univdocs.com

Première année Médecine   Pr B. Boutabia-Chéraitia

Série 7 : Optique géométrique (1)

Exercice 1

Le diamètre de la lune est $3.5 \times 10^5 km$. Elle se situe à $3.8 \times 10^8 km$ de la terre. Sous quel diamètre apparent nous apparaît-elle?

Réponses :

Voir rappel exercice 2 : $\alpha = \frac{diamètre\ de\ la\ lune}{distance\ à\ l'oeil}$

$\alpha = \frac{3.5\times10^5}{3.8\times10^8} = 9.2 \times 10^{-4} rad$

Exercice 2:

On considère que deux points sont aisément discernables à l'oeil nu s'ils sont observés sous un diamètre apparent $\geqslant 3.5 \times 10^{-4} rad$.

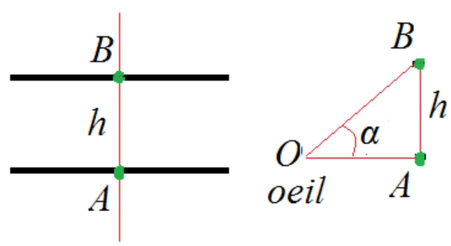
Une feuille comporte deux traits parallèles distants de h. Un observateur recule à $5m$. Quelle doit être la distance minimale ($h_{\min}$) pour que les deux traits soient discernables à l'oeil nu?

Réponses :

Cours:

Diamètre apparent d'un objet: l'angle α en ($radians$) sous lequel un objet infiniment éloigné est observé à l'oeil nu: $tg\alpha \simeq \alpha = \frac{hauteur\ de\ l'objet}{distance\ à\ l'oeil}$

On a:



$\alpha = \frac{h}{OA} \geqslant 3.5 \times 10^{-4} rad$

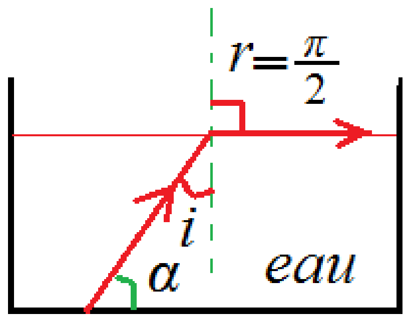
$OA = 5m \Longrightarrow h \geqslant 17.5 \times 10^{-3} m \Longrightarrow h_{\min} = 17.5 mm$

Exercice 3:

Un individu désire installer au fond de sa piscine une lumière de façon à ce que le pinceau qui en émane éclaire horizontalement la surface de l'eau. Quel angle entre le fond de la piscine et le pinceau lui procurera cet effet?

univdocs.com

Réponses



$D_{eau-air}$: $n_e \sin i = n_a \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \Longrightarrow i = 45.59° \Longrightarrow \alpha = 41.40°$

Exercice 4:

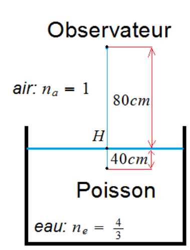
Dans une substance d'indice inconnu, l'angle critique (ou limite) vaut 42° lorsque le deuxième milieu (de réfraction) est l'eau ($\frac{4}{3}$). Sachant qu'un pinceau lumineux se propageant dans cette substance possède un angle d'incidence de 28°, quel est l'angle de réfraction dans l'eau?

Réponses

$\rightsquigarrow$ Substance ($n_1 =?$): milieu d'incidence; $l = 42°$: dans la substance $\Longrightarrow l$: angle de réflexion totale.
Eau ($n_2 = \frac{4}{3}$) : milieu de réfraction; $r = r_{\max} = \frac{\pi}{2}$
$n_1 \sin l = n_2 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \Longrightarrow n_1 = 1.99$
$\rightsquigarrow i = 28°; r =?$
$n_1 \sin i = n_2 \sin r \Longrightarrow \sin r = \frac{n_1}{n_2} \sin i \Longrightarrow r = 44.5°$

Exercice 5:

A quelle distance l'observateur voit-il le poisson?



univdocs.com

Réponses :

O voit $P \Longrightarrow P$: Objet

Dioptre$_{n_e - n_a}$ car l'incidence est dans l'eau (cours). On écrit:

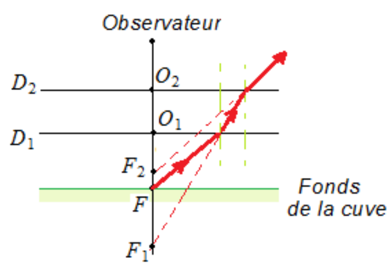
$$H \left\{ \begin{array}{lll} P : O.R & \longrightarrow & P' : I.V \\ n_e & & n_a \end{array} \right. \Longrightarrow \frac{HP}{n_e} = \frac{HP'}{n_a} \Longrightarrow HP' = 0.3m$$

La distance demandée est: $OP' = OH + HP' = 1.1m$

Exercice 6:

Une cuve contient une couche d'eau (indice 4/3) d'épaisseur $25cm$ et une couche de benzène d'épaisseur $10cm$ (indice 1.48). Un observateur dont l'oeil est à $15cm$ au dessus de la surface libre du benzène regarde presque verticalemnt. A quelle distance lui parait être le fond de la cuve?

Réponses :



F : point objet du fonds de la cuve.

$D1_{eau-benzène}$:

$$O_1 \left\{ \begin{array}{lll} F : O.R & \longrightarrow & F_1 : I.V \\ n_{eau} & & n_{benzène} \end{array} \right. \Longrightarrow \frac{O_1F}{n_{eau}} = \frac{O_1F_1}{n_{benzène}}$$

$$\Longrightarrow O_1F_1 = O_1F \frac{n_{benzène}}{n_{eau}}$$

$D2_{benzène-air}$

$F_1 : I.V$ par rapport à D_1 va jouer le rôle d'$O.R$ par rapport à D_2

$$O_2 \left\{ \begin{array}{lll} F_1 : O.R & \longrightarrow & F_2 : I.V \\ n_{benzène} & & n_{air} \end{array} \right. \Longrightarrow \frac{O_2F_1}{n_{benzène}} = \frac{O_2F_2}{n_{air}}$$

$$\Longrightarrow O_2F_2 = O_2F_1 \frac{n_{air}}{n_{benzène}}$$

Pour l'observateur, le fonds de la cuve semble être situé au point F_2. La distance demandée est OF_2 :

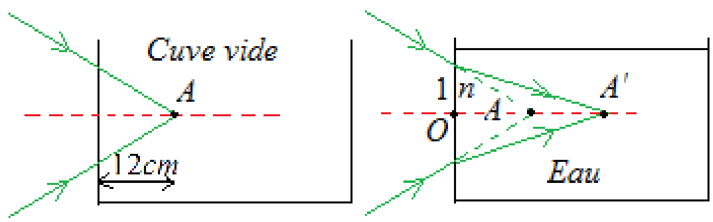
$$OF_2 = OO_2 + O_2F_2 = OO_2 + O_2F_1 \frac{n_{air}}{n_{benzène}}$$
$$= OO_2 + (O_2O_1 + O_1F_1) \frac{n_{air}}{n_{benzène}}$$
$$= OO_2 + \left(O_2O_1 + O_1F \frac{n_{benzène}}{n_{eau}}\right) \frac{n_{air}}{n_{benzène}}$$
$$= OO_2 + O_2O_1 \frac{n_{air}}{n_{benzène}} + O_1F \frac{n_{air}}{n_{eau}} = 40.5cm$$

Exercice 7:

univdocs.com

Un faisceau lumineux tombe sous une faible incidence sur l'une des faces d'une cuve parallélépipédique dont les parois minces (épaisseur négligeable) sont en verre. Il vient converger à $12cm$ de cette face. Qu'arrive-t-il si on remplit la cuve d'eau d'indice $\frac{4}{3}$?

<u>*Réponses*</u> :



L'épaisseur du verre est négligeable. Lorsque la cuve est vide le faisceau converge en A. Remplie d'eau, la surface négligeable de verre joue le rôle de dioptre air-eau. On écrit:

$$O\left\{\begin{array}{lcl} A : O.V & \longrightarrow & A' : I.R \\ 1 & & n_{eau} \end{array}\right. \Longrightarrow OA = \frac{OA'}{n} \Longrightarrow OA' = 16cm$$

Si on remplit la cuve d'eau, le faisceau viendra converger à $16cm$ de la face.

<u>Exercice 8:</u>

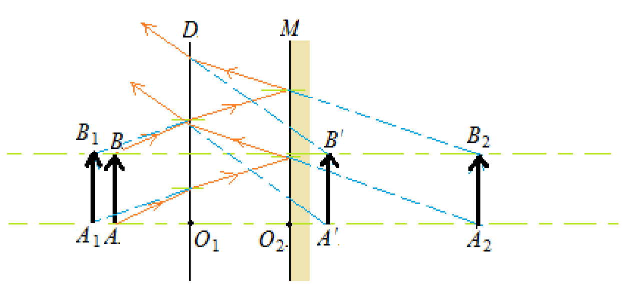
Une lame à faces parallèles d'épaisseur $3cm$ et d'indice 1.5 est argentée sur sa deuxième face. A $20cm$ de la première face se trouve un objet plan vertical AB.

1) Déterminer les images successives de AB. Donner la position et la grandeur de l'image définitive $A'B'$.

2) Montrer que quelle que soit la distance la première face et à laquelle se trouve l'objet AB, son image $A'B'$ lui sera symétrique par rapport à un plan que l'on déterminera.

<u>*Réponses*</u> :

1)



univdocs.com

$AB \xrightarrow{D} A_1B_1 \xrightarrow{M} A_2B_2 \xrightarrow{D} A'B'$

$D : O_1 \begin{cases} A : O.R & \longrightarrow & A_1 : I.V \\ 1 & & 1.5 \end{cases} \Longrightarrow O_1A_1 = 1.5O_1A$

$M : O_2A_1 = O_2A_2$

$D : O_1 \begin{cases} A_2 : O.R & \longrightarrow & A' : I.V \\ 1.5 & & 1 \end{cases} \Longrightarrow O_1A' = \frac{O_1A_2}{1.5} = 24cm$

2) $*$) $O_1A' = O_1O_2 + O_2A' \equiv e + O_2A'$

$$\begin{aligned} O_1A' = \frac{O_1A_2}{n} &= \frac{e+O_2A_2}{n} \\ &= \frac{e+O_2A_1}{n} (\text{ car: } M \Longrightarrow O_2A_2 = O_2A_1 \equiv e + O_1A_1) \\ &= \frac{e+e+O_1A_1}{n} = \frac{2e+O_1A_1}{n} \\ &= \frac{2e+nO_1A}{n} = 2\frac{e}{n} + O_1A \end{aligned}$$

On pose: $O_1A = a$

$\Longrightarrow O_2A' = 2\frac{e}{n} + a - e$

$*$) Soit O le point par lequel passe le plan de symétrie.

On oriente l'axe de $O_1 \longrightarrow O_2 \Longrightarrow \overline{AO} = \overline{OA'}$

$\begin{cases} \overline{AO} = \overline{AO_1} + \overline{O_1O} \equiv a + \overline{O_1O} \\ \overline{OA'} = \overline{OO_2} + \overline{O_2A'} \equiv \overline{OO_2} + 2\frac{e}{n} + a - e \end{cases}$

$\Longrightarrow \overline{O_1O} = \overline{OO_2} + 2\frac{e}{n} - e$

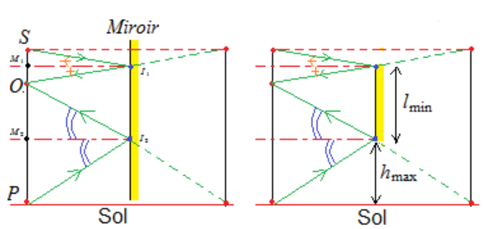
et comme: $\overline{O_1O_2} = e = \overline{O_1O} + \overline{OO_2} \Longrightarrow \overline{OO_2} = e - \overline{O_1O}$

$\Longrightarrow \overline{O_1O} = \frac{e}{n} = 2cm$

Exercice 9:

Un individu qui se tient à $2m$ d'un miroir fixé à un mur, désire s'y voir entièrement. Il mesure $1.85m$ et ses yeux se situent à $11cm$ du sommet de son crâne. Déterminer la longueur minimum $l_{\min}$ que doit avoir ce miroir ainsi que la hauteur maximale $h_{\max}$ à laquelle doit être fixée la base du miroir par rapport au sol.

Réponses :



S : sommet du crâne, d'image S'.

P : pieds d'image P'.

O : oeil qui voit S' et P'.

univdocs.com

S et O: symétriques par rapport à I_1.
P et O: symétriques par rapport à I_2.

$$\rightsquigarrow l_{\min} = I_1I_2 = M_1M_2 = M_1O + OM_2 = \frac{SO}{2} + \frac{OP}{2}$$

$OP = 185 - 11; SO = 11cm \Longrightarrow l_{\min} = 92.5cm$

$\rightsquigarrow h_{\max} = M_2P = OM_2 = 87cm$

univdocs.com

Première année Médecine Pr B. Boutabia-Chéraitia

Série 8 : Optique géométrique (2)

Exercice 1:

Quel doit être l'angle A d'un prisme de verre d'indice 1.59 pour qu'un rayon tombant

normalement sur la première face donne un émergent tangent à la seconde face?

Réponses

Face 1:
$\sin i = n \sin r \Longrightarrow (i = 0 \Longleftrightarrow r = 0)$
Face 2:
$i' = \frac{\pi}{2}; \sin i' = n \sin r' \Longrightarrow r' = 39°$
$A = r + r' \Longrightarrow A = 39°$

Exercice 2:

Un prisme en verre d'angle $A = 30°$, a pour indice $n = 1.65$. A partir de quelle incidence les rayons sortent-ils du prisme? Quelle serait alors leur déviation?

Réponses

1) Deuxième condition d'émergence:
$i \geqslant i_0$; avec: $\sin i_0 = n \sin r_0; r_0 = A - l$
On calcule l'angle limite:
$\sin l = \frac{1}{n}$
$\Longrightarrow l = 37.30° \Longrightarrow i_0 = -12.1°$
Il y aura donc émergence à partir de $i_0 = -12.1°$
2) si $i = i_0 \Longrightarrow i' = \frac{\pi}{2} \Longrightarrow D = D_{\max} = i_0 + \frac{\pi}{2} - A = 48.5°$
Remarque:
On s'est penché sur la deuxième condition d'émergence car on nous demande l'angle i à partir duquel les rayons sortent du prisme, la première condition étant sur l'angle A du prisme ($A < 2l$) qui est effectivement assurée.

Exercice 3:

Soit un prisme d'angle au sommet $30°$ et d'indice $n = 1.5$. Donner les valeurs des angles d'incidence, d'émergence et de déviation dans les cas suivant: incidence rasante, incidence normale, émergence rasante, émergence normale, minimum de déviation.

univdocs.com

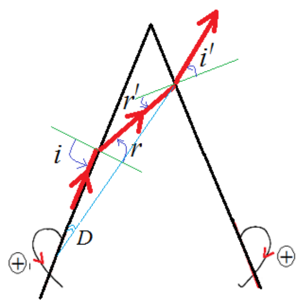
Faire une schéma correspondant à chaque cas.

