Introduction aux télécommunications

Études de chaines de transmission sur fréquence porteuse

Première Année, Département SN

Hamza MOUDDENE

May 24, 2020

Sommaire

1 Introduction **2**

2 Utilisation de la chaine passe-bas équivalente pour le calcul et l'estimation du taux d'erreur binaire **3**

2.1 Etude théorique . . . 3

2.2 Implantation sous Matlab . . . 7

2.2.1 Implantation de la chaine sur fréquence porteuse . . . 7

2.2.2 Implantation de la chaine passe-bas équivalente . . . 9

3 Comparaison de modulations sur fréquence porteuse **11**

3.1 Etude théorique . . . 11

3.2 Implantation sous Matlab . . . 12

3.2.1 Etude de chaque chaine de transmission . . . 12

3.2.2 Comparaison des chaines de transmission . . . 13

4 Conclusion **14**

5 Bibliographie **15**

Introduction

Utilisation de la chaine passe-bas équivalente pour le calcul et l'estimation du taux d'erreur binaire

L'objectif de cette partie est de montrer que le taux d'erreur binaire obtenu pour une transmission est identique que l'on implante la chaine de transmission sur fréquence porteuse ou bien la chaine passe-bas équivalente. L'étude sera réalisée pour une transmission QPSK.

2.1 Etude théorique

On considère la chaine de transmission passe-bas équivalente à une chaine de transmission QPSK (symboles $d_k \in \{\pm 1 \pm j\}$), avec filtre de mise en forme et filtre de réception en racine de cosinus surélevé de même roll off et un canal à bruit additif blanc et Gaussien. La figure 2.1 donne le tracé de la réponse en fréquence globale de la chaine de transmission : $G(f) = H(f)H_r(f)$, où $H(f)$ représente la réponse en fréquence du filtre de mise en forme et $H_r(f)$ la réponse en fréquence du filtre de réception.

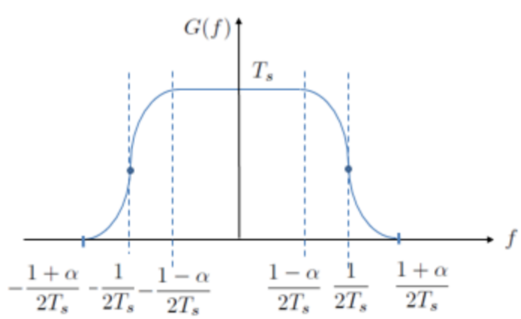


Figure 2.1: Réponse en fréquence de la chaine de transmission

1. Calculer l'énergie symbole E_s à l'entrée du récepteur. Attention E_s représente la véritable énergie reçue, c'est-à-dire qu'elle doit être calculée à partir de la véritable puissance du signal reçu, pas à partir de celle de l'enveloppe

complexe associée.

On sait que : $x_e(t) = I(t) + jQ(t)$ et $x(t) = R_e[x_e(t)\exp(j2\pi f_p t)]$
La véritable puissance du signal recu par :

$$\begin{aligned}
P = \int_{\mathbb{R}} S_x(f)df &= \int_{\mathbb{R}} \frac{1}{4}(S_{xe}(f-f_p) + S_{x_e}(f-f_p))df \\
&= \frac{1}{4}\int_{\mathbb{R}} S_{xe}(f-f_p)df + \int_{\mathbb{R}} S_{x_e}(f-f_p)df \\
&= \frac{1}{4}(2\int_{\mathbb{R}} S_{xe}(f-f_p)df) \\
&= \frac{1}{2}\int_{\mathbb{R}} S_{xe}(f)df
\end{aligned} \tag{2.1}$$

On sait que le signal émis après le passage dans le filtre de mise en forme sous la forme $x_e(t) = \sum_k d_k h(t - kT_s)$, en plus de ça :

$$\boxed{S_{x](f)} = \frac{\sigma_a^2}{T_s}|H(f)|^2 + 2\frac{\sigma_a^2}{T_s}|H(f)|^2\sum_{k=1}^{\infty} Re[R_a exp(j2\pi f kT_s)] + \frac{|m_a|^2}{T_s^2}\sum_k |H(\frac{k}{T_s})|^2\delta(f-\frac{k}{T_s})} \tag{2.2}$$

