

## 武汉大学 2014-2015 第一学期 概率统计 B 期终试题参考答案

(36 学时 A)

一、(12 分) 解 记  $A = \{\text{乙获胜}\}$ , 由题意

$$P(A) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}, \therefore P(\bar{A}) = \frac{8}{9}$$

故 分法不合适, 正确的分法应是: 甲分 800 元, 乙分 100 元。

二、(12 分) 解 记  $A = \{\text{产品合格}\}$ ,  $B_i = \{\text{抽出 } i \text{ 件不合格品}\}$ ,  $i = 0, 1, 2$ ;

$$(1) P(A) = \frac{C_8^2}{C_{10}^2} = \frac{28}{45} \approx 0.62,$$

(2)

$$\begin{aligned} P(A) &= P(AB_0)P(B_0) + P(AB_1)P(B_1) + P(AB_2)P(B_2) = 0.9^2 \frac{56}{90} + 0.9 * 0.2 \frac{32}{90} + 0.2^2 \frac{2}{90} \\ &= \frac{128}{225} \approx 0.57 \end{aligned}$$

三、(12 分) 解 (1)  $P = P\{\Delta = 4 - 4X \geq 0\} = \frac{1}{8}$

$$(2) Y \sim B(4, \frac{1}{8}), \text{ 所以 } E(Y) = \frac{1}{2}, D(Y) = \frac{7}{16}$$

四、(16 分) 解 (1)

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-x} & x > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y} & y > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$(2) f_z(z) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^z & z \leq 0 \\ \frac{1}{2}e^{-z} & z > 0 \end{cases}$$

五、(12 分) 解 (1)

X \ Y	1	2	3
1	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{6}$
2		$\frac{1}{3}$	
3	$\frac{1}{6}$		

(2)

$$E(X) = \frac{5}{3}, E(X^2) = \frac{10}{3}, D(X) = \frac{5}{9}, E(XY) = \frac{8}{3}$$

$$COV(X, Y) = -\frac{1}{9}, \therefore \rho_{XY} = -\frac{1}{5}$$

六、(12分) 解 (1) 显然  $\frac{X_i}{2} \sim N(0, 1), \frac{X}{4} \sim \chi^2(16)$

$$\therefore E(X) = 64, D(X) = 512.$$

$$(2) a = \sqrt{3}, k = 12.$$

七、(12分) 解 矩估计  $\theta = \frac{3}{2} \bar{X}, E(\theta) = \theta$ , 所以, 矩估计无偏;

极大似然估计  $\theta = \text{Max}\{X_1, X_2, \dots, X_n\}, E(\theta) = \frac{2n}{2n+1} \theta$ , 所以, 极大似然估计

不是无偏。

八、(12分)

解 (1)  $\mu$  的 0.95 的置信区间为  $(\bar{X} \pm \frac{1}{\sqrt{n}} z_{0.025})$ , 其长度为  $\frac{2}{\sqrt{n}} z_{0.025}$ , 由题意

$$\frac{2}{\sqrt{n}} z_{0.025} \leq 0.5, \therefore n \geq 62.$$

(2)  $H_0: \mu = 76, H_1: \mu > 76$

这里,  $n = 25, \bar{X} = 76.5, \alpha = 0.05$ , 查表,  $z_{0.05} = 1.65$ ,

检验统计量  $U = \frac{\bar{X} - 76}{1} \sqrt{n}$ , 拒绝域为  $U \geq z_{0.05} = 1.65$

计算:  $U = 2.5$ , 落在拒绝域, 所以 拒绝  $H_0$ , 接受  $H_1$ , 认为  $\mu$  显著大于 76。