<u>*Réponses*</u>

a) <u>Incidence rasante:</u>

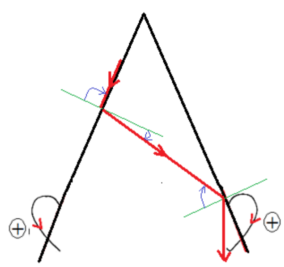
<u>1^{er} cas:</u>

$i = \frac{\pi}{2} \Longrightarrow r = l = 41.8° \Longrightarrow r' = -11.8° \Longrightarrow i' = -18° \Longrightarrow D = 42°$



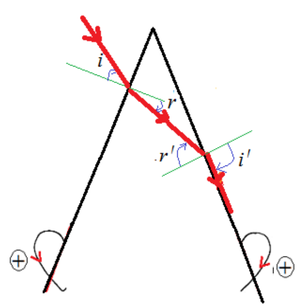
<u>$2^{ème}$ cas:</u>

$i = -\frac{\pi}{2} \Longrightarrow r = -41.8° \Longrightarrow r' = A - l = 71.8 > l \Longleftrightarrow$ réflexion totale



b) <u>Emergence rasante</u>

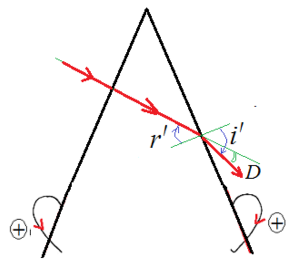
$i' = \frac{\pi}{2} \Longrightarrow r' = l = 41.8° \Longrightarrow r = A - l = r_0 = -11.8° \Longrightarrow i = i_0 = -18° \Longrightarrow D = 42°$



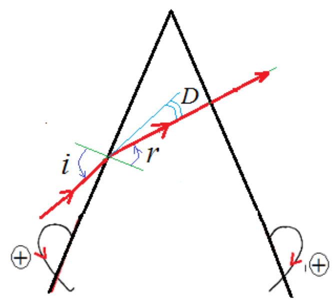
c) <u>Incidence normale:</u>

univdocs.com

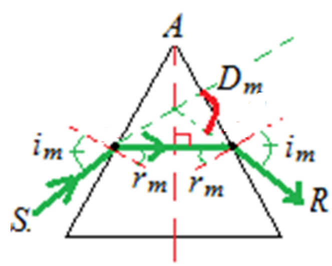
$i = 0 \Longrightarrow r = 0 \Longrightarrow r' = 30° \Longrightarrow i' = 48.6° \Longrightarrow D = 18.6°$



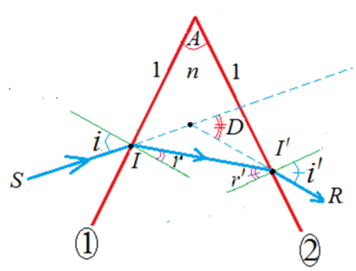
d) <u>Emergence normale:</u>
$i' = 0 \Longrightarrow r' = 0 \Longrightarrow r = 30° \Longrightarrow i = 48.6° \Longrightarrow D = 18.6°$

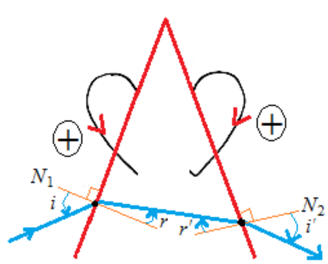


e) <u>Minimum de déviation:</u>
$r = r' = 15°; i = i' = 22.8°; D_m = 15.68°$



Rappels:





univdocs.com

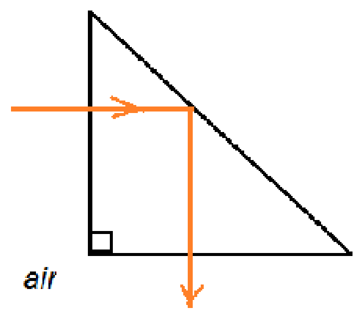
$$\begin{cases} \sin i = n \sin r \\ \sin i' = n \sin r' \\ A = r + r' \\ D = (i + i') - A \end{cases}$$

On oriente i, r, i', r' en partant de la normale.
Conditions d'émergence:

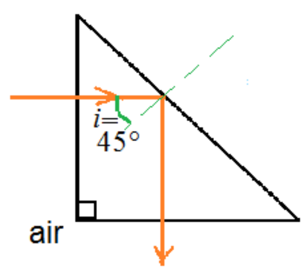
$$\begin{cases} A \leqslant 2l; \text{ avec: } \sin l = \frac{1}{n} \\ i \geqslant i_0; \text{ avec: } \sin i_0 = n \sin r_0; r_0 = A - l \end{cases}$$

Exercice 4:

A quelle relation doit satisfaire l'indice n d'un prisme isocèle rectangle utilisé dans les conditions de la figure pour que l'on se trouve dans le cas d'une réflexion totale ? Comment se comporte alors le prisme ?



Réponses



Hypoténuse: D_{n-1} :
Pour qu'il y ait réflexion totale il faut que $i > l$
l : angle critique; $\sin l = \frac{n_{air}}{n}$
Or, $i = 45°$ donc:

$$\begin{aligned} i > l \Longleftrightarrow l < 45° \Longrightarrow \sin l &< \sin 45° \\ \Longleftrightarrow \frac{n_{air}}{n} &< \sin 45° \\ \Longleftrightarrow n &> \frac{n_{air}}{\sin 45°} \simeq 1.41 \end{aligned}$$

univdocs.com

soit: $n > 1.41$
Le prisme se comporte alors comme un miroir.

Exercice 5:

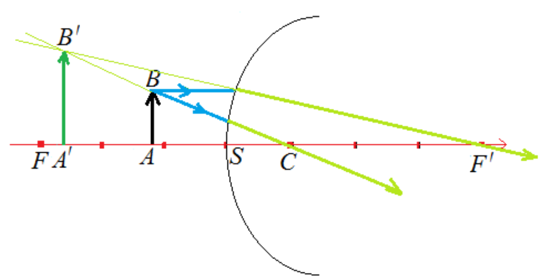
Un dioptre sphérique convexe et convergent de rayon $80cm$, sépare deux milieux transparents d'indices 1.2 et 1.6.

1) Déterminer la position des foyers et la puissance de ce dioptre

2) A $100cm$ en avant de son sommet S, on place un objet $AB = 1cm$ perpendiculairement à l'axe optique. Déterminer la position et la grandeur de son image en précisant si elle est réelle ou virtuelle. La construire géométriquement.

Réponses

1)$R = \overline{SC} = +80cm$
Distance focale objet: $f = \overline{SF} = \frac{n_1}{n_1 - n_2} R = -240cm$
Distance focale image: $f' = \overline{SF'} = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R = +320cm$
Puissance du dioptre: $D = \frac{n_2}{f'} = 0.5\delta$
2)$\overline{SA} = p = -1m < 0 \Longrightarrow O.R$
On a: $\frac{n_2}{q} - \frac{n_1}{p} = D \Longrightarrow q = -2.29m < 0 \Longrightarrow I.V$
Grandissement: $\gamma = \frac{n_1 q}{n_2 p} = \frac{1.2 \times (-2.29)}{1.6 \times (-1)} = 1.71$
$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \Longrightarrow \overline{A'B'} = 1.71cm$
$|\gamma| > 1 \Longrightarrow$ image plus grande que l'objet.
$\gamma > 0 \Longrightarrow$ image et objet tous deux droits (ou tous deux renversés)



Exercice 6:

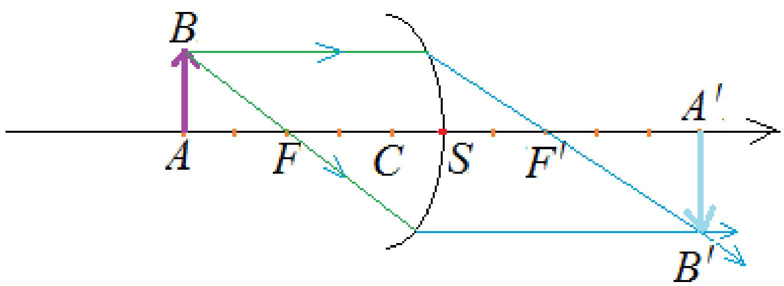
Une surface sphérique concave de $1m$ de rayon sépare deux milieux d'indices $n_1 = 1.5$ (plan objet) et $n_2 = 1$ (plan image). Un objet AB est placé perpendiculairement à l'axe optique, à $5m$ en avant de S (sommet du dioptre).

Déterminer la nature, la position, et le grandissement de l'image de AB. Faire la construction géométrique.

Réponses

univdocs.com

$R = \overline{SC} = -1m$
Distance focale objet: $f = \overline{SF} = \frac{n_1}{n_1 - n_2} R = -3m$
Distance focale image: $f' = \overline{SF'} = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R = +2m$
$\overline{SA} = p = -5m < 0 \Longrightarrow O.R$
$\frac{n_1}{p} - \frac{n_2}{q} = \frac{n_1 - n_2}{R} \Longrightarrow q = 5m > 0 \Longrightarrow I.R$
Grandissement: $\gamma = \frac{n_1 q}{n_2 p} = -1.5$
$|\gamma| > 1 \Longrightarrow$ image plus grande que l'objet.
$\gamma < 0 \Longrightarrow$ image renversée (car l'objet est droit).



univdocs.com

Première année Médecine — Pr B. Boutabia-Chéraitia

Série 09 : Optique géométrique (3)

Exercice 1:

Le rayon de courbure d'une lentille plan-concave d'indice $n = 1.51$ est $R = 18.4cm$. Quelle est sa distance focale? Où faut-il placer un objet pour que cette lentille en forme une image à $20cm$ en avant d'elle?

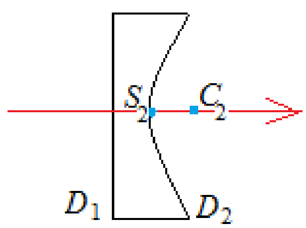
Réponses

1) La distance focale de la lentille obéit à la relation:

$$\frac{1}{f'} = (n-1)\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right]$$

Rappelons que l'on peut utiliser la lentille dans l'une ou l'autre de sa disposition par rapport à la propagation de la lumière:

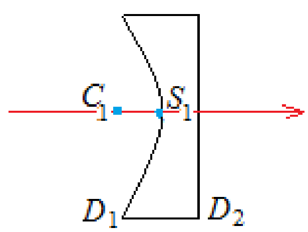
Disposition 1:



$$\begin{cases} D_1 : \text{dioptre plan} \Longrightarrow R_1 = \infty \\ D_2 : \text{dioptre convexe} \Longrightarrow R_2 = \overline{S_2C_2} = +18.4cm \end{cases}$$

$\Longrightarrow \frac{1}{f'} = (n-1)\left[\frac{1}{\infty} - \frac{1}{18.4}\right] \Longrightarrow f' = -36cm$

Disposition 2:



$$\begin{cases} D_1 : \text{dioptre concave} \Longrightarrow R_1 = \overline{S_1C_1} = -18.4cm \\ D_2 : \text{dioptre plan} \Longrightarrow R_2 = \infty \end{cases}$$

$\Longrightarrow \frac{1}{f'} = (n-1)\left[\frac{1}{-18.4} - \frac{1}{\infty}\right] \Longrightarrow f' = -36cm$

2) Image à $20cm$ en avant de la lentille $\Longrightarrow I.V$ càd: $q = -20cm$

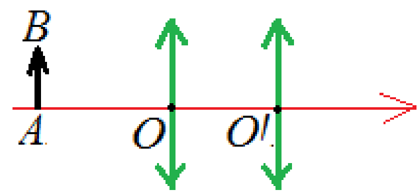
univdocs.com

$p = ?$
$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{f'} \Longrightarrow p = -45cm \Longrightarrow O.R$

Exercice 2:

On place deux lentilles convergentes, chacune de distance focale $32.0cm$, à $21.5cm$ l'une de l'autre. On pose un objet à $55.0cm$ devant la première lentille. Où sera située l'image finale formée par la seconde lentille. Quel sera le grandissement total?

Réponses



$\rightsquigarrow \overline{OA} = -55cm = p_1$
$AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2$
$L_1 : \frac{1}{p_1} - \frac{1}{q_1} = -\frac{1}{f_1'} \Longrightarrow q_1 = 76.5cm$
$q_1 > 0 \Longrightarrow I.R$
$\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{q_1}{p_1} = \frac{76.5}{-55}$
$\rightsquigarrow A_1B_1$ joue le rôle d'objet par rapport à L_2
$L_2 : \frac{1}{p_2} - \frac{1}{q_2} = -\frac{1}{f_2'}$
$p_2 = \overline{O'A_1} = \overline{O'O} + \overline{OA_1} = 55cm > 0 \Longrightarrow O.V$
$\Longrightarrow q_2 = 20.2cm = \overline{O'A'}$
$\gamma_2 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{q_2}{p_2} = \frac{20.5}{55}$
$\rightsquigarrow \gamma_T = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \times \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{q_1}{p_1} \times \frac{q_2}{p_2} = -0.51$

Exercice 3:

On veut obtenir sur un écran situé à $2m$ d'un objet, une image réelle 4 fois plus grande. Quelles sont la nature et la distance focale de la lentille qu'il faut prendre et où faut-il placer celle-ci?

Réponses

Objet et image tous deux **réels** $\Longrightarrow$ lentille entre les deux afin d'avoir:

univdocs.com

$p = \overline{OA} < 0$ et $q = \overline{OA'} > 0$

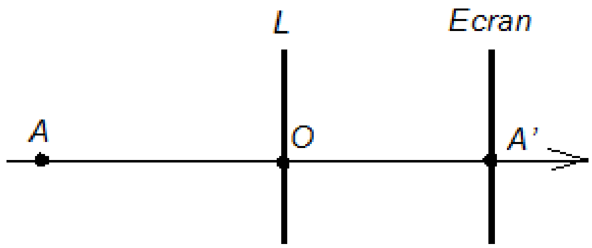


Image réelle $\Longrightarrow q > 0$
Image 4 fois plus grande que l'objet $\Longrightarrow |\gamma| = 4$
Objet réel $\Longrightarrow p < 0 \Longrightarrow \gamma = \frac{q}{p} = -4 \ldots (1)$
$\overline{AA'} = 2m = \overline{OA'} - \overline{OA}$ (relation de Schales)
$= q - p \ldots (2)$
(1) et (2) $\Longrightarrow p = -0.4m; q = 1.6m$
$\frac{1}{q} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f\,'} \Longrightarrow f' = \frac{qp}{p-q} = 3.2m > 0 \Longrightarrow$ *Lentille CV*

Exercice 4:

On accole une lentille de vergence inconnue et une lentille de vergence -10.3δ. L'ensemble donne d'un objet réel une image de même dimensions que lui et située à $76cm$ de l'objet. Calculer la vergence et la distance focale de la première lentille.

Réponses

$V = V_1 + V_2; V = \frac{p-q}{pq} = \frac{1}{f\,'}$
Objet réel $(p < 0)$ et image réelle $(q > 0) \Longrightarrow \gamma = \frac{q}{p} = -1 \ldots (1)$
$\overline{AA'} = q - p = 76cm \ldots (2)$
(1) et (2) $\Longrightarrow p = -38cm; q = +38cm \Longrightarrow \frac{1}{f\,'} = 5.2\delta = V$
$\Longrightarrow V_1 = V - V_2 = 15.3\delta \Longrightarrow f_1' = 19.6cm$

Exercice 5:

Une lentille convergente de 10δ est placée horizontalement à $23cm$ au dessus du fond d'une cuve vide. A $20cm$ en dessus de la lentille et sur son axe, se trouve un point lumineux A.

1) Trouver la position et la nature de l'image A_1 de A.

2) Quelle épaisseur d'eau $(n_e = \frac{4}{3})$ doit-on verser dans la cuve pour que l'image finale de A se forme exactement sur le fond?

univdocs.com

3) On remplace l'eau par un autre liquide. Trouver l'indice de réfraction de ce liquide, sachant que pour maintenir l'image de A au fond il faut en verser une épaisseur de $12.5cm$.

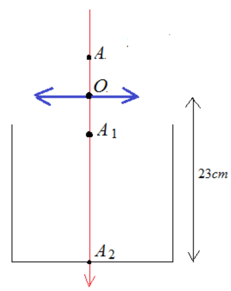
$\underline{\underline{\textit{Réponses}}}$

$V = 10\delta = \frac{1}{f\,\prime} \Longrightarrow f\,\prime = 10cm > 0 \Longrightarrow CV$

1) $\overline{OA} = p = -20cm$

$\frac{1}{q} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f\,'} \Longrightarrow q = 20cm > 0 \Longrightarrow I.R$

2) $A \xrightarrow{L} A_1 \overset{D_{air-eau}}{\longrightarrow} A_2$



Soit O_1 point d'intersection entre $(D_{air-eau})$ et (AA_1).

