

RAPPORT

TRAITEMENT DU SIGNAL

Projet 2019-2020 : Simulation d'une transmission au format DVB-RCS (Voie retour par satellite)

Projet réalisé par Baptiste Paoli & Hamza Mouddene, Groupe C

Ce rapport a pour objectif de donner les détails de notre réalisation du projet et d'en exposer la mise en œuvre.

Celui-ci contient une présentation du problème traité, l'étude théorique et l'implantation de la construction du signal MF-TDMA à décoder, ainsi que le démultiplexage des porteuses, le retour en bande de base, la détection du slot utile et la démodulation en bande de base pour la mise en place du récepteur MF-TDMA.

Ce projet consiste à simuler une transmission de type DVB-RCS avec deux utilisateurs, chacun émettant sur une porteuse et dans un time slot donné.

La première étape consiste à former la trame MF-TDMA à partir des messages à envoyer par les deux utilisateurs.

La seconde partie du projet consistera à mettre en place le récepteur MF-TDMA situé dans la station d'interconnexion qui doit extraire et restaurer les données de tous les utilisateurs ayant accès au système. Ce qui comprend le démultiplexage des porteuses, la détection des slots occupés par chaque utilisateur et le décodage des données transportées.

Plan du Rapport :

- I. **Construction du signal MF-TDMA à décoder**
 - a. **Etude théorique**
 - b. **Implantation**
 - i. **Modulation en bande de base**
 - ii. **Construction du signal MF-TDMA**
- II. **Mise en place du récepteur MF-TDMA**
 - a. **Démultiplexage des porteuses**
 - i. **Synthèse du filtre passe-bas**
 - ii. **Synthèse du filtre passe-haut**
 - iii. **Filtrage**
 - b. **Retour en bande de base**

I. Construction du signal MF-TDMA à décoder :

a. Etude théorique :

1.

a) On a $x(t) = m_1(t) + m_2(t) \cos(2\pi f_{p2}t + \phi)$,

avec $m_1(t)$ et $m_2(t)$ des signaux aléatoires, indépendants et centrés,
et ϕ une variable aléatoire uniformément répartie sur $[0, 2\pi]$.

On a $R_x(\tau) = E[x(t)x^*(t - \tau)]$

$$\begin{aligned} &= E[(m_1(t) + m_2(t) \cos(2\pi f_{p2}t + \phi))(m_1(t - \tau) + m_2(t - \tau) \cos(2\pi f_{p2}t + \phi - 2\pi f_{p2}\tau))] \\ &= E[m_1(t)m_1(t - \tau)] \\ &\quad + E[m_1(t)m_2(t - \tau) \cos(2\pi f_{p2}t + \phi - 2\pi f_{p2}\tau)] \\ &\quad + E[m_2(t)m_1(t - \tau) \cos(2\pi f_{p2}t + \phi)] \\ &\quad + E[m_2(t)m_2(t - \tau) \cos(2\pi f_{p2}t + \phi) \cos(2\pi f_{p2}t + \phi - 2\pi f_{p2}\tau)] \\ &= R_{m_1}(\tau) + E[m_1(t)]E[m_2(t - \tau)]E[\cos(2\pi f_{p2}t + \phi - 2\pi f_{p2}\tau)] \\ &\quad + E[m_2(t)]E[m_1(t - \tau)]E[\cos(2\pi f_{p2}t + \phi)] \\ &\quad + R_{m_2}(\tau)E[\cos(2\pi f_{p2}t + \phi) \cos(2\pi f_{p2}t + \phi - 2\pi f_{p2}\tau)] \\ &= R_{m_1}(\tau) + R_{m_2}(\tau)E_{\phi_2}[\cos(2\pi f_{p2}t + \phi) \cos(2\pi f_{p2}t + \phi - 2\pi f_{p2}\tau)] \\ &= R_{m_1}(\tau) + R_{m_2}(\tau) \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(2\pi f_{p2}t + \phi) \cos(2\pi f_{p2}t + \phi - 2\pi f_{p2}\tau) d\phi. \end{aligned}$$

On a $\cos(2\pi f_{p2}t + \phi) \cos(2\pi f_{p2}t + \phi - 2\pi f_{p2}\tau) = \frac{1}{2}(\cos(4\pi f_{p2}t + 2\phi - 2\pi f_{p2}\tau) + \cos(2\pi f_{p2}\tau))$.

$$\begin{aligned} \text{Donc } \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(2\pi f_{p2}t + \phi) \cos(2\pi f_{p2}t + \phi - 2\pi f_{p2}\tau) d\phi \\ &= \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{2} \left(\int_0^{2\pi} \cos(4\pi f_{p2}t + 2\phi - 2\pi f_{p2}\tau) d\phi_1 + \int_0^{2\pi} \cos(2\pi f_{p2}\tau) d\phi_1 \right) \\ &= \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{2} \cos(2\pi f_{p2}\tau) \int_0^{2\pi} d\phi = \frac{1}{2} \cos(2\pi f_{p2}\tau). \end{aligned}$$

Donc $R_x(\tau) = R_{m_1}(\tau) + R_{m_2}(\tau) \times \frac{1}{2} \cos(2\pi f_{p2}\tau)$.

