

武汉大学 2017-2018 学年第一学期期末考试

概率统计 B（A 卷答题卡）

姓名 _____ 学院 _____		考 生 学 号													
注意事项	1.答题前，考生先将自己的姓名、学号填写清楚，并填涂相应的考号信息点。 2.解答题必须使用黑色墨水的签字笔书写，不得用铅笔或圆珠笔作解答题：字体工整、笔迹清楚。 3.请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答题无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。 4.保持卷面清洁，不要折叠、不要弄破。	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	
		[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	
		[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	
		[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	
		[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	
		[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	
		[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	
		[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	
		[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]			

一、（12 分）某班 30 人，其中 15 人喜欢美术，20 人喜欢音乐，喜欢音乐的人中有一半喜欢美术，现任找一个同学；（1）求他既喜欢美术又喜欢音乐的概率。（2）若他喜欢音乐，求他不喜欢美术的概率。

二、（12 分）假设明这种扇贝的寿命 X 服从分布 $f(x)=\begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x>0 \\ 0 & x\leq 0 \end{cases}$ ， $\lambda=\frac{1}{200}$ （单位：1/年），求（1）他

们活过 400 年的概率；（2）100 个此扇贝中至少有一个活过 400 年的概率。

三、（12 分）某班有 36 名同学。毕业时有一半读研，四分之一的参加工作，其余出国；五年后，工作和读研的同学中有三分之一自主创业，出国的同学中有三分之二自主创业；其余正常工作。

（1）任找一个此班同学，他选择自主创业的概率是多少？

（2）若二十年后自主创业成功的概率为三分之一；校庆时正常工作同学每人捐款一万，创业成功的同学每人捐款 100 万，失败的同学不捐；试预估此班的大致捐款数额。

四、（12 分）若随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} e^{-x-y} & 0<x,0<y \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ ；

(1)求随机变量 X 和 Y 的边沿缘概率密度 $f_x(x);f_y(y)$ ；并判别它们是否独立？（2）求 $Z=X+Y$ 的概率密度。

五、（12 分）若某商品每周的需求量 X 服从区间 $[10,30]$ 的均匀分布，而进货量为此区间内的某一整数值；若每销售一单位商品可获利 500 元，而积压一单位则亏损 100 元，供不应求时可从外部调剂，此时一单位获利 300 元；试确定最小进货量，使得所获利润的期望不少于 9280 元。

六、（12分）若 X_1, X_2, \cdots, X_n 是正态总体 $N(0,4)$ 的样本， $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ ；

（1）求 \bar{X}, S^2 的数学期望和方差。（2）确定 k ，使得 $t = k \frac{\bar{X}}{S}$ 服从 t 分布。

七、（16分）若总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\theta} & -\theta \leq x \leq \theta \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ ， X_1, X_2, \cdots, X_n 为样本；（1）求 θ^2 的矩估计，并判别是否无偏。（2）求 θ 的极大似然估计，并判别是否无偏。（3）可否求 θ 的一个无偏的矩估计。

八、（12 分）某种矿石，取 25 个样本测试，发现品位的平均值为 32.5，样本方差为 6.25。问：此矿品位是不是显著高于 30？（ $\alpha = 0.05$ ）（假设矿石品位近似服从正态分布） 已知：

$t_{0.05}(25) = 1.708, t_{0.05}(24) = 1.712, t_{0.025}(25) = 2.060, t_{0.025}(24) = 2.064$ ， $u_{0.05} = 1.65, u_{0.025} = 1.96$

