

武汉大学 2017-2018 学年第一学期期末考试

概率统计 B（A 卷答题卡）

|                   |  |         |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |  |
|-------------------|--|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|
| 姓名 _____ 学院 _____ |  | 考 生 学 号 |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |  |
|                   |  |         |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |  |
| 注意事项              | 1.答题前，考生先将自己的姓名、学号填写清楚，并填涂相应的考号信息点。<br>2.解答题必须使用黑色墨水的签字笔书写，不得用铅笔或圆珠笔作解答题：字体工整、笔迹清楚。<br>3.请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答题无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。<br>4.保持卷面清洁，不要折叠、不要弄破。 | [0]     | [0] | [0] | [0] | [0] | [0] | [0] | [0] | [0] | [0] | [0] | [0] | [0] |  |
|                   |  | [1]     | [1] | [1] | [1] | [1] | [1] | [1] | [1] | [1] | [1] | [1] | [1] | [1] |  |
|                   |  | [2]     | [2] | [2] | [2] | [2] | [2] | [2] | [2] | [2] | [2] | [2] | [2] | [2] |  |
|                   |  | [3]     | [3] | [3] | [3] | [3] | [3] | [3] | [3] | [3] | [3] | [3] | [3] | [3] |  |
|                   |  | [4]     | [4] | [4] | [4] | [4] | [4] | [4] | [4] | [4] | [4] | [4] | [4] | [4] |  |
|                   |  | [5]     | [5] | [5] | [5] | [5] | [5] | [5] | [5] | [5] | [5] | [5] | [5] | [5] |  |
|                   |  | [6]     | [6] | [6] | [6] | [6] | [6] | [6] | [6] | [6] | [6] | [6] | [6] | [6] |  |
|                   |  | [7]     | [7] | [7] | [7] | [7] | [7] | [7] | [7] | [7] | [7] | [7] | [7] | [7] |  |
|                   |  | [8]     | [8] | [8] | [8] | [8] | [8] | [8] | [8] | [8] | [8] | [8] | [8] | [8] |  |
| [9]               | [9]  | [9]     | [9] | [9] | [9] | [9] | [9] | [9] | [9] | [9] | [9] | [9] |     |     |  |

一、（12 分）某班 30 人，其中 15 人喜欢美术，20 人喜欢音乐，喜欢音乐的人中有一半喜欢美术，现任找一个同学；（1）求他既喜欢美术又喜欢音乐的概率。（2）若他喜欢音乐，求他不喜欢美术的概率。

二、（12 分）假设明这种扇贝的寿命  $X$  服从分布  $f(x)=\begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x>0 \\ 0 & x\leq 0 \end{cases}$ ， $\lambda=\frac{1}{200}$ （单位：1/年），求（1）他

们活过 400 年的概率；（2）100 个此扇贝中至少有一个活过 400 年的概率。

三、（12 分）某班有 36 名同学。毕业时有一半读研，四分之一的参加工作，其余出国；五年后，工作和读研的同学中有三分之一自主创业，出国的同学中有三分之二自主创业；其余正常工作。

（1）任找一个此班同学，他选择自主创业的概率是多少？

（2）若二十年后自主创业成功的概率为三分之一；校庆时正常工作同学每人捐款一万，创业成功的同学每人捐款 100 万，失败的同学不捐；试预估此班的大致捐款数额。

四、（12 分）若随机变量  $(X,Y)$  的联合概率密度为  $f(x,y)=\begin{cases} e^{-x-y} & 0<x,0<y \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ ；

(1)求随机变量  $X$  和  $Y$  的边沿缘概率密度  $f_x(x);f_y(y)$ ；并判别它们是否独立？（2）求  $Z=X+Y$  的概率密度。

五、(12 分) 若某商品每周的需求量  $X$  服从区间  $[10,30]$  的均匀分布, 而进货量为此区间内的某一整数值; 若每销售一单位商品可获利 500 元, 而积压一单位则亏损 100 元, 供不应求时可从外部调剂, 此时一单位获利 300 元; 试确定最小进货量, 使得所获利润的期望不少于 9280 元。

六、(12分) 若  $X_1, X_2, \cdots, X_n$  是正态总体  $N(0,4)$  的样本,  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$  ;  
(1) 求  $\bar{X}, S^2$  的数学期望和方差。 (2) 确定  $k$  , 使得  $t = k \frac{\bar{X}}{S}$  服从  $t$  分布。

七、(16分) 若总体  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\theta} & -\theta \leq x \leq \theta \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$  ,  $X_1, X_2, \cdots, X_n$  为样本; (1) 求  $\theta^2$  的矩估计, 并判别是否无偏。 (2) 求  $\theta$  的极大似然估计, 并判别是否无偏。 (3) 可否求  $\theta$  的一个无偏的矩估计。

八、(12 分) 某种矿石, 取 25 个样本测试, 发现品位的平均值为 32.5, 样本方差为 6.25。问: 此矿品位是不是显著高于 30? (  $\alpha = 0.05$  ) (假设矿石品位近似服从正态分布) 已知:  
 $t_{0.05}(25) = 1.708, t_{0.05}(24) = 1.712, t_{0.025}(25) = 2.060, t_{0.025}(24) = 2.064$  ,  $u_{0.05} = 1.65, u_{0.025} = 1.96$