$$\begin{aligned} \text{Donc } S_x(f) &= TF[R_x(\tau)] = TF[R_{m_1}(\tau)] + \frac{1}{2} TF[R_{m_2}(\tau) \cos(2\pi f_{p2}\tau)] \\ &= S_{m_1}(f) + \frac{1}{2} S_{m_2}(f) * TF[\cos(2\pi f_{p2}\tau)]. \\ &= S_{m_1}(f) + \frac{1}{4} S_{m_2}(f) * (\delta(f - f_{p2}) + \delta(f + f_{p2})) \\ &= S_{m_1}(f) + \frac{1}{4} S_{m_2}(f - f_{p2}) + \frac{1}{4} S_{m_2}(f + f_{p2}). \end{aligned}$$

- b) On a maintenant $m_1(t)$ et $m_2(t)$ déterministes à énergie finies sur la bande passante $[-b, b]$, donc $\int_{\mathbb{R}} |m_1(t)|^2 dt = \int_{-b}^b |m_1(t)|^2 dt < +\infty$,
et $\int_{\mathbb{R}} |m_2(t)|^2 dt = \int_{-b}^b |m_2(t)|^2 dt < +\infty$,
avec $b \ll f_{p2}$.

On prend ici $\phi = 0$.

$$\begin{aligned} X(f) &= M_1(f) + TF[m_2(t) \cos(2\pi f_{p2}t)] \\ &= M_1(f) + M_2(f) * TF(\cos(2\pi f_{p2}t)) \\ &= M_1(f) + \frac{1}{2} M_2(f) * (\delta(f - f_{p2}) + \delta(f + f_{p2})) \\ &= M_1(f) + \frac{1}{2} (M_2(f - f_{p2}) + M_2(f + f_{p2})) \\ S_x(f) &= |X(f)|^2 = \left| M_1(f) + \frac{1}{2} (M_2(f - f_{p2}) + M_2(f + f_{p2})) \right|^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \\ &|M_1(f)|^2 + \frac{1}{4} |M_2(f - f_{p2}) + M_2(f + f_{p2})|^2 + \\ &\quad (M_1(f) |M_2(f - f_{p2}) + M_2(f + f_{p2})|) \\ &= S_{m_1}(f) + \frac{1}{4} |M_2(f - f_{p2})|^2 + \frac{1}{4} |M_2(f + f_{p2})|^2 + \frac{1}{2} (M_2(f - f_{p2}) |M_2(f + f_{p2})|) + \\ &\quad (M_1(f) |M_2(f - f_{p2})|) + (M_1(f) |M_2(f + f_{p2})|) \\ &= S_{m_1}(f) + \frac{1}{4} S_{m_2}(f - f_{p2}) + \frac{1}{4} S_{m_2}(f + f_{p2}) + \frac{1}{2} (M_2(f - f_{p2}) |M_2(f + f_{p2})|) + \\ &\quad (M_1(f) |M_2(f - f_{p2})|) + (M_1(f) |M_2(f + f_{p2})|). \\ &\text{Montrons que } \frac{1}{2} (M_2(f - f_{p2}) |M_2(f + f_{p2})|) + (M_1(f) |M_2(f - f_{p2})|) + \\ &\quad (M_1(f) |M_2(f + f_{p2})|) = 0 : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(M_2(f - f_{p2}) |M_2(f + f_{p2})|) \\ &= \int_{\mathbb{R}} M_2(f - f_{p2}) 1_{[-b+f_{p2}, b+f_{p2}]}(f) M_2(f + f_{p2}) 1_{[-b-f_{p2}, b-f_{p2}]}(f) df. \end{aligned}$$

Comme $b \ll f_{p2}$, $-b + f_{p2} \gg 0$ et $b - f_{p2} \ll 0$,

donc $(M_2(f - f_{p2}) |M_2(f + f_{p2})|) = \int_{\mathbb{R}} 0 df = 0$.

$$(M_1(f) |M_2(f - f_{p2})|) = \int_{\mathbb{R}} M_1(f) 1_{[-b, b]}(f) M_2(f - f_{p2}) 1_{[-b+f_{p2}, b+f_{p2}]}(f) df.$$

Comme $b \ll f_{p2}$, on peut supposer $b < \frac{f_{p2}}{2}$, donc $2b < f_{p2}$, donc $b < -b + f_{p2}$,

donc $(M_1(f) |M_2(f - f_{p2})|) = \int_{\mathbb{R}} 0 df = 0$.

$$\text{Enfin, } (M_1(f) |M_2(f + f_{p2})|) = \int_{\mathbb{R}} M_1(f) 1_{[-b, b]}(f) M_2(f + f_{p2}) 1_{[-b-f_{p2}, b-f_{p2}]}(f) df.$$

On a d'après les calculs précédents $b < -b + f_{p2}$, donc $b - f_{p2} < -b$,

donc $(M_1(f) |M_2(f + f_{p2})|) = \int_{\mathbb{R}} 0 df = 0$.

Donc $S_x(f) = S_{m_1}(f) + \frac{1}{4}S_{m_2}(f - f_{p2}) + \frac{1}{4}S_{m_2}(f + f_{p2})$.