$A_1 \overset{D_{air-eau}}{\longrightarrow} A_2$

$O_1 \left\{ \begin{array}{ll} A_1 & \longrightarrow A_2 \\ n_{air} & \quad n_{eau} \end{array} \right. \Longrightarrow O_1A_2 = \frac{4}{3}O_1A_1...(1)$

On pose: $\underline{O_1A_1 = x}$ et $\underline{O_1A_2 = y} \Longrightarrow \boxed{y = \frac{4}{3}x}$

D'autre part: $\overline{A_1A_2} = 3cm = \overline{O_1A_2} - \overline{O_1A_1}...(2) \Longrightarrow y = 3 + \overline{O_1A_1}$

$\overline{O_1A_2} > 0 \Longrightarrow \overline{O_1A_2} = y$, par contre pour $\overline{O_1A_1}$ on peut avoir deux possibilités: $\overline{O_1A_1} > 0$ et $\overline{O_1A_1} < 0$

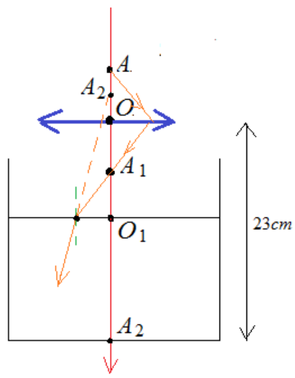
$(2) \Longrightarrow \boxed{y = 3 + \overline{O_1A_1}}$

Première possibilité: $\overline{O_1A_1} < 0$

$\Longrightarrow \overline{O_1A_1} = -x \Longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{4}{3}x \\ y = 3 - x \end{array} \right. \Longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{12}{7}cm \\ x = \frac{9}{7}cm \end{array} \right.$

Or physiquement du point de vue optique géométrique, A_2 ne se formera jamais sur le fond:

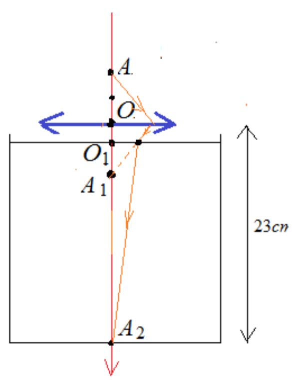
univdocs.com



Donc possibilité rejetée.

Deuxième possibilité: $\overline{O_1A_1} > 0$

$\Longrightarrow \overline{O_1A_1} = x \Longrightarrow \begin{cases} y = \frac{4}{3}x \\ y = 3 + x \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} y = 12cm \\ x = 9cm \end{cases}$



$y = O_1A_2 =$ épaisseur de l'eau.

3) Si $y = 12.5$ et $y = x + 3 \Longrightarrow x = 9.5cm$

Sachant que (voir (1)): $y = nx \Longrightarrow n = \frac{y}{x} = 1.31$

univdocs.com

Module de Biophysique

SERIE 10

L'œil et la vision & Instruments d'optique

Pr. Boutheina Boutabia-Chéraitia

Faculté de Médecine d'Annaba

univdocs.com

Exercice 1:

Un dioptre sphérique équivalent à l'oeil normal au repos est de rayon $5.6mm$ et d'indice 1.337. La rétine se situe à $16.6mm$ du centre de ce dioptre.

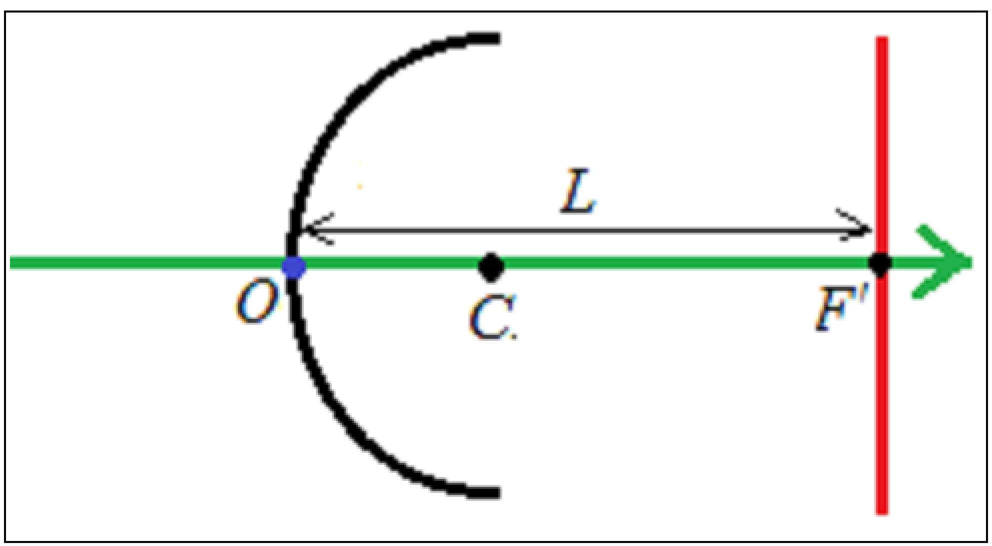
1) Calculer la puissance au repos de cet oeil

2) Que devient cette puissance lorsque l'oeil accommode pour regarder un objet situé à $25cm$?

Réponses

$$L = 5.6 + 16.6 = 22.2mm$$

1)



univdocs.com

Oeil au repos $\Rightarrow$ objet à l'∞ $\Rightarrow$ puissance minimum

$$D_{\min} \equiv D_{\infty} \equiv D_r = \frac{n-1}{R} = \frac{n}{L} = \frac{1.337}{22.2\times10^{-3}} \simeq 60.2\delta$$

2) Objet à $25cm$ $\Leftrightarrow$ objet au PP $\Rightarrow$ $D_{\max} = \frac{n}{L} - P$

$$= \frac{1.337}{22.2\times10^{-3}} - \frac{1}{-25\times10^{-2}} = 64.2\delta$$

Exercice 2:

La distance minimale de vision distincte d'un oeil normal devenu légèrement presbyte vaut $50cm$. Quelles sont la distance focale et la vergence de la lentille qui lui permettra de voir des objets situés à $25cm$?

Réponses

$$PP = -50cm$$

$\mapsto$ Si lunettes situées à $2cm$ de l'oeil $\Rightarrow$ $V_L = \frac{1}{f_L} \simeq 4.34 + \frac{1}{PP+d}$

$= 4.34 + \frac{1}{(-50+2)\times 10^{-2}} = 2.26\delta$

La lentille est convergente

$\mapsto$ Si lentille de contact $\Rightarrow V_L = 4 + P = 4 + \left(\frac{1}{-0.5}\right) = 2\delta$

Exercice 3:

Une personne ne voit nettement que les objets situés à une distance de 35 à $210cm$.

Quelle devraient être la puissance de chaque partie des verres bifocaux placés à $2cm$ de l'oeil pour que cette personne puisse voir des objets éloignés et lire à $25cm$?

Réponses

L'amétropie dont il s'agit est une myopie: $\begin{cases} PP = -35cm \\ PR = -210cm \end{cases}$

Ajouté à celà une presbytie car: $d = |PP| > 25cm$

$\rightarrow$ *Correction pour la vue de loin:*

univdocs.com

$$V_L = \frac{1}{PR+d}$$

$$= \frac{1}{(-210+2)\times10^{-2}} = -0.48\delta$$

$\rightarrow$ Correction pour la vue de près:

$$V_L = 4.34 + \frac{1}{PP+d}$$

$$= 4.34 + \frac{1}{(-35+2)\times10^{-2}} = 1.30\delta \Rightarrow \text{lentille } CV$$

Notons que pour une myopie simple la lentille de correction est divergente. Mais dans ce cas cette myopie est augmentée d'une presbytie d'où que la vergence n'est plus négative.

Exercice 4:

On considère un myope de 4δ. En l'absence de correction son PP se situe à $10cm$ en avant de l'oeil.

1) Calculer son amplitude d'accommodation. Ce sujet est-il presbyte?

univdocs.com

2) Quelle correction lui sera nécessaire pour la vue de loin? quelle serait alors la nouvelle position du PP? Conclure

Réponses

1) Myope $\Rightarrow R < 0 \Rightarrow R = -4\delta \Rightarrow PR = -\frac{1}{4} = -0.25m$

Soit: $PR = -25cm$

$$PP = -10cm \Rightarrow P = -\frac{1}{10\times10^{-2}} = -10\delta$$

$\mapsto$ *Amplitude d'accommodation*: $A = R - P$

$$= -4 + 10 = 6\delta$$

$\Rightarrow$ le sujet n'est pas presbyte car pour la presbytie il faut que: $A < 4\delta$

2) *Correction pour la vue de loin:*

$$V_L = \frac{1}{PR+d}$$

$$= \frac{1}{(-25+2)\times10^{-2}} = -4.34\delta$$

univdocs.com

6 SERIE 10 -avec corrigé- Pr B. Boutabia-Chéraitia

Quand on corrige un oeil amétrope, on tente de ramener les valeurs de R et de P à celles de l'oeil normal $(R = 0; P = -4\delta)$.

Donc pour cet oeil myope corrigé pour la vue de loin, la nouvelle valeur de R sera: $R' = 0$

L'acuité visuelle $(A = R - P)$ ne change pas par la correction.

$\rightarrow$ ***Avant la correction:***

$$A = R - P = 6\delta \text{ avec: } (R = -4\delta; P = -10\delta)$$

$\rightarrow$ ***Après la correction:***

$$A = R' - P' = 6\delta \text{ avec: } (R' = 0; P' = ?)$$

$$\Rightarrow P' = R' - A = -6\delta$$

$$P' = -6\delta = \frac{1}{PP'} \Rightarrow PP' = -\frac{1}{6}$$

Soit $P = -16.66cm$: la nouvelle position du PP.

Conclusion:

La correction pour la vue de loin a amélioré la vue de près.

univdocs.com

Exercice 5:

Un sujet présente une hypermétropie de 5δ et une presbytie. Son amplitude d'accommodation A vaut 3δ.

1) Montrer que ce sujet ne peut jamais voir nettement.

2) Calculer la position de son PP après correction avec des verres de contact pour la vue de loin.

3) Déterminer la vergence des verres de contact qui corrigeraient sa vision de près.

Réponses

1) Hypermétropie $\Rightarrow R > 0$

$$R = 5\delta \Rightarrow PR = \frac{1}{R} = 0.2m > 0 \Rightarrow PR \text{ est } \textbf{virtuel}.$$

$$A = R - P \Rightarrow P = R - A = 2\delta$$

$$\Rightarrow PP = \frac{1}{P} = 0.5m > 0 \Rightarrow PP \text{ est } \textbf{virtuel}.$$

PP et PR **virtuels** $\Rightarrow$ le sujet ne peut jamais voir nettement si ce n'est avec un grand effort d'accommodation.

univdocs.com

Remarque:

$A = 3\delta < 4\delta \Rightarrow$ presbytie

2) Si on corrige pour la vue de loin, on ramène R à la valeur normale, càd $R' = 0$.

$R' = 0 \Rightarrow P' = R' - A = -3 \Rightarrow PP' = \frac{1}{P'} = -0.33m < 0 \Rightarrow$ le PP est devenu réel.

$\Rightarrow$ La correction pour la vue de loin a amélioré la vue de près.

Remarque:

Pour corriger la vue de loin il faut des verres de vergence:

$V_L = R \Rightarrow V_L = 5\delta$

3) *Correction pour la vue de près:*

$V_L = 4 + P \Rightarrow V_L = 4 + 2 = 6\delta$

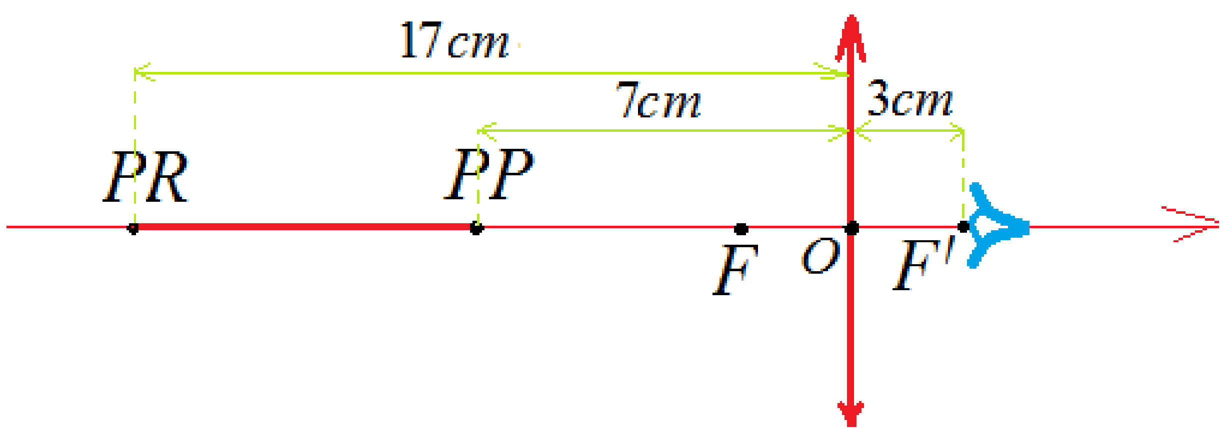
univdocs.com

Exercice 6:

Un oeil myope dont les limites de vision distincte sont 10 et $20cm$, a son sommet optique au foyer image d'une loupe de distance focale $3cm$. Entre quelles limites doit être comprise la distance d'un objet à la loupe pour que cet objet soit vu nettement à travers celle-ci? En déduire la latitude de mise au point dans ces conditions.

Réponses

$$AB \xrightarrow{Loupe} A'B' \xrightarrow{Oeil} A''B'' \text{ sur la rétine.}$$



$A'B'$ joue un rôle intermédiaire: image de AB par rapport à la loupe, et objet dont l'image est $A''B''$ par rapport à l'oeil.

univdocs.com

Pour que l'image définitive $A''B''$ se forme sur la rétine, il faut que $A'B'$ se place entre le PP et le PR. Autrement dit:

$$-17cm \leqslant \overline{OA'} \leqslant -7cm$$

$$\begin{cases} \overline{OA'} = -17cm \text{ lorsque } A'B' \text{ est au } PR \\ \overline{OA'} = -7cm \text{ lorsque } A'B' \text{ est au } PP \end{cases}$$

<u>Loupe:</u>

$$AB \xrightarrow{Loupe} A'B'$$

$$\frac{1}{q} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \Rightarrow q = \frac{f'p}{f'+p} \equiv \frac{3p}{3+p} \text{ avec: } \begin{cases} p = \overline{OA} \\ q = \overline{OA'} \end{cases}$$

$-17cm \leqslant \overline{OA'} \leqslant -7cm$ devient alors: $-17 \leqslant q \leqslant -7$

càd: $-17 \leqslant \dfrac{3p}{3+p} \leqslant -7$

Rappelons que pour que $A'B'$ soit **plus grande et droite** il faut que AB soit placé entre O et le foyer objet F càd:

$$-3 \leqslant p < 0 \Rightarrow 0 \leqslant 3+p < 3$$

↦ Considérons la première partie de l'inégalité:

$$-17 \leqslant \frac{3p}{3+p} \Rightarrow -17(3+p) \leqslant 3p$$

$$\text{càd} : -51 - 17p \leqslant 3p \Rightarrow -51 \leqslant 20p \Rightarrow -2.55cm \leqslant p$$

↦ Considérons la deuxième partie de l'inégalité:

$$\frac{3p}{3+p} \leqslant -7 \Rightarrow 3p \leqslant -7(3+p)$$

$$\text{càd} : 3p \leqslant -7p - 21 \Rightarrow 10p \leqslant -21 \Rightarrow p \leqslant -2.1cm$$

En tout : $-2.55cm \leqslant p \leqslant -2.1cm$

<u>Remarquons que</u>:

$p = -2.1cm$ correspond à la position (1) càd: $p_1 = -2.1cm$

$p = -2.55cm$ correspnd à la position (2) càd: $p_2 = -2.55cm$

D'où que la **latitude de mise au point** est:

$$\lambda = |p_2 - p_1| = 0.45cm = 4.5mm$$

univdocs.com

Exercice 7:

Un petit microscope optique possède les caractéristiques suivantes:

Distance focale de l'objectif : $f'_1 = 10mm$; Distance focale de l'oculaire : $f'_2 = 30mm$; $F'_1F_2 = l = 150mm$

Ce microscope est mis au point pour la vision à l'infini.

1) Calculer la puissance intrinsèque et le grossissement commercial de cet instrument.

2) Calculer la distance de l'objet à la lentille objectif.

3) Calculer le grandissement de l'objectif, la puissance et le grossissement de l'oculaire. En déduire la puissance et le grossissement calculés en 1).

