1 DN2 - Porazdelitvena funkcija normalne slučajne spremenljivke, Ploščina Bézierove krivulje; Matija Ojo; 63200205

1.1 Porazdelitvena funkcija normalne slučajne spremenljivke

Porazdelitvena funkcija normalne slučajne spremenljivke je definirana kot:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

.

V praksi se uporablja za izračun verjetnosti, da bo vrednost slučajne spremenljivke padla v določen interval.

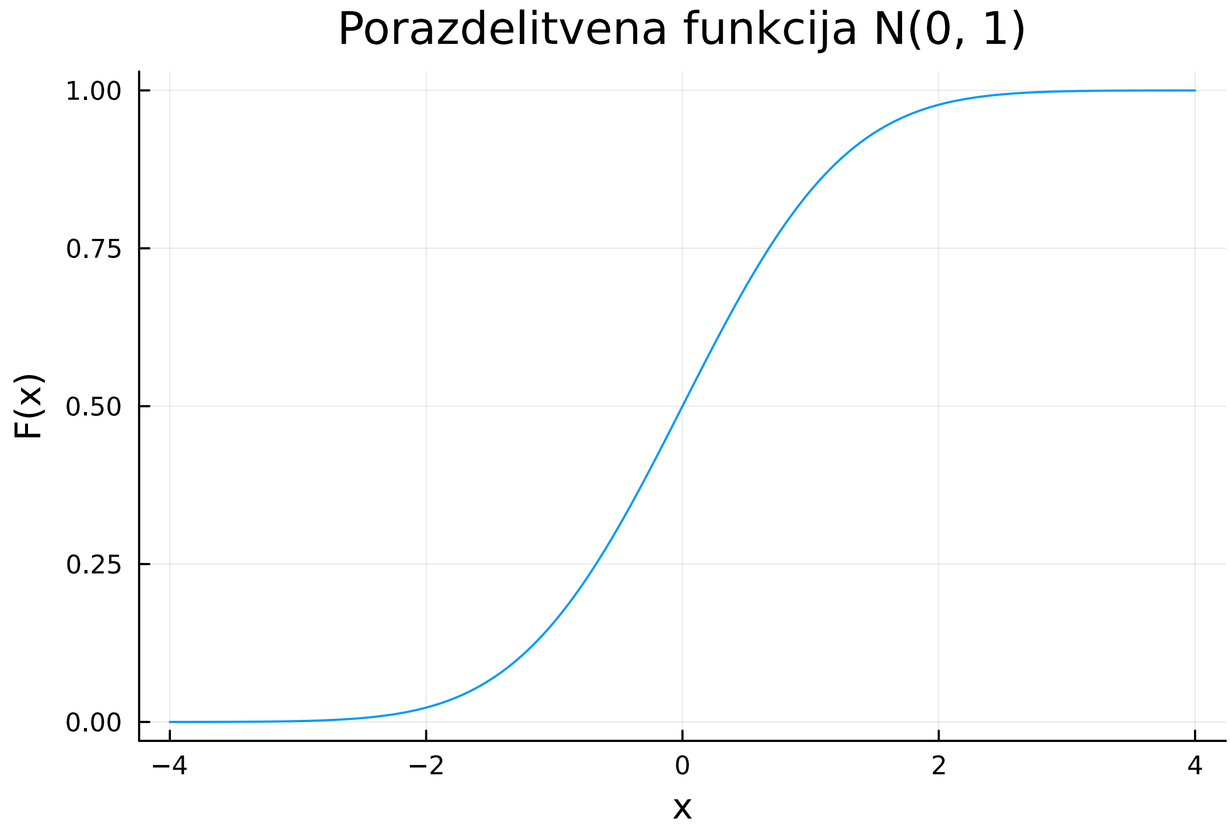
Za izračun porazdelitvene funkcije normalne slučajne spremenljivke se uporablja le numerične metode, saj integrala ne moremo izračunati analitično. V nalogi je uporabljena adaptivna Simpsonova metoda za izračun integrala. Adaptivna Simpsonova metoda je osnovana na Simpsonovem pravilu, ki numerično izračuna vrednost integrala tako da evalvira vrednost funckije na vmesnih točkah. Velja: $\int_a^b = \frac{b-a}{6}(f(a) + 4f(\frac{a+b}{2}) + f(b))$. Adaptivna metoda pa razdeli interval na dva dela in izračuna integral na vsakem delu posebej, in njuno vsoto uporabi kot naslendji približek. Če je razlika med dobljenim pribiližkom integrala in prejšnjim približkom večja od določene tolerance, se interval razdeli na še manjše dele, sicer vrne izračunani približek.

1.1.1 Rezultati

Poglejmo si graf porazdelitvene funkcije normalne slučajne spremenljivke za različne vrednosti x, pri čemer je vsaka vrednost funckije izračunana z adaptivno Simpsonovo metodo.

```
using DN2
using Plots

xs = range(-4, stop=4, length=1000)
ys = [normal_CDF(x) for x in xs]
plot(xs, ys, xlabel="x", ylabel="F(x)", title="Porazdelitvena funkcija N(0, 1)",
legend=:none)
```



1.2 Ploščina Bézierove krivulje

Bézierovo krivuljo omejujeo kontrolne točke P_i in je definirana kot:

$$B(t) = \sum_{i=0}^{n} b_{i,n}(t) P_i; \quad 0 \leq t \leq 1$$

kjer je:

$$b_{i,n}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}; \quad i = 0 \ldots 1$$

i-ti Bernsteinov bazni polinom stopnje n.

