

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
ВВЕДЕНИЕ	6
ГЛАВА 1 ПЕРВАЯ ГЛАВА	7
1.1 Групповые явления в жизни животных	7
1.1.1 Методы наблюдения и сбора информации	7
1.1.2 Основные результаты наблюдений	9
1.1.3 Количественные характеристики группового движения	13
1.2 Компьютерные модели групповой динамики	16
1.2.1 Компьютерные модели групповой динамики	16
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	19

ВВЕДЕНИЕ

flocking behavior SPP

Считается, что впервые задача моделирования поведения «разумно» взаимодействующих объектов была поставлена и удовлетворительно решена К. Рейнольдсом в 1987 году [1]. Его модель носила исключительно прикладной характер, и использовалась для моделирования поведения стай птиц, групп животных или даже космических кораблей при создании анимационных фильмов.

С другой стороны, интерес к поведению роев насекомых, стай птиц или животных можно проследить как минимум на столетие назад, к примеру [2]. Для исследователей того времени, однако, были доступны лишь простейшие методы наблюдения (а именно, визуальные). Не смотря на это, выводы сделанные из наблюдений позволили выделить перемещения взаимодействующих, интеллектуальных объектов в отдельный класс динамики систем «частиц», которые позже станут известны как самодвижущиеся частицы.

Концепция таких частиц была впервые предложена Т. Вичеком и коллегами [3]. Наиболее интересным с физической точки зрения в их модели оказалось наличие явления фазового перехода от разупорядоченного к упорядоченному поведению частиц, крайне похожего на поведение птичьих стай. С тех пор было предложено некоторое количество аналогичных моделей, к примеру [4–9], было проведено множество симуляций с различными параметрами систем (наиболее полную информацию можно найти в одной из последних работ Т. Вичека [10], и в приведенном списке литературы), а также была получен богатый экспериментальный материал касательно поведения стай птиц [], косяков рыб [11], были обнаружены проявления групповой динамики у бактерий [] и даже у неорганических систем при определенных условиях [].

ГЛАВА 1

ПЕРВАЯ ГЛАВА

1.1 Групповые явления в жизни животных

Если сто бегунов как один бегут,
 Это можно назвать так и сяк.
 У лошадей это будет табун,
 У рыб это будет косяк.

Машина Времени

1.1.1 Методы наблюдения и сбора информации

Главной сложностью в выполнении экспериментального наблюдения за группой животных или, тем более, насекомых, заключается в трудности отслеживания траекторий отдельных особей. Это связано с тем что рассматриваемые колонии или группы

- состоят из множества индивидов, которые
- выглядят очень похоже
- и в основном очень быстро перемещаются

Кроме того, необходимо учитывать крайнее разнообразие живых организмов, за перемещением которых необходимо наблюдать, поскольку, как уже говорилось во введении, изменение поведения при объединении в группы наблюдается для широкого разнообразия типоразмеров животных - начиная от бактерий в пробирке [12, 13] и заканчивая китами на океанских просторах [14]. Несмотря на совсем неочевидные методы решения этих проблем, изучению стадного поведения (flocking behavior) на протяжении многих лет посвящалось значительное внимание. Можно заметить что особенно остро (хоть и не в такой формулировке) этот вопрос стоял в 20-е годы XIX столетия на территории Одесской области, которая подвергалась массовым нашествиям саранчи, однако без компьютерного оборудования или без до-

стижения теории ренормализационных групп достичь каких-либо результатов было невозможно.

Итак, возвращаясь к теме этого пункта, вкратце рассмотрим использующиеся сейчас методы регистрации траекторий индивидов в стаде (стаде). Условно, их можно разделить на две неравные группы: в одну отнесем так или иначе методы с использованием визуальных средств (т.е. фото- и видео-камер, в комбинации с различного рода маячками или метками), а в другую сравнительно недавно начавшие применяться методы с использованием GPS-систем. И если применение методов из второй группы не вызывает никаких технических вопросов (кроме, очевидно, закрепления такого рода устройств на исследуемых индивидах), то на методах первой группы следует остановиться подробней.

Классическим может считаться метод измерение скорости по изображениям частиц [15]. Обычно он применяется для измерения скорости потока жидкости или газа: в исследуемую среду вводится краситель, состоящий из броуновских частиц, и наблюдая за перемещением этого вещества становится возможным определять линии тока в исследуемой среде. Применимо к самодвижущимся частицам метод успешно был применен Czirók и соавторами[12], которые при помощи фазово-контрастной микроскопии исследовали групповое движение молекул.

