



Introduction aux télécommunications

Études de chaines de transmission sur fréquence porteuse

Première Année, Département SN



Hamza MOUDDENE

May 27, 2020

Sommaire

1	Introduction	2
1.1	Objectifs	2
1.2	Définition de la chaîne passe-bas équivalente à une chaîne de transmission sur fréquence porteuse	2
2	Utilisation de la chaîne passe-bas équivalente pour le calcul et l'estimation du taux d'erreur binaire	6
2.1	Etude théorique	6
2.2	Implantation sous Matlab	10
2.2.1	Implantation de la chaîne sur fréquence porteuse	10
2.2.2	Implantation de la chaîne passe-bas équivalente	12
3	Comparaison de modulations sur fréquence porteuse	16
3.1	Etude théorique	16
3.2	Implantation sous Matlab	24
3.2.1	Etude de chaque chaîne de transmission	24
3.2.2	Comparaison des chaînes de transmission	30
4	Conclusion	34
5	Bibliographie	35

Introduction

1.1 Objectifs

Les objectifs de ce travail sont les suivants :

1. Etre capable d'implanter une chaîne de transmission sur fréquence porteuse de type PSK ou QAM et d'expliciter le rôle des différents éléments la composant,
2. Etre capable de déterminer puis d'implanter la chaîne de transmission passe-bas équivalente à une chaîne de transmission sur fréquence porteuse de type PSK ou QAM,
3. Etre capable d'expliquer les observations réalisées, les résultats obtenus sur la chaîne implantée (sur porteuse ou passe-bas équivalente) en vous appuyant sur l'étude théorique de cette même chaîne,
4. Etre capable de comparer, en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance, plusieurs chaînes de transmission sur fréquence porteuse en utilisant une implantation de type chaîne passe-bas équivalente.

1.2 Définition de la chaîne passe-bas équivalente à une chaîne de transmission sur fréquence porteuse

Afin de réduire les temps de simulation et de réutiliser les calculs réalisés en bande de base, on définit une chaîne passe-bas équivalente associée à la chaîne de transmission sur fréquence porteuse à étudier. La figure 1.1 rappelle le schéma d'une chaîne de transmission sur fréquence porteuse, tandis que la figure 1.2 rappelle celui de la chaîne passe-bas équivalente associée.

Pour passer de l'une à l'autre, on définit un signal complexe basse fréquence :

$$x_e(t) = I(t) + jQ(t),$$

équivalent au signal modulé sur porteuse transmis :

$$x(t) = \operatorname{Re} [x_e(t)e^{j2\pi f_p t}], \quad f_p \text{ étant la fréquence porteuse.}$$

$x_e(t)$ est appelé enveloppe complexe associée à $x(t)$. Elle possède une densité spectrale de puissance qui est égale à quatre fois la partie positive de la densité spectrale de puissance de $S_x(f)$ ramenée autour de la fréquence 0 :

$$S_{x_e}(f) = 4S_x(f + f_p)U(f + f_p), \quad U(f) \text{ représentant la fonction échelon unité.}$$

On a aussi :

$$S_x(f) = \frac{1}{4} \{ S_{x_e}(f - f_p) + S_{x_e}(-f - f_p) \}$$

De la même manière, on associe un bruit complexe basse fréquence équivalent au bruit $n(t)$ introduit par le canal de propagation et filtré sur la bande du signal modulé :

$$n_e(t) = n_I(t) + jn_Q(t)$$

avec

$$S_{n_e}(f) = 4S_n(f + f_p)U(f + f_p) = 4\frac{N_0}{2} = 2N_0, \quad \text{autour de la fréquence 0}$$

Il viendra s'ajouter sur la bande F_e (fréquence d'échantillonnage), avec une même puissance sur chaque voie

