

# Sémantique et Traduction des Langages

## Majeure Sciences et Ingénierie du Logiciel

Marc Pantel

2020 – 2021

# Organisation

- ▶ Cours : 10 séances – Marc Pantel
- ▶ TD : 8 séances – Marc Pantel/Neeraj Singh
- ▶ TP : 9 séances – Marc Pantel/Neeraj Singh
- ▶ Mini Projets (20%) en binôme : 2 séances de suivi + 1 test  
Finalisation travaux de TP sur langage fonctionnel miniML  
Finalisation travaux de TP sur langage impératif miniC
- ▶ Projet (40%) en quadrinôme : 5 séances de suivi + 1 test  
Extension du langage miniC avec technologies objets
- ▶ Examen (40%) : 1h30 avec documents
- ▶ Urgent : Constituer les quadrinômes et binômes associés
- ▶ Alternative 1 : Pas de confinement
  - ▶ Travaux Dirigés en présenciel
  - ▶ Travaux Pratiques à décider
- ▶ Alternative 2 : Confinement
  - ▶ Combinaison TD/TP à distance

# Organisation

- ▶ Cours : 10 séances – Marc Pantel
- ▶ TD : 8 séances – Marc Pantel/Neeraj Singh
- ▶ TP : 9 séances – Marc Pantel/Neeraj Singh
- ▶ Mini Projets (20%) en binôme : 2 séances de suivi + 1 test  
Finalisation travaux de TP sur langage fonctionnel miniML  
Finalisation travaux de TP sur langage impératif miniC
- ▶ Projet (40%) en quadrinôme : 5 séances de suivi + 1 test  
Extension du langage miniC avec technologies objets
- ▶ Examen (40%) : 1h30 avec documents
- ▶ Urgent : Constituer les quadrinômes et binômes associés
- ▶ Alternative 1 : Pas de confinement
  - ▶ Travaux Dirigés en présenciel
  - ▶ Travaux Pratiques à décider
- ▶ Alternative 2 : Confinement
  - ▶ Combinaison TD/TP à distance

# Organisation

- ▶ Cours : 10 séances – Marc Pantel
- ▶ TD : 8 séances – Marc Pantel/Neeraj Singh
- ▶ TP : 9 séances – Marc Pantel/Neeraj Singh
- ▶ Mini Projets (20%) en binôme : 2 séances de suivi + 1 test  
Finalisation travaux de TP sur langage fonctionnel miniML  
Finalisation travaux de TP sur langage impératif miniC
- ▶ Projet (40%) en quadrinôme : 5 séances de suivi + 1 test  
Extension du langage miniC avec technologies objets
- ▶ Examen (40%) : 1h30 avec documents
- ▶ **Urgent :** Constituer les quadrinômes et binômes associés
- ▶ Alternative 1 : Pas de confinement
  - ▶ Travaux Dirigés en présenciel
  - ▶ Travaux Pratiques à décider
- ▶ Alternative 2 : Confinement
  - ▶ Combinaison TD/TP à distance

# Organisation

- ▶ Cours : 10 séances – Marc Pantel
- ▶ TD : 8 séances – Marc Pantel/Neeraj Singh
- ▶ TP : 9 séances – Marc Pantel/Neeraj Singh
- ▶ Mini Projets (20%) en binôme : 2 séances de suivi + 1 test  
Finalisation travaux de TP sur langage fonctionnel miniML  
Finalisation travaux de TP sur langage impératif miniC
- ▶ Projet (40%) en quadrinôme : 5 séances de suivi + 1 test  
Extension du langage miniC avec technologies objets
- ▶ Examen (40%) : 1h30 avec documents
- ▶ **Urgent** : Constituer les quadrinômes et binômes associés
- ▶ **Alternative 1 : Pas de confinement**
  - ▶ Travaux Dirigés en présenciel
  - ▶ Travaux Pratiques à décider
- ▶ Alternative 2 : Confinement
  - ▶ Combinaison TD/TP à distance

