

## 武汉大学 20016-2017 第一学期概率统计期终试题 (B)

参考答案

一、(12 分) (1)  $P(C) = 0.7, P(\bar{C}) = 0.3$ ; (2)  $P(C|(A \cup B)) = P(B|(A \cup B)) = \frac{5}{7}$ 。

二、(12 分) 解: 记  $A = \{\text{他迟到}\}$ , 他坐火车、汽车、飞机的事件记为  $B_i, i = 1, 2, 3$ ,

$$(1) P(A) = \sum_{i=1}^3 P(A|B_i)P(B_i) = \frac{7}{30}; (2) P(B_2|A) = \frac{2}{7}$$

三、(12 分) (1) 方程  $y^2 + 2y + X = 0$  有实根的概率  $= P\{X \leq 1\} = \frac{1}{2}$ 。(2)  $EY = 2, DY = 1$ 。

四、(16 分)

$$(1) a = \frac{2}{\pi}, f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y)dy = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{1}{2}y^2} & y > 0 \\ 0 & y \leq 0 \end{cases},$$

(2)  $\because f(x, y) = f_X(x)f_Y(y); \therefore r.v. X, Y$   $X$  和  $Y$  独立。

$$(3) F_Z(z) = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{1}{2}z} & z > 0 \\ 0 & z \leq 0 \end{cases}, f_Z(z) = \begin{cases} \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}z} & z > 0 \\ 0 & z \leq 0 \end{cases}.$$

五、(12 分) 解: 记  $X_i$  为第  $i$  件加工产品的利润, 则  $EX_i = 60, DX_i = 1600$ ;

(1) 为保证每天的平均利润不低于 6000 元, 他们至少要加工 100 件产品。

(2) 设至少要加工  $n$  件产品, 则  $P(\sum_{i=1}^n X_i \geq 6000) = 0.977$

由中心极限定理,  $\frac{60n - 6000}{40\sqrt{n}} \geq 2, n \geq 115$ 。

六、(12 分) (1)  $a = 1, b = \frac{1}{5}, c = \frac{1}{15}, n = 3$ ; (2)  $d = 2, m = 2, n = 4$

七、(12 分) (1)  $\theta_1 = 2\bar{X} - 1$ ; (2)  $\theta$  的极大似然估计  $\theta_2 = \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ ;

(3)  $\because E(\theta_1) = \theta, \therefore \theta_1$  为无偏估计, 而  $E(\theta_2) = \frac{1+n\theta}{1+n}, \therefore \theta_2$  不是无偏估

计; 可化为无偏估计  $\frac{n+1}{n}(\theta_2 - \frac{1}{n+1})$ 。

八、(12 分) 解:  $H_0: \mu = (\leq) 30, H_1: \mu > 30$ ;

$t = \frac{\bar{X} - 30}{2.5} \sqrt{n}$ , 拒接域  $t \geq t_{\alpha}(n-1) = t_{0.05}(24) = 1.71$ ; 计算:  $t = 4.2, \therefore$  拒接  $H_0$ 。