
Introduction aux télécommunications

Modulations « linéaires » sur fréquence porteuse

« L'enveloppe complexe associée au signal transmis
dépend linéairement du message »

- 1) **Modulations mono ou bi dimensionnelles**
 - 2) **Enveloppe complexe associée au signal modulé**
 - 3) **Chaine passe-bas équivalente**
 - 4) **Performances**
-

Nathalie Thomas

IRIT/ENSEEIHT
Nathalie.Thomas@enseeiht.fr

Modulations Linéaires sur fréquence porteuse

Mono-dimensionnelles

M-ASK (Amplitude Shift Keying)

Information
binaire :
0 1 1 0 0

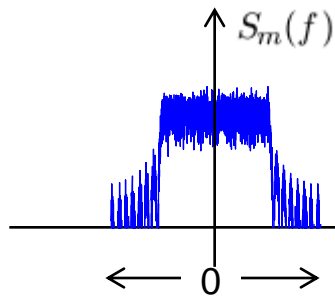
Modulation
bande de base

$$m(t) = \sum_k a_k h(t - kT_s)$$

Transposition
de fréquence

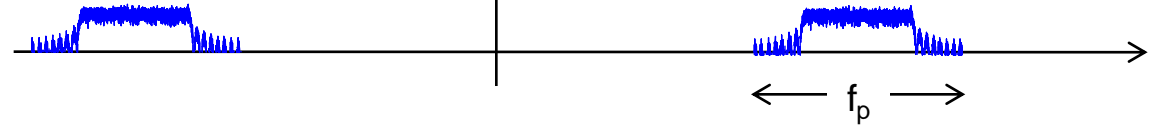
$$\cos(2\pi f_p t)$$

$x(t)$



Transposition de
fréquence

$S_x(f)$



Signal bande de base :
DSP autour de la fréquence 0

Retour en
bande base

Signal sur fréquence porteuse :
DSP autour de la fréquence porteuse f_p

Information binaire
reçue:
0 0 1 0 1

Démodulation
bande de base

$\tilde{m}(t)$

Retour en bande de
base

Passe
bas

$$\cos(2\pi f_p t)$$

$\tilde{x}(t)$

Démodulation
cohérente

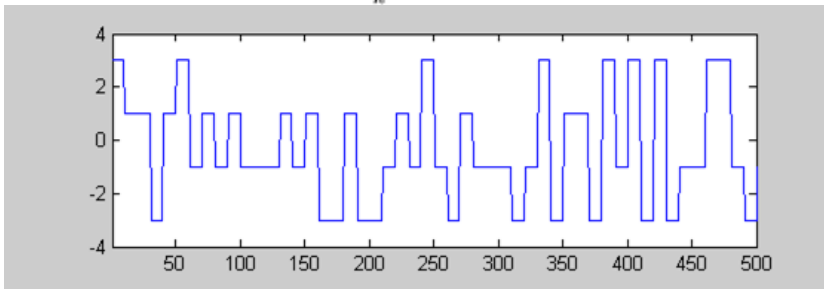
Modulations Linéaires sur fréquence porteuse

Mono-dimensionnelles

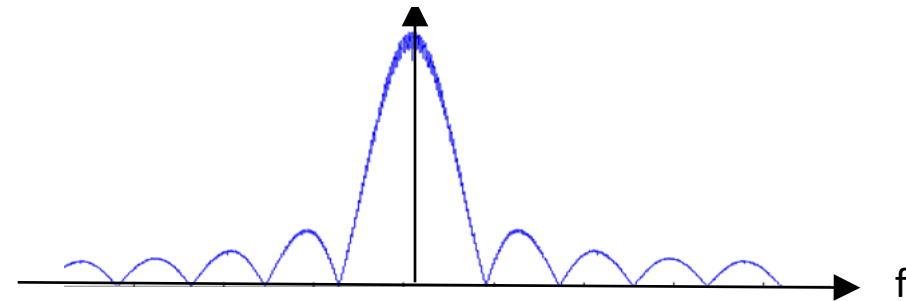
M-ASK (Amplitude Shift Keying)

Exemple : 4-ASK, mise en forme rectangulaire

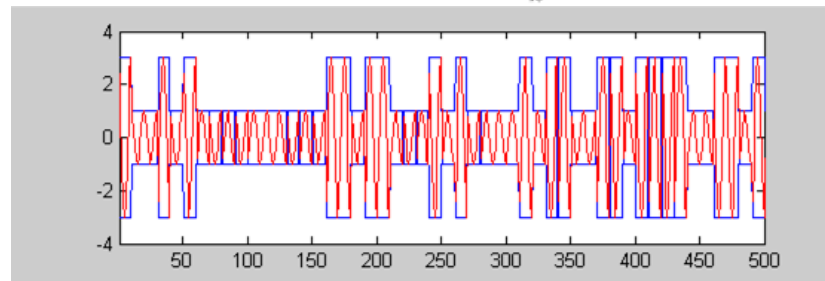
$$m(t) = \sum_k a_k h(t - kT_s)$$



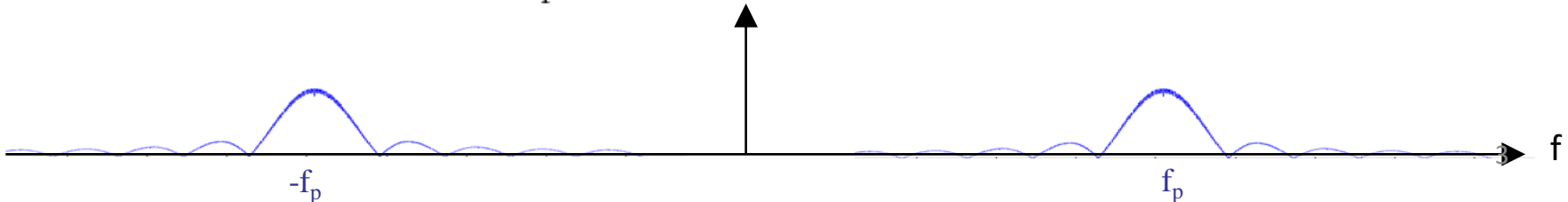
$$S_m(f) = 5T_s \text{sinc}^2(\pi f T_s)$$



Signal modulé sur f_p : $x(t) = \sum_k a_k h(t - kT_s) \cos(2\pi f_p t)$

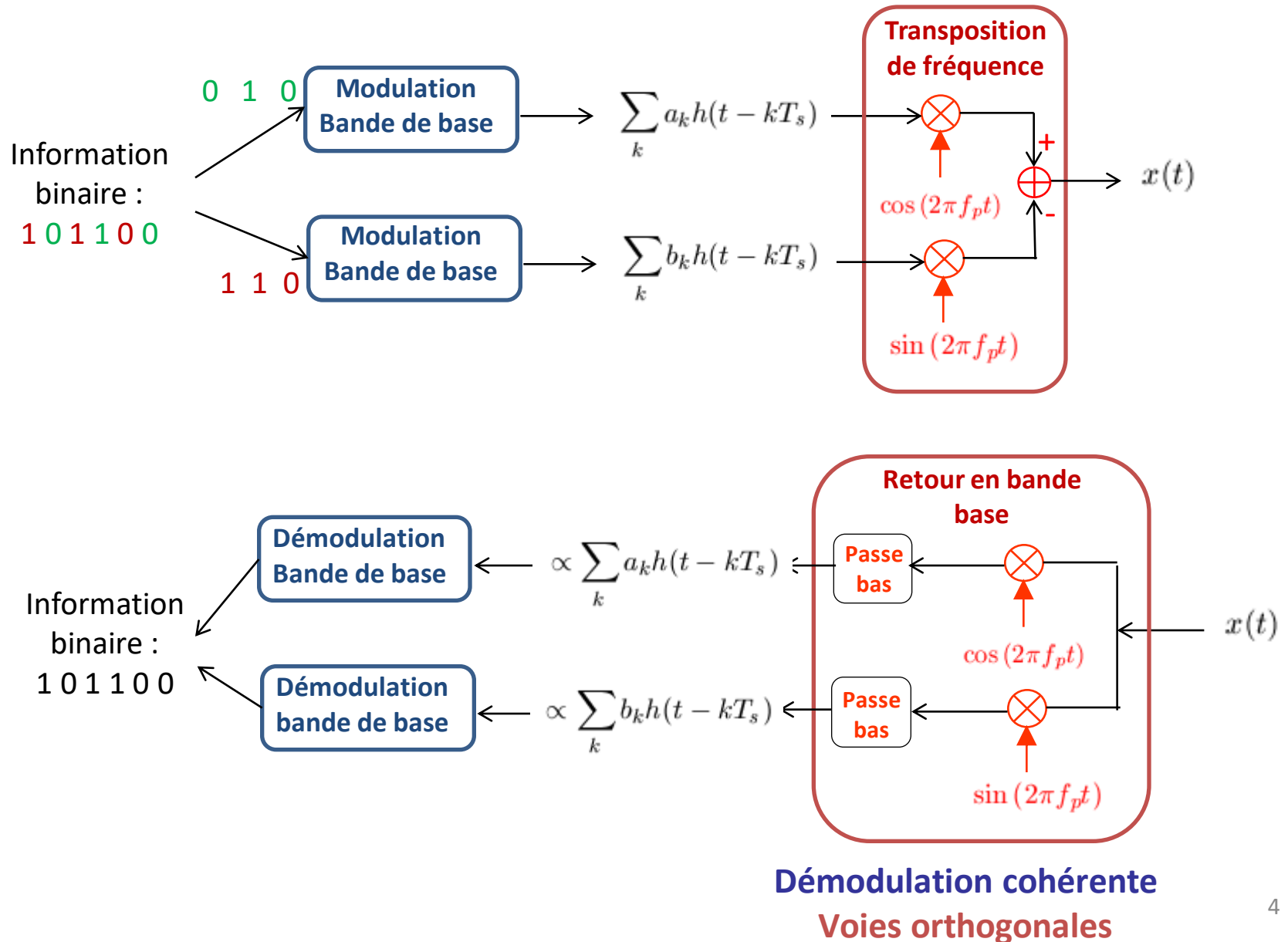


$$S_x(f) = \frac{5T_s}{4} \{ \text{sinc}^2(\pi(f - f_p)T_s) + \text{sinc}^2(\pi(f + f_p)T_s) \}$$