On retrouve la solution de la question précédente.

c) On rajoute un bruit gaussien $n(t)$ au signal précédent.

On a donc $x'(t) = x(t) + n(t) = m_1(t) + m_2(t) \cos(2\pi f_{p2}t + \phi) + n(t)$.

On suppose connue la puissance du signal MF-TDMA non bruité $x(t)$ que l'on note P_x .

On note R le rapport signal sur bruit souhaité en dB.

On cherche P_n la puissance du bruit gaussien à ajouter.

On a alors $R = \frac{P_x}{P_n}$, donc $P_n = \frac{P_x}{R}$.

Par ailleurs, on sait qu'avec $n(t) \sim \mathcal{N}(m, \sigma^2)$, on a $P_n = R_n(0) = E[n(t)n^*(t)]$
 $= \sigma^2 + m^2$.

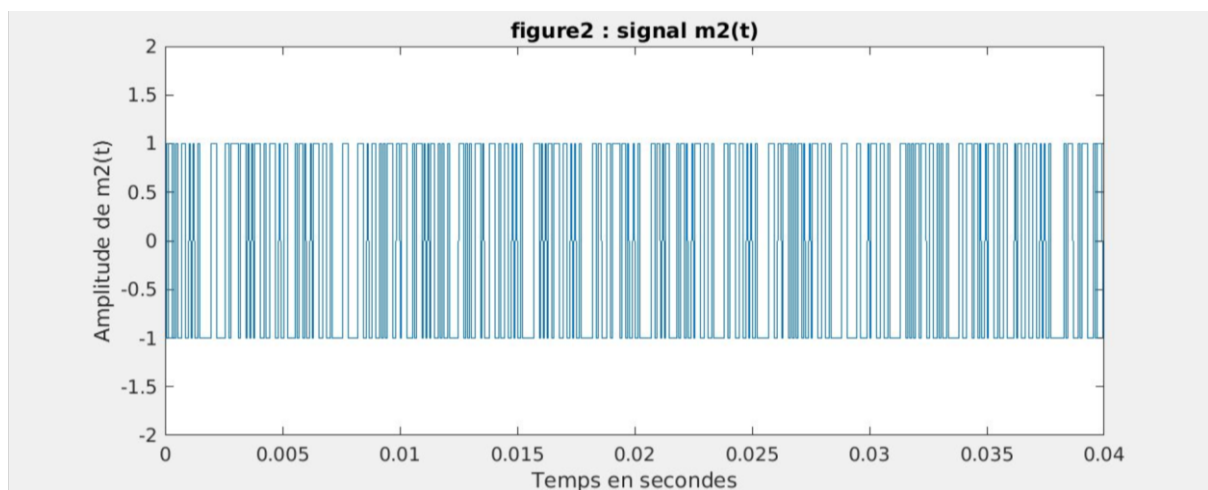
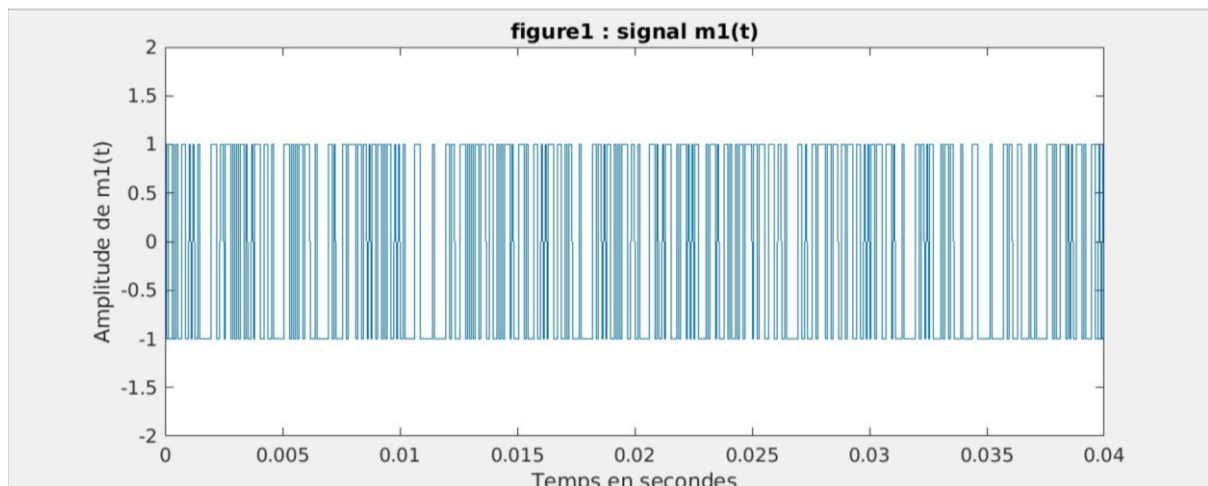
On doit avoir donc $\sigma^2 + m^2 = \frac{P_x}{R}$.

b. Implantation :

