# TD9: Les continuations

## Thèmes et objectifs

- la notion de continuation
- continuations natives
- inversion de contrôle

### ⊳ Support étudiant

### 1 Notion de continuation

La notion de continuation est très utile dans de nombreuses situations dans lesquelles, très schématiquement, on a besoin de connaître/nommer ce qui va s'exécuter **après** le code courant, *i.e.* ce qui *continue* l'exécution. Dans un langage fonctionnel, le code courant est associé à l'exécution d'une fonction f. Ce qui s'exécute après (la continuation, donc) est également une fonction, qui sera passée en paramètre (supplémentaire) de f.

On pourrait dire de façon cavalière qu'une continuation est un accumulateur de calculs (qu'il faudra effectuer plus tard), et non de données.

Supposons que l'on doive réaliser une fonction f: a -> b et qu'on veuille introduire une continuation dans la définition de f. L'application de f peut être suivie de n'importe quelle autre fonction g: b -> c produisant n'importe quel type de résultat c, *i.e.* on calcule g(f x) pour x: a.

On aura donc pour f un paramètre supplémentaire, la continuation représentant g:b->c, le "futur" de f. Le type de retour de f est également changé. La version avec continuation de f sera appelée kf:a->(b->c)->c (ou plus élégamment kf:(b->c)->a->c, suivant l'ordre des arguments).

#### 1.1 Passage par continuation

L'usage des continuations permet une transformation de programme systématique, illustrée par les exemples ci-dessous : la factorielle et la fonction de Fibonacci :

```
if \mathbf{n} = 0 then 1 else \mathbf{n} * \text{fact } (\mathbf{n} - 1);
(* kfact : int -> (int -> 'a) -> 'a *)
let rec kfact n k =
if n = 0 then k \mid l else kfact (n-1) (fun fact n \mid l - > k \mid (n * fact \mid n \mid l));;
let fact ' n = kfact n (fun fact n -> fact n);
let rec fibo n =
match n with
 | 0 | 1 -> 1
   -> fibo (n-1) + fibo (n-2);;
(* kfibo : int -> (int -> 'a) -> 'a*)
let rec kfibo n k =
match n with
\mid 0 \mid 1 -> k \mid 1
 -> kfibo (n-2)
         (fun fib_n_2 -> kfibo (n-1)
                            (fun fib n 1 \rightarrow k (fib n 2 + fib n 1));;
let fibo' n = kfibo n (fun fib n -> fib n);
```

On constate dans ces exemples que l'utilisation des continuations permet de **linéariser** l'exécution, *i.e.* de choisir exactement dans quel ordre unique se font les sous-appels récursifs. Cette linéarisation fait qu'il n'y a alors plus qu'un seul sous-appel récursif, de plus **terminal**, synonyme d'efficacité (pas d'utilisation de la pile d'appels). Cette technique standard d'élimination de la récursivité directe est appelée **passage par continuation** ou **Continuation Passing Style** (en abrégé CPS). Elle est utilisée dans les cas où la récursivité directe est trop profonde et dépasse les capacités de la pile d'appels (ce qui est très souvent le cas dans des applications réalistes "industrielles").

Remarque : La mémoire économisée dans l'absence de pile d'appels est consommée dans la création des fonctions/continuations passées en paramètres, il n'y a pas de miracle! De même, le temps de calcul sera équivalent, probablement un peu plus long en raison de la gestion des continuations (création/application).

## 2 Application : flôt de contrôle

Comme on peut le constater, les continuations permettent de représenter et manipuler finement le flôt de contrôle (pour linéariser les appels de fonctions par exemple). On peut également s'en servir pour augmenter les possibilités de contrôle et même représenter/réaliser d'autres "effets de bords" au-dessus d'un langage qui ne les possède pas nativement. Les techniques CPS sont donc beaucoup utilisées pour réaliser des compilateurs et interprètes. Ceci est illustré par l'ajout des exceptions (simples!) au noyau purement fonctionnel de OCAML. Pour cela, classiquement, on utilisera deux continuations, une dite de succès  $\mathbf{k}_+$  pour gérer les calculs qui terminent sans exceptions et une autre dite d'échec  $\mathbf{k}_-$  pour les exceptions. Une transformation possible, à l'aide de continuations, des expressions augmentées (i.e. avec exceptions) en expressions ordinaires est alors donnée par la fonction  $\llbracket \cdot \rrbracket$  suivante :

Disclaimer : OCAML possède déjà un mécanisme d'exceptions, plus efficace car natif...

Les continuations permettent également de changer la granularité des API, de réaliser des inversions de contrôle, d'implanter des coroutines, du non-déterminisme, etc.