$$\sigma_{n_I}^2 = \sigma_{n_Q}^2 = N_0 F_e$$

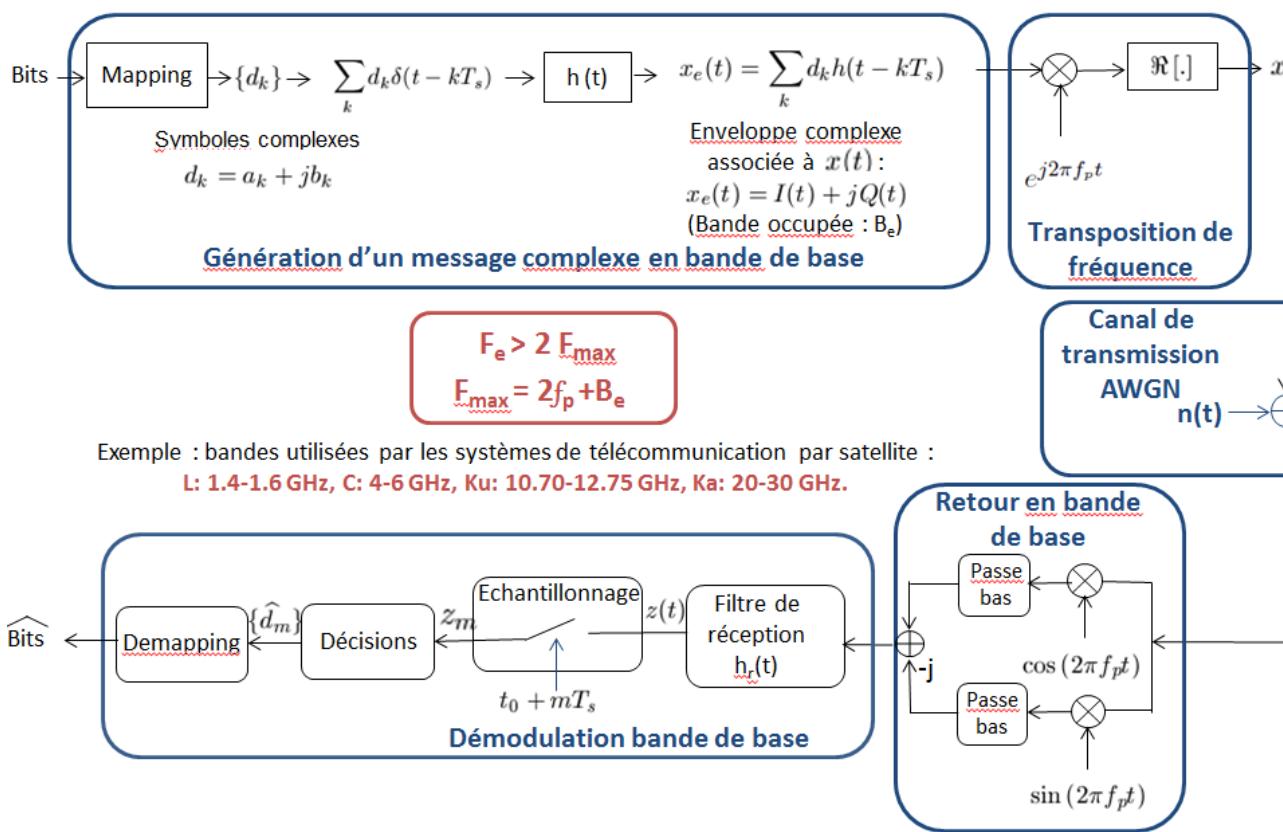


Figure 1.1: Chaîne de transmission sur porteuse

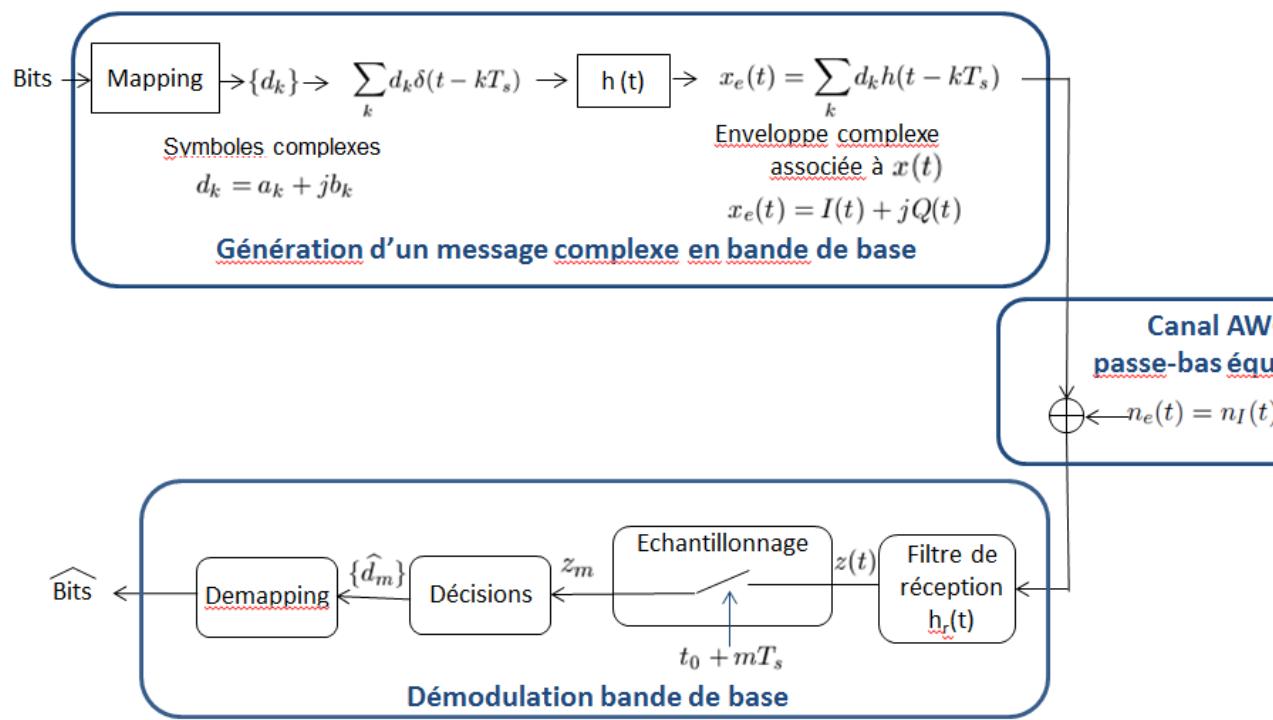


Figure 1.2: Chaîne de transmission passe-bas équivalente

Utilisation de la chaîne passe-bas équivalente pour le calcul et l'estimation du taux d'erreur binaire

L'objectif de cette partie est de montrer que le taux d'erreur binaire obtenu pour une transmission est identique que l'on implante la chaîne de transmission sur fréquence porteuse ou bien la chaîne passe-bas équivalente. L'étude sera réalisée pour une transmission QPSK.

2.1 Etude théorique

On considère la chaîne de transmission passe-bas équivalente à une chaîne de transmission QPSK (symboles $d_k \in \{\pm 1 \pm j\}$), avec filtre de mise en forme et filtre de réception en racine de cosinus surélevé de même roll off et un canal à bruit additif blanc et Gaussien. La figure 2.1 donne le tracé de la réponse en fréquence globale de la chaîne de transmission : $G(f) = H(f)H_r(f)$, où $H(f)$ représente la réponse en fréquence du filtre de mise en forme et $H_r(f)$ la réponse en fréquence du filtre de réception.

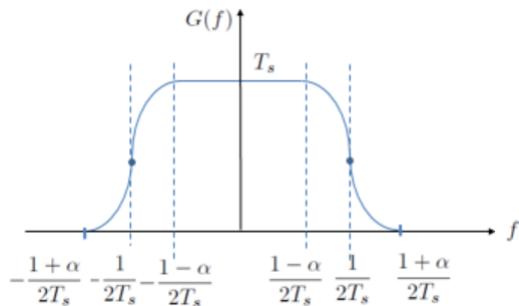


Figure 2.1: Réponse en fréquence de la chaîne de transmission

1. Calculer l'énergie symbole E_s à l'entrée du récepteur. Attention E_s représente la véritable énergie reçue, c'est-à-dire qu'elle doit être calculée à partir de la véritable puissance du signal reçu, pas à partir de celle de l'enveloppe

complexe associée.

On sait que : $x_e(t) = I(t) + jQ(t)$ et $x(t) = R_e[x_e(t) \exp(j2\pi f_p t)]$
La véritable puissance du signal recu par :

$$\begin{aligned}
 P &= \int_{\mathbb{R}} S_x(f) df = \int_{\mathbb{R}} \frac{1}{4} (S_{xe}(f - f_p) + S_{xe}(f + f_p)) df \\
 &= \frac{1}{4} \int_{\mathbb{R}} S_{xe}(f - f_p) df + \int_{\mathbb{R}} S_{xe}(f + f_p) df \\
 &= \frac{1}{4} (2 \int_{\mathbb{R}} S_{xe}(f - f_p) df) \\
 &= \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}} S_{xe}(f) df
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

On sait que le signal émis après le passage dans le filtre de mise en forme sous la forme $x_e(t) = \sum_k d_k h(t - kT_s)$, en plus de ça :

$$S_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s} |H(f)|^2 + 2 \frac{\sigma_a^2}{T_s} |H(f)|^2 \sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{Re}[R_a \exp(j2\pi f k T_s)] + \frac{|m_a|^2}{T_s^2} \sum_k |H(\frac{k}{T_s})|^2 \delta(f - \frac{k}{T_s})$$

(2.2)

Sachant que $\sigma_a^2 = 1$ $m_a = 0$ et avec un calcul simple, on trouve que :

$$\begin{aligned}
 S_{xe}(f) &= \frac{\sigma_d^2}{T_s} |H(f)|^2 = \frac{1}{T_s} G(f) \quad \text{car} \quad G(f) = H(f) H_r(f) \\
 \text{D'ou :} \quad P &= \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}} \frac{1}{T_s} |G(f)| df = \frac{1}{2T_s} \int_{-\frac{1+\alpha}{2T_s}}^{\frac{1+\alpha}{2T_s}} |G(f)| df = \frac{1}{2T_s}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Donc on peut conclure que :

$$E_s = PT_s = \frac{1}{2} \tag{2.4}$$

2. Calculer la puissance du bruit sur chaque voie (I et Q) en sortie du filtre de réception.

On sait que le signal émis après le passage dans le filtre de mise en forme sous la forme $x_e(t) = \sum_k d_k h(t - kT_s)$ l'enveloppe complexe associée à $x(t)$, on associe un bruit complexe basse fréquence équivalent au bruit

$n(t)$ introduit par le canal de propagation et filtré sur la bande du signal modulé:

$$n_e(t) = n_I(t) + jn_Q(t) \quad (2.5)$$

avec

$$S_{n_e}(f) = 4S_n(f + f_p)U(f + f_p) = 4\frac{N_0}{2} = 2N_0 \quad (2.6)$$

Il viendra s'ajouter sur la bande F_e (fréquence d'échantillonnage), avec une même puissance sur chaque voie

$$\sigma_{n_I}^2 = \sigma_{n_Q}^2 = N_0 F_e \quad (2.7)$$

Or : $S_{n_I}(f) = S_{n_Q}(f)$ car le même bruit est introduit sur chaque voix, donc :

$$\begin{aligned} S_{n_e}(f) &= |N_e|^2 = |N_I|^2 + |N_Q|^2 = 2N_0 \\ S_{n_I}(f) &= S_{n_Q}(f) = N_0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

3. Les deux voies I et Q étant indépendantes, donner le taux d'erreur symbole de la modulation QPSK en fonction de ceux des voies I et Q (TES_I et TES_Q).

On sait que :

$$QPSK = 4 - PSK \quad (M = 4) \quad (2.9)$$

Donc d'après la formule du cours, on a :

$$\begin{aligned} TES_{total} &= 2Q(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \sin(\frac{\pi}{M})) \\ &= 2Q(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \frac{\sqrt{2}}{2}) \\ &= 2Q(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Or les 2 voies sont indépendantes, donc c'est comme si on avait deux chaînes avec $a_k \in -V, V$ et $b_k \in -V, V$, d'où:

$$TES_I = TES_Q = Q(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}) \quad (2.11)$$

4. En supposant les termes du deuxième ordre négligeables ($TES_I \times TES_Q \sim 0$) , donner le taux d'erreur symbole de la modulation QPSK en fonction de TES_I uniquement.

Selon la question précédente et les formules dans le cours, En supposant les termes du deuxième ordre négligeables ($TES_I \times TES_Q \sim 0$) , le taux d'erreur symbole de la modulation QPSK est donné par la formule suivante :

$$TES = 2TES_I \quad (2.12)$$

5. Déterminer TES_I en fonction de $\frac{E_s}{N_0}$, E_s correspondant à la véritable énergie reçue. On supposera que les instants d'échantillonnage et l'organe de décision sont optimaux.

On supposera que les instants d'échantillonnage et l'organe de décision sont optimaux, et selon les questions précédentes, on trouve que la véritable énergie reçue s'écrit comme le suivant :

$$TES_I = \frac{TES}{2} = Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) \quad (2.13)$$

6. En déduire le taux d'erreur binaire de la chaîne de transmission QPSK en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$.