Réponses

1) Vision à l'∞

$$AB \xrightarrow{Objectif\ (L_1)} A_1B_1 \xrightarrow{Oculaire\ (L_2)} A'B' \xrightarrow{Oeil} A''B''$$

univdocs.com

<u>*Oculaire L_2*</u> : $A'B'$ à l'$\infty \Rightarrow A_1B_1$ en F_2

$\mapsto$ Puissance intrinsèque:

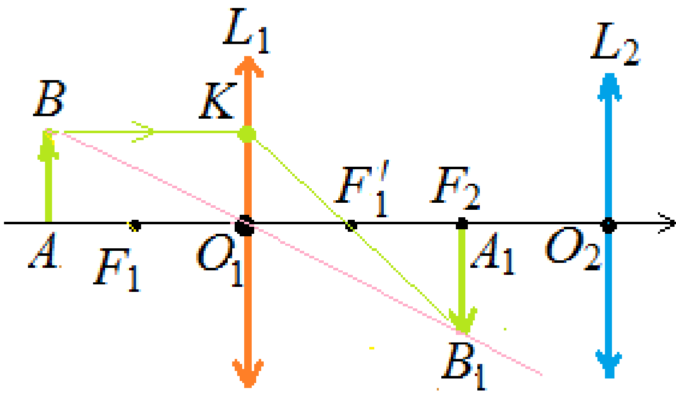
$$P_i = \frac{l}{f'_1 f'_2} = \frac{150}{10\times 30} = 500\delta$$

$\mapsto$ Grossissement commercial:

$$G_c = 0.25 P_i = 125\delta$$

2) $\overline{O_1A} = ?$

<u>*Lentille L_1*</u> : $AB \xrightarrow{Objectif\,(L_1)} A_1B_1$ en F_2



$$\frac{1}{q} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow p = \frac{q f'_1}{f'_1 - q}$$

avec: $\begin{cases} p = \overline{O_1A} \\ q = \overline{O_1A_1} = f'_1 + l = 160mm \end{cases}$

$\Rightarrow p = \dfrac{(f'_1 + l) f'_1}{f'_1 - (f'_1 + l)} = -10.67mm \Rightarrow$ la distance est $d = 10.67mm$

univdocs.com

3) ↦ Grandissement de l'objectif:

$$\gamma_1 = \frac{l}{f_1'} = \frac{150}{10} = 15$$

↦ Puissance de l'oculaire:

$$P_2 = \frac{1}{f_2'} = \frac{1}{30\times10^{-3}} = 33.33\delta$$

↦ Grossissement de l'oculaire:

$$G_2 = P_2 d$$

$$d = 0.25m \Rightarrow G_2 = 33.33 \times 0.25 \simeq 500\delta$$

<u>Déduction de la puissance et du grossissement calculés en 1):</u>

Puissance intrinsèque:

$$P_i = \gamma_1 P_2 = 15 \times 33.33 \simeq 500\delta$$

On a aussi:

$$P_2 = \frac{G_2}{d} \Rightarrow P_i = \gamma_1 \frac{G_2}{d} \Rightarrow P_i d = \gamma_1 G_2$$

Or, Pd = grossissement $\Rightarrow G = \gamma_1 G_2 \simeq 125$

univdocs.com

Module de Biophysique

SERIE 11

Les Rayonnements (1)

Pr. Boutheina Boutabia-Chéraitia

Faculté de Médecine d'Annaba

univdocs.com

Exercice 1:

Un pêcheur remarque que des crêtes d'ondes passent chaque $6s$ sous la proue de son bâteau ancré. La distance entre deux crêtes est de $15m$. A quelle vitesse les ondes voyagent-elles?

Réponses

La distance entre deux crêtes $= \lambda$: période spatiale ou cycle.

La durée d'un cycle $= T$

$\lambda = 15m \qquad T = 6s$

$$\lambda = vT \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T} = \frac{15}{6} = 2.5m/s$$

Les ondes voyagent à la vitesse de $2.5m/s$

Exercice 2:

Les micro-ondes, comme celles qu'utilisent les radars et les fours à micro-ondes, ont des longueurs d'onde supérieures à $3mm$. Quelle est leur fréquence en (nm)?

univdocs.com

Réponses

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times10^{8}}{3\times10^{-3}} = 10^{11}Hz$$

$$\lambda > 3mm \Rightarrow \frac{c}{\nu} > 3\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow \frac{3\times10^{8}}{3\times10^{-3}} > \nu \Leftrightarrow \nu < 10^{11}Hz$$

Exercice 3:

Les fréquences des ondes radio AM (modulation d'amplitude), lesquelles se propagent à une vitesse de $3\times10^{8}m/s$, se situent entre $550kHz$ et $1600kHz$. Quelles sont les longueurs d'onde de ces ondes? Les ondes FM (modulation de fréquence) se propagent à la même vitesse, mais leurs fréquences se situent entre $88MHz$ et $108MHz$. Quelles sont leurs longueurs d'onde?

Réponses

$\rightsquigarrow$ Ondes AM : $550kHz \leqslant \nu \leqslant 1600kHz$

univdocs.com

$$\Rightarrow \frac{1}{1600} \leqslant \frac{1}{\nu} \leqslant \frac{1}{550} \overset{\times c}{\Rightarrow} \frac{c}{1600\times10^3} \leqslant \underbrace{\frac{c}{\nu}}_{=\lambda} \leqslant \frac{c}{550\times10^3}$$

$$\Rightarrow 187.5m \leqslant \lambda \leqslant 545.5m$$

$\rightsquigarrow$ Ondes FM : $88MHz \leqslant \nu \leqslant 108MHz$

$$\Rightarrow \frac{3\times10^8}{108\times10^6} \leqslant \lambda \leqslant \frac{3\times10^8}{88\times10^6}$$

$$\Rightarrow 2.77m \leqslant \lambda \leqslant 3.4m$$

Exercice 4:

Une radiation a pour longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 5000\mathring{A}$. Calculer sa période, sa fréquence, et sa célérité dans un verre d'indice $n = 1.5$ pour cette radiation et sa longueur d'onde dans ce verre.

Réponses

$\rightsquigarrow$ $\lambda_0 = cT \Rightarrow T = \frac{\lambda_0}{c} = \frac{5000\times10^{-10}}{3\times10^8} = 1.67\times10^{-15}s$

univdocs.com

$\rightsquigarrow \nu = \frac{1}{T} \Rightarrow \nu = \frac{1}{1.67\times10^{-15}} = 6 \times 10^{14} Hz$

$\rightsquigarrow n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n} = \frac{3\times10^{8}}{1.5} = 2 \times 10^{8} m/s$

$\rightsquigarrow \lambda = vT \Rightarrow \lambda = 2 \times 10^{8} \times 1.67 \times 10^{-15} = 0.33 \times 10^{-6} m$

$= 0.33 \mu m$

Exercice 5:

Lorsqu'un faisceau d'électrons frappe un bloc de cuivre, des rayons X de fréquence $2.0\times10^{18} Hz$ sont émis. Quelle est la longueur d'onde en (pm) de ces rayons X?

Réponses

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3\times10^{8}}{2\times10^{18}} = 1.5 \times 10^{-10} m$$

soit: $\lambda = \frac{1.5\times10^{-10}}{10^{-12}} = 1.5 \times 10^{2} pm$ $1 pm = 10^{-12} m$

univdocs.com

Exercice 6:

Les lampes à vapeur de sodium utilisées pour l'éclairage public émettent une lumière jaune à $589nm$. Quelle est l'énergie véhiculée par cette onde en (J)?

Réponses

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\Rightarrow E = \frac{6.62\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{589\times10^{-9}} = 3.37\times10^{-19}J$$

Exercice 7:

L'énergie pour rompre la liaison $C-C$ est $348kJ/mol$. Une lumière violette de longueur d'onde $420nm$ peut-elle rompre une telle liaison?

univdocs.com

Réponses

$\rightsquigarrow$ Rompre la liaison $C-C \Rightarrow$ il faut $348kJ/mol$

$$\left.\begin{array}{rl} 348kJ & \rightarrow 1mole = 6.02\times10^{23}\,molécules \\ E & \rightarrow 1molécule \end{array}\right\} \Rightarrow E = \frac{348\times10^{3}}{6.02\times10^{23}}$$

Soit: $E = 5.78\times10^{-19}J$: énergie par molécule pour rompre la liaison $C-C$

$\rightsquigarrow$ $\lambda = 420nm = 420\times10^{-9}m$

$$E_{\lambda} = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.62\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{420\times10^{-9}} = 0.047\times10^{-17}J$$

Soit: $E_{\lambda} = 4.7\times10^{-19}J$

$E_{\lambda} < E \Rightarrow$ impossible de rompre la liaison covalente $C-C$ par cette lumière violette.

univdocs.com

Module de Biophysique

SERIE 12

Les Rayonnements (2)

Pr. Boutheina Boutabia-Chéraitia

Faculté de Médecine d'Annaba

univdocs.com

Exercice 1:

Convertir en:

$\ast$ MeV, l'énergie $E = 10^{-12}J$

$\ast$ MeV/c^2, l'unité de masse atomique (uma) sachant que:

$1uma = \frac{1}{12}$ masse d'un atome de carbone $\simeq 1.66 \times 10^{-27}kg$

$\ast$ MeV/c^2, la masse $m = 10^{-27}kg$

$\ast$ MeV/c, la quantité de mouvement $p = 2.7 \times 10^{-20}kg.m/s$

Réponses

$\ast$ $E = 10^{-12}J$

$$\left.\begin{array}{ll} 1eV & \rightarrow 1.6 \times 10^{-19}J \\ E_{eV} & \rightarrow E_J \end{array}\right\} \Rightarrow E_{eV} = \frac{E_J}{1.6\times10^{-19}}$$

$$1MeV = 10^6 eV \Rightarrow 1eV = \frac{1}{10^6}MeV \Rightarrow E_{MeV} = \frac{E_{eV}}{10^6} = \frac{E_J}{1.6\times10^{-13}}$$

univdocs.com

Soit: $10^{-12} J = 6.25 MeV$

$* \; 1uma \cong 1.66 \times 10^{-27} kg$

$E = mc^2 = uma \times c^2 = 1.66 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2$

Soit en (MeV) : $E = \dfrac{1.66..\times 10^{-27} \times (3\times 10^8)^2}{1.6..\times 10^{-13}} \cong 931.5 MeV$

$$1umac^2 \cong 931.5 MeV$$

On en déduit que:

$$\frac{1umac^2}{c^2} = \frac{931.5 MeV}{c^2} \Longrightarrow 1uma = 931.5 \; MeV/c^2$$

$* \; m = 10^{-27} kg$

$$m = \frac{m}{uma} uma = \frac{m}{1.66\times 10^{-27}} 931.5 \; MeV/c^2$$

$$= \frac{10^{-27}}{1.66\times 10^{-27}} 931.5 \; MeV/c^2 \cong 561 MeV/c^2$$

Soit: $10^{-27} kg = 561 MeV/c^2$

univdocs.com

$$* \; p = 2.7 \times 10^{-20} kg.m/s = mv$$

$$\begin{cases} m = \frac{m}{uma} uma = \frac{m}{1.66\times10^{-27}} 931.5 \; MeV/c^2 \\ v = \frac{v}{c} c = \frac{v}{3\times10^{8}} c \end{cases}$$

$$\Rightarrow p = \frac{m}{1.66\times10^{-27}} 931.5 MeV/c^2 \times \frac{v}{3\times10^{8}} c$$

$$= mv \frac{931.5}{1.66\times10^{-27}\times3\times10^{8}} \frac{MeV}{c^2} c$$

$$= 2.7 \times 10^{-20} \frac{931.5}{1.66\times10^{-27}\times3\times10^{8}} \frac{MeV}{c}$$

Soit: $2.7 \times 10^{-20} kg.m/s = 50.6 \frac{MeV}{c}$

Exercice 2:

Un proton est animé d'une vitesse $v = 0.9c$. Sa masse au repos est $m_p = 1.67262 \times 10^{-27} kg \simeq 1.007 uma$.

1) Ce proton est-il relativiste? Calculer le coefficient γ.

univdocs.com

2) Calculer l'énergie totale E de ce proton en (MeV).

3) Calculer la quantité de mouvement de ce proton en $(kg.m/s)$ et en (MeV/c).

4) Calculer l'énergie cinétique de ce proton en (MeV).

Réponses

1) $\beta = \frac{v}{c} = 0.9 > 0.1 \Rightarrow$ ce proton est relativiste.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 2.29$$

2) $E = mc^2 = \gamma m_0 c^2 = 2.29 \times 1.67262 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2$

$$= 3.44 \times 10^{-10} J$$

$$E_{MeV} = \frac{E_J}{1.6\times10^{-13}} = \frac{3.44\times10^{-10}}{1.6\times10^{-13}} = 2.15 \times 10^3 MeV$$

univdocs.com

Autre méthode:

$$E = mc^2 = \gamma m_0 c^2 = \gamma \times 1.007 \times uma \times c^2$$
$$= \gamma \times 1.007 \times 931.5 \frac{MeV}{c^2} c^2$$
$$\cong 2.15 \times 10^3 MeV$$

$1uma = 931.5MeV/c^2$

3) $\rightsquigarrow p = mv = \gamma m_0 v$

$$= \gamma m_0 \times 0.9c$$
$$= 2.29 \times 1.67262 \times 10^{-27} \times 0.9 \times 3 \times 10^8$$
$$= 1.034 \times 10^{-18} kg.m/s$$

$$\rightsquigarrow p = mv = \gamma m_0 v = \gamma \times 1.007 uma \times 0.9c$$
$$= \gamma \times 1.007 \times 931.5 \frac{MeV}{c^2} \times 0.9c$$
$$= 1.93 \times 10^3 MeV/c$$

$1uma = 931.5MeV/c^2$

univdocs.com

4) $E = mc^2 = m_0c^2 + E_c \Rightarrow E_c = E - m_0c^2$

$$= \gamma m_0c^2 - m_0c^2$$

$$= (\gamma - 1)m_0c^2$$

$$= 1.29m_0c^2$$

$$= 1.29 \times 1.007uma \times c^2$$

$$= 1.29 \times 1.007 \times 931.5\,\frac{MeV}{c^2} \times c^2$$

$$= 1.21 \times 10^3 MeV$$

Exercice 3:

Un accélérateur fournit à sa sortie un faisceau d'électrons ayant une énergie égale à $10GeV$.

1) Ces électrons sont-ils relativistes? Calculer le facteur γ

2) Quelle est leur énergie cinétique?

3) Quelle est la quantité de mouvement d'un électron de ce faisceau?

univdocs.com

Réponses

$E = 10GeV = 10 \times 10^9 eV = 10^7 keV$

1) $\rightsquigarrow E = E_0 + E_c$

Si $E = E_0 \Rightarrow m = m_0 \Rightarrow$ la particule est classique.

Si $E > E_0 \Rightarrow m > m_0 \Rightarrow$ la particule est relativiste.

On calcule E_0 :

$E_0 = m_0 c^2$: énergie de repos de l'électron.

$$= \frac{m_0}{uma} umac^2 = \frac{9.1\times10^{-31}}{1.66\times10^{-27}} 931.5 \frac{MeV}{c^2} c^2$$

$$= 0.511 MeV = 511 keV$$

$E > E_0 \Rightarrow$ les électrons sont relativistes.

$\rightsquigarrow E = mc^2 = \gamma m_0 c^2 = \gamma E_0 \Rightarrow \gamma = \frac{E}{E_0}$

$$= \frac{10^7}{511} = 1.95 \times 10^4$$

univdocs.com

2) $E = \gamma E_0 = E_0 + E_c \Rightarrow E_c = E - E_0 = (\gamma - 1)E_0 = 10GeV$

3) $p = mv$

On a: $p^2c^2 = E^2 - m_0^2c^4 = E^2 - (m_0c^2)^2 = E^2 - E_0^2$

$$\Rightarrow pc = \sqrt{E^2 - E_0^2} = \sqrt{(10^7)^2 - (511)^2} = 10^7 keV$$

$$\Rightarrow p = 10^7 keV/c = 10^4 MeV/c$$

Exercice 4:

Quelle est la quantité de mouvement d'un proton dont l'énergie totale est égale à $2GeV$? La masse du proton étant de $938MeV/c^2$

Réponses

$$m_0 = 938MeV/c^2 \Rightarrow E_0 = m_0c^2 = 938MeV$$

$$pc = \sqrt{E^2 - E_0^2} = \sqrt{(2 \times 10^9)^2 - (938 \times 10^6)^2}$$

$$= 1.76 \times 10^9 eV = 1.76GeV$$

$$\Rightarrow p = 1.76GeV/c$$

univdocs.com

Module de Biophysique

SERIE 13

Les Rayonnements (3):

L'effet photoélectrique

Pr. Boutheina Boutabia-Chéraitia

Faculté de Médecine d'Annaba

univdocs.com

Exercice 1:

Une lumière polychromatique comprenant trois radiations ($\lambda_1 = 450nm; \lambda_2 = 610nm; \lambda_1 = 750nm$) irradie un échantillon de potassium contenu dans une ampoule. L'énergie d'ionisation vaut $2.14eV$ (énergie d'extraction de l'$\bar{e}$)

1) Etablir la relation $E_{eV} = \frac{1241}{\lambda_{nm}}$

2) Quelle radiation donne lieu à l'effet photoélectrique?