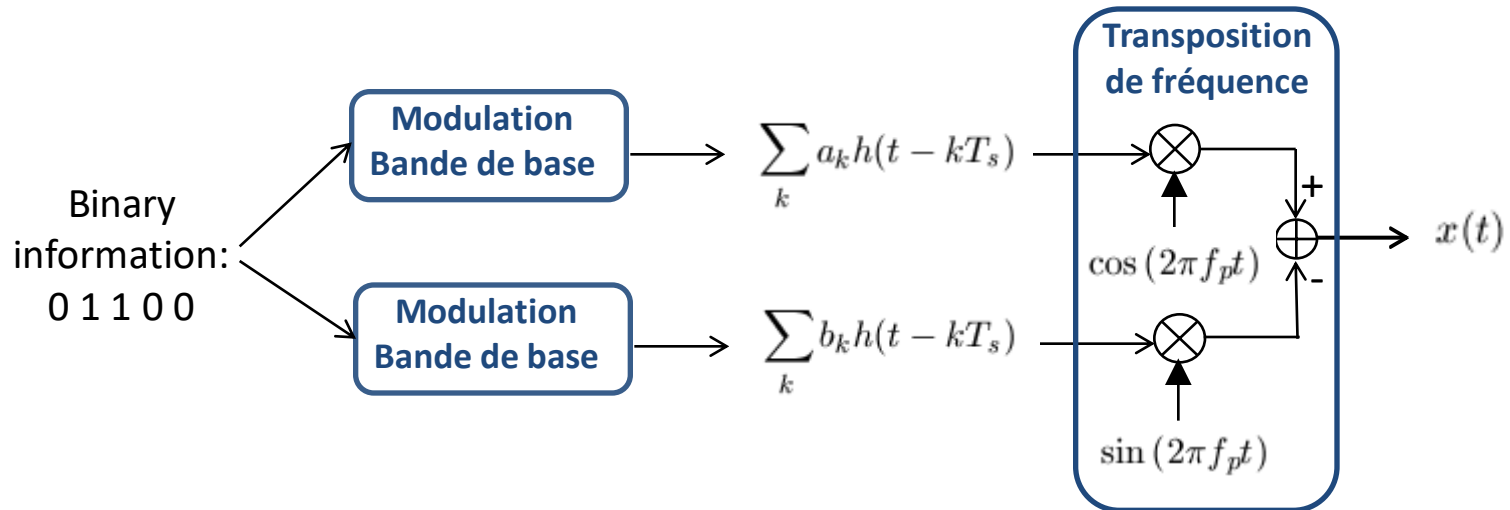
Modulations Linéaires sur fréquence porteuse

Bi-dimensionnelles



Modulations Linéaires sur fréquence porteuse

Définition de l'enveloppe complexe associée au signal modulé



$$x(t) = \underbrace{\sum_k a_k h(t - kT_s)}_{I(t)} \cos(2\pi f_p t) - \underbrace{\sum_k b_k h(t - kT_s)}_{Q(t)} \sin(2\pi f_p t)$$

Composante en phase
(In phase)

Composante en Quadrature

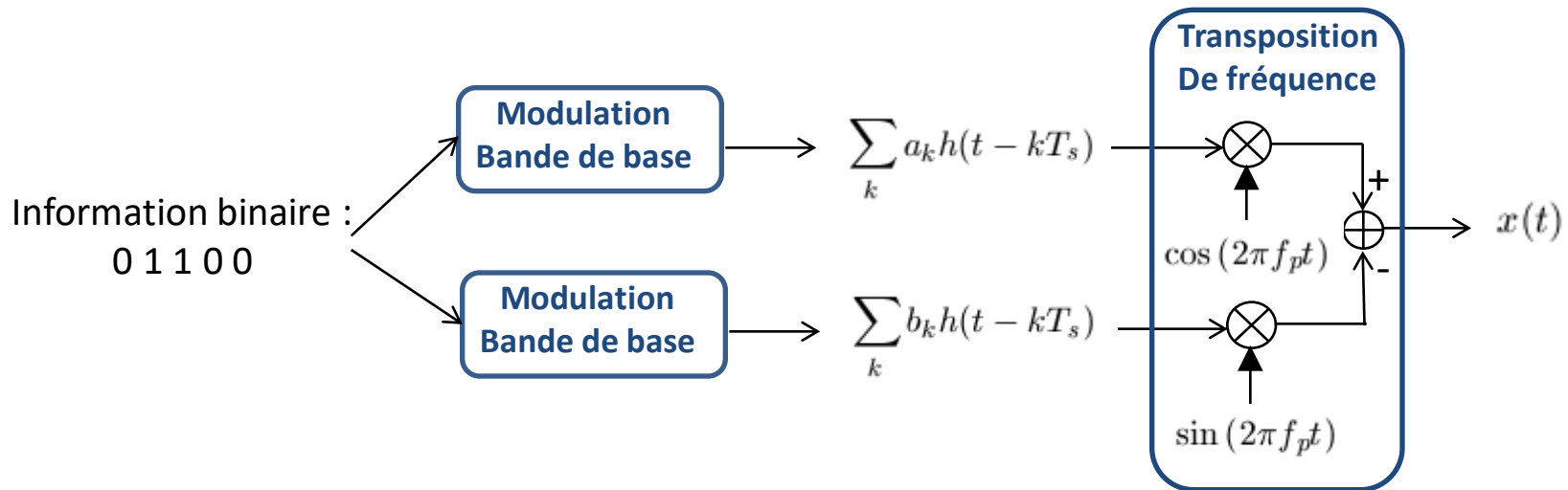
$$x(t) = \Re \left[\underbrace{(I(t) + jQ(t))}_{\text{Enveloppe complexe}} e^{j2\pi f_p t} \right]$$

$$x_e(t) = I(t) + jQ(t) = \sum_k d_k h(t - kT_s)$$

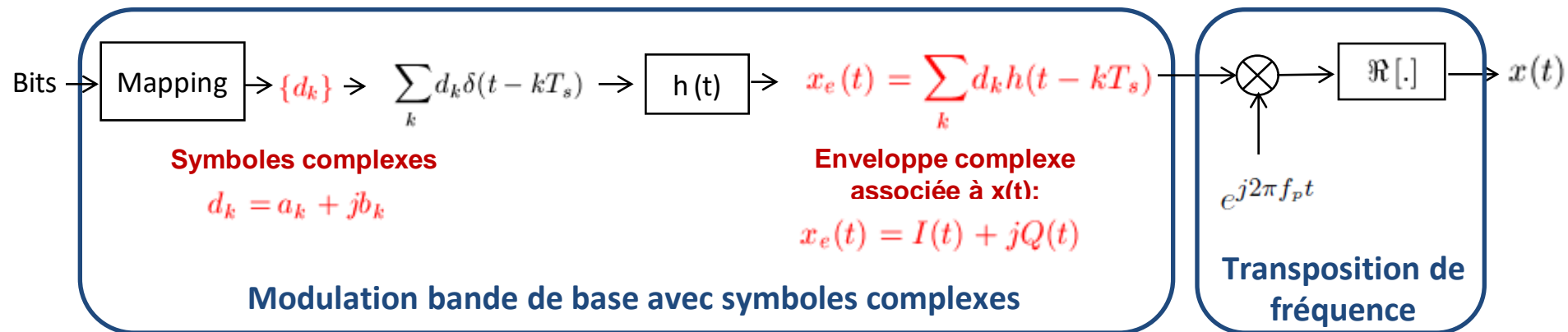
Enveloppe complexe associée à $x(t)$

Modulations Linéaires sur fréquence porteuse

Utilisation de l'enveloppe complexe associée au signal modulé



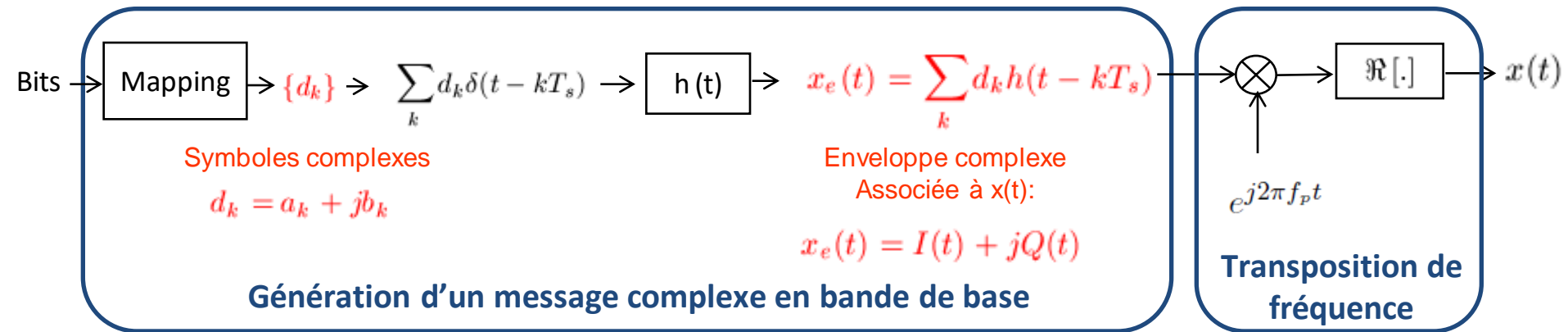
$$x(t) = \sum_k a_k h(t - kT_s) \cos(2\pi f_p t) - \sum_k b_k h(t - kT_s) \sin(2\pi f_p t)$$



$$x(t) = \Re \left[x_e(t) e^{j2\pi f_p t} \right]$$

Modulations Linéaires sur fréquence porteuse

Utilisation de l'enveloppe complexe associée au signal modulé



→ La DSP du signal modulé sur porteuse :

$$x(t) = \Re \left[x_e(t) e^{j2\pi f_p t} \right] \longrightarrow R_x(\tau) = \frac{1}{2} \Re \left[R_{x_e}(\tau) e^{j2\pi f_p \tau} \right] \longrightarrow S_x(f) = \frac{1}{4} (S_{x_e}(f - f_p) + S_{x_e}(-f - f_p))$$

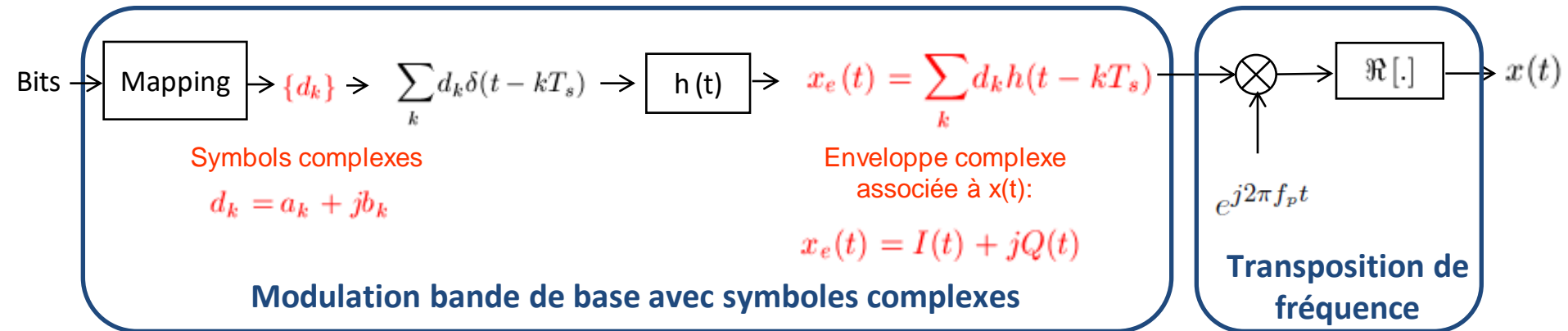
est obtenue à partir de la DSP de son enveloppe complexe associée :

$$S_{x_e}(f) = \frac{\sigma_d^2}{T_s} |H(f)|^2 + 2 \frac{\sigma_d^2}{T_s} |H(f)|^2 \sum_{k=1}^{\infty} \Re \left[R_d(k) e^{j2\pi f k T_s} \right] + \frac{|m_d|^2}{T_s^2} \sum_k \left| H\left(\frac{k}{T_s}\right) \right|^2 \delta\left(f - \frac{k}{T_s}\right)$$

**Ré-utilisation des résultats
obtenus en bande de base**

Modulations Linéaires sur fréquence porteuse

Deux grandes classes de modulations bi-dimensionnelles



$\rightarrow \{a_k\}$ and $\{b_k\}$ symboles M-aires indépendants $\in \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(\sqrt{M} - 1)\}$