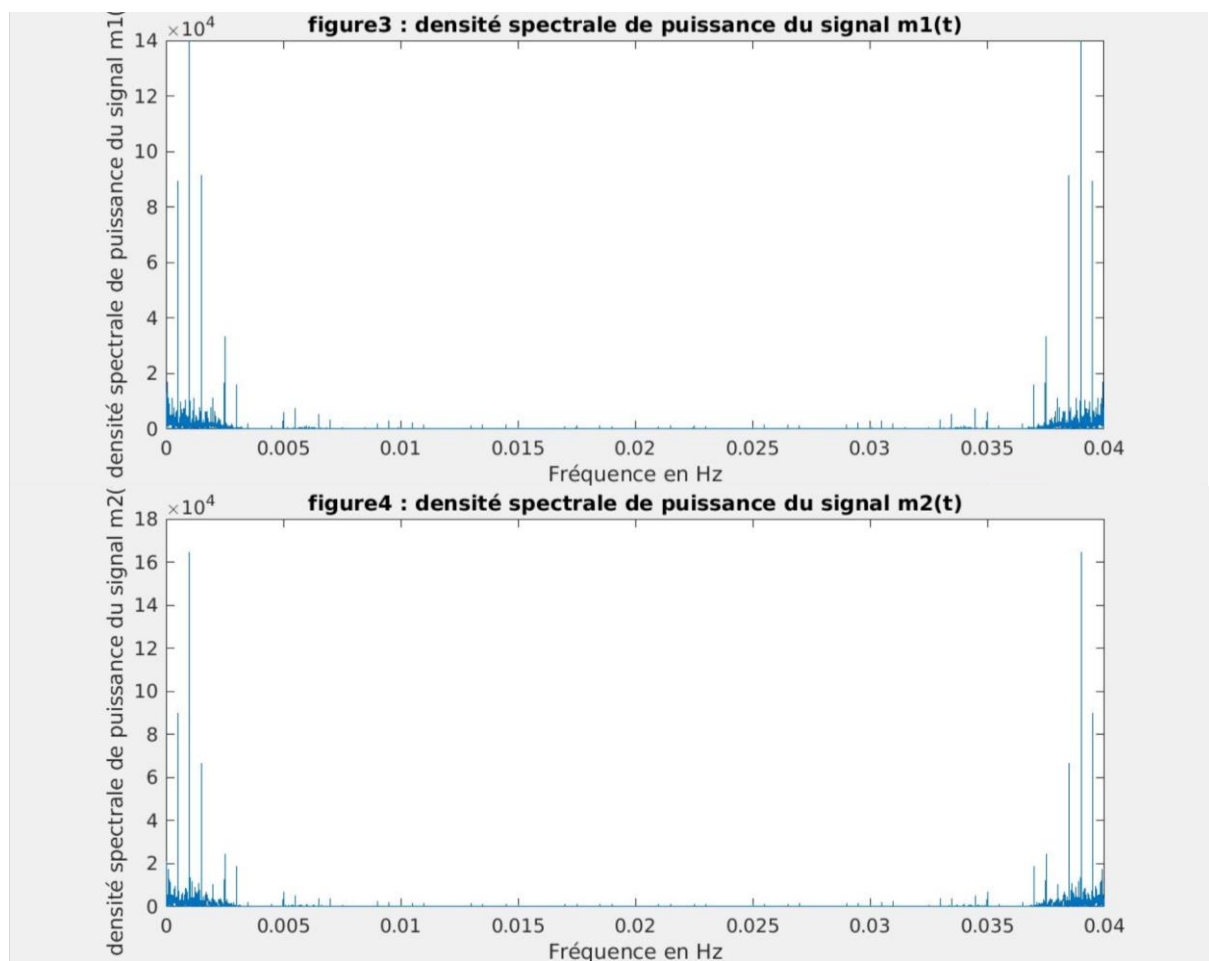
i. Modulation en bande de base :

