

(2)

$$E(X) = \frac{5}{3}, E(X^2) = \frac{10}{3}, D(X) = \frac{5}{9}, E(XY) = \frac{8}{3}$$

$$COV(X, Y) = -\frac{1}{9}, \therefore \rho_{XY} = -\frac{1}{5}$$

六、(12分) 解 (1) 显然  $\frac{X_i}{2} \sim N(0, 1), \frac{X}{4} \sim \chi^2(16)$

$$\therefore E(X) = 64, D(X) = 512.$$

$$(2) a = \sqrt{3}, k = 12.$$

七、(12分) 解 矩估计  $\hat{\theta} = \frac{3}{2} \bar{X}, E(\hat{\theta}) = \theta$ , 所以, 矩估计无偏;

极大似然估计  $\hat{\theta} = \text{Max}\{X_1, X_2, \dots, X_n\}, E(\hat{\theta}) = \frac{2n}{2n+1} \theta$ , 所以, 极大似然估计

不是无偏。

八、(12分)

解 (1)  $\mu$  的 0.95 的置信区间为  $(\bar{X} \pm \frac{1}{\sqrt{n}} z_{0.025})$ , 其长度为  $\frac{2}{\sqrt{n}} z_{0.025}$ , 由题意

$$\frac{2}{\sqrt{n}} z_{0.025} \leq 0.5, \therefore n \geq 62.$$

$$(2) H_0: \mu = 76, H_1: \mu > 76$$

这里,  $n = 25, \bar{X} = 76.5, \alpha = 0.05$ , 查表,  $z_{0.05} = 1.65$ ,

检验统计量  $U = \frac{\bar{X} - 76}{1} \sqrt{n}$ , 拒绝域为  $U \geq z_{0.05} = 1.65$

计算:  $U = 2.5$ , 落在拒绝域, 所以 拒绝  $H_0$ , 接受  $H_1$ , 认为  $\mu$  显著大于 76。