



TPN°1: Algoritmos

Algoritmos y Estructuras de Datos II

ALGORITMO

Un algoritmo es una **sucesión finita de instrucciones** “bien definidas” tal que:

- Puede tener una entrada
- Debe producir una salida
- No hay ambigüedad en las instrucciones.
- Después de ejecutar una instrucción no hay ambigüedad respecto de cual es la instrucción que debe ejecutarse a continuación.
- Debe finalizar después de un número finito de instrucciones.

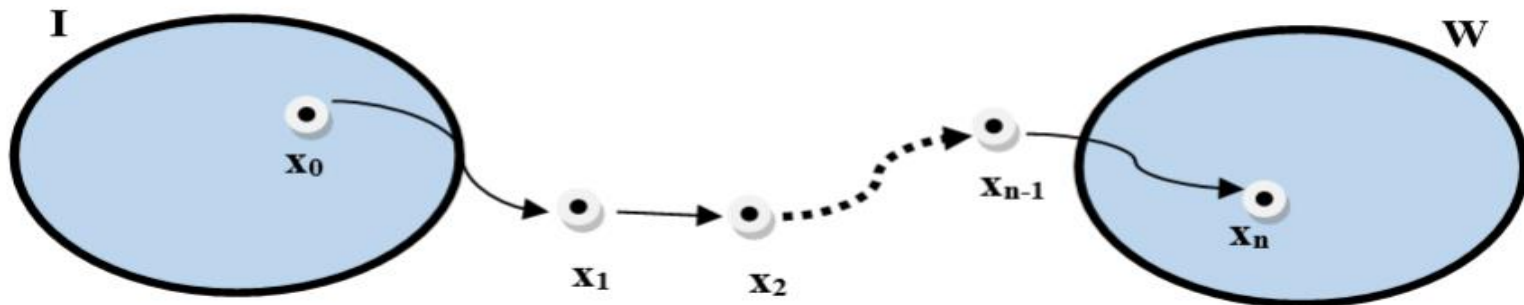
ALGORITMO

Formal

DEFINICIÓN DE KNUTH

Un **método de cálculo** es una cuaterna (Q, I, W, f) donde:

- Q es un conjunto de estados de cálculo
- Q contiene a I y a W
- I es el conjunto de estado de entrada
- W es el conjunto de estados de salida
- f es la regla de cálculo
- $f : Q \rightarrow Q$ con $f(w) = w$ para todo w perteneciente a W



ALGORITMO

DEFINICIÓN DE KNUTH

ALGORITMO

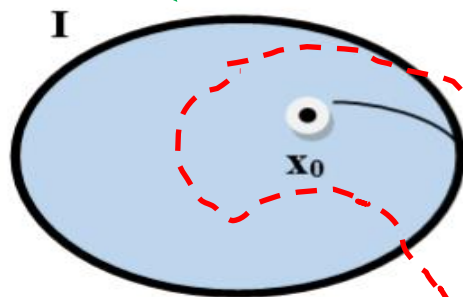
Secuencia de cálculo que finaliza en un número finito de pasos para todas sus entradas

Secuencia de cálculo

$\forall x \in I$, x define una secuencia de cálculo: x_0, x_1, x_2, \dots ,
donde $x_0 = x \in I$, y $\forall k \geq 0: f(x_k) = x_{k+1}$

La secuencia de cálculo finaliza en n pasos si n es el menor entero con $x_n \in W$.