1. La valeur de N_s à utiliser est $N_s = F_e \times \frac{T}{length(bits_utilisateur1)}$.

2. Les tracés de $m_1(t)$ et $m_2(t)$ sont les suivants :

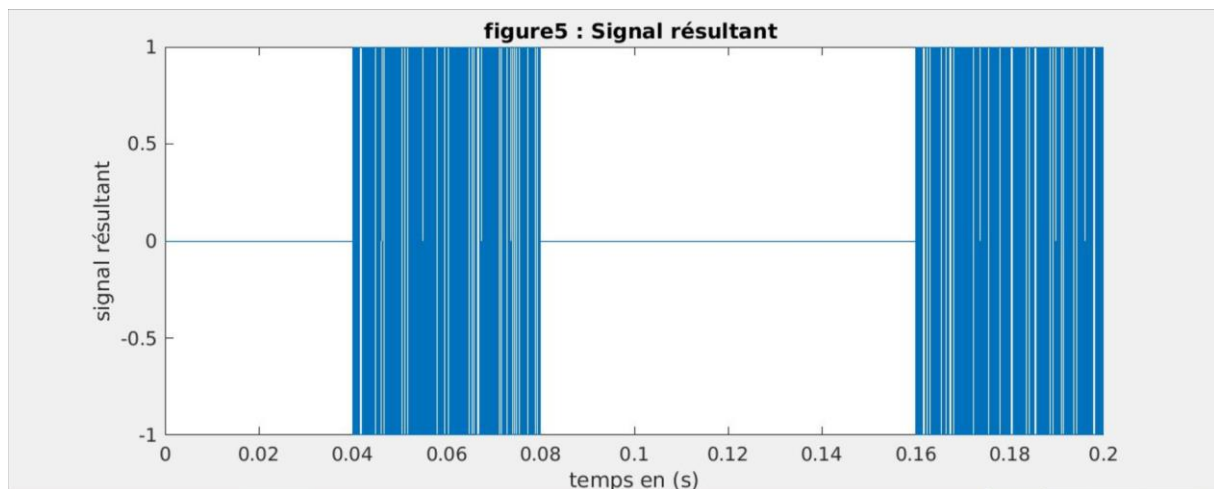


3. Les densités spectrales de puissance des signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$ sont les suivantes :

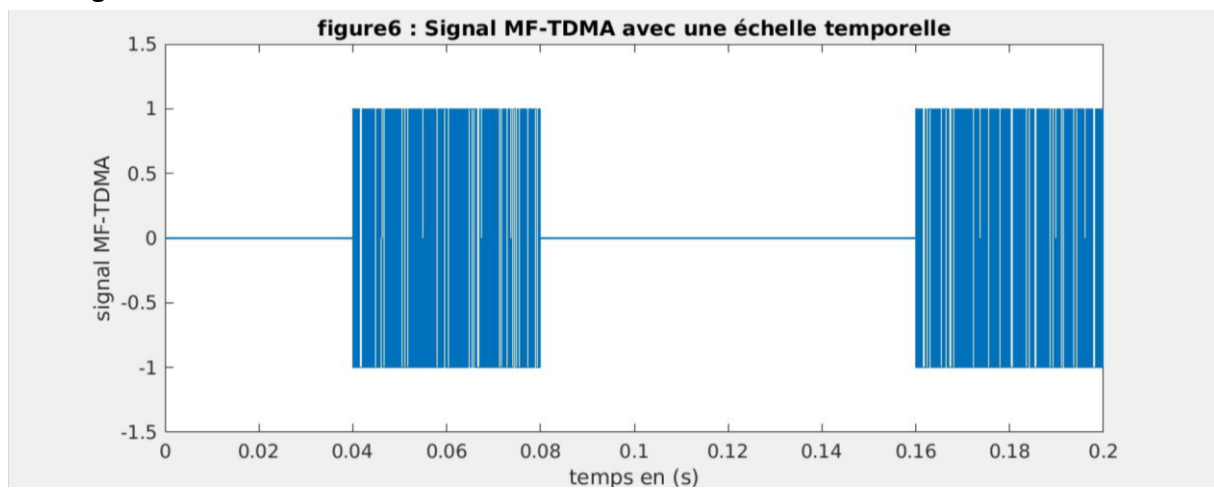


ii. Construction du signal MF-TDMA :

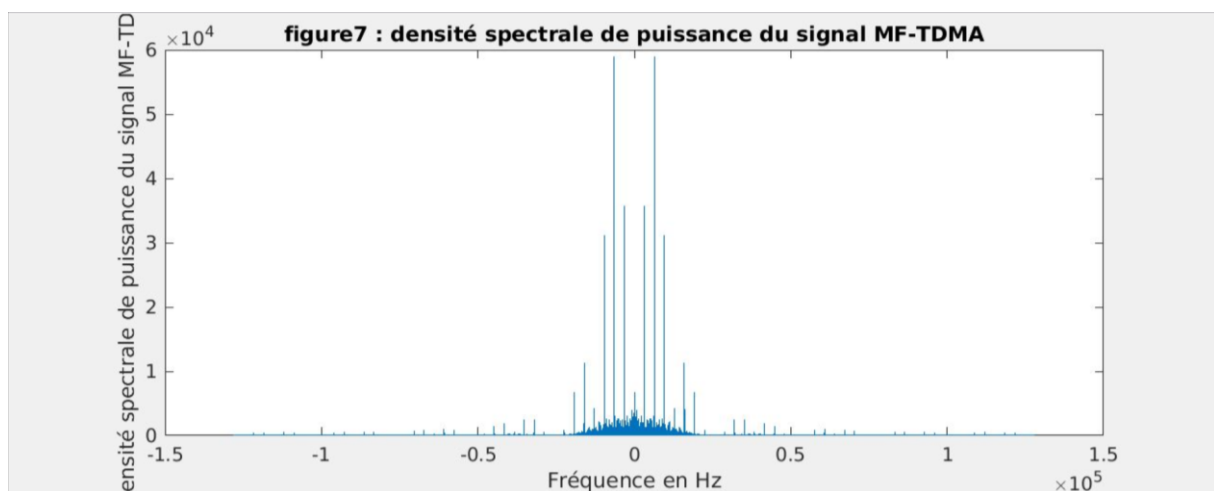
1. Le signal résultant du message NBZ est le suivant :



2. le signal MF-TDMA est le suivant :



