

武汉大学 2014-2015 第一学期

概率统计 B 期终试题

(54 学时 A)

学院_____专业_____学号_____姓名_____

一、(12 分) 甲、乙两个棋迷意外得到 900 元, 他们以下棋来决定这笔钱的归属: 先赢三盘的人拿走全部的钱; 下完三盘后意外中止, 此时甲二胜一负, 乙说: 你拿 600, 我拿 300; 如果这是他们两个人的真实水平。问: 这个分法合理吗? 说明理由, 你可不可以给出一个更合理的分配方案?

二、(12 分) 一批产品 10 件, 其中 2 件不合格, 现从中任取 2 件, 若合格, 便认为这批产品合格。(1) 求这批产品合格的概率?

(2) 若检验方法将合格品认为合格的概率为 0.9, 将不合格品认为合格的概率为 0.2, 那么在这个方法下, 求这批产品合格的概率?

三、(12 分) 若随机变量 X 在区间 $(0,8)$ 服从均匀分布; (1) 求方程 $y^2 + 2y + X = 0$ 有实根的概率。(2) 若对随机变量 X 进行 4 次独立观察, 记 Y 为上方程有解的次数, 求 Y 的数学期望和方差。

四、(16 分) 若随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为

$$f(x,y) = \begin{cases} e^{-x-y} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases};$$

(1) 求随机变量 X 和 Y 的边沿概率密度 $f_x(x); f_y(y)$; (2) 求 $Z = X - Y$ 的概率密度。

五、(12 分) 将 1、2、3、4 这四个数平均分为两组, 记 X, Y 分别为这两组数的差的绝对值,

(1) 求 (X,Y) 的联合概率分布; (2) 求这两个随机变量的相关系数。

六、(12 分) 若 X_1, X_2, \dots, X_{16} 是总体 $N(0,4)$ 的样本,

(1) 求 $X = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_{16}^2$ 的数学期望和方差。

(2) 确定 a , 使得 $t = a \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4}{\sqrt{X_5^2 + X_6^2 + \dots + X_{16}^2}}$ 服从 $t(k)$ 分布, 并求 k 。

七、(12 分) 若总体 X 的概率密度为 $f(x) = \frac{2x}{\theta^2}, x \in (0, \theta)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为样本, 分别求 θ 的矩估计和极大似然估计, 并判别他们是否无偏。

八、(12 分) 若总体 X 服从正态分布 $N(\mu, 1)$, X_1, X_2, \dots, X_n 为样本,

(1) 若想要 μ 的 0.95 的置信区间长度小于 0.5, 样本容量 n 至少要多大?

(2) 若某次取样, $n = 25, \bar{X} = 76.5$, 可否认为 μ 显著大于 76? ($\alpha = 0.05$)

($z_{0.05} = 1.65, z_{0.025} = 1.96$)