M-QAM (Quadrature Amplitude Modulation) carrée

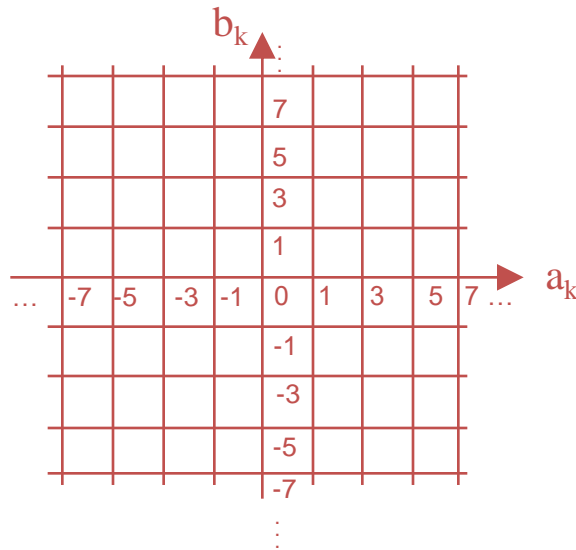
$\rightarrow d_k \in \{e^{j(\frac{2\pi}{M}l + \frac{\pi}{M})}\}, l = 0, \dots, M - 1$

M-PSK (Phase Shift Keying)

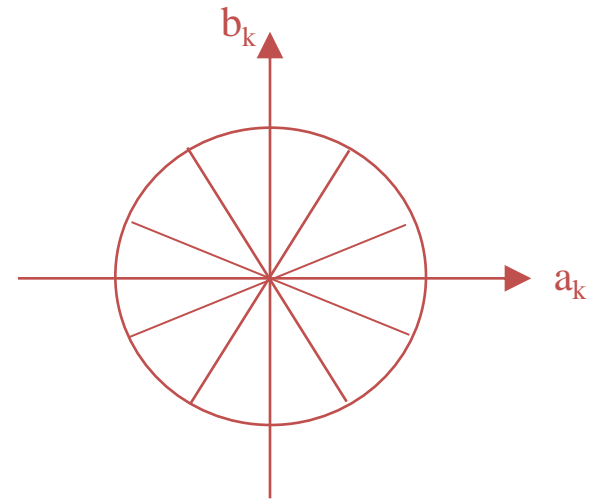
Modulations Linéaires sur fréquence porteuse

Constellation

Représentation des symboles d_k possibles dans le plan (a_k, b_k) = « constellation » associée à la modulation



Constellations QAM
Efficaces en puissance
(DVB-C, DVB-T, xDSL)



Constellations PSK
Robustes aux non linéarités
(DVB-S)

Modulations hybrides : APSK
(DVB-S2, DVB-S2X)

Modulations Linéaires sur fréquence porteuse

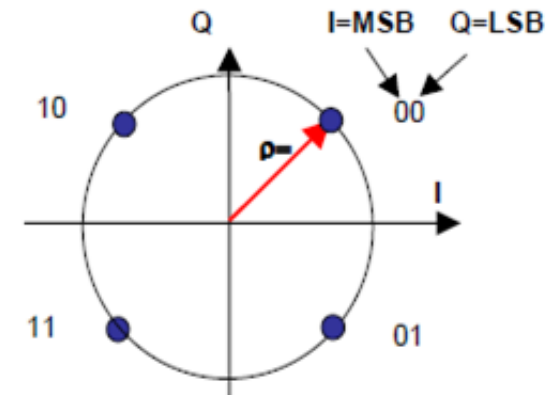
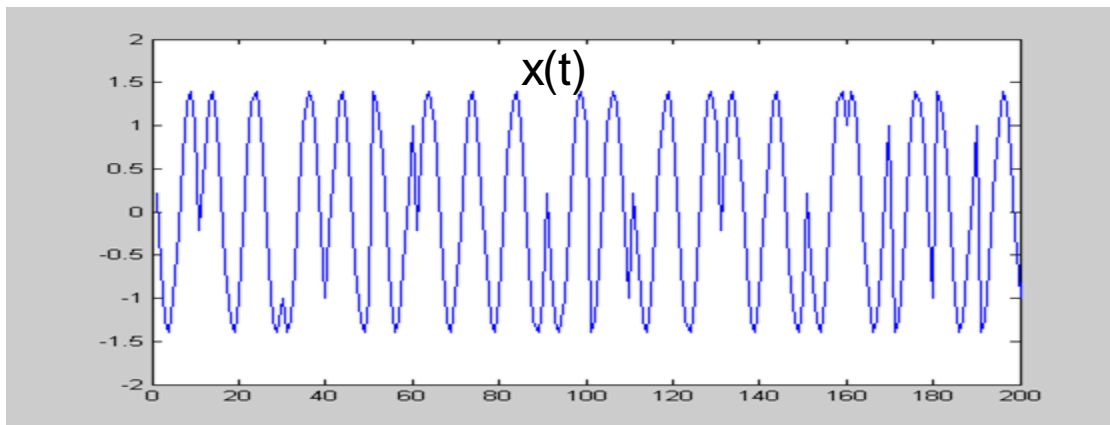
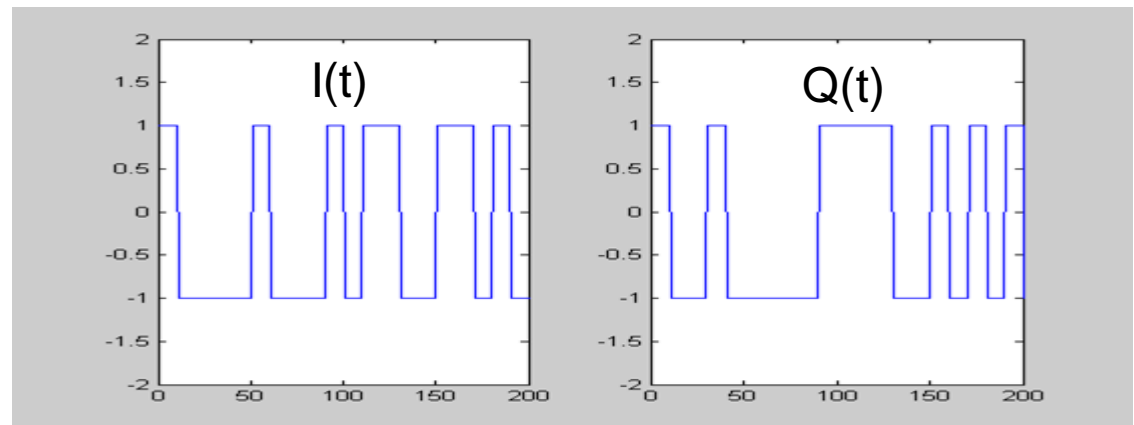
Exemples

→ Modulations linéaires bi-dimensionnelles : M-QAM

$\{a_k\}$ et $\{b_k\}$ indépendants

Exemple : 4-QAM ou QPSK (DVB-S)

bits	a_k	b_k	d_k
00	-1	-1	$-1-j$
01	-1	+1	$-1+j$
10	+1	-1	$1-j$
11	+1	+1	$1+j$



Modulations Linéaires sur fréquence porteuse

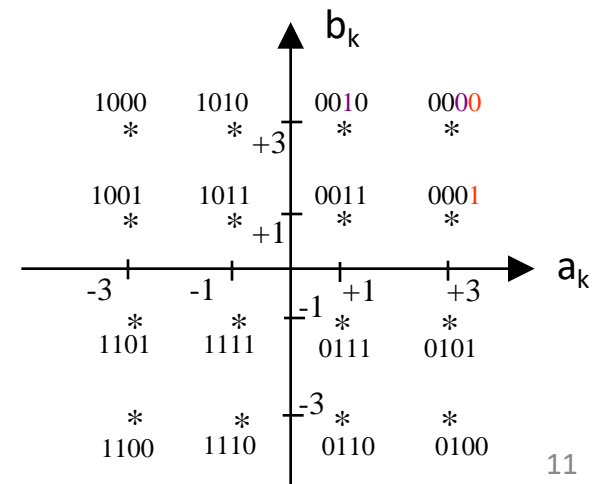
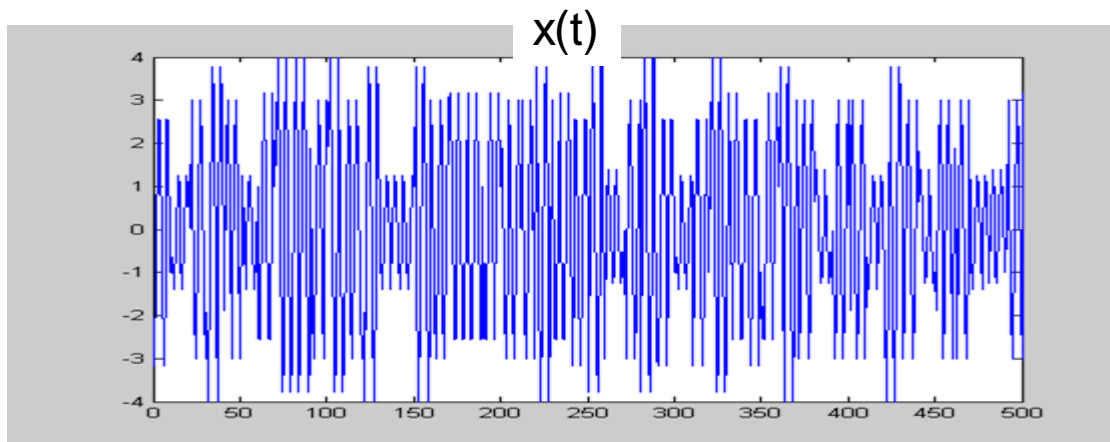
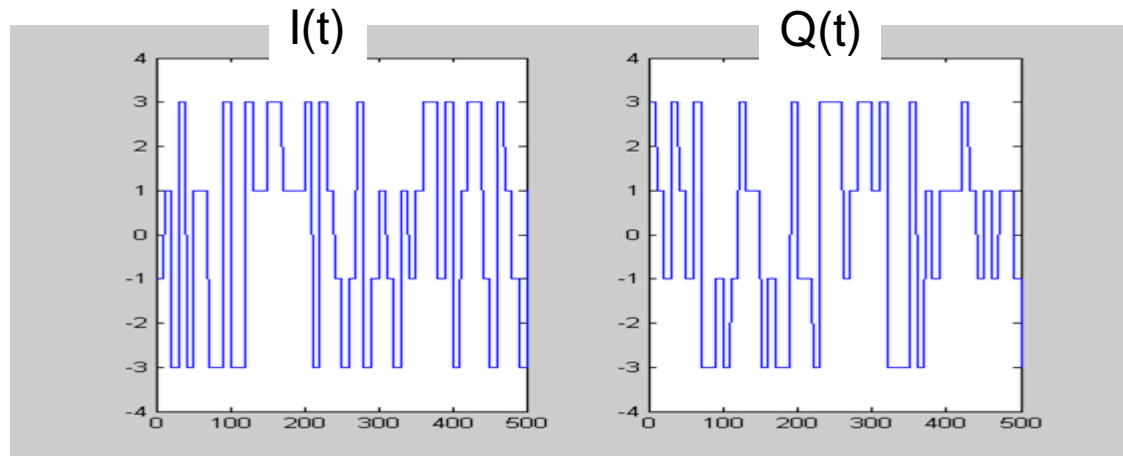
Exemples

→ Modulations linéaires bi-dimensionnelles : M-QAM

$\{a_k\}$ et $\{b_k\}$ indépendants

Exemple : 16-QAM (DVB-C)

