

---

# ***Medidas Óticas e Propriedades da Luz***

**Laboratório de Física III**

**Departamento de Física e Astronomia da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto**

---

## Índice

1. <i>Objetivos</i>	3
2. <i>Introdução</i>	3
3. <i>Polarização da Luz</i>	6
3.1 Luz polarizada linearmente	6
3.2 Luz polarizada elipticamente	8
3.3 Propagação em meios óticos anisotrópicos	10
3.4. Derivação das relações a verificar experimentalmente	12
3.4.1 Lei de Malus	12
3.4.2 Análise de luz polarizada elipticamente	13
3.5. Medida da intensidade ótica	15
4. <i>Velocidade da Luz</i>	17
4.1 Introdução	17
4.2 Determinação da velocidade da luz por modulação da intensidade ótica	17
5. <i>Execução do Trabalho</i>	20
5.1 Polarização da luz	20
5.1.1 Equipamento disponível	20
5.1.2 Preparação prévia do trabalho	21
5.1.3 Trabalho laboratorial	21
5.1 Velocidade da luz	23
5.1.1 Equipamento disponível	23
5.1.2 Preparação prévia do trabalho	24
5.1.3 Trabalho laboratorial	25
6. <i>Referências</i>	26

---

## 1. Objetivos

Esta experiência está estruturada segundo dois objetivos principais, nomeadamente:

- Estudar fenomenologia relativa à polarização da luz, em particular as situações de luz monocromática linearmente polarizada, circularmente polarizada e elipticamente polarizada;
- Determinar a velocidade da luz no ar e num meio sólido (acrílico) utilizando para o efeito técnicas avançadas de processamento de sinal.

## 2. Introdução

A luz solar e todas as outras formas de iluminação natural e artificial produzem ondas de luz cujos vetores do campo elétrico e do campo magnético vibram no plano perpendicular à direção de propagação. Se a oscilação do vetor campo elétrico é restrita a uma única direção por filtragem adequada da onda eletromagnética, então a luz é designada de linearmente polarizada (o campo magnético também tem a sua oscilação circunscrita a uma direção que é ortogonal à da oscilação do campo elétrico e à direção de propagação da onda).

O olho humano não tem a capacidade de distinguir o estado de polarização da luz, pelo que esta só pode ser detetada por meio de um efeito de intensidade ou cor, por exemplo, pela redução da intensidade da luz quando se utiliza óculos de sol sensíveis ao estado de polarização da luz<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Deve ser referido que a biosfera tem muitos exemplos de seres vivos com capacidades visuais que abrangem a deteção do grau de polarização da luz. É o caso das abelhas, sendo instrutivo incluir aqui algumas notas descrevendo como é que essa capacidade foi descoberta. Na segunda metade da década de 1940, *Karl Von Frisch* (cientista austríaco, 1886-1982, Prémio Nobel da Medicina em 1973) descobriu que as abelhas têm a capacidade da linguagem simbólica através da dança, tendo publicado estes resultados em 1949. De modo sintético, compreendeu que o tipo de dança da abelha comunica às outras abelhas as coordenadas de um bloco de flores relativamente à colmeia, sendo o referencial destas coordenadas centrado no Sol, donde para as abelhas se dirigirem da colmeia à localização das flores têm que conhecer a sua posição. Se o céu estiver limpo, a localização do Sol é determinada pela visão das abelhas; se o céu estiver encoberto, as abelhas utilizam outro sistema de sensorização, nomeadamente, detetam o grau de polarização da luz, já que luz que vem diretamente do Sol é essencialmente despolarizada, enquanto luz que chega aos olhos das abelhas de outras direções tem um certo grau de polarização, que é máximo se a abelha estiver a receber luz solar espalhada a um ângulo de 90 graus relativamente ao Sol. Assim, avaliando o grau de polarização da luz segunda várias direções determinam aquela em que se encontra o Sol, isto é, a origem do seu sistema de coordenadas, a partir do qual e das coordenadas enviadas pela abelha que descobriu o campo de flores permite às abelhas da colmeia dirigirem-se para esse local. O trabalho de Karl Von Frisch relativo a mais de 50 anos de estudo sobre as abelhas foi publicado em 1967 numa obra intitulada *The Dance Language and Orientation of Bees*, constituindo um dos marcos da ciência.