Estados de
Entrada



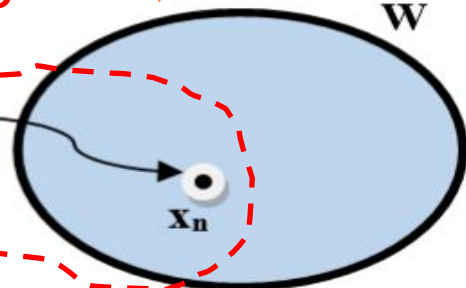
Secuencia de cálculo

x_1

x_2

x_{n-1}

Estados de
Salida



DEFINICIÓN DE KNUTH

Algoritmo Misterio

Entrada: a, b: ent. positivos

Salida: c: ent. Positivo

VarAux: r: ent. Positivo

P0. Leer (a,b)

P1. $c \leftarrow 0$

P2. Si $a = 0$ Entonces

 Escribir(c)

 Fin

P3. $r \leftarrow \text{resto}(a, 2)$

P4. Si $r=0$ entonces

$a \leftarrow a/2$

$b \leftarrow b*2$

 ir a paso P2

P5. $c \leftarrow c+b$

$a \leftarrow a-1$

 ir a paso P2

Método de Cálculo

$I = \{(a, b) / a, b \in \mathbb{Z}^{>0}\}$

$W = \{(c) / c \in \mathbb{Z}^{>0}\}$

$Q = I \cup W \cup \{ (a, b, c, r, E1), (a, b, c, r, E2), (a, b, c, r, E3), (a, b, c, r, E4), (a, b, c, r, E5) \}$

Regla de f:

$f(c) = (c)$

$f(a, b) = (a, b, c, r, E1)$

$f(a, b, c, r, E1) = (a, b, 0, r, E2)$

$f(a, b, c, r, E2) = \begin{cases} (c) & , a=0 \\ (a, b, c, r, E3) & , a \neq 0 \end{cases}$

$f(a, b, c, r, E3) = (a, b, c, a\%2, E4)$

$f(a, b, c, r, E4) = \begin{cases} (a/2, b*2, c, r, E2) & , r=0 \\ (a, b, c, r, E5) & , r \neq 0 \end{cases}$

$f(a, b, c, r, E5) = (a-1, b, c+b, r, E2)$

DEFINICIÓN DE KNUTH

Secuencia de cálculo $a=5$ y $b=4$

$x_0 = (5, 4)$
 $x_1 = f(x_0) = (5, 4, c, r, E1)$
 $x_2 = f(x_1) = (5, 4, 0, r, E2)$
 $x_3 = f(x_2) = (5, 4, 0, r, E3), a \neq 0$
 $x_4 = f(x_3) = (5, 4, 0, 5\%2, E4)$
 $x_5 = f(x_4) = (5, 4, 0, 1, E5), r \neq 0$
 $x_6 = f(x_5) = (5-1, 4, 0+4, 1, E2)$
 $x_7 = f(x_6) = (4, 4, 4, 1, E3), a \neq 0$
 $x_8 = f(x_7) = (4, 4, 4, 4\%2, E4)$
 $x_9 = f(x_8) = (4/2, 4*2, 4, 0, E2), r=0$
 $x_{10} = f(x_9) = (2, 8, 4, 0, E3), a \neq 0$
 $x_{11} = f(x_{10}) = (2, 8, 4, 2\%2, E4)$
 $x_{12} = f(x_{11}) = (2/2, 8*2, 4, 0, E2), r=0$
 $x_{13} = f(x_{12}) = (1, 16, 4, 0, E3), a \neq 0$
 $x_{14} = f(x_{13}) = (1, 16, 4, 1\%2, E4)$
 $x_{15} = f(x_{14}) = (1, 16, 4, 1, E5), r \neq 0$
 $x_{16} = f(x_{15}) = (1-1, 16, 4+16, 1, E2)$
 $x_{17} = f(x_{16}) = (20), a=0$

Método de Cálculo

$I = \{(a, b) / a, b \in \mathbb{Z} > 0\}$

$W = \{(c) / c \in \mathbb{Z} > 0\}$

$Q = I \cup W \cup \{(a, b, c, r, E1), (a, b, c, r, E2), (a, b, c, r, E3), (a, b, c, r, E4), (a, b, c, r, E5)\}$

Regla de f:

