Inferencia

Apellidos, nombre: Garcia Salinas, Daniel *Grupo de prácticas: L3*

Notas:

1) Esta práctica se realizará los d as 28, 29 y 30 de noviembre, y 1 de diciembre de 2023.
2) La fecha límite de entrega de esta práctica, que debe presentarse en el Campus Virtual UVa, son las 14 horas del lunes 11 de diciembre de 2023.

En esta práctica se utilizará el fichero de datos DatosInferencia.sgd, que es un archivo en formato *Statgraphics* que contiene el conjunto de datos necesarios para resolver los ejercicios propuestos.

Las variables que aparecen en este chero son las siguientes:

CALIFICACIONES

Fundamentos de Programación Calificaciones en la asignatura *Fundamentos de Programación*

Programación I Calificaciones en la asignatura *Programación I*

TIEMPOS DE RESPUESTA

Ordenador A Tiempo de respuesta del *Ordenador* A

Ordenador B Tiempo de respuesta del *Ordenador* B

NOTAS MATERIAS

Notas i $(0\ i\ 10)$ Columna $(i + 1)$-ésima de la tabla de contingencia de las notas obtenidas por 1102 estudiantes en las *Materias* A y B

Materia A Distribución de frecuencias de las notas obtenidas por una m.a.s. de 180 estudiantes de la *Materia* A

Materia B Distribución de frecuencias de las notas obtenidas por una m.a.s.de 240 estudiantes de la *Materia* B

SERVICIO INFORM`TICO

Número de Fallos Número semanal de fallos por problemas de software en un sistema informático

Este fichero de datos se encuentra disponible en Moodle (https://aulas.inf.uva.es/).

EJERCICIO 1

Un profesor de Informática que ha impartido docencia durante los últimos cuatro cursos académicos en las asignaturas de *Fundamentos de Programación* y *Programación I* desea estudiar las calificaciones obtenidas por sus alumnos. Los resultados obtenidos con una muestra aleatoria simple de sesenta y nueve estudiantes se encuentran en las variables *Fundamentos de Programación* y *Programación I*, respectivamente.

1.1 El profesor desea saber, en primer lugar, si las calificaciones en la asignatura *Programación I* siguen una distribución normal. ¿Qué contraste debe plantearse si queremos verificar la hipótesis anterior? ¿Cuál es el procedimiento más adecuado para su resolución en este caso? ¿Por qué?

F = calificaciones en Fundamentos de Programación

P = calificaciones en Programación I

$$\left.\begin{array}{l} H_0 : P \sim N(\mu_P, \sigma_P) \\ H_1 : P \not\sim N(\mu_P, \sigma_P) \end{array}\right\}$$

Como es un contraste no paramétrico, el procedimiento más adecuado para resolverlo es mediante un Test de Kolmogorov-Smirnov

1.2 Resolver el contraste del apartado anterior con un nivel de significación del 3% utilizando el p valor.

Pruebas de Bondad-de-Ajuste para Programación I

Prueba de Kolmogorov-Smirnov

	Normal
DMAS	0,0734961
DMENOS	0,0330032
DN	0,0734961
Valor-P	0,850075

Como el p-valor es muy grande, no podemos rechazar H0, por lo que se puede concluir que las calificaciones de Programación I si siguen una distribución normal

Supongamos, a partir de ahora, que las calificaciones en las asignaturas *Fundamentos de Programación* y *Programación I* están normalmente distribuidas.

1.3 Calcular un IC del 94% para la calificación media en *Fundamentos de Programación*. ¿Se puede admitir, como asegura el profesor, que la calificación media en la asignatura de *Fundamentos de Programación* es 6.2, a un nivel del 6%? Razonar la respuesta.

