

基础算法与数据结构（十二） 简单排序算法

排序算法

今天开始，将进入一个新的领域，各种各样的排序算法。

排序算法可以用一本TAOCP分册的篇幅来讲述，这里肯定不能全部讲到。

今天主要来写一点简单基础的排序算法。

排序算法的时间复杂度

一般来讲基于比较来排序的算法，最快的时间复杂度为 $O(n\lg n)$ 。

来给出一些常见排序算法的时间复杂度：

排序方式	时间复杂度			空间复杂度	稳定性	复杂性
	平均情况	最坏情况	最好情况			
插入排序	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n)$	$O(1)$	稳定	简单
希尔排序	$O(n^{1.3})$			$O(1)$	不稳定	较复杂
冒泡排序	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n)$	$O(1)$	稳定	简单
快速排序	$O(n\log_2 n)$	$O(n^2)$	$O(n\log_2 n)$	$O(\log_2 n)$	不稳定	较复杂
选择排序	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$	不稳定	简单
堆排序	$O(n\log_2 n)$	$O(n\log_2 n)$	$O(n\log_2 n)$	$O(1)$	不稳定	较复杂
归并排序	$O(n\log_2 n)$	$O(n\log_2 n)$	$O(n\log_2 n)$	$O(n)$	稳定	较复杂
基数排序	$O(d(n+r))$	$O(d(n+r))$	$O(d(n+r))$	$O(r)$	稳定	较复杂

本文里将一起讲述插入排序、选择排序、冒泡排序、归并排序和希尔排序5种排序算法。

一些代码的共用部分

排序算法一般来说都需要进行比较和交换位置，有一些代码进行复用。

```
public boolean less(Comparable v, Comparable w){
    return v.compareTo(w) < 0;
}

public void exch(Comparable[] a, int i, int j){
    Comparable t = a[i];
```

```
a[i] = a[j];  
a[j] = t;  
}
```

插入排序

描述

插入排序简单来说，和理牌的方式基本一致，一个一个向后扫描，将一个未排序的数组元素向前插入到一个合适的位置，然后将其余所有元素向后移一个位置。

情况分析

最坏的情况，就是要排序的数组完全倒序，需要的移动次数最多，如果接近已经排序了，那么插入排序的移动次序较少。

一些趣闻

插入排序需要的交换操作和数组中倒置的数量相同，需要的比较次数大于等于倒置的数量，小于等于倒置的数量加上数组的大小减一。

Java实现

```
public class Insertion{  
    public static void sort(Comparable[] a){  
        int N = a.length;  
        for(int i = 1; i < N; i++){  
            for(int j = i; j > 0 && less(a[j], a[j-1]); j--){  
                exch(a, j, j-1);  
            }  
        }  
    }  
}
```

选择排序

描述

首先，找到数组中最小的那个元素，其次，将它和数组的第一个元素交换位置（如果第一个元素就是最小元素那么它就和自已交换）。

再次，再剩下的元素中找到最小的元素，将它与数组的第二个元素交换位置。如此往复，直到将

整个数组排序。

Java实现

```
public class Selection{
    public static void sort(Comparable[] a){
        int N = a.length;
        for(int i = 0;i<N;i++){
            int min = i;
            for(int j = i+1;j<N;j++){
                if(less(a[j],a[min]) min = j;
            }
            exch(a,i,min);
        }
    }
}
```

冒泡排序

描述

冒泡排序算是一个比较经典的排序法了。首先从队首取一个元素，向后寻找，直到找到一个比它小的元素，然后交换位置之后，再从第二个元素开始循环上述的方式，直到所有的元素排完序。

Java实现

```
public class Selection{
    public static void sort(Comparable[] a){
        int N = a.length;
        for(int i = 0;i<N;i++){
            int cur = i;
            for(int j = i+1;j<N;j++){
                if(less(a[cur],a[j]) exch(a,cur,j);
            }
        }
    }
}
```