A este propósito é interessante e relevante referir o episódio seguinte. Em abril de 1949 *Karl Von Frisch* visitou a Universidade de Princeton e apresentou uma palestra sobre as suas descobertas relativamente às abelhas, estando Einstein na assistência. Sabe-se que no dia seguinte os dois tiveram uma longa conversa onde certamente terão falado sobre o sistema de orientação das abelhas. Em 1949, um jovem engenheiro de radar britânico, Glyn Davys, muito interessado nas capacidades sensoriais dos animais, toma conhecimento das descobertas de Karl Von Frisch sobre a linguagem simbólica/orientação das abelhas, fica muito impressionado com estas descobertas e interroga-se sobre os princípios físicos que estariam subjacentes. Na procura de explicações escreve uma carta a Einstein perguntando a sua opinião sobre o assunto (Glyn Davys nunca tinha estado com Einstein, simplesmente resolveu escrever-lhe sendo ele a referência que era no domínio da Física). Einstein respondeu a este senhor, sabendo-se por relatos da sua esposa que ficou muito sensibilizado por Einstein ter arranjado disponibilidade para o fazer. Nada disto se saberia caso não fosse revelado em 2019 novas descobertas sobre as capacidades das abelhas (nomeadamente, as abelhas compreenderem o conceito matemático do zero). A esposa de Glyn Davys (já falecido na altura) ouviu estas notícias e lembrou-se da carta que estava na família da resposta à missiva do seu marido perguntando a Einstein o que poderia explicar as capacidades das abelhas. Resolveu entregar a carta à universidade local, que posteriormente a enviou para Londres, tendo sido analisada pela Universidade Hebraica de Jerusalém que confirmou a sua autenticidade. Esse texto de Einstein foi publicado no contexto de um artigo presente na edição de janeiro de 2021 da revista científica *Journal of Comparative Physiology A* (fundada por Karl Von Frisch). Nele aparecem os seguintes parágrafos: “*Estou bem familiarizado com a admirável investigação do Sr. v. Frisch ... não consigo ver a possibilidade de utilizar esses resultados na investigação sobre os fundamentos da física. Esse só poderia ser o caso se um novo tipo de percepção sensorial, responsável pela resposta a esses estímulos, fosse revelado através do comportamento das abelhas ... É concebível que a investigação do comportamento de aves migratórias e*

As primeiras evidências relativas à existência de luz polarizada surgiram por volta de 1669, quando *Erasmus Bartholin*<sup>2</sup> descobriu que os cristais de um mineral que constituía uma variedade transparente e incolor de calcite produzem uma imagem dupla quando os objetos são vistos através deles, descobrindo assim a propriedade da dupla refração. No decurso das experiências que realizou também observou um fenômeno incomum: quando esses cristais são rodados em torno de um certo eixo, uma das imagens move-se em círculo ao redor da outra, fornecendo evidência de que os cristais estão, de alguma forma, dividindo a luz em duas ondas com diferentes propriedades.

Cerca de um século depois, *Etienne Malus*<sup>3</sup> examinou padrões obtidos a partir de luz refratada em cristais de calcite, tendo notado que, em determinadas circunstâncias, um dos padrões desapareceria. Como consequência desta observação, os estudos que fez relativos à interação de luz natural com estes cristais permitiu-lhe chegar à conclusão de que a luz natural é a sobreposição de duas ondas, com os seus campos elétricos a oscilarem em planos ortogonais e sem nenhuma relação de fase estável entre eles. Selecionando apenas uma destas ondas e fazendo-a passar por um outro cristal de calcite com uma orientação adequada, determinou a relação analítica para a intensidade da luz que atravessava este segundo cristal, a qual ficou conhecida como *Lei de Malus*, que será objeto de estudo neste procedimento experimental.