3. La densité spectrale centrée de puissance du signal MF-TDMA est la suivante :

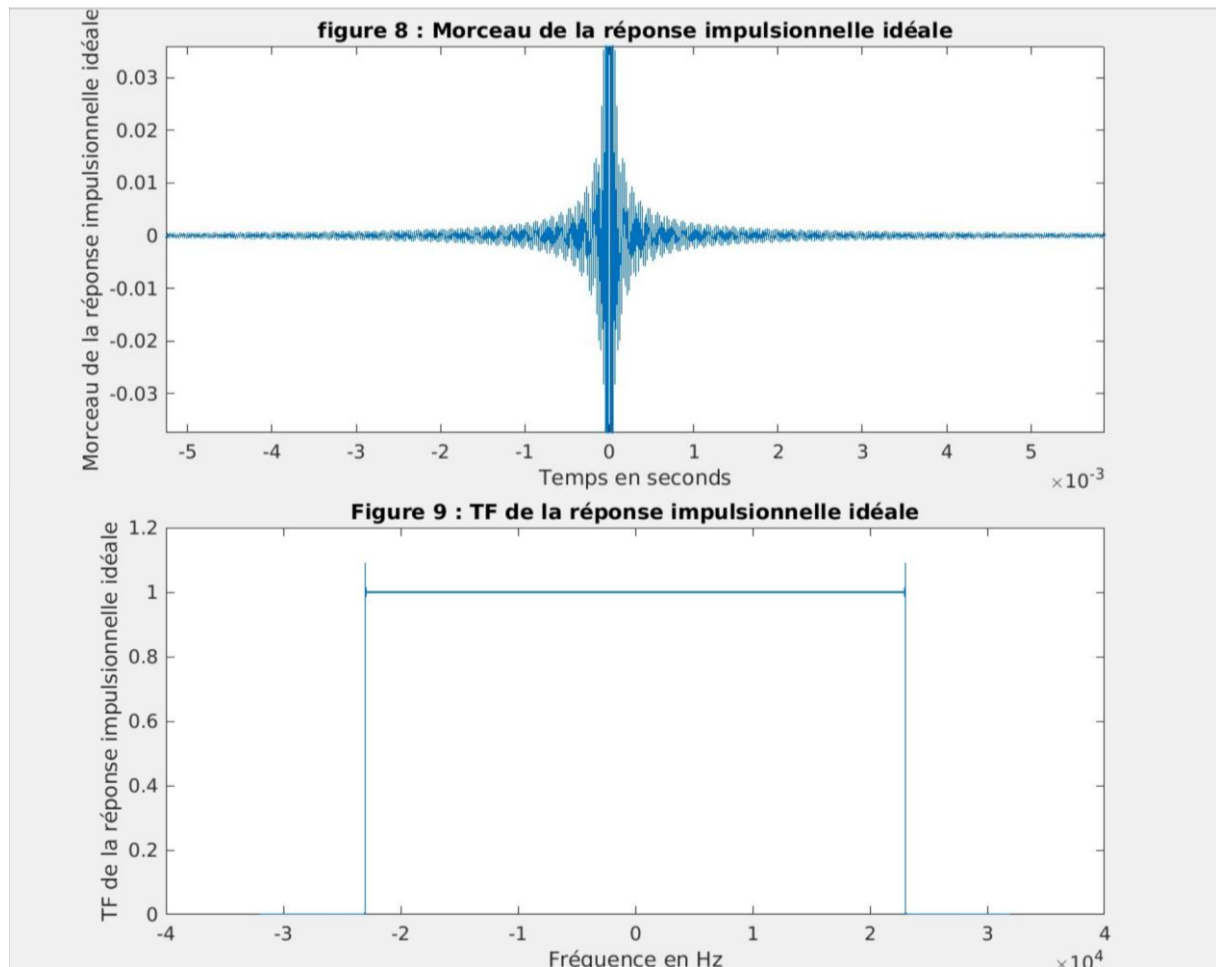


II. Mise en place du récepteur MF-TDMA :

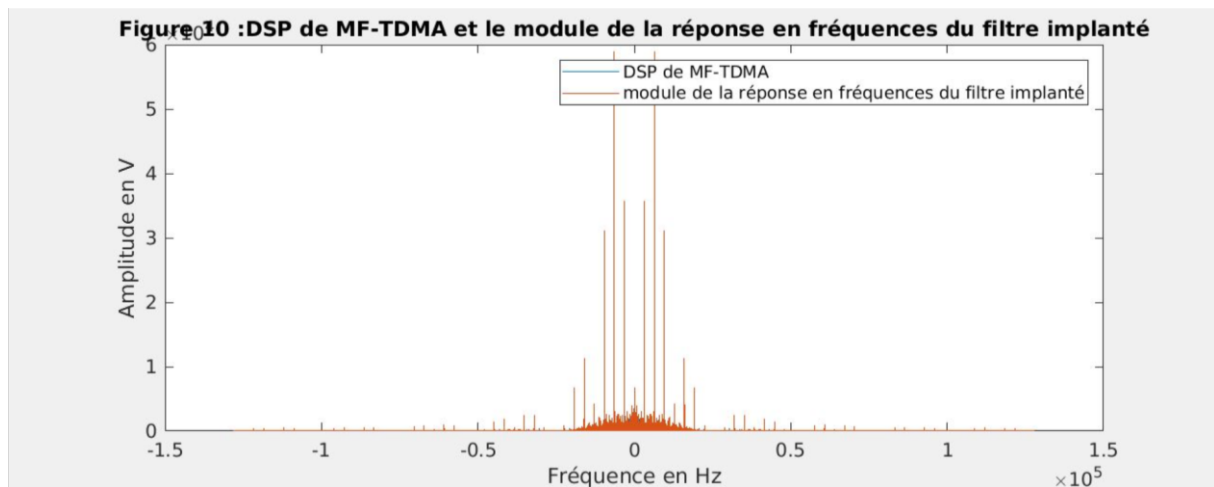
a. Démultiplexage des porteuses :