归并排序

描述

归并排序其实在第一次链表的时候就已经讲到了。归并排序就是一个二分法的应用。

归并排序将两个有序的数组归并成一个更大的有序数组。也就是将一个数组排序，可以先递归地把它分成两半分别排序，然后将归并起来。可以得到比之前的几个排序算法更好的时间复杂度。

归并排序的几种方式

1. 原地归并
2. 自顶向下
3. 自底向上

原地归并的实现方式

原地归并就是创建一个新的数组，然后将排完序之后的内容放回到原数组中,也是另外两个的基础归并的方式。

```
public static void merge(Comparable[] a,int lo,int mid, int hi){
    int i = lo, j=mid+1;
    for(int k = lo;k <= hi;k++){
        aux[k] = a[k];
    }

    for(int k = lo;k<=hi;k++){
        if( i > mid ) a[k] = aux[j++];
        else if(j > hi) a[k] = aux[i++];
        else if(less(aux[j],aux[i])) a[k] = aux[j++];
        else    a[k] = aux[i++];
    }
}
```

该方法将所有的元素复制到aux中，然后在归并到a中。

用了4个条件判断进行排序的下一步判断。

原地归并的图示：

摘选自 《算法（第4版）》

		a[]												aux[]										
		k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	i	j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
input			E	E	G	M	R	A	C	E	R	T			-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
copy			E	E	G	M	R	A	C	E	R	T			E	E	G	M	R	A	C	E	R	T
													0	5										
0		A											0	6	E	E	G	M	R	A	C	E	R	T
1		A	C										0	7	E	E	G	M	R		C	E	R	T
2		A	C	E									1	7	E	E	G	M	R			E	R	T
3		A	C	E	E								2	7		E	G	M	R			E	R	T
4		A	C	E	E	E							2	8			G	M	R			E	R	T
5		A	C	E	E	E	G						3	8			G	M	R				R	T
6		A	C	E	E	E	G	M					4	8				M	R				R	T
7		A	C	E	E	E	G	M	R				5	8					R				R	T
8		A	C	E	E	E	G	M	R	R			5	9									R	T
9		A	C	E	E	E	G	M	R	R	T		6	10										T
merged result			A	C	E	E	E	G	M	R	R	T												

Abstract in-place merge trace

自顶向下的归并排序

```

public static void sort(Comparable[] a){
    aux = new Comparable[a.length];
    sort(a,0,a.length-1);
}

public static void sort(Comparable[] a,int lo,int hi){
    if(hi<=lo) return;
    int mid = lo + (hi-lo)/2;
    sort(a, lo , mid);    //排左半边
    sort(a, mid+1, hi);   //排右半边
    merge(a, lo, mid, hi);
}

```

图示：

	a[]															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	M	E	R	G	E	S	O	R	T	E	X	A	M	P	L	E
merge(a, 0, 0, 1)	E	M	R	G	E	S	O	R	T	E	X	A	M	P	L	E
merge(a, 2, 2, 3)	E	M	G	R	E	S	O	R	T	E	X	A	M	P	L	E
merge(a, 0, 1, 3)	E	G	M	R	E	S	O	R	T	E	X	A	M	P	L	E
merge(a, 4, 4, 5)	E	G	M	R	E	S	O	R	T	E	X	A	M	P	L	E
merge(a, 6, 6, 7)	E	G	M	R	E	S	O	R	T	E	X	A	M	P	L	E
merge(a, 4, 5, 7)	E	G	M	R	E	O	R	S	T	E	X	A	M	P	L	E
merge(a, 0, 3, 7)	E	E	G	M	O	R	R	S	T	E	X	A	M	P	L	E
merge(a, 8, 8, 9)	E	E	G	M	O	R	R	S	E	T	X	A	M	P	L	E
merge(a, 10, 10, 11)	E	E	G	M	O	R	R	S	E	T	A	X	M	P	L	E
merge(a, 8, 9, 11)	E	E	G	M	O	R	R	S	A	E	T	X	M	P	L	E
merge(a, 12, 12, 13)	E	E	G	M	O	R	R	S	A	E	T	X	M	P	L	E
merge(a, 14, 14, 15)	E	E	G	M	O	R	R	S	A	E	T	X	M	P	E	L
merge(a, 12, 13, 15)	E	E	G	M	O	R	R	S	A	E	T	X	E	L	M	P
merge(a, 8, 11, 15)	E	E	G	M	O	R	R	S	A	E	E	L	M	P	T	X
merge(a, 0, 7, 15)	A	E	E	E	E	G	L	M	M	O	P	R	R	S	T	X