Sachant que $\sigma_a^2 = 1 \quad m_a = 0$ et avec un calcul simple, on trouve que :

$$\begin{aligned}
&S_{x_e}(f) = \frac{\sigma_d^2}{T_s}|H(f)|^2 = \frac{1}{T_s}G(f) \qquad car \qquad G(f) = H(f)H_r(f) \\
&D'ou : \\
&P = \frac{1}{2}\int_{\mathbb{R}}\frac{1}{T_s}|G(f)|df = \frac{1}{2T_s}\int_{\frac{-1+\alpha}{2T_s}}^{\frac{1+\alpha}{2T_s}}|G(f)|df = \frac{1}{2T_s}
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Donc on peut conclure que :

$$E_s = PT_s = \frac{1}{2} \tag{2.4}$$

2. Calculer la puissance du bruit sur chaque voie (I et Q) en sortie du filtre de réception.

On sait que le signal émis après le passage dans le filtre de mise en forme sous la forme $x_e(t) = \sum_k d_k h(t - kT_s)$ l'enveloppe complexe associée à $x(t)$,on associe un bruit complexe basse fréquence équivalent au bruit

$n(t)$ introduit par le canal de propagation et filtré sur la bande du signal modulé:

$$n_e(t) = n_I(t) + jn_Q(t) \tag{2.5}$$

avec

$$S_{n_e}(f) = 4S_n(f + f_p)U(f + f_p) = 4\frac{N_0}{2} = 2N_0 \tag{2.6}$$

Il viendra s'ajouter sur la bande F_e (fréquence d'échantillonnage), avec une meme puissance sur chaque voie

$$\sigma^2_{n_I} = \sigma^2_{n_Q} = N_0 F_e \tag{2.7}$$

Or : $S_{n_I}(f) = S_{n_Q}(f)$ car le meme bruit est introduit sur chaque voix, donc :

$$\begin{aligned} &S_{n_e}(f) = |N_e|^2 = |N_I|^2 + |N_Q|^2 = 2N_0 \\ &S_{n_I}(f) = S_{n_Q}(f) = N_0 \end{aligned} \tag{2.8}$$

3. Les deux voies I et Q étant indépendantes, donner le taux d'erreur symbole de la modulation QPSK en fonction de ceux des voies I et Q (TES_I et TES_Q).

On sait que :

$$QPSK = 4 - PSK \qquad (M = 4) \tag{2.9}$$

Donc d'après la formule du cours, on a :

$$\begin{aligned} TES_{total} &= 2Q(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} sin(\frac{\pi}{M}) \\ &= 2Q(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}\frac{\sqrt{2}}{2}) \\ &= 2Q(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}) \end{aligned} \tag{2.10}$$

Or les 2 vois sont indépendantes, donc c'est comme si on avait deux chaines avec $a_k \in -V, V$ et $b_k \in -V, V$, d'où:

$$TES_I = TES_Q = Q(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}) \tag{2.11}$$

4. En suppposant les termes du deuxième ordre négligeables ($TES_I \times TES_Q \sim 0$) , donner le taux d'erreur symbole de la modulation QPSK en fonction de TES_I uniquement.

   Selon la question précedente et les formules dans le cours, En suppposant les termes du deuxième ordre négligeables ($TES_I \times TES_Q \sim 0$) , le taux d'erreur symbole de la modulation QPSK est donné par la formule suivante :

$$TES = 2TES_I \tag{2.12}$$

5. Déterminer TES_I en fonction de $\frac{E_s}{N_0}$, E_s correspondant à la véritable énergie reçue. On supposera que les instants d'échantillonnage et l'organe de décision sont optimaux.

   On supposera que les instants d'échantillonnage et l'organe de décision sont optimaux, et selon les questions précedentes, on trouve que la véritable énergie reçue s'écrit comme le suivant :

$$TES_I = \frac{TES}{2} = Q(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}) \tag{2.13}$$

6. En déduire le taux d'erreur binaire de la chaine de transmission QPSK en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$.