### 3 Continuations natives

Les continuations ont été vues comme de simples fonctions passées systématiquement en paramètre (supplémentaire) de toutes les fonctions définies par l'utilisateur. Ceci est l'angle historique qui permet de donner une sémantique propre aux continuations. Néanmoins, cette vision est quelquefois inopérante en pratique car elle oblige à modifier le code source de toutes les fonctions pour lesquelles on souhaite appliquer des techniques CPS, ce qui n'est ni possible ni souhaitable en général. En ce sens, la notion de continuation n'est pas du tout orthogonale aux autres constructions, ni indépendante vis-à-vis d'elles.

Heureusement, les continuations natives existent elles aussi. On les retrouve dans de nombreux langages, sous la forme de primitives comme call/cc en Scheme, setjmp/longjmp en C, yield en Python, mais également en Scala, Racket, Haskell, etc. Ces opérations permettent de créér dynamiquement, en interrompant l'exécution à n'importe quel endroit du programme, une continuation qui représente les calculs restant à faire pour terminer l'exécution de celui-ci. Une fois la continuation créée et stockée dans une variable, on peut l'appeler

comme une fonction ce qui redémarre l'exécution normalement ou bien calculer une valeur sans utiliser la continuation. Pour cette raison, les continuations sont parfois appelées "resumable exceptions".

Les continuations natives "classiques", dites non délimitées (comme call/cc) sont inefficaces, sujettes à fuites de mémoire et finalement rendent le code assez illisible et incompréhensible. Elles sont de fait peu utilisées. On s'intéresse donc aux continuations "modernes", dites délimitées, plus spécifiquement à la paire d'opérations reset/shift, implémentées par exemple dans la librairie Delimcc.

Étudions l'exemple suivant de la concaténation de listes. Tout d'abord, on transforme le programme initial pour faciliter le passage en CPS.

```
let rec append 11 12 =
 match | 11 with
  ->12
  | t1::q1 -> t1::append q1 l2;;
let append 11 12 =
 let rec app X 12 11 =
   match | 1 with
           ->12
    | t1 :: q1 -> t1 :: app_X_l2 q1
in app X 12 11;;
let append 11 12 =
 let rec app X 12 11 =
   match | 11 with
          ->12
     | t1 :: q1 -> let app_q1_l2 = app_X_l2 q1
              in t1::app q1 l2
 in app X 12 11;;
```

Puis, on transforme le programme en CPS, soit explicitement, soit par l'intermédiaire des primitives reset +/ shift, dont l'effet est (presque) équivalent. On remarque que l'expression app\_X\_l2 q1 a bien pour futur l'expression t1 :: app\_q1 l2, qui en tant que dernière expression calculée, a elle-même pour futur k.

Appliquer reset expr revient à considérer que la conversion CPS commence à partir de expr. Appliquer shift ( $\mathbf{fun} \ \mathbf{k} -> \ldots$ ) permet de capturer la continuation courante à l'endroit où le shift apparaît, comme si on l'avait effectivement passée en paramètre à travers toutes les expressions depuis le reset.

Ces primitives évitent d'avoir à transformer le code source pour utiliser des continuations, par contre elles n'offrent pas l'avantage d'économiser la pile d'appels. Dans cet exemple, si la liste l1 est très grande (de l'ordre du million d'éléments), la version avec continuations explicites fonctionnera alors que la version avec les primitives fera déborder la pile d'appels.

De fait, l'implémentation de ces primitives revient à recopier une partie de cette pile d'appels lors de la construction de la continuation faite par shift, la partie se trouvant entre le reset le plus proche et le shift. Dans cet exemple, la continuation (finale) k correspond en fait à la fonction (fun  $1 -> t_1:...:t_n::l$ ) où  $[t_1:...:t_n]$  est la liste 11. Tous les éléments  $t_i$  sont stockés dans la pile d'appels.

```
| t1::q1 -> t1::app_X_l2 q1
in reset (app_X_l2 l1);;
```

Maintenant, on peut se poser la question de l'utilité réelle de ces mécanismes. En effet, l'utilisation de ces continuations est extrêmement contrainte, car leur type est défini complètement par le contexte où elles apparaissent. Ainsi, dans l'exemple de la fonction append, la continuation prend une liste, qui correspond au type de l'expression shift (fun  $k > \ldots$ ) forçé par son contexte et renvoie une liste, qui correspond au type de l'expression (app\_X\_l2 l1) argument du reset. À part appeler la continuation pour redémarrer et terminer l'exécution, que peut-on faire? En utilisant un type somme, on peut autoriser une plus grande variation des types et des usages. L'astuce est de distinguer les exécutions qui vont au bout de celles qui sont interrompues par la capture d'une continuation.