Bits	0000	0001	...	1110	1111
a_k	+3	+3		-1	-1
b_k	+3	+1		-3	-1
d_k	$3+3j$	$3+j$		$-1-3j$	$-1-j$



Modulations Linéaires sur fréquence porteuse

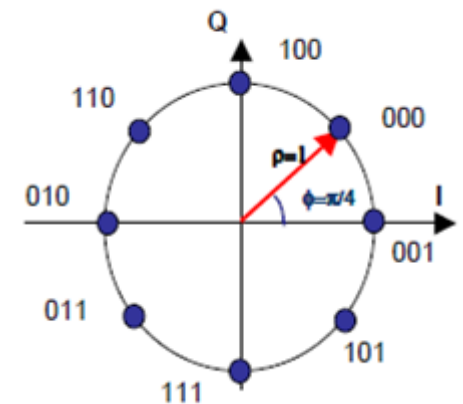
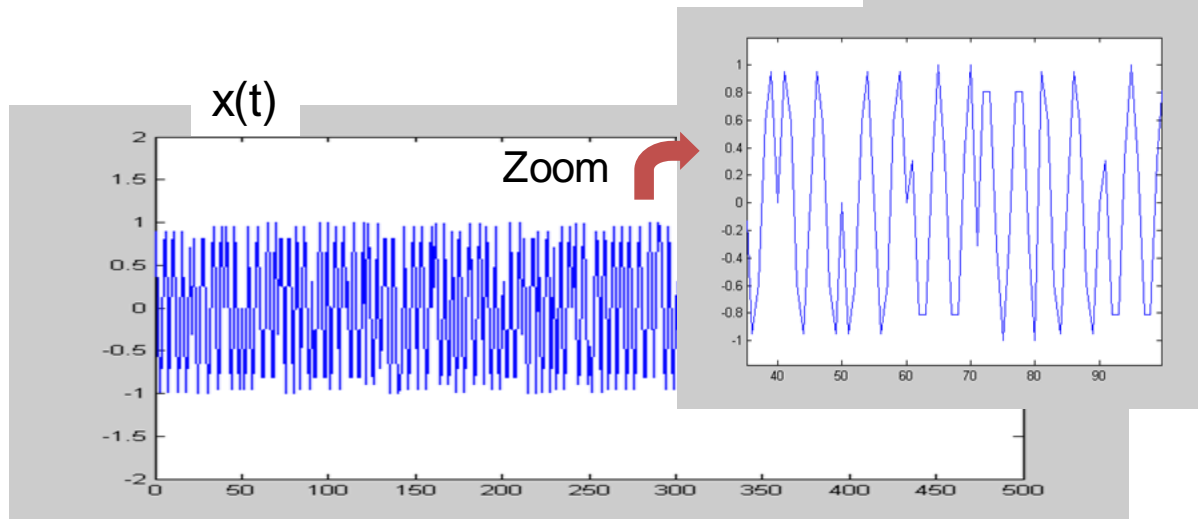
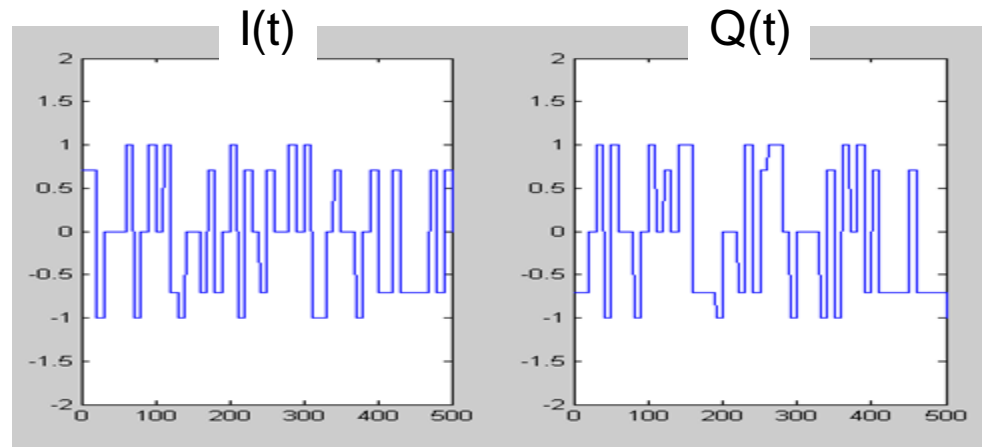
Exemples

→ Modulations linéaires bi-dimensionnelles : M-PSK

Exemple : 8-PSK (DVB-S2)

$\{a_k\}$ et $\{b_k\}$ liés

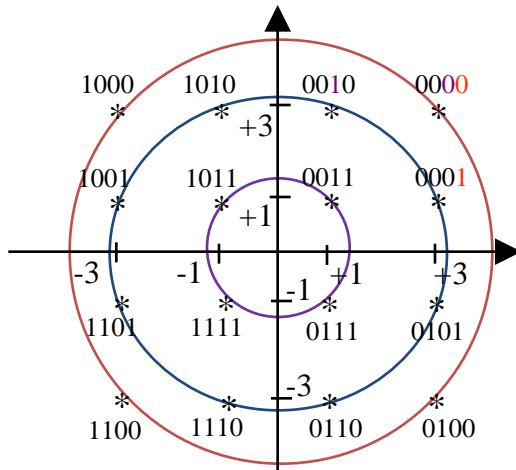
$$d_k \in \left\{ e^{j\left(\frac{2\pi}{8}l + \frac{\pi}{8}\right)} \right\}, l = 0, \dots, 7$$



Modulations Linéaires sur fréquence porteuse

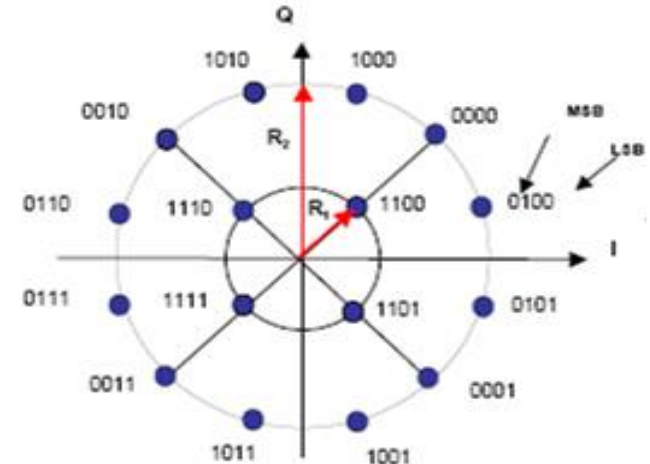
Exemples

→ Modulations hybrides : M-APSK (DVB-S2)



16-QAM

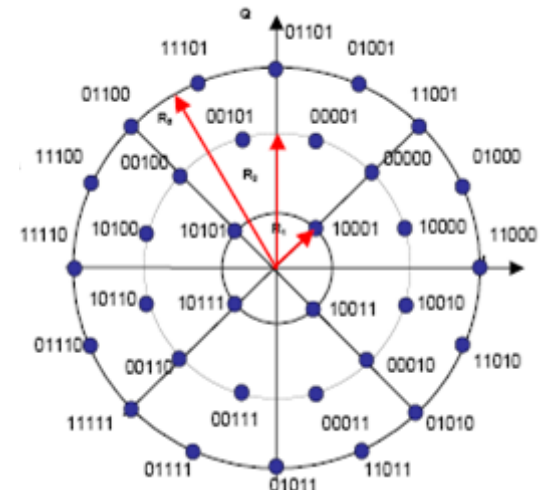
M-APSK



16-APSK (4-12 APSK)

$$d_k \in \begin{cases} R_1 e^{j\left(\frac{2\pi}{n_1}i + \theta_1\right)}, & i = 0, \dots, n_1 - 1 \\ R_2 e^{j\left(\frac{2\pi}{n_2}i + \theta_2\right)}, & i = 0, \dots, n_2 - 1 \\ \dots \\ R_R e^{j\left(\frac{2\pi}{n_R}i + \theta_R\right)}, & i = 0, \dots, n_R - 1 \end{cases}$$

$$M = n_1 + n_2 + \dots + n_R$$



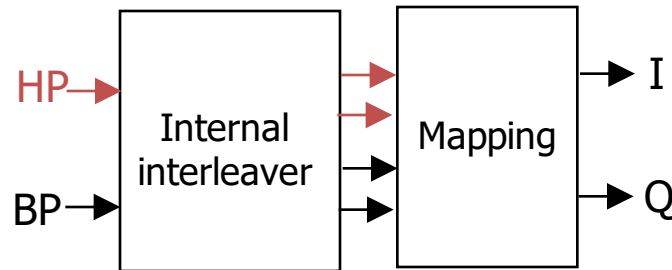
32-APSK (4-12-16 APSK)

Modulations Linéaires sur fréquence porteuse

Exemples

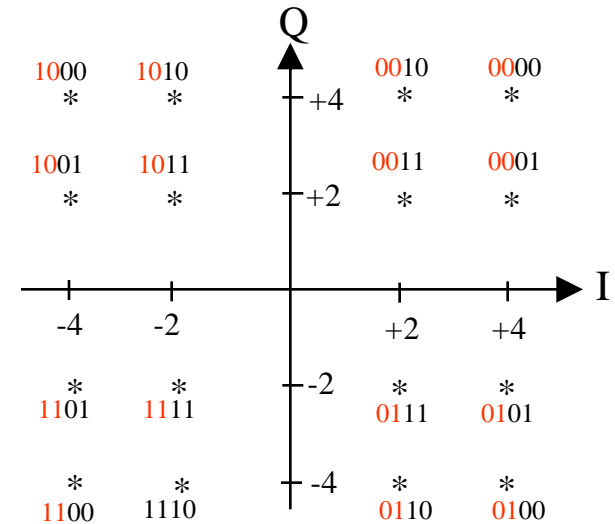
→ Modulations hiérarchiques : DVB-T et T2, DVB-H, DVB-S2, DVB-SX

Exemple 1 : 16-QAM hiérarchique (DVB-T, T2, H)