Trace of merge results for top-down mergesort

自底向上的归并排序

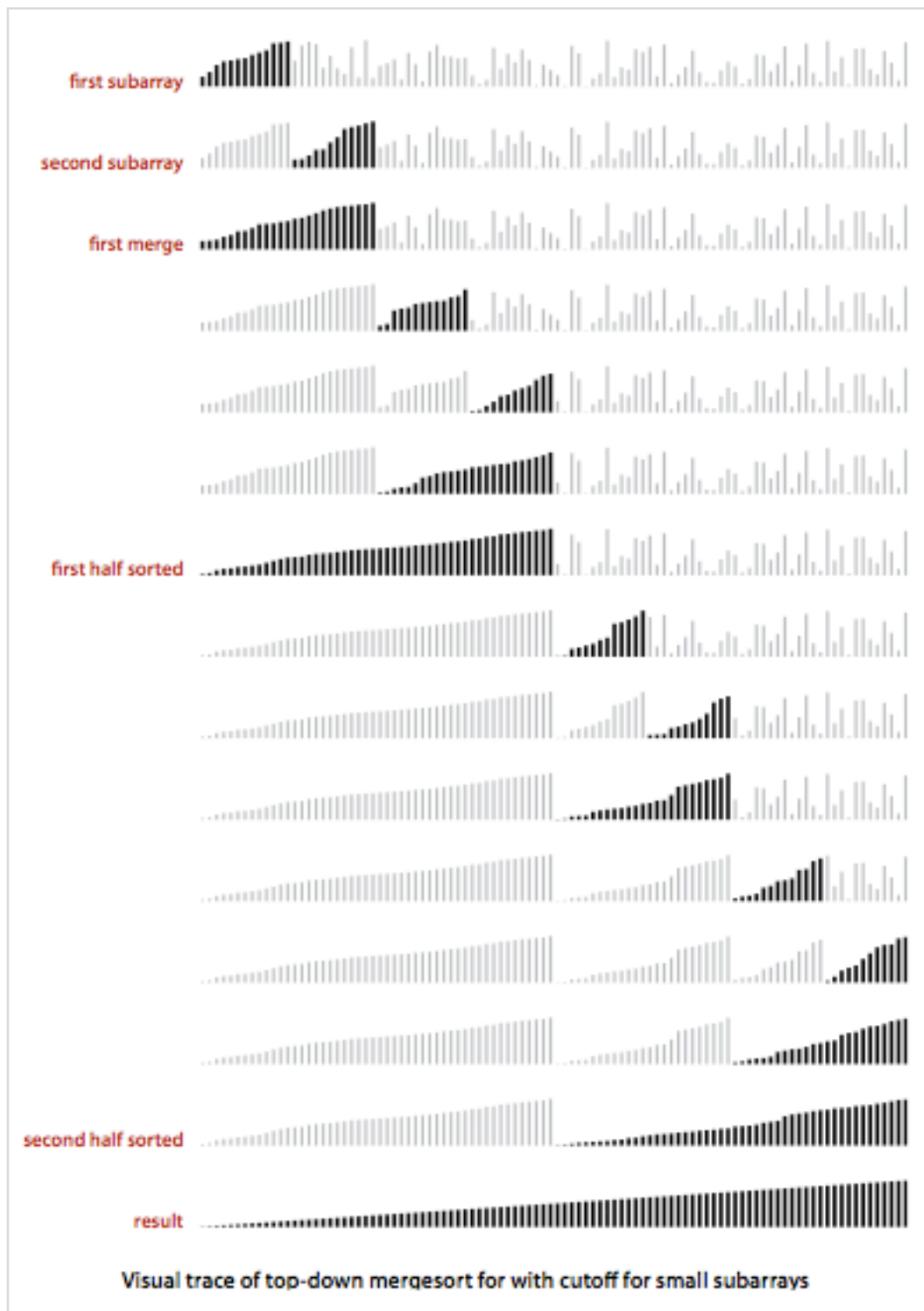
```
public static Comparable[] aux;

public static void sort(Comparable[] a){
    int N = a.length;
    aux = new Comparable[N];
    for(int sz = 1;sz<=N;sz = sz+sz){
        for(int lo = 0;lo<N-sz;lo+=sz +sz){
            merge(a, lo, lo+sz-1,Math.min(lo+sz+sz-1,N-1);
        }
    }
}
```