   On pose $M = 2^n$ nombre de symoles, donc le nombre de bits est donné par la relation suivante :

$$n = log_2(M) \tag{2.14}$$

   Selon le cours, on a :

$$E_s = log_2(M)E_b \tag{2.15}$$

   Ainsi que :

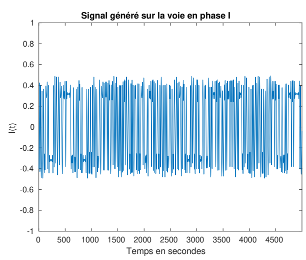
$$\begin{aligned} TEB &= \frac{TES}{log_2(M)} = \frac{TES}{2} \\ &= \frac{1}{2}TES = \frac{1}{2}2Q(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}) \\ &= Q(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}) \end{aligned} \tag{2.16}$$

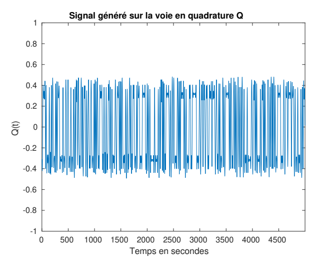
2.2 Implantation sous Matlab

2.2.1 Implantation de la chaine sur fréquence porteuse

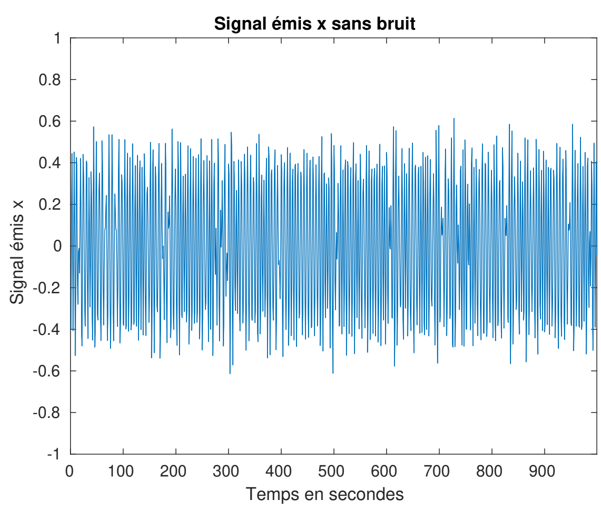
1. Tracer les signaux générés sur les voies en phase et en quadrature ainsi que le signal transmis sur fréquence porteuse.

On implantera, dans un premier temps, la chaine de transmission $QPSK$ sur fréquence porteuse, avec mapping de Gray, facteur de suréchantillonnage permettant de respecter la condition de Shannon, mise en forme en racine de cosinus surélevé, ce qui a donné le signal suivant tracé en phase et en quadrature.



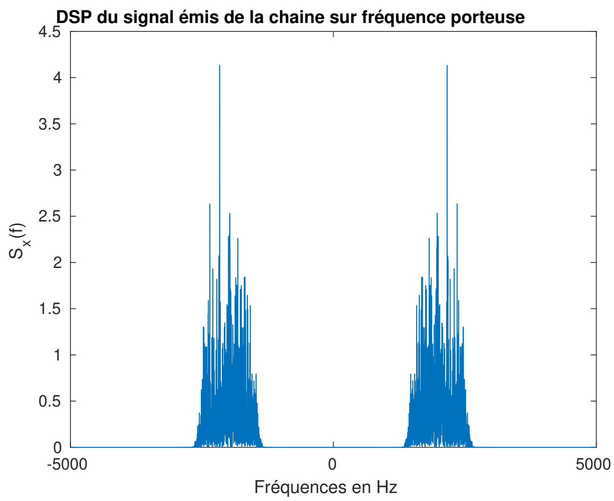


Le signal émis s'écrit comme le suivant $x(t) = R_e[x_e(t)\exp(j2\pi f_p t)]$ et son tracé donne :



2. Estimer par périodogramme puis tracer la densité spectrale de puissance du signal modulé sur fréquence porteuse. Le tracé observé (forme, position) correspond-il à ce qui est attendu en théorie ? Expliquez votre réponse.