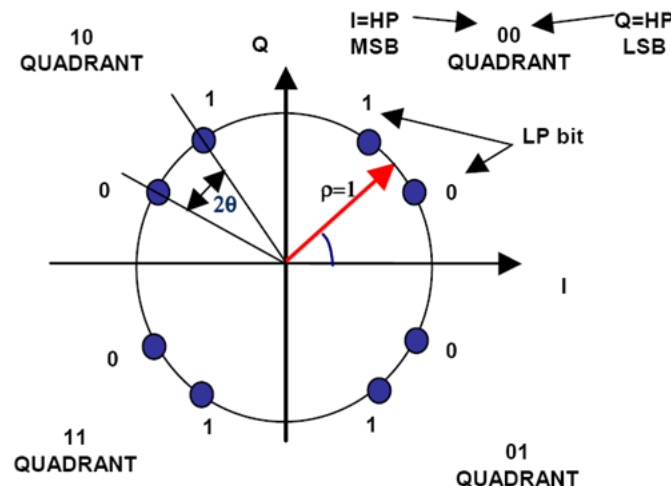


$$\alpha = \frac{2 \text{ pts HP min distance}}{2 \text{ pts min distance}}$$

$\alpha = 2$

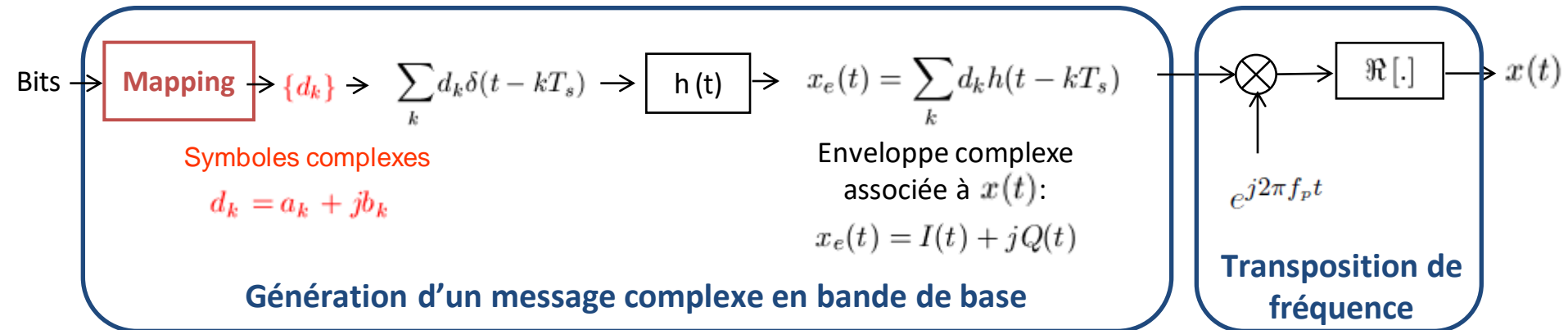


Exemple 2 : 8-PSK hiérarchique (DVB-S2, SX)



Modulation Linéaire sur fréquence porteuse

Emission



\rightarrow M-ASK: $d_k = a_k \in \{\pm 1, \dots, \pm(M-1)\}$

$$x_e(t) = I(t)$$

$$x(t) = I(t) \cos(2\pi f_p t)$$

\rightarrow M-QAM: $d_k = a_k + jb_k$ avec a_k et $b_k \in \{\pm 1, \dots, \pm(\sqrt{M}-1)\}$

\rightarrow M-PSK: $d_k \in \{e^{j(\frac{2\pi}{M}l + \frac{\pi}{M})}\}, l = 0, \dots, M-1$

$$x_e(t) = I(t) + jQ(t)$$

$$x(t) = I(t) \cos(2\pi f_p t) - Q(t) \sin(2\pi f_p t)$$

QUESTION

En supposant, dans tous les cas, des symboles indépendants, équiprobables, à moyenne nulle :

À débit binaire R_b fixé, une transmission utilisant la modulation 8-PSK avec un filtre de mise en forme rectangulaire sera plus efficace spectralement :

- A** qu'une transmission utilisant la modulation QPSK avec le même filtre de mise en forme rectangulaire.
- B** qu'une transmission utilisant la modulation 8-PSK avec un filtre de mise en forme en racine de cosinus surélevé.
- C** qu'une transmission utilisant la modulation 16-QAM avec le même filtre de mise en forme rectangulaire.

QUESTION

Une modulation QPSK est :

Une modulation de phase à 4 états :

☒ A VRAI

☐ B FAUX

Une modulation QAM à 4 états :

☒ A VRAI

☐ B FAUX

Moins efficace spectralement qu'une modulation BPSK utilisant le même filtre de mise en forme

☒ A VRAI

☐ B FAUX

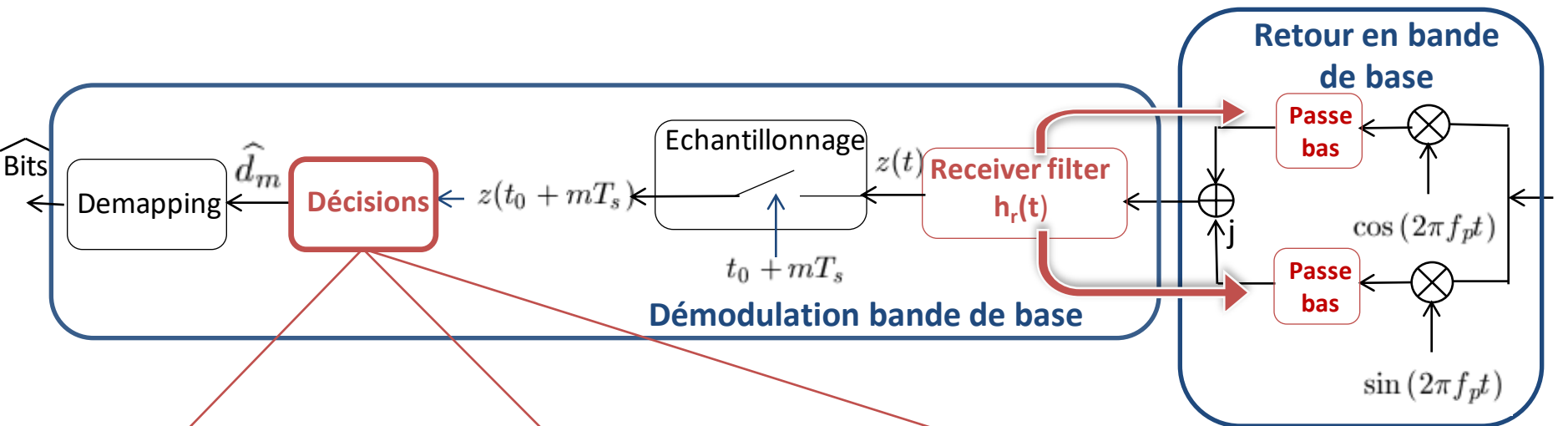
Plus robuste au bruit qu'une modulation BPSK émise avec la même puissance :

☒ A VRAI

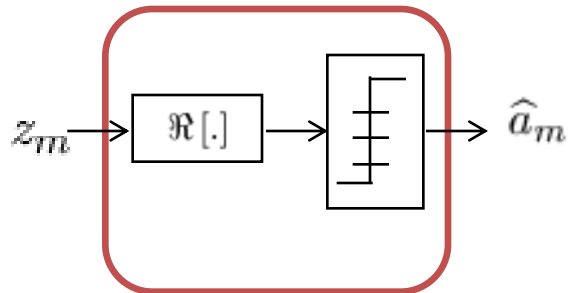
☐ B FAUX

Modulation Linéaire sur fréquence porteuse

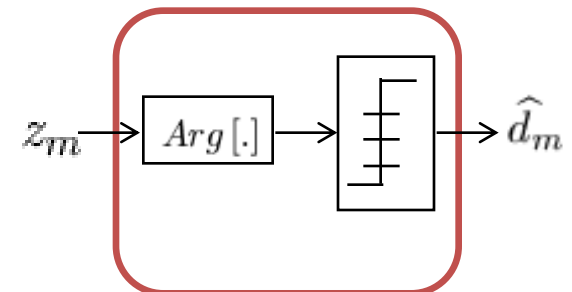
Réception



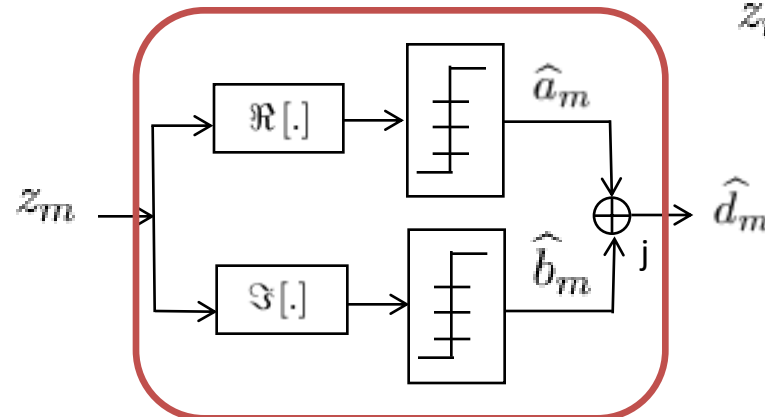
M-ASK :



M-PSK :

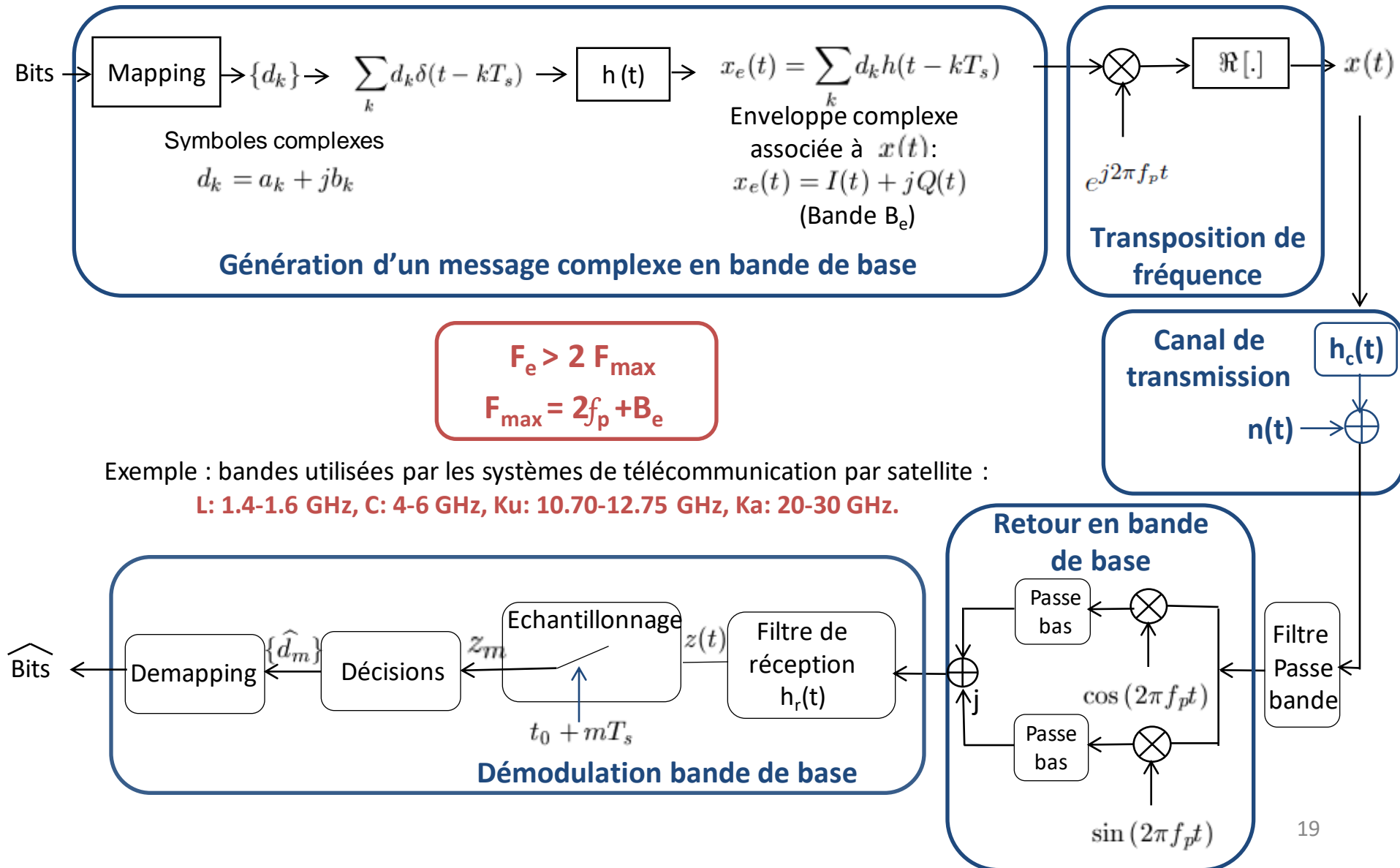


M-QAM :



