



# TPN°8: Ramificación y Poda

Algoritmos y Estructuras de Datos II

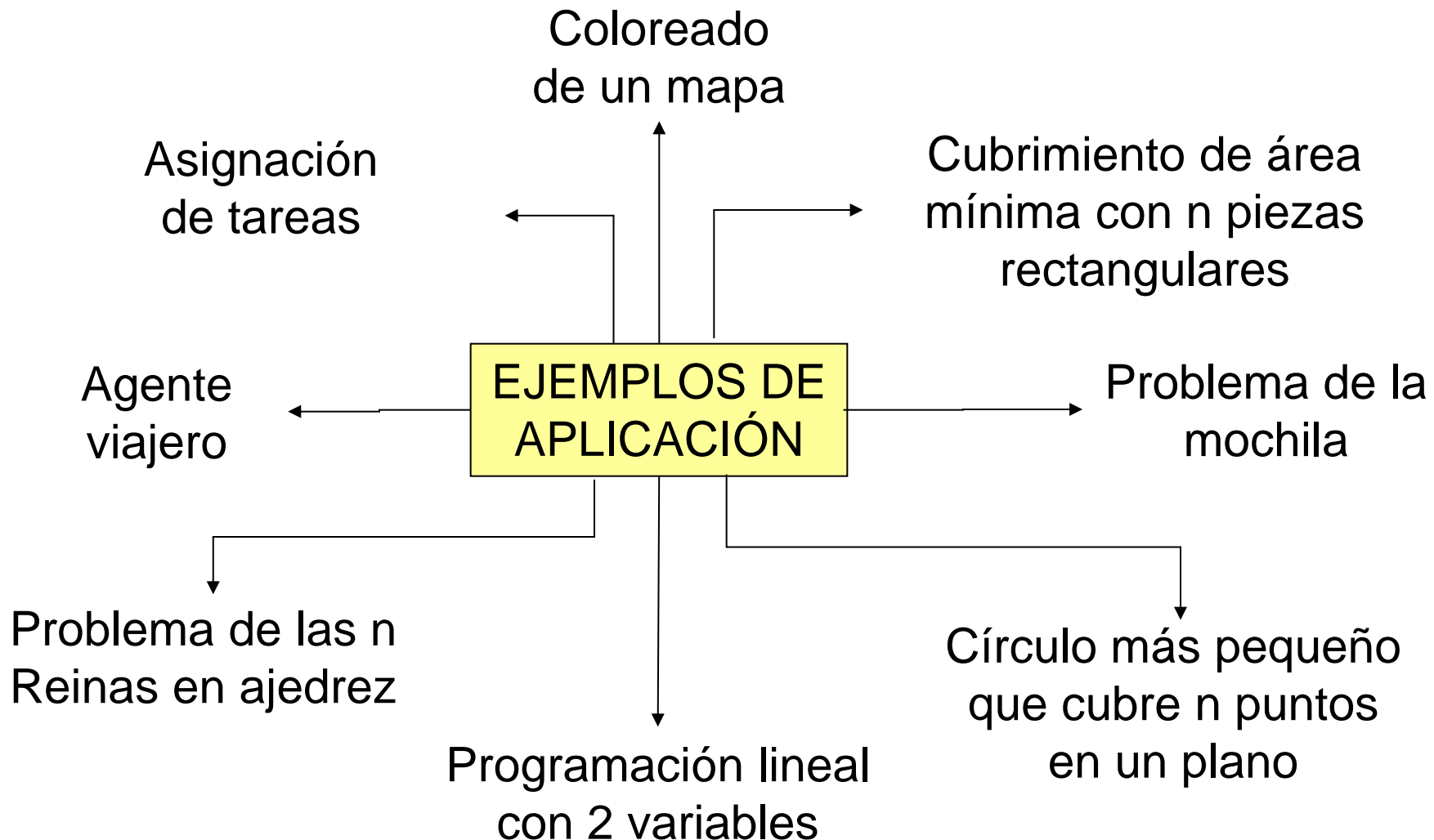
# RAMIFICACIÓN Y PODA



**RAMIFICACIÓN  
Y PODA**

Técnica más eficiente para  
resolver problemas de  
**optimización combinatoria**

# RAMIFICACIÓN Y PODA



# RAMIFICACIÓN Y PODA

## RAMIFICACIÓN Y PODA

Busca soluciones **explorando un árbol implícito**

Proceso

**RAMIFICACIÓN**

Para cada nodo, genera todos los hijos posibles a partir de ese nodo

**PODA**

Elimina toda una rama de exploración que no conduce a una solución óptima

**Estimación de beneficio de la solución óptima**  
que se puede encontrar a partir de cada nodo

Posibilidad de analizar nodos  
siguiendo **≠ estrategias**

**Profundidad**  
**Amplitud**  
**+ Prometedor**

**PROBLEMA:** encontrar una buena función de costo

Función **RamiYPodaOptima()**: → nodo // busca la solución entera de menor valor

```
E ← Crear()           // inicializar estructura
n ← NodoInicial()      // inicializar el nodo
Agregar(E, n, h(n))    // h es la función de costo } Crear estructura de nodos vivos e
                                                            inicializarla con la raíz del árbol

solucion ← NoHaySolucion()
valor_solucion ← Max(entero)
ActualizarCota(valor_solucion) } Inicializar cota de poda

Mientras NOT EsVacia(E) hacer
    n ← Extraer(E)
    numanalizados ← numanalizados + 1
    Si EsAceptable(n) entonces
        numhijos ← Expandir(n, hijos)
        numgenerados ← numgenerados + numhijos
        Eliminar(n)
        Para i = 1 a numhijos hacer
            Si EsAceptable(hijos(i)) entonces
                Si EsSolucion(hijos(i)) entonces //mejor
                    valor ← Valor(hijos(i))
                    Si valor < valor_solucion entonces
                        Eliminar(solucion)
                        solucion ← hijos(i)
                        valor_solucion ← valor
                        ActualizarCota(valor_solucion)
                        Eliminar(hijos(i))
                Sino
                    Agregar(E, hijos(i), h(hijos(i)))
            Sino
                Eliminar(hijos(i))
                numpodados ← numpodados + 1
        Sino
            Eliminar(n)
            numpodados ← numpodados + 1
    Destruir(E)
    Retorna solucion
Fin
```

### Inicializar:

```
numgenerados ← 1
numanalizados ← 0
numpodados ← 0
```



**NO** se puede realizar ninguna poda hasta que se haya encontrado alguna solución

# RAMIFICACIÓN Y PODA

## Asignación de Tareas

Dadas  $n$  personas y  $n$  tareas, asignar a cada agente una tarea minimizando el costo de la asignación total

Agente\Tareas	1	2	3	4
a	11	12	18	40
b	14	15	13	22
c	11	17	19	23
d	17	14	20	28

### ESTRATEGIA DE RAMIFICACIÓN

En cada nivel del árbol se asigna un **agente** más

En cada nivel del árbol se asigna una **tarea** más

# RAMIFICACIÓN Y PODA

## Asignación de Tareas

Dadas  $n$  personas y  $n$  tareas, asignar a cada agente una tarea minimizando el costo de la asignación total

### ESTRATEGIA DE CÁLCULO DE COTA

Toda tarea no asignada se ejecuta por el agente que pueda hacerla con menor costo

Mínimo por columnas

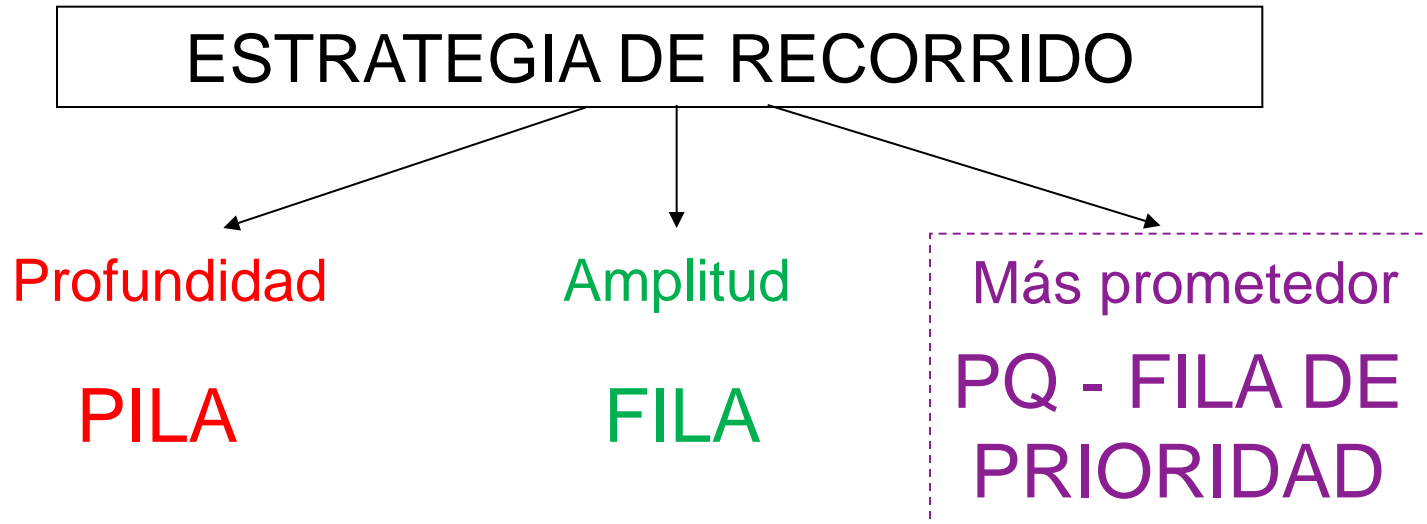
Todo agente desocupado ejecuta la tarea que puede realizar con el mínimo costo