Когда речь заходит об исследовании стай птиц (стад животных), размер индивидов больше, однако в отличие от бактерий область перемещения слабо ограничена. Тогда движение записывается напрямую на камеру, с тем чтобы в дальнейшем восстановить отдельные траектории. К примеру, в 70-х годах аэрофотосъемка использовалась для определения расположения отдельных индивидов во время сбивания африканских буйволов в стадо [16]. Однако использования одной камеры для фиксирования перемещений группы рыб или птиц явно недостаточно, поскольку как-то необходимо учитывать расстояние от камеры до особи. Чтобы обойти эту сложность, например, Бекко и соавторы [17] ограничили движение рыб по высоте используя плоский и широкий аквариум.

Использование нескольких камер для съемки стай с разных точек в дальнейшем требовало трудоемкой обработки результатов для получения трехмерной картины. Получение стереографических изображений с последующей обработкой позволило определить расстояния между соседними индивидуумами в стаях скворцов и чернозобиков [18]. В менее давних исследованиях был обработан метод преобразования фотографий стаи в трехмерные компьютерные модели, что позволило получить мгновенные снимки положения сотен скворцов в стае [19], однако в задаче восстановление траекторий движения все еще остается поле для исследования.

По мере развития технологий, стало возможным создать маячки GPS, достаточно маленькие, чтобы их можно было закрепить на животном или птице не мешая ему. К сожалению, с увеличением количества отслеживаемых индивидов возрастает и стоимость исследования. С другой стороны, такого рода устройства обладают ограниченной точностью в определении местоположения. Несмотря на приведенные выше ограничения, были проведены исследования пар [20, 21], или даже шестерок [22] тренированных голубей.

Помимо вышесказанного, в настоящее время увеличение точности сонаров и разработка определенной технологии применения, в которой океан выступает в роли акустического волновода позволило использовать их для единовременного наблюдения за огромными количествами рыб на больших территориях океанического шельфа. [23]

Подводя итоги, можно отметить увеличение роли компьютера в накоплении и обработке экспериментальных данных. Текущая динамика позволяет надеяться что со временем будут получены данные не меньшей точности, чем получаемые во время численных экспериментов по различным моделям.

1.1.2 Основные результаты наблюдений

Поскольку экспериментальное наблюдение стадных явлений не является темой данной работы, мы не будем останавливаться подробно результа-

таких полевых или лабораторных исследованиях, тем более что всестороннее освещение этого вопроса дано в работе Вичека [10]. Однако для лучшего понимания распространенности в природе стадных явлений будет приведен краткий обзор наиболее характерных, с нашей точки зрения, работ, сгруппированных по исследуемому материалу. Итак, в разные годы объектами исследования становились:

- а) Внутриклеточные соединения [13, 24]
- б) Колонии бактерий [12, 25]
- в) Насекомые [26]
- г) Птицы [2, 18–22]
- д) Рыбы [11, 14, 27]
- е) Млекопитающие, к примеру буйволы [16]

Особняком в этом ряду стоят наблюдения за океаническим планктоном [28], и превышающие по своей численности наблюдения за любым другим типом объектов наблюдения за поведением групп людей, например [29, 30].

Кроме того, в совершенно отдельную группу необходимо выделить лабораторные эксперименты, проводимые с неживыми объектами - нематической жидкостью, колеблющимися металлическими стержнями, наночастицами в жидкости, микро роботами и тому подобным. [31–33]

Теперь, приведем основные результаты, полученные в ходе наблюдений. Для начала, необходимо четко разделять работы в которых исследования велись на плоскости (все кроме указанных далее), и в которых наблюдения велись в трехмерном пространстве [14, 18, 19, 34]. Хотя, как выяснилось, для рыб такое разделение не вполне необходимо. Но обо всем по порядку.

Главный вывод, который в общем-то и не нуждается в подтверждении - это то, что существует отдельный класс перемещений группы индивидов как целого, и при этом перемещения отдельных индивидов оказываются упорядочены. То есть, при определенных условиях (чаще всего рассматривается различная плотность на единицу площади, или обеспеченность ресурсами в широком смысле слова) происходит спонтанное нарушение симметрии, и хаотическое движение сменяется упорядоченным. Как уже говорилось, это наблюдается на всех масштабах природы, и более того -

