

# Relatório: Trabalho Prático 2

## Soluções para problemas difíceis

Marcos Paulo F. de Souza<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Ciência da Computação  
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) – Belo Horizonte, MG – Brazil

`marcos.ferreira@dcc.ufmg.br`

**Abstract.** *This meta-paper describes the style to be used in articles and short papers for SBC conferences. For papers in English, you should add just an abstract while for the papers in Portuguese, we also ask for an abstract in Portuguese (“resumo”). In both cases, abstracts should not have more than 10 lines and must be in the first page of the paper.*

**Resumo.** *Este meta-artigo descreve o estilo a ser usado na confecção de artigos e resumos de artigos para publicação nos anais das conferências organizadas pela SBC. É solicitada a escrita de resumo e abstract apenas para os artigos escritos em português. Artigos em inglês deverão apresentar apenas abstract. Nos dois casos, o autor deve tomar cuidado para que o resumo (e o abstract) não ultrapassem 10 linhas cada, sendo que ambos devem estar na primeira página do artigo.*

### 1. Introdução

Lorem Ipson

### 2. Conceitos Básicos

O problema do caixeiro viajante foi apresentado por Anany Levitin em seu livro chamado “Introduction to The Design and Analysis of Algorithms”. A sucinta definição trazida foi a de encontrar a menor rota possível passando por  $N$  cidades, apenas uma vez por cidade, e depois retornando para a cidade de origem. Esse problema é classificado como NP-Difícil, portanto ele pode ser resolvido em tempo polinomial por uma máquina de Turing não determinística. Isso significa que os computadores atuais não são capazes de encontrar uma solução para esse problema em tempo hábil. Por isso, são necessários algoritmos mais complexos para encontrar uma solução mais rápida. Para este trabalho serão implementados três algoritmos que resolvem esse problema. O primeiro algoritmo implementado usa o Branch and Bound, o segundo é o algoritmo aproximativo Twice-around-the-tree e o terceiro é o algoritmo aproximativo Christofides. Toda a definição das implementações foram retiradas do livro “Introduction to The Design and Analysis of Algorithms”.

### 3. Implementação

A implementação dos três algoritmos foi feita em um mesmo arquivo na linguagem de programação chamada python. Foram usadas as bibliotecas math e networkx para

a implementação dos algoritmos. As bibliotecas `os` e `timeout_decorator` foram usadas durante os teste para automatizar a execução dos teste e limitar o tempo de execução de cada algoritmo respectivamente. Já as bibliotecas `jincluir` foram usadas para gerar as tabelas e os resultados para serem analisados.

Os três algoritmos terão as suas implemenações detalhadas a seguir:

### **3.1. Branch and Bound**

Para a implementação desse algoritmo a estrutura de dados Graph disponibilizada pela biblioteca `networkx` foi utilizada, além de alguns métodos auxiliares que foram implementados a parte e estão contidos no mesmo arquivo dos demais algoritmos.

Para ser um algoritmo Branch and Bound é preciso ter o calculo de uma estimativa que seja realista e proxima ao valor otimo. O calculo da estimativa que foi implementado foi o mesmo descrito por Levitin no livro "Introduction to The Design and Analysis of Algorithms". Em resumo, a estimativa é a soma das duas arestas de menor custo de todos os nós do grafo dividida por dois. Quando uma aresta é introduzida na possível solução ela é considerada como uma das menores arestas dos nós que ela liga. E isso garante que a estimativa de uma provável solução parcial seja realista.

A árvore de soluções possíveis é armazenada como uma fila de prioridade onde a prioridade é da solução que possui a menor estimativa. Ou seja, para avançar na árvore de soluções possíveis é usada a busca em largura, escolhendo sempre a solução com menor estimativa e não a que esteja mais profunda na árvore.

### **3.2. Twice-around-the-tree**

Para a implementação desse algoritmo a estrutura de dados Graph e os algoritmos `minimum_spanning_tree` e `dfs_preorder_nodes` que são disponibilizados pela biblioteca `networkx` foram utilizados.

A implementação desse algoritmo foi feita como é descrita no livro "Introduction to The Design and Analysis of Algorithms". São três passos a serem feitos, primeiro calcular a árvore geradora mínima para o grafo da instancia do problema, segundo passo é definir a lista de vertices da árvore geradora mínima a partir de visitação preorder dos vertices e terceiro e ultimo passo retirar da lista de vertices os vertices repetidos encontrando o ciclo hamiltoniano do grafo que é a solução para o problema.

### **3.3. Christofides**

Para a implementação desse algoritmo a estrutura de dados Graph e os algoritmos `minimum_spanning_tree`, `min_weight_matching` e `eulerian_circuit` que são disponibilizados pela biblioteca `networkx` foram utilizados, além de um método auxiliar que foi implementado a parte e está contido no mesmo arquivo dos demais algoritmos.

A implementação desse algoritmo foi feita como é descrita no livro "Introduction to The Design and Analysis of Algorithms". Essa implementação é semelhante a do algoritmo Twice-around-the-tree porém com algumas alterações. Primeiro é necessário encontrar a árvore geradora mínima e depois gerar uma lista de nós da árvore geradora mínima que possuem grau ímpar. Dentro do subgrafo induzido pelos nós de grau ímpar da árvore geradora mínima é encontrado o matching perfeito de peso mínimo. Com isso

será criado um grafo auxiliar que adiciona na árvore geradora mínima todas as arestas do matching perfeito de peso mínimo. Nesse grafo auxiliar é calculado o circuito euleriano e com a lista de vértices do circuito euleriano basta retirar os vértices repetidos e encontraremos o circuito hamiltoniano que é a solução para o problema.