On souhaite par exemple séparer complètement le parcours de 11 de la concaténation à 12. On commence par définir les différents retours possibles de la fonction de parcours, soit par terminaison normale (Done), soit par construction d'une continuation (Request). Dans notre cas simple, cette fonction ne termine jamais normalement. Ceci correspond à la déclaration du type de retour res et de la fonction récursive app qui ne mentionne pas 12! Finalement, la fonction append récupère la continuation créée par app et termine l'exécution en l'appliquant à 12.

La librarie Delimcc propose une interface légèrement différente permettant de poser des "marqueurs" différents dans la pile, alors que reset pose toujours la même marque, c'est d'ailleurs la raison pour laquelle shift recopie la pile depuis le sommet jusqu'au dernier (marqueur de) reset seulement. La primitive Delimcc.shift permet de recopier la pile jusqu'à un marqueur quelconque. Ceci n'augmente pas l'expressivité mais facilite certaines utilisations avançées des continuations. La primitive Delimcc.push\_prompt permet de poser un marqueur prompt0, c'est l'analogue de reset.

Voici une partie de l'interface de la librairie Delimce en reprenant les conventions de nommage des variables de type 'reset et 'shift :

```
(* le type des marqueurs de pile *)
type 'reset prompt;;

val new_prompt : unit -> 'reset prompt
val push_prompt : 'reset prompt -> (unit -> 'reset) -> 'reset
(* shift (p : 'reset prompt) (fun (k : 'shift -> 'reset) -> (expr : 'reset) : 'shift *)
val shift : 'reset prompt -> (('shift -> 'reset) -> 'reset) -> 'shift
...
```

Enfin, on transforme le code précédent en utilisant Delimcc :

```
(*\ creation\ d'un\ marqueur\ (unique\ pour\ notre\ application)\ *)
```

## 4 Application : Inversion de contrôle et parsing différentiel

Il s'agit d'exploiter les continuations pour interrompre un processus de parsing et rendre le contrôle à l'utilisateur, créant ainsi un parsing incrémental/différentiel, sans modifier le parser lui-même. On reprend le même type res, car on utilise le shift de la même façon.

```
type ('shift, 'reset) res =
| Done of 'reset
| Request of ('shift -> ('shift, 'reset) res );;
```

On va utiliser des outils de type lex/yacc pour les analyseurs lexicaux et syntaxiques, en boîte noire i.e. sans modifier les sources. Voici les fichiers sources ocamlyacc/ocamllex d'un évaluateur d'expressions arithmétiques, contenant des constructions let ... in ....

```
%token PLUS MINUS
%token TIMES MOD DIV
%token LPAR RPAR
%token LET EQUAL IN
%token <int> NUMBER
%token <string> IDENT
%token END
%nonassoc IN
%left PLUS MINUS
%left TIMES MOD DIV
/* Type renvoye pour le nom terminal fichier */
%type <(string * int) list -> int> fichier
/* Le non terminal fichier est l'axiome */
%start fichier
fichier : expression END { $1 }
expression : expression PLUS expression { (fun env -> $1 env + $3 env) }
     expression MINUS expression { (fun env -> $1 env - $3 env) }
   expression TIMES expression { (fun env -> $1 env * $3 env) }
   | expression DIV expression { (fun env -> $1 env / $3 env) }
     expression MOD expression { (fun env -> $1 env mod $3 env) }
   1
     IDENT { (fun env -> List.assoc $1 env) }
     NUMBER { (fun env -> $1) }
```

```
| LET IDENT EQUAL expression IN expression { (fun env -> $6 (($2, $4 env)::env)) }
    | LPAR expression RPAR { $2 }
%%
{
  open Parser expression
  exception LexicalError
  let print token =
    function
     PLUS
               -> Format.printf "+"
      MINUS -> Format.printf "-"
      TIMES -> Format.printf "*"
               -> Format.printf "/"
               -> Format.printf "%%"
      EQUAL -> Format.printf "="
               -> Format.printf "("
      LPAR
               -> Format.printf ")"
      RPAR
               -> Format.printf "let"
      LET
               -> Format.printf "in"
     IN
      NUMBER n -> Format.printf "%d" n
      IDENT i -> Format.printf "%s" i
               -> Format.printf "END"
     END
}
let chiffre = ['0', -'9']
let lettre = ['a' - 'z' 'A' - 'Z']
rule main = parse
    [\ ^{\prime}\backslash n,\ ^{\prime}\backslash t,\ ^{\prime},\ ^{\prime}]+
                        { main lexbuf }
    "+"
                        { PLUS }
    ^{\prime\prime}-^{\prime\prime}
                        { MINUS }
    "*"
                          TIMES }
    ^{11} / ^{11}
                          DIV }
    11%11
                          MOD }
    "="
                        { EQUAL }
    " let "
                        { LET }
    "in"
                          IN }
                        { LPAR }
                        { RPAR }
    chiffre + as texte
                        { (NUMBER (int of string texte)) }
    lettre + as texte
                        { (IDENT texte) }
    eof
                        { END }
                        { (Format.printf "Erreur lexicale : '%c'@ " texte; main lexbuf) }
      as texte
```