Mínimo por filas

# RAMIFICACIÓN Y PODA

## Asignación de Tareas

Dadas  $n$  personas y  $n$  tareas, asignar a cada agente una tarea minimizando el costo de la asignación total





# RAMIFICACIÓN Y PODA

## Asignación de Tareas

**Ejemplo:**

n=4

Soluciones iniciales:

a:1, b:2, c:3, d:4

cuyo costo es:  $11+15+19+28=73$

a:4, b:3, c:2, d:1

cuyo costo es:  $17+17+13+40=87$

Agente\Tareas	1	2	3	4
a	11	12	18	40
b	14	15	13	22
c	11	17	19	23
d	17	14	20	28

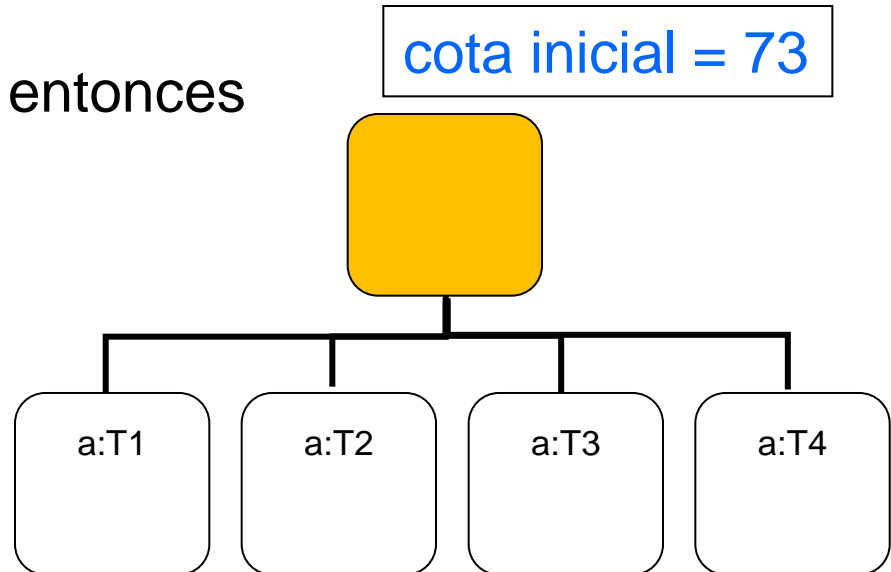
- Solución óptima no puede costar más que 73. **cota superior=73**
- Mínimo costo posible para cada tarea **cota inferior=49**  
(mínimo de cada fila =.  $11+13+11+14=49$ )
- Respuesta  $\in [49..73]$ .

# RAMIFICACIÓN Y PODA

## Asignación de Tareas

- Se comienza por el agente **a**, entonces hay 4 ramas desde la raíz.

A/T	1	2	3	4
<b>a</b>	11	12	18	40
<b>b</b>	14	15	13	22
<b>c</b>	11	17	19	23
<b>d</b>	17	14	20	28



