（3） $f_z(z)=\begin{cases}1-e^{-2z} & 0<z<1\\(e^2-1)e^{-2z} & z\geq 1\end{cases}$ 。

五、(16分) 某届世界杯在 B 国举行，当时世界的4只强队 A,B,C,D 进入了半决赛，半决赛的一场比赛在 A,D 之间进行，B 队对 C,D 队有主场优势，胜率约为 0.6，而对同一地域的 A 队，胜率不相上下；A,C,D 队的胜率相同；(1) 求 B 队取得冠军的概率。(2) 若一场半决赛的预期收入为 m 万元，而决赛的预期收入为 $2m$ 万元；但有 B 队参加的话收入增加一半；而 D 国是世界经济强国，D 队夺冠的话后期收入增加 $2m$ 万元；求组委会的预期收入。

解 (1) B 队取得冠军的概率= B 队对 C 获胜的概率×（B 队对 A 获胜的概率× A 队对 D 获胜的概率+ B 队对 D 获胜的概率× D 队对 A 获胜的概率）

$$=0.6(0.5\times 0.5+0.6\times 0.5)=0.33$$

同理 D 队取得冠军的概率$=0.5(0.4\times 0.6+0.5\times 0.4)=0.22$

(2) 组委会的预期收入$=5.54m$ 万元。

六、(12分) 若 $X_1,X_2,\cdots,X_6$ 是正态总体 $N(0,1)$ 的样本，求常数 a,b,c,n（这里 $abc\neq 0$），使 $Y=aX_1{}^2+b(X_2-X_3)^2+c(X_4+X_5+X_6)^2 \sim \chi^2(n)$，并求 Y 的期望和方差。

解 $a=1,b=\dfrac{1}{2},c=\dfrac{1}{3},n=3;E(Y)=3,D(Y)=6$。

七、(12分) 求正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$ 的参数 μ,σ^2 的最大似然估计，并判别估计的无偏性。

解 $\hat{\mu}=\overline{X},\hat{\sigma}^2=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$，

八、(12分) 期末考试，从某系任意抽取16位同学，其平均成绩为84，标准差为8，问：该系此次平均成绩是否显著大于80分？取 $\boldsymbol{\alpha=0.05}$，可以假定该系成绩服从正态分布。（$t_{0.05}(15)=1.753,t_{0.05}(16)=1.746,z_{0.05}=1.65$）

解 $H_0:\mu=80,H_1:\mu>80$

检验统计量为 $t=\dfrac{\overline{X}-80}{S}\sqrt{n}$，拒绝域为 $t\geq t_\alpha(n-1)=t_{0.05}(15)=1.753$

计算得 $t=2.0$，落在拒绝域内，所以拒绝原假设；即认为该系此次平均成绩显著大于80分。