

武汉大学计算机学院  
2014-2015学年第一学期2013级  
《离散数学》期末考试试卷(A)

姓名: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 专业: \_\_\_\_\_

(注: ①考试时间为120分钟; ②所有的解答必须写在答题纸上。)

一、设有如下命题公式 (10分, 5 + 5)

$$\neg P \vee Q \rightarrow \neg Q \wedge R.$$

- (1) 试构造该公式的真值表;
- (2) 试根据真值表构造该公式的主析取范式和主合取范式.

二、用推理规则证明: (10分, 5 + 5)

- (1) 前提:  $P \rightarrow \neg Q \vee R$ ,  $\neg R$ , 结论:  $Q \rightarrow \neg P$ ;
- (2) 前提:  $\forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x))$ ,  $\forall x(Q(x) \vee R(x))$ ,  $\exists \neg R(x)$ , 结论:  $\forall x \neg P(x)$ .

三、设  $A$ ,  $B$  和  $C$  是集合. 试证明: (10分, 5 + 5)

- (1)  $A - B - C = A - (B \cup C)$ ;
- (2) 若  $A \cap C \subseteq B \cap C$ ,  $A \cap \overline{C} \subseteq B \cap \overline{C}$ , 则  $A \subseteq C$ .

四、设  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $R = \{(1, 4), (5, 2), (2, 3)\} \subseteq A^2$  是  $A$  上的关系. (25分, 5 × 5)

- (1) 分别指出  $R$  是否为自反关系, 反自反关系, 对称关系, 反对称关系和传递关系;
- (2) 求关系  $R$  的自反传递闭包  $tr(R)$  (画出关系图即可);
- (3) 关系  $tr(R)$  是偏序关系. 试问  $A$  的子集合  $\{2, 3, 5, 6\}$  是否存在最大元素、最小元素、极大元素和极小元素. 若存在, 试求出该元素;
- (4) 求关系  $R$  的自反传递对称闭包  $str(R)$  (画出关系图即可);
- (5) 关系  $str(R)$  是等价关系. 试求该等价关系对应的集合的划分.

五、设  $n$  是一给定的自然数 ( $n \geq 1$ ), 设  $X$  是整数集合,  $|X| = n + 2$ , 设  $Y = \{0, 1, 2, \dots, 2n - 1\}$ , 设  $Z = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ . 定义函数  $f: X \rightarrow Y$ ,  $f(x) = x \bmod 2n$ . 定义函数  $g: Y \rightarrow Z$ ,  $g(y) = \lfloor y/n \rfloor$ . (25分, 5 × 5)

- (1) 试写出单射的定义;
- (2) 设  $n = 3$ ,  $X = \{0, 19, 27, 64, 125\}$ , 试用集合列举法表示函数  $g \circ f$ ;
- (3) 试分别指出题(2)中的  $f$ 、 $g$  和  $g \circ f$  是否为单射;
- (4) 试证明: 若  $f$  不是单射, 则  $g \circ f$  一定不是单射;
- (5) 试证明:  $g \circ f(x) = g \circ f(x')$  当且仅当  $x - x'$  能被  $2n$  整除或  $x + x'$  能被  $2n$  整除.

六、

(10分, 5 + 5)

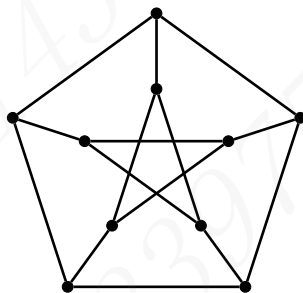
- (1) 设  $T = (V, E)$  是无向树,  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ , 则

$$\sum_{i=1}^n \deg(v_i) = 2n - 2.$$

- (2) 设  $G = (V_1, V_2, E)$  是二分图(偶图), 若  $|V_1| \neq |V_2|$ , 则  $G$  一定不是哈密顿图.

七、设 Petersen 图如下所示:

(10分, 5 + 5)



- (1) 已知 Petersen 图的基本回路都大于等于 5, 试利用欧拉公式的推论证明 Petersen 图不是平面图;
- (2) 试找到 Petersen 图的一个子图, 并说明该子图二度同构于  $K_{3,3}$ .