

武汉大学计算机学院2018-2019学年第一学期

《离散数学》期末考试(A)卷

学号：_____ 姓名：_____ 成绩：_____

注意：所有答案写在答题纸上并注明题号，计算题要有计算过程。

一. 求下列公式的主析取范式和主合取范式：（12分）

$$(P \rightarrow Q \wedge R) \wedge (\neg P \rightarrow (\neg Q \wedge \neg R))$$

二. 写出证明序列，证明下列结论的有效性：（7+7=14分）

(1) 前提： $A \wedge B \rightarrow C$, $\neg C \vee D$, $\neg D$; 结论： $\neg A \vee \neg B$

(2) 前提： $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$, $\exists x(R(x) \wedge \neg Q(x))$;

结论： $\neg \forall x(R(x) \rightarrow P(x))$

三. 设 A, B, C 为集合，且 $|A| = 3$, $|\rho(A \cup B)| = 128$, $|\rho(B \cup C)| = 64$, $|\rho(A \cap B)| = 2$, $|\rho(B \cap C)| = 4$, 求 $|C - B|$. （10分）

四. 对下述函数 f, g 及集合 A, B , 分别计算 $f \circ g$, $f \circ g(A)$ 和 $f \circ g(B)$, 并说明 $f \circ g$ 是否为单射或满射：（7+7=14分）

(1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 - x^2$, $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{x}$,

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{0, 1\}$.

(2) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x$, $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $g(x) = x^2$,

$A = \mathbb{N}$, $B = \{2k | k \in \mathbb{N}\}$.

五. 设 $\pi = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 是集合 A 的一个划分, $R \subseteq A \times A$, $R = \{\langle a, b \rangle | a, b \in A_i, i = 1, 2, \dots, n\}$. 证明: R 是等价关系. (12分)

六. 设 $\langle A, R \rangle$ 和 $\langle B, S \rangle$ 为偏序集, $C = A \times B$, $T \subseteq C \times C$, $\forall \langle a_1, b_1 \rangle, \langle a_2, b_2 \rangle \in C \times C$, $\langle a_1, b_1 \rangle T \langle a_2, b_2 \rangle$, iff, $a_1 R a_2 \wedge b_1 S b_2$.

证明： T 为 $A \times B$ 上的偏序关系。（12分）

七. 设简单无向连通图 $G = \langle V, E \rangle$, $|V| = n$. 已知有 k 个3度结点, 其他结点的度数均小于3, 则 G 中至少有多少条边? 至多有多少条边? 并证明结论。（12分）

八. 证明: 一棵无向树的每个结点的度数均为奇数, 当且仅当, 在树上任删一条边会产生2个结点数均为奇数的子树。（14分）