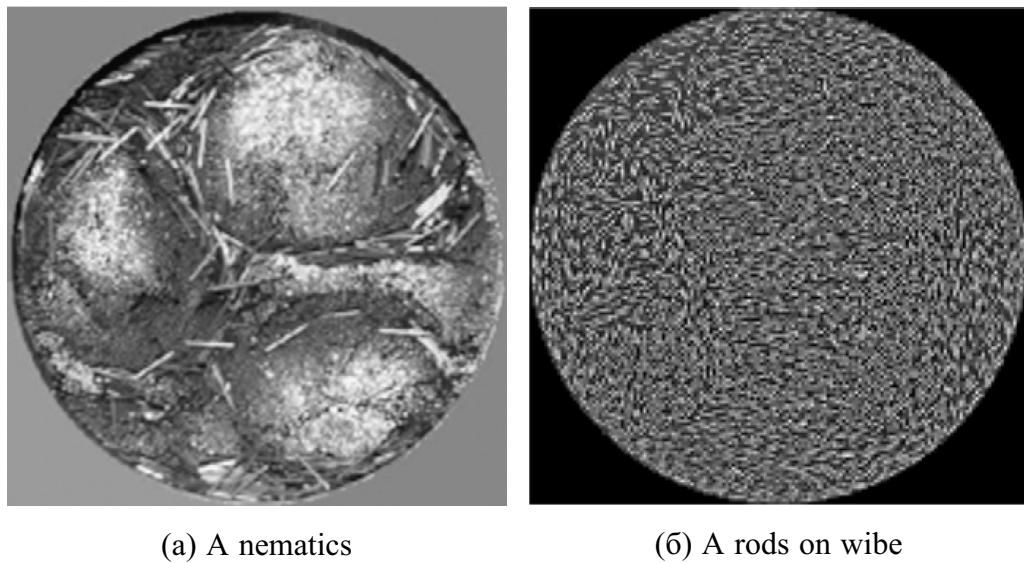


Рисунок 1.1 — Упорядочивание неживых объектов

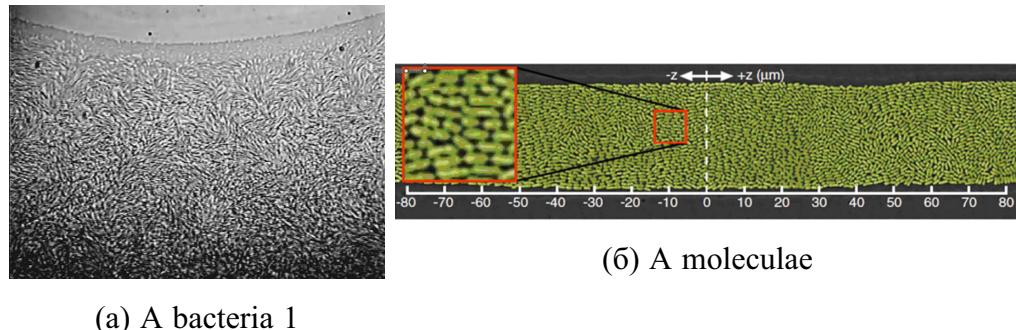


Рисунок 1.2 — Микроскопические проявления групповой динамики

совершенно не обязательно при этом прямое (визуальное или тактильное) взаимодействие между особями, и бывает достаточно опосредованного взаимодействия через среду обитания [10, с. 119]. Следующее наблюдение на которое указывают многие авторы - при нарушении симметрии возникает и дальний порядок связи, к примеру, рыбы могут изменять общее направление движения практически мгновенно [11], а птицы так-же быстро принимать решения о посадке. [18, 35].

Но более того, самым удивительным является то, что у всех живых существ и неживых предметов, при движении которых проявляются стадные явления, качественный характер этих явления практически одинаков.

Наглядно это можно рассмотреть на рис. 1.1, 1.2, 1.3. Особенностью всех представленных на изображениях объединений является то, что они

