I_{\alpha} + I_{\beta} + I_c = 0.$$

$$\Rightarrow I_{\alpha} = I_a$$

$$I_{\beta} = \frac{1}{\sqrt{3}} (I_a + I_b \times 2)$$



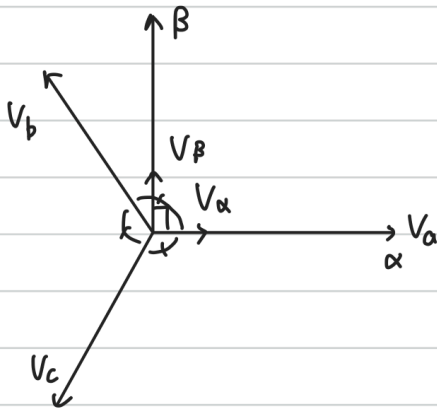
3 phase 모터에서 자속 기준제어에 필요한 수학적 변환. Clarke 변환은 3 phase 모터에서 서로의 각도가 120도 떨어져 있는 a, b, c 좌표계의 시간 성분을 직교 고정좌표계(alpha-beta) 두 성분으로 분리한다. Park 변환은 Clarke 변환을 통해 얻은 alpha-beta 두 성분을 직교 회전자 기준 좌표계(d-q)로 변환한다. 이 변환을 순차적으로 수행함으로써 AC 신호를 DC로 변환해 계산을 간단히 할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

$i_{\alpha}$ 는 실축의 전류성분,  $i_{\beta}$ 는 직교축의 전류성분을 나타내며,  $i_0$ 는 중성점 전류 성분을 나타내고, 균형된 시스템에선 0의 값을 가진다.

## Inverse Clarke Transformation

# Inverse Clarke Transformation



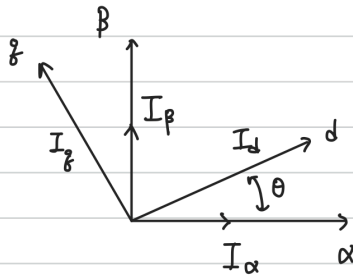
$$V_a = V_\alpha$$

$$V_b = \frac{-V_\alpha + \sqrt{3} \cdot V_\beta}{2}$$

$$V_c = \frac{-V_\alpha - \sqrt{3} \cdot V_\beta}{2}$$

## Park Transformation

### Park Transformation.



$$I_d = I_\alpha \cos \theta + I_\beta \sin \theta$$

$$I_q = I_\beta \cos \theta - I_\alpha \sin \theta$$

where,  $I_{d,q}$ : rotating reference frame quantities.

$I_{\alpha,\beta}$ : orthogonal stationary reference frame quantities.

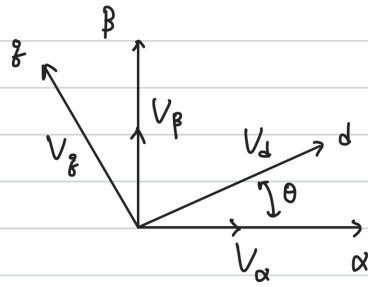
$\theta$ : rotation angle.

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$

$i_d$ 는 직류 성분,  $i_q$ 는 는 직교성분을 의미.  $\theta$ 는 회전자 각도를 의미

## Inverse Park Transformation

# Inverse Park Transformation



$$V_{\alpha} = V_d \cos \theta - V_q \sin \theta$$

$$V_{\beta} = V_q \cos \theta + V_d \sin \theta$$

where,  $V_{d,q}$ : rotating reference frame quantities.

$V_{\alpha,\beta}$ : orthogonal stationary reference frame quantities.

## Ti.com 자료

- [Ti.com.pdf](#)

## Clarke and Park transforms in the Field Orientated Control(FOC)

[FOC](#)는 모터의 교류 전동기를 제어하는 기술인데, 이 제어 시스템은 induction motor(유도 전동기)의 dynamic model equations이 필요하며, 순간 전류와 전압을 계산 후 반환함.

AC induction motor의 electric torque는 rotor currents와 stator currents induction으로부터의 the flux wave resulting 사이의 상호작용으로 설명할 수 있음. Cage motors 으로부터 rotor currents가 측정이 안 될때부터, 이 current는 rotor flux에 따라 d, q라고 불리는 회전 시스템 좌표에 설명된 등가량으로 대체될 수 있다.



와 같이 변환이 가능하다.

제어에서는 우리가 원하는 모터의 각도, 속도 등의 요소를 고려하여 이론값인  $i_d^*, i_q^*$ 를 계산해 최종적으로 구한 직류, 직교 성분에서의 제어를 진행한다.

