武汉大学 2009-2010 第一学期概率期终试题

（理 54 学时 A）

学院____________________专业______________学号____________姓名_______________

一、（12 分）若事件 B 和 A 独立，$P(A)=0.5, P(B)=0.4$，求 ⑴ $P(A+B)$；

⑵ $P((A-B)|(A+B))$。

二、（12 分）小王出去玩的时候口袋里装了 5 只苹果和 4 只梨；在路上吃了一只，到目的地后又拿一只出来。求：⑴他第一次吃的是苹果的概率？⑵如果第二次拿出来的是苹果，求他第一次吃的是苹果的概率？

三、（12 分）掷二颗骰子，记其点数之和为 X。

⑴ 写出 X 的分布律；

⑵ 求 $E(X), D(X)$。

四、（16 分）若随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-y} & 0\le x\le 1, y>0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases};$$

⑴求随机变量 X 和 Y 的边沿概率密度 $f_X(x); f_Y(y)$；

⑵ X 和 Y 是否独立 ？

⑶求 $Z=X+Y$ 的概率密度。

五、（10 分）若随机变量 (X,Y) 在 $D{:}0\le x\le 1, x^2\le y\le x$ 上服从均匀分布，求他们的协方差 。

六、（10 分）若有一批体积相同的箱子，这些箱子的平均重量为 10 千克，标准差为 2 千克，问最多装多少箱能保证他们总重超过 1000 千克的概率小于 2.3%？（已知 $\Phi(2.0)=0.977$）

七、（16 分） 若总体 X 在（0，θ）上服从均匀分布，θ 未知，$X_1, X_2, \ldots X_n$ 为样本；

⑴求 θ 的矩估计； ⑵求 θ 的极大似然估计；

⑶它们是否为无偏估计，如果不是，将他们化为无偏估计。

⑷以上二个无偏估计那个更有效？

八、（12 分）据报道：某地发现一个铁矿石，取 25 个样本测试，发现品位的平均值为 68.5，样本方差为 6.25；如果说品位大于 65 即为高品位矿石。问：此矿是不是高品位的？（$\alpha=0.05$）（假设铁矿石品位近似服从正态分布）

已知：$t_{0.05}(25)=1.708, t_{0.05}(24)=1.712, t_{0.025}(25)=2.060, t_{0.025}(24)=2.064$

$u_{0.05}=1.65, u_{0.025}=1.96$

武汉大学 2009-2010 第一学期概率期终试题

答案（理 54 学时 A）

学院____________________专业______________学号____________姓名________________

一、（12 分）(1) $P(A+B)=0.7$；(2) $P((A-B)|(A+B))=\frac{3}{7}$。

二、（12 分）记 $A=$“第一次吃的是苹果”，$B=$“第二次吃的是苹果”，则

(1) $P(A)=\frac{5}{9}$ 。(2) $P(A|B)=\frac{1}{2}$

三、（12 分）(1) X 的分布律为 ：

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

(2) $E(X)=7, D(X)=\frac{35}{6}$。　$X=\xi_1+\xi_2$.　$EX=E\xi_1+E\xi_2$

$DX=D\xi_1+D\xi_2=\frac{35}{24}+\frac{35}{24}$

四、（16 分）(1) $f_X(x)=\begin{cases}1 & 0\le x\le 1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$；$f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y} & y\ge 0\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$。

(2) X 和 Y 独立 。

(3) $Z=X+Y$ 的概率密度：$f_Z(z)=\begin{cases}1-e^{-z} & 0\le z\le 1\\ (e-1)e^{-z} & z\ge 1\\ 0 & z\le 0\end{cases}$。

五、（10 分）$Cov(X,Y)=\frac{1}{20}$。　$f(x,y)=\begin{cases}6, & 0\le x\le 1, x^2\le y\le x\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$　$E(XY)=\frac{1}{4}$,

$E(X)=\frac{1}{2}$, $E(Y)=\frac{2}{5}$

六、（10 分）　$n=96$ 。　$\left(\frac{1000-10n}{2\sqrt{n}}>2\right)$

七、（16 分）若总体 X 在（0，θ）上服从均匀分布，θ 未知，$X_1, X_2, \dots X_n$ 为样本；

(1) θ 的矩估计为 $\widehat{\theta_1}=2\overline{X}$；(2) θ 的极大似然估计：$\widehat{\theta_2}=Max(X_1,X_2,\dots X_n)$；

(3) $E(\widehat{\theta_1})=\theta$，是为无偏估计；$E(\widehat{\theta_2})=\frac{n}{n+1}\theta\ne\theta$，不是无偏估计，取 $\widehat{\theta_2}'=\frac{n+1}{n}Max(X_1,X_2,\dots X_n)$，则为无偏估计。

(4) $D(\widehat{\theta_1})=\frac{1}{3n}\theta^2$，$D(\widehat{\theta_2}')=\frac{1}{n(n+1)}\theta^2$，当 $n\ge 2$ 时，$\widehat{\theta_2}$ 更有效？

八、（12 分）是高品位的。　$(T=7)$