基础算法与数据结构（六） 图与其基础算法

图的基础概念

1. 图的定义：
   无向图： 一个图G = (V,E)由顶点（或结点）的非空集V和边的集合E构成，每条边有一个或两个顶点与它相连，这样的顶点称为端点。边连接它的端点。（顶点集为无限的称为无限图，反之称为有限图）

   有向图：一个有向图(V,E)由一个非空顶点集V和一个有向边集E组成。每条有向边与一个顶点有序对相关联。与有序对（u，v）相关联的有向边开始于u，结束于v

2. 图的离散数学概念速览
   本文重点不是离散数学，这里只提供一些名词供查漏补缺只用。
   顶点的度，入度，出度，孤立的顶点，连通性，连通分量，强连通，完全图，二分图 。。。。。。

图的数据结构表示

一个图可以利用两种方式来表示，一种是邻接矩阵，另一种为邻接链表。

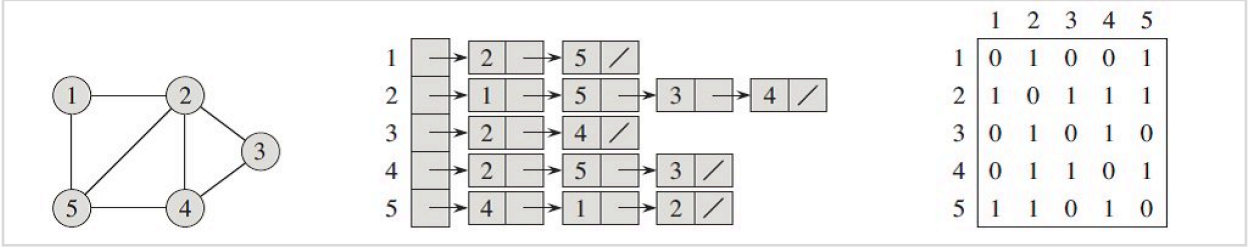
邻接矩阵

用一个二维数组可以表现一个图，数组中A[i][j]表示从i到j是否有一条连通的边，有则为1，无则为0。 缺点是存储所需要的空间较大，为顶点个数的平方级别，对存储空间要求较大，但查询方便。

邻接链表

用一个指针数组来表示。A[i]链表表示从i号点能够到达的结点号。这种方式可以节省存储空间，但是查询并不是很方便。

图示如下：（本图选自算法导论）



两种方法都容易用代码实现，此略。

广度优先算法（BFS）

虽然把广度优先算法放在图这里，但是也可以用于树，后文给出的一道题就是树上的BFS运用。

广度优先算法用语言通俗表述就是，一层一层向外扩展，在距离起点相同距离的点走完之前不想外扩展。

广度优先算法可以求出源点到所有点的最短路径。

广度优先算法的代码实现：

```
//邻接矩阵版
void BFS(vector<vector<int>> graph){
  int size = graph.size();

  bool visited[size];

  queue<int> que;

  que.push(0); //从0开始遍历

  while(!que.empty()){
      int curPoint = que.front();
      que.pop();
      visited[curPoint] = true;
      for(int i = 0;i<size;i++){
          if(graph[curPoint][i] && visited[i]){
              que.push(y);
              //对这条链路的操作，如果求距离，在这里把距离+1等。
          }
      }
  }
}

//邻接表版
```

```
void BFS(vector<GraphNode*> graph,int size){
  bool visited[size];
  queue<GraphNode*> que;

  que.push(graph[0])

  while(!que.empty()){
      GraphNode* cur = que.front();
      que.pop();
      visited[curPoint] = true;
      GraphNode* next = cur->next;
      while(next){
          if(visited[next->No]){
              que.push(next);
          }
      }
  }
}
```

深度优先搜索（DFS）

深度优先搜索就是一次性走到不能走，再往回走，知道走完所有的路。
是回溯法的典型应用，就可以利用递归快速理解和解决。

一般可以用来解决一些关于图连通的问题。

```
bool visited[size];
vector<vector<int>> graph;
int size = graph.size();
void DFS(){
  visited[x][y] = true;
  for(int i = 0;i<size;i++){
      for(int j = 0;j<size;j++){
          if(!visited[i][j]){
              DFS(i,j);
          }
      }
```

```
    }
}
```

典型题

DFS和BFS的思想可以利用到很多题目上，题目不胜枚举，LeetCode上也有很多可以训练，择其典型者列出。

BFS

LeetCode 102 Binary Tree Level Order Traversal
据说是面试常考题，也是BFS的典型题，重点就在BFS一层一层向下的思想。

上代码：（此处为JAVA代码）

```
List<List<Integer>> ans = new ArrayList<>();
    public List<List<Integer>> levelOrder(TreeNode root) {
        if(root==null) return ans;
        bfs(root);
        return ans;
    }

    void bfs(TreeNode root){
        //Set<TreeNode> visited = new HashSet<>();
      //如果是图一定需要visited!！！！（因为这里是树，所以可以省略）
        Queue<TreeNode> queue = new LinkedList<>();
        queue.add(root);
        //visited.add(root);

        while(!queue.isEmpty()){
            int levelSize = queue.size();
          //得到上一层究竟放入了多少结点，因为在退出循环前之前放入的已经完全访问过，并且出队列。
            List<Integer> levelNodes = new ArrayList<>();
            while(levelSize-- >0){
                TreeNode curNode = queue.poll();
                levelNodes.add(curNode.val);
                if(curNode.left != null) queue.add(curNode.left);
```

```
                if(curNode.right != null) queue.add(curNode.right);
            }
            ans.add(levelNodes);
        }
    }
```

DFS

LeetCode 200 Number of Islands

图连通性的典型题目，也是可以利用DFS的典型题目。

每一次的DFS可以根据四连通走遍所有可以连通的，并且标记visited。
退出后就是找到一个岛。

然后再在途中照可以连通但并没有访问过的节点在进行DFS操作。

如此循环往复，最后全部访问过以后，走过几遍DFS就是有多少岛

上代码：

```
    //四连通的坐标变化
    int[] dx = {-1,0,1,0};
    int[] dy = {0,-1,0,1};
    int row;
    int col;
    boolean[][] visited;
    char[][] gridx;
    public int numIslands(char[][] grid) {
        if(grid.length == 0) return 0;
        gridx = grid;
        row = grid.length;
        col = grid[0].length;
        visited = new boolean[row][col];
        int cnt = 0;
        for(int i=0;i<row;i++){
            for(int j=0;j<col;j++){
                if(!visited[i][j] && gridx[i][j] == '1'){
                    dfs(i,j);
```

```
                    cnt++;
                }
            }
        }
        return cnt;
    }

    void dfs(int i,int j){
        if(visited[i][j]) return;
        visited[i][j] = true;
        for(int p=0;p<4;p++){
            int x = i+dx[p];
            int y = j+dy[p];
              //防止溢出
            if(x>=0 && x<row && y>=0 && y<col && gridx[x][y] == '1' )
                dfs(x,y);
        }
    }
```