On pose $M = 2^n$ nombre de symboles, donc le nombre de bits est donné par la relation suivante :

$$n = \log_2(M) \quad (2.14)$$

Selon le cours, on a :

$$E_s = \log_2(M)E_b \quad (2.15)$$

Ainsi que :

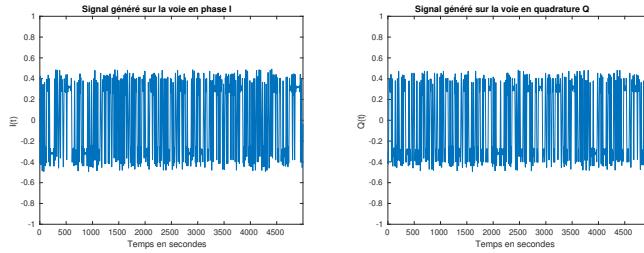
$$\begin{aligned} TEB &= \frac{TES}{\log_2(M)} = \frac{TES}{2} \\ &= \frac{1}{2} TES = \frac{1}{2} 2Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) \\ &= Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) \end{aligned} \quad (2.16)$$

2.2 Implantation sous Matlab

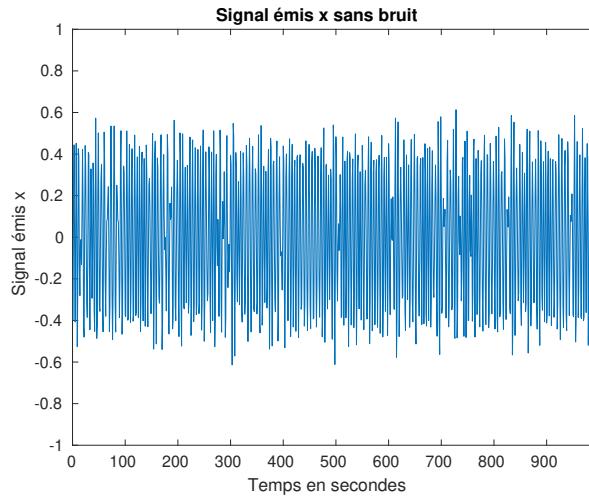
2.2.1 Implantation de la chaîne sur fréquence porteuse

1. Tracer les signaux générés sur les voies en phase et en quadrature ainsi que le signal transmis sur fréquence porteuse.

On plantera, dans un premier temps, la chaîne de transmission *QPSK* sur fréquence porteuse, avec mapping de Gray, facteur de suréchantillonnage permettant de respecter la condition de Shannon, mise en forme en racine de cosinus surélevé, ce qui a donné le signal suivant tracé en phase et en quadrature.

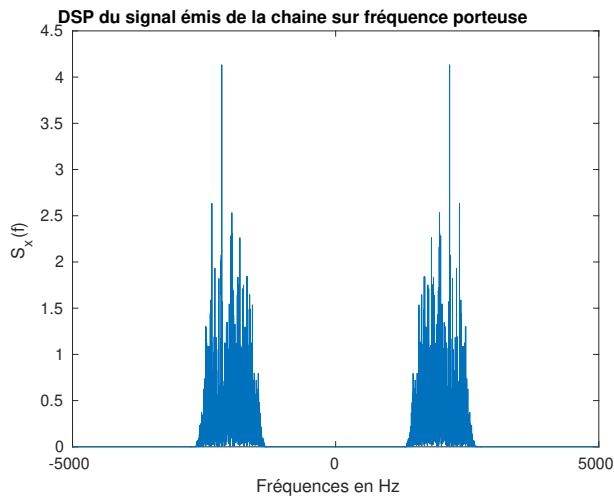


Le signal émis s'écrit comme le suivant $x(t) = R_e[x_e(t) \exp(j2\pi f_p t)]$ et son tracé donne :



- Estimer par périodogramme puis tracer la densité spectrale de puissance du signal modulé sur fréquence porteuse. Le tracé observé (forme, position) correspond-il à ce qui est attendu en théorie ? Expliquez votre réponse.

Le tracé de la densité spectrale de puissance, effectué par la méthode du périodogramme, est donné par la figure suivante :



la DSP est transposée sur fréquence porteuse ce qui correspond à l'étude théorique.

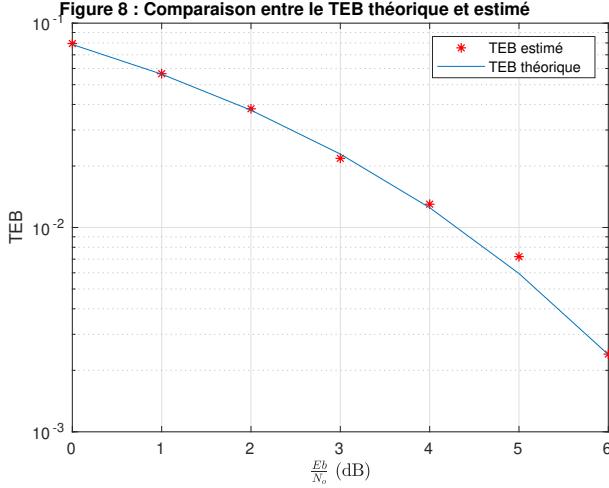
- Implanter la chaîne complète sans bruit afin de vérifier que le TEB obtenu est bien nul.

En utilisant les instants optimaux d'échantillonnage puis un détecteur à seuil, avec seuil optimal, le TEB obtenu est bien nul car on est dans le cas d'une chaîne de transmission idéale.

- Rajouter le bruit et tracer le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels. On prendra des valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ allant de 0 à 6 dB.

On vient de rajouter un bruit blanc gaussien suivant une loi normal. Le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit

à l'entrée du récepteur ($\frac{E_b}{N_0}$) en décibels figure sur le tracé suivant superposé avec le TEB théorique :



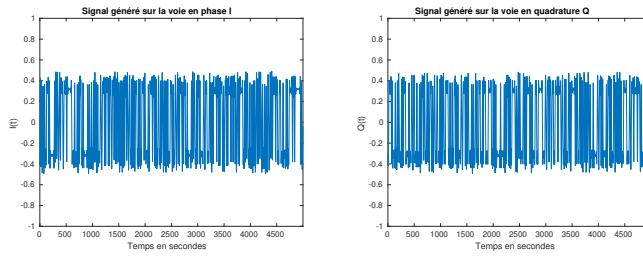
- Comparer le TEB simulé au TEB théorique de la chaîne étudiée (tracé superposés sur une même figure). Ce tracé doit permettre de valider le bon fonctionnement de votre chaîne de transmission.

En effet la chaîne respecte le critère de Nyquist car l'instant d'échantillonage est tel qu'on a la suppression des Interférences entre Symboles. Aussi, le seuil de décision est bien en 0. Le filtrage est bien un filtrage adapté car la réponse impulsionnelle du filtre de réception respecte bien la formule $h_r(t) = \lambda h(t_0 - t)$ où h désigne la réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme. La courbe montrant la superposition entre le TEB théorique et le TEB simulé.

2.2.2 Implantation de la chaîne passe-bas équivalente

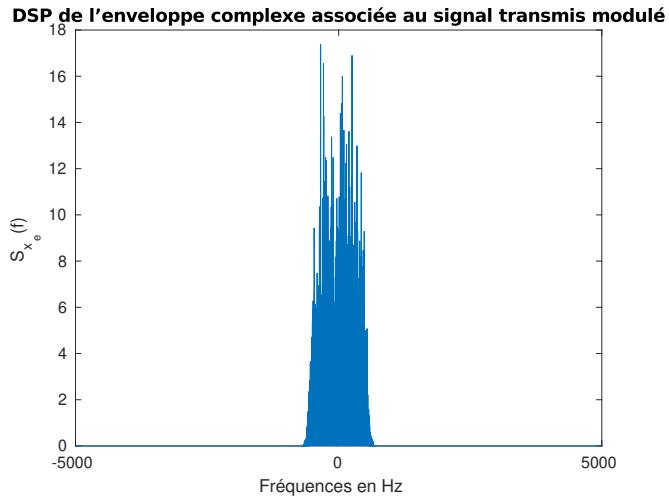
- Tracer les signaux générés sur les voies en phase et en quadrature.

On implantera, dans un deuxième temps, la chaîne de transmission passe-bas équivalente à la chaîne de transmission sur fréquence porteuse réalisée précédemment, avec mapping de Gray de type 00; 01; 11; 10, facteur de suréchantillonnage permettant de respecter la condition de Shannon, mise en forme en racine de cosinus surélevé, ce qui a donné le signal suivant tracé en phase et en quadrature.