Intervalos de Confianza para
Fundamentos de Programación
Intervalos de confianza del 94,0% para la media: 6,03565 +/- 0,213481 [5,82217; 6,24913]

Sí se puede admitir que la calificación media de la asignatura de Fundamentos de Programación I es 6,2 ya que este valor si que pertenece al IC de la media

1.4 A la vista de las calificaciones obtenidas, puede parecer más razonable plantear el contraste unilateral izquierdo H_0 : = 6.2 frente a H_1 : $_f$ < 6.2 (siendo $_f$ la calificación media obtenida en *Fundamentos de Programación*). ¿Es ahora cierta la afirmación del profesor? Razonar la respuesta

1.4) $H_0 : \mu_F = 6{,}2$
$H_1 : \mu_F < 6{,}2$

Valor-P = 0,145504

Como el p-valor es mayor que el α, no podemos rechazar H0, por lo cual se puede que la afirmación del profesor es verdadera, luego, admitimos que la media de la asignatura fundamentos de programación es 6.2

1.5 Con un nivel de confianza del 94%, ¿se puede afirmar que la calificación media en la asignatura *Programación I* es 5.8, o inferior, como dicen los alumnos? Razonar la respuesta.

$H_0 : \mu_F \leq 5{,}8$
$H_1 : \mu_F > 5{,}8$

Valor-P = 0,0384216

Como el p-valor es menor que el α, rechazamos H0, luego podemos decir que la afirmación de los estudiantes es falsa, luego, admitimos que la media es mayor que 5.8

1.6 ¿Se puede admitir, como afirma el profesor, que la calificación media en *Fundamentos de Programación* es superior en a lo más quince centésimas a la calificación media en *Programación I*, con un nivel de significación del 6%? ¿Contradice esto las respuestas a los apartados anteriores? Razonar las respuestas.

$H_0 : \mu_F - \mu_P \leq 0{,}15$
$H_1 : \mu_F - \mu_P > 0{,}15$

Valor-P = 0,0684685

Como el p-valor es mayor que el α, no se rechaza H0, luego podemos decir que la afirmación del profesor es cierta, luego, admitimos que la calificación media de Fundamentos de Programación es superior en a lo mas 15 centésimas a la media de Programación I

1.7 El profesor en cuestión también afirma que el porcentaje de alumnos que suspenden *Fundamentos de Programación* (obtienen una calificación inferior a 5) es a lo más del 6%. Plantear el contraste de hip tesis adecuado y calcular el p valor correspondiente. ¿Qué decisión debe adoptarse al nivel = 0.02? Razonar la respuesta.

1.7.) $H_0 : p_F \leq 0{,}06$

$H_1 : p_F > 0{,}06$

Valor-P = 0,0218873

Como el p-valor es mayor que el α, no se rechaza H0, luego podemos decir que la afirmación del profesor es cierta, admitiendo que el porcentaje de alumnos que suspenden Fundamentos de Programación no suspera el 6%

1.8 Si el profesor desea realizar el contraste del apartado anterior con un nivel de confianza del 98% y una probabilidad de aceptar la hipótesis nula cuando la verdadera proporción de suspensos es $0{,}13$ del 5%, ¿cuál deber a ser el tamaño muestral mínimo? Razonar la respuesta.

Parámetro a estimar: parámetro binomial
Potencia deseada: 95,0% para la
proporción = 0,06 versus proporcíon = 0,13
Tipo de alternativa: mayor que
Riesgo alfa: 2,0%

El tamaño de muestra requerido es n=239 observaciones.

EJERCICIO 2

El tiempo de respuesta de un ordenador se define como el tiempo que un usuario debe esperar mientras la computadora accede a la información en el disco. Se desea averiguar si los tiempos de respuesta medios de dos ordenadores A y B son distintos. Para ello se han seleccionado muestras aleatorias simples independientes de 85 tiempos de respuesta en cada computadora (registrados en milisegundos). Los resultados obtenidos se encuentran en las variables *Ordenador A* y *Ordenador B*.

2.1 Suponiendo que el tiempo de respuesta de un ordenador tiene una distribución simétrica, plantear el contraste de hipótesis que permita resolver el problema.

