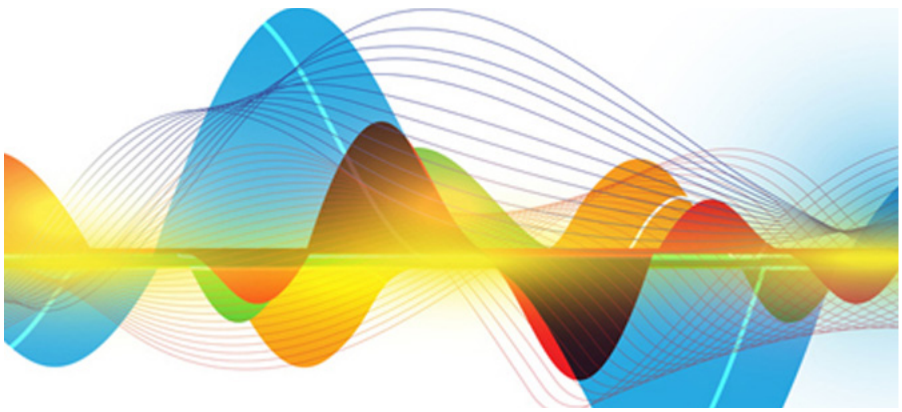
# Traitement Numérique du Signal : TP1 compte rendu

MOUDDENE Hamza

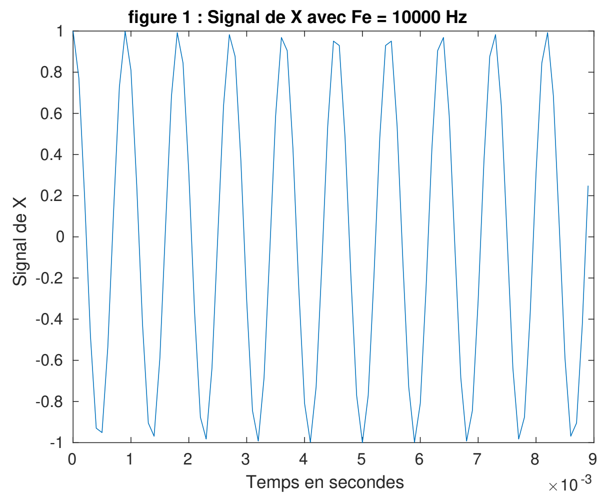
2019 - 2020

**Première année Département Sciences du Numérique**

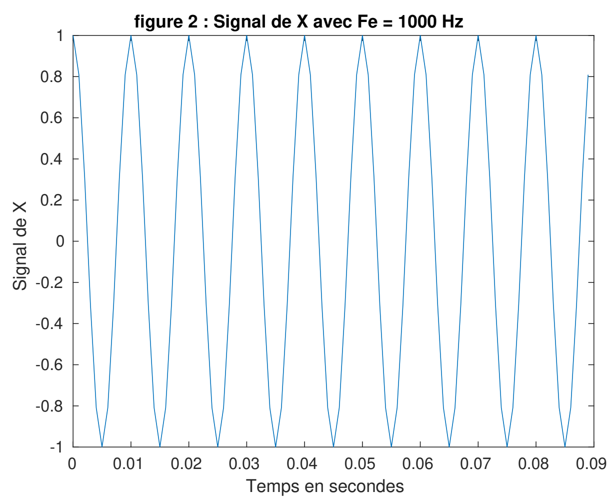


# 1 Effet de l'échantillonnage

Nous allons généré 90 échantillons d'un cosinus, d'amplitude $1V$, de fréquence $f_0 = 1100Hz$ et échantillonné à $F_e = 10000Hz$ où $x(t) = A.cos(2\pi f_0 t) = cos(2\pi.1100.t)$ tel que $\forall t \in [0,(N-1)T_e]$.




Dans un deuxième temps, Nous allons généré 90 échantillons d'un cosinus, d'amplitude $1V$, de fréquence $f_0 = 1100Hz$ et échantillonné à $F_e = 1000Hz$ où $x(t) = A.cos(2\pi f_0 t) = cos(2\pi.1100.t)$ tel que $\forall t \in [0,(N-1)T_e]$.




Sur la deuxième figure, la fréquence mesurée sur le cosinus tracé n'est pas $f_0 = 1100Hz$, car on est dans le cas d'un recouvrement, la condition de Shannon n'est pas respectée

$$F_e < 2.f_0$$

. Alors il n'est pas possible de reconstituer le signal $x(t)$, à partir de la suite des échantillons prélevés tous les $T_e$, car les périodisations de $X(f)$ tous les $F_e$ vont venir se superposer à $X(f)$.

