

Calculabilité - complexité

0h45, sans document sauf une feuille A4

Les réponses doivent être inscrites à la suite de chacune des questions, dans le cadre prévu à cet effet. Dans le cas (exceptionnel), où vous estimeriez qu'une question nécessite un développement plus important, utilisez une feuille séparée, en précisant le numéro de la question.

1 Calculabilité

1. Soit la fonction carrée $carre(x) : x \mapsto x^2$. Cette fonction est-elle calculable ?

- ☒ oui ✓
- ☐ oui pour n positif seulement
- ☐ non
- ☐ on ne sait pas

2. Soit la fonction de Collatz

$Collatz(n) \triangleq$ **while** $n > 1$ **do**

if $(n \% 2 = 0)$ **then** $n \leftarrow n/2$ **else** $n \leftarrow 3 * n + 1$

L'appel à Collatz(n) termine-t-il pour toute valeur de $n \geq 0$?

- ☐ oui
- ☐ non
- ☒ on ne sait pas ✓
- ☐ oui pour n pair seulement
- ☐ non si n est premier

3. Existe-t-il une machine de Turing universelle qui puisse exécuter n'importe quel autre machine universelle ?

- ☒ Oui, par définition de l'universalité ✓
- ☐ Non, il faudrait une meta-machine de Turing
- ☐ Uniquement si elles ont le même alphabet

4. Savoir si une machine de Turing n'accepte qu'un unique mot est-il décidable ? Si oui, donner le principe de l'algorithme ; si non, argumenter (montrer une réduction ou une contradiction).

Savoir si une MT n'accepte aucun mot est indécidable. Or, ce problème est \leq au problème 4 donc par réduction, le problème 4 est indécidable.

5. ...

2 Complexité

6. Pourquoi est-il important d'étudier la complexité en plus de la calculabilité ?

Il faut savoir si le problème est algorithmiquement résolvable ainsi que savoir combien d'étapes et combien de ressources sa résolution nécessitera.

7. Les protocoles interactifs sont-ils plus puissants que la vérification de certificats ?

Sujet non traité en 2020–2021

×

8. Est-il vrai que la complexité en temps est indépendante du codage des données, mais que la complexité en espace dépend du codage ?

Oui, intuitivement la complexité dépend du codage. En plus, on sait que le codage des données est presque sans importance pour la complexité en temps.

9. Pourquoi peut-on définir la complexité logarithmique en espace alors que la complexité logarithmique en temps n'a pas de sens ?

?

10. Donner un problème complet pour **PSPACE**.

-Dans le cas d'automates finis, déterminer si deux représentations de langages formels représentent le même langage est un problème PSPACE-Complet
-QBF est PSPACE-Complet

11. ...

3 Calcul quantique

12. ...