i. Synthèse du filtre passe-bas :

1. La réponse impulsionnelle et la réponse en fréquence du filtre passe-bas implanté sont les suivantes :



2. La densité spectrale de puissance du signal MF-TDMA reçu et le module de la réponse en fréquence du filtre implanté sont les suivants :



On peut notamment constater que seules les fréquences de basses fréquences sont communes aux deux figures.

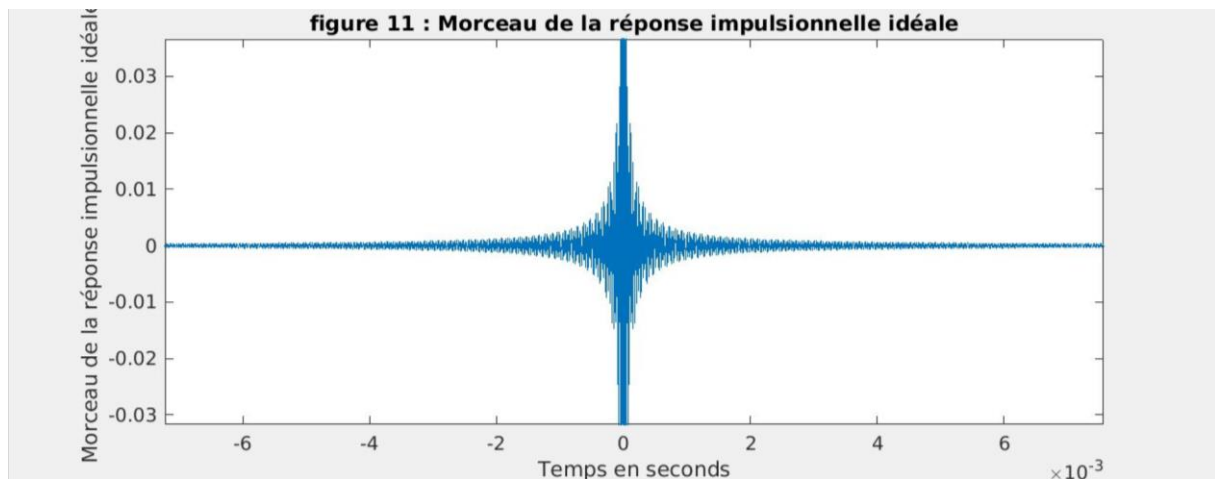
ii. Synthèse du filtre passe-haut :

1. La réponse impulsionnelle idéale à implanter est de la forme :

$$\delta(t) - h_b(t) = \delta(t) - 2f_{p2} \operatorname{sinc}(2\pi f_{p2} t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t = 0 \\ -2f_{p2} \operatorname{sinc}(2\pi f_{p2} t) & \text{sinon} \end{cases}.$$

La réponse en fréquence idéale à implanter est de la forme $1 - H_b(f) = 1 - \Pi_{f_{p2}}(f)$.

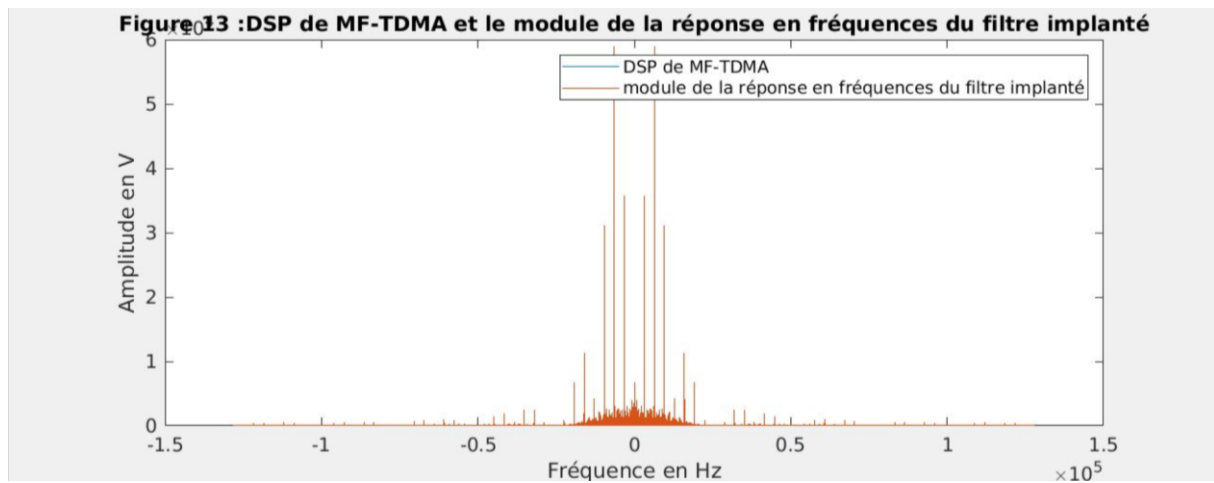
2. La réponse impulsionnelle implantée est la suivante :