3) Quelle est la vitesse des $\bar{e}$ expulsés du métal?

On donne $m_{\bar{e}} = 9.1 \times 10^{-31} kg$

Réponses

1)
$$\left.\begin{array}{lll} 1eV & \rightarrow & 1.6 \times 10^{-19} J \\ E_{eV} & \rightarrow & E_J \end{array}\right\} \Rightarrow E_J = E_{eV} \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$\left.\begin{array}{lll} 1m & \rightarrow & 10^9 nm \\ \lambda_m & \rightarrow & \lambda_{nm} \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda_m = \lambda_{nm} \times 10^{-9}$$

univdocs.com

$$E_J = \frac{hc}{\lambda_m}$$

$$\Rightarrow E_{eV} \times 1.6 \times 10^{-19} = \frac{hc}{\lambda_{nm}\times 10^{-9}}$$

$$\Rightarrow E_{eV} = \frac{hc}{\lambda_{nm}\times10^{-9}\times1.6\times10^{-19}} = \frac{\frac{hc}{10^{-9}\times1.6\times10^{-19}}}{\lambda_{nm}}$$

$$= \frac{\frac{6.62\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{10^{-9}\times1.6\times10^{-19}}}{\lambda_{nm}} = \frac{1241}{\lambda_{nm}}$$

Soit: $E_{eV} = \dfrac{1241}{\lambda_{nm}}$

Remarque:

$$E_J = \frac{hc}{\lambda_m} \Rightarrow E_{eV} \times 1.6 \times 10^{-19} = \frac{hc}{\lambda_{\AA}\times10^{-10}}$$

$$\Rightarrow E_{eV} = \frac{hc}{\lambda_{\AA}} = \frac{12410}{\lambda_{\AA}}$$

2) On calcule l'énergie qui correspond à chaque longueur d'onde λ :

univdocs.com

$$\lambda_1 = 450nm \Rightarrow E_1 = \frac{1241}{450} = 2.75eV$$

$$\lambda_2 = 610nm \Rightarrow E_2 = \frac{1241}{610} = 2.03eV$$

$$\lambda_3 = 750nm \Rightarrow E_3 = \frac{1241}{750} = 1.65eV$$

L'énergie d'extraction de l'$\overline{e}$ étant $W_s = 2.14eV$, pour qu'il y ait ECE il faut que: $h\nu \geqslant W_s \Rightarrow$ la seule raie capable de produire cet effet est la raie 1 : $\lambda_1 = 450nm$

3) $h\nu = W_s + \frac{1}{2}m_0v^2$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m_0v^2 = h\nu - W_s \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2(h\nu - W_s)}{m_0}} = \sqrt{\frac{2(2.75-2.14)1.6\times10^{-19}}{9.1\times10^{-31}}}$$

$$v = 4.6\times10^5 m/s$$

Exercice 2:

Dans une expérience d'effet photoélectrique, la longueur d'onde seuil est $\lambda_s = 6600\mathring{A}$. Déterminer:

univdocs.com

1) En (J) et en (eV) le travail d'extraction d'un électron.

2) La vitesse maximale des électrons arrachés à la cathode, si elle est éclairée par une radiation $\lambda = 4000\mathring{A}$.

3) La tension qu'il faut appliquer entre l'anode et la cathode afin qu'aucun électron n'atteigne l'anode.

Réponses

1) Travail d'extraction d'un électron:

$$W_s = h\nu_s = \frac{hc}{\lambda_s} = \frac{12410}{6600} = 1.88eV$$

Soit en (J) : $W_s = 1.88 \times 1.6 \times 10^{-19} = 3 \times 10^{-19}J$

2) $h\nu = W_s + \frac{1}{2}m_0v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2(h\nu - W_s)}{m_0}}$

Rappelons que:

$$E_{eV} = \frac{hc}{\lambda_{\mathring{A}}} \equiv \frac{12410}{\lambda_{\mathring{A}}} \Rightarrow hc = 12410eV.\mathring{A} = 12.41keV.\mathring{A}$$

univdocs.com

$$\left.\begin{aligned} h\nu &= \frac{hc}{\lambda} \\ W_s &= \frac{hc}{\lambda_s} \\ hc &= 12.4keV.\mathring{A} \end{aligned}\right\} \Rightarrow h\nu - W_s = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_s}\right)$$

$$= 12410\left(\frac{1}{4000} - \frac{1}{6000}\right) = 1.222eV$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2(h\nu - W_s)}{m_0}} = \sqrt{\frac{2\times 1.222\times 1.6\times 10^{-19}}{9.1\times 10^{-31}}} = 6.55\times 10^5 m/s$$

3) Le potentiel d'arrêt:

$$E_c = \frac{1}{2}m_0v^2 = eV_0 \Rightarrow V_0 = \frac{mv^2}{2e} = \frac{E_c}{e}$$

Sachant que: $h\nu = W_s + \frac{1}{2}m_0v^2$

$$= W_s + E_c \Rightarrow E_c = h\nu - W_s = 1.222eV$$

$$\Rightarrow V_0 = \frac{1.222eV}{e} = 1.222V$$

La ddp à appliquer entre A et C pour annuler le courant est:

$$V_A - V_C = -V_0 = -1.222V$$

univdocs.com

Exercice 3:

On dispose d'une photocathode en césium éclairée par une lumière monochromatique.

1) La longueur d'onde seuil pour le césium est $\lambda_s = 0.66\mu m$. Déterminer le travail d'extraction W_s d'un $\bar{e}$.

2) La lumière qui éclaire cette photocathode a une longueur d'onde $\lambda = 0.44\mu m$.

$a)$ Déterminer l'énergie cinétique maximale d'un $\bar{e}$ émis par la cathode.

$b)$ déterminer la vitesse de cet $\bar{e}$.

$c)$ Déterminer la tension d'arrêt dans ces conditions.

Réponses

1) $E_{eV} = \frac{1241}{\lambda_{nm}}$

$$\lambda_s = 0.66\mu m = 0.66 \times 10^3 nm \Rightarrow W_s = \frac{1241}{0.66\times 10^3} = 1.88eV$$

univdocs.com

2) a) $h\nu = W_s + \frac{1}{2}m_0v^2$

Or, $\frac{1}{2}m_0v^2 = eV_0 = E_{c_{\max}} \Rightarrow E_{c_{\max}} = h\nu - W_s$

$$\lambda = 0.44\mu m = 0.44 \times 10^3 nm$$

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1241}{\lambda_{nm}} = \frac{1241}{0.44\times10^3} = 2.82eV$$

$$\Rightarrow E_{c_{\max}} = 2.82 - 1.88 = 0.94eV$$

Soit: $E_{c_{\max}} = 0.94 \times 1.6 \times 10^{-19} = 1.5 \times 10^{-19}J$

b) $E_{c_{\max}} = \frac{1}{2}m_0v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_{c_{\max}}}{m_0}}$

$$= \sqrt{\frac{2\times1.5\times10^{-19}}{9.1\times10^{-31}}} = 5.74 \times 10^5 m/s$$

c) $E_{c_{\max}} = eV_0 \Rightarrow V_0 = \frac{E_{c_{\max}}}{e}$

$$= \frac{0.94eV}{e} = 0.94V$$

univdocs.com

Exercice 4:

Une cellule photoémissive à vide est éclairée par un rayonnement de fréquence $5.5\times10^{14}Hz$. A l'aide d'un générateur, on applique une tension $V_{AC}=V_A-V_C=20V$ qui accélère les électrons émis par effet photoélectrique. On observe une intensité de saturation $I_{sat}=2mA$ lorsque la puissance reçue par la photocathode vaut $0.360W$.

1) Déterminer la sensibilité σ de cette cellule.

2) Calculer le rendement quantique r de la cellule.

Réponses

1) $r=\frac{n}{N}=\frac{I_{sat}h\nu}{eP}=\sigma\frac{h\nu}{e}\Rightarrow\sigma=\frac{I_{sat}}{P}=\frac{2\times10^{-3}}{0.36}=5.55\times10^{-3}A/W$

2) $r=\frac{I_{sat}h\nu}{eP}=\frac{2\times10^{-3}\times6.62\times10^{-34}\times5.5\times10^{14}}{1.6\times10^{-19}\times0.36}=1.26\times10^{-2}=1.26\%$

univdocs.com

Exercice 5:

Une cellule photoélectrique possède une photocathode au césium. Elle est éclairée par une radiation monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,425\mu m$. La puissance captée par la photocathode est $P = 1W$. Les mesures donnent alors:

- Intensité du courant de saturation $I_{sat} = 2mA$
- Potentiel d'arrêt $V_0 = 1V$.

Déterminer :

1) La fréquence et l'énergie des photons incidents.
2) L'énergie cinétique maximale de sortie des électrons photo-émis.
3) La valeur du travail d'extraction W_s du césium.
4) La fréquence et la longueur d'onde seuil.
5) Le nombre de photons captés par seconde.
6) Le nombre d'électrons émis par seconde. Conclure.

univdocs.com

Réponses

1) $\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times10^{8}}{0.425\times10^{-6}} = 7.05\times10^{14}Hz$

$$E_{eV} = \frac{1241}{\lambda_{nm}} = \frac{1241}{0{,}425\times10^{3}} = 2.92eV$$

Soit: $E_J = 2.92\times1.6\times10^{-19} = 4.67\times10^{-19}J$

2) $E_c = \frac{1}{2}m_0v^2 = eV_0$

$$= 1.6\times10^{-19}\times1 = 1.6\times10^{-19}J = E_{c_{\max}}$$

3) $h\nu = W_s + \frac{1}{2}m_0v^2 = W_s + E_{c_{\max}}$

$$\Rightarrow W_s = h\nu - E_{c_{\max}}$$

$$= 4.67\times10^{-19} - 1.6\times10^{-19} = 3.07\times10^{-19}J$$

Sinon en (eV) : $W_s = h\nu - E_{c_{\max}}$

$$= 2.92 - 1 = 1.92eV$$

4) $W_s = h\nu_s \Rightarrow \nu_s = \frac{W_s}{h} = \frac{3.07\times10^{-19}}{6.62\times10^{-34}} = 4.64\times10^{14}Hz$

univdocs.com

$$\lambda_s = \frac{c}{\nu_s} = \frac{3\times10^8}{4.64\times10^{14}} = 0.646 \times 10^{-6} m = 646 nm$$

$$5)\ P = \frac{Nh\nu}{\Delta t} \Rightarrow N = \frac{P\Delta t}{h\nu} = \frac{1\times1}{6.62\times10^{-34}\times7.05\times10^{14}} = 2.14 \times 10^{18}$$

N : Nombre de photons frappant la plaque pendant Δt.

$$6)\ I_{sat} = \frac{ne}{\Delta t} \Rightarrow n = \frac{I_{sat}\times\Delta t}{e} = \frac{2\times10^{-3}\times1}{1.6\times10^{-19}} = 1.25 \times 10^{16}$$

n : nombre d'$\bar{e}$ émis pendant l'intervalle de temps Δt

: nombre de photons efficaces pour l'extraction d'un $\bar{e}$.

<u>Conclusion:</u>

$$r = \frac{n}{N} = \frac{1.25\times10^{16}}{2.14\times10^{18}} = 0.58 \times 10^{-2} = 0.58\%$$

La probabilité qu'a un photon d'interagir avec succès avec un électron est faible.

univdocs.com

Module de Biophysique

SERIE 14

Les Rayonnements (4):

Les Rayonnements (4): Les Rayons X

Pr. Boutheina Boutabia-Chéraitia

Faculté de Médecine d’Annaba

univdocs.com

 SERIE 14 -avec corrigé- Pr B. Boutabia-Chéraitia

Exercice 1:

Le niveau d'énergie K du tungstène est de $-69\,keV$.

1) Calculer l'énergie de la raie L_α correspondant à la transition d'un électron de la couche M à la couche L.

2) Quelle est en $(\AA)$ la longueur d'onde de ce rayonnement?

Réponses

1) La série L regroupe toutes les transitions dans lesquelles un $\bar{e}$ retombe au niveau L.

Raie L_α : $M \rightarrow L \Rightarrow h\nu_{L_\alpha} \equiv E_{L_\alpha} = E_M - E_L$

$$E_n = \frac{E_1}{n^2} \equiv \frac{E_K}{n^2}$$

$$\left.\begin{aligned} E_M &= \frac{E_K}{3^2} = \frac{E_K}{9} \\ E_L &= \frac{E_K}{2^2} = \frac{E_K}{4} \end{aligned}\right\} \Rightarrow E_{L_\alpha} = E_K\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{4}\right) = -\frac{5E_K}{36} = -\frac{5(-69)}{36}$$

$$E_{L_\alpha} = 9.58\,keV$$

univdocs.com

2) $E_{eV} = \frac{12410}{\lambda_{\AA}} \Rightarrow \lambda = \frac{12410}{9.58\times10^{3}} = 1.295\AA$

Exercice 2:

Soit un tube à RX fonctionnant sous 250kV.

1) Calculer la vitesse des électrons atteignants la cible. Que pensez vous de ce résultat?

2) Quelle est en $(\AA)$ la longueur d'onde minimale des RX émis?

On donne: Energie d'un $\bar{e}$ au repos: $511keV$

Réponses

1) $\Delta E_c = -\Delta E_p \Rightarrow E_c = eV_0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eV_0}{m_0}} = \sqrt{\frac{2\times1.6\times10^{-19}\times250\times10^{3}}{9.1\times10^{-31}}}$

$$v = 2.96\times10^{8}m/s$$

$\beta = \frac{v}{c} = \frac{2.96\times10^{8}}{3\times10^{8}} = 0.98 > 0.1 \Rightarrow$ l'$\bar{e}$ est relativiste.

univdocs.com

On doit donc recalculer la vitesse en partant des relations de la relativité:

$$E_c = (\gamma - 1)E_0 \Rightarrow \gamma = 1 + \frac{E_c}{E_0} = 1 + \frac{eV_0}{E_0}$$

$$\left.\begin{array}{l} eV_0 = e \times 250kV = 250keV \\ E_0 = 511keV \end{array}\right\} \Rightarrow \gamma = 1 + \frac{250}{511} = 1.489$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = 0.74$$

$$\beta = \frac{v}{c} \Rightarrow v = \beta c = 0.74 \times 3 \times 10^8$$

$$v = 2.22 \times 10^8 m/s$$

$$2)\ \lambda_{\min} = \frac{hc}{eV_0} = \frac{12.41}{250} = 4.96 \times 10^{-2} \mathring{A}$$

$$hc = 12.41keV.\mathring{A}$$

univdocs.com

Exercice 3:

Dans un tube de Coolidge:

1) Calculer la vitesse d'un $\bar{e}$ soumis à une ddp de $100kV$. Peut-on considérer cet $\bar{e}$ comme relativiste?

2) Calculer la masse réelle de cet $\bar{e}$.

3) Calculer l'erreur relative commise ($\frac{\Delta m}{m_0}$) en considérant cet $\bar{e}$ non-relativiste

4) Quelle est la longueur d'onde de coupure $\lambda_{\min}$?

5) Si l'énergie de liaison des $\bar{e}$ de la couche K est de $-115keV$ et que λ_{K_α} vaut $0.146\mathring{A}$, donner l'énergie de liaison des $\bar{e}$ de la couche L.

Réponses

$$1)\ v = \sqrt{\frac{2eV_0}{m_0}} = \sqrt{\frac{2\times1.6\times10^{-19}\times100\times10^3}{9.1\times10^{-31}}} = 1.88\times10^8 m/s$$

univdocs.com

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{1.88\times10^8}{3\times10^8} = 0.63$$

$\beta > 0.1 \Rightarrow$ l'$\bar{e}$ est relativiste.

2) $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{9.1\times10^{-31}}{\sqrt{1-0.63^2}} = 11.71 \times 10^{-31} kg$

3) $\frac{\Delta m}{m_0} = \frac{11.71-9.1}{9.1} \simeq 0.29 = 29\% \Rightarrow$ L'erreur est considérable.

4) $\lambda_{\min} = \frac{hc}{eV_0} = \frac{12.41}{100} = 0.124 \mathring{A}$

5) La série K regroupe toutes les transitions dans lesquelles un $\bar{e}$ retombe au niveau K.