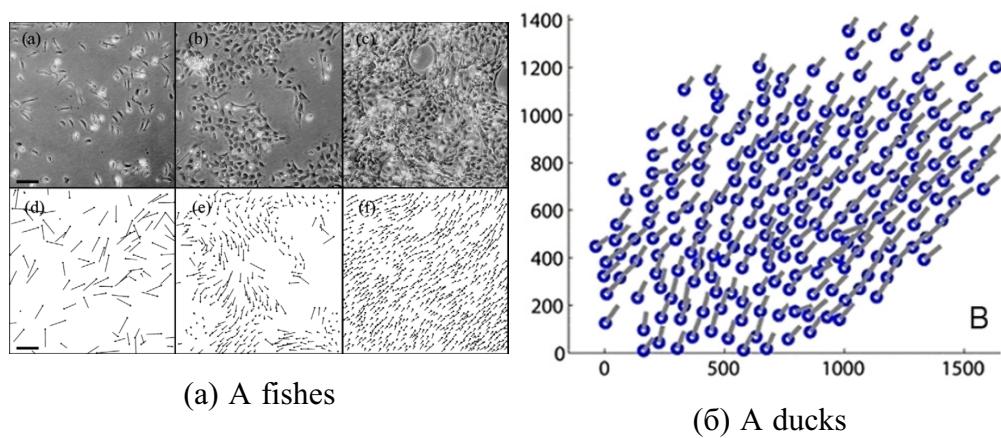


Рисунок 1.3 – Макроскопические проявления группового движения

расположены на плоскости. И как мы видим, возникает два типа упорядоченностей, иногда (как на рис. 1.1а) проявляющихся единовременно: это упорядоченное движение в спонтанно выбранном направлении, или упорядоченное обращение вокруг некоторого центра. Видно также, что для совершенно, казалось бы, различных объектов групповое поведение является очень схожим.

Что же касается перемещений, не ограниченных в двух плоскостях, то нам хотелось бы заострить внимание на трех моментах.

Во-первых, в объемном пространстве также наблюдаются все вышеперечисленные упорядоченные перемещения: птицы сбиваются в стаю и летят в выбранном направлении [22], насекомые кружат вокруг улья [26] и т.п.

Во-вторых, и это является особенностью косяков рыб, возможно расслоение трехмерной группы на более плоские подгруппы, с наличием соединяющих (цилиндрических) столбов. Предполагается, что это это связано с “мотивацией”, например, молодая стерлядь во время нереста предпочитает подниматься выше, а более старая опускается вниз. [36] При этом наблюдаются структуры как изображенные на рис. 1.4

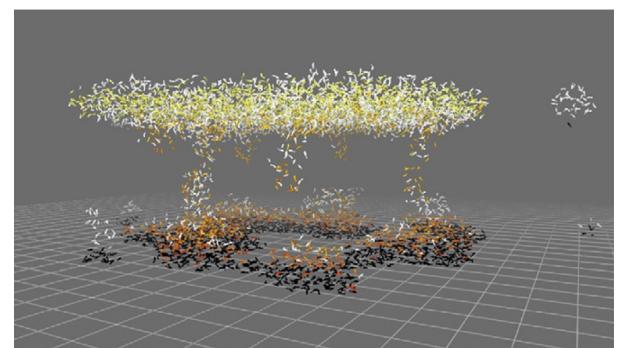


Рисунок 1.4 – Расслоение косяка рыб
нереста предпочитает подниматься выше, а более старая опускается вниз.
[36] При этом наблюдаются структуры как изображенные на рис. 1.4

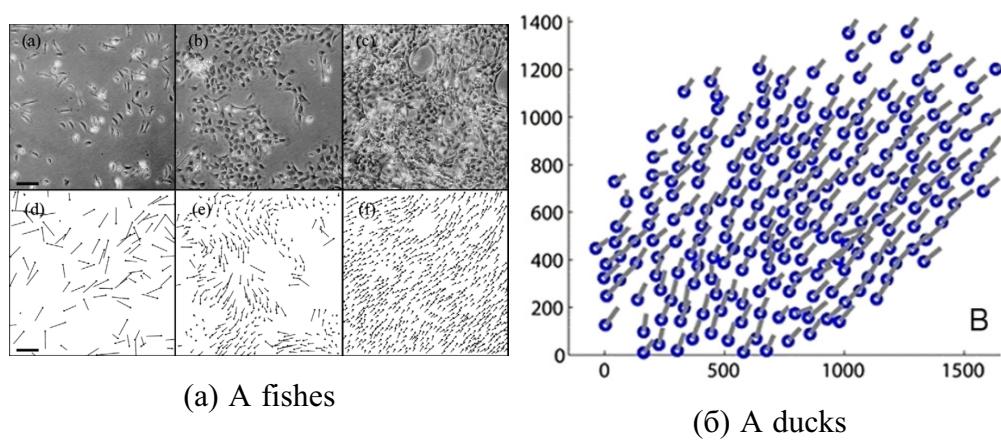


Рисунок 1.5 – Макроскопические проявления группового движения []

И в третьих, поскольку основное внимание при наблюдениях в трехмерном пространстве уделялось птицам и рыбам, групповая динамика которых хоть и обладает большим количеством подобных черт, все-же разнятся в том что стаи птиц не расслаиваются по высоте, тем более ярко проявляется аналогия между пространственными формированиями птиц и морского планктона []