Malus faleceu em 1812 (com 36 anos), o ano em que foi projetado e construído por *François Arago*<sup>4</sup> o primeiro filtro de polarização, ou simplesmente polarizador, a partir de um conjunto compactado de películas de mica. A disponibilidade deste componente permitiu-lhe a realização de uma série de experiências que possibilitaram determinar um conjunto de propriedades relativas à polarização da luz. Estas experiências foram do conhecimento de *Augustin-Jean Fresnel*<sup>5</sup>, constituindo para este uma motivação adicional para desenvolver estudos teóricos em torno da ideia de que a luz era um fenômeno ondulatório. Num período de 4 anos (1815-1819) Fresnel estabeleceu aquilo que se designa de ótica física, estruturando um formalismo que explicava observações relativas à difração da luz, também o que decorria da sua natureza vetorial, em particular no que respeita à polarização.

Com os trabalhos de Fresnel e em contraponto à teoria corpuscular estabelecida por Newton, afirmou-se o conceito de que a luz era um fenômeno ondulatório de natureza vetorial, sendo que daqui derivavam as propriedades relativas à polarização. Mais tarde nesse século *James Clerk Maxwell*<sup>5</sup> realizou a síntese dos

---

*pombos-correio possa algum dia levar à compreensão de algum processo físico que ainda não é conhecido*". Estas palavras de Einstein despertaram muito interesse pois tem afirmações surpreendentes para a época em que foi escrito, altura em que se assumia como certo que os animais tinham os mesmos sentidos que os humanos (mais ou menos apurados; só décadas mais tarde é que apareceram as primeiras evidências que revelaram as capacidades de "visão magnética" por parte de muitas aves). Este episódio aponta Einstein como um dos primeiros físicos do século XX a sugerir que nova física poderia ser descoberta a partir do estudo das propriedades sensoriais de seres vivos no nosso planeta.

<sup>2</sup> **Erasmus Bartholin** (1625-1698) foi um matemático dinamarquês que se tornou conhecido pela descoberta da dupla refração no *feldspato-da-islândia*, sendo que a descrição desta observação consta do seu livro *Experientia crystalli Islandici diadactylastici* (1669). Esta descoberta levou a que muitos cientistas se interessassem pelo assunto, nomeadamente Newton e Huygens, que tentaram, embora sem êxito, incorporá-la nas suas teorias sobre a luz. Só no século XIX este fenômeno foi compreendido com os trabalhos de Malus e de Fresnel sobre polarização.

<sup>3</sup> **Etienne Malus** (1775-1812) foi um oficial do exército francês com competências em engenharia, física e matemática, tendo participado na expedição de Napoleão ao Egito (1798-1801). Para além dos resultados que obteve no âmbito do seu estudo sobre a polarização da luz, realizou experiências para verificar a teoria de Christiaan Huygens sobre a natureza da luz, sendo de salientar que a reescreveu numa forma analítica. Como curiosidade, o seu nome está incluído na lista de 72 nomes que aparecem inscritos na Torre Eiffel.

<sup>4</sup> **François Arago** (1786-1853) foi um famoso cientista francês a quem se deve um conjunto vasto de desenvolvimentos científicos, como por exemplo o princípio da produção do magnetismo pela rotação de um condutor não magnético e a conceção de uma experiência para verificação da teoria ondulatória da luz. Teve também uma ação relevante nos estudos que levaram à descoberta das leis relativas à polarização da luz. Deve-se também a ele a conceção, em 1838, de uma experiência que permite comparar a velocidade da luz no ar, na água e no vidro. Foi diretor do Observatório Astronómico de Paris desde 1834 até à sua morte, também secretário permanente da Academia das Ciências de França. O seu nome está também incluído na lista acima referida relativa a nomes que aparecem inscritos na Torre Eiffel.

<sup>5</sup> Nota biográfica no protocolo relativo ao trabalho *Estudo de Fenómenos de Interferência Ótica e Aplicações*.

fenómenos elétricos e magnéticos estabelecendo o formalismo da teoria eletromagnética, a partir do qual constatou que a luz era, de facto, uma onda eletromagnética num intervalo de frequências para o qual o olho humano é sensível, generalizando para todo o espectro eletromagnético os conceitos associados com a polarização da luz.

