ТИТУЛЬНАЯ СТРАНИЦА

# Оглавление

[Оглавление 1](#_Toc375166677)

[1. Введение 1](#_Toc375166678)

[2. Выбор методов моделирования 1](#_Toc375166679)

[2.1 LBM 1](#_Toc375166680)

[2.2 Finite element 1](#_Toc375166681)

[3. Сравнение методов 1](#_Toc375166682)

[4. Построение приложения 1](#_Toc375166683)

[5. Результаты численного моделирования 1](#_Toc375166684)

[6. Потребление ресурсов приложением 1](#_Toc375166685)

[7. Выводы 1](#_Toc375166686)

[Литература 1](#_Toc375166687)

# Введение

Задачи из области гидродинамики встречаются в нашей жизни повсеместно, начиная от расчета давления воды в водопроводе, и заканчивая моделированием обтекания корпуса автомобиля. Обтекание судна или поведение самолета в воздухе, магистральные нефтепроводы или региональные ГЭС – для таких объектов пренебрежение гидродинамическими характеристиками может стать фатальным.

Как известно, поведение жидкости или газа полностью описывается уравнениями Навье-Стокса. Однако также известно, что решение этих уравнения возможно только для очень узкого класса задач (к примеру, течение Пуазейля), или с введением существенных ограничений на свойство рассматриваемой жидкости (к примеру, несжимаемость или отсутствие вязкости, etc). Задачи определения поведения объектов и потоков жидкости при взаимодействии их друг с другом появились задолго до компьютерной техники.

До становления инженерных методов расчета использовалось испытание моделей, скажем, самолета в аэродинамической трубе. Однако ввиду необходимости выдерживать неизменность чисел подобия при испытании модели, этот экспериментальный подход сталкивается с трудно преодолимыми препятствиями (вплоть до необходимости создавать модель, близкую к натуральной величине).

Инженерные подходы, обзорное понимание которых можно получить из, являются шагом вперед по сравнению с натурными испытаниями. Однако для большей части задач можно выделить следующие негативные стороны такого подхода: во-первых, это приближенные результаты. И если для стотысячетонного судна погрешность в пару процентов при расчете лобового сопротивления может быть приемлемой, то для скоростной яхты ценой этого может стать победа в гонке. Во-вторых, нельзя не отметить, что для расчета задач этими методами необходимо знать хотя-бы часть значений, которые можно получить только на эксперименте, измерив их, и которые не могут быть вычислены из задаваемых условий.

С учетом вышесказанного, неоспоримым является тот факт, что возможность смоделировать сколь угодно сложную, или большую, или и то и другое вместе систему при помощи компьютера – следующий шаг в развитии подходов к решению гидродинамических задач.

# Выбор методов моделирования

После первого успешного решения аэродинамической задачи баллистики в 1945 году (ЭНИАК), компьютеры применяются для все более и более разнообразных задач. Сразу становятся заметны преимущества компьютерного моделирования перед инженерным подходом и, более того, над натурными испытаниями. Даже на ЭНИАКе было возможно достичь точности большей, чем с использованием иных методов решения задачи, с гораздо меньшими трудозатратами.

Однако, даже бурное развитие компьютерной техники за последние пол столетия, введение параллельных вычислений и все такое прочее не позволяют решать все встающие перед исследователями или инженерами задачи. В основном это связано с огромным количеством степеней свободы рассматриваемых задач (турбулентность – до ). Бывает что для достижения сходимости решения на длительном временном интервале модельного времени требуется затратить часы, а то и дни реального времени!

И потому следующими шагами в развитии подходов к решению гидродинамических задач является усовершенствование непосредственно методов моделирования, то есть представление задачи в виде набора чисел, с которыми компьютер и будет оперировать.

Дальше, наверно, надо остановиться в общих чертах на уравнениях Н-С, но это зависит от того что будет в подпунктах. Также надо отметить, что все это – про несжимаемые жидкости.

Остановимся более подробно на методах, для которых и производилось сравнение результативности.

## Finite element

Как уже было сказано, несжимаемые жидкости – жидкости неизменной плотности, т.е. . Любая жидкость описывается уравнениями Навье-Стокса.

(2.1.1)

(2.1.2)

Первое уравнение прямо получается из второго закона Ньютона, а второе – условие неразрывности, получаемое из закона сохранения массы.

Уравнения сильно нелинейные, из-за второго слагаемого в первом уравнении, т.н. «конвекционного члена». Для применения к решению этой системы компьютера, их необходимо каким-либо образом свести к алгебраическим уравнениям, т.е. провести процедуру дискретизации.

Существует значительное количество методов дискретизации, ограничимся методом конечных разностей. Продемонстрируем его на одномерном д.у. второго порядка.

Рис. Одномерная регулярная сетка с

Интервал , на котором необходимо решить д.у. разбивается на под-интервалов одинаковой длинны , таким образом получается сетка, состоящая из точек, .