В дальнейшем в этой части можно указать что в групповых явлениях наблюдаются “лидеры”, которые могут задавать движение. Еще где-то надо сказать что фазовый переход происходит или при уменьшении шума, или при увеличении плотности, наверно в следующем пункте

1.1.3 Качественные характеристики группового движения

Не смотря на то, что подобность движений различных типов объектов очевидна, для какого-либо исследования нельзя обойтись без количественных характеристик явления. Укажем отдельно характеристики объектов, которые участвуют в коллективном движении:

- все они похожи друг на друга
- они перемещаются с почти постоянной скоростью и способны изменять направление движения
- они взаимодействуют находясь на эффективном расстоянии, и посредством этого изменяют направление движения в стремясь к выравни-

ванию

г) направление движения подвержено шуму определенной амплитуды

Рассматривая же объекты в совокупности необходимо заметить что при определенных условиях происходит (скачкообразный) переход от разупорядоченного к упорядоченному движению. Такое явление называется фазовым переходом. Наиболее знакомые всем нам фазы, в которых может пребывать вещества - газообразная, жидккая и твердая, переходят одна в другую при изменении как минимум одного внешнего параметра - температуры. При этом плотность выступает в роли *параметра порядка* - некоторой величины, которая однозначно характеризует фазу вещества.

Пользуясь этой аналогией, и помня о том что изменяется только направление движения каждого объекта, в качестве параметра порядка было естественно определить следующей величиной:

$$\varphi = 1/Nv_0 \left| \sum_{i=1}^n \vec{v}_i \right| \quad (1.1)$$

Параметром порядка, согласно этому определению, является модуль средней скорости, нормированной на единицу. В уравнении 1.1 N - полное число объектов, v_0 - средний модуль скорости объектов в системе. Понятно, что если движение неупорядочено, то скорости объектов направлены случайным образом, и такая сумма будет стремиться к нулю. Если же скорости направлены вдоль некоторого выбранного направления, то параметр порядка стремится к единице. Разумеется как и всяческий статистический параметр, выражаемый через средние величины, это выражение имеет смысл только при больших N , иначе величина флуктуаций из-за каждого объекта будет слишком высокой.

Из статистической физики нам известно, что фазовый переход может происходить как в равновесной (замкнутой), так и в неравновесной системе. Ввиду того что в групповом движении, согласно рассматриваемой модели, участвуют самодвижущиеся частицы становится понятно что системы с групповой динамикой сугубо неравновесны. Неравновесная статистическая физика в последнее десятилетие выделилась в отдельное направление физики, со своим словарем, объектом исследований и характерными процессами.

ми, вызывающими наибольший интерес исследователей в текущий момент времени. И потому, возможно, было бы предпочтительнее модифицировать модель или провести аналогии с фазовыми переходами, рассматриваемыми в рамках равновесной статистической физики. [10]

Эта идея, однако, кажется не приемлимой по нескольким соображениям: Во-первых, в системах, демонстрирующих групповую динамику, наблюдаются совершенно не характерные для равновесной термодинамики явления, такие как “пробки” или флюктуации гигантского числа частиц []. А во-вторых, статистическая механика имеет дело с количеством частиц стремящимся к бесконечности (10^{23}), и в рамках этого допущения определяет остальные понятия, в то время как явления группового перемещения наблюдаются при числе частиц редко превышающем десятки тысяч.

Интересным было замечание [], указывающее на значительную аналогию в поведении систем, демонстрирующих групповую динамику, и феромагнитных систем. К примеру, рассматривая критические экспоненты, связанные с параметром порядка вида:

$$\sigma \sim |1 - \eta/\eta_c|^{-\gamma} \quad (1.2)$$

позволяют вычислить критические индексы γ . При этом получается, что критические индексы вычисленные, скажем, по модели Изинга, и вычисленные из (численных) экспериментов с системами, демонстрирующими групповую динамику оказываются в хорошем согласии между собой. За более полной информацией о параллелях между феромагнетиками и системами с групповой динамикой смотри [].

doi:10

Итак, резюмируя, в системах с коллективными эффектами происходит фазовый переход, при этом параметром порядка выступает средняя векторная скорость 1.1, а в качестве “температуры” - шум, т.е. некоторое добавочное воздействие, которое случайным образом изменяет направление движения каждого объекта в рассматриваемой системе. Возникает вопрос - единственный ли это параметр, который может повлиять на фазу системы и привести к фазовому переходу? Как было экспериментально проверено Камбуи [11] и многими другими, фазовый переход в системе взаимодействующих