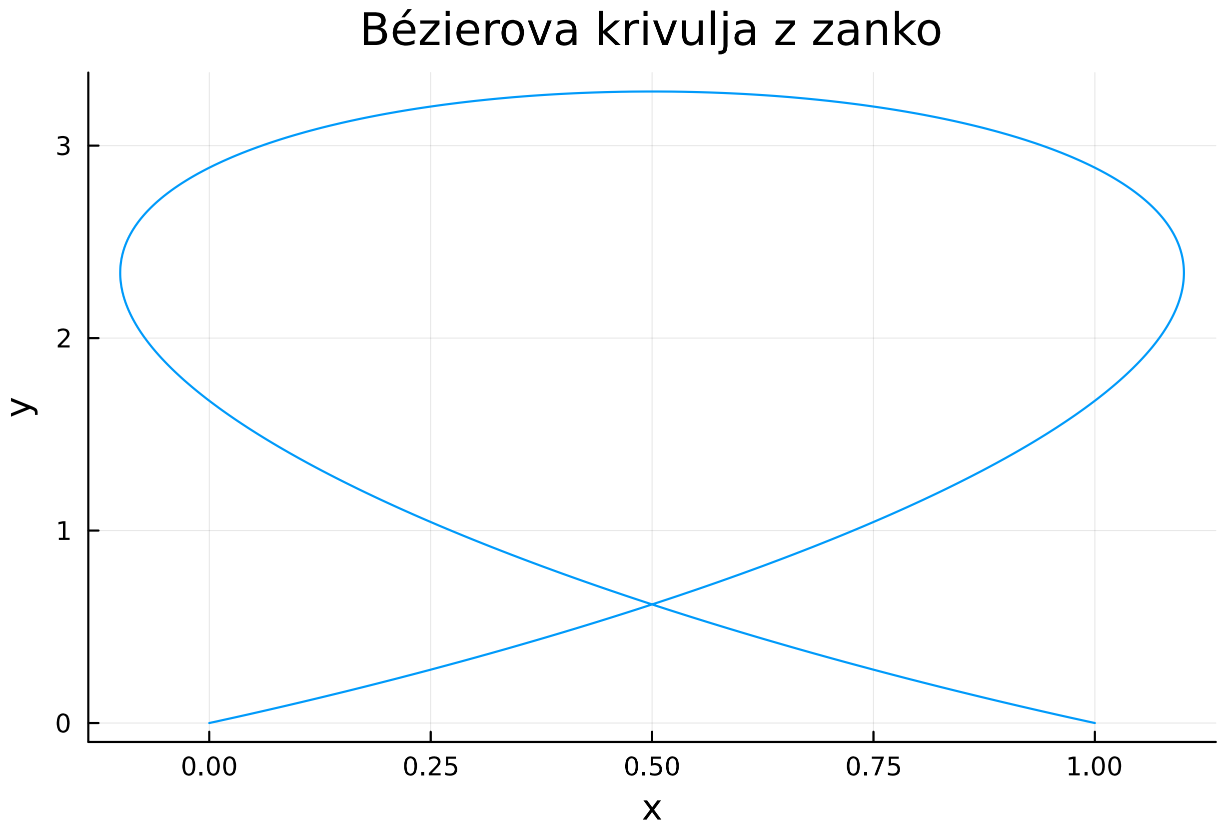
V nalogi je Bézierova krivulja podana z naslendjimi kontrolnimi točkami:

```
control_points = [(0, 0), (1, 1), (2, 3), (1, 4), (0, 4), (-1, 3), (0, 1), (1, 0)]
```

```
8-element Vector{Tuple{Int64, Int64}}:
 (0, 0)
 (1, 1)
 (2, 3)
 (1, 4)
 (0, 4)
 (-1, 3)
 (0, 1)
 (1, 0)
```

Poglejmo si njen graf

```
t = range(0, stop=1, length=1000)
x_values = [bezier(control_points, t_value)[1] for t_value in t]
y_values = [bezier(control_points, t_value)[2] for t_value in t]
plot(x_values, y_values, xlabel="x", ylabel="y", title="Bézierova krivulja z zanko",
legend=:none)
```



Da izračunamo ploščino zanke, moramo najprej najti presečišče, kjer se zanka začne (in tudi konča). Opazimo lahko da ima presečišče x-koordinato enako 0.5. To lahko uporabimo pri iskanju vrednosti neodvisne spremenljivke `t` tega presečišča. S preprostim algoritmom lahko ugotovimo da se pri `t0=0.075` zanka začne in se konča pri `t1=0.924`. Ti dve meji uporabimo pri izračunu ploščine zanke, natančneje, pri adaptivni Simpsonovi metodi.

1.3 Rezultati

Ploščina omenjene zanke je enaka:

```
bezier_curve_area()
```

```
2.253749414493022
```