2. Estimer par périodogramme puis tracer la densité spectrale de puissance de l'enveloppe complexe associée au signal modulé sur fréquence porteuse. Le tracé observé (forme, position) correspond-il à ce qui est attendu en théorie ? Expliquez votre réponse. On comparera notamment ce tracé avec celui obtenu pour la DSP du signal sur fréquence porteuse précédemment.

Le tracé de la densité spectrale de puissance de l'enveloppe complexe associée au signal modulé sur fréquence porteuse, effectué par la méthode du périodogramme, est donné par la figure suivante.



On remarque que la DSP est centrée en 0 puisqu'on reste en bande de base, alors que celle sur fréquence porteuse est centrée autour des valeurs f_p et $-f_p$.

3. Implanter la chaîne complète sans bruit afin de vérifier que le TEB obtenu est bien nul.

En utilisant les instants optimaux d'échantillonnage puis un détecteur à seuil, avec seuil optimal, le TEB obtenu est bien nul car on est dans le cas d'une chaîne de transmission idéale.

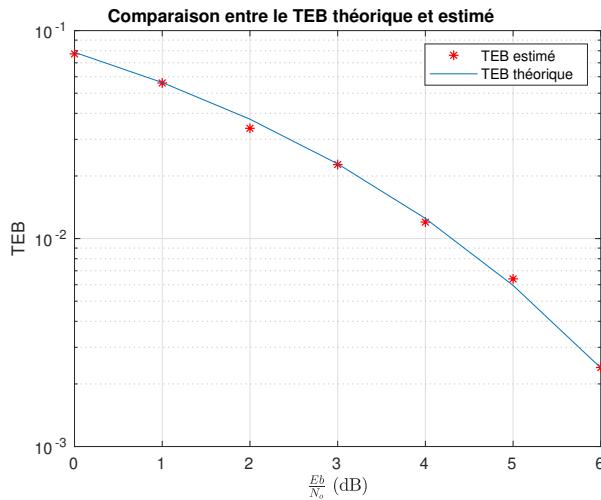
4. Rajouter le bruit et tracer le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels. On prendra des valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ allant de 0 à 6 dB.

Le bruit, introduit par le canal passe-bas équivalent au canal de propagation, est cette fois un bruit complexe

$$n_e(t) = n_I(t) + jn_Q(t) \quad (2.17)$$

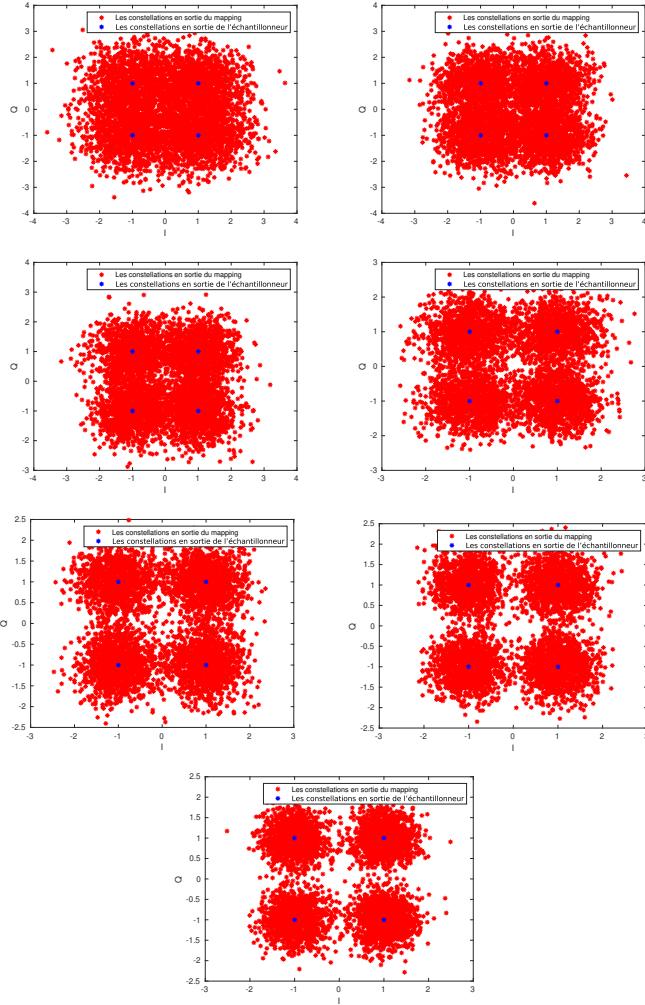
Il viendra s'ajouter sur la bande F_e avec une même puissance sur chaque voie $\sigma_{n_I}^2 = \sigma_{n_Q}^2$.

Le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur ($\frac{E_b}{N_0}$) en décibels figure sur le tracé suivant superposé avec le TEB théorique :



5. Tracer les constellations en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur pour une valeur donnée de E_b/N_0 .

Les constellations en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur pour une valeur donnée de E_b/N_0 figure sur le tracé suivant :



6. Vérifier que l'on obtient bien le même TEB que celui obtenu avec la chaîne simulée sur fréquence porteuse (tracé sur une même figure).

En effet la chaîne respecte le critère de Nyquist car l'instant d'échantillonage est tel qu'on a la suppression des Interférences entre Symboles. Aussi, le seuil de décision est bien en 0. Le filtrage est bien un filtrage adapté car la réponse impulsionnelle du filtre de réception respecte bien la formule $h_r(t) = \lambda h(t_0 - t)$ où h désigne la réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme. La courbe montrant la superposition entre le TEB théorique et le TEB simulé.

Comparaison de modulations sur fréquence porteuse

3.1 Etude théorique

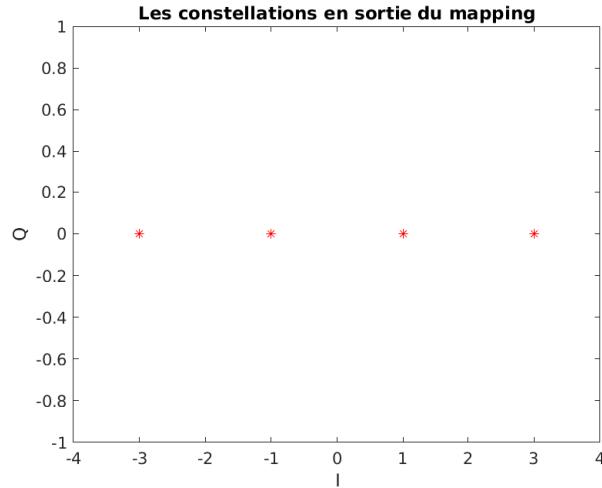
On considère les quatre chaînes de transmission définies dans le tableau suivant ("SRRCF" signifie "Square Root Raised Cosine Filter" ou filtre en racine de cosinus surélevé en français) :

Modulation :	4-ASK	QPSK	8-PSK	16-QAM
Filtre d'émission :	SRRCF, $\alpha = 0,5$			
Filtre de réception :	SRRCF, $\alpha = 0,5$			
Debit binaire :	48 kbps	48 kbps	48 kbps	48 kbps
TEB :	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}

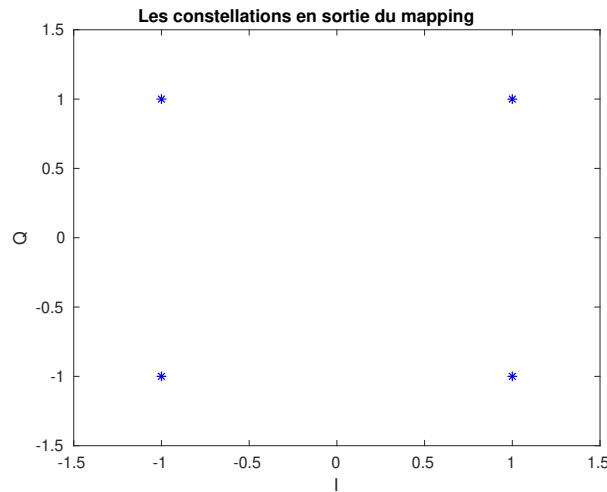
1. Tracer les constellations des quatre modulations considérées.