4470/

объектов также возможен при увеличении плотности. Кроме “обычного” фазового перехода, при котором изменяется только направление скорости объектов, иногда наблюдается явление в котором, при увеличении плотности, уменьшается скорость перемещения объектов, и образуется “пробка”[]

На этом мы заканчиваем, сложность систем требует вдумчивого и основательного подхода, и потому изначально было предложено значительное количество компьютерных моделей [1, 3–5, 37], и лишь потом, на основании результатов, полученных в численных экспериментах, были разработаны теоретические подходы к групповому движению. [9, 38–43]

Keller
segel,

1.2 Компьютерные модели групповой динамики

Позабыты хлопоты, остановлен бег -
Вкалывают роботы, а не человек.

Ю. Энтин - “Вкалывают роботы”

Как было сказано в разделе 1.1, основной сложностью в исследовании процессов, происходящих в рое является невозможность уследить сразу за всеми представителями. В первую очередь проблема заключается в высокой технической сложности гарантированно отличить одну особь от другой.

1.2.1 Компьютерные модели групповой динамики

Моделированием групповых эффектов начали заниматься в 70е годы несколько групп ученых - биологов, физиков и специалистов по космопьютерной графике. Первая широко известная модель была предложена Рейнольдсом [1]. В его модели поведение объектов (боидов) определялось из расчета наилучшего визуального представления. Боиды могли демонстрировать три типа взаимодействия - избегание столкновений, следование в направлении ближайших боидов, и стремление к центру масс стаи. 1.6 С тем чтобы привнести в изучение групповых эффектов количественный подход, была предложена модель, широко известная сейчас как “модель Вичека”

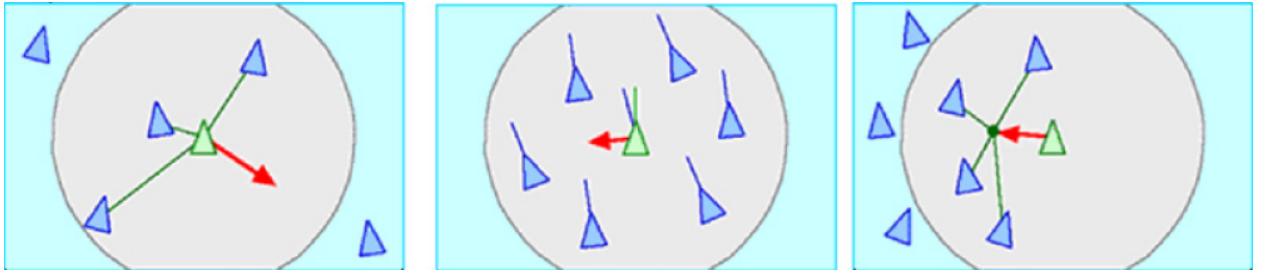


Рисунок 1.6 – Поведение, основное для модели Рейнольдса. (а) Разделение, с тем чтобы избежать чрезмерного скапливания бойдов. (б) Выравнивание: бойды поворачивают в направлении средней скорости окружающих бойдов. (в) Когезия: бойды смещаются в направлении центра масс окружения

[3]. Поведение частиц в этой модели определяется следующими соотношениями:

$$\vec{v}_i(t+1) = v_0 \frac{\langle \vec{v}_i(t) \rangle_R}{|\langle \vec{v}_j(t) \rangle_R|} + perturbation \quad (1.3)$$

$$\vec{x}_i(t+1) = \vec{x}_i(t) + \vec{v}_i(t+1) \quad (1.4)$$

Здесь $\langle \dots \rangle_R$ обозначают усреднение (или суммирование) по всем частицам в радиусе R вокруг i -й. Тогда $\frac{\langle \vec{v}_i(t) \rangle_R}{|\langle \vec{v}_j(t) \rangle_R|}$ предоставляет нам единичный вектор в направлении средней скорости группы частиц. Такое выравнивающее правило не принимает во внимание характер взаимодействия, и потому модель может соответствовать когезии, взякости и тому подобному. Введение шума в модель может выполняться различными способами. В оригинальной работе было предложено следующее: поскольку единичный вектор однозначно соответствует углу, задающему направление, и скорость частиц также можно задавать в виде модуля скорости и единичного вектора направления, то тогда угол направления движения в момент времени $(t+1)$ получается следующим образом:

$$\vartheta_i(t+1) = \vartheta_i(t) + \Delta_i(t) \quad (1.5)$$

где $\vartheta_i(t) = \arctan\left[\frac{\langle \vec{v}_i(t) \rangle_R}{|\langle \vec{v}_j(t) \rangle_R|}\right]$, и шум представлен $\Delta_i(t)$ - случайное число равновероятно выбранное из $[-\eta\pi, \eta\pi]$. Единственными параметрами модели является плотность ρ , модуль скорости частиц v_0 и уровень шума, определяемый $\eta < 1$. Параметром порядка становится $\varphi = 1/Nv_0 \left| \sum_{i=1}^n \vec{v}_i \right|$, как определено в уравнени 1.1.