运行轨迹图示:

				a[i]															
				0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
sz = 2				M	E	R	G	E	S	O	R	T	E	X	A	M	P	L	E
merge(a,	0,	0,	1)	E	M	R	G	E	S	O	R	T	E	X	A	M	P	L	E
merge(a,	2,	2,	3)	E	M	G	R	E	S	O	R	T	E	X	A	M	P	L	E
merge(a,	4,	4,	5)	E	M	G	R	E	S	O	R	T	E	X	A	M	P	L	E
merge(a,	6,	6,	7)	E	M	G	R	E	S	O	R	T	E	X	A	M	P	L	E
merge(a,	8,	8,	9)	E	M	G	R	E	S	O	R	E	T	X	A	M	P	L	E
merge(a,	10,	10,	11)	E	M	G	R	E	S	O	R	E	T	A	X	M	P	L	E
merge(a,	12,	12,	13)	E	M	G	R	E	S	O	R	E	T	A	X	M	P	L	E
merge(a,	14,	14,	15)	E	M	G	R	E	S	O	R	E	T	A	X	M	P	E	L
sz = 4				E	G	M	R	E	S	O	R	E	T	A	X	M	P	E	L
merge(a,	0,	1,	3)	E	G	M	R	E	O	R	S	E	T	A	X	M	P	E	L
merge(a,	4,	5,	7)	E	G	M	R	E	O	R	S	A	E	T	X	M	P	E	L
merge(a,	12,	13,	15)	E	G	M	R	E	O	R	S	A	E	T	X	E	L	M	P
sz = 8				E	E	G	M	O	R	R	S	A	E	T	X	E	L	M	P
merge(a,	0,	3,	7)	E	E	G	M	O	R	R	S	A	E	E	L	M	P	T	X
merge(a,	8,	11,	15)	A	E	E	E	E	G	L	M	M	O	P	R	R	S	T	X
sz = 16				A	E	E	E	E	G	L	M	M	O	P	R	R	S	T	X
				Trace of merge results for bottom-up mergesort															

最后来一个可视化的运行轨迹。



希尔排序

描述

希尔排序是一个基于插入排序的快速的排序算法。插入排序只能交换相邻的元素，希尔排序为了加快速度简单的改进了插入排序，交换不相邻的元素已对数组的局部进行排序，并最终用插入排序将局部有序的数组排序。

希尔排序的思想是使数组中任意间隔为 h 的元素是有序的，这样的数组被称为 h 有序数组。一个 h

有序数组就是h个相互独立的有序数组编制在一起组成的一个数组。如果h很大，我们就能将元素移动到很远的地方。

希尔排序就是利用h递增来进行排序。

java代码

```
public void sort(Comparable[] a){
    int N = a.length;
    int h = 1;
    //找到最大的h，从大到小进行h排序
    while(h < N/3) h = 3*h + 1;
    while(h >= 1){
        //将数组变为h有序
        for(int i = h; i < N; i++){
            //将a[i]插入到a[i-h], a[i-2*h], a[i-3*h]...之中
            for(int j = i; j >= h && less(a[j], a[j-h]); j -= h){
                exch(a, j, j-h);
            }
        }
        h = h/3;
    }
}
```