   Le tracé de la densité spectrale de puissance, effectué par la méthode du périodogramme, est donné par la figure suivante :

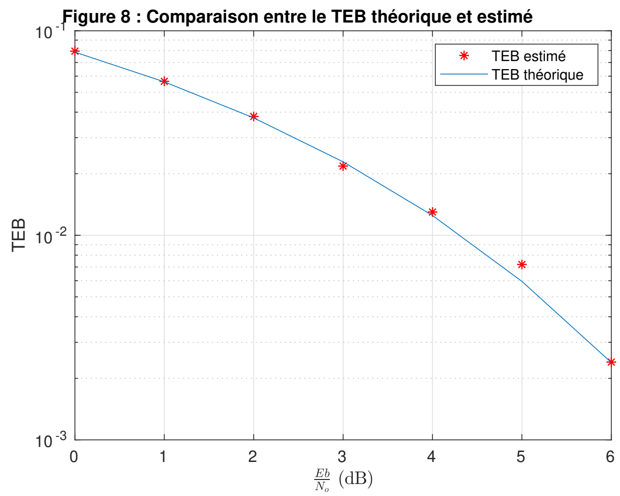
   la DSP est transposée sur fréquence porteusece ce qui correspond à l'étude théorique.

3. Implanter la chaine complète sans bruit afin de vérifier que le TEB obtenu est bien nul.

   En utilisant les instants optimaux d'échantillonnage puis un détecteur à seuil, avec seuil optimal, le TEB obtenu est bien nul car on est dans le cas d'une chaine de transmission idéale.

4. Rajouter le bruit et tracer le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels. On prendra des valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ allant de 0 à 6 dB.

   On vient de rajouter un bruit blanc gaussien suivant une loi normal. Le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur ($\frac{Eb}{N0}$) en décibels figure sur le tracé suivant superposé avec le TEB théorique :



5. Comparer le TEB simulé au TEB théorique de la chaine étudiée (tracé superposés sur une même figure). Ce tracé doit permettre de valider le bon fonctionnement de votre chaine de transmission.

En effet la chaine respecte le critère de Nyquist car l'instant d'échantillonage est tel qu'on a la suppression des Interférences entre Symboles. Aussi, le seuil de décision est bien en 0. Le filtrage est bien un filtrage adapté car la réponse impulsionnelle du filtre de réception respecte bien la formule $h_r(t) = \lambda h(t_0 - t)$ où h désigne la réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme. La courbe montrant la superposition entre le TEB théorique et le TEB simulé.

2.2.2 Implantation de la chaine passe-bas équivalente

1. Tracer les signaux générés sur les voies en phase et en quadrature.

2. Estimer par périodogramme puis tracer la densité spectrale de puissance de l'enveloppe complexe associée au signal modulé sur fréquence porteuse. Le tracé observé (forme, position) correspond-il à ce qui est attendu en théorie ? Expliquez votre réponse. On comparera notament ce tracé avec celui obtenu pour la DSP du signal sur fréquence porteuse précédemment.

3. Implanter la chaine complète sans bruit afin de vérifier que le TEB obtenu est bien nul.

4. Rajouter le bruit et tracer le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels. On prendra des valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ allant de 0 à 6 dB.

5. Tracer les constellations en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur pour une valeur donnée de E_b/N_0.

6. Vérifier que l'on obtient bien le même TEB que celui obtenu avec la chaine simulée sur fréquence porteuse (tracé sur une même figure).

Comparaison de modulations sur fréquence porteuse

3.1 Etude théorique

On considère les quatre chaines de transmission définies dans le tableau suivant ("SRRCF" signifie "Square Root Raised Cosine Filter" ou filtre en racine de cosinus surélevé en français) :

Modulation :	4-ASK	QPSK	8-PSK	16-QAM
Filtre d'emission :	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$
Filtre de reception :	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$
Debit binaire :	48 kbps	48 kbps	48 kbps	48 kbps
TEB :	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}

1. Tracer les constellations des quatre modulations considérées.
2. Déterminer le débit symbole (R_s) dans les quatre cas.
3. Calculer les efficacités spectrales des quatre transmissions proposées. Quelle est la transmission la plus efficace spectralement ? Qu'est-ce que cela veut dire ?
4. La figure 3.1 donne les courbes de TEB obtenus en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en dB, pour les quatre transmissions considérées réalisées sur canal à bruit additif et Gaussien.
    - En déduire les valeurs de E_b/N_0 nécessaires pour satisfaire à la spécification du TEB. Quel est le système le plus efficace en terme de puissance ? Justifiez votre réponse.
    - La chaine de transmission utilisant la modulation 4-ASK et la chaine de transmission utilisant la modulation 16-QAM présentent le même taux d'erreur binaire. Qu'est-ce-qui pourrait justifier le choix de l'une ou l'autre ?