#### 4. Testes

Os algoritmos implementados foram testados a partir das instâncias contidas no site <http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/tsp/>. Dentre todas as instâncias disponíveis apenas as euclidianas com 2 dimensões e instâncias do caixeiro viajante foram usadas, totalizando 77 testes. Desses testes 5 que possuem mais do que 7000 nós não puderam ser executados, pois o computador utilizado para executar os testes trava e não termina os testes com essa quantidade de nós.

##### 4.1. Resultados

Lorem Ipsum

#### 5. Conclusão

Lorem Ipsum

#### 6. General Information

All full papers and posters (short papers) submitted to some SBC conference, including any supporting documents, should be written in English or in Portuguese. The format paper should be A4 with single column, 3.5 cm for upper margin, 2.5 cm for bottom margin and 3.0 cm for lateral margins, without headers or footers. The main font must be Times, 12 point nominal size, with 6 points of space before each paragraph. Page numbers must be suppressed.

Full papers must respect the page limits defined by the conference. Conferences that publish just abstracts ask for **one**-page texts.

#### 7. First Page

The first page must display the paper title, the name and address of the authors, the abstract in English and “resumo” in Portuguese (“resumos” are required only for papers written in Portuguese). The title must be centered over the whole page, in 16 point boldface font and with 12 points of space before itself. Author names must be centered in 12 point font, bold, all of them disposed in the same line, separated by commas and with 12 points of space after the title. Addresses must be centered in 12 point font, also with 12 points of space after the authors’ names. E-mail addresses should be written using font Courier New, 10 point nominal size, with 6 points of space before and 6 points of space after.

The abstract and “resumo” (if is the case) must be in 12 point Times font, indented 0.8cm on both sides. The word **Abstract** and **Resumo**, should be written in boldface and must precede the text.

#### 8. CD-ROMs and Printed Proceedings

In some conferences, the papers are published on CD-ROM while only the abstract is published in the printed Proceedings. In this case, authors are invited to prepare two final versions of the paper. One, complete, to be published on the CD and the other, containing only the first page, with abstract and “resumo” (for papers in Portuguese).

## 9. Sections and Paragraphs

Section titles must be in boldface, 13pt, flush left. There should be an extra 12 pt of space before each title. Section numbering is optional. The first paragraph of each section should not be indented, while the first lines of subsequent paragraphs should be indented by 1.27 cm.

### 9.1. Subsections

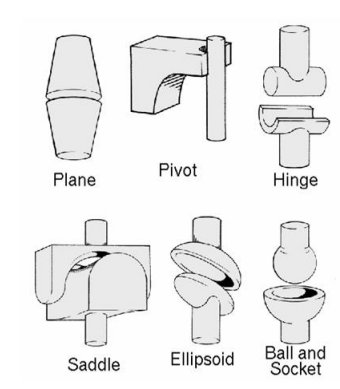
The subsection titles must be in boldface, 12pt, flush left.

## 10. Figures and Captions

Figure and table captions should be centered if less than one line (Figure 1), otherwise justified and indented by 0.8cm on both margins, as shown in Figure 2. The caption font must be Helvetica, 10 point, boldface, with 6 points of space before and after each caption.



**Figure 1. A typical figure**



**Figure 2. This figure is an example of a figure caption taking more than one line and justified considering margins mentioned in Section 10.**

In tables, try to avoid the use of colored or shaded backgrounds, and avoid thick, doubled, or unnecessary framing lines. When reporting empirical data, do not use more

decimal digits than warranted by their precision and reproducibility. Table caption must be placed before the table (see Table 1) and the font used must also be Helvetica, 10 point, boldface, with 6 points of space before and after each caption.

**Table 1. Variables to be considered on the evaluation of interaction techniques**

|  | Chessboard<br>top view | Chessboard<br>perspective view |
|--|------------------------|--------------------------------|
| Selection with side<br>movements         | 6.02 $\pm$ 5.22        | 7.01 $\pm$ 6.84                |
| Selection with in-<br>depth movements    | 6.29 $\pm$ 4.99        | 12.22 $\pm$ 11.33              |
| Manipulation with<br>side movements      | 4.66 $\pm$ 4.94        | 3.47 $\pm$ 2.20                |
| Manipulation with in-<br>depth movements | 5.71 $\pm$ 4.55        | 5.37 $\pm$ 3.28                |

## 11. Images

All images and illustrations should be in black-and-white, or gray tones, excepting for the papers that will be electronically available (on CD-ROMs, internet, etc.). The image resolution on paper should be about 600 dpi for black-and-white images, and 150-300 dpi for grayscale images. Do not include images with excessive resolution, as they may take hours to print, without any visible difference in the result.

## 12. References

Bibliographic references must be unambiguous and uniform. We recommend giving the author names references in brackets, e.g. [Knuth 1984], [Boulic and Renault 1991], and [Smith and Jones 1999].

The references must be listed using 12 point font size, with 6 points of space before each reference. The first line of each reference should not be indented, while the subsequent should be indented by 0.5 cm.

### References

- Boulic, R. and Renault, O. (1991). 3d hierarchies for animation. In Magnenat-Thalmann, N. and Thalmann, D., editors, *New Trends in Animation and Visualization*. John Wiley & Sons Ltd.
- Knuth, D. E. (1984). *The T<sub>E</sub>X Book*. Addison-Wesley, 15th edition.
- Smith, A. and Jones, B. (1999). On the complexity of computing. In Smith-Jones, A. B., editor, *Advances in Computer Science*, pages 555–566. Publishing Press.