希尔排序的几张图，第一个是h有序数组的图示：

$h = 4$

L E E A M H L E P S O L T S X R
L ————— M ————— P ————— T
E ————— H ————— S ————— S
E ————— L ————— O ————— X
A ————— E ————— L ————— R

$h = 13$

P H E L L S O R T E X A M S L E
P ————— S
H ————— L
E ————— E
L
L

(8 additional files of size 1)

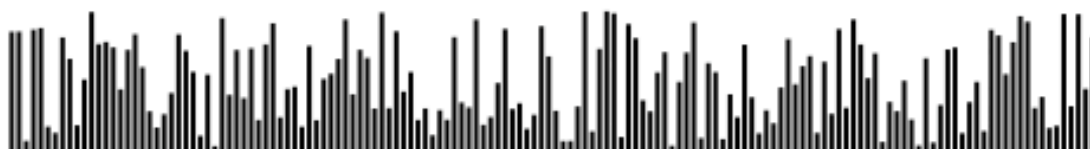
An h -sorted file is h interleaved sorted files

排序的图示：

input	S	H	E	L	L	S	O	R	T	E	X	A	M	P	L	E
13-sort	P	H	E	L	L	S	O	R	T	E	X	A	M	S	L	E
	P	H	E	L	L	S	O	R	T	E	X	A	M	S	L	E
	P	H	E	L	L	S	O	R	T	E	X	A	M	S	L	E
4-sort	L	H	E	L	P	S	O	R	T	E	X	A	M	S	L	E
	L	H	E	L	P	S	O	R	T	E	X	A	M	S	L	E
	L	H	E	L	P	S	O	R	T	E	X	A	M	S	L	E
	L	H	E	L	P	S	O	R	T	E	X	A	M	S	L	E
	L	H	E	L	P	S	O	R	T	E	X	A	M	S	L	E
	L	E	E	L	P	H	O	R	T	S	X	A	M	S	L	E
	L	E	E	A	P	H	O	L	T	S	X	R	M	S	L	E
	L	E	E	A	M	H	O	L	P	S	X	R	T	S	L	E
	L	E	E	A	M	H	O	L	P	S	X	R	T	S	L	E
	L	E	E	A	M	H	L	L	P	S	O	R	T	S	X	E
	L	E	E	A	M	H	L	E	P	S	O	L	T	S	X	R
	1-sort	E	L	E	A	M	H	L	E	P	S	O	L	T	S	X
E		E	L	A	M	H	L	E	P	S	O	L	T	S	X	R
A		E	E	L	M	H	L	E	P	S	O	L	T	S	X	R
A		E	E	L	M	H	L	E	P	S	O	L	T	S	X	R
A		E	E	H	L	M	L	E	P	S	O	L	T	S	X	R
A		E	E	H	L	L	M	E	P	S	O	L	T	S	X	R
A		E	E	E	H	L	L	M	P	S	O	L	T	S	X	R
A		E	E	E	H	L	L	M	P	S	O	L	T	S	X	R
A		E	E	E	H	L	L	M	P	S	O	L	T	S	X	R
A		E	E	E	H	L	L	M	P	S	O	L	T	S	X	R
A		E	E	E	H	L	L	M	P	S	O	L	T	S	X	R
A		E	E	E	H	L	L	M	P	S	O	L	T	S	X	R
A		E	E	E	H	L	L	M	P	S	O	L	T	S	X	R
A		E	E	E	H	L	L	M	P	S	O	L	T	S	X	R
A		E	E	E	H	L	L	M	P	S	O	L	T	S	X	R
A	E	E	E	H	L	L	M	P	S	O	L	T	S	X	R	
result	A	E	E	E	H	L	L	L	M	O	P	R	S	S	T	X

Detailed trace of shellsort (insertions)

input



40-sorted



13-sorted



4-sorted



result



Visual trace of shellsort