Sur les systèmes de transmission proposés la transmission se fait sur fréquence porteuses. Les schémas des modulateurs pour ces quatre chaînes de transmissions sont :

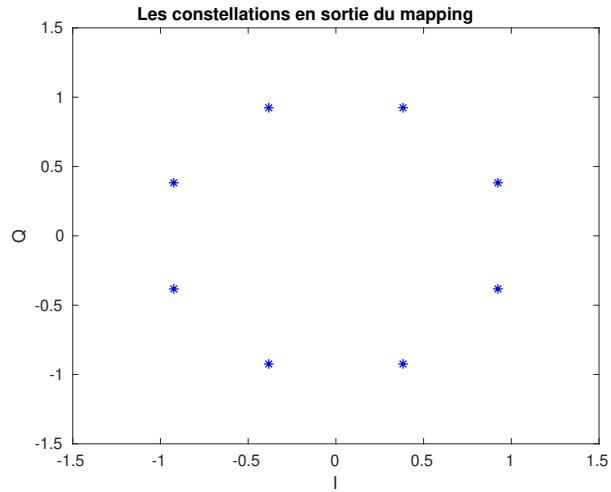
- **Chaine 4-ASK (Mono-dimensionnelles)** : Dans cette chaîne de transmission $d_k = a_k \in (-3; -1; 1; 3)$, les constellations de cette modulations est :



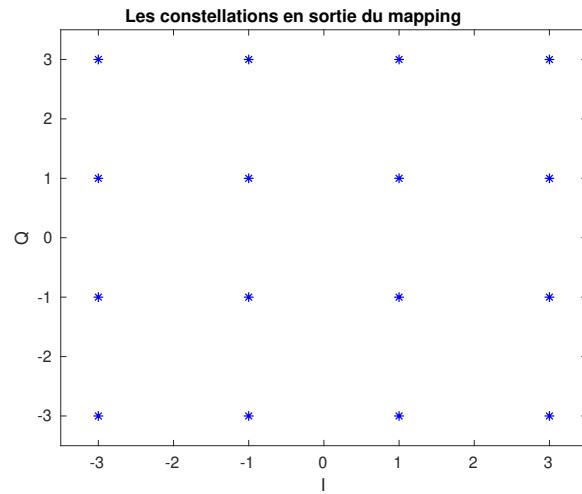
- **Chaine QPSK (Bi-dimensionnelles)** : Dans cette chaîne de transmission $d_k = a_k + jb_k = \exp\left(\frac{2\pi}{M}l + \frac{\pi}{M}\right)$ tel que $l \in (0, \dots, M-1)$ -Dans ce cas $M = 4$ -, les constellations de cette modulations est :



- **Chaine 8-PSK (Bi-dimensionnelles)** : Dans cette chaîne de transmission $d_k = a_k + jb_k = \exp\left(\frac{2\pi}{M}l + \frac{\pi}{M}\right)$ tel que $l \in (0, \dots, M-1)$ -Dans ce cas $M = 8$ -, les constellations de cette modulations est :



- **Chaine 16-QAM (Bi-dimensionnelles) :** Dans cette chaîne de transmission $d_k = a_k + jb_k = (3+3j, 3+j, \dots, -1-3j, -1-j)$ -Dans ce cas $M = 16$ -, les constellations de cette modulations est :



2. Déterminer le débit symbole (R_s) dans les quatre cas.

Le débit symbole (R_s) est donné par la formule :

$$\begin{aligned} R_s &= \frac{R_b}{\log_2(M)} \\ R_b &= \frac{1}{T_b} = \frac{\log_2(M)}{T_s} = \log_2(M)R_s \end{aligned} \quad (3.1)$$

A.N:

- **Chaine 4-ASK :**

$$\begin{aligned} R_s &= \frac{R_b}{\log_2(M)} \\ &= \frac{48000}{2} \end{aligned} \quad (3.2)$$

- **Chaine QPSK :**

$$\begin{aligned} R_s &= \frac{R_b}{\log_2(M)} \\ &= \frac{48000}{2} \end{aligned} \quad (3.3)$$

- **Chaine 8-PSK :**

$$\begin{aligned} R_s &= \frac{R_b}{\log_2(M)} \\ &= \frac{48000}{3} \end{aligned} \quad (3.4)$$

- **Chaine 16-QAM :**

$$\begin{aligned} R_s &= \frac{R_b}{\log_2(M)} \\ &= \frac{48000}{4} \end{aligned} \quad (3.5)$$

3. Calculer les efficacités spectrales des quatre transmissions proposées. Quelle est la transmission la plus efficace spectralement ? Qu'est-ce que cela veut dire ?

L'efficacité spectrale est la bande nécessaire pour transmettre le débit binaire R_b souhaité, tel que :

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{R_b}{B} = \frac{R_b}{kR_s} = \frac{R_b}{k \frac{R_b}{\log_2(M)}} \\ &= \frac{\log_2(M)}{k} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Comme on est dans le cas d'un coinus surelevé, donc :

$$B = 2(1 + \alpha) \frac{1}{2T_s} = (1 + \alpha)R_s$$

$$Or : B = \frac{\log_2(M)}{k} \quad (3.7)$$

Donc : $k = 1 + \alpha = 1.5$

A.N:

- **Chaine 4-ASK**

$$\eta = \frac{\log_2(M)}{k}$$

$$= \frac{2}{1.5} = 1.33 bits \quad (3.8)$$

- **Chaine QPSK**

$$\eta = \frac{\log_2(M)}{k}$$

$$= \frac{2}{1.5} = 1.33 bits \quad (3.9)$$

- **Chaine 8-PSK**

$$\eta = \frac{\log_2(M)}{k}$$

$$= \frac{3}{1.5} = 2 bits \quad (3.10)$$

- **Chaine 16-QAM**

$$\eta = \frac{\log_2(M)}{k}$$

$$= \frac{4}{1.5} = 2.67 bits \quad (3.11)$$

Pour la même bande, quand $M = 4$ alors 1.33 bits sont transmis, quand $M = 8$ alors 2 bits sont transmis et quand $M = 16$ alors 2.67 bits sont transmis. Plus il y'a des symboles, plus l'efficacité est élevée, le modèle 16 – QAM permet d'avoir la meilleure efficacité spectrale.

L'efficacité spectrale dépend du nombre de symboles possibles et du filtre de mise en forme.

4. La figure 3.1 donne les courbes de TEB obtenus en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en dB, pour les quatre transmissions considérées réalisées sur canal à bruit additif et Gaussien.

- En déduire les valeurs de E_b/N_0 nécessaires pour satisfaire à la spécification du TEB. Quel est le système le plus efficace en terme de puissance ? Justifiez votre réponse.

Selon l'énoncé le $TEB = 10^{-2}$ pour les quatres chaines de transmissions et pour satisfaire cette spécification, alors on trouve graphiquement les valeurs :

- **Chaine 4-ASK** : $\frac{E_b}{N_0} = 8.3dB$
- **Chaine QPSK** : $\frac{E_b}{N_0} = 4.4dB$
- **Chaine 8-PSK** : $\frac{E_b}{N_0} = 7.5dB$
- **Chaine 16-QAM** : $\frac{E_b}{N_0} = 8.3dB$

Le système le plus efficace en puissance est celui qui demande le $\frac{E_b}{N_0}$ le plus faible pour atteindre le TEB fixé, donc c'est la chaine *QPSK*.

- La chaine de transmission utilisant la modulation 4-ASK et la chaine de transmission utilisant la modulation 16-QAM présentent le même taux d'erreur binaire. Qu'est-ce-qui pourrait justifier le choix de l'une ou l'autre ?

La chaine de transmission utilisant la modulation 4-ASK et la chaine de transmission utilisant la modulation 16-QAM présentent le même taux d'erreur binaire cela implique une efficacité en puissance similaire, mais si on devait faire un choix entre les deux systèmes, on choisirait plutot 16 – *QAM* car il a une efficacité spectrale plus forte que celle de la chaine de transmission *4ASK*.

5. Si on souhaitait réaliser la transmission à travers un canal de propagation supposé à bruit additif blanc et Gaussien (AWGN) de bande passante 20 kHz, serait-il possible de réaliser chaque transmission proposée en trouvant, au niveau du récepteur, un instant optimal d'échantillonnage sans interférence entre symboles ? Expliquez votre réponse.

Le canal de propagation supposé à bruit additif blanc et Gaussien (AWGN) de bande passante 20 kHz.