Raie K_α : $L \rightarrow K \Rightarrow h\nu_{K_\alpha} = E_{K_\alpha} = E_L - E_K$

$$\Rightarrow E_L = E_{K_\alpha} + E_K = 85 - 115 = -30 keV$$

$$E_{K_\alpha} = \frac{hc}{\lambda_{K_\alpha}} = \frac{12.41}{0.146} = 85 keV$$

$$E_K = -115 keV$$

univdocs.com

Exercice 4:

Les longueurs d'onde des raies K_α du spectre de RX sont de $0.3434\mathring{A}$ pour le praséodyme ($_{59}\mathrm{Pr}$) et de $0.2782\mathring{A}$ pour le terbium ($_{65}Tb$).

1) Quel est le numéro atomique de l'élément dont la raie K_α a une longueur d'onde $0.3190\mathring{A}$?

2) Si la tension accélératrice est de $40kV$, quelles sont parmi ces trois cibles, celles capables de produire des raies K_α?

Réponses

1) Loi de Moseley: $\sqrt{\nu} = K(Z-\sigma)$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \sqrt{\frac{c}{\lambda}} = K(Z-\sigma) \Rightarrow Z = \frac{1}{K}\sqrt{\frac{c}{\lambda}} + \sigma$$

On calcule les paramètres K et σ :

univdocs.com

$_{59}\mathrm{Pr}\ :\ \sqrt{\frac{c}{\lambda_1}} = K(Z_1 - \sigma)$ $\qquad Z_1 = 59; \lambda_1 = 0.3434\mathring{A}$

$_{65}Tb\ :\ \sqrt{\frac{c}{\lambda_2}} = K(Z_2 - \sigma)$ $\qquad Z_2 = 65; \lambda_2 = 0.2782\mathring{A}$

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{c}{\lambda_1}} = K(Z_1 - \sigma)\ldots(1) \\ \sqrt{\frac{c}{\lambda_2}} = K(Z_2 - \sigma)\ldots(2) \end{cases}$$

$$(1)-(2) \Rightarrow K = \frac{\sqrt{\frac{c}{\lambda_1}} - \sqrt{\frac{c}{\lambda_2}}}{Z_1 - Z_2} = 5.46 \times 10^7 Hz^{\frac{1}{2}}$$

$$(1) \Rightarrow \sigma = Z_1 - \frac{1}{K}\sqrt{\frac{c}{\lambda_1}} = 59 - \frac{1}{5.46\times10^7}\sqrt{\frac{3\times10^8}{0.3434\times10^{-10}}} = 4.86$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{c}{\lambda}} = 5.46 \times 10^7 (Z - 4.86)$$

Donc, si $\lambda = 0.3190\mathring{A} \Rightarrow Z = 61.$ Il s'agit du Promethium ($_{61}Pm$).

2) La condition de production de la raie K : $E_{c_{\bar{e}\ \text{arrêté}}} \geqslant W_k$

univdocs.com

$$\left.\begin{array}{l} E_{c_{\bar{e}\text{ arrêté}}} = eV_0 = h\nu_{max} \\ W_K = h\nu_K \end{array}\right\} \Rightarrow \nu_{max} \geqslant \nu_K \Rightarrow \nu_{max} \geqslant \frac{4}{3}\nu_{K_\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{c}{\lambda_{min}} \geqslant \frac{4}{3}\frac{c}{\lambda_{K\alpha}}$$

$$\Rightarrow \lambda_{min} \leqslant \frac{3}{4}\lambda_{K_\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}\lambda_{min} \leqslant \lambda_{K_\alpha}.$$

La condition est donc: $\lambda_{K_\alpha} \geqslant \frac{4}{3}\lambda_{min}$

$$\Rightarrow \lambda_{K_\alpha} \geqslant \frac{4}{3} \times 1.241$$

Soit: $\lambda_{K_\alpha} \geqslant 0.3103\mathring{A}$

Les cibles capables de produire la raie λ_{K_α} sont donc: ${}_{59}\mathrm{Pr}$ et ${}_{61}Pm$

<u>*Sachant que:*</u>

$$h\nu_{K_\alpha} = E_L - E_K = \frac{E_K}{2^2} - \frac{E_K}{1^2} = -\frac{3}{4}E_K = \frac{3}{4}h\nu_K \Rightarrow \nu_K = \frac{4}{3}\nu_{K_\alpha}$$

$$E_K = -h\nu_K$$

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{eV_0} = \frac{12.41}{40} = 1.241\mathring{A}$$

univdocs.com

Module de Biophysique

SERIE 15

Les Rayonnements (5):

Effet Compton & Création de paires & Interaction des rayonnements ionisants avec la matière

Pr. Boutheina Boutabia-Chéraitia

Faculté de Médecine d'Annaba

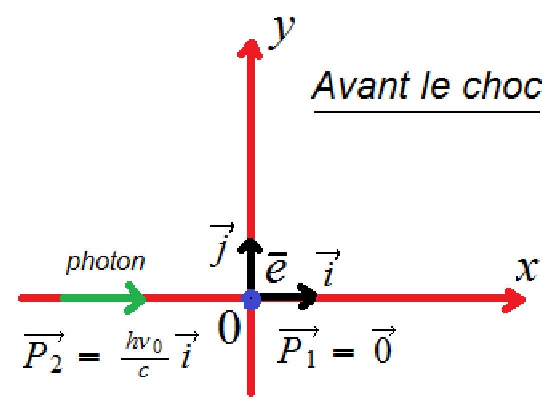
univdocs.com

Exercice 1:

Dans une expérience d'EC "*effet Compton*", un électron au repos frappé par un RX de $0.5MeV$, acquiert une énergie de $0.1MeV$.

1) Quelle est en $(\AA)$ la longueur d'onde du photon diffusé?

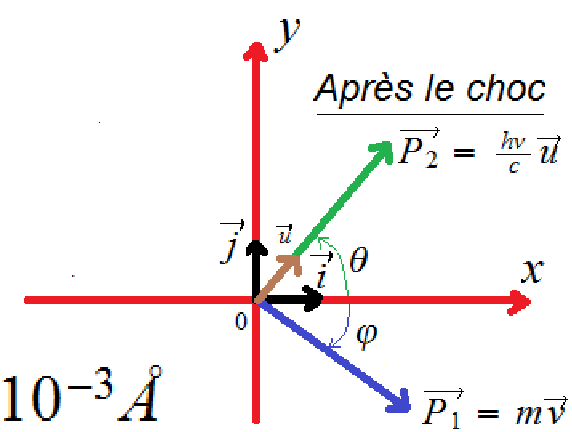
2) Quel est l'angle que fait le photon diffusé avec le photon incident?



Réponses

1) Conservation de l'énergie:

$$\underbrace{h\nu_0 + m_0c^2}_{avant} = \underbrace{h\nu + m_0c^2 + T}_{après}$$



$$\Rightarrow h\nu = h\nu_0 - T = 0.5 - 0.1 = 0.4MeV$$

$$\lambda_{\AA} = \frac{12410}{h\nu_{eV}} = \frac{12410}{0.4\times 10^6} = 31.02 \times 10^{-3}\AA$$

2) $\delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \Lambda(1 - \cos\theta)$ $\quad\Lambda = 24.3 \times 10^{-3}\AA$

$$\Rightarrow \cos\theta = 1 - \frac{\delta\lambda}{\Lambda}$$

On calcule $\delta\lambda$:

$$h\nu_0 = 0.5 MeV$$

$$h\nu_0 = \frac{12410}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{12410}{h\nu_0} = \frac{12410}{0.5\times10^6} = 24.82 \times 10^{-3} \mathring{A}$$

$$\delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 31.02 \times 10^{-3} - 24.82 \times 10^{-3} = 6.2 \times 10^{-3} \mathring{A}$$

$$\Rightarrow \theta = 41.85^\circ$$

Exercice 2:

Dans une expérience d'EC, un photon RX de $0.345\mathring{A}$ est diffusé à 85° par un $\bar{e}$ au repos.

1) Quel est la longueur d'onde du photon diffusé?

2) Quelle est l'énergie acquise par l'électron?

3) Quel devrait être la longueur d'onde du photon incident pour que lors d'un choc frontal l'$\bar{e}$ cible acquiert une énergie de $48 keV$?

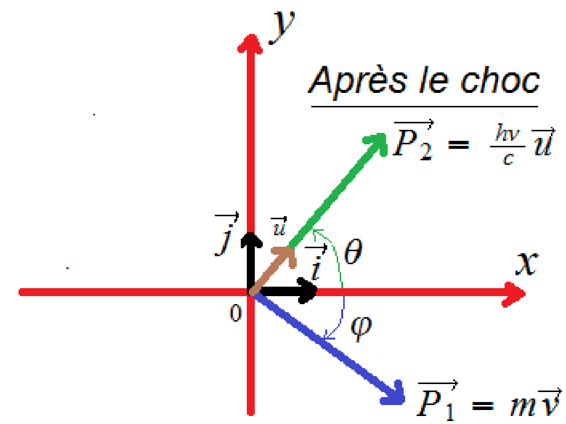
univdocs.com

Réponses

1) $\delta\lambda = \Lambda(1-\cos\theta) \Rightarrow \lambda = \lambda_0 + \Lambda(1-\cos\theta)$

$$= 0.345 + 24.3\times 10^{-3}(1-\cos 85°)$$

$$= 0.367\,\mathring{A}$$



2) Conservation de l'énergie:

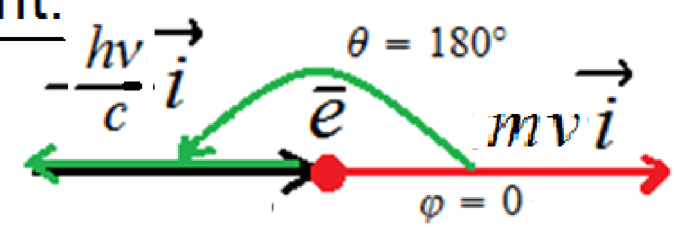
$$\underbrace{h\nu_0 + m_0c^2}_{avant} = \underbrace{h\nu + m_0c^2 + T}_{après}$$

$$\Rightarrow T = h\nu_0 - h\nu = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda}$$

$$= 12410\left(\frac{1}{0.345} - \frac{1}{0.367}\right) = 2156eV$$

3) Conservation de la quantité de mouvement:

$$\underbrace{\frac{h\nu_0}{c}\vec{i}}_{avant} = \underbrace{\frac{h\nu}{c}\vec{u} + m\vec{v}}_{après}$$



$$\Rightarrow Ox : \frac{h\nu_0}{c} = \frac{h\nu}{c}\cos\theta + mv\cos\varphi \Rightarrow \frac{h\nu_0}{c} = -\frac{h\nu}{c} + mv$$

univdocs.com

$$\Rightarrow mvc = h\nu + h\nu_0$$

$$pc = h\nu + h\nu_0 \qquad p = mv$$

Sachant que:

$$p^2c^2 = E^2 - m_0^2c^4 = (m_0c^2 + T) - m_0^2c^4$$

$$\Rightarrow pc = \sqrt{(m_0c^2 + T)^2 - m_0^2c^4}$$

$$= \sqrt{(511 + 48)^2 - 511^2} = 226.6keV$$

$$\Rightarrow h\nu + h\nu_0 = 226.6keV\ldots(1)$$

Aussi: $T = h\nu_0 - h\nu = 48keV \Rightarrow h\nu_0 - h\nu = 48keV\ldots(2)$

$$\Rightarrow \begin{cases} h\nu_0 + h\nu = 226.6keV\ldots(1) \\ h\nu_0 - h\nu = 48keV\ldots(2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h\nu = 89.5keV \\ h\nu_0 = 137.5keV \end{cases}$$

$$\lambda_{\mathring{A}} = \frac{12410}{h\nu_{eV}} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{12410}{89.5\times1000} = 0.138\mathring{A} \\ \lambda_0 = \frac{12410}{137.5\times1000} = 0.09\mathring{A} \end{cases}$$

univdocs.com

Exercice 3:

Un $\bar{e}$ de $5MeV$ s'annihile avec un positron au repos en produisant deux photons émis dans la direction du mouvement de l'$\bar{e}$ incident. Quelle est l'énergie de chacun des photons créés dans les cas suivants:

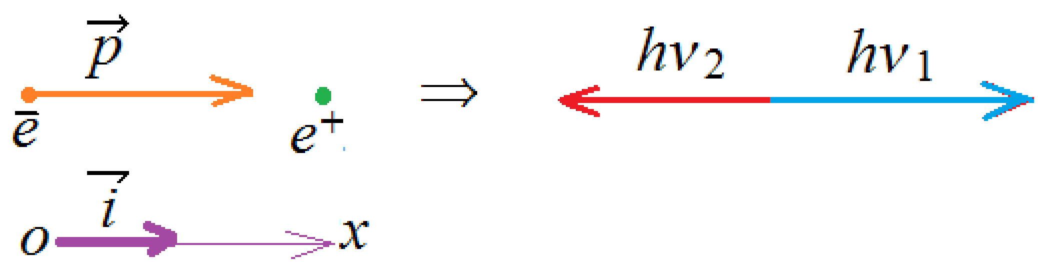
(a): les deux photons sont émis à $180°$ l'un de l'autre.

(b) : les deux photons sont émis dans le même sens que celui de l'$\bar{e}$ incident.

Réponses

Cas (a) :

Avant le choc *Après le choc*



univdocs.com

Conservation de l'énergie:

$$\underbrace{m_0c^2 + T}_{\substack{\parallel \\ 5MeV}} + m_0c^2 = h\nu_1 + h\nu_2$$

$$\Rightarrow h\nu_1 + h\nu_2 = 5.511MeV \ldots(1)$$

	Avant le choc	Après le choc
$\bar{e}$	$E_{\bar{e}} = m_0c^2 + T$ $\overrightarrow{p_{\bar{e}}} \equiv \vec{p} = mv\,\vec{i}$	$E_{\bar{e}} = 0$ $\overrightarrow{p_{\bar{e}}} = 0$
e^+	$E_{e^+} = m_0c^2$ $\overrightarrow{p_{e^+}} = 0$	$E_{e^+} = 0$ $\overrightarrow{p_{e^+}} = 0$
ph_1	$E_{ph_1} = 0$ $\overrightarrow{p_{ph_1}} = 0$	$E_{ph_1} = h\nu_1$ $\overrightarrow{p_{ph_1}} = \frac{h\nu_1}{c}\vec{i}$
ph_2	$E_{ph_2} = 0$ $\overrightarrow{p_{ph_2}} = 0$	$E_{ph_2} = h\nu_2$ $\overrightarrow{p_{ph_2}} = -\frac{h\nu_2}{c}\vec{i}$

Conservation de la $q^{tité}$ de mvt:

$$mv\,\vec{i} = \frac{h\nu_1}{c}\vec{i} - \frac{h\nu_2}{c}\vec{i}$$

$$\Rightarrow mvc = h\nu_1 - h\nu_2$$

$$pc = h\nu_1 - h\nu_2$$

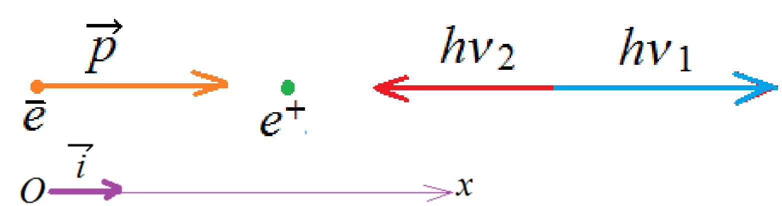
D'autre part:

$$p^2c^2 = E_{\bar{e}}^2 - m_0^2c^4$$

$$\Rightarrow pc = \sqrt{E_{\bar{e}}^2 - (m_0c^2)^2}$$

$$= \sqrt{5^2 - (0.511)^2} = 4.974MeV$$

$$\Rightarrow h\nu_1 - h\nu_2 = 4.974MeV \ldots(2)$$

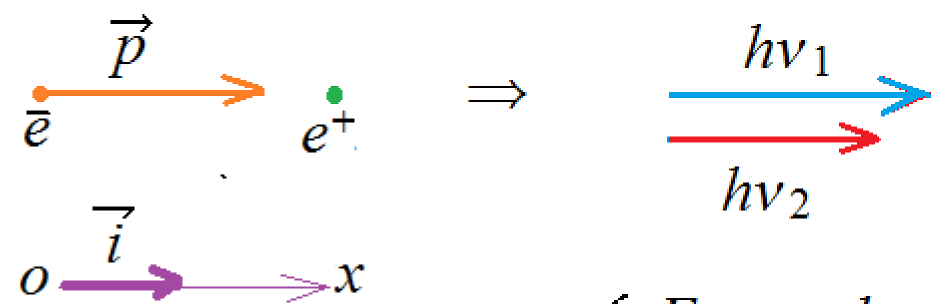


univdocs.com

$$\Rightarrow \begin{cases} h\nu_1 + h\nu_2 = 5.511MeV \ldots(1) \\ h\nu_1 - h\nu_2 = 4.974MeV \ldots(2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h\nu_1 = 5.243MeV \\ h\nu_2 = 0.269MeV \end{cases}$$

Cas (b) :

Avant le choc — Après le choc



Conservation de l'énergie:

$$h\nu_1 + h\nu_2 = 5.511MeV \ldots(1)$$

Conservation de la $q^{tité}$ de mvt:

$$Ph_2 : \begin{cases} E_{ph_2} = h\nu_2 \\ \overrightarrow{p_{ph_2}} = \frac{h\nu_2}{c}\vec{i} \end{cases}$$

$$mv\vec{i} = \frac{h\nu_1}{c}\vec{i} + \frac{h\nu_2}{c}\vec{i}$$

$$\Rightarrow h\nu_1 + h\nu_2 = 4.974MeV \ldots(2)$$

(1) et $(2) \Rightarrow$ le cas (b) est impossible.