이를 위해서는 park-clarke transformation의 inverse transformation이 필요하다. 이는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}$$

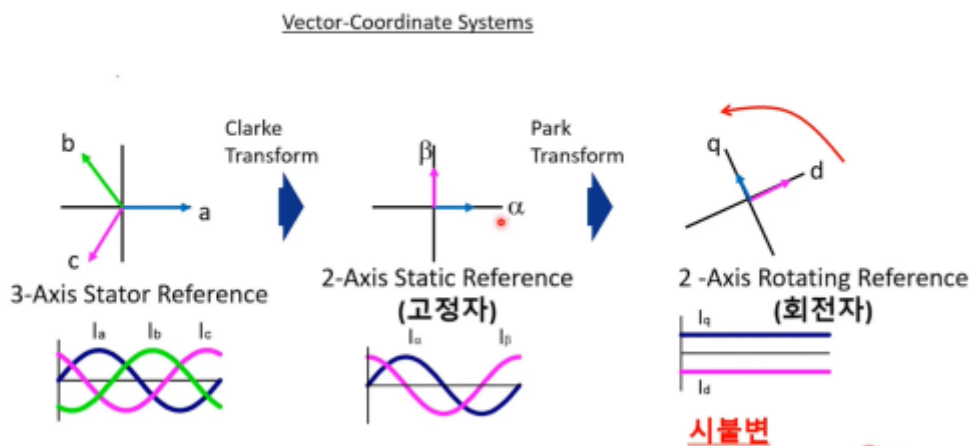
이는 간단히 하면 아래와 같다.

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}$$

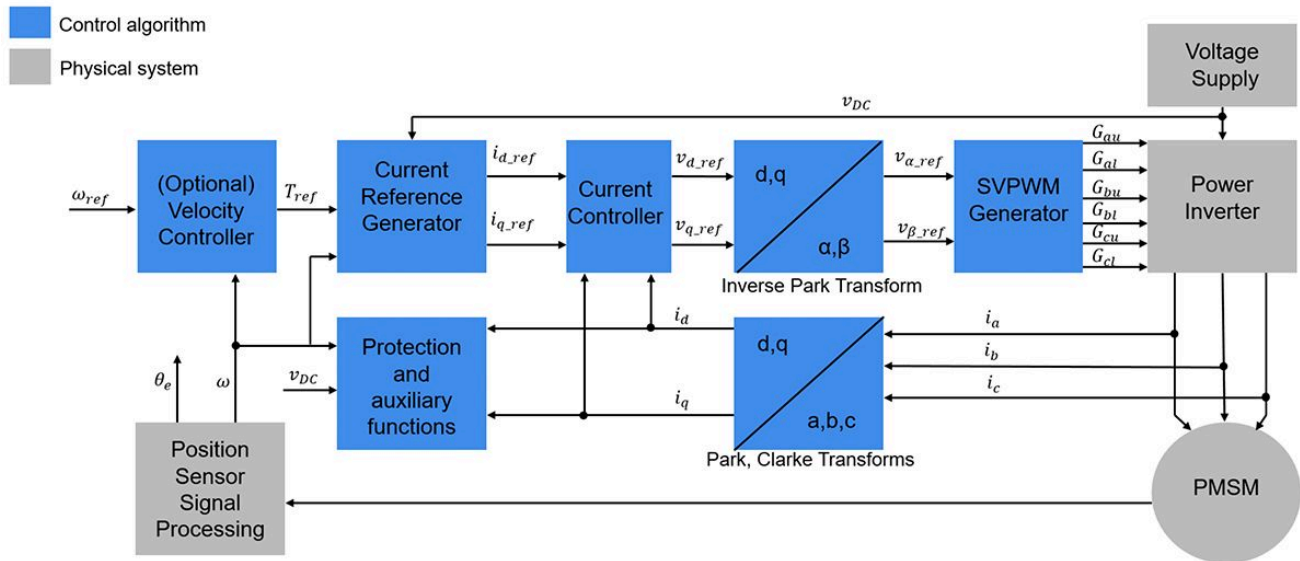
## 자속기준제어(FOC)

수학적 행렬곱에 의한 좌표 변환을 활용한 제어이다. 다소 복잡한 3상 인코더의 제어 방법을 단순히 전류를 조절하여 제어하는 것이 가능하게 한다. 3상 제어 신호(정류)를 Clarke transform을 통해서 두 개의 축으로 표현한다. 아래 그림에서는 b와 c 성분을 합성하여 beta 성분을 만든다. 최종 합성된 벡터의 크기를 일정하게 하기 위해서 alpha와 beta 축을 모터의 회전 속도와 동일한 속도로 함께 회전시킨다. 이를 통해 단순히  $I_q$ (토크 조절)와  $I_d$ (자기장 flux 조절)의 크기만 변경하는 것으로 3상 제어와 같은 효과를 낼 수 있게 된다.

## 좌표 변환 (Coordinate transforms)



## FOC



## PMSM 제어의 내부 전류 제어 루프