On a ici un canal de type passe-bande (transmission sur fréquence porteuse. Pour pouvoir utiliser la transmissin en trouvant des instants opti-

maux d'échantillonnage sans interférences entre symboles, dans le domaine temporel "**le critère de Nyquist**" est traduit par la formule suivante :

$$\begin{cases} g(t_0) \neq 0 \\ g(t_0 + pT_s) = 0 \quad \forall p \in \mathbb{Z}^* \end{cases} \quad (3.12)$$

Mais dans ce cas, on va vérifier "**le critère de Nyquist**" dans le domaine fréquentiel, et ceci se traduit par la relation suivante :

$$\begin{aligned} \sum_k G^{t_0}(f - \frac{k}{T_s}) &= cte \\ G^{t_0}(f) &= TF\left(\frac{g(t+t_0)}{g(t_0)}\right) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Donc il faut que $G(f) = H(f)H_c(f)H_r(f)$ respecte le "**le critère de Nyquist**" dans le domaine fréquentiel sachant que $H(f)H_r(f)$ est déjà un cosinus surelevé qui permet de respecter "**le critère de Nyquist**", donc pour que $G(f)$ satisfait ceci, il faut :

$$\begin{aligned} 2\frac{1+\alpha}{2T_s} &= (1+\alpha)R_s \leq 20Khz \\ R_s &\leq \frac{20000}{1.5} \approx 13333bauds \end{aligned} \quad (3.14)$$

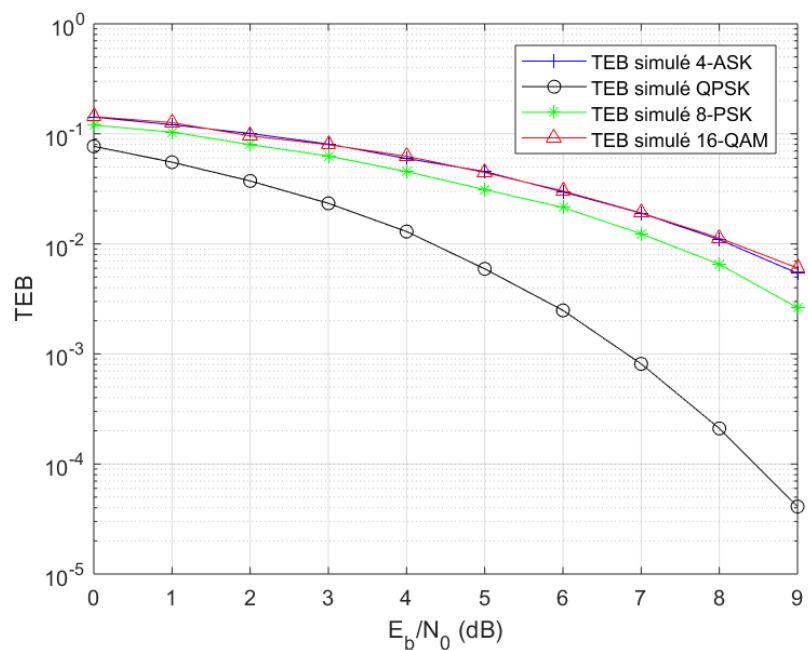


Figure 3.1: Comparaison des TEB pour les modulations ASK, PSK et QAM

3.2 Implantation sous Matlab

Il s'agira d'implanter, d'analyser et de comparer les chaines passe-bas équivalentes associées aux chaines de transmissions proposées dans l'étude théorique. Pour cela :

3.2.1 Etude de chaque chaîne de transmission

1. Implanter la chaîne complète sans bruit afin de vérifier que le TEB obtenu est bien nul. On pourra utiliser les fonctions Matlab *pskmod.m*, *pskdemod.m* et *qammod.m*, *qamdemod.m* pour réaliser les mapping/demapping et prises de décision.

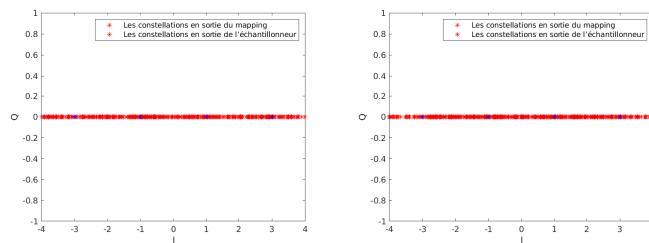
Dans les quatre chaines de transmissions, le filtres de mise en forme et réception sont identiques tels qu'ils sont en racine de cosinus surelevé avec un roll-off de 0.5, avec un débit binaire de $48kbps$ et un $TEB = 10^{-2}$. Les chaînes de transmission implantées sont des passes-bas équivalentes aux chaines de transmission sur fréquence porteuse réalisée précédemment, avec mapping de Gray de type 00; 01; 11; 10, facteur de suréchantillonnage permettant de respecter la condition de Shannon, mise en forme en racine de cosinus surélevé, ce qui a donné le signal suivant tracé en phase et en quadrature.

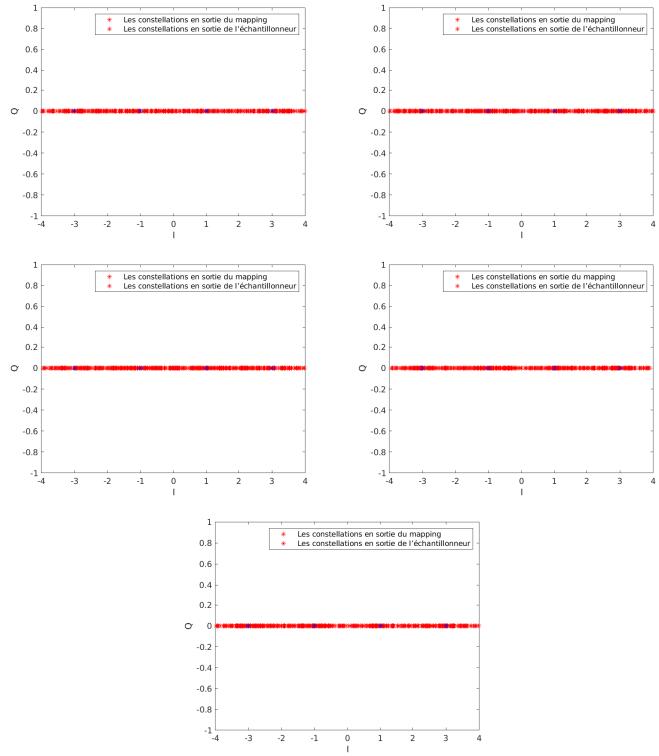
2. Rajouter le bruit et :

- Tracer les constellations en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur pour différentes valeurs de E_b/N_0 , en expliquant les différences observées.

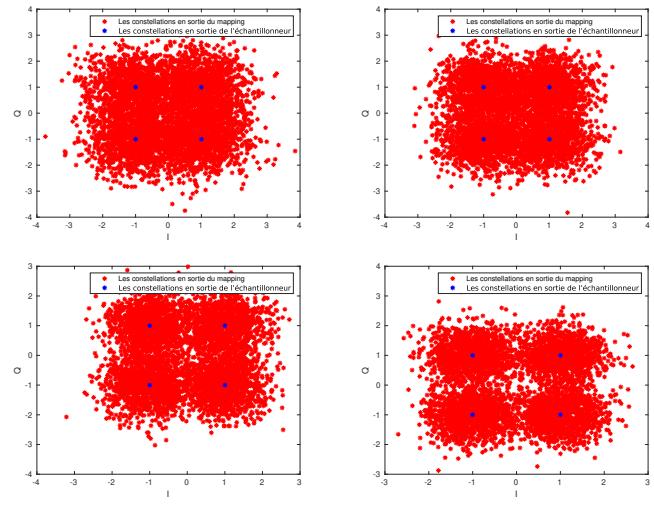
Les constellations en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur pour une valeur donnée de E_b/N_0 figure sur le tracé suivant :