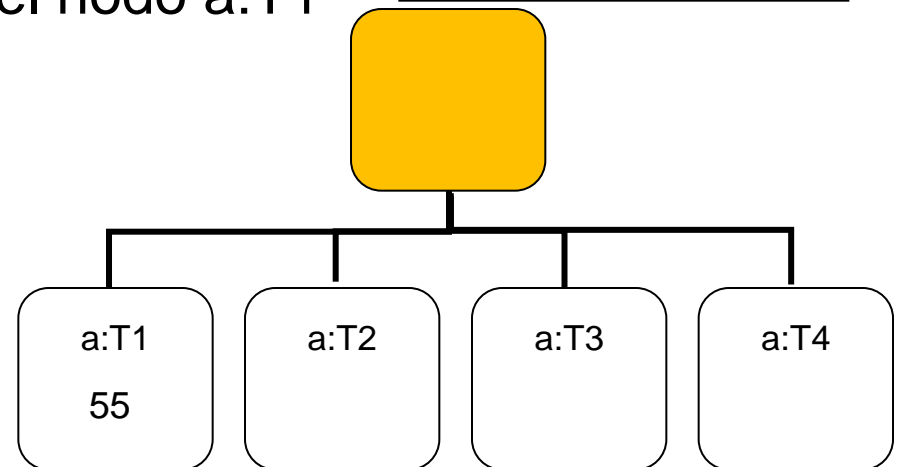
# RAMIFICACIÓN Y PODA

## Asignación de Tareas

- Calcular la cota inferior para el nodo a:T1

cota inicial = 73

A/T	1	2	3	4
a	11	12	18	40
b	14	15	13	22
c	11	17	19	23
d	17	14	20	28



$$11 + 13 + 17 + 14 = 55$$

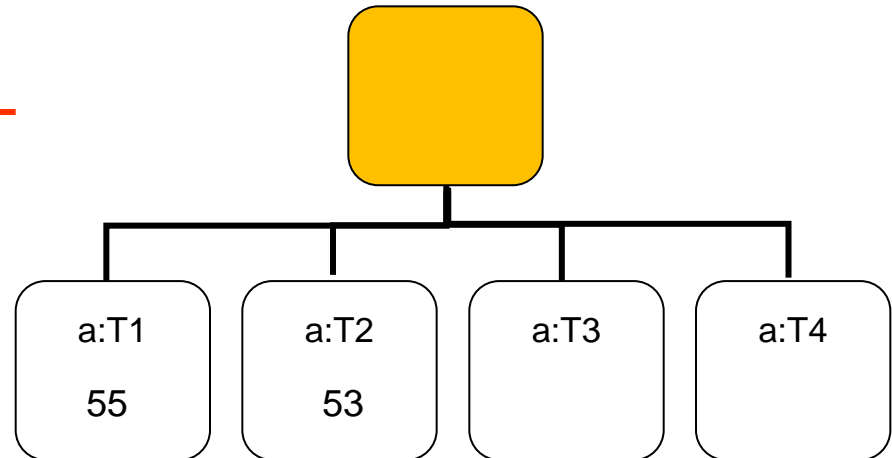
# RAMIFICACIÓN Y PODA

## Asignación de Tareas

- Calcular la cota para inferior el nodo a:T2

cota inicial = 73

A/T	1	2	3	4
a	11	12	18	40
b	14	15	13	22
c	11	17	19	23
d	17	14	20	28



$$12 + 13 + 11 + 17 = 53$$

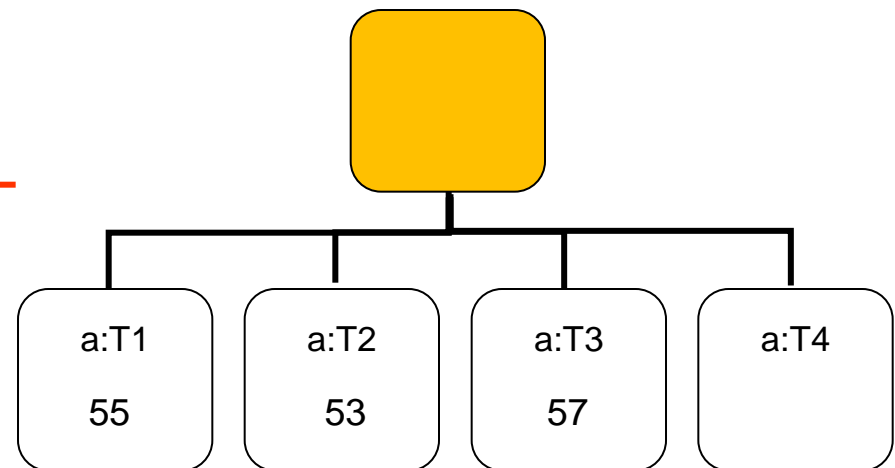
# RAMIFICACIÓN Y PODA

## Asignación de Tareas

- Calcular la cota inferior para el nodo a:T3

cota inicial = 73

A/T	1	2	3	4
a	11	12	18	40
b	14	15	13	22
c	11	17	19	23
d	17	14	20	28



$$18 + 14 + 11 + 14 = 57$$

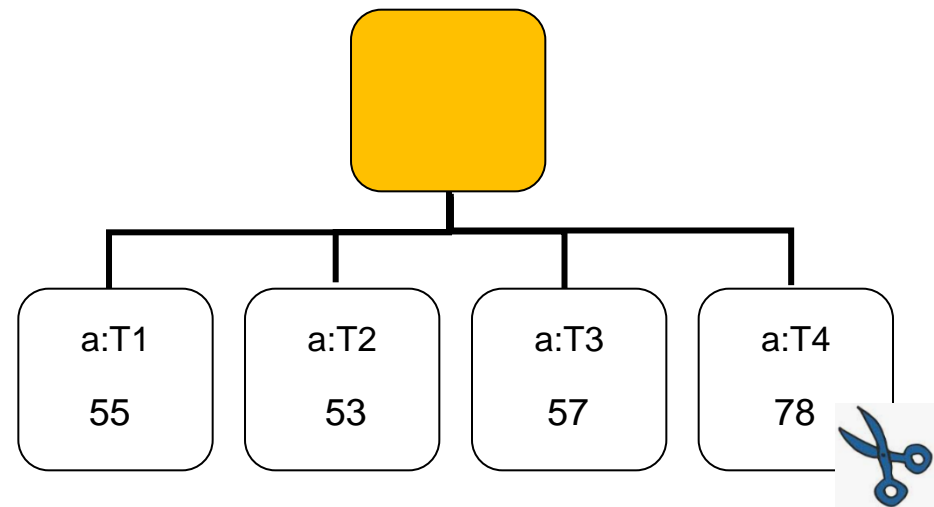
# RAMIFICACIÓN Y PODA

## Asignación de Tareas

- Calcular la cota inferior para el nodo a:T4

cota inicial = 73

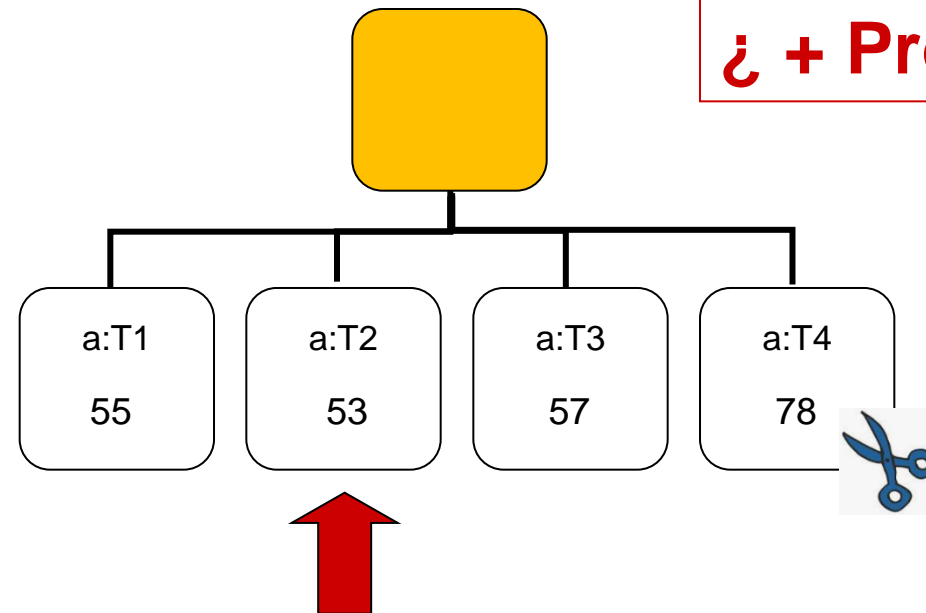
A/T	1	2	3	4
a	11	12	18	40
b	14	15	13	22
c	11	17	19	23
d	17	14	20	28



$$40 + 13 + 11 + 14 = 78$$

# RAMIFICACIÓN Y PODA

## Asignación de Tareas



# RAMIFICACIÓN Y PODA

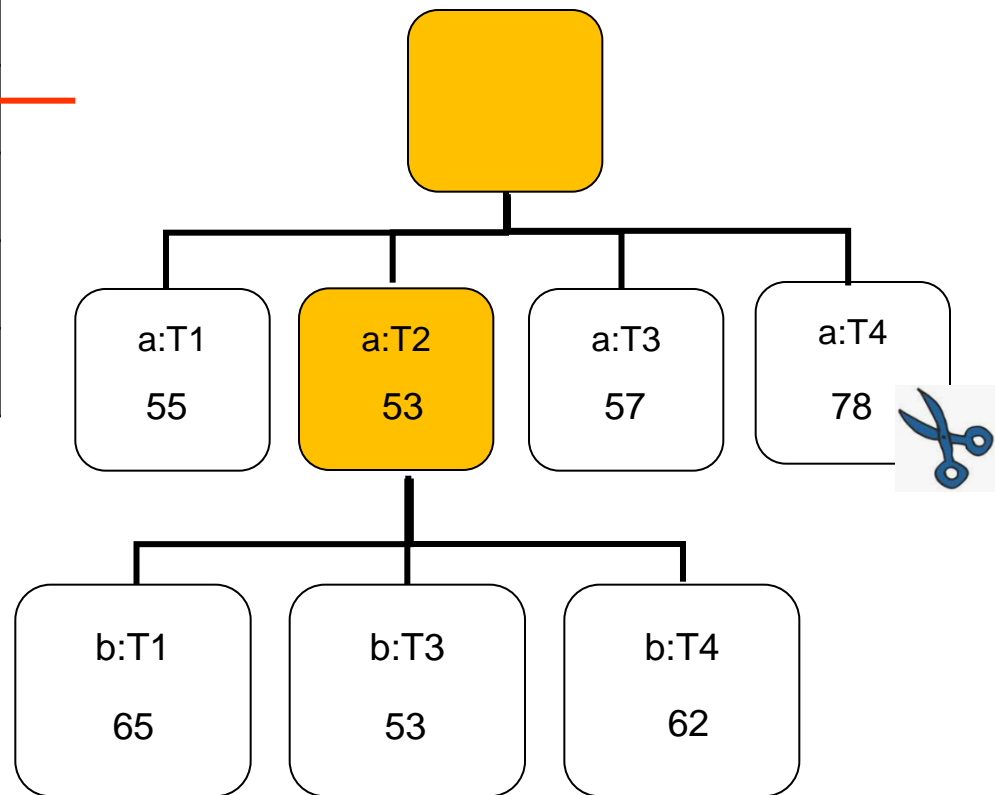
## Asignación de Tareas

Asigno tareas al agente b, entonces hay 3 ramas

A/T	1	2	3	4
a	11	12	18	40
b	14	15	13	22
c	11	17	19	23
d	17	14	20	28

a:T2, b:T1  $12+14+19+20=65$   
a:T2, b:T3  $12+13+11+17=53$   
a:T2, b:T4  $12+22+11+17=62$