# Organisation

- ▶ Cours : 10 séances – Marc Pantel
- ▶ TD : 8 séances – Marc Pantel/Neeraj Singh
- ▶ TP : 9 séances – Marc Pantel/Neeraj Singh
- ▶ Mini Projets (20%) en binôme : 2 séances de suivi + 1 test  
Finalisation travaux de TP sur langage fonctionnel miniML  
Finalisation travaux de TP sur langage impératif miniC
- ▶ Projet (40%) en quadrinôme : 5 séances de suivi + 1 test  
Extension du langage miniC avec technologies objets
- ▶ Examen (40%) : 1h30 avec documents
- ▶ **Urgent** : Constituer les quadrinômes et binômes associés
- ▶ Alternative 1 : Pas de confinement
  - ▶ Travaux Dirigées en présenciel
  - ▶ Travaux Pratiques à décider
- ▶ **Alternative 2 : Confinement**
  - ▶ Combinaison TD/TP à distance

# Plan du cours

- ▶ Introduction
  - ▶ Rappels : Modélisation, Automates et Graphes, GLS
  - ▶ Architecture générale
  - ▶ Formes de sémantique
- ▶ Interprétation
  - ▶ Sémantique opérationnelle
  - ▶ Sémantique axiomatique
- ▶ Compilation
  - ▶ Table des Symboles, Arbre abstrait
  - ▶ Typage
  - ▶ Modèle mémoire, Génération de code
  - ▶ Sémantique translationnelle, dénotationnelle
- ▶ Vérification de correction

# Plan du cours

- ▶ Introduction
  - ▶ Rappels : Modélisation, Automates et Graphes, GLS
  - ▶ Architecture générale
  - ▶ Formes de sémantique
- ▶ **Interprétation**
  - ▶ **Sémantique opérationnelle**
  - ▶ **Sémantique axiomatique**
- ▶ Compilation
  - ▶ Table des Symboles, Arbre abstrait
  - ▶ Typage
  - ▶ Modèle mémoire, Génération de code
  - ▶ Sémantique translationnelle, dénotationnelle
- ▶ Vérification de correction



# Plan du cours

- ▶ Introduction
  - ▶ Rappels : Modélisation, Automates et Graphes, GLS
  - ▶ Architecture générale
  - ▶ Formes de sémantique
- ▶ Interprétation
  - ▶ Sémantique opérationnelle
  - ▶ Sémantique axiomatique
- ▶ Compilation
  - ▶ Table des Symboles, Arbre abstrait
  - ▶ Typage
  - ▶ Modèle mémoire, Génération de code
  - ▶ Sémantique translationnelle, dénotationnelle
- ▶ Vérification de correction

# Plan du cours

- ▶ Introduction
  - ▶ Rappels : Modélisation, Automates et Graphes, GLS
  - ▶ Architecture générale
  - ▶ Formes de sémantique
- ▶ Interprétation
  - ▶ Sémantique opérationnelle
  - ▶ Sémantique axiomatique
- ▶ Compilation
  - ▶ Table des Symboles, Arbre abstrait
  - ▶ Typage
  - ▶ Modèle mémoire, Génération de code
  - ▶ Sémantique translationnelle, dénotationnelle
- ▶ Vérification de correction

# Rappels

- ▶ Modélisation :
  - ▶ Structure algébrique des langages
  - ▶ Spécification des langages :
    - ▶ Expressions régulières,
    - ▶ Grammaire (règles de production, EBNF, Conway)
- ▶ Automates et Théorie des Langages
  - ▶ Automates, Automates à piles, Analyseur descendant récursif
  - ▶ Générateurs d'analyseurs lexicaux et syntaxiques
- ▶ Ingénierie Dirigée par les Modèles
  - ▶ Métamodèles :
    - ▶ Représentation abstraite du langage (MOF),
    - ▶ Règles de bonne formation (OCL)
  - ▶ Syntaxe concrète texte : Xtext

# Rappels

- ▶ Modélisation :
  - ▶ Structure algébrique des langages
  - ▶ Spécification des langages :
    - ▶ Expressions régulières,
    - ▶ Grammaire (règles de production, EBNF, Conway)
- ▶ Automates et Théorie des Langages
  - ▶ Automates, Automates à piles, Analyseur descendant récursif
  - ▶ Générateurs d'analyseurs lexicaux et syntaxiques
- ▶ Ingénierie Dirigée par les Modèles
  - ▶ Métamodèles :
    - ▶ Représentation abstraite du langage (MOF),
    - ▶ Règles de bonne formation (OCL)
  - ▶ Syntaxe concrète texte : Xtext

# Rappels

- ▶ Modélisation :
  - ▶ Structure algébrique des langages
  - ▶ Spécification des langages :
    - ▶ Expressions régulières,
    - ▶ Grammaire (règles de production, EBNF, Conway)
- ▶ Automates et Théorie des Langages
  - ▶ Automates, Automates à piles, Analyseur descendant récursif
  - ▶ Générateurs d'analyseurs lexicaux et syntaxiques
- ▶ Ingénierie Dirigée par les Modèles
  - ▶ Métamodèles :
    - ▶ Représentation abstraite du langage (MOF),
    - ▶ Règles de bonne formation (OCL)
  - ▶ Syntaxe concrète texte : Xtext

# Principes essentiels

Communication = Echange d'informations

- Besoins :
- ▶ Représenter les informations possibles
  - ▶ Reconnaître une information
  - ▶ Exploiter une information

Organisation stratifiée : information structurée

Informatique : Science du traitement de l'information

Computer science : Science de la « machine à calculer »

- Essentiel :
- ▶ Description et manipulation de l'information (langage),
  - ▶ Traitement d'une information quelconque,
  - ▶ Traitement d'une manipulation quelconque

- D'où :
- ▶ Description formelle du langage
  - ▶ Génération automatique des outils de manipulation

# Références bibliographiques

- ▶ Hopcroft, Ullman, Introduction to automata theory, languages and computation, Addison-Wesley, 1979.
- ▶ Stern, Fondements mathématiques de l'informatique, McGraw-Hill, 1990.
- ▶ Carton, Langages formels, calculabilité et complexité, Vuibert, 2008.
- ▶ Aho, Sethi, Ullman, Compilateurs : Principes, Techniques et Outils, InterEditions, 1989.
- ▶ Fisher, Leblanc, Crafting a compiler in ADA/in C, Benjamin Cummings, 1991.
- ▶ Wilhem, Maurer, Les compilateurs : Théorie, construction, génération, Masson, 1994.
- ▶ Appel, Modern Compiler Implementation in Java/ML/C, Cambridge University Press, 1998.
- ▶ Winskel, The formal semantics of programming languages : An introduction, MIT Press, 1993.
- ▶ Lämmel, Software Languages : Syntax, Semantics and Metaprogramming, Springer (under review), 2017.

# Exemple : fichier /etc/hosts

- Fichier tel qu'il est affiché :

```
#_Ceci_est_un_commentaire

127.0.0.1      ->hal9000_localhost

#_En_voici_un_autre

147.127.18.144    ->phoenix.enseeiht.fr
```

- Informations brutes : caractères

0000000	#	sp	C	e	c	i	sp	e	s	t	sp	u	n	sp	c	o
0000020	m	m	e	n	t	a	i	r	e	nl	nl	1	2	7	.	0
0000040	.	0	.	1	ht	h	a	l	9	0	0	0	sp	l	o	c
0000060	a	l	h	o	s	t	nl	nl	#	sp	E	n	sp	v	o	i
0000100	c	i	sp	u	n	sp	a	u	t	r	e	nl	nl	1	4	7
0000120	.	1	2	7	.	1	8	.	1	4	4	ht	p	h	o	e
0000140	n	i	x	.	e	n	s	e	e	i	h	t	.	f	r	nl
0000160																



# Analyse lexicale

- Informations élémentaires : **commentaire**, **nombre**, **identificateur**, `.` (unités lexicales)

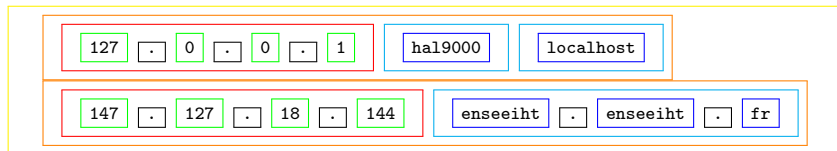
- Résultat de l'analyse lexicale :

```
# Ceci est un commentaire 127 . 0 . 0 . 1
hal9000 localhost # En voici un autre 147 .
127 . 18 . 144 enseiht . enseiht . fr
```

- Spécification des unités lexicales : Expressions régulières
  - Commentaire :  $\#[^\\n]^*\\n$
  - Nombre :  $[0-9]^+$
  - Identificateur :  $[a-bA-B][a-bA-B0-9]^*$

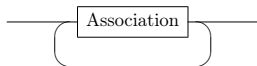
# Analyse syntaxique

- Informations structurées (unités syntaxiques) :
  - Premier niveau : **adresse IP**, **nom qualifié**
  - Deuxième niveau : **association**
  - Troisième niveau : **document**

