1 DN1 - Naravni zlepek

Imamo n interpolacijskih točk (x_i, f_i), $i = 1, 2, ..., n$. Naravni interpolacijski kubični zlepek S je funkcija, ki izpolnjuje naslednje pogoje:

1. $$S(x_i) = f_i, i = 1, 2, \ldots, n$$
2. je polinom stopnje 3 ali manj na vsakem podintervalu $[x_i, x_{i+1}], i = 1, 2, \ldots, n-1$
3. je dvakrat zvezno odvedljiva funkcija na interpolacijskem intervalu $[x_1, x_n]$
4. $$S''(x_1) = S''(x_n) = 0$$

1.1 Izračun koeficientov

Za izračun koeficientov obstaja več načinov. Koeficiente a_i, b_i, c_i, d_i kubičnega zlepka S lahko izračunamo tako, da uporabimo tridiagonalno matriko A in vektor d. Vendar pa bomo v nalogi uporabili algoritem, ki izračuna omenjene koeficiente. Opis algorima samega presega obseg te naloge, zato ga ne bomo podrobneje opisovali. Zavedati se moramo le, da algoritem zagotovi naslednje lastnosti zlepka (poleg že omenjenih na začetku):

1. $$S_i(x_i) = f_i = S_{i-1}(x_i)$$
2. $$S_i'(x_i) = S_{i-1}'(x_i)$$
3. $$S_i''(x_i) = S_{i-1}''(x_i)$$

Radoveden bralec pa lahko o algoritmu več izve na Wikipediji.

1.2 Rezultati

```
using DN1
```

Definirajmo nekaj poljubnih točk

```
x = [0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0]
y = [1.0, 3.0, 1.0, 2.0, 0.0, 6.0]
s = interpoliraj(x, y)
p1 = vrednost(s, 5)
println("p1=", p1)
```

```
p1=6.0
```

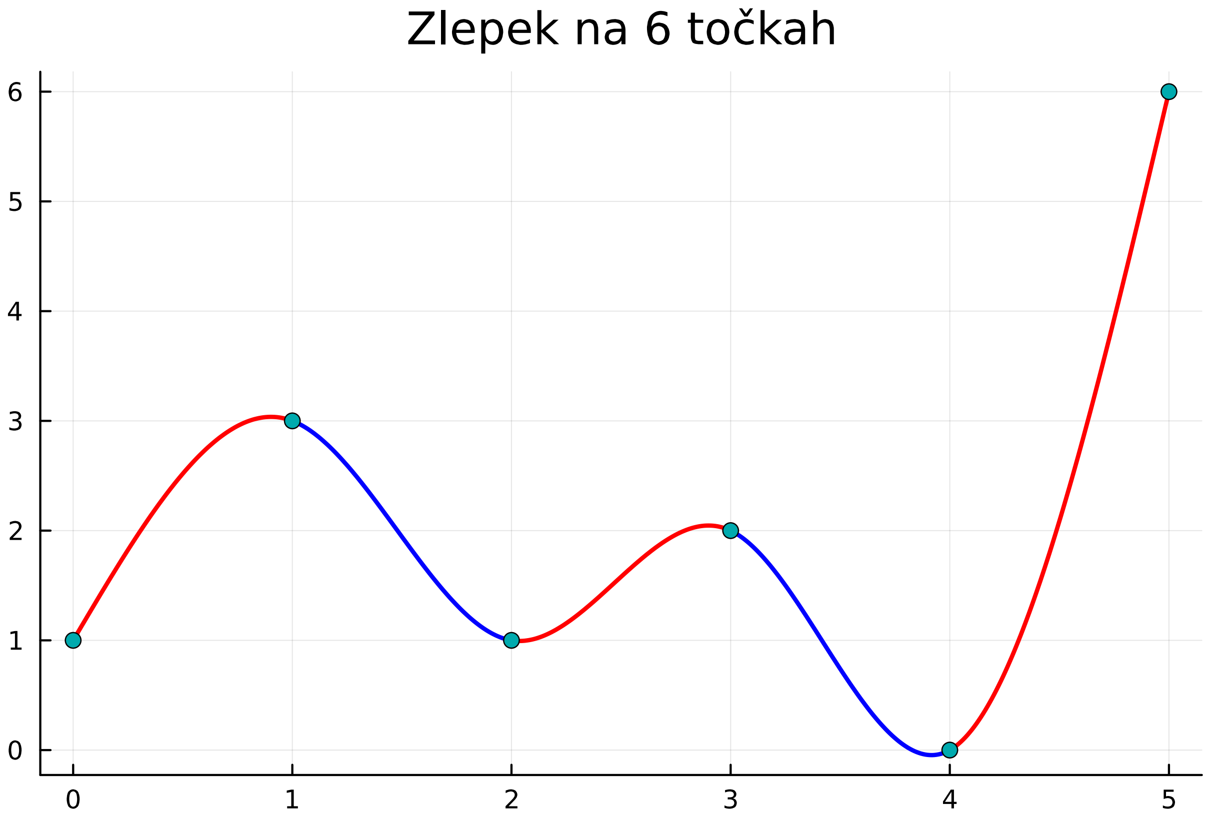
Veljati mora $p1 = 6.0$, saj je točka $(5.0, 6.0)$ bila podana kot interpolacijska točka.

```
p2 = vrednost(s, 4.99)
println("p2=", p2)
```

```
p2=5.915648368421055
```