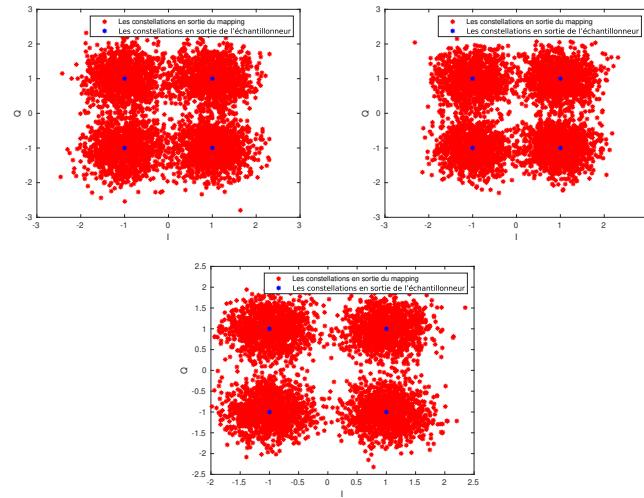
– Chaîne 4-ASK



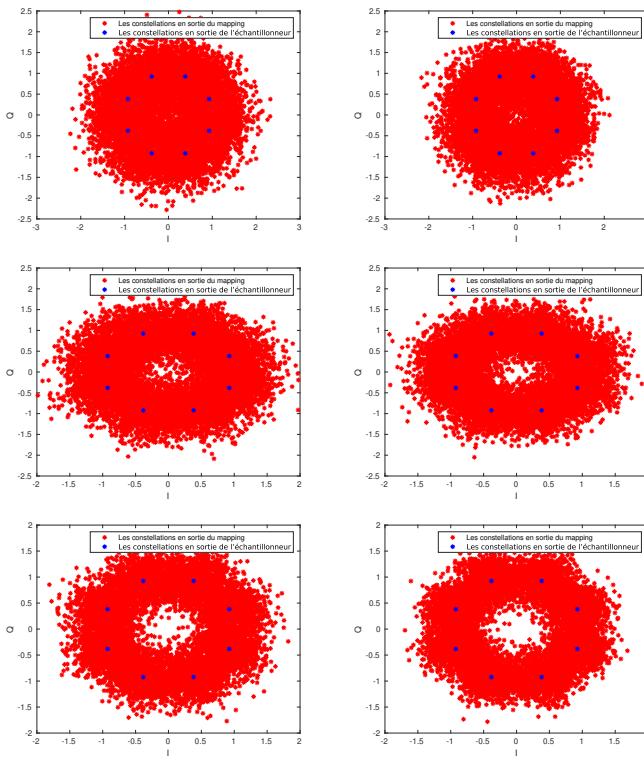


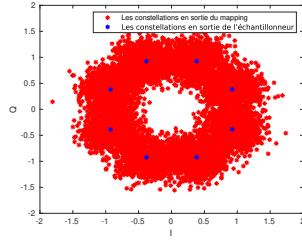
– Chaine QPSK



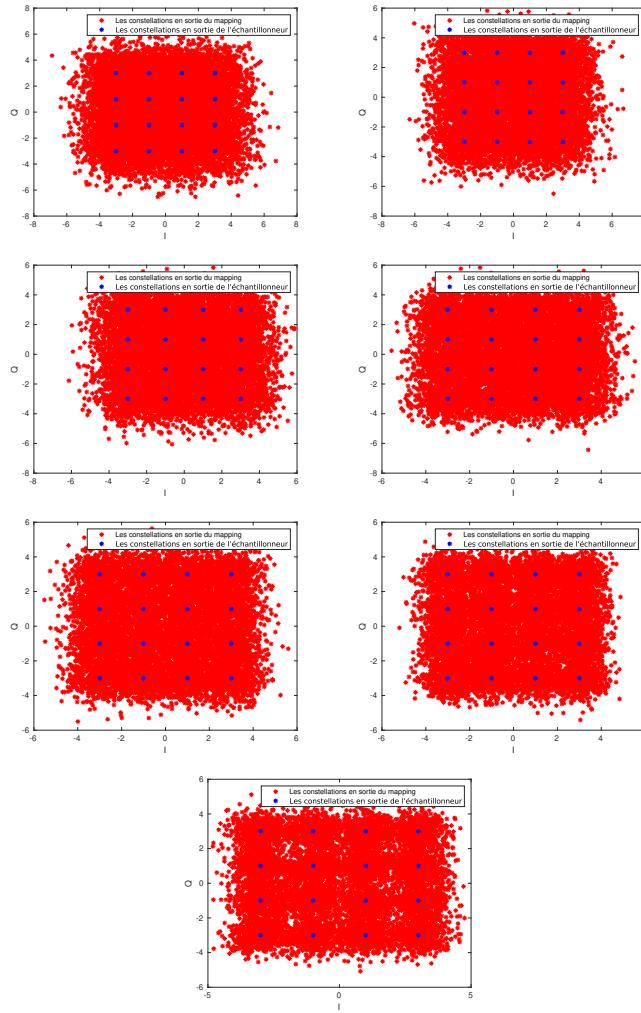


– Chaine 8-PSK





– Chaine 16-QAM



- Tracer le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels. On prendra des valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ allant de 0 à 6 dB.

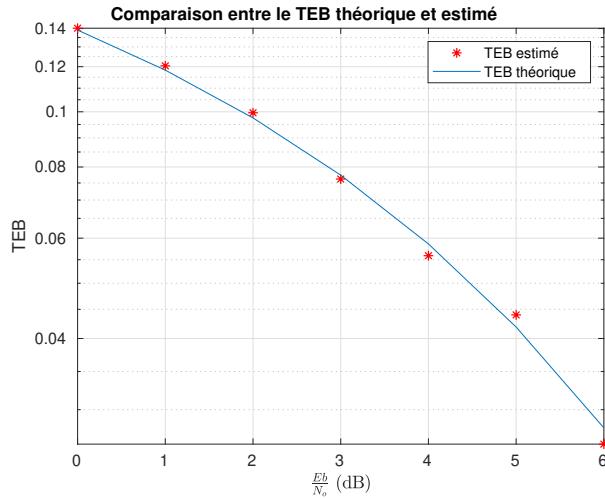
Le bruit, introduit par le canal passe-bas équivalent au canal de propagation, est cette fois un bruit complexe

$$n_e(t) = n_I(t) + jn_Q(t) \quad (3.15)$$

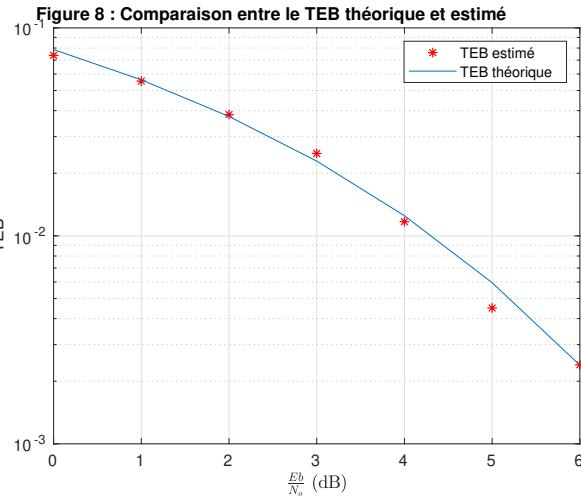
Il viendra s'ajouter sur la bande F_e avec une même puissance sur chaque voie $\sigma_{n_I}^2 = \sigma_{n_Q}^2$.

Le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur ($\frac{E_b}{N_0}$) en décibels figure sur le tracé suivant superposé avec le TEB théorique pour les différentes chaines de transmission:

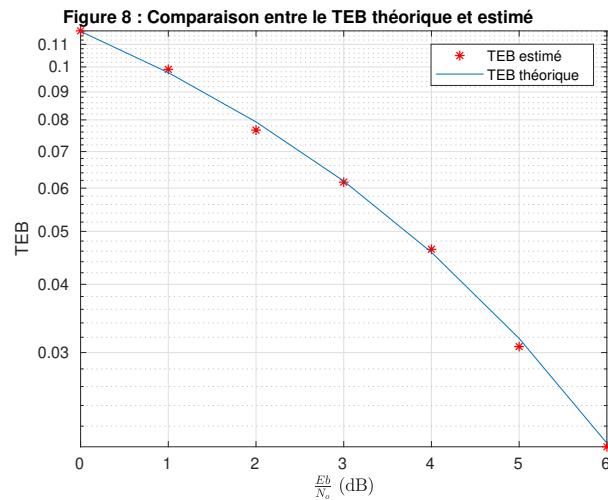
– Chaine 4-ASK :



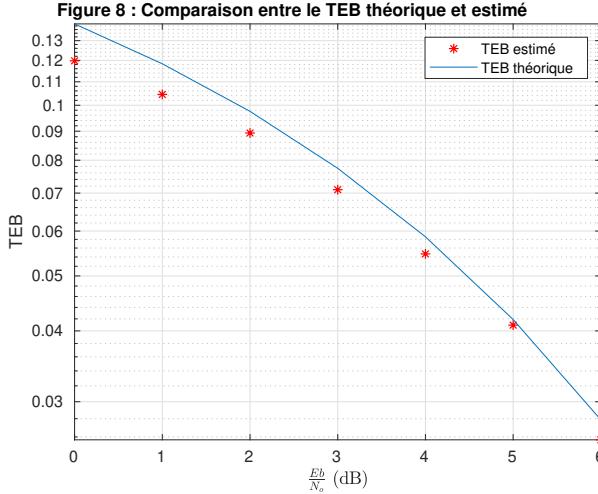
– Chaine QPSK :



– Chaine 8-PSK :



– Chaine 16-QAM :



- Comparer le TEB simulé au TEB théorique de la chaîne étudiée (tracé superposés sur une même figure). Ce tracé doit permettre de valider le bon fonctionnement de votre chaîne de transmission. Les TEBs théoriques sont donnés dans les planches de cours.