T_A = tiempo respuesta ordenador A (ms)

T_B = tiempo respuesta ordenador B (ms)

$$\left.\begin{array}{l} H_0 : \mu_A = \mu_B \\ H_1 : \mu_A \neq \mu_B \end{array}\right]$$

2.3 Para saber si el tiempo de respuesta del Ordenador A sigue una distribución normal, un ingeniero de sistemas aplica el test *chi-cuadrado* de bondad de ajuste y el test de Kolmogorov-Smirnov, ambos a nivel = 0.05, y decide rechazar la hipótesis de normalidad cuando alguno de los dos detecte falta de ajuste. ¿Qué decisión adoptará? ¿Cómo es el error de tipo I de esta técnica de contraste: α = 0,05, α > 0,05 o α < 0,05? Justificar la respuesta.

$$\left.\begin{array}{l} H_0 : T_A \sim N(\mu_A, \sigma_A) \\ H_1 : T_A \nsim N(\mu_A, \sigma_A) \end{array}\right]$$

Chi-Cuadrada = 10,4908 con 11 g.l.   Valor-P = 0,486851

Prueba de Kolmogorov-Smirnov

	Normal
DMAS	0,0739824
DMENOS	0,0609602
DN	0,0739824
Valor-P	0,740816

En cualquiera de las 2 pruebas, el p-valor obtenido es grande, por lo cual aceptamos H0, luego el tiempo de respuesta del ordenador A sigue una distribución normal

Para saber cómo es el error de tipo 1, definimos las siguientes regiones críticas:

C1 = región crítica con chi-cuadrado
C2 = región crítica con Kolmogorov-Smirnov

α = Pr {Error de tipo I} = Pr {(C1 ∪ C2) / H0} = 0.05

2.4 Calcular un IC de nivel $0{:}95$ para la desviación típica del tiempo de respuesta del Ordenador A y un IC de nivel $0{:}99$ para la varianza del tiempo de respuesta del Ordenador B.

Intervalos de confianza del 95,0%
Desviación Estándar de Ordenador A:
[1,3321; 1,80572]
Desviación Estándar de Ordenador B:
[0,914464; 1,2396]
Razones de Varianzas: [1,37951; 3,2640

Como nos piden el IC de la varianza, simplemente elevamos al cuadrado los extremos superiores e inferiores del intervalo: IC = [0.914464^2, 1.80572^2] = [0.836244,3.260625]

2.5 Calcular un IC de nivel 0.95 para la diferencia de tiempos medios de ejecución. Justificar la respuesta.

$$H_0 : \sigma_A = \sigma_B$$
$$H_1 : \sigma_A \neq \sigma_B$$

Como calculamos en el apartado anterior:

Prueba-F para comparar Desviaciones Estándar
Hipótesis Nula: sigma1 = sigma2
Hipótesis Alt.: sigma1 <> sigma2
F = 2,12197 valor-P = 0,000678164
Se rechaza la hipótesis nula para alfa = 0,05.

El p-valor es muy pequeño, luego no podemos asumir que las desviaciones sean iguales.

Comparación de Medias
Intervalos de confianza del 95,0% para la media de Ordenador A: 5,45655 +/- 0,330653 [5,1259; 5,7872]
Intervalos de confianza del 95,0% para la media de Ordenador B: 5,10997 +/- 0,226988 [4,88298; 5,33695]
Intervalos de confianza del 95,0% intervalo de confianza para la diferencia de medias
sin suponer varianzas iguales: 0,346582 +/- 0,398531 [-0,051949; 0,745114]

2.6 Resolver a un nivel = 0:05 el contraste planteado en el punto primero, utilizando la respuesta del apartado anterior. Justificar la respuesta.

Como vemos en el apartado anterior, el IC de la diferencia de medias es [-0.051949,0.745114]. Podemos comprobar que el 0 pertenece al intervalo, no rechazando H0, es decir, podemos dar por hecho que las medias de los tiempos de respuesta de los ordenadores A y B son iguales.