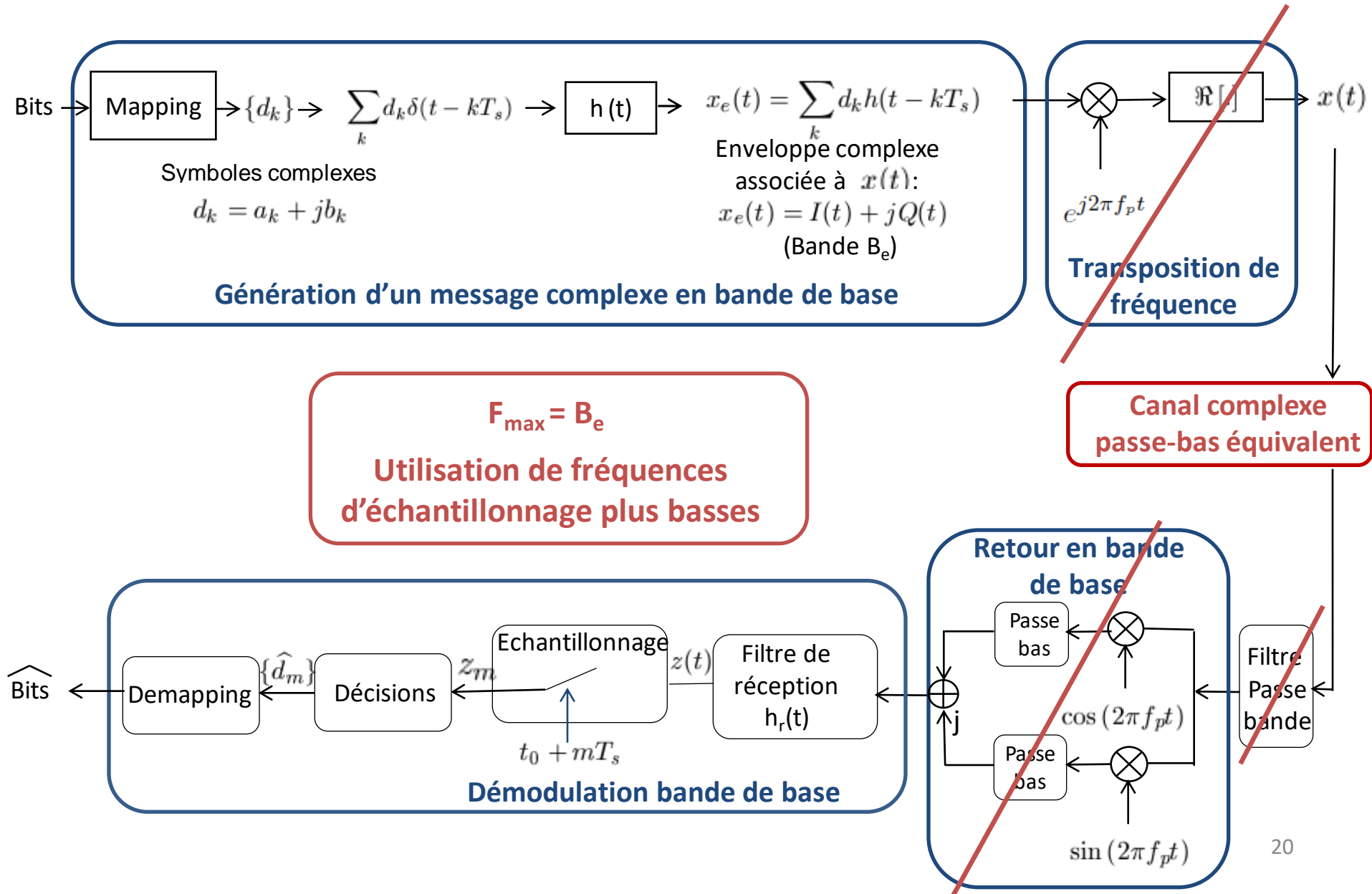
Modulation Linéaire sur fréquence porteuse

Chaine passe-bas équivalente : Intérêt



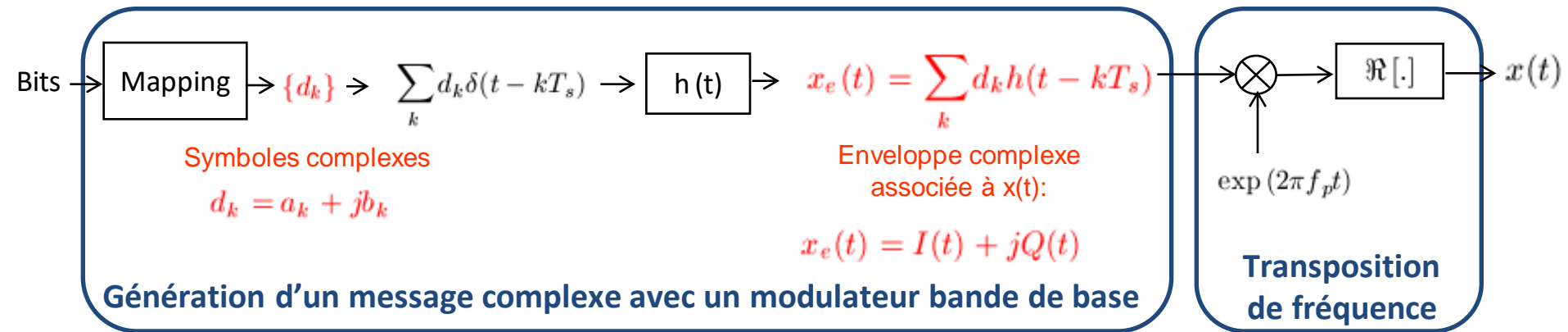
Modulation Linéaire sur fréquence porteuse

Chaine passe-bas équivalente : Construction

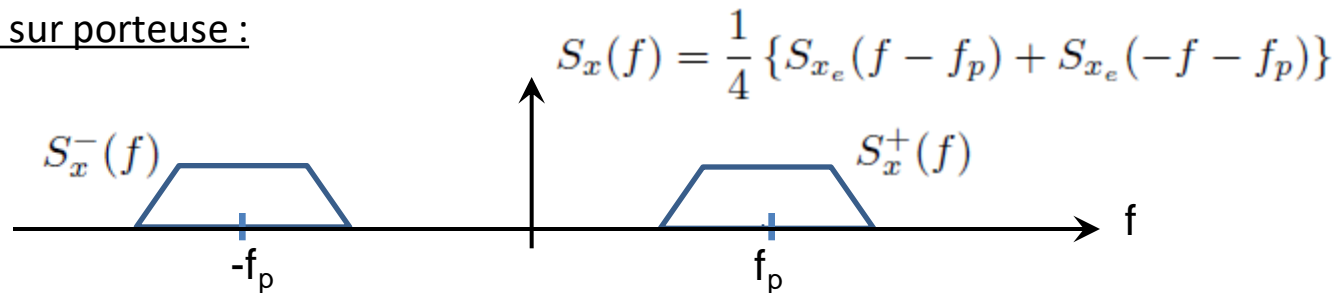


Modulations Linéaires sur fréquence porteuse

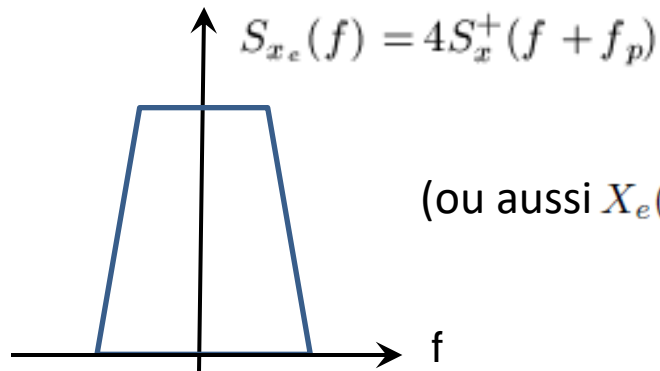
Enveloppe complexe associée au signal modulé



\rightarrow DSP du signal sur porteuse :



\rightarrow DSP de l'enveloppe complexe correspondante :



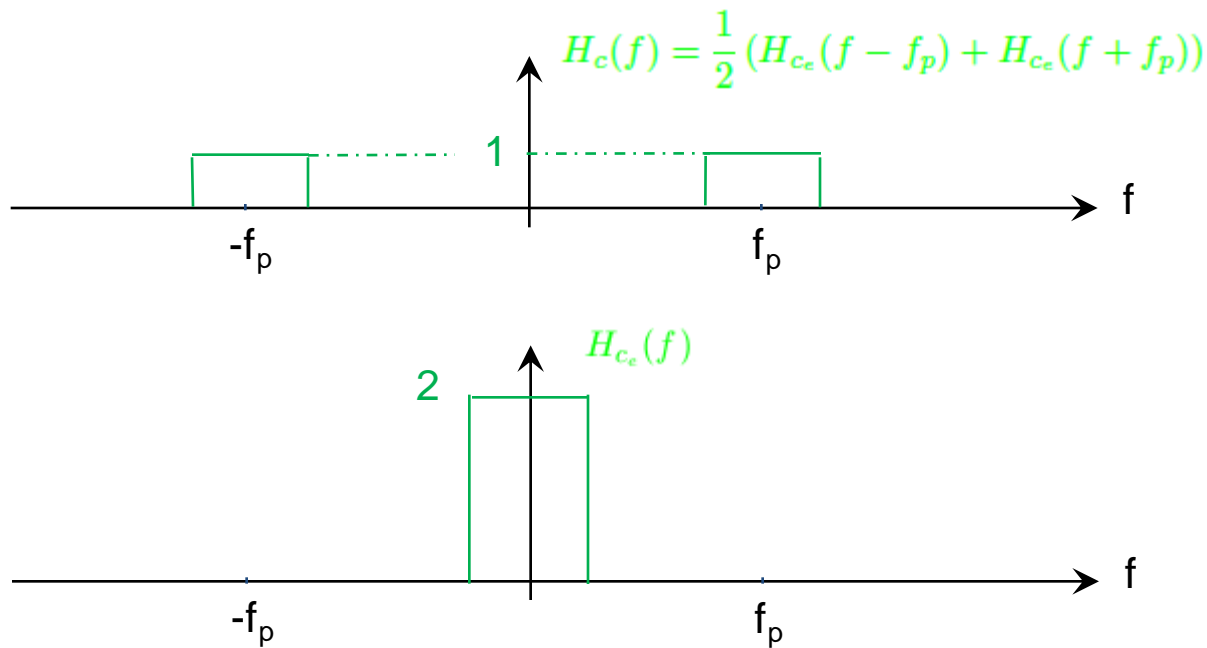
(ou aussi $X_e(f) = 2X^+(f + f_p)$ pour les signaux déterministes)