Exercice 4:

Les tabliers plombés d'épaisseur $0,25mm$ utilisés dans les services de médecine nucléaire, atténuent de 60% les rayonnements γ de $140keV$, émis par une source de ${}^{99}Tc$.

univdocs.com

1) Calculer en (cm^{-1}) le coefficient d'atténuation linéique du matériau utilisé pour confectionner ces tabliers.

2) Quelle serait l'épaisseur en (mm) du même matériau, nécessaire pour atténuer de 90% le rayonnement incident? Quelle serait la CDA en (cm) du plomb pour ce rayonnement?

Réponses

1) $E = E_0 e^{-\mu x} \Rightarrow \dfrac{E}{E_0} = e^{-\mu x}$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{E}{E_0}\right) = -\mu x \Rightarrow \mu = \frac{\ln\left(\frac{E_0}{E}\right)}{x}$$

L'atténuation est de 60% $\Rightarrow$ la transmission est de 40%

$$\Rightarrow E = 0.4E_0 \Rightarrow \mu = \frac{\ln\left(\frac{E_0}{0.4E_0}\right)}{0.025} = 36.65cm^{-1}$$

2) Si l'atténuation est de 90% $\Rightarrow$ la transmission est de 10%

$$\Rightarrow E = 0.1E_0$$

univdocs.com

$$E = E_0 e^{-\mu x} \Rightarrow x = \frac{\ln\left(\frac{E_0}{E}\right)}{\mu}$$

$$= \frac{\ln(0.1)}{36.65} = 0.063cm$$

$$CDA = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{\ln 2}{36.65} = 0.019cm$$

Remarque:

$$* \ 1cm = 10mm \Rightarrow (1cm)^{-1} = (10mm)^{-1}$$

$$1cm^{-1} = 0.1mm^{-1} \Rightarrow 1mm^{-1} = 10cm^{-1}$$

De même: $1cm^{-1} = 10^2 m^{-1}$

Exercice 5:

Pour réduire de 95% l'intensité d'un faisceau de photons γ d'énergie $0.25MeV$, il faut une épaisseur de plomb de $1cm$. En déduire:

1) Le coefficient d'atténuation linéique du plomb en (cm^{-1}).

2) La CDA du plomb en (cm) pour ce rayonnement.

univdocs.com

Réponses

1) Si l'atténuation est de 95% $\Rightarrow$ la transmission est de 5%

$$I = I_0 e^{-\mu x} \Rightarrow \mu = \frac{\ln\left(\frac{I_0}{0.05 I_0}\right)}{x}$$

$$= \frac{\ln\left(\frac{1}{0.05}\right)}{1} = 3cm^{-1}$$

2) $CDA = \frac{\ln 2}{\mu} = 0.231cm$

Exercice 6:

Pour un faisceau de rayonnement γ, la CDA du plomb est de $0.025cm$ et celle de l'aluminium de $1.48cm$.

Quelle doit être le rapport entre l'épaisseur d'un écran d'aluminium et l'épaisseur d'un écran de plomb, nécessaires pour atténuer de 99% le faisceau monochromatique, dans chacun des deux cas.

Réponses

univdocs.com

$$N = N_0 e^{-\mu x} \Rightarrow x = \frac{\ln\left(\frac{N_0}{N}\right)}{\mu}$$

L'atténuation est de 99% $\Rightarrow$ la transmission est de 1%

$$\Rightarrow \frac{N}{N_0} = 1\%$$

$$\left.\begin{aligned} x_{Al} &= \frac{\ln\left(\frac{N_0}{N}\right)}{\mu_{Al}} \\ x_{Pb} &= \frac{\ln\left(\frac{N_0}{N}\right)}{\mu_{Pb}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{x_{Al}}{x_{Pb}} = \frac{\mu_{Pb}}{\mu_{Al}}$$

D'un autre côté:

$$\left.\begin{aligned} CDA_{Al} &= \frac{\ln 2}{\mu_{Al}} \\ CDA_{Pb} &= \frac{\ln 2}{\mu_{pb}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\mu_{Pb}}{\mu_{Al}} = \frac{CDA_{Al}}{CDA_{Pb}} \Rightarrow \frac{x_{Al}}{x_{Pb}} = \frac{CDA_{Al}}{CDA_{Pb}} = 59.2$$

univdocs.com

Exercice 7:

La DLI d'un noyau d'une particule α dans les tissus mous assimilés à l'eau, est égale à $4400\ Ionisations/\mu m$. Cette particule parcourt une distance de $38\mu m$.

1) Calculer le TEL de la particule α et en déduire son énergie cinétique initiale.

2) Calculer le TEL dans ces mêmes tissus, d'un proton ayant même énergie cinétique que la particule α. En déduire sa DLI et son parcours moyen.

Réponses

1) $\alpha \equiv {}_2^4H_e^{2+}$

$$TEL_\alpha = DLI_\alpha.\overline{W} = 4400 \times 32 = 140800 eV/\mu m$$

$\overline{W} = 32eV$ pour l'eau.

$$E_{c_\alpha} = TEL_\alpha.\overline{l_\alpha} = 140800 \times 38 = 5350400 eV = 5.35 MeV$$

univdocs.com

2) $p \equiv {}^{1}_{1}H^{+}$

$$E_{c_p} = E_{c_\alpha} \Rightarrow \frac{1}{2} m_p v_p^2 = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 \Rightarrow v_p^2 = \frac{m_\alpha}{m_p} \times v_\alpha^2 = 4 v_\alpha^2$$

$$m_p = 1uma \qquad m_\alpha = 4uma$$

Par ailleurs, la loi de Beth:

$$\left.\begin{aligned} TEL_\alpha &= k.nZ.\frac{q_\alpha^2}{v_\alpha^2} \\ TEL_P &= k.nZ.\frac{q_P^2}{v_P^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{TEL_P}{TEL_\alpha} = \frac{q_P^2}{q_\alpha^2} \times \frac{v_\alpha^2}{v_P^2} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow TEL_p = \frac{TEL_\alpha}{16} = 8800 eV/\mu m$$

$$q_P = e \qquad q_\alpha = 2e$$

On a aussi:

$$TEL_P = DLI_P.\overline{W} \Rightarrow DLI_P = \frac{TEL_P}{\overline{W}} = \frac{8800}{32} = 275\ Ionisations/\mu m$$

$$E_{cP} = TEL_P.\overline{l_p} \Rightarrow \overline{l_p} = \frac{E_{cP}}{TEL_P} = \frac{5.35 \times 10^6}{8800} = 608 \mu m$$

univdocs.com

Exercice 8:

Un écran de cuivre de $1mm$ d'épaisseur transmet 70% d'un faisceau de photons d'énergie $100keV$ et 10% d'un faisceau de $50keV$. Un écran de plomb de $1mm$ d'épaisseur transmet 70% d'un faisceau de photons d'énergie $300keV$ et 0.01% d'un faisceau de $100keV$.

1) Calculer en (cm^{-1}) le coefficient d'atténuation linéique dans chaque cas et déduire la CDA correspondante.

2) Quelle est l'épaisseur minimum de plomb nécessaire pour ne laisser passer que 1% d'un rayonnement de $300keV$?

Réponses

1) $N = N_0 e^{-\mu x} \Rightarrow \mu = \frac{1}{x}\ln\left(\frac{N_0}{N}\right)$

Cu :

$$* \; E_1 = 100keV \Rightarrow \frac{N}{N_0} = 70\% \Rightarrow \mu_1 = \frac{1}{1}\ln\left(\frac{1}{0.7}\right) = 0.356mm^{-1}$$
$$= 3.56cm^{-1}$$

univdocs.com

$$CDA_1 = \frac{\ln 2}{\mu_1} = 0.194cm$$

$$* E_2 = 100keV \Rightarrow \frac{N}{N_0} = 10\%$$

$$\Rightarrow \mu_2 = \frac{1}{1}\ln\left(\frac{1}{0.1}\right) = 2.302mm^{-1} = 23.02cm^{-1}$$

$$CDA_2 = \frac{\ln 2}{\mu_2} = 0.03cm$$

$\underline{Pb\ :}$

$$* E_1 = 300keV \Rightarrow \frac{N}{N_0} = 70\%$$

$$\Rightarrow \mu_1 = \frac{1}{1}\ln\left(\frac{1}{0.7}\right) = 0.356mm^{-1} = 3.56cm^{-1}$$

$$CDA_1 = \frac{\ln 2}{\mu_1} = 0.194cm$$

$$* E_2 = 100keV \Rightarrow \frac{N}{N_0} = 0.01\%$$

$$\Rightarrow \mu_2 = \frac{1}{1}\ln\left(\frac{1}{0.0001}\right) = 9.21mm^{-1} = 92.02cm^{-1}$$

$$CDA_2 = \frac{\ln 2}{\mu_2} = 7.5 \times 10^{-3}cm$$

univdocs.com

2) Pb :

$$E_1 = 300keV; \mu_1 = 3.56cm^{-1}$$

Si $\frac{N}{N_0} = 1\% \Rightarrow x = \frac{1}{\mu}\ln\left(\frac{N_0}{N}\right) = \frac{1}{3.56}\ln\left(\frac{1}{0.01}\right) = 1.29cm$

univdocs.com

Module de Biophysique

SERIE 16

Les Rayonnements (6):

Dosimétrie & Rayonnement Laser

Pr. Boutheina Boutabia-Chéraitia

Faculté de Médecine d'Annaba

univdocs.com

 SERIE 16 -avec corrigé- Pr B. Boutabia-Chéraitia

Exercice 1:

Au cours d'une radiographie d'une jambe par des (RX) de $80keV$, $2cm$ d'os arrêtent par effet photoélectrique 90% du faisceau initial.

1) Calculer en (cm^2/g) , le coefficient d'atténuation massique par effet photoélectrique $\left(\frac{\tau}{\rho}\right)$ de l'os.

2) Le Z moyen de l'os est de 13.8 et celui du muscle est de 7.42. Calculer $\left(\frac{\tau}{\rho}\right)$ du muscle.

3) Calculer la valeur du contraste radiologique sachant qu'il est donné par le rapport $\frac{I_1-I_2}{I_1+I_2}$. On supposera qu'il y a égalité des épaisseurs de l'os et du muscle.

On donne: $\rho_{os} = 1.8g/cm^3; \rho_{muscle} = 1.3g/cm^3$

Réponses

1) Atténuation par effet photoélectrique $\Rightarrow \mu \equiv \tau$

$$E = E_0 e^{-\tau x} \Rightarrow \tau = \frac{1}{x}\ln\left(\frac{E_0}{E}\right) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{0.1}\right) = 1.15cm^{-1}$$

univdocs.com

$$\left(\frac{\tau}{\rho}\right)_{Os} = \frac{\tau_{Os}}{\rho_{Os}} = \frac{1.15}{1.8} = 0.64cm^2/g$$

2) Loi de Bragg et Pierce:

$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{\tau}{\rho}\right)_{muscle} &= K\frac{Z^3_{muscle}}{(h\nu)^3}\\ \left(\frac{\tau}{\rho}\right)_{Os} &= K\frac{Z^3_{Os}}{(h\nu)^3}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\left(\frac{\tau}{\rho}\right)_{Muscle}}{\left(\frac{\tau}{\rho}\right)_{Os}} = \frac{Z^3_{Muscle}}{Z^3_{Os}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\tau}{\rho}\right)_{Muscle} = \left(\frac{\tau}{\rho}\right)_{Os}\left(\frac{Z_{Muscle}}{Z_{Os}}\right)^3 = 0.64\left(\frac{7.42}{13.8}\right)^3 = 0.1cm^2/g$$

On calcule τ_{Musle} :

$$\tau_{Musle} = \left(\frac{\tau}{\rho}\right)_{Muscle} \times \rho_{Muscle}$$

$$= 0.1 \times 1.3 = 0.13cm^{-1}$$

$$3)\ C = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} = \frac{I_{os} - I_{mus}}{I_{os} + I_{mus}} = \frac{I_0 e^{-\tau_{os}x} - I_0 e^{-\tau_{mus}x}}{I_0 e^{-\tau_{os}x} + I_0 e^{-\tau_{mus}x}}$$

$$= \frac{e^{-\tau_{os}x} - e^{-\tau_{mus}x}}{e^{-\tau_{os}x} + e^{-\tau_{mus}x}}$$

$$= \frac{e^{-1.15\times 2} - e^{-0.13\times 2}}{e^{-1.15\times 2} + e^{-0.13\times 2}} = 0.77$$ Bon contraste.

univdocs.com

Exercice 2:

Un faisceau de RX biénergétique, est composé de photons d'énergie $E_1 = 20keV$ et de photons d'énergie $E_2 = 70keV$, d'intensités I_1 et I_2 tels que: $I_1 = I_2$. Il traverse une lame de cuivre d'épaisseur $e = 3.5mm$. L'intensité des photons transmis est I_1' et I_2'. Les coefficients d'atténuation linéique sont: $\mu_1 = 1mm^{-1}$ et $\mu_2 = 2cm^{-1}$.

1) Exprimer l'épaisseur "e" de l'écran en CDA pour chaque type de photons. En déduire les valeurs de l'atténuation.

2) Comparer les rapports $\frac{I_1}{I_1+I_2}$ et $\frac{I_1'}{I_1'+I_2'}$. Commenter et déduire le rôle du filtre en radiodiagnostic.

Réponses

1) $CDA_1 = \frac{\ln 2}{\mu_1} = \frac{\ln 2}{1} = 0.69mm$

$CDA_2 = \frac{\ln 2}{\mu_2} = \frac{\ln 2}{2} = 0.346cm$

univdocs.com

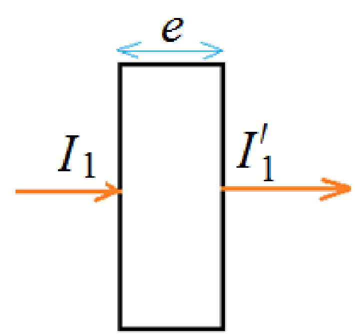
$$\frac{e}{CDA_1} = \frac{3.5}{0.69} \cong 5 \Rightarrow e = 5CDA_1 \qquad \mu_1 = \frac{\ln 2}{CDA_1} = \frac{\ln 2}{\frac{e}{5}} = 5\frac{\ln 2}{e}$$

$$\frac{e}{CDA_2} = \frac{3.5}{3.46} \cong 1 \Rightarrow e = CDA_2 \qquad \mu_2 = \frac{\ln 2}{CDA_2} = \frac{\ln 2}{e}$$

Les atténuations:

$$\rightsquigarrow \mu_1 = \frac{1}{e}\ln\left(\frac{I_1}{I_1'}\right)$$

$$\Rightarrow 5\frac{\ln 2}{e} = \frac{1}{e}\ln\left(\frac{I_1}{I_1'}\right) \Rightarrow 5\ln 2 = \ln\left(\frac{I_1}{I_1'}\right)$$



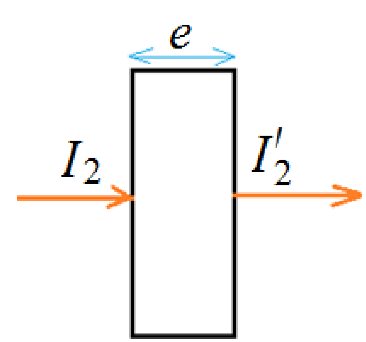
$$\frac{I_1'}{I_1} = ?$$

$$\Rightarrow \frac{I_1}{I_1'} = 2^5 \Rightarrow \frac{I_1'}{I_1} = \frac{1}{2^5} = 0.031 = 3.1\%$$

$\Rightarrow$ l'atténuation: $100 - 3.1 \cong 97\%$

$$\rightsquigarrow \mu_2 = \frac{1}{e}\ln\left(\frac{I_2}{I_2'}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\ln 2}{e} = \frac{1}{e}\ln\left(\frac{I_2}{I_2'}\right) \Rightarrow \ln 2 = \ln\left(\frac{I_2}{I_2'}\right)$$



$$\frac{I_2'}{I_2} = ?$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_2'} = 2 \Rightarrow \frac{I_2'}{I_2} = \frac{1}{2} = 50\%$$

$\Rightarrow$ l'atténuation: $100 - 50 \cong 50\%$

univdocs.com

2) $\frac{I_1}{I_1+I_2} = \frac{I_1}{2I_1} = 0.5 = 50\%$

De même: $\frac{I_2}{I_1+I_2} = 50\%$

$$\frac{I'_1}{I'_1+I'_2} = \frac{0.031I_1}{0.031I_1+0.5I_2} = 0.058 \cong 6\%$$

Et comme: $\frac{I'_1+I'_2}{I'_1+I'_2} = \frac{I'_1}{I'_1+I'_2} + \frac{I'_2}{I'_1+I'_2} \Rightarrow \frac{I'_2}{I'_1+I'_2} = 1 - \frac{I'_1}{I'_1+I'_2}$

$$= 0.941 \cong 94\%$$

Le rayonnement de faible énergie a donc été fortement atténué (6%), voire **filtré**. Il ne subsiste que le rayonnement de forte énergie (94%).