Uma das propriedades da luz é a velocidade com que se propaga no vazio, uma das constantes fundamentais da física, que na realidade se pode adjetivar como um **absoluto**<sup>6</sup>, pois independentemente da forma como um observador se movimenta no espaço-tempo a velocidade que encontra para a propagação da luz no vácuo é sempre a mesma<sup>7</sup>.

Numa perspetiva histórica é relevante salientar que nem sempre se considerou que a luz tinha uma velocidade de propagação finita, sendo que, tanto quanto se sabe, foi *Empedocles*<sup>8</sup> no século V a.C. o primeiro pensador a argumentar nesse sentido. Nos catorze séculos seguintes alternou a tendência para considerar a velocidade da luz infinita ou finita, sendo de salientar a contribuição no século XI do cientista e filósofo islâmico *Hasan Ibn al-Haytham*<sup>9</sup> (latinizado como *Alhazen*). No seu livro *Book of Optics* apresentou uma série de argumentos que o levou a rejeitar a teoria da emissão da visão, segundo a qual era o olho que emitia luz que ao ser refletida pelo objeto regressava ao olho gerando-se uma imagem desse objeto, em favor da designada teoria da intromissão na qual a luz se move de um objeto iluminado por uma fonte externa para o olho. Essa argumentação levou Alhazen a concluir que a luz deve ter uma velocidade finita, sendo esta menor em meios mais densos.

A primeira estimativa quantitativa da velocidade da luz foi feita por *Ole Rømer*<sup>10</sup> na segunda metade do século XVII. Tendo por base a observação de que os períodos de translação da lua mais interna de Júpiter, *Io*, pareciam

---

<sup>6</sup> Albert Einstein (1879-1955) atribuiu às suas teorias de 1905 e 1915 as designações *Relatividade Restrita* e *Relatividade Generalizada*, respetivamente, pelo facto da caracterização por estas teorias de um fenómeno físico ser idêntica para dois observadores que se movam um em relação ao outro com movimento uniforme ou com movimento acelerado. O sucesso destas teorias e a aura de genialidade/transcendência a seu respeito que se disseminou na sociedade muito para além do domínio científico, teve reconhecida influência na emergência da corrente filosófica conhecida como *Relativismo*, segundo a qual e no contexto social tudo é relativo, as causas e efeitos devem ser relativizados, a eles deve ser atribuída importância relativa, mesmo em situações extremas de injustiça e opressão no contexto da comunidade humana. Os seus proponentes e defensores chegaram a utilizar argumentos a favor desta doutrina do tipo “até Einstein descobriu que tudo é relativo”, o que muito surpreendeu Einstein numa primeira fase, que rapidamente se transformou em preocupação, levando-o na parte final da sua vida a lamentar-se ter associado a palavra “relatividade” às suas teorias, tanto mais que um dos seus pilares está ancorado em algo que é *absoluto*, a constância da velocidade da luz.

<sup>7</sup> Com frequência não se interioriza o que de surpreendente decorre do facto de, independentemente do modo como o observador se movimenta quando realiza uma experiência para medir a velocidade da luz, obtém sempre o mesmo valor  $c_0 = 299792458 \text{ m}^{-1}$ . Sendo a grandeza da velocidade a razão entre uma extensão de espaço e uma extensão de tempo, para o caso da luz o espaço que se observa a luz atravessar e o tempo que se regista para essa propagação ajustam-se para que a sua razão seja igual a  $c_0$ , ou seja, o espaço-tempo acessível ao observador tem que satisfazer esta condição. Porque é que isso acontece continua a ser um grande ponto de interrogação, sendo razoável afirmar que quando for elucidado isso constituirá uma evolução de natureza qualitativa no nosso conhecimento do mundo físico.

<sup>8</sup> *Empedocles* (490-430 a.C.) foi um filósofo grego pré-socrático e cidadão nativo de Akragas, uma cidade grega na Sicília. Muito influenciado pela Escola Pitagórica, esteve na origem da teoria cosmogônica dos quatro elementos clássicos (terra, ar, água, fogo), tendo também proposto a existência de duas forças universais que designou de *Amor* e *Conