

武汉大学国家网络安全学院
2018-2019 学年度第 3 学期
《离散数学》期末考试试卷（ A 卷）

专业：_____ 学号：_____ 姓名：_____

说明：答案请全部写在答题纸上，写在试卷上无效。

未经主考教师同意，考试试卷、答题纸、草稿纸均不得带离考场，否则视为违规。

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | | 总分 |
|----|---|---|---|---|---|--|-----|
| 总分 | | | | | | | 100 |

一、判断题（共 10 小题，每小题 1 分，共 10 分）

1. 若 $|A| + |B| = |A \cup B|$, 则 $A \cap B = \emptyset$ ()
2. 若 $A \subseteq B$, 则 $A - B = \emptyset$ ()
3. 自然数的小于关系是等价关系 ()
4. 存在 6 个顶点, 16 条边的简单无向图 ()
5. 非同构的 3 个结点的有向树的个数是 3 ()
6. 可逆函数一定是满射的 ()
7. 在正整数集上加法和减法运算都可以保证封闭性 ()
8. “水星上面有水”不是命题。 ()
9. $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$ 是群, 单位元是 0, 每个 $i \in \mathbb{Z}$ 的逆元是 $-i$ ()
10. 自然数集是可数集 ... ()

二、单项选择题（共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

1. 半群、群及独异点的关系是 ()

A. $\{\text{半群}\} \subset \{\text{独异点}\} \subset \{\text{群}\}$
B. $\{\text{独异点}\} \subset \{\text{半群}\} \subset \{\text{群}\}$

C. $\{\text{独异点}\} \subset \{\text{群}\} \subset \{\text{半群}\}$
D. $\{\text{半群}\} \subset \{\text{群}\} \subset \{\text{独异点}\}$
2. 下述能构成集合 $S = \{\text{Alice}, \text{Bob}, \text{Tom}, \text{Jane}\}$ 的分划的是 ()

A. $\{\{\text{Alice}\}, \{\text{Bob}, \text{Alice}, \text{Tom}\}, \{\text{Jane}\}\}$

B. $\{\{\text{Alice}\}, \{\text{Bob}, \text{Jane}\}, \{\text{Tom}\}\}$

C. $\{\{\text{Bob}\}, \{\text{Jane}\}\}$

D. $\{\{\text{Cindy}\}, \{\text{Bob}\}, \{\text{Tom}\}, \{\text{Jane}\}\}$

3. 设 $A=\{a,b,c,d\}$, A 上的关系 $\rho=\{(a,a),(a,c),(b,b),(b,d),(c,c),(c,a),(d,a)\}$, 则 ρ 是 ()
A. 自反的
B. 对称的
C. 传递的
D. 以上均不是
4. 设简单无向图 G 所有结点的度数之和为 24, 则 G 中某一结点的度数可能为 ()
A. 15
B. 14
C. 13
D. 12
5. 已知 $f:A \rightarrow B$ 为一可逆函数, 则下列说法可能成立的是 ()
A. $|A|=3, |B|=2$
B. f 不是满射
C. A 为整数集, B 为偶数集
D. f 的逆函数不是单射
6. 下列构成群的是 ()
A. $\langle \text{整数集 } Z, * \rangle$
B. $\langle \text{有理数集 } Q, * \rangle$
C. $\langle \text{整数集 } Z, + \rangle$
D. $\langle \text{自然数集 } N, - \rangle$
7. 已知简单无向图 G 有 n 个结点, $n-2$ 条边 ($n>3$), 则下列说法错误的是 ()
A. 至少存在一个结点, 没有边与之相连
B. G 中一定没有回路
C. G 所有结点的度数之和为 $2n-4$
D. G 一定不是连通的
8. 下列不是可数集的是 ()
A. 0 到 1 之间的所有实数
B. 0 到 5 之间的所有有理数
C. 所有偶数
D. 1 到 100 之间的所有奇数
9. 下列公式中为永真式的是 ()
A. $(P \rightarrow Q) \wedge (\neg P) \rightarrow Q$
B. $(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$