EJERCICIO 3

Se quiere averiguar si existe alguna relación entre las notas obtenidas en dos materias A y B, pertenecientes a la titulación de *Informática Financiera*, que se cursan el mismo semestre. Por este motivo, se seleccionaron al azar 1102 estudiantes que habían cursado durante varios años ambas materias y se anotaron los resultados obtenidos. Los datos se muestran en la siguiente tabla:

	Notas Materia B										
Notas Materia A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	2	9	2	4	4	2	1	1	3	1	0
1	6	13	11	20	8	9	7	2	4	4	2
2	6	10	14	25	9	14	16	4	4	3	3
3	6	10	17	18	13	18	11	10	10	5	5
4	4	6	12	12	12	19	10	11	16	5	10
5	2	8	11	18	17	22	11	14	18	9	13
6	3	4	8	13	13	13	11	7	23	12	16
7	2	1	6	10	13	11	10	17	17	8	9
8	5	4	3	9	13	11	10	13	9	10	11
9	2	3	3	7	9	10	16	11	10	10	14
10	0	3	1	7	10	10	8	2	12	9	14

3.1 Plantear un contraste de hipótesis que permita decidir si las variables están o no relacionadas.

H_0 : X_A, X_B independientes

H_1 : X_A, X_B no independientes

3.2 Resolver el contraste anterior y tomar una decisión con un nivel de significación del 1%, utilizando para ello el p valor. ¿Cuál ha sido el valor observado en el estadístico de contraste y los grados de libertad?

Pruebas de Independencia

Prueba	Estadístico	Gl	Valor-P
Chi-Cuadrada	212,460	100	0,0000

Advertencia: algunas celdas contienen menos de 5 casos.

Como el p-valor es 0, rechazamos H0

NOTA: Se dijo en clase que sin agrupar, (se puede ver que Statgraphics se "queja" al haber celdas con menos de 5 casos) luego dejaremos este resultado así, se resolverá el contraste más adelante por otros métodos

3.3 Con el fin de estudiar si la distribución de las notas es la misma en ambas asignaturas, se seleccionaron muestras aleatorias de 180 estudiantes de la Materia A y 240 estudiantes de la Materia B. Las notas obtenidas se muestran en la siguiente tabla:

	Notas								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Materia A	3	5	14	37	48	44	26	3	0
Materia B	0	6	15	47	58	58	35	15	6

Plantear el contraste de hip tesis que permita resolver la cuestión planteada. Resolver el contraste y tomar una decisión con un nivel de significación del 8% utilizando para ello el p valor. Indicar el valor observado del estadístico de contraste y los grados de libertad.

H0: Las notas de la Materia A y la Materia B siguen una distribución común
H1: Las notas de la Materia A y la Materia B no siguen una distribución común

Pruebas de Independencia

Prueba	Estadístico	Gl	Valor-P
Chi-Cuadrada	14,228	8	0,0760

Advertencia: algunas celdas contienen menos de 5 casos.

El p-valor es menor que el α, por lo cual rechazamos H0, es decir, las notas de las materias no siguen una distribución común

NOTA: Al igual que en el apartado anterior, se dijo en clase que sin agrupar, (se puede ver que Statgraphics se “queja” al haber celdas con menos de 5 casos) luego dejaremos este resultado así, se resolverá el contraste más adelante por otros métodos

3.4 Calcular un IC de nivel aproximado 0.95 para la proporción de estudiantes que aprueban cada una de las materias.

MATERIA A:

Pruebas de Hipótesis
Proporción de muestra = 0,8777
Tamaño de muestra = 180

Intervalo aproximado del intervalos de confianza del 95,0% para p: [0,820729;0,921732]

Hipótesis Nula: proporción = 0,5
Alternativa: no igual
Valor-P = 0,0
Rechazar la hipótesis nula para alfa = 0,05.

MATERIA B:

Pruebas de Hipótesis
Proporción de muestra = 0,9125
Tamaño de muestra = 240

Intervalo aproximado del intervalos de confianza del 95,0% para p: [0,869358;0,945019]

Hipótesis Nula: proporción = 0,5
Alternativa: no igual
Valor-P = 0,0
Rechazar la hipótesis nula para alfa = 0,05.