Voici le programme principal, où on réalise une inversion de contrôle sur le lexer, afin d'implanter un parser incrémental. On rend le contrôle à l'utilisateur avant de lire un lexème.

```
let parse_inv lexbuf =
  let prompt0 = Delimcc.new_prompt () in
  let lexer_inv lexbuf =
    begin
    Delimcc.shift prompt0 (fun k -> Request k);
    let token = Lexer_expression.main lexbuf in
    Lexer_expression.print_token token;
    Format.printf "@ ";
    token
```

```
end in
 Delimcc.push prompt prompt0
    (fun () -> Done (Parser expression.fichier lexer inv lexbuf []));;
 function
  \mid Done res ->
    begin
       Format.printf "Resultat = \%d@." res;
      Done res
     end
  | Request k -> k ();;
let lexbuf = Lexing.from channel (open in Sys.argv.(1));;
let state0 = parse inv lexbuf;;
let state1 = read token state0;;
let state2 = read token state1;;
let state3 = read token state2;;
let state4 = read_token state3;;
let state5 = read token state4;;
```

Le parsing différentiel offre par exemple une grande souplesse dans le traitement des ereurs, pusiqu'on a accès à tous les états internes du parser, qu'on peut lui faire lire une autre entrée, par exemple interactivement, si l'entrée courante provoque une erreur, etc.

# 5 Application : optimisation de code

▶ Exercice 1 Soit la fonction suivante prod\_int\_list qui calcule le produit des entiers contenus dans une liste.

On veut pouvoir optimiser le code en court-circuitant toutes les multiplications lorsqu'on rencontre un 0.

Proposer une solution à l'aide des continuations.

### $\triangleright$ Solution

Si l'on se contente d'ajouter un filtrage particulier pour 0, on court-circuite la fin de la liste, mais pas le début, il faut encore multiplier les éléments du premier jusqu'au 0:

Pour éliminer toutes les multiplications, il faut "lever une exception" (qu'on ne résumera pas ici), ainsi tout ce qui a été évalué avant (dont le résultat est une pile remplie de multiplications à venir) est oublié :

```
let prompt0 = Delimcc.new_prompt ();;
let rec prod_opt_int_list' l =
```

Évidemment, on pourrait tout aussi bien utiliser les exceptions natives, qui sont ici absolument équivalentes.

#### 

## 6 Application: Resumable Exceptions

Dans un développement classique d'application, on a naturellement envie de séparer le traitement du cas nominal sans erreur des cas exceptionnels, pour des raisons de génie logiciel et de lisibilité du code. Néanmoins, l'usage des exceptions pour ce faire oblige soit l'arrêt de l'application en cas d'erreur, soit des mécanismes compliqués de reprise qui impactent et parasitent la structure du code. Les continuations permettent de définir des exceptions avec reprise possible sur erreur et ainsi de pallier ce problème.

▶ Exercice 2 Définir un mécanisme de lecture de la première ligne d'un fichier avec entrée interactive d'un autre nom de fichier en cas d'échec (si le fichier n'existe pas). On veillera à séparer le cas nominal du cas d'erreur. On utilisera les primitives suivantes :

```
Sys. file_exists : string -> bool
open_in : string -> in_channel
read_line : unit -> string
input_line : in_channel -> string
close_in : in_channel -> unit
```