Veljati mora $p2 \approx 6.0$, saj je točka z $x = 4.99$ blizu točki $(5.0, 6.0)$.

```
izirsi_zlepek(s)
```

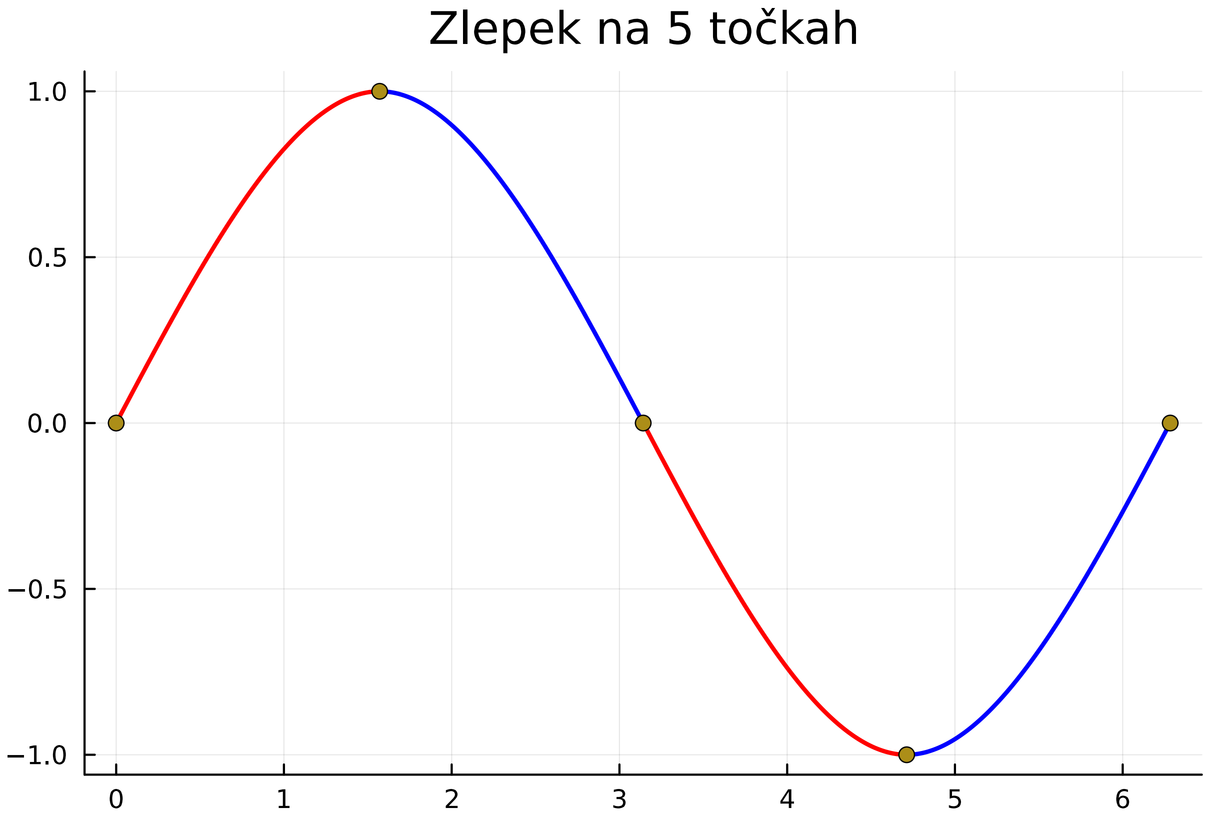


Kot vidimo iz slike, se zlepek prilega interpolacijskim točkam.

Poglejmo si še en primer.

```
x = range(0, stop=2 * pi, length=5)
y = sin.(x)
s = interpoliraj(x, y)
```

```
izirsi_zlepek(s)
```



Kot vidimo iz slike, je zlepek uspešno interpoliral funkcijo sinus.