Modulations Linéaires sur fréquence porteuse

Construction de la chaine passe-bas équivalente

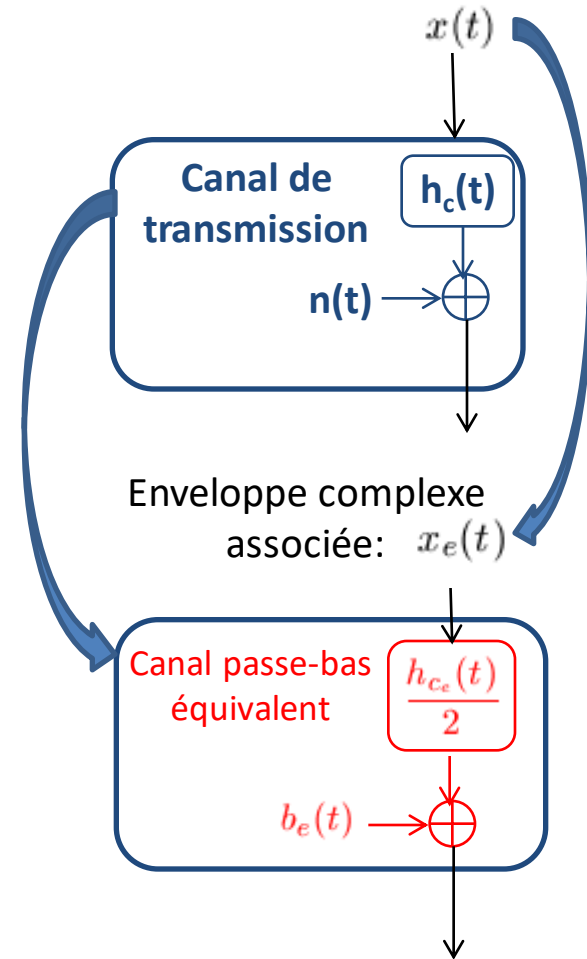
→ Enveloppe complexe associée au canal de propagation de type passe-bande :

$$h_{c_e}(t) = I_{c_e}(t) + jQ_{c_e}(t)$$



(Remarque : le canal est supposé idéal dans la figure)

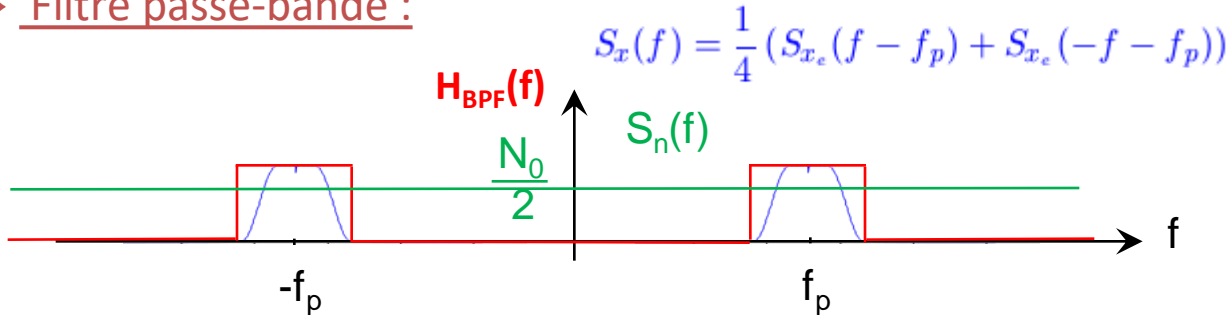
Signal modulé sur porteuse :



Modulation Linéaire sur fréquence porteuse

Chaîne passe-bas équivalente : Construction

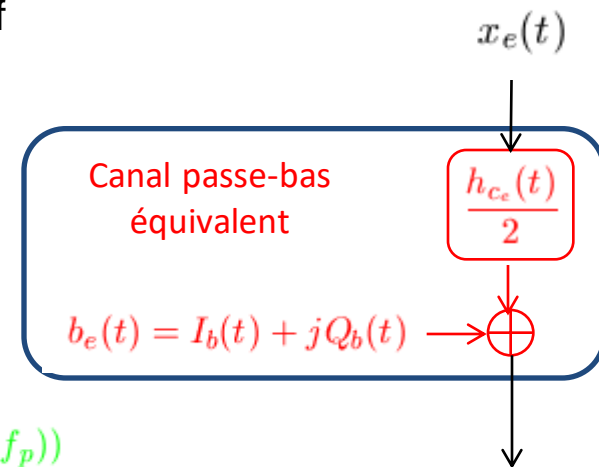
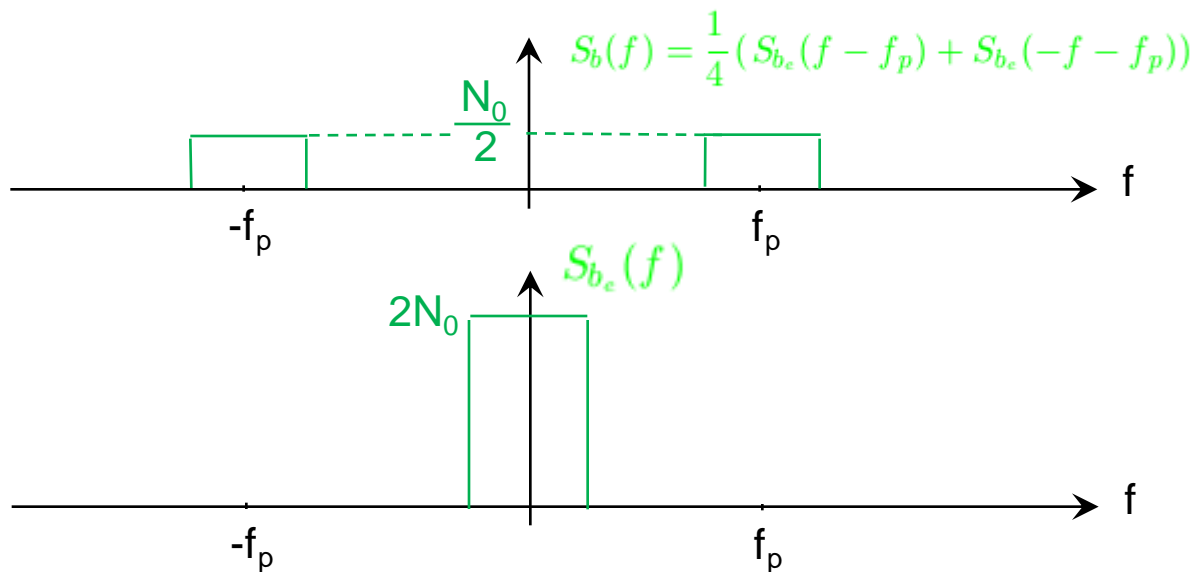
→ Filtre passe-bande :



→ Enveloppe complexe associée au bruit filtré :