#### $\triangleright$ Solution

Il suffit de tester l'existence du fichier. Afin de bien séparer les traitements, on associe à chaque cas (nominal ou erreur) une fonction spécifique.

```
let prompt0 = Delimcc.new prompt();;
let lecture cas nominal nom =
  Format.printf "tentative de lecture du fichier '%s'@." nom;
  \mathbf{let} \ \ \mathbf{f} = \mathbf{open\_in} \ (\mathbf{if} \ Sys. \\ \mathbf{file\_exists} \ \ \mathbf{nom} \ \mathbf{then} \ \mathbf{nom} \ \mathbf{else} \ \mathbf{Delimcc.} \\ \mathbf{shift} \ \mathbf{prompt0} \ (\mathbf{fun} \ \mathbf{k} \ -> \\ \mathbf{Request} \ \mathbf{k})) \ \mathbf{in}
  let l = input line f in
  close in f;
  Done 1;;
\mathbf{let} lecture cas erreur \mathbf{nom} \ \mathbf{k} =
   Format.printf "fichier '%s' inexistant, entrez un autre nom@." nom;
  k (read line ());;
let lecture ligne interactive nom =
  match Delimcc.push prompt prompt0 (fun () -> lecture cas nominal nom) with
    Done l \longrightarrow l
   | Request k -> match lecture cas erreur nom k with
                                  | Done 1 -> 1
                                              -> assert false (* pas de shift dans le traitement d'erreur *);;
```

Dans cette solution, le traitement d'erreur n'est pas réentrant. Pour le rendre tel, il est possible simplement de tester la même erreur localement dans lecture\_cas\_erreur.

#### > Support étudiant

## 7 Application : coroutines et yield

Les continuations permettent de définir la primitive yield, présente en Python par exemple, qui permet une forme de coroutine simple. On considère le code suivant qui utilise une primitive yield dans la définition d'une fonction iter qui renvoie un à un les entiers contenus dans une arbre binaire, de gauche à droite. Ce générateur d'entiers est ensuite utilisé par la primitive foreach qui se contente d'appliquer à chaque entier une fonction de type int -> unit. On l'utilise ici pour afficher ces entiers.

> Exercice 3 Définir les primitives yield et foreach, à l'aide de continuations, afin que le code ci-dessus fonctionne comme attendu.

### $\triangleright$ Solution

À noter que l'exemple proposé n'est pas très intéressant en soi car il est réalisable à moindres frais, sans yield. Il ne vaut que parce qu'il illustre, comme peuvent le faire les flux, un moyen de découpler production et consommation de valeurs. On peut commencer par comprendre que yield doit interrompre l'exécution de iter en renvoyant en premier lieu l'entier courant et aussi un moyen pour foreach de continuer la recherche des autres entiers. La primitive yield correspond donc à un shift et doit renvoyer un couple (entier, continuation). Il faut également définir un type de retour commun entre la terminaison normale de iter\_tree (unit) et l'effet d'un shift. On a défini un type 'reset res comme précédemment, puisque yield i sera toujours de type 'shift = unit quel que soit i, tandis que la fonction dans laquelle yield apparaît produit un résultat de type 'reset quelconque.

## 8 Application: programmation concurrente et Green Threads

Une possibilité intéressante en programmation est de permettre la création et manipulation de threads, i.e. de processus légers, au niveau utilisateur, comme une librairie standard, sans faire (trop) appel aux couches systèmes. Cette solution évite les appels systèmes de gestion de processus, réputés lourds, et rend de fait la notion de processus relativement indépendante du système. En effet, la copie (de parties) de la pile d'appels est réalisable simplement, en assembleur ou à l'aide de primitives systèmes simples.

Ces processus utilisateurs, plus économes en ressources système, sont appelés green threads. Ils s'apparentent aux coroutines car ils sont non-préemptifs (coopératifs) et peuvent être implantés grâce aux continuations.

On commencera par un cas simple de deux coroutines ping et pong qui rendent la main à un scheduler après chaque affichage d'un message et s'arrêtent après 10 affichages (voir code ci-dessous). Ce scheduler se contente de passer le flôt de contrôle de l'une à l'autre dans une boucle de traitement.

▶ Exercice 4 Compléter le code suivant afin d'implanter la description du comportement des deux coroutines ci-dessus.

```
type ('shift, 'reset) res =
Done of 'reset
| Request of 'shift -> ('shift, 'reset) res;;
let ping () =
 begin
   for i = 1 to 10
     print endline "ping!";
   done;
 end;;
let pong() =
 begin
   for i = 1 to 10
   do
     print endline "pong!";
   done
 end;;
```

#### $\triangleright$ Solution

```
let p = new_prompt ();;
let ping () =
  begin
  for i = 1 to 10
  do
    print_endline "ping!";
    Delimcc.shift p (fun k -> Request k)
  done;
  Done ()
  end;;
let pong () =
  begin
  for i = 1 to 10
  do
```

```
print_endline "pong !";
Delimcc.shift p (fun k -> Request k)
done;
Done ()
end;;
```

▶ Exercice 5 Définir maintenant la fonction scheduler : unit → unit afin d'implanter la description du comportement du scheduler ci-dessus. On pourra gérer une file d'au plus deux processus à exécuter.

### $\triangleright$ Solution