# 2 Transformée de Fourier discrète (TFD)

## 2.1 Etude théorique

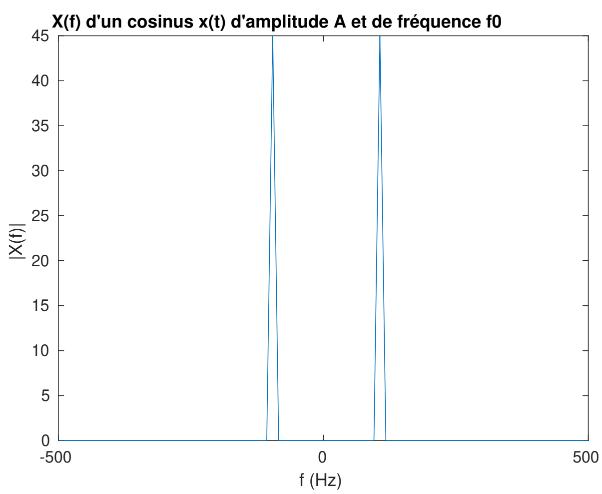
**(a)** la transformée de Fourier, $X(f)$, d'un cosinus $x(t) = A.cos(2\pi f_0)$ d'amplitude $A$ et de fréquence $f_0$ est :

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t).exp(-2j\pi ft)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} A.cos(2\pi f_0).exp(-2j\pi ft)dt$$

$$X(f) = A.\int_{-\infty}^{+\infty} cos(2\pi f_0).exp(-2j\pi ft)dt = A.\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{exp(2j\pi f_0 t) + exp(-2j\pi f_0 t)}{2}.exp(-2j\pi ft)dt$$

$$X(f) = \frac{A}{2}.\int_{-\infty}^{+\infty} [exp(2j\pi f_0 t) + exp(-2j\pi f_0 t)].exp(-2j\pi ft)dt$$

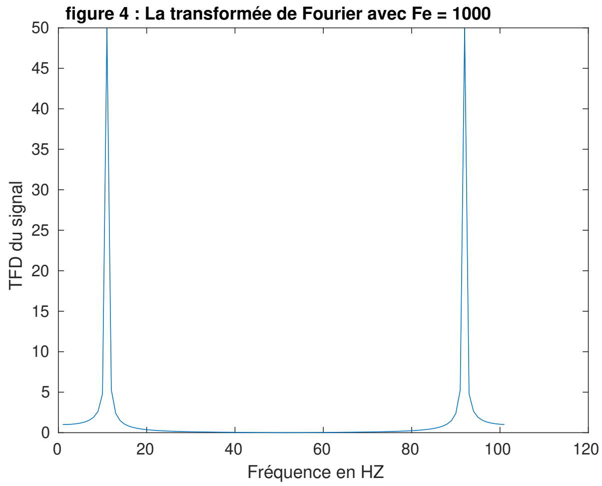
$$X(f) = \frac{A}{2}.\int_{-\infty}^{+\infty} [exp(2j\pi(f-f_0)t) + exp(-2j\pi(f+f_0)t)]dt = \frac{A}{2}.[\delta(f-f_0)+\delta(f+f_0)]$$




**(b)** $X_D(f)$ est la transformée de Fourier d'un cosinus d'amplitude $A$ et de fréquence $f_0$, échantillonné à $T_e$ (échantillonnage uniforme) et tronqué sur une longueur de $N$, donc le signal est défini à des instants discrets par des valeurs réelles, alors :

$$X_D(f) = \frac{1}{T_e}.\sum_{k=0}^{N-1} X(f - \frac{k}{T_e}) = \frac{1}{T_e}.\sum_{k=0}^{N-1} \frac{A}{2}.[\delta(f - \frac{k}{T_e} - f_0) + \delta(f - \frac{k}{T_e} + f_0)]$$

$$X_D(f) = \frac{1}{T_e}.\frac{A}{2}.\sum_{k=0}^{N-1}[\delta(f - \frac{k}{T_e} - f_0) + \delta(f - \frac{k}{T_e} + f_0)]$$




**(c)** On obtient le meme signal que celle de la question (a) sauf que nous avons une autre composante en 0.

**1. Qu'est-ce qui peut justier que l'on calcule la transformée de Fourier numérique entre 0 et Fe?**

On effectue un échantillonage temporel ce qui a pour effet la périodisation du signal.

**2. Donner l'expression générale de $X_D(n\frac{F_e}{N})$ en fonction de $x(kT_e)$?**

On a :

$$X_D(f) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k.T_e).exp(-2j\pi fkT_e)$$

donc :

$$X_D(n\frac{F_e}{N}) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k.T_e).exp(-2j\pi n\frac{F_e}{N}kT_e)$$

d'où:

$$X_D(n\frac{F_e}{N}) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k.T_e).exp(-2j\pi n\frac{F_e}{N}kT_e) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k.T_e).exp(-2j\pi n\frac{F_e}{N}k$$

**3.a)** On a :

$$Y_D(n\frac{F_e}{MN}) = \sum_{k=0}^{MN-1} y(kT_e).exp(-2j\pi n\frac{F_e}{MN}kT_e)$$

d'où:

$$Y_D(n\frac{F_e}{MN}) = \sum_{k=0}^{MN-1} y(kT_e).exp(-2j\pi n\frac{k}{MN})$$

On a d'après la définition de $y(kT_e)$ on déduit que :

$$Y_D(n\frac{F_e}{MN}) = \sum_{k=0}^{N-1} x(kT_e).exp(-2j\pi n\frac{k}{MN})$$

**3.b)** On constate que $Y_D$ a la meme expression que celle de $X_D$ sauf que le nombre de points dans $Y_D$ est plus grand que celui de $X_D$, l'interet du Zero Padding est de donner un signal plus précis car on a augmenté le nombre de points.