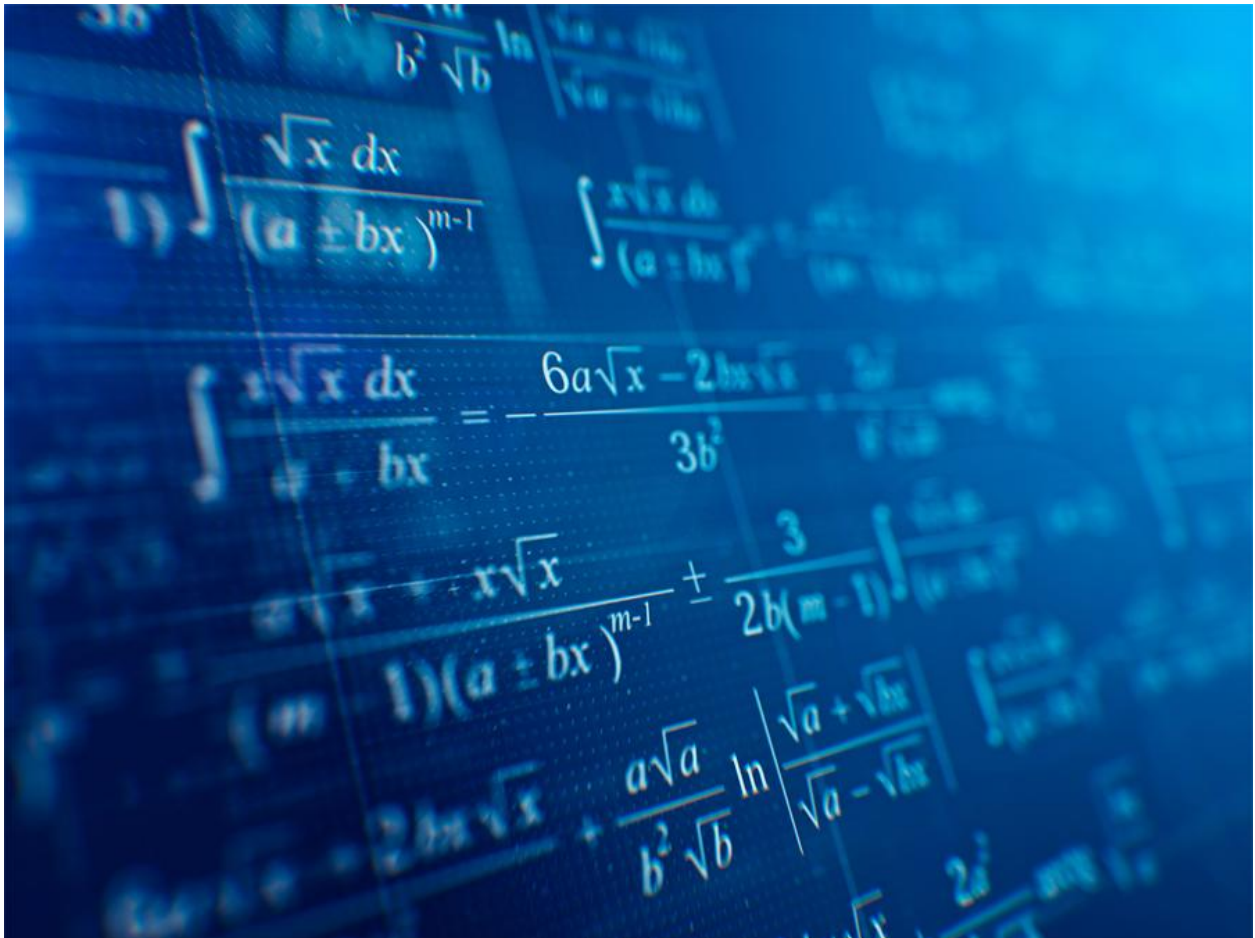


Recherche Opérationnelle : TP3 et 4



Hamza MOUDDENE / Anass TYOUBI

18 décembre 2020

1 Programmation dynamique avec Bellman-Ford

1.1 Calcul du plus court chemin entre deux sommets d'un graphe

Nous allons implémenter en Julia l'algorithme de Bellman-Ford permettant de calculer le plus court chemin entre un sommet source s et tous les autres sommets d'un graphe quelconque.

