Equivalence entre expressions régulières : L'opérateur de concatenation/juxtaposition . est implicite pour ne pas surcharger l'écriture des expressions : $e_1.e_2$ est notée $e_1\,e_2$.

$$
\begin{array}{ll}
\emptyset\, e = e\, \emptyset = \emptyset & \Lambda\, e = e\, \Lambda = e \\
e \mid \emptyset = \emptyset \mid e = e & e \mid e = e \\
e_1\,(e_2\,e_3) = (e_1\,e_2)\,e_3 & e_1 \mid (e_2 \mid e_3) = (e_1 \mid e_2) \mid e_3 \\
e_1\,(e_2 \mid e_3) = (e_1\,e_2) \mid (e_1\,e_3) & (e_1 \mid e_2)\,e_3 = (e_1\,e_2) \mid (e_1\,e_3) \\
e_1 \mid e_2 = e_2 \mid e_1 & \emptyset^\star = \Lambda^\star = \Lambda \\
e^\star = \Lambda \mid e^+ & e^+ = e\,e^\star = e^\star\,e \\
e^\star\,e^\star = e^\star & e^{\star\star} = e^\star \\
e = e^\star \Leftrightarrow e = e\,e & e\,e^\star = e^\star \Leftrightarrow \Lambda \in L(e) \\
(e_1^\star\,e_2^\star)^\star = (e_1 \mid e_2)^\star = (e_1^\star \mid e_2^\star)^\star & \\
(e_1^\star\,e_2)^\star\,(e_1^\star) = (e_1 \mid e_2)^\star = e_1^\star\,(e_2\,(e_1^\star))^\star &
\end{array}
$$

ϵ-fermeture : L'ϵ-fermeture d'un ensemble d'états E est la fermeture réflexive et transitive de la relation de transition sur ϵ. Il s'agit de l'union de E et de tous les états accessibles depuis les états de E en suivant un nombre quelconque de transitions sur ϵ.

Théorème de Arden : Soient x une variable, e_1 et e_2 des expressions régulières, l'équation $x = e_1\,x \mid e_2$ admet au moins une solution : $x = e_1^\star\,e_2$

Dérivation des expressions régulières :

$$
\begin{array}{l}
D_a(a) = \Lambda \\
D_a(b) = \emptyset \\
D_a(\emptyset) = \emptyset \\
D_a(\Lambda) = \emptyset \\
D_a(e_1 \mid e_2) = D_a(e_1) \mid D_a(e_2) \\
D_a(e_1\,e_2) = D_a(e_1)\,e_2 \mid \delta(e_1)\,D_a(e_2) \\
\qquad \delta(e) = \Lambda \text{ si } \Lambda \in L(e) \\
\qquad \delta(e) = \emptyset \text{ si } \Lambda \notin L(e) \\
D_a(e^\star) = D_a(e)\,e^\star
\end{array}
$$

Soit la grammaire non contextuelle $G = (A, V, S, P)$:

Calcul des Premiers :

$$
\begin{array}{l}
\text{Premiers}(\Lambda) = \{\Lambda\} \\
\text{Premiers}(a\ \alpha) = \{a\} \text{ avec } a \in A \text{ et } \alpha \in (A \cup V)^\star \\
\text{Premiers}(X) = \bigcup_{X \to \gamma \in P} \text{Premiers}(\gamma) \text{ avec } X \in V \text{ et } \gamma \in (A \cup V)^\star \\
\text{Premiers}(X\ \alpha) = \text{Premiers}(X) \underbrace{\setminus \{\Lambda\} \cup \text{ Premiers}(\alpha)}_{\text{si } \Lambda \in \text{Premiers}(X)} \text{ avec } X \in V \text{ et } \alpha \in (A \cup V)^\star
\end{array}
$$

Calcul des Suivants :

$$
\text{Suivants}(X) = \bigcup_{Y \to \alpha\, X\, \beta \in P} \text{Premiers}(\beta) \underbrace{\setminus \{\Lambda\} \cup \text{Suivants}(Y)}_{\text{si } \Lambda \in \text{Premiers}(\beta)} \underbrace{\cup \{\$\}}_{\text{si } X = S} \text{ avec } X, Y \in V \text{ et } \alpha, \beta \in (A \cup V)^\star
$$

Calcul des Symboles Directeurs :

$$
\text{Directeurs}(X \to \alpha) = \text{Premiers}(\alpha) \underbrace{\setminus \{\Lambda\} \cup \text{Suivants}(X)}_{\text{si } \Lambda \in \text{Premiers}(\alpha)} \text{ avec } X \in V \text{ et } \alpha \in (A \cup V)^\star
$$