Несмотря на кажущуюся простоту этой модели, она демонстрирует богатый спектр свойств, характерных для систем, демонстрирующих групповую динамику. В первую очередь это конечно же фазовый переход к упорядоченному движению. Помимо этого, варьируя указанные выше параметры модели, удавалось получить различные паттерны

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Reynolds C. W. Flocks, Herds and Schools: A Distributed Behavioral Model // *SIGGRAPH Comput. Graph.* 1987. Vol. 21, no. 4. P. 25–34.
2. Selous E. Thought-transference (or What?) in Birds. R.R Smith, 1931. LCCN: 32001018.
3. Vicsek T., Czirók A., Ben-Jacob E. et al. Novel type of phase transition in a system of self-driven particles // *Physical Review Letters*. 1995. Vol. 75, no. 6. P. 1226.
4. Grégoire G., Chaté H. Onset of collective and cohesive motion // *Physical review letters*. 2004. Vol. 92, no. 2. P. 025702.
5. Schubring D., Ohmann P. R. Density-independent model of self-propelled particles // *Phys. Rev. E*. 2013. Vol. 88, no. 3. P. 032108.
6. Kümmel F., ten Hagen B., Wittkowski R. et al. Circular Motion of Asymmetric Self-Propelling Particles // *Physical Review Letters*. 2013. Vol. 110, no. 19.
7. Huepe C., Aldana M. New tools for characterizing swarming systems: A comparison of minimal models // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2008. Vol. 387, no. 12. P. 2809–2822.
8. Chaté H., Ginelli F., Grégoire G. et al. Modeling collective motion: variations on the Vicsek model // *The European Physical Journal B*. 2008. Vol. 64, no. 3-4. P. 451–456.
9. Tu Y. Phases and phase transitions in flocking systems // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2000. Vol. 281, no. 1–4. P. 30 – 40.
10. Vicsek T., Zafeiris A. Collective motion // *Physics Reports*. 2012. Vol. 517, no. 3-4. P. 71–140.
11. Cambui D. S., Rosas A. Density induced transition in a school of fish // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2012. Vol. 391, no. 15. P. 3908–3914.

12. Csahók Z., Czirók A. Hydrodynamics of bacterial motion // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 1997. Vol. 243, no. 3–4. P. 304 – 318.
13. Keller E. F., Segel L. A. Model for chemotaxis // *Journal of Theoretical Biology*. 1971. Vol. 30, no. 2. P. 225–234.
14. Makris N. C., Ratilal P., Jagannathan S. et al. Critical Population Density Triggers Rapid Formation of Vast Oceanic Fish Shoals // *Science*. 2009. Vol. 323, no. 5922. P. 1734–1737.
15. Raffel M. *Particle image velocimetry a practical guide*. Heidelberg; New York: Springer, 2007. ISBN: 9783540723080 3540723080 9783540723073 3540723072.
16. Sinclair A. R. E. The African buffalo: a study of resource limitation of populations. *Wildlife behavior and ecology*. Chicago: University of Chicago Press, 1977. ISBN: 0226760308.
17. Becco C., Vandewalle N., Delcourt J., Poncin P. Experimental evidences of a structural and dynamical transition in fish school // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2006. Vol. 367. P. 487–493.
18. Major P. F., Dill L. M. The three-dimensional structure of airborne bird flocks // *Behavioral Ecology and Sociobiology*. 1978. Vol. 4, no. 2. P. 111–122.
19. Ballerini M., Cabibbo N., Candelier R. et al. Interaction ruling animal collective behavior depends on topological rather than metric distance: Evidence from a field study // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2008. Vol. 105, no. 4. P. 1232–1237.
20. Biro D., Sumpter D. J. T., Meade J., Guilford T. From compromise to leadership in pigeon homing // *Current biology: CB*. 2006. Vol. 16, no. 21. P. 2123–2128. PMID: 17084696.
21. Nagy M., Ákos Z., Biro D., Vicsek T. Hierarchical group dynamics in pigeon flocks // *Nature*. 2010. Vol. 464, no. 7290. P. 890–893.
22. Dell’Ariccia G., Dell’Omo G., Wolfer D. P., Lipp H. Flock flying improves pigeons’ homing: GPS track analysis of individual flyers versus small groups // *Animal Behaviour*. 2008. Vol. 76, no. 4. P. 1165–1172.