C. $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P) \rightarrow (P \wedge Q)$ D. $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$

10. 已知简单无向图 G 是树, 且 G 有 2020 个顶点, 则 G 一定有 ()

A. 2018 条边 B. 2019 条边

C. 2020 条边 D. 2021 条边

三、填空题 (共 10 小题, 每空 2 分, 共 20 分)

1. 写出 $A = \{m, n\}$, 则 A 的幂集 $2^A =$ _____。

2. 已知 $g, h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 3x + 1$, $h(x) = x - 2$ 。则复合函数 $(g \circ h)(x) =$ _____。

3. 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 上关系 $\rho_1 = \{(1, 2), (2, 4), (3, 3)\}$, $\rho_2 = \{(2, 3), (2, 4), (4, 2)\}$, 则复合关系 $\rho_1 \circ \rho_2 =$ _____。

4. 设 $*$ 是集合 S 上的二元运算, 若运算 $*$ 满足结合律且存在 _____, 则称 $\langle S, * \rangle$ 为独异点。

5. 每个连通分支都是树的无向图称为 _____。

6. 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $R = \{(1, 2), (3, 4), (2, 2)\}$, 则 R 的自反闭包 $r(R) =$ _____。

7. 设有向图 $G = \langle V, E \rangle$, $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, 若 G 的邻接矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, 则结点 v_1 的入度 = _____。

8. 设 $P(x)$ 表示 x 是小鸟, $Q(x)$ 表示 x 有羽毛, 将命题“有羽毛的不都是小鸟”符号化 _____。

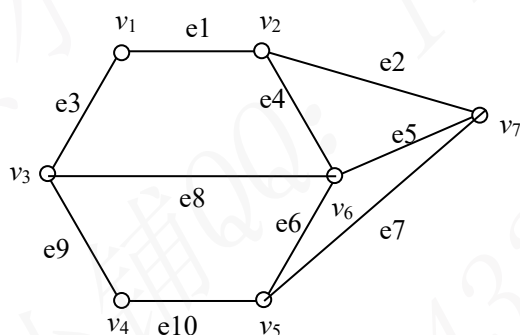
9. $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 1 < x < 10\}$, $B = \{x \mid x \text{ 为偶数}\}$, $A \cap B =$ _____。

10. 设 G 为一 27 阶循环群, g 为其生成元, 则满足 $g^{3m} = e$ 的最小正数 $m =$ _____。

四、计算和解答题 (共 5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分)

1. 二年级共有学生 180 人, 运动会有短跑、铅球、跳高三个项目。已知有 28 人三个项目都参加了, 有 65 人至少参加了两个项目。若该年级参加比赛的总人次是 220 人次, 问有多少学生没有参加任何项目。

2. 构造命题公式 $(P \wedge \neg Q)$ 的真值表。
3. 判断函数 $f: R \rightarrow R, f(x) = (x+3)(x+2)$ 是否是可逆函数？
4. 一棵树 T 有 2 个度为 4 的结点，3 个度为 3 的结点，5 个度为 2 的结点，其余均是度为 1 的结点，问 T 有几个度为 1 的结点？
5. 已知图 G 如下：
 - (1) 写出一条从 v_3 到 v_7 长度为 3 的通路；
 - (2) 写出一条长度为 5 的回路。



五、证明题（共 2 小题，每题 10 分，共 20 分）

1. 形式证明： $P \rightarrow (Q \vee R), Q \rightarrow \neg P, S \rightarrow \neg R \Rightarrow P \rightarrow \neg S$
2. 构造下面推理的证明。

“如果小明生病了，那么小明不能参加考试；如果小明不爱锻炼身体，那么小明一定会生病；小明参加了考试，所以小明一定喜爱锻炼身体。”

系主任/课程负责人签字：_____