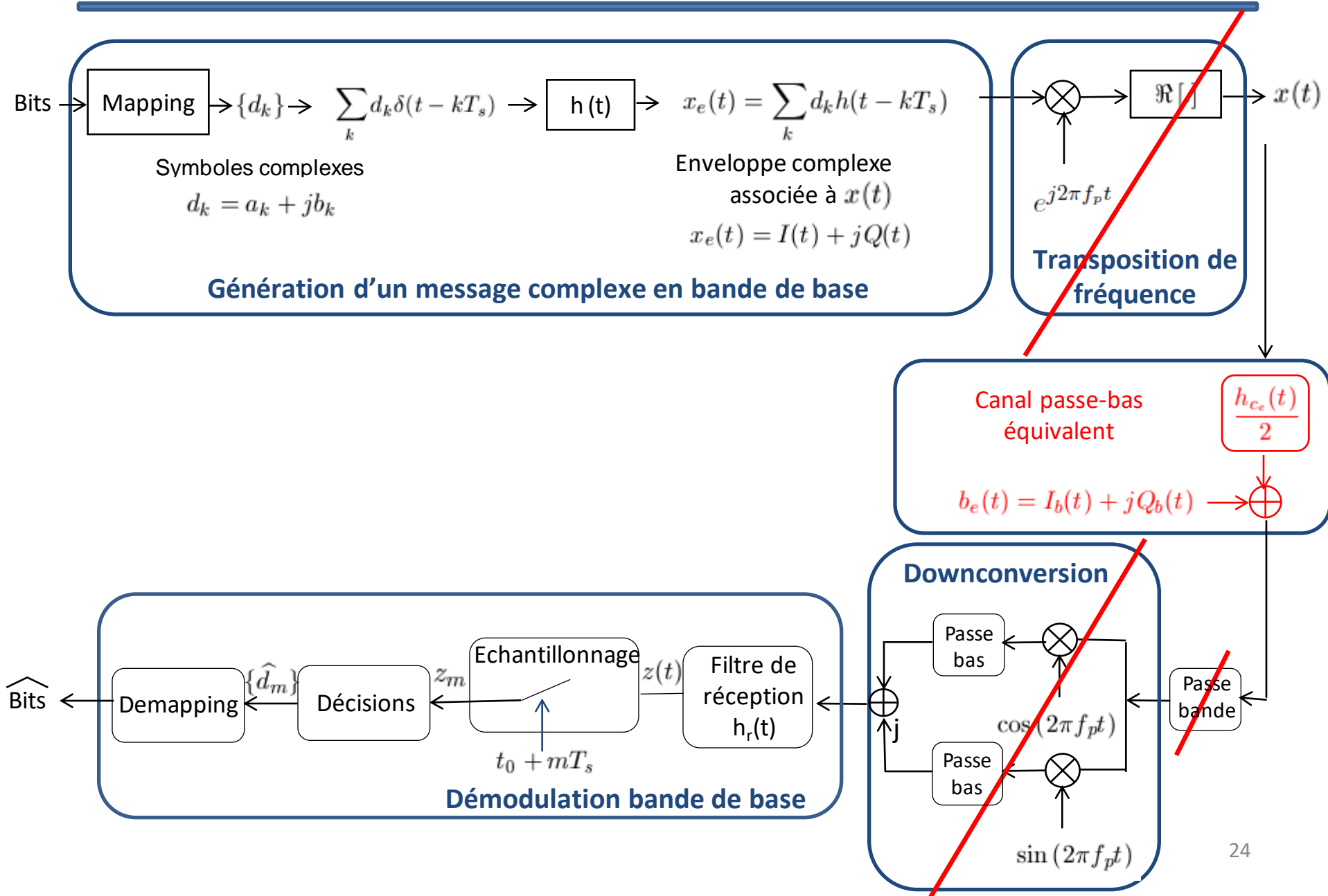
$$b_e(t) = I_b(t) + jQ_b(t)$$

$$S_{I_b}(f) = S_{Q_b}(f) = S_{b_e}^+(f - f_p) + S_{b_e}^-(f + f_p) = N_0$$



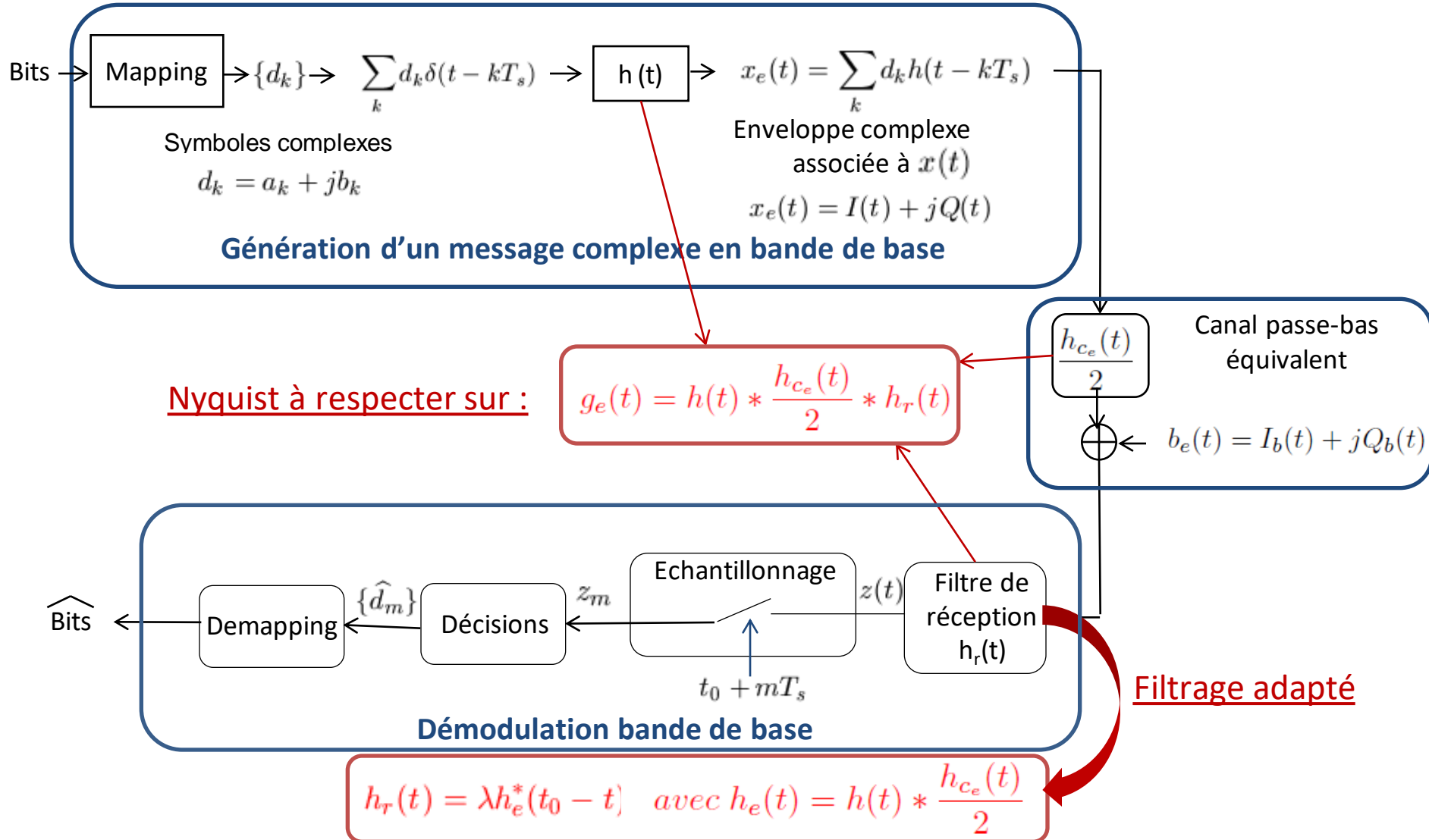
Modulation Linéaire sur fréquence porteuse

Chaine passe-bas équivalente Construction



Modulation Linéaire sur fréquence porteuse

Chaîne passe-bas équivalente

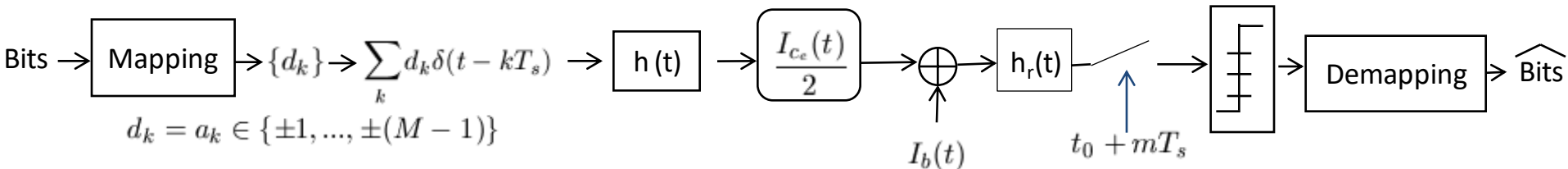


Les calculs de TES en bande de base peuvent être ré-utilisés

Modulation Linéaire sur fréquence porteuse

Performances (Hypothèses : Nyquist + Filtrage adapté)

→ M-ASK



$$TES = TES_I = 2 \left(1 - \frac{1}{M}\right) Q \left(\sqrt{\frac{6 \log_2(M)}{M^2 - 1}} \frac{E_b}{N_0} \right)$$

→ M-QAM carrée (M>2)

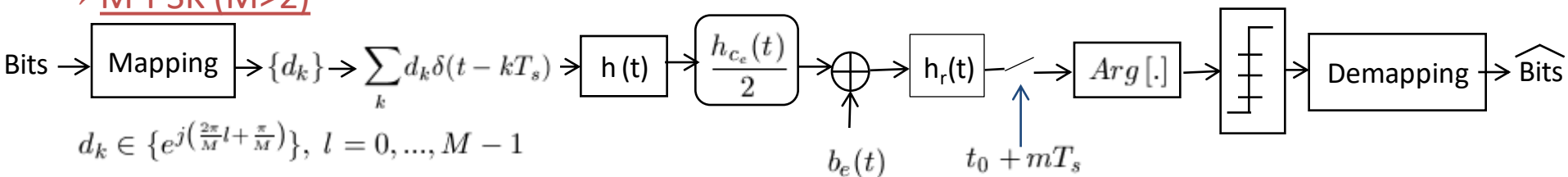
$$d_k = a_k + j b_k \text{ avec } a_k \text{ et } b_k \in \{\pm 1, \dots, \pm(\sqrt{M} - 1)\}$$

\Leftrightarrow deux chaines \sqrt{M} - PAM indépendantes

Mais !! E_s = paramètre physique = énergie symbole moyenne à l'entrée du récepteur (M symboles d_k) !!

$$TES \simeq 2TES_I = 4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q \left(\sqrt{\frac{3}{M-1}} \frac{E_s}{N_0} \right) = 4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q \left(\sqrt{\frac{3 \log_2(M)}{M-1}} \frac{E_b}{N_0} \right)$$

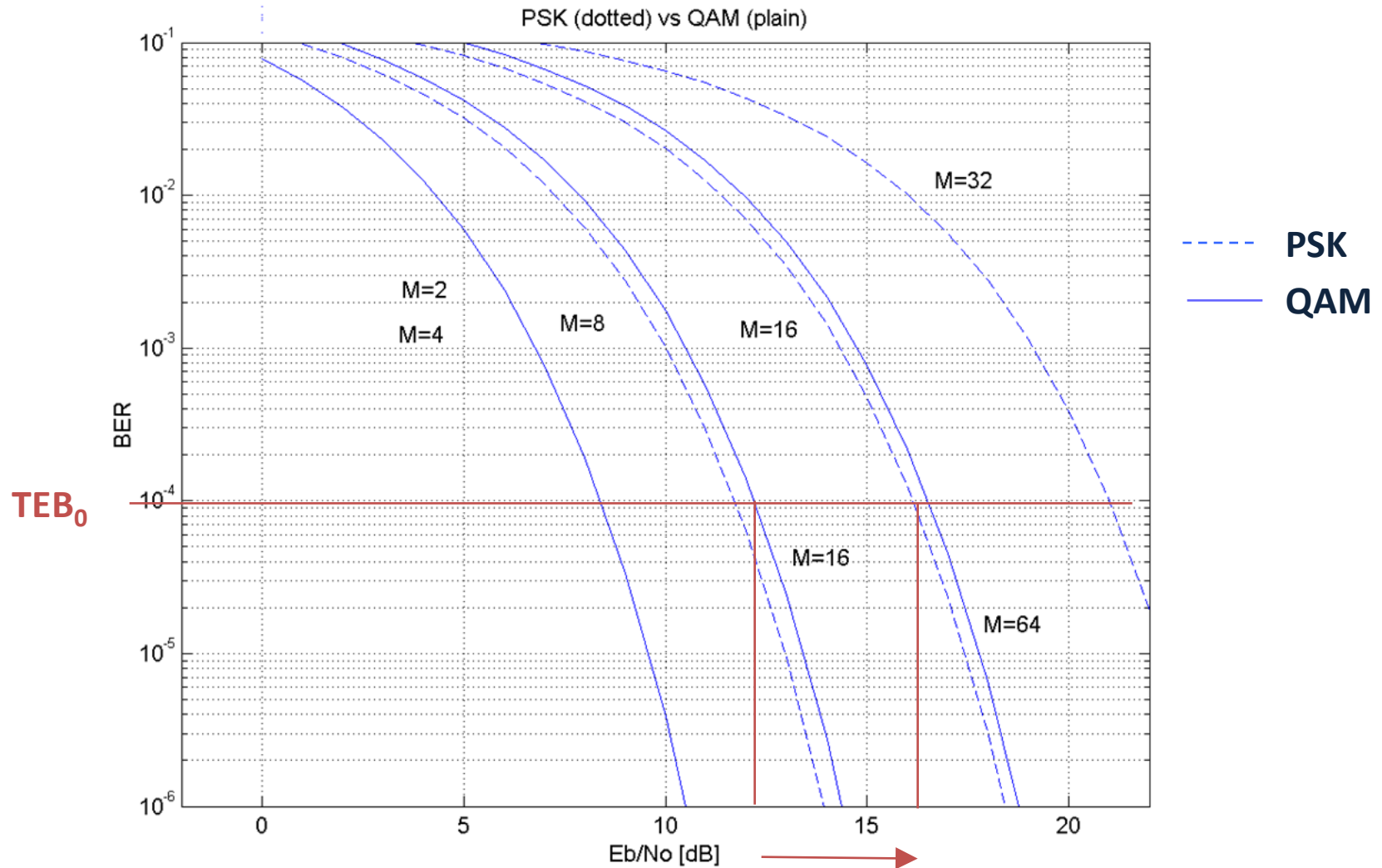
→ M-PSK (M>2)



$$TES = 2Q \left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \sin \left(\frac{\pi}{M} \right) \right)$$

Modulation Linéaire sur fréquence porteuse

Comparaison des TEBs pour les M-QAM et les M-PSK



➤ efficacité en puissance pour PSK
Même efficacité spectrale

QUESTION

En supposant, dans tous les cas, que la mise en forme est identique et que la chaîne de transmission est optimisée (Mapping de Gray, Nyquist, filtrage adapté, instants et seuils optimaux de décisions), utiliser une modulation 16-QAM est :

Plus efficace en puissance qu'utiliser une modulation 16-PSK :

☒ A VRAI

☐ B FAUX

Plus efficace spectralement qu'utiliser une modulation 16-PSK :

☒ A VRAI

☐ B FAUX

Plus efficace en puissance qu'utiliser une modulation QPSK :

☒ A VRAI

☐ B FAUX

Plus efficace spectralement qu'utiliser une modulation QPSK :

☒ A VRAI

☐ B FAUX

QUESTION

En supposant, dans tous les cas que la chaîne de transmission est optimisée (Mapping de Gray, Nyquist, filtrage adapté, instants et seuils optimaux de décisions), utilise une modulation 16-QAM avec filtrage de mise en forme rectangulaire est :

Plus efficace en puissance qu'utiliser une modulation 16-QAM avec filtrage de mise en forme en racine de cosinus surélevé :

☒ A VRAI

☐ B FAUX

Plus efficace spectralement qu'utiliser une modulation 16-QAM avec filtrage de mise en forme en racine de cosinus surélevé :

☒ A VRAI

☐ B FAUX