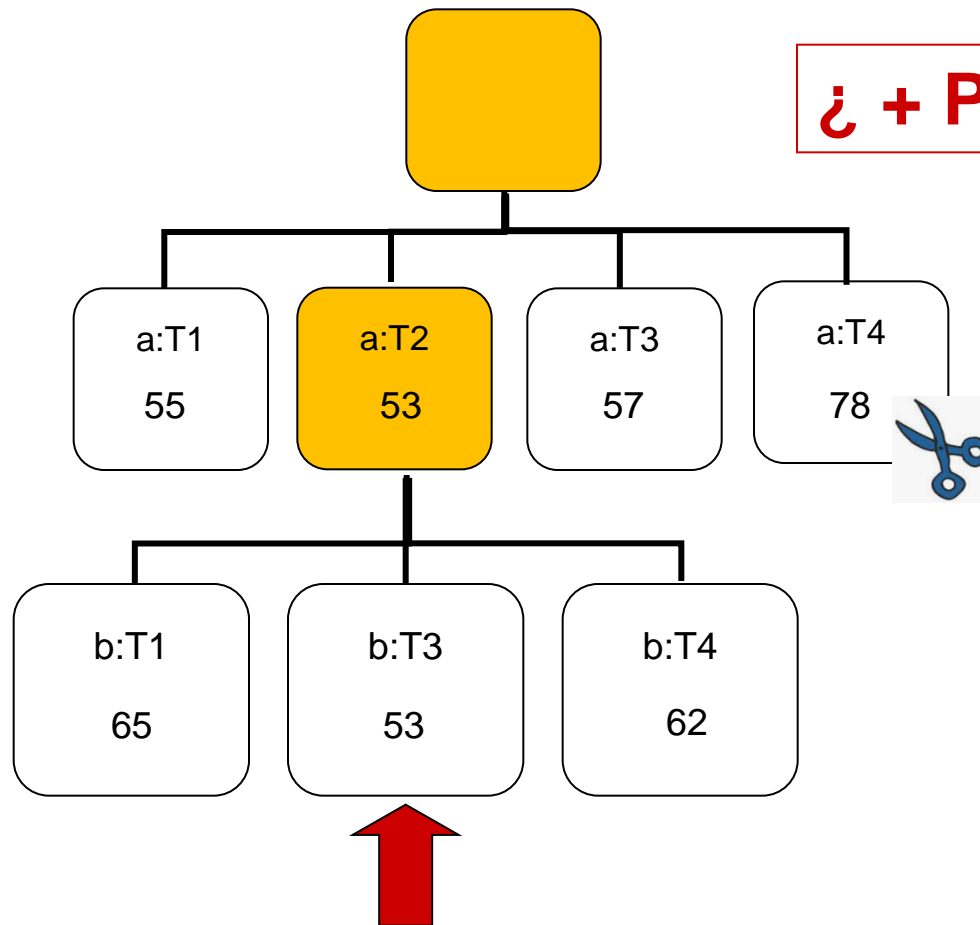
cota inicial = 73





# RAMIFICACIÓN Y PODA

## Asignación de Tareas



¿ + Prometedor ?

# RAMIFICACIÓN Y PODA

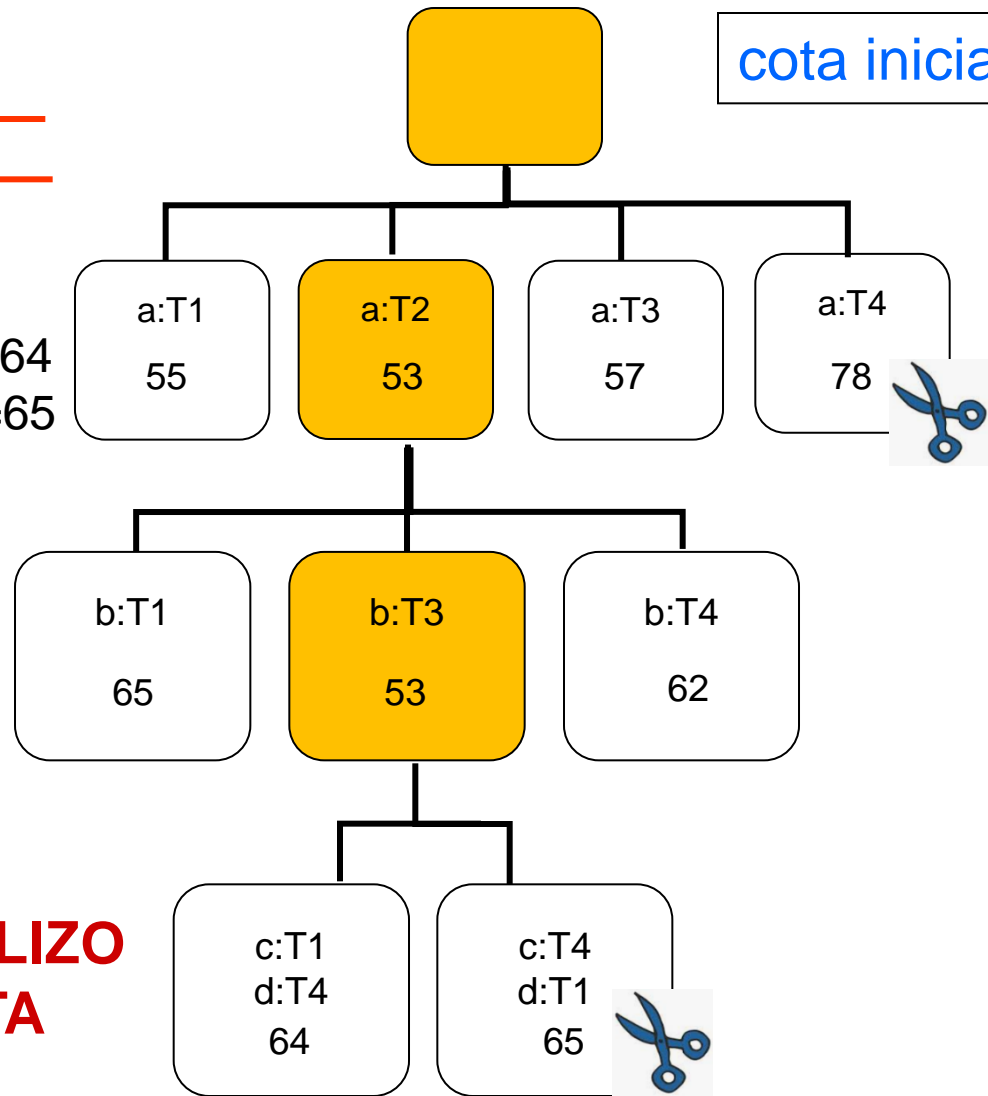
## Asignación de Tareas

Asigno tareas al agente c,  
entonces hay 2 ramas

A/T	1	2	3	4
a	11	12	18	40
b	14	15	13	22
c	11	17	19	23
d	17	14	20	28

a:T2, b:T3, c:T1     $12+13+11+28=64$   
a:T2, b:T3, c:T4     $12+13+23+17=65$

~~64~~  
cota inicial = 73

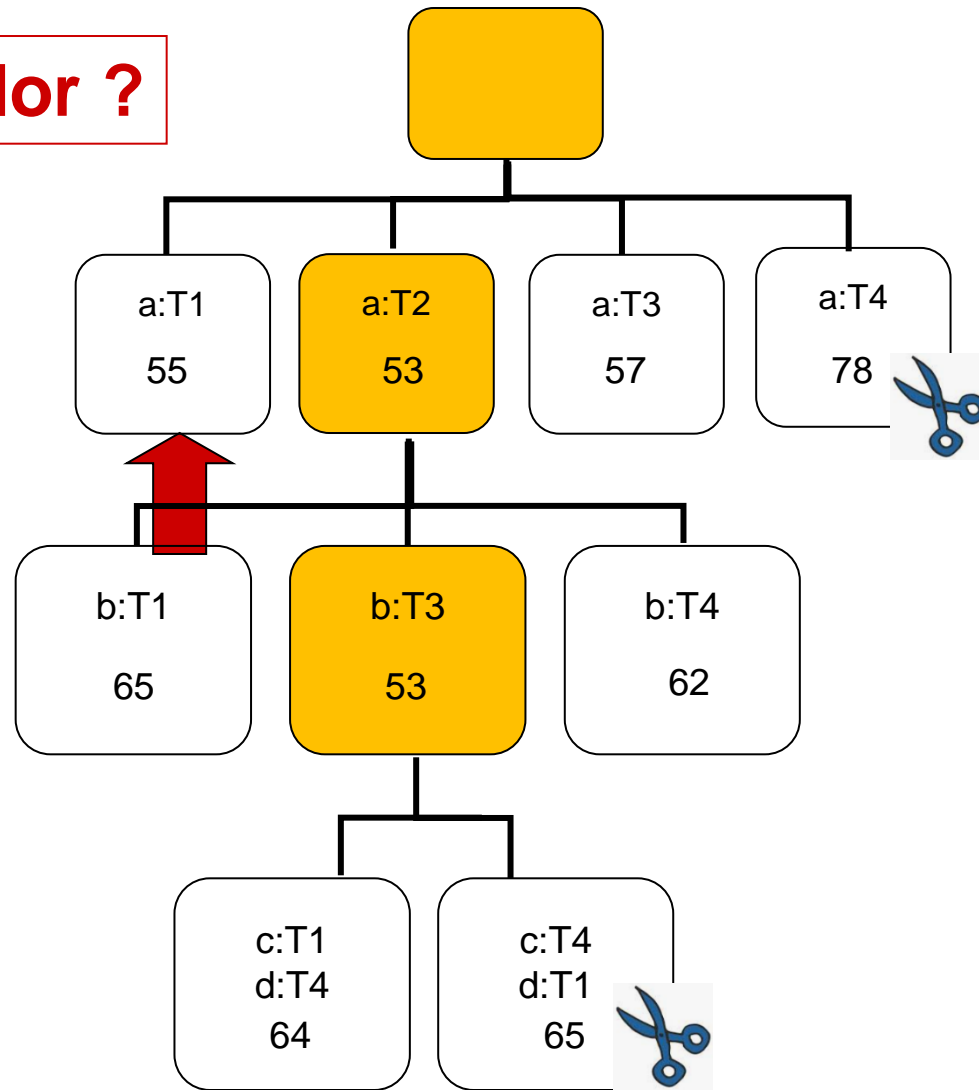


**NUEVAS  
SOLUCIONES** → **ACTUALIZO  
COTA**

# RAMIFICACIÓN Y PODA

## Asignación de Tareas

¿ + Prometedor ?