23. Makris N. C. Fish Population and Behavior Revealed by Instantaneous Continental Shelf-Scale Imaging // *Science*. 2006. Vol. 311, no. 5761. P. 660–663.
24. Chowdhury D. Collective effects in intra-cellular molecular motor transport: Coordination, cooperation and competition // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2006. Vol. 372, no. 1. P. 84–95.
25. Czirók A., Schlett K., Madarász E., Vicsek T. Exponential Distribution of Locomotion Activity in Cell Cultures // *Physical Review Letters*. 1998. Vol. 81, no. 14. P. 3038–3041.
26. Buhl J. From Disorder to Order in Marching Locusts // *Science*. 2006. Vol. 312, no. 5778. P. 1402–1406.
27. Individual decisions, traffic rules, and emergent pattern in schooling fish // Animal Groups in Three Dimensions / Ed. by J. K. Parrish, W. M. Hamner. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. P. 126–142. URL: <http://ebooks.cambridge.org/ref/id/CBO9780511601156A066>.
28. Seuront L. Small-scale turbulence in the plankton: low-order deterministic chaos or high-order stochasticity? // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2004. Vol. 341. P. 495–525.
29. Parisi D. R., Gilman M., Moldovan H. A modification of the Social Force Model can reproduce experimental data of pedestrian flows in normal conditions // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2009. Vol. 388, no. 17. P. 3600–3608.
30. Moussaid M., Helbing D., Theraulaz G. How simple rules determine pedestrian behavior and crowd disasters // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2011. Vol. 108, no. 17. P. 6884–6888.
31. Schaller V., Weber C., Semmrich C. et al. Polar patterns of driven filaments // *Nature*. 2010. Vol. 467, no. 7311. P. 73–77.
32. Turgut A. E., Çelikkanat H., Gökçe F., Şahin E. Self-organized flocking in mobile robot swarms // *Swarm Intelligence*. 2008. Vol. 2, no. 2-4. P. 97–120.
33. Blair D., Neicu T., Kudrolli A. Vortices in vibrated granular rods // *Physical Review E*. 2003. Vol. 67, no. 3.
34. Cullen J., Shaw E., Baldwin H. A. Methods for measuring the three-

- dimensional structure of fish schools // *Animal Behaviour*. 1965. Vol. 13, no. 4. P. 534–543.
35. Lukeman R., Li Y., Edelstein-Keshet L. Inferring individual rules from collective behavior // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2010. Vol. 107, no. 28. P. 12576–12580.
 36. Axelsen B., Nætestad L., Fernö A. et al. Await in the pelagic: dynamic trade-off between reproduction and survival within a herring school splitting vertically during spawning // *Marine Ecology Progress Series*. 2000. Vol. 205. P. 259–269.
 37. Nagy M., Daruka I., Vicsek T. New aspects of the continuous phase transition in the scalar noise model (SNM) of collective motion // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2007. Vol. 373. P. 445–454.
 38. Kulinskii V. L., Ratushnaya V. I., Zvelindovsky A. V., Bedeaux D. Hydrodynamic model for a system of self-propelling particles with conservative kinematic constraints // *Europhysics Letters (EPL)*. 2005. Vol. 71, no. 2. P. 207–213.
 39. Bertin E., Droz M., Grégoire G. Boltzmann and hydrodynamic description for self-propelled particles // *\pre*. 2006. Vol. 74, no. 2. P. 022101.
 40. Ratushnaya V., Bedeaux D., Kulinskii V., Zvelindovsky A. Collective behavior of self-propelling particles with kinematic constraints: The relation between the discrete and the continuous description // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2007. Vol. 381. P. 39–46.
 41. Vicsek T. Phase transitions and overlapping modules in complex networks // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2007. Vol. 378, no. 1. P. 20–32.
 42. Chepizhko O., Kulinskii V. The microscopic phase density functional approach to the construction of the kinetic and hydrodynamic description for the system of self-propelled particles // *arXiv preprint arXiv:1304.6645*. 2013.
 43. Kulinskii V., Chepizhko A. On the relation between Vicsek and Kuramoto models of spontaneous synchronization. 2014.