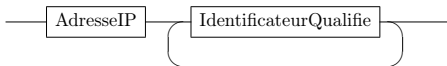


- Spécification des unités syntaxiques : Grammaires (notation de Conway)

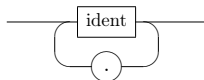
*Document*



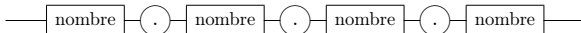
*Association*



*IdentificateurQualifie*

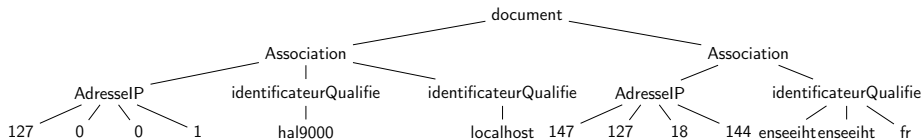


*AdresseIP*

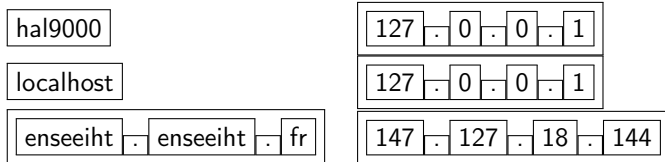


# Analyse sémantique

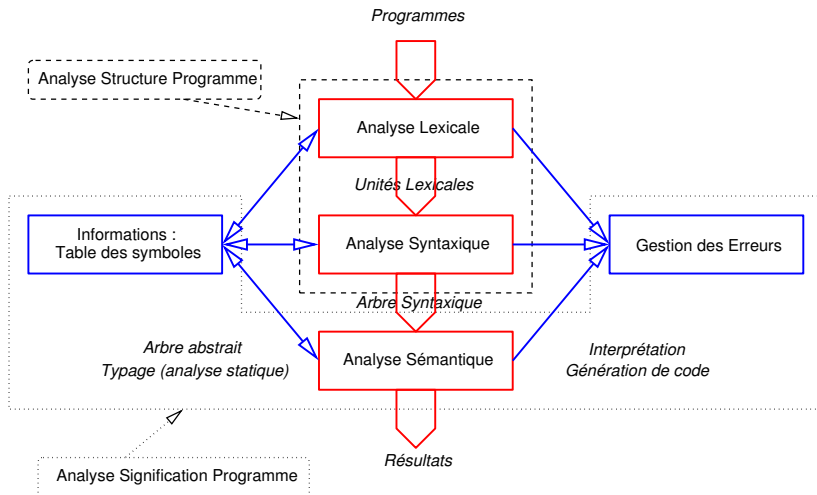
- Structure arborescente associée :



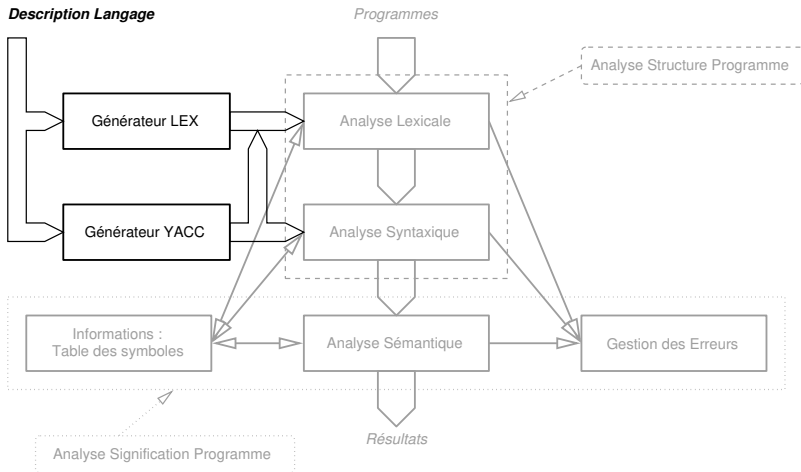
- Exploitation des informations : association nom qualifié/adresse IP (unités sémantiques)