En effet les quatre chaines respectent le critère de Nyquist car l'instant d'échantillonage est tel qu'on a la suppression des Interférences entre Symboles. Aussi, on a choisi un détecteur à seuil convenable pour les quatre chaines. Le filtrage est bien un filtrage adapté car la réponse impulsionnelle du filtre de réception respecte bien la formule $h_r(t) = \lambda h(t_0 - t)$ où h désigne la réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme. La courbe montrant la superposition entre le TEB théorique et le TEB simulé.

3.2.2 Comparaison des chaines de transmission

1. En utilisant les tracés obtenus pour leurs TEBs, comparer et classer les différentes chaines de transmission en termes d'efficacité en puissance (en expliquant votre raisonnement).

Le système le plus efficace en puissance est celui qui a le plus faible pour atteindre le *TEB*, donc c'est la chaîne *QPSK*.

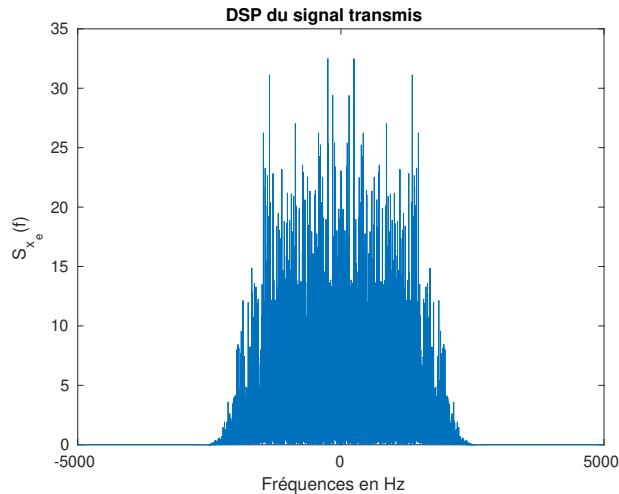
La chaîne de transmission utilisant la modulation 4-ASK et la chaîne de transmission utilisant la modulation 16-QAM présentent le même taux d'erreur binaire cela implique une efficacité en puissance similaire, le système

8PSK est bien au milieu, parce qu'il a une meilleure efficacité en puissance par rapport aux systèmes $16-QAM$ et $4-ASK$, et une efficacité en puissance plus faible que le système $QPSK$.

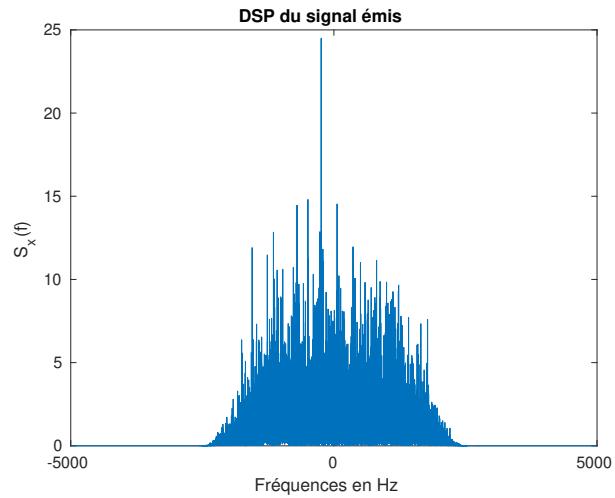
2. Pour un même débit binaire, tracer les densités spectrales de puissance des signaux émis dans les différentes chaînes de transmission étudiées afin de les comparer en termes d'efficacité spectrale et de les classer (en expliquant votre raisonnement).

Le tracé de la densité spectrale de puissance, effectué par la méthode du périodogramme, des quatre chaînes de transmission :

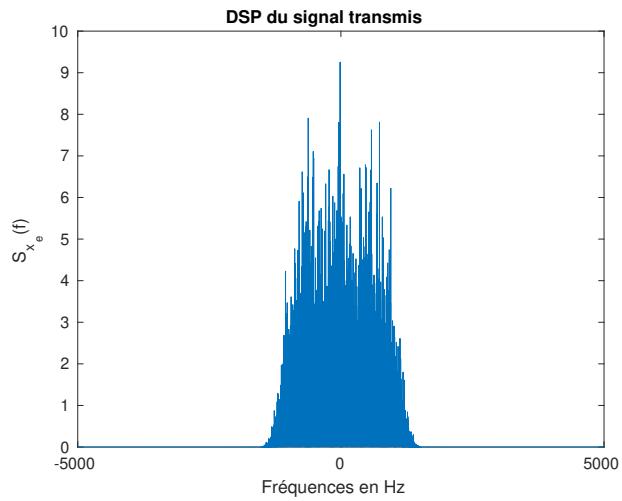
- **Chaine 4-ASK :**



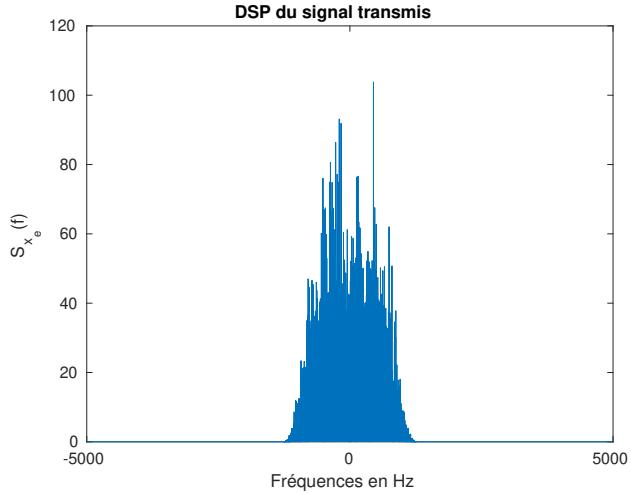
- **Chaine QPSK :**



- Chaine 8-PSK :



- Chaine 16-QAM :



Comme montré précédemment l'efficacité spectrale dépend du débit binaire et de la bande occupée par le signal :

$$\eta = \frac{R_b}{B} = \frac{\log_2(M)}{k} \quad (3.16)$$

Or k (coefficeint de proportionnalité) qui dépend de la nature du filtre est le même pour toutes les différentes modulations. En effet chacune de ses modulations utilisent un filtre en racine de cosinus surélevé avec un même coefficient de roll-off. D'où la modulation la plus efficace en terme de bande spectrale est celle qui possède un nombre de symboles M le plus élevé. D'où la modulation la plus performante en terme de bande spectrale est la modulation 16-QAM qui a un nombre $M = 16$. Comme le montre le graphique on voit bien que la bande occupée par 16-QAM est la moins large donc la plus efficace en densité spectrale, suivie par 8 – PSK, et finalement les deux restantes.

Conclusion

Il ressort de ce TP que pour avoir une transmission optimale, sur fréquence porteuse, il est nécessaire que la chaîne :

- Possède un mapping de Gray pour limiter les erreurs de détection.
- Possède un facteur de suréchantillonage afin de respecter le critère de Shannon.
- Respecte le critère de Nyquist.
- Possède un filtrage adapté.
- Possède des instants d'échantillonages optimaux et un détecteur à seuil avec seuils optimaux.

Les chaînes les plus efficaces en puissance et en occupation spectrale sont celles qui possèdent un nombre de symbole M petit et utilise un filtre en racine de cosinus surélevé. Pour ce qui est des transmissions sur fréquence porteuse, l'utilisation d'une chaîne passe-bas équivalente plutôt qu'une transmission sur fréquence porteuse permet d'avoir une densité spectrale de puissance centrée en 0. La modulations sont celles qui sont les plus performantes en termes de puissance mais la modulation 16-QAM est celle la plus efficace spectralement.

Bibliographie

- <http://thomas.perso.enseeiht.fr/DigitalCommunications.html>
- M. Joindot, A. Glavieux, Introduction aux communications numériques
- <https://fr.mathworks.com/help/matlab/>
- <http://univ-toulouse-scholarvox.com.gorgone.univ-toulouse.fr/catalog/book/88834121>