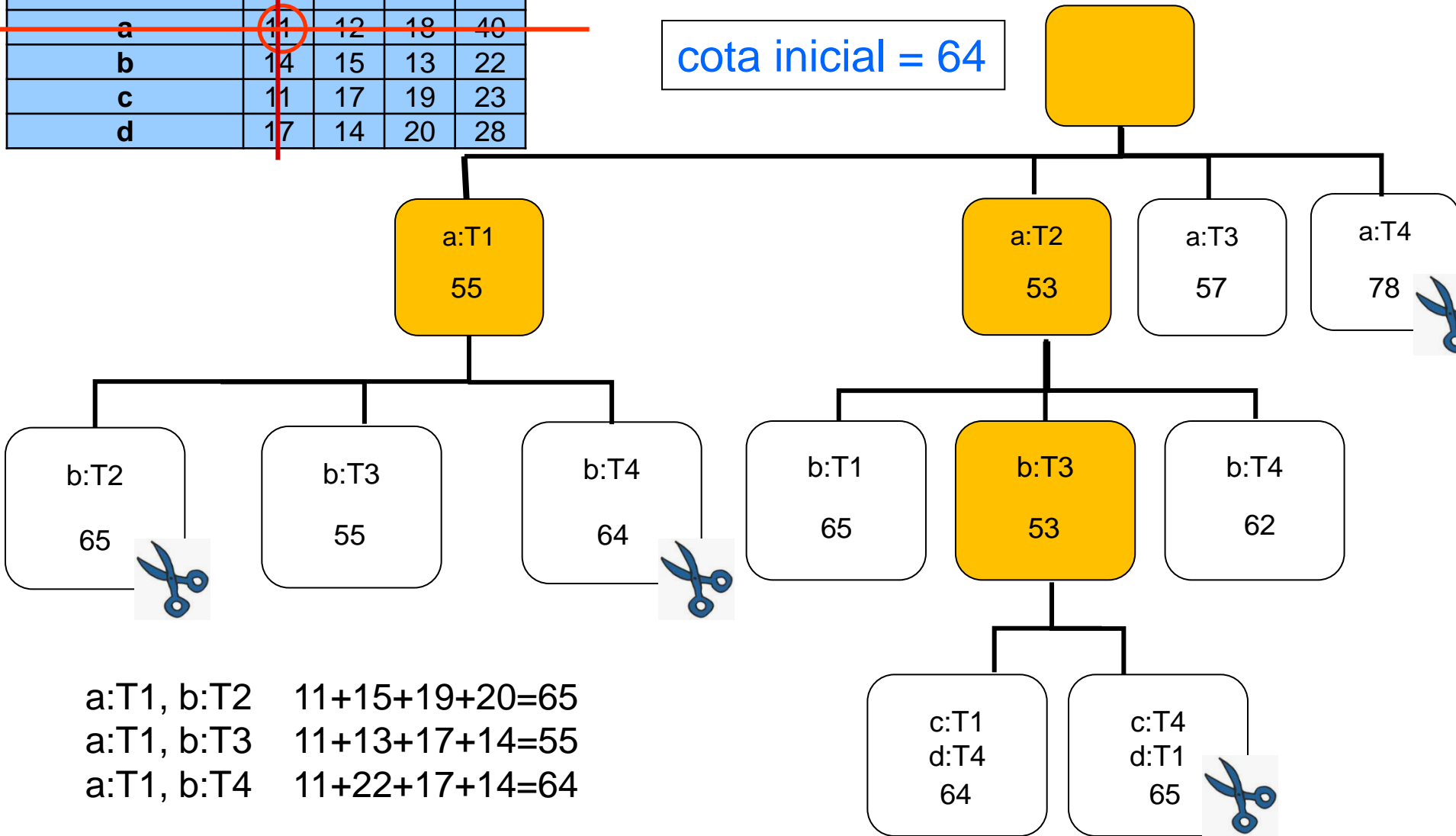


# RAMIFICACIÓN Y PODA

## Asignación de Tareas

cota inicial = 64

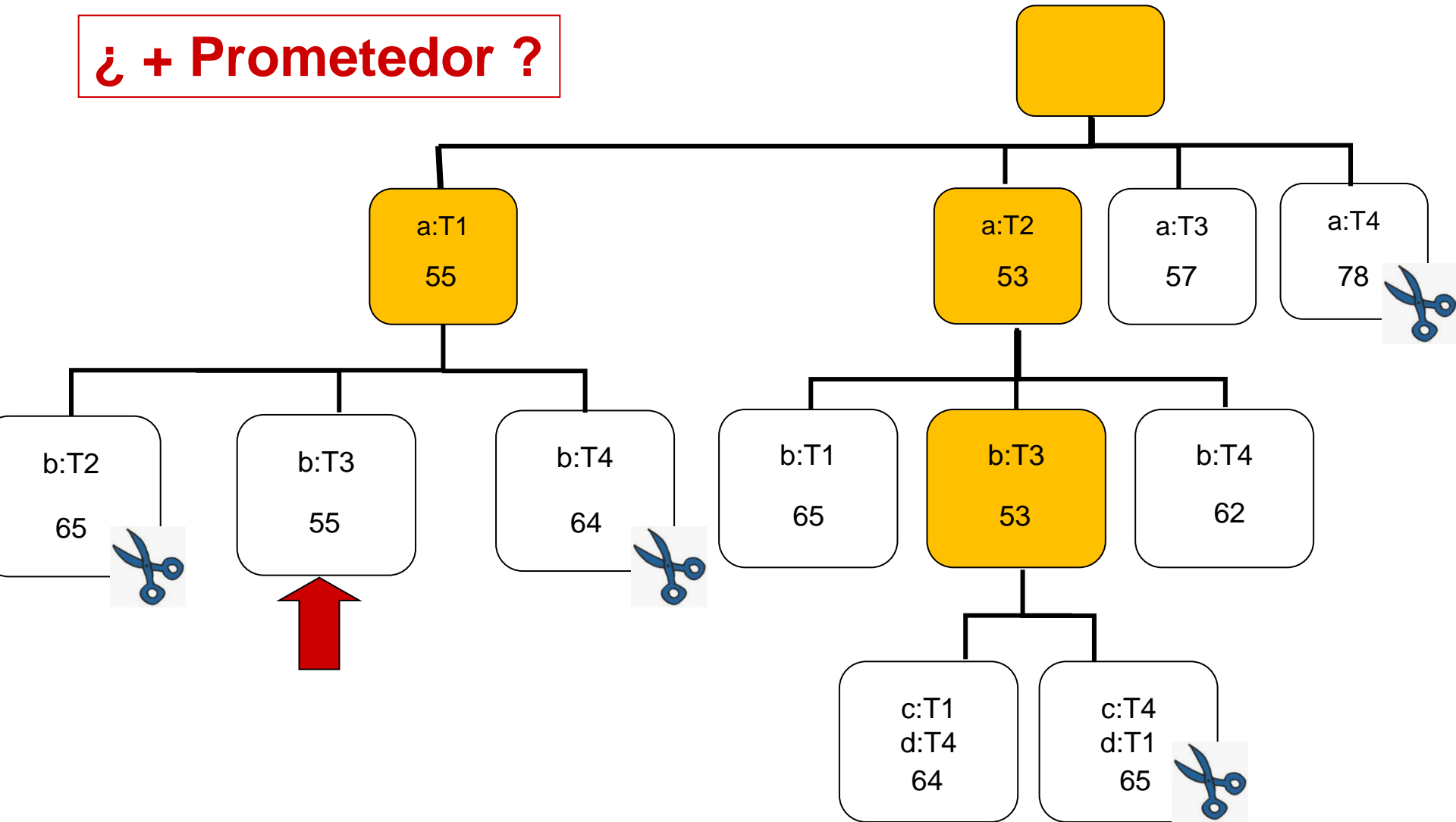
A/T	1	2	3	4
a	11	12	18	40
b	14	15	13	22
c	11	17	19	23
d	17	14	20	28



# RAMIFICACIÓN Y PODA

## Asignación de Tareas

¿ + Prometedor ?