# Structure d'un outil

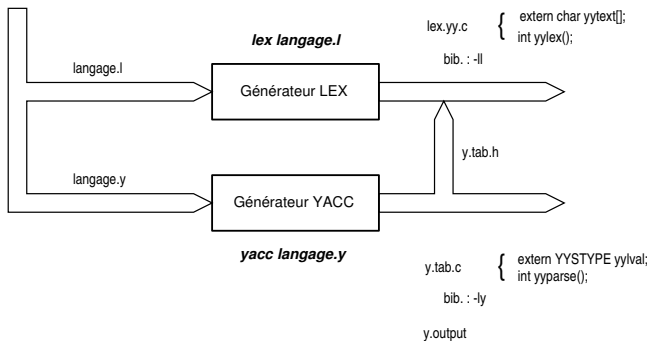


# Exemple lex et yacc



# Exemple lex et yacc

## Description Langage



# Définitions

- ▶ Caractère/Symbole : Unité élémentaire d'information
- ▶ Unité lexicale (lexème, mot) : Séquence de caractères
- ▶ Unité syntaxique (arbre syntaxique, syntème, phrase) : Arbre d'unités lexicales
- ▶ Unité sémantique : diverses (arbre abstrait, table des symboles, type, code généré, résultat évaluation, ...)

# Comment organiser les informations ?

- ▶ Objectif : Exploitation des informations
- ▶ Règle : Choisir le bon niveau de précision
- ▶ Unité lexicale : Bloc élémentaire d'information pertinente
- ▶ Unité syntaxique : Élément structurant de l'information



# Sémantique formelle des langages

- ▶ Objectif : Modélisation la sémantique avec des outils mathématique
- ▶ Atteindre la qualité de la modélisation de la syntaxe
- ▶ Etudier la cohérence et la complétude
- ▶ Prouver la correction des outils
- ▶ Générer automatiquement les outils
- ▶ Différentes formes :
  - ▶ Sémantique opérationnelle : Mécanisme d'exécution des programmes
  - ▶ Sémantique axiomatique : Mécanisme de vérification des programmes
  - ▶ Sémantique translationnelle : Traduction vers un autre langage équipé d'une sémantique formelle
  - ▶ Sémantique dénotationnelle : Traduction vers un formalisme mathématique
- ▶ Validation des sémantique par étude équivalence entre formes

- ▶ Expressions : sans effets de bord, similaire dans tous les langages
- ▶ Partie fonctionnelle : sans effets de bord
- ▶ Partie Impérative : effets de bord, y compris dans les expressions et la partie fonctionnelle

- ▶ Expressions : sans effets de bord, similaire dans tous les langages
- ▶ **Partie fonctionnelle : sans effets de bord**
- ▶ Partie Impérative : effets de bord, y compris dans les expressions et la partie fonctionnelle

- ▶ Expressions : sans effets de bord, similaire dans tous les langages
- ▶ Partie fonctionnelle : sans effets de bord
- ▶ Partie Impérative : effets de bord, y compris dans les expressions et la partie fonctionnelle

## ► Expressions :

$$\begin{array}{lcl}
 \textit{Expr} & \rightarrow & \textit{Ident} \\
 & | & \textit{Const} \\
 & | & \textit{Expr Binaire Expr} \\
 & | & \textit{Unaire Expr} \\
 & | & ( \textit{Expr} )
 \end{array}$$

$$\textit{Const} \rightarrow \textit{entier} \mid \textit{booléen}$$

$$\textit{Unaire} \rightarrow -$$

$$\begin{array}{lcl}
 \textit{Binaire} & \rightarrow & + \mid - \mid * \mid / \mid \% \mid \& \mid \mid \\
 & | & == \mid != \mid < \mid <= \mid > \mid >=
 \end{array}$$

► Partie Fonctionnelle :

$$\begin{array}{lcl} Expr & \rightarrow & \dots \\ & | & \text{let } Ident = Expr \text{ in } Expr \\ & | & \text{if } Expr \text{ then } Expr \text{ else } Expr \\ & | & \text{fun } Ident \rightarrow Expr \\ & | & (Expr) Expr \\ & | & \text{let rec } Ident = Expr \text{ in } Expr \end{array}$$

► Partie Impératives :

$$\begin{array}{lcl} Expr & \rightarrow & \text{ref } Expr \\ & | & ! Expr \\ & | & Expr := Expr \\ & | & Expr ; Expr \\ & | & \text{while } Expr \text{ do } Expr \text{ done} \end{array}$$