1.1.1 Résultat

```
distance = [0.0, 3.0, 7.0, 9.0, 5.0, 12.0]
previous = ['A', 'A', 'B', 'C', 'A', 'D']
Le plus court chemin : A-->B-->C-->D-->F
```

1.2 Calcul du plus long chemin entre deux sommets d'un graphe

Pour trouver le plus long chemin avec au maximum $n - 1$ arêtes entre deux sommets d'un graphe, il faut appliquer des modifications à la relation de récurrence et à l'algorithme de programmation dynamique de Bellman-Ford.

Une solution simple consiste à convertir le graph G à $-G$, c'est à dire intervertir le signe des poids de chaque arc dans le graphe G , puis calculer le plus court chemin en passant par l'algorithme implémenté dans la question précédente en respectant bien sur la condition que le chemin ne doit pas dépasser $n-1$ arêtes.

1.2.1 Résultat

```
distance = [0.0, 4.0, 8.0, 14.0, 5.0, 17.0]
previous = ['A', 'E', 'B', 'E', 'A', 'D']
Le plus long chemin : A-->E-->D-->F
```

2 Extensions et adaptations

2.1 Construction d'un réseau de transmission à vitesse maximale

La société **ALPHA** désire relier par un réseau, un processeur central P à divers processeurs (éventuellement par des intermédiaires). Une vitesse de transmission lij en bauds est associée à chaque liaison possible (bidirectionnelle) reliant le processeur i au processeur j . La vitesse de transmission d'un chemin du processeur central P au processeur K est égale au plus petit des lij rencontrés sur ce chemin. **ALPHA** souhaite trouver les chemins de vitesses maximales reliant le processeur central P à tous les autres processeurs K du réseau.

Cela nécessite une modification au niveau de la relation de récurrence et à l'algorithme de **BellmanFord** pour calculer le chemin de vitesse maximale entre deux sommets d'un graphe.

2.1.1 Résultat

```
distance = [5.0, 5.0, 4.0, 2.0, 3.0, 3.0, 3.0]
P -> P avec une vitesse de 5.0
P -> 1 avec une vitesse de 5.0
P -> 2 avec une vitesse de 4.0
P -> 3 avec une vitesse de 2.0
P -> 4 avec une vitesse de 3.0
P -> 5 avec une vitesse de 3.0
P -> 6 avec une vitesse de 3.0
```

2.2 Fiabilité de procédé de fabrication de semi-conducteurs

L'entreprise de semi-conducteurs **GAMMA** souhaite déterminer le procédé de fabrication le plus sûr pour leurs nouveaux processeurs **SX-42**. Il y a en effet plusieurs façons de faire pour transformer la matière première jusqu'au produit fini (enchaînement d'opérations de gravure, de vernissage, de nettoyage, de dopage, etc). Le processus de fabrication de processeurs est extrêmement sensible et si à une étape il y a le moindre problème alors la plaque de silicium est perdue et détruite.

Ci-dessus le schéma descriptif des processus de fabrication possibles. Les produits semi-finis intermédiaires sont désignés par les abréviations S1, S2, S3, A1, A2, A3, A4, D1, D2, FG, FC. La probabilité de succès est indiquée pour chaque étape possible. Par exemple si l'on dispose de produits semi-finis de type S2, alors on a le choix entre deux processus. Le premier donnera des produits semi-finis de type A2, avec une probabilité de succès à 4s de 0.97 (il y aura donc 3 déchets). Le second processus fournira des produits semi-finis de type A3 avec une probabilité sur le période, avec une probabilité de succès de 0.98 (il y aura donc *2est de déterminer le procédé de fabrication le plus sûr, c-à-d comportant moins de déchets.

(a) En utilisant le fait que pour tout $a, b \in R+$ on a $\log ab = \log a + \log b$, montrer que l'on peut transformer la recherche du procédé de fabrication le plus sûr en un problème de plus long chemin dans un graphe à préciser. Implémenter et tester sur l'exemple fourni puis avec différents jeux de données de votre choix.

2.2.1 Résultat

```
Le procédé de fabrication le plus sûr est :  
Matières premières --> S1 --> A3 --> D1 --> FG --> Produit fini  
Avec une probabilité de succès de 0.9038266775999999
```