L'écran a joué le rôle d'un **filtre**.

Le rôle du filtre en **radiodiagnostic** est justement de filtrer ou d'éliminer les rayonnements **parasites** de faible énergie.

Rayonnement incident biénergétique $\xrightarrow{filtre}$ Rayonnement monoénergétique.

univdocs.com

Exercice 3:

Le débit d'exposition à $1m$ d'un tube à RX (tension $200kV$, courant $15mA$) est de $0,45R.min^{-1}$.

1) Quel est le débit d'exposition mesuré à $3m$ du tube?

2) Sachant qu'un écran de plomb de $2mm$ d'épaisseur et de masse volumique $\rho = 11,4g.cm^{-3}$, réduit au dixième $(1/10)$ l'exposition, calculer le coefficient d'atténuation massique de l'écran en $g^{-1}.cm^2$.

Réponses

1) $I = \frac{X}{t}$

A $d = 1m$ du tube, $I = I_0 = 0.45R/\min$

$$I = \frac{I_0}{d^2} \Rightarrow I = \frac{0.45}{3^2} = 0.05R/\min$$

2) $X = X_0 e^{-\mu x} = X_0 e^{-\frac{\mu}{\rho}(x\rho)}$ $\qquad \frac{X}{X_0} = 0.1$

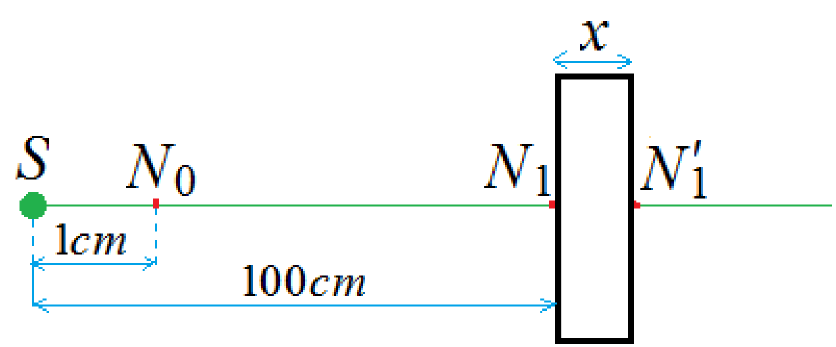
$$\Rightarrow \frac{\mu}{\rho} = -\ln\left(\frac{X}{X_0}\right)\frac{1}{x\rho} = -\ln(0.1)\frac{1}{0.2\times 11.4} = 1.009g^{-1}.cm^2$$

univdocs.com

Exercice 4:

A $1cm$ de la source, considérée comme ponctuelle, un faisceau de RX est composé de $10^6 photons$. Quel serait à $1m$ le nouveau nombre de photons après avoir traversé un écran de $2cm$ d'épaisseur et de coefficient d'atténuation $\mu = 0,5cm^{-1}$?

Réponses



$N_0 l_0^2 = N_1 l_1^2$

Si $l_0 = 1unité \Rightarrow l_1 \equiv d \Rightarrow N_0 = N_1 d^2$

$$\Rightarrow N_1 = \frac{N_0}{d^2}$$

La **distance de référence** l_0 est une distance **unité** $(1mm; 1cm; \dots)$

Si $l_0 = 1cm \Rightarrow [d] = cm$

Si $l_0 = 1m \Rightarrow [d] = m$

$$N'_1 = N_1 e^{-\mu x} \Rightarrow N'_1 = \frac{N_0}{d^2} e^{-\mu x} = \frac{10^6}{100^2} e^{-0.5\times 2} = 36.78$$

$N'_1 = 37$: nombre de photons à la sortie de l'écran.

univdocs.com

Exercice 5:

Pendant un examen radiologique, la jambe d'un patient est soumise à une exposition de $0,1R$. On donne pour des RX de $15keV$ les $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)$ relatifs suivants:

$\left(\frac{\mu_a}{\rho}\right)_{air} = 1,29; \left(\frac{\mu_a}{\rho}\right)_{os} = 5,89; \left(\frac{\mu_a}{\rho}\right)_{muscle} = 1,34.$

Calculer en (cGy) la dose reçue par le muscle puis par l'os.

Réponses

$$D_{tissu} = D_{air} \frac{\left(\frac{\mu_a}{\rho}\right)_{tissu}}{\left(\frac{\mu_a}{\rho}\right)_{air}} \qquad D_{air} = 0.877.X_R \text{ avec } [D_{air}] = Rad$$

$$\Rightarrow D_{tissu} = 0.877 \frac{\left(\frac{\mu_a}{\rho}\right)_{tissu}}{\left(\frac{\mu_a}{\rho}\right)_{air}} X_R$$

$$\rightsquigarrow D_{muscle} = 0.877 \frac{\left(\frac{\mu_a}{\rho}\right)_{muscle}}{\left(\frac{\mu_a}{\rho}\right)_{air}}.X_R = 0.877 \times \left(\frac{1.34}{1.29}\right) \times 0.1 = 0.09Rad$$

$$= 0.09cGy$$

$$\rightsquigarrow D_{os} = 0.877 \frac{\left(\frac{\mu_a}{\rho}\right)_{os}}{\left(\frac{\mu_a}{\rho}\right)_{air}}.X_R = 0.877 \times \left(\frac{5.89}{1.29}\right) \times 0.1 = 0.4Rad$$

$$= 0.4cGy$$

univdocs.com

Exercice 6:

La dose létale moyenne pour une population de cellules est de $150 Rads$.

1) Avec un modèle de courbe de survie simple, calculer la dose qui laisserait 50% de cellules survivantes.

2) Refaire le même calcul en admettant un modèle avec 3 cibles sublétales.

Réponses

1) $S = \frac{N}{N_0} = e^{-\frac{D}{D_0}}$

$D_0 = D_{37} = 150 Rad$: dose létale moyenne.

50% de cellules survivantes $\Rightarrow N = 0.5 N_0 \Rightarrow S = \frac{N}{N_0} = \frac{1}{2}$

$S = \frac{1}{2} = e^{-\frac{D}{D_0}} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{D}{D_0}$

$$\Rightarrow \ln 2 = \frac{D}{D_0} \Rightarrow D = D_0 \ln 2 = 150 \ln 2 \simeq 104 Rad$$

2) $S = \frac{N}{N_0} = n e^{-\frac{D}{D_0}}$ $\quad n = 3$

univdocs.com

$$S = \frac{1}{2} = 3e^{-\frac{D}{D_0}} \Rightarrow \frac{1}{6} = e^{-\frac{D}{D_0}}$$

$$\Rightarrow \ln 6 = \frac{D}{D_0} \Rightarrow D = D_0 \ln 6 = 269 Rad$$

Exercice 7:

Une personne est atteinte d'une tumeur cancéreuse composée d'un milliard de cellules ayant une courbe de survie sigmoide avec un nombre d'extrapolations égal à 2. Elle est soumise à une radiothérapie par des photons γ

$1)$ Sachant que la dose létale moyenne est de $100cGy$, quel sera le nombre de cellules survivantes au bout de 10 séances d'irradiations de $200cGy$ chacune?

$2)$ Quel doit être le nombre de séances qui assure une destruction totale de la tumeur? En déduire la dose totale.

$3)$ Quelle serait été la dose à délivrer si on voulait détruire la tumeur en une seule séance? Conclure.

univdocs.com

Réponses

1) $S_1 = ne^{-\frac{D_1}{D_0}} = 2e^{-\frac{200}{100}}$

$S = \frac{N}{N_0} = S_1^m \Rightarrow N = N_0 \times S_1^m$ $\quad N_0 = 1 milliard \equiv 10^9$

$$= 10^9 \times \left(2e^{-\frac{200}{100}}\right)^{10} = 2111$$

2) Détruire totalement la tumeur c'est n'avoir aucune cellule survivante.

Si une seule cellule survit $\Rightarrow N = 1 \Rightarrow S = \frac{1}{10^9} = 10^{-9}$

$\Rightarrow$ Il faut que $S < 10^{-9}$.

On prend: $S = 10^{-10} \Rightarrow N = N_0 \times 10^{-10} = \frac{1}{10}$

$$S = \left(2e^{-\frac{D}{D_0}}\right)^m = 10^{-10}$$

$\Rightarrow \ln(10^{-10}) = \ln[(2e^{-2})^m] \Rightarrow m = \frac{-10\ln 10}{\ln 2 - 2} = 17.6$

soit $m = 18$ séances

univdocs.com

La dose totale:

$$D = mD_1 = 18 \times 200 = 3600cGy$$

$$3)\ S = \frac{N}{N_0} = 10^{-10} = \left(2e^{-\frac{D}{D_0}}\right)^1$$

$$\Rightarrow -10\ln 10 = \ln 2 - \frac{D}{D_0} \Rightarrow D = D_0(10\ln 10 + \ln 2) = 2372cGy$$

$2372cGy$ en **une seule** séance et $3600cGy$ en 18 séances.

Au risque de délivrer plus de Grays, on préfère plusieurs séances plutôt qu'une seule et ce, afin de préserver les cellules saines lors de l'irradiation.

Exercice 8:

Une personne est atteinte d'une tumeur cancéreuse d'environ $10g$ au niveau des poumons. Pour une radiothérapie par des photons γ, le taux de survie S obéit à la relation linéaire quadratique LQ en fonction de la dose D.

1) Calculer la dose D nécessaire à la destruction totale de cette tumeur.

2) Calculer le taux de survie si cette dose est fractionnée en 4 séances. Conclure.

3) Si l'on suppose qu'on ne délivre qu'une dose de $4Gy$ par séance, quelle serait le nombre de séances nécessaire? Déduire alors la dose totale D_t.

On donne $\alpha = 0.08Gy^{-1}; \beta = 2 \times 10^{-2}Gy^{-2}$ et on supposera qu'il y a environ $10^8 cellules/g$ dans les tissus.

Réponses

1) $S = \frac{N}{N_0} = \exp[-(\alpha D + \beta D^2)]$

$$m = 10g \Rightarrow N_0 = 10 \times 10^8 = 10^9$$

$$S = \frac{N}{N_0} = 10^{-10} = \exp[-(0.08D + 0.02D^2)]$$

$$\Rightarrow \ln(10^{-10}) = -(0.08D + 0.02D^2)$$

$$\Rightarrow 0.08D + 0.02D^2 - 23 = 0$$

$$\Rightarrow D = 32Gy$$

univdocs.com

2) Si D est fractionnée en 4 séances $\Rightarrow S_f = (S_s)^4$

S_s : survie par séance S_f : survie fnale

$$S_s = \exp[-(0.08D_s + 0.02D_s^2)]$$

D_s : dose par séance

$$D_s = \frac{D}{4} = \frac{32}{4} = 8Gy$$

$$\Rightarrow S_f = (\exp[-(0.08 \times 8 + 0.02 \times 8^2)])^4 = 4.6 \times 10^{-4}$$

On remaque que $S_f > 10^{-10} \Rightarrow$ Il y a restauration cellulaire

3) Si $D_s = 4Gy$

$$S_f = (\exp[-(0.08D_s + 0.02D_s^2)])^n = \exp[-n(0.08D_s + 0.02D_s^2)]$$

$$S_f = 10^{-10} \Rightarrow n(0.08D_s + 0.02D_s^2) = 23$$

$$\Rightarrow n = 36 \Rightarrow D_t = 36 \times 4 = 144Gy$$

univdocs.com

Exercice 8:

Un laser Excimer est un appareil utilisé en chirurgie réfractive pour remodeler la cornée. Il émet un rayonnement de longueur d'onde $\lambda = 193nm$. Calculer en (J) et en (eV) l'énergie d'un photon émis par ce laser.

Réponses

$$\lambda_{nm} = \frac{1241}{h\nu_{eV}} \Rightarrow h\nu_{eV} = \frac{1241}{\lambda_{nm}} = 6.43eV$$

Soit: $h\nu = 6.43 \times 1.6 \times 10^{-19} = 10.28 \times 10^{-19} J$

Exercice 9:

La "***télémétrie laser***" est une technique de mesure de la distance qui sépare un observateur terrestre de réflécteurs (dispositifs optiques catoptriques qui renvoient les rayons lumineux dans la direction de leur provenance) placés sur la lune.

Une station de télémétrie comprend:

univdocs.com

- Un laser de forte puissance qui envoie un faisceau vers le réflecteur.
- Un téléscope chargé de recueillir la lumière réfléchie.
- Un système de chronométrage mesurant la durée d'un aller-retour de la lumière.

Un laser qui émet dans le vert, a une longueur d'onde de $532nm$. ce laser envoie 10 impulsions par seconde, possédant chacune une énergie de $200mJ$.
Le faisceau laser a un diamètre initial de $2m$. La tâche de ce faisceau à la surface de la lune a un diamètre de 10 à $14km$. Un réflecteur lunaire dont la surface est de l'ordre du m^2, ne recueille donc qu'une partie infime de l'énergie émise par ce laser. Après réflexion,une partie encore plus infime est collectée par le télescope au sol.

univdocs.com

1) Calculer l'énergie d'un photon émis par le laser. En déduire le nombre de photons par impulsion.

2) Pour 6000 impulsions émises, on constate que moins de 100 photons sont collectés sur terre. Comparer l'énergie émise par le laser et celle reçue par le téléscope.

3) Si la durée τ entre l'émission d'une impulsion laser du sol terrestre vers un réflecteur lunaire, et la réception du signal de retour correspondant est de $2.32s$, évaluer la distance Terre-Lune

On donne: $c = 299792458m/s$

Réponses

1) $\lambda = 532nm \Rightarrow E_{eV} = \frac{1241}{\lambda_{nm}} = 2.33eV$

soit: $E_J = 2.33 \times 1.6 \times 10^{-19} = 3.73 \times 10^{-19}J$

Nombre de photons par impulsion:

$$\left.\begin{array}{l} 1\ photon \ \rightarrow 3.73 \times 10^{-19}J \\ x \ \rightarrow 200 \times 10^{-3}J \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{200\times10^{-3}}{3.73\times10^{-19}} = 53.61 \times 10^{16}$$

univdocs.com

2) L'énergie qui correspond à 6000 impulsions émises:

E_e : Energie émise

$$E_e = 6000 \times 200 = 12 \times 10^5 mJ$$

L'énergie qui correspond à 100 photons collectés sur terre:

E_r : Energie reçue

$$E_r = 100 \times 3.73 \times 10^{-19} = 373 \times 10^{-19} J$$

$$\frac{E_e}{E_r} = \frac{12 \times 10^5 \times 10^{-3}}{373 \times 10^{-19}} = 3.21 \times 10^{19}$$

$\Rightarrow$ l'énergie reçue est $\ll$ l'énergie émise

$$3)\ 2d = c\tau \Rightarrow d = \frac{c\tau}{2} = \frac{299792458 \times 2.32}{2} = 347759251 m$$
$$= 347759.251 km$$