3.5 ¿Se puede aceptar que las proporciones de alumnos que aprueban son las mismas en ambas materias? Razonar la respuesta.

$$\left.\begin{array}{l} H_0: p_A - p_B = 0 \\ H_1: p_A - p_B \neq 0 \end{array}\right]$$

Pruebas de Hipótesis
Proporciones muestrales = 0,8777 y 0,9125
Tamaños de muestra = 180 y 240

Intervalo aproximado del intervalos de confianza del 95,0% para la diferencia entre proporciones: [-0,0945398;0,0249398]
Hipótesis Nula: diferencia entre proporciones = 0,0
Alternativa: no igual
Estadístico z calculado = -1,16407
Valor-P = 0,244396
No rechazar la hipótesis nula para alfa = 0,05.

Debido a que el p-valor es alto, no se puede rechazar la hipótesis nula, por lo que se puede aceptar que las proporciones son las mismas en ambas materias

3.6 Calcular un IC de nivel aproximado $0{:}97$ para la diferencia de proporciones de estudiantes de las Materias A y B que obtienen un 10. ¿Se puede afirmar con una confianza (aproximada) del 97% que la proporción de alumnos de las Materias A y B que tienen un 10 es la misma? ¿Y que es mayor en la Materia B? Justificar la respuesta.

Prueba de Hipótesis (Dos Muestras)

Proporciones muestrales = 0,0 y 0,025
Tamaños de muestra = 180 y 240

Intervalo aproximado del intervalos de confianza del 95,0% para la diferencia entre proporciones: [-0,0447522;-0,00524779]
Hipótesis Nula: diferencia entre proporciones = 0,0
Alternativa: no igual
Estadístico z calculado = -2,13664
Valor-P = 0,0326273
Rechazar la hipótesis nula para alfa = 0,05.

Podemos ver que, si observamos el p valor, lo que este nos dice es que no debemos rechazar la hipótesis nula, pero observando el IC, el 0 no esta en el intervalo, por lo cual deberíamos rechazarla. Para resolver esto, planteemos un contraste de desigualdades

pA = proporción de estudiantes con un 10 en la materia A
pB = proporción de estudiantes con un 10 en la materia B

$$H_0: p_A - p_B \leq 0$$
$$H_1: p_A - p_B > 0$$

Pruebas de Hipótesis

Proporciones muestrales = 0,0 y 0,025
Tamaños de muestra = 180 y 240

Intervalo aproximado del límite inferior de confianza del 95,0% para la diferencia entre proporciones: [-0,0415766]

Hipótesis Nula: diferencia entre proporciones = 0,0
Alternativa: mayor que
Estadístico z calculado = -2,13664
Valor-P = 0,983686
No rechazar la hipótesis nula para alfa = 0,05.

En este caso no podemos rechazar la hipótesis nula, porque el p-valor es muy grande, por lo que podemos concluir que la proporción de alumnos que obtienen un 10 es mayor en la materia B

3.7 ¿Cuántos estudiantes de cada materia deben seleccionarse si se desea estimar la diferencia de proporciones utilizadas en el apartado anterior con una precisión del 5% y un nivel de confianza del 95%? (suponer que se toman muestras de igual tamaño en ambas poblaciones de estudiantes y utilizar las estimaciones del enunciado).

Determinación de Tamaño de Muestra

Parámetro a estimar: diferencia entre parámetros binomiales
Tolerancia deseada: +- 0,005 cuando la diferencia = 0,0 y las proporciones son aproximadamente 0,025
Nivel de confianza: 95,0%

El tamaño de muestra requerido es de 7491 observaciones para la muestra 1 y 7491 observaciones para la muestra 2.

3.8 Repetir el apartado anterior si no se tiene una estimación inicial de las proporciones. Justificar la respuesta.

Determinación de Tamaño de Muestra

Parámetro a estimar: diferencia entre parámetros binomiales
Tolerancia deseada: +- 0,005 cuando la diferencia = 0,0 y las proporciones son aproximadamente 0,5
Nivel de confianza: 95,0%

El tamaño de muestra requerido es de 76830 observaciones para la muestra 1 y 76830 observaciones para la muestra 2.

