

# 武汉大学 2011--2012 第一学期概率统计 B 试题

(54 学时 A)

学院 \_\_\_\_\_ 专业 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_

一、(12 分) 若事件  $B$  和  $A$  满足:  $P(A) = 0.5, P(B) = 0.4, P(AB) = 0.3$

求 (1)  $P(A \cup B)$ ; (2)  $P((A-B)|A)$ 。

二、(12 分) 对以往数据的分析表明, 当机器良好时, 产品的合格率为 90%; 当机器故障时, 合格率为 30%。若每天开机时机器的良好率为 75%。试求某日的第一件产品不合格时, 机器良好的概率。

三、(12 分) 随机变量  $X, Y$  独立且都服从泊松分布  $p(\lambda)$ :

(1) 证明:  $Z = X + Y$  服从参数为  $2\lambda$  的泊松分布。

(2) 若  $P\{X=1\} = P\{X=0\}$ , 求  $E(X^2 Y^2)$ 。

四、(12 分) 随机变量  $X$  服从区间  $(0, 4)$  的均匀分布;

(1) 求关于  $y$  的方程  $y^2 + Xy + 1 = 0$  有实根的概率;

(2) 求  $Y = X^2$  的概率密度。

五、(14 分) 若随机变量  $(X, Y)$  的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 4xy & 0 < x \leq 1, 0 < y \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases};$$

(1) 求随机变量  $X$  和  $Y$  的边缘概率密度  $f_x(x); f_y(y)$ ;

(2)  $X$  和  $Y$  是否独立? (3) 求  $Z = X + Y$  的概率密度。

六、(12 分) 一商店经销某种商品, 每天的进货量  $X$  与销售量  $Y$  都服从  $[10, 20]$  上的均匀分布, 而且相互独立。已知商店每售出一单位商品可获利 1200 元, 积压一单位则亏损 300 元。试求此商店每天的平均利润。

七、(14 分) 若随机变量  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是其样本,

求 (1)  $\mu, \sigma^2$  的极大似然估计。 (2) 判别他们的无偏性。如果有偏, 化为无偏估计, 并计算其方差。

八、(12 分) 若  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_{16}$  是其样本,  $\bar{X} = 567.2, S^2 = 121.0$

问:  $\mu$  是否显著大于 560? ( $\alpha = 0.05$ ) ( $z_{0.05} = 1.65, z_{0.025} = 1.96$ )

( $t_{0.05}(15) = 1.75, t_{0.025}(15) = 2.13, t_{0.05}(16) = 1.75, t_{0.025}(16) = 2.12$ )