$f(c) = (c)$

$f(a, b) = (a, b, c, r, E1)$

$f(a, b, c, r, E1) = (a, b, 0, r, E2)$

$f(a, b, c, r, E2) = \begin{cases} (c) & , a=0 \\ (a, b, c, r, E3) & , a \neq 0 \end{cases}$

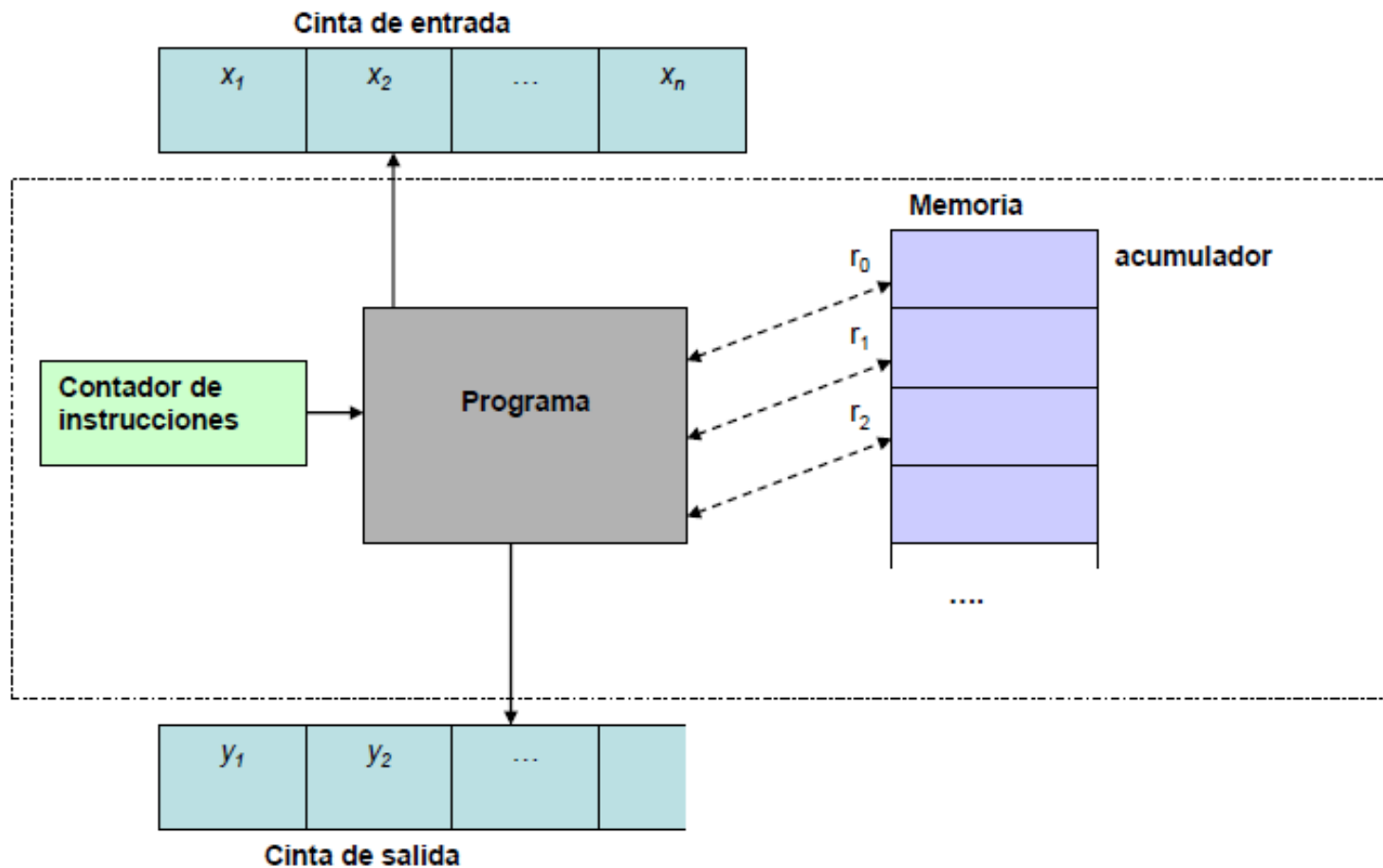
$f(a, b, c, r, E3) = (a, b, c, a\%2, E4)$