# RAMIFICACIÓN Y PODA

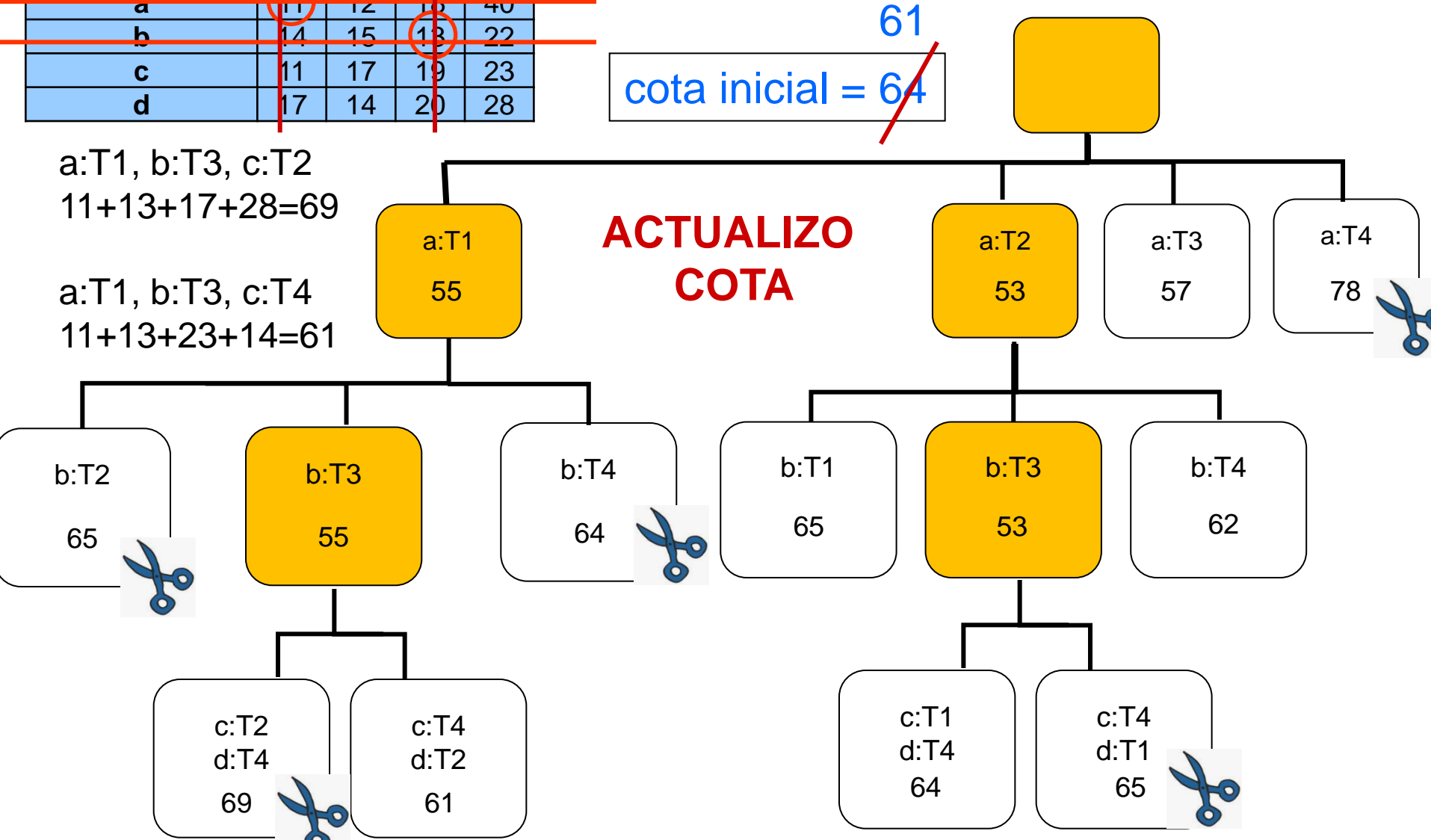
## Asignación de Tareas

AT	1	2	3	4
a	11	12	13	40
b	14	15	13	22
c	11	17	19	23
d	17	14	20	28

a:T1, b:T3, c:T2  
 $11+13+17+28=69$

a:T1, b:T3, c:T4  
 $11+13+23+14=61$

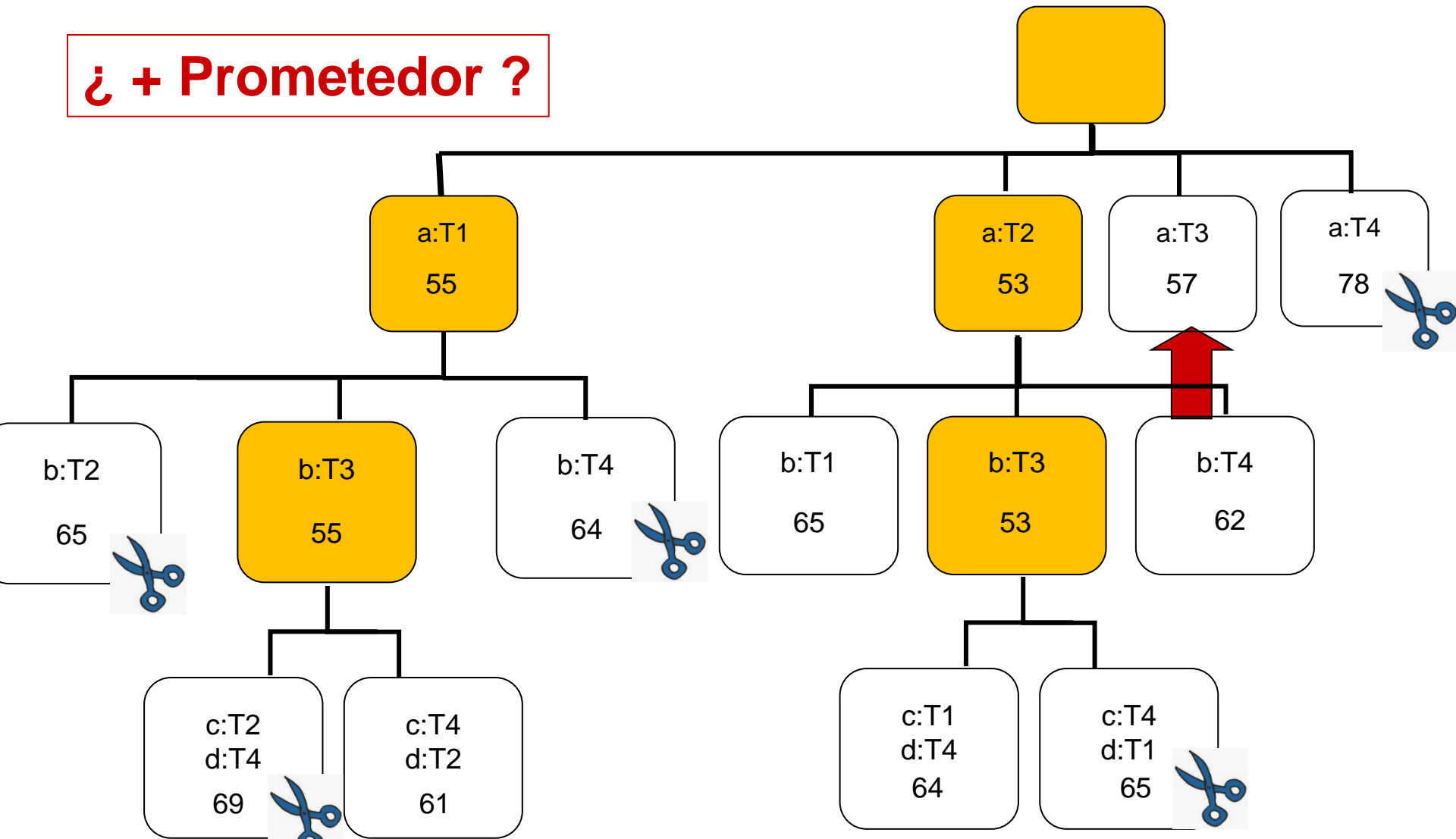
61  
cota inicial = 64



# RAMIFICACIÓN Y PODA

## Asignación de Tareas

¿ + Prometedor ?

