

武汉大学 2013-2014 第二学期

概率统计 B 期终试题

(理 54 学时 B)

学院_____专业_____学号_____姓名_____

一、(12 分) 已知 $P(A) = 0.5, P(B) = 0.6, P(B|A) = 0.6$, 求 $P(AB)$ 和 $P(\bar{B}|\bar{A})$ 。

解 (1) $P(AB) = P(B|A)P(A) = 0.5 \times 0.6 = 0.3$;

(2) $P(\bar{B}|\bar{A}) = P(\bar{A}\bar{B}|\bar{A}) = 0.4$ 。

二、(12 分) 某工厂有三条生产线生产同一产品, 其产量分别占总产量的 20%, 30%, 50%;

三条生产线的优等品率依次为 0.15, 0.1, 0.2; 现从出厂的产品中任取一件, 求它是优等品的概率?

解 设 $A_i = \{\text{产品来自第 } i \text{ 条生产线}\}, i = 1, 2, 3; B = \{\text{优等品}\}$; 则

$$P(B) = \sum_{i=1}^3 P(B|A_i)P(A_i) = 0.16。$$

三、(12 分) 若随机变量 X 在区间 $(0, 5)$ 服从均匀分布; (1) 求方程 $y^2 + 2y + X = 0$ 有实根的概率。(2) 若对随机变量 X 进行 3 次独立观察, 求上方程恰好二次有实根的概率。

解 (1) $P = P\{4 - 4X \geq 0\} = \int_0^1 \frac{1}{5} dx = \frac{1}{5}$;

(2) 设方程有解的次数为 Y , 则 $Y \sim B(3, \frac{1}{5})$; 所以

$$P\{Y = 2\} = \frac{12}{125}。$$

四、(12 分) 若随机变量 (X, Y) 的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 2e^{-2x} & 0 \leq y \leq 1, x > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases};$$

(1) 求随机变量 X 和 Y 的边沿概率密度 $f_x(x); f_y(y)$;

(2) X 和 Y 是否独立?

(3) 求 $Z = X + Y$ 的概率密度。

解 (1) $f_x(x) = \begin{cases} 2e^{-2x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}; f_y(y) = \begin{cases} 1 & 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$

(2) 因为 $f(x, y) = f_x(x)f_y(y)$, 所以 X 和 Y 独立。