$f(a, b, c, r, E4) = \begin{cases} (a/2, b*2, c, r, E2) & , r=0 \\ (a, b, c, r, E5) & , r \neq 0 \end{cases}$

$f(a, b, c, r, E5) = (a-1, b, c+b, r, E2)$

Nº pasos: 17

RAM (RANDOM ACCESS MACHINE)



RAM (RANDOM ACCESS MACHINE)

Tabla de instrucciones de una máquina RAM

(código – dirección - explicación)

LOAD	<i>operando</i>	Carga el operando en el acumulador
STORE	<i>operando</i>	Carga el acumulador en un registro
ADD	<i>operando</i>	Suma el operando al acumulador
SUB	<i>operando</i>	Resta el operando al acumulador
MULT	<i>operando</i>	Multiplica el acumulador por el operando
DIV	<i>operando</i>	Divide el acumulador por el operando
READ	<i>operando</i>	Lee un nuevo dato de entrada y carga operando
WRITE	<i>operando</i>	Escribe el operando a la salida
JUMP	<i>rotulo</i>	Salto incondicional
JGTZ	<i>rotulo</i>	Salto a rotulo si el acumulador es positivo
JZERO	<i>rotulo</i>	Salto a rotulo si el acumulador es cero
HALT		Termina ejecucion del programa

RAM

Los operandos pueden ser:

- = i** indicando el entero de valor i en si mismo
- i** un entero nonegativo indicando el contenido del registro ri
- *i** un puntero, el operando es el contenido de un registro rk, donde rk es el entero que se encuentra en el registro ri. Si $rk < 0$ entonces fin.

LOAD = a : Carga en el acumulador el valor entero a.

LOAD i : Carga en el acumulador el contenido del registro ri .

LOAD *i : Carga en el acumulador el contenido del registro indexado por el valor del registro ri .

RAM

P0.	READ	1	a
	READ	2	b
P1.	LOAD	=0	
	STORE	3	c
P2.	LOAD	1	
	JZERO	a_cero	
P3.	LOAD	1	
	DIV	=2	
	MULT	=2	
	STORE	7	
	LOAD	1	
	SUB	7	
	STORE	4	r
P4.	JZERO	r_cero	
P5.	LOAD	3	
	ADD	2	
	STORE	3	
	LOAD	1	
	SUB	=1	
	STORE	1	
	JUMP	P2.	

$r \leftarrow \text{resto}(a, 2)$

$c \leftarrow c + b$

$a \leftarrow a - 1$

(código – dirección

LOAD operando
 STORE operando
 ADD operando
 SUB operando
 MULT operando
 DIV operando
 READ operando
 WRITE operando
 JUMP rotulo
 JGTZ rotulo
 JZERO rotulo
 HALT

Algoritmo Misterio

Entrada: a, b: ent. positivos

Salida: c: ent. positivo

P0. Leer (a, b)

P1. $c \leftarrow 0$

P2. Si a = 0 Entonces

 Escribir(c)

 Fin

P3. $r \leftarrow \text{resto}(a, 2)$

P4. Si r=0 entonces

$a \leftarrow a/2$

$b \leftarrow b*2$

 ir a paso P2

P5. $c \leftarrow c+b$

$a \leftarrow a-1$

 ir a paso P2

a_cero	WRITE	3
	HALT	

r_cero	LOAD	1	} $a \leftarrow a / 2$
	DIV	=2	
	STORE	1	
	LOAD	2	} $b \leftarrow b * 2$
	MULT	=2	
	STORE	2	
	JUMP	P2.	

Preguntas...
...y a practicar...

