

武汉大学计算机学院

2021 学年度第二学期

《离散数学》 期中考试 试卷 (A 卷)

专业: 计科 2021(7-8 班) 姓名: _____ 学号: _____

→→→→→ 注意: 请将所有答案均写在 **答题纸** 上, 并标明题号 →→→→→

一、逻辑部分 (共 2 小题, 每小 15 分, 总分 30 分)

1. (15 分) 求下列公式的主析取范式和主合取范式:

$$(P \rightarrow Q \wedge R) \wedge (\neg P \rightarrow (\neg Q \wedge \neg R))$$

2. (15 分) 写出证明序列。注明推导的规则。

前提 $\forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x)), \forall x(Q(x) \vee R(x)), \exists x\neg R(x)$.

结论 $\exists\neg P(x)$.

二、集合函数部分 (共 3 小题, 总分 70 分)

1. (20 分) 设 A 为非空集合, 集合 $A^A = \{f|f: A \rightarrow A\}$ 为 A 上的函数的集合, 证明:

1. 若 A 为有限集, $f: A \rightarrow A$, 证明: f 为单射, 当且仅当 f 为满射。
2. 证明: 若对任何 $f: A \rightarrow A$, 均存在 $B, \emptyset \neq B \subset A$, 使 $f(B) \subseteq B$, 则 A 是无限集。

2. (20 分) 设 $\pi = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 是集合 A 的一个划分, $R \subseteq A \times A$, $R = \{< a, b > | a, b \in A_i, i = 1, 2, \dots, n\}$. 证明: R 是等价关系。

3. (30 分) 设 A 为集合, 集合 P 是集合 A 上所有划分组成的集合, 即:

$$P = \{S | S \text{ 是 } A \text{ 的划分}\}$$

定义关系:

$$R \in P \times P, \forall S, T \in P, < S, T > \in R \Leftrightarrow \text{若 } \forall u \in S, \text{ 则 } \exists v \in T, \text{ 使得 } u \subseteq v$$

如 $A = \{a, b, c\}$, 设 $S = \{\{a\}, \{b, c\}\}$, $T = \{\{a, b, c\}\}$, 则 $< S, T > \in R$.

1. 设 $A = \{a, b, c\}$, 试用枚举法表示集合 A 上所有的划分组成的集合 P 。
2. 试证明: R 是偏序关系。