# Interprétation : Principes généraux

- ▶ Programme qui exécute un programme (émulateur, machine virtuelle, ...)
- ▶ Langage hôte/support : Langage de programmation de l'interprète
- ▶ Représenter le programme comme une donnée
- ▶ Représenter l'exécution comme des données et algorithmes
  - ▶ Résultats de l'exécution (dont intermédiaires)
  - ▶ Ne pas oublier les erreurs d'exécution (résultats possibles)
  - ▶ Pour chaque construction exécutable du langage, identifier :
    1. Variantes selon résultats intermédiaires
    2. Étapes dans chaque variante
    3. Contraintes entre les étapes

# Interprétation : Principes généraux

- ▶ Programme qui exécute un programme (émulateur, machine virtuelle, ...)
- ▶ Langage hôte/support : Langage de programmation de l'interprète
- ▶ **Représenter le programme comme une donnée**
- ▶ Représenter l'exécution comme des données et algorithmes
  - ▶ Résultats de l'exécution (dont intermédiaires)
  - ▶ Ne pas oublier les erreurs d'exécution (résultats possibles)
  - ▶ Pour chaque construction exécutable du langage, identifier :
    1. Variantes selon résultats intermédiaires
    2. Étapes dans chaque variante
    3. Contraintes entre les étapes



# Interprétation : Principes généraux

- ▶ Programme qui exécute un programme (émulateur, machine virtuelle, ...)
- ▶ Langage hôte/support : Langage de programmation de l'interprète
- ▶ Représenter le programme comme une donnée
- ▶ Représenter l'exécution comme des données et algorithmes
  - ▶ Résultats de l'exécution (dont intermédiaires)
  - ▶ Ne pas oublier les erreurs d'exécution (résultats possibles)
  - ▶ Pour chaque construction exécutable du langage, identifier :
    1. Variantes selon résultats intermédiaires
    2. Étapes dans chaque variante
    3. Contraintes entre les étapes

# Représentation des programmes et de l'exécution

- ▶ Programmes :
  - ▶ Arbres abstraits : Abstraction de l'arbre de dérivation (arbre syntaxique)
  - ▶ Structure de graphe (relation définition/utilisation)
    - ▶ Approche objet : Métamodèles
    - ▶ Approche fonctionnelle : Structure d'arbres + Tables des symboles
- ▶ Exécution :
  - ▶ Valeurs : Exploiter les types de base du langage hôte (booléen, entier, flottant, caractère, chaîne de caractère, ...)
  - ▶ Déclarations : Utilisation d'un dictionnaire (table des symboles)
  - ▶ Mémoire : Adresses et Espace de données associé

# Représentation des programmes et de l'exécution

- ▶ Programmes :
  - ▶ Arbres abstraits : Abstraction de l'arbre de dérivation (arbre syntaxique)
  - ▶ Structure de graphe (relation définition/utilisation)
    - ▶ Approche objet : Métamodèles
    - ▶ Approche fonctionnelle : Structure d'arbres + Tables des symboles
- ▶ Exécution :
  - ▶ Valeurs : Exploiter les types de base du langage hôte (booléen, entier, flottant, caractère, chaîne de caractère, ...)
  - ▶ Déclarations : Utilisation d'un dictionnaire (table des symboles)
  - ▶ Mémoire : Adresses et Espace de données associé

# Application à miniML

- ▶ Arbre abstrait : voir vidéo séparée
- ▶ Valeurs :

$$\begin{array}{ccc} \textit{Valeur} & \rightarrow & \textit{Const} \\ | & & \perp \end{array}$$

- ▶ Algorithme d'exécution : voir vidéo séparée

# Sémantique Opérationnelle

- ▶ Objectif : Décrire formellement les mécanismes d'exécution des programmes d'un langage
- ▶ Principe :
  - ▶ Exploiter la syntaxe du langage
  - ▶ Décrire l'exécution comme une transformation des programmes
- ▶ Notation : Règles de déduction

- ▶ Soient  $J_1, \dots, J_n$  et  $J$  des jugements :

	Notation	Signification
Déduction	$\frac{J_1 \quad J_n}{J}$	si $J_1$ et ...et $J_n$ sont valides alors $J$ est valide
Axiome	$\frac{}{J}$	$J$ est valide

- ▶ Jugement d'exécution à grand pas :  $\gamma \vdash e \Rightarrow v$ 
  - ▶  $\gamma$  : environnement (association *Ident* / *Valeur*)
  - ▶  $e$  : expression (*Expr*)
  - ▶  $v$  : valeur (*Valeur*)
- ▶ Partie haute : Étapes intermédiaires (appels récursifs dans interpréte miniML)
- ▶ Partie basse : Construction traitée par la règle

