

武汉大学 2018-2019 学年第一学期期末考试

概率统计 B（A 卷答题卡）

姓名 _____ 学院 _____		考 生 学 号													
注意事项	1.答题前，考生先将自己的姓名、学号填写清楚，并填涂相应的考号信息点。 2.解答题必须使用黑色墨水的签字笔书写，不得用铅笔或圆珠笔作解答题；字体工整、笔迹清楚。 3.请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答题无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。 4.保持卷面清洁，不要折叠、不要弄破。	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	
		[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	
		[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	
		[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	
		[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	
		[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	
		[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	
		[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	
		[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	
		[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	

一、（12 分）已知 $P(A)=0.5, P(B)=0.4, P(A|B)=0.5$, 求 $P(\overline{A}\cup\overline{B})$ 和 $P((A-B)|(A+B))$ 。

二、（12 分）一批元件，来自甲乙丙三厂，各占比例为 4:4:2，已知他们各自的优等品率分别为 15%,10%,25%；从这批元件中任取一件；求（1）它是优等品的概率？（2）若它是优等品，它来自甲乙丙三厂的概率各是多少？

三、（12 分）在一次随机实验中，随机变量 X 在区间（0，4）服从均匀分布；

- （1）求方程 $y^2 - Xy + 1 = 0$ 有实根的概率。
- （2）如果 $Y = -\ln \frac{X}{4}$ ，写出 Y 的概率密度并求其方差。

四、（16 分）若随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为 $f(x)=\begin{cases} xe^{-\frac{1}{2}y} & 0\leq x\leq 1, y>0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ ，

- （1）求随机变量 X 和 Y 的边沿概率密度 $f_x(x); f_y(y)$ ；并判别他们是否独立？
- （2）求 $Z = X + Y$ 的概率密度。

五、(12 分) 某生产线加工产品的合格率为 0.8，已知：合格每件可获利 8 元，不合格每件亏损 2 元。
(1) 为保证每天的平均利润达到 30000 元，问他们要加工多少件产品？此时用切比雪夫不等式估计利润大于 29000 小于 31000 的概率有多大？(2) 为保证每天的利润不低于 30000 元的概率大于 0.977，问他们至少要加工多少件产品？(已知 $\Phi(2.0)=0.977$)

六、(12 分) 若 X_1, X_2, \dots, X_8 是正态总体 $N(0,1)$ 的样本，(1) 求常数 a, b, c, d (这里 $abc \neq 0$)，使 $Y = aX_1^2 + b(2X_2 - X_3)^2 + c(3X_4 - 2X_5 - X_6)^2 + X_7^2 + X_8^2 \sim \chi^2(d)$ ；(2) 求 Y 的期望与方差。

七、(12 分) 若 X_1, X_2, \dots, X_n 是总体 X 的样本，已知 X 在区间 $(-1, \theta)$ 服从均匀分布。
试求 (1) θ 的矩估计和最大似然估计，并判别是否无偏。(2) 计算两个估计量的方差。

八、(12 分) 某地发现一个金矿，取 25 个样本测试，发现每吨平均含金量为 5.5 克，样本标准差为 1.5 克；问：此矿的每吨含金量是不是显著大于 5 克？($\alpha = 0.05$) (假设矿石含量近似服从正态分布) 已知：
 $t_{0.05}(25) = 1.708, t_{0.05}(24) = 1.712, t_{0.025}(25) = 2.060, t_{0.025}(24) = 2.064$ ， $u_{0.05} = 1.65, u_{0.025} = 1.96$