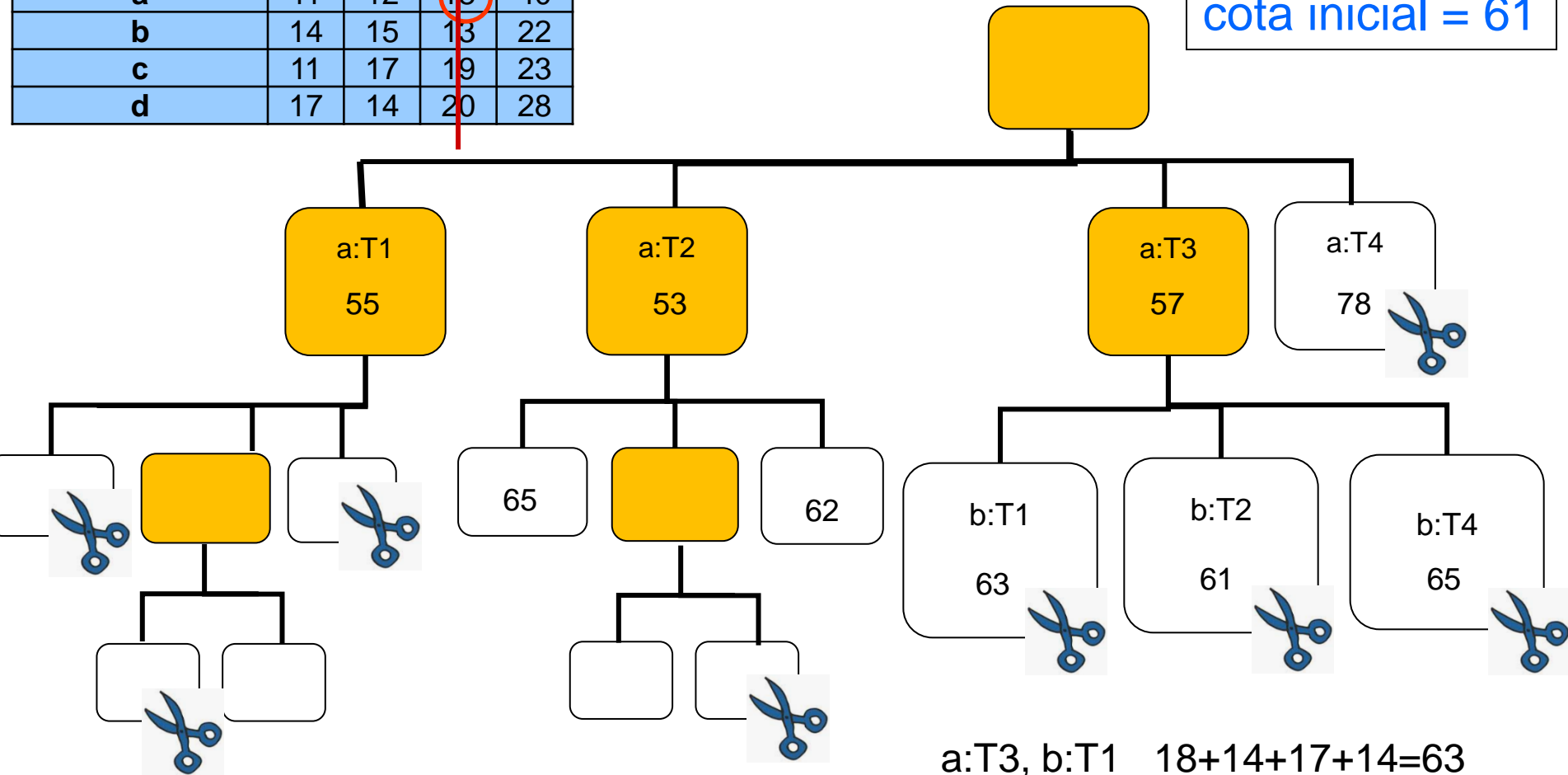


# RAMIFICACIÓN Y PODA

## Asignación de Tareas

cota inicial = 61

A/T	1	2	3	4
a	11	12	18	10
b	14	15	13	22
c	11	17	19	23
d	17	14	20	28



$$a:T3, b:T1 \quad 18+14+17+14=63$$

$$a:T3, b:T2 \quad 18+15+11+17=61$$

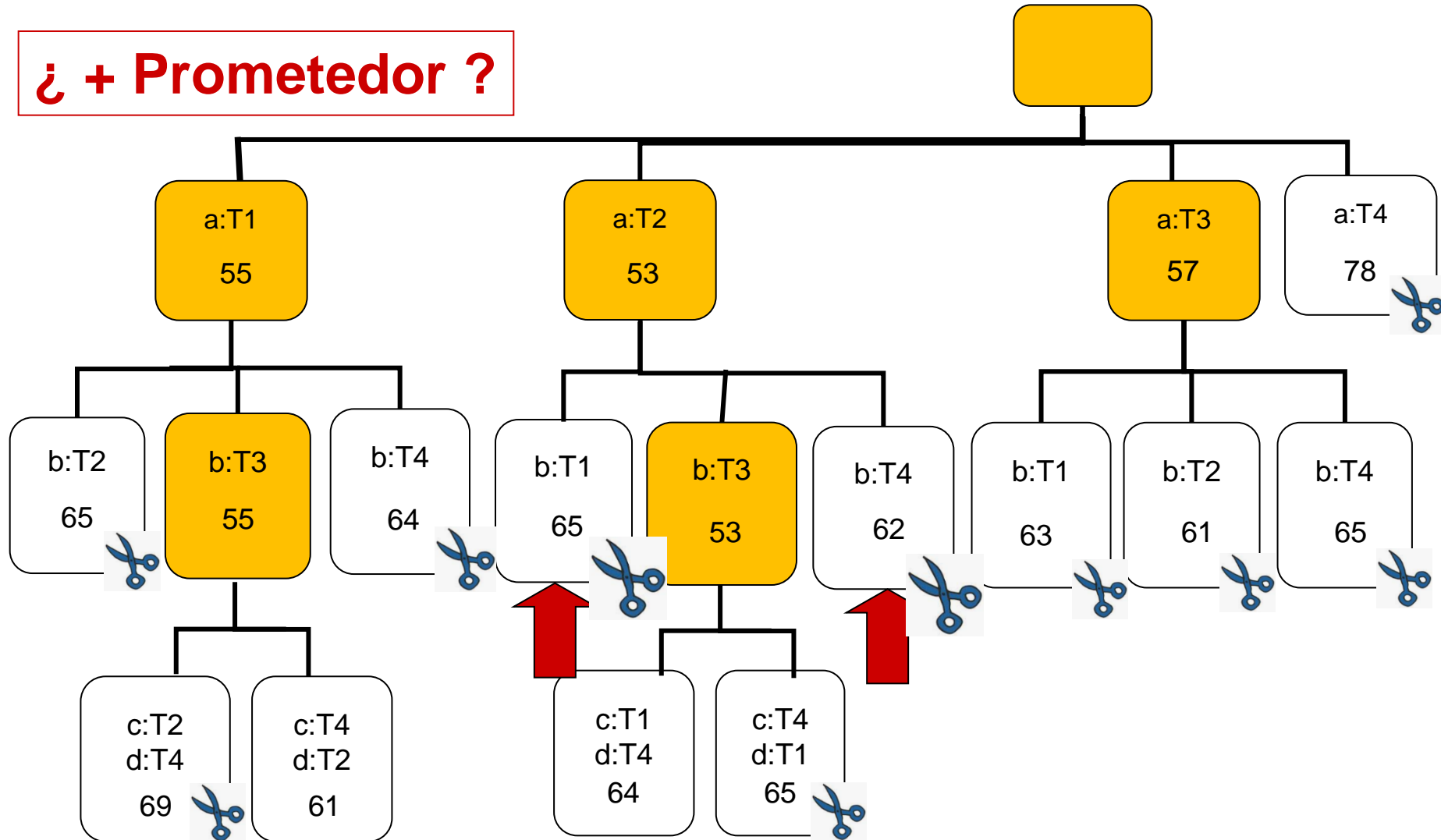
$$a:T3, b:T4 \quad 18+22+11+14=65$$



# RAMIFICACIÓN Y PODA

## Asignación de Tareas

¿ + Prometedor ?