5. Si on souhaitait réaliser la transmission à travers un canal de propagation supposé à bruit additif blanc et Gaussien (AWGN) de bande passante 20 kHz, serait-il possible de réaliser chaque transmission proposée en trouvant, au niveau du récepteur, un instant optimal d'échantillonnage sans interférence entre symboles ? Expliquez votre réponse.

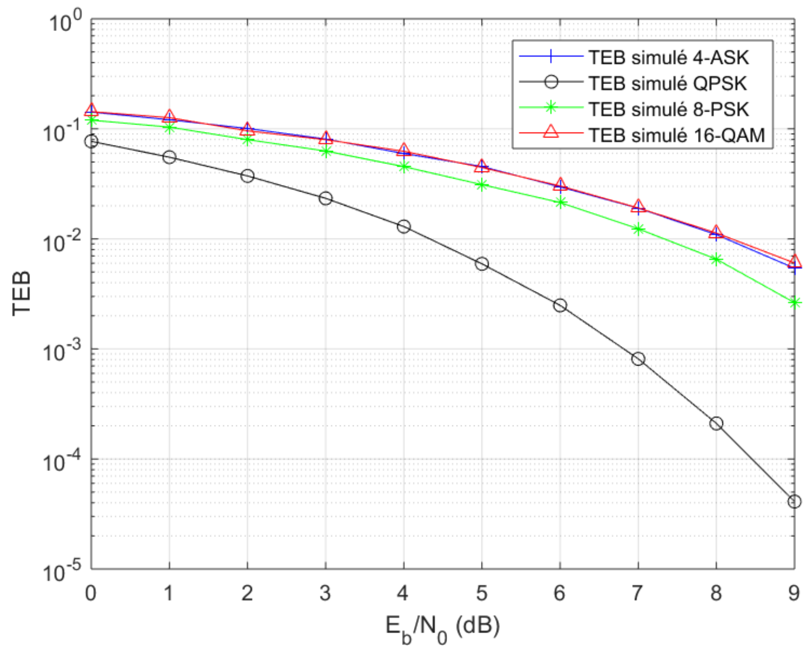


Figure 3.1: Comparaison des TEB pour les modulations ASK, PSK et QAM

3.2 Implantation sous Matlab

Il s'agira d'implanter, d'analyser et de comparer les chaines passe-bas équivalentes associées aux chaines de transmissions proposées dans l'étude théorique. Pour cela :

3.2.1 Etude de chaque chaine de transmission

1. Implanter la chaine complète sans bruit afin de vérifier que le TEB obtenu est bien nul. On pourra utiliser les fonctions Matlab *pskmod.m*, *pskdemod.m* et *qammod.m*, *qamdemod.m* pour réaliser les mapping/demapping et prises de décision.

2. Rajouter le bruit et :

- Tracer les constellations en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur pour différentes valeurs de E_b/N_0, en expliquant les différences observées.
- Tracer le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels. On prendra des valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ allant de 0 à 6 dB.
- Comparer le TEB simulé au TEB théorique de la chaine étudiée (tracé superposés sur une même figure). Ce tracé doit permettre de valider le bon fonctionnement de votre chaine de transmission. Les TEBs théoriques sont donnés dans les planches de cours.

3.2.2 Comparaison des chaines de transmission

1. En utilisant les tracés obtenus pour leurs TEBs, comparer et classer les différentes chaines de transmission en en termes d'efficacité en puissance (en expliquant votre raisonnement).

2. Pour un même débit binaire, tracer les densités spectrales de puissance des signaux émis dans les différentes chaines de transmission étudiées afin de les comparer en termes d'efficacité spectrale et de les classer (en expliquant votre raisonnement).

Conclusion

Bibliographie

- http://thomas.perso.enseeiht.fr/DigitalCommunications.html
- M. Joindot, A. Glavieux, Introduction aux communications numériques
- https://fr.mathworks.com/help/matlab/
- http://univ-toulouse-scholarvox.com.gorgone.univ-toulouse.fr/catalog/book/88834121