ТИТУЛЬНАЯ СТРАНИЦА

# Оглавление

[Оглавление 1](#_Toc375166677)

[1. Введение 1](#_Toc375166678)

[2. Выбор методов моделирования 1](#_Toc375166679)

[2.1 LBM 1](#_Toc375166680)

[2.2 Finite element 1](#_Toc375166681)

[3. Сравнение методов 1](#_Toc375166682)

[4. Построение приложения 1](#_Toc375166683)

[5. Результаты численного моделирования 1](#_Toc375166684)

[6. Потребление ресурсов приложением 1](#_Toc375166685)

[7. Выводы 1](#_Toc375166686)

[Литература 1](#_Toc375166687)

# Введение

Задачи из области гидродинамики встречаются в нашей жизни повсеместно, начиная от расчета давления воды в водопроводе, и заканчивая моделированием обтекания корпуса автомобиля. Обтекание судна или поведение самолета в воздухе, магистральные нефтепроводы или региональные ГЭС – для таких объектов пренебрежение гидродинамическими характеристиками может стать фатальным.

Как известно, поведение жидкости или газа полностью описывается уравнениями Навье-Стокса. Однако также известно, что решение этих уравнения возможно только для очень узкого класса задач (к примеру, течение Пуазейля), или с введением существенных ограничений на свойство рассматриваемой жидкости (к примеру, несжимаемость или отсутствие вязкости, etc). Задачи определения поведения объектов и потоков жидкости при взаимодействии их друг с другом появились задолго до компьютерной техники.

До становления инженерных методов расчета использовалось испытание моделей, скажем, самолета в аэродинамической трубе. Однако ввиду необходимости выдерживать неизменность чисел подобия при испытании модели, этот экспериментальный подход сталкивается с трудно преодолимыми препятствиями (вплоть до необходимости создавать модель, близкую к натуральной величине).

Инженерные подходы, обзорное понимание которых можно получить из, являются шагом вперед по сравнению с натурными испытаниями. Однако для большей части задач можно выделить следующие негативные стороны такого подхода: во-первых, это приближенные результаты. И если для стотысячетонного судна погрешность в пару процентов при расчете лобового сопротивления может быть приемлемой, то для скоростной яхты ценой этого может стать победа в гонке. Во-вторых, нельзя не отметить, что для расчета задач этими методами необходимо знать хотя-бы часть значений, которые можно получить только на эксперименте, измерив их, и которые не могут быть вычислены из задаваемых условий.

С учетом вышесказанного, неоспоримым является тот факт, что возможность смоделировать сколь угодно сложную, или большую, или и то и другое вместе систему при помощи компьютера – следующий шаг в развитии подходов к решению гидродинамических задач.

# Выбор методов моделирования

После первого успешного решения аэродинамической задачи баллистики в 1945 году (ЭНИАК), компьютеры применяются для все более и более разнообразных задач. Сразу становятся заметны преимущества компьютерного моделирования перед инженерным подходом и, более того, над натурными испытаниями. Даже на ЭНИАКе было возможно достичь точности большей, чем с использованием иных методов решения задачи, с гораздо меньшими трудозатратами.

Однако, даже бурное развитие компьютерной техники за последние пол столетия, введение параллельных вычислений и все такое прочее не позволяют решать все встающие перед исследователями или инженерами задачи. В основном это связано с огромным количеством степеней свободы рассматриваемых задач (турбулентность – до ). Бывает что для достижения сходимости решения на длительном временном интервале модельного времени требуется затратить часы, а то и дни реального времени!

И потому следующими шагами в развитии подходов к решению гидродинамических задач является усовершенствование непосредственно методов моделирования, то есть представление задачи в виде набора чисел, с которыми компьютер и будет оперировать.

Дальше, наверно, надо остановиться в общих чертах на уравнениях Н-С, но это зависит от того что будет в подпунктах.

## LBM

Сеточные методы в гидродинамике зародились в 1986г. когда был представлен клеточный автомат, поведение которого удовлетворяет закону сохранения массы. Перспективы были очень многообещающи – из-за полной локальности вычислений неограниченная параллелизуемость, прямое моделирование любых гидродинамических токов, фактически – более простой аналог модели Изинга для турбулентности.

Однако, были выявлены некоторые недостатки, решением которых исследователи и занимались последние десятилетия. Наиболее универсальным результатом стало внедрение решеточного Больцмановского метода.

Для начала, остановимся на теории Больцмана для молекулярной динамики. Очевидно, что систему из классических частиц можно описать 3N уравнениями Ньютона

Где – координата частицы, , – сила, которая действует на одну частицу как результат взаимодействия или внешнего поля.

Поскольку в реальных системах количество молекул по порядку близко к , решение системы из по меньшей мере уравнений, с силой которая в общем случае зависит от поведения многих частиц задача совершенно нетривиальная. Параллельно с ограничением характера взаимодействия резонным представляется рассмотрение такой системы со статистической точки зрения.

Поставив вопрос как «Вероятность обнаружения частицы в точке со скоростью в момент времени , можно представить функцию распределения как плотность искомой вероятности. В 1872 г. Больцман представил свое знаменитое уравнение

Где левая часть уравнения соответствует движению частиц под воздействием поля силы , а в правой части стоит оператор столкновений, соответствующий парному взаимодействию (столкновению) двух частиц

Дальнейшее упрощение уравнения () возможно, если принять частицы точечными, бесструктурными и взаимодействующими короткодействующим потенциалом. Тогда, при отсутствии внешних полей, частицы проводят большую часть времени на свободных траекториях, и потому оператор столкновений распадается на gain and loss компоненты

Соответствующие столкновениям, в результате которых молекулы попадают или выходят из элемента объема

При допущении, что не существует корелляции между сталкивающимися молекулами, взаимодействие факторизуется на

И далее возможно получить уравнение Больцмана в следующем виде:

## Finite element

# Сравнение методов

# Построение приложения

# Результаты численного моделирования

# Потребление ресурсов приложением

# Выводы

# Литература