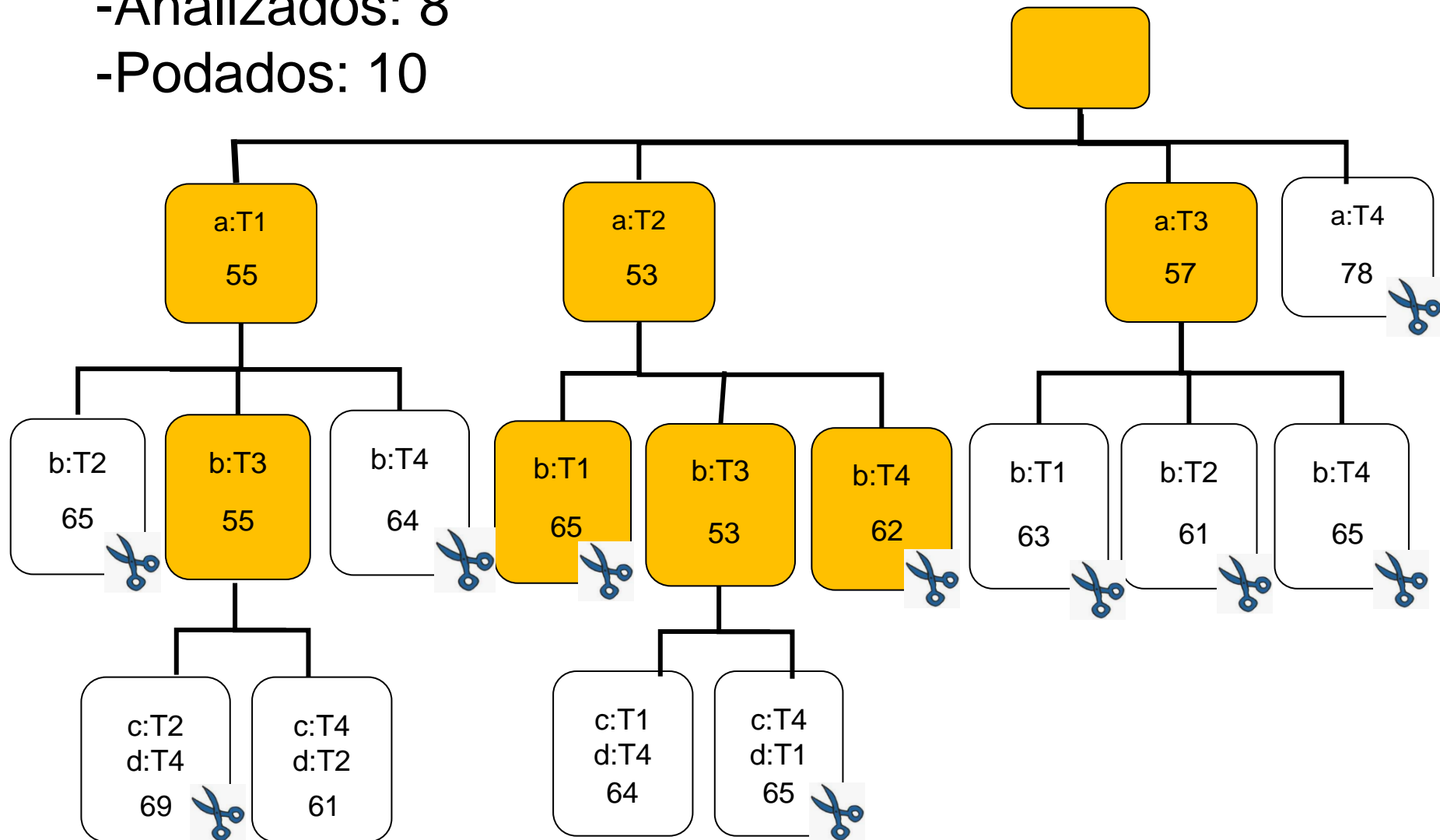


# RAMIFICACIÓN Y PODA

## Asignación de Tareas

Nodos

- Generados: 18
- Analizados: 8
- Podados: 10



# RAMIFICACIÓN Y PODA

## Mochila Múltiple

**Ejemplo:**

$n=3$

$M=3$

$p=(1,2,3)$

$b=(2,3,4)$

$m = (2, 1, 3)$

$b/p=(2, 1.5, 1.33)$

Orden descendente

$X_0=(- - -)$   
 $B=0$   $P=0$   
 $B_M = 6$

**COTA: 0 4 5**

$$B_M = B_k + (M - P_k) \frac{b_{k+1}}{p_{k+1}}$$

$X_1=(2 - -)$   
 $B=4$   $P=2$   
 $B_M = 5.5$

$X=(2 1 -)$   
 $B=7$   $P=4$

$X=(2 0 3)$   
 $B=16$   $P=11$

$X=(2 0 2)$   
 $B=12$   $P=8$

$X=(2 0 1)$   
 $B=8$   $P=5$

$X_4=(2 0 -)$   
 $B=4$   $P=2$   
 $B_M = 5.33$

$X_5=(2 0 0)$   
 $B=4$   $P=2$

$X_6=(1 1 -)$   
 $B=5$   $P=3$   
 $B_M = 5$

$X_8=(1 1 0)$   
 $B=5$   $P=3$

$X_2=(1 - -)$   
 $B=2$   $P=1$   
 $B_M = 5$

$X_3=(0 - -)$   
 $B=0$   $P=0$   
 $B_M = 4.5$

$X_7=(1 0 -)$   
 $B=2$   $P=1$   
 $B_M = 4.66$

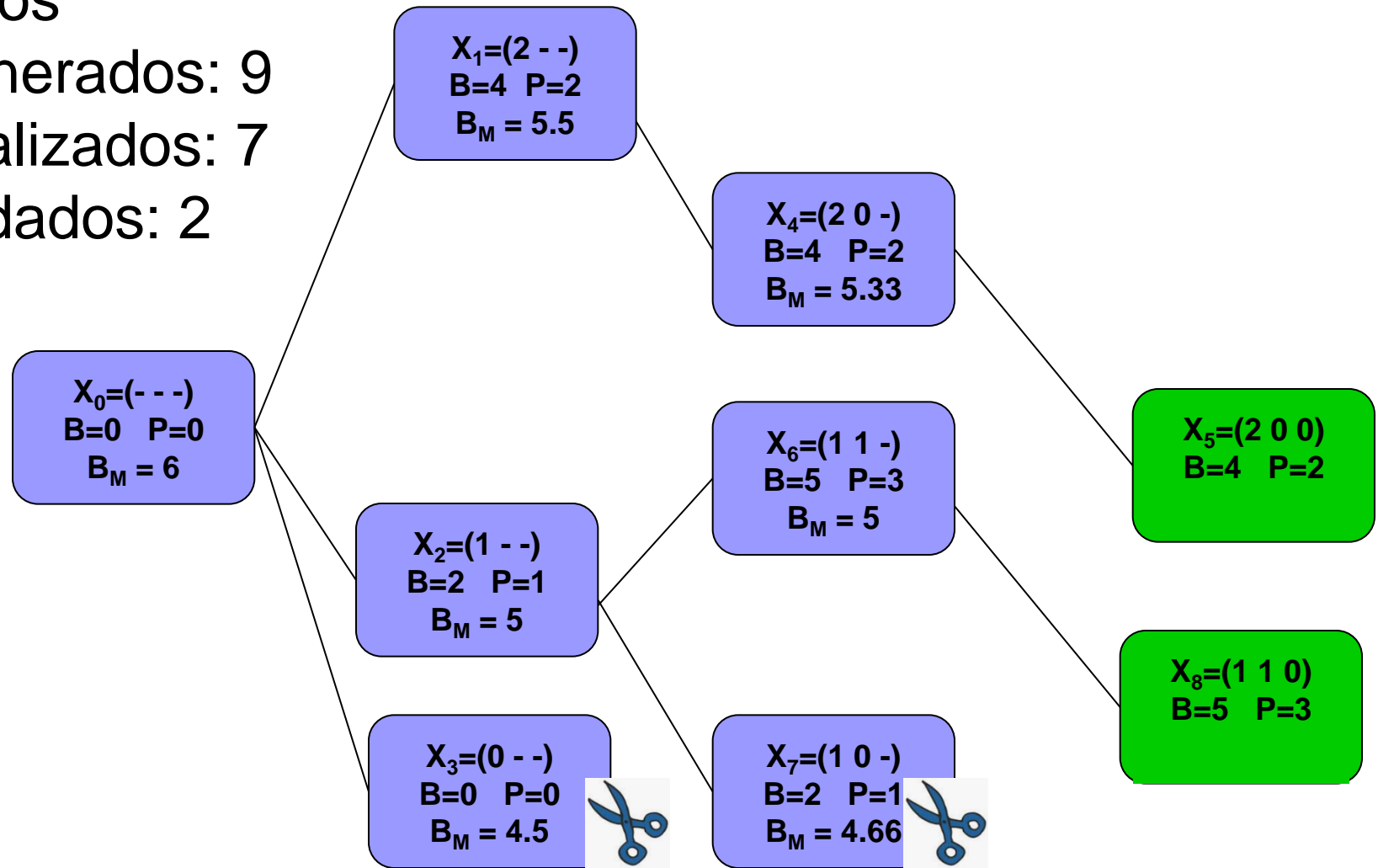


# RAMIFICACIÓN Y PODA

## Mochila Múltiple

Nodos

- Generados: 9
- Analizados: 7
- Podados: 2



Preguntas...  
...y a practicar...