# miniML : Constantes et Accès identificateur

- ▶ Constante : Valeur ne change pas

$$\frac{}{\gamma \vdash \text{entier} \Rightarrow \text{entier}}$$

$$\frac{}{\gamma \vdash \text{booleen} \Rightarrow \text{booleen}}$$

- ▶ Identificateur : Accès à l'environnement
  - ▶ Présent : Transmission valeur associée

$$\frac{x \in \gamma \quad \gamma(x) = v}{\gamma \vdash x \Rightarrow v}$$

- ▶ Absent : Cas d'erreur

$$\frac{x \notin \gamma}{\gamma \vdash x \Rightarrow \perp_{\text{undef}}}$$

# miniML : Opérateur Unaire

- ▶ Étape préliminaire : Calcul du paramètre
- ▶ Variante 1 : Résultat correct du bon type

$$\frac{\gamma \vdash e \Rightarrow v \quad v \neq \perp \quad v \in \text{dom } op \quad v' = op \, v}{\gamma \vdash op \, e \Rightarrow v'}$$

- ▶ Variante 2 : Résultat erroné

$$\frac{\gamma \vdash e \Rightarrow v \quad v = \perp_c}{\gamma \vdash op \, e \Rightarrow \perp_c}$$

- ▶ Variante 3 : Résultat correct du mauvais type

$$\frac{\gamma \vdash e \Rightarrow v \quad v \neq \perp \quad v \notin \text{dom } op}{\gamma \vdash op \, e \Rightarrow \perp_{type}}$$

## miniML : Opérateur Binaire

- ▶ Étapes préliminaires : Calcul des paramètres
- ▶ Question : Y a t'il un ordre particulier ?
- ▶ En absence d'effets de bord : Non, concurrence/parallélisme possible
- ▶ Variante 1 : Résultats corrects du bon type

$$\frac{\begin{array}{l} \gamma \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad v_1 \neq \perp \\ \gamma \vdash e_2 \Rightarrow v_2 \quad v_2 \neq \perp \end{array} \quad v_1 \times v_2 \in \text{dom } op \quad v = v_1 \text{ op } v_2}{\gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 \Rightarrow v}$$

- ▶ Variante 2 : Résultat(s) erroné(s)

$$\frac{\gamma \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad v_1 = \perp_c}{\gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 \Rightarrow \perp_c} \quad \frac{\gamma \vdash e_2 \Rightarrow v_2 \quad v_2 = \perp_c}{\gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 \Rightarrow \perp_c}$$

- ▶ Que se passe t'il si deux erreurs se produisent de natures différentes ?
  - ▶ Définir une règle qui explicite ce cas
- ▶ Variante 3 : Résultat correct du mauvais type

$$\frac{\gamma \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad \gamma \vdash e_2 \Rightarrow v_2 \quad v_1 \neq \perp \quad v_2 \neq \perp \quad v_1 \times v_2 \notin \text{dom } op}{\gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 \Rightarrow \perp_{\text{type}}}$$



# miniML : Opérateur Binaire Droite à Gauche

- ▶ Imposons un ordre d'évaluation de droite à gauche (celui de OCaml)
- ▶ Variante 1 : Résultats corrects du bon type

$$\frac{\gamma \vdash e_2 \Rightarrow v_2 \quad v_2 \neq \perp \quad \gamma \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad v_1 \neq \perp \quad v_1 \times v_2 \in \text{dom } op \quad v = v_1 \text{ op } v_2}{\gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 \Rightarrow v}$$

Attention : Cette règle n'impose pas d'ordre

- ▶ Variante 2 : Résultat(s) erroné(s)

$$\frac{\gamma \vdash e_2 \Rightarrow v_2 \quad v_2 = \perp_c}{\gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 \Rightarrow \perp_c} \quad \frac{\gamma \vdash e_2 \Rightarrow v_2 \quad v_2 \neq \perp \quad \gamma \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad v_1 = \perp_c}{\gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 \Rightarrow \perp_c}$$

- ▶ 2 erreurs ne peuvent plus se produire en même temps
- ▶ Variante 3 : Résultat correct du mauvais type

$$\frac{\gamma \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad \gamma \vdash e_2 \Rightarrow v_2 \quad v_1 \neq \perp \quad v_2 \neq \perp \quad v_1 \times v_2 \notin \text{dom } op}{\gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 \Rightarrow \perp_{\text{type}}}$$