13There are many other discretization methods, such as the finite element method (cf. [Ciarlet,

1978], [Strang & Fix, 1973], [Brenner & Scott, 1994]), the finite volume method, also known as

the box method (cf. [Patankar, 1980]), and the class of spectral methods (cf. [Canuto et al.,

1988]).

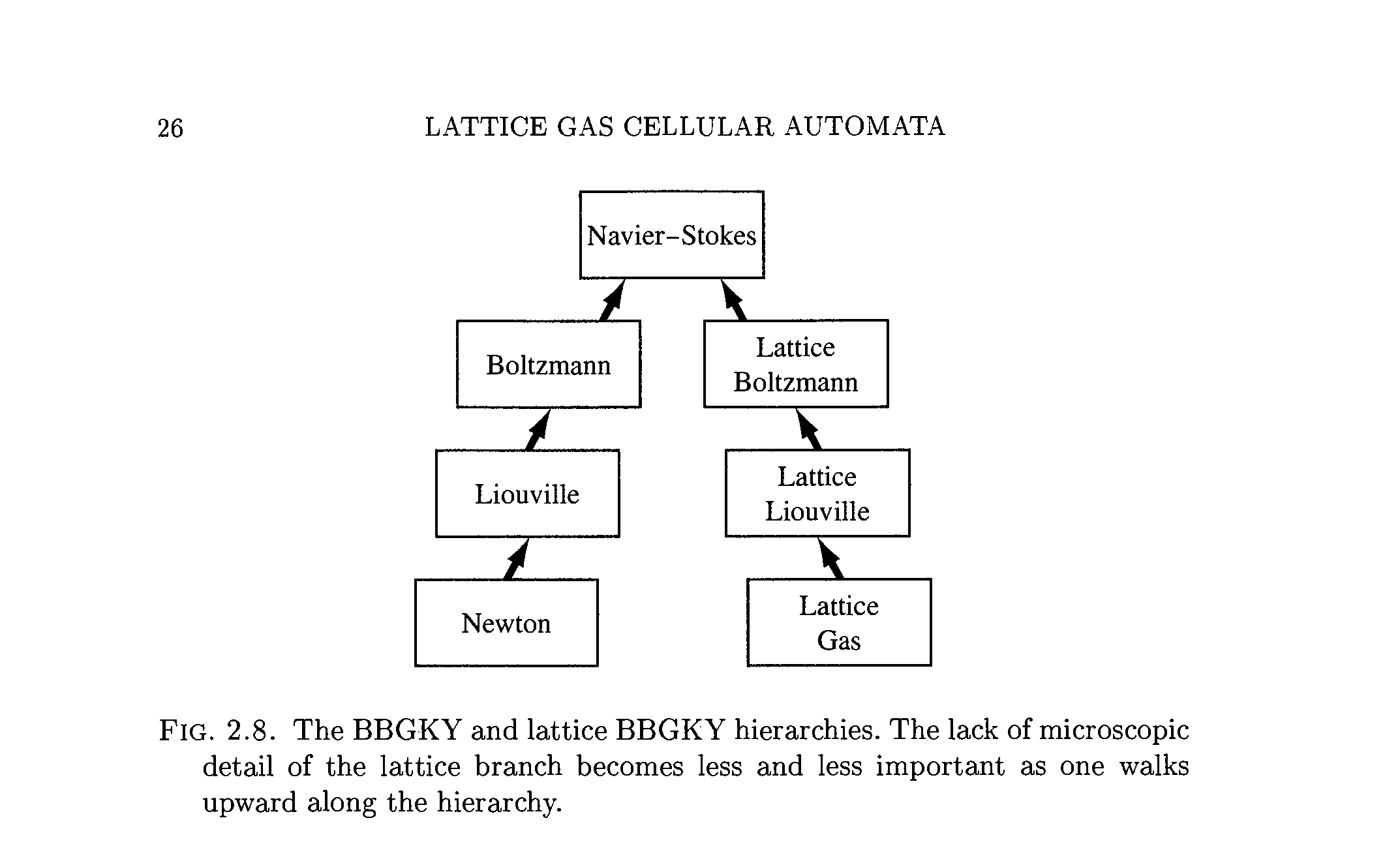
Дифференциальное уравнение теперь рассматривается только в этих точках. Воспользовавшись определением производной

И не переходя к пределу, мы можем приблизить непрерывный дифференциальный оператор в точке дискретным разностным оператором

## LBM

Зарождение решеточных методов можно отнести к 1986 году, когда был представлен простой клеточный автомат, который удовлетворяет закону сохранения «вещества» на микроскопическом уровне, и потому способен отображать всю сложность движения реальной жидкости.

Вкратце, а все остальные – в литературу.



Из-за вышеуказанных сложностей, перейдем сразу к LB.

Уравнение Больцмана

# Сравнение методов

# Построение приложения

# Результаты численного моделирования

# Потребление ресурсов приложением

# Выводы

# Литература