3. La réponse en fréquence implantée est la suivante :

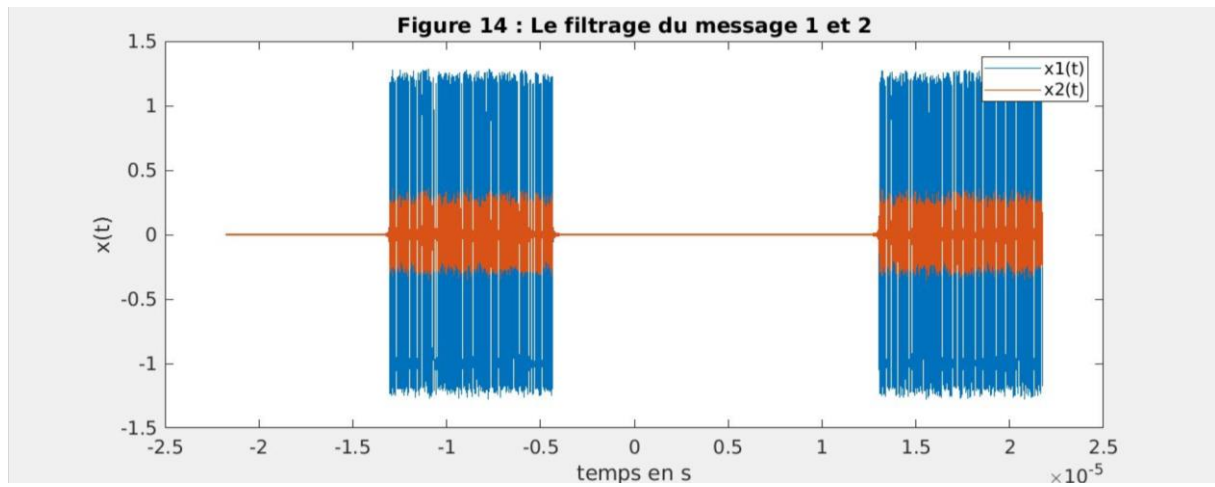


4. La densité spectrale de puissance du signal MF-TDMA reçu et le module de la réponse en fréquence du filtre implanté sont les suivants :



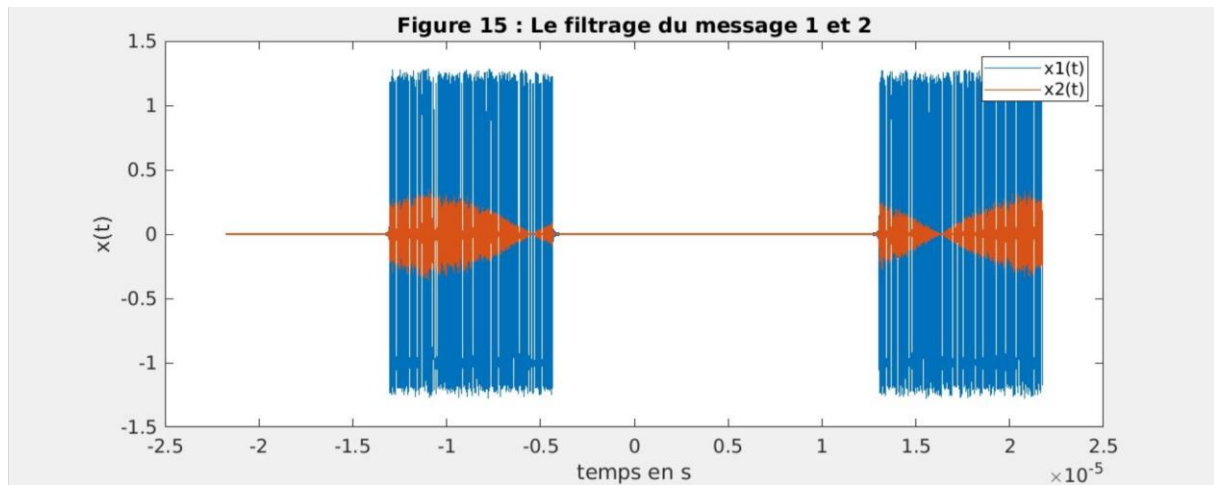
iii. Filtrage :

Le tracé des signaux retrouvés sont les suivants :



b. Retour en bande de base :

Le tracé des signaux récupérés en bande de base sont les suivants :



En faisant la détection du slot utile ainsi que la démodulation en bande de base, on retrouve les signaux m_1 et m_2 avec un fort taux de bits récupérés correspondant.