EJERCICIO 4

El número semanal de fallos por problemas de *software* que se han producido en un sistema informático son los siguientes:

Número de fallos	0	1	2	3	4	5	6	8
Frecuencia	41	62	63	38	12	7	1	1

4.1 ¿Puede aceptarse que el número semanal de fallos por problemas de *software* que se producen en ese sistema informático es una variable aleatoria con distribución de Poisson? Justificar la respuesta.

$$\left.\begin{array}{l} H_0: X \sim P(\lambda) \\ H_1: X \not\sim P(\lambda) \end{array}\right\}$$

Valor-P = 0,809949

El p-valor es alto, por lo cual no podemos rechazar H0 asi que si podemos suponer que el numero semanal de fallos por problemas de software que se producen en un sistema informático sigue una distribución de Poisson

Suponiendo que el número semanal de fallos por problemas de *software* se distribuye según una ley de Poisson:

4.2 Calcular una estimación insesgada de la tasa semanal de fallos del sistema por problemas de *software*. Razonar la respuesta.

Como suponemos que la variable tasa de fallos sigue una distribución de Poisson, estimamos la media

Ajuste de Distribuciones (Ajuste de Datos No Censurados) - Número de Fallos

Datos/Variable: Número de Fallos

225 valores con rango desde 0,0 a 8,0

Distribuciones Ajustadas

Poisson
media = 1,77333

4.3 Calcular un intervalo de confianza de nivel al menos $0{:}94$ para el parámetro de la distribución, justificando la respuesta.

Formulario 3

Intervalo de nivel $(1-\alpha)$ = $\left[\bar{x} \pm \frac{\sigma_0}{\sqrt{n\alpha}}\right]$

$n = 225$

$\rightarrow \bar{x} = \bar{\lambda}$

$\rightarrow \sigma_0 = \sqrt{\bar{\lambda}} = \sqrt{\bar{x}}$

$\rightarrow 1-\alpha = 0{,}94 \; ; \; \alpha = 0{,}06$

$IC \left[1{,}77333 \pm \frac{\sqrt{1{,}77333}}{\sqrt{225 \cdot 0{,}06}}\right] = \left[1'41090 \, , \, 2'13676\right]$

4.4 Calcular ahora un intervalo de confianza de nivel aproximado $0{:}94$ para el parámetro de la distribución utilizando el TCL.

Pruebas de Hipótesis

Tasa muestral = 1,77333
Tamaño de muestra = 225

Intervalo aproximado del intervalos de confianza del 94,0% para la tasa: [1,61015;1,94868]

Hipótesis Nula: tasa = 0,5
Alternativa: no igual
Valor-P = 0,0
Rechazar la hipótesis nula para alfa =
0,06.

4.5 ¿Puede aceptarse, a un nivel del 2% que, como dice el ingeniero informático responsable del sistema, la tasa semanal de fallos es de a lo más 1:6? ¿Y a un nivel del 5%? Justificar la respuesta.

Pruebas de Hipótesis
Tasa muestral = 1,77333
Tamaño de muestra = 225

Intervalo aproximado del intervalos de confianza del 98,0% para la tasa: [1,57335;1,99108]

Hipótesis Nula: tasa = 1,6
Alternativa: no igual
Valor-P = 0,042445
No rechazar la hipótesis nula para alfa =
0,02.

No se puede rechazar H0 para α, porque p-valor>α

Pruebas de Hipótesis
Tasa muestral = 1,77333
Tamaño de muestra = 225

Intervalo aproximado del intervalos de confianza del 95,0% para la tasa: [1,60357;1,95617]

Hipótesis Nula: tasa = 0,5
Alternativa: no igual
Valor-P = 0,0
Rechazar la hipótesis nula para alfa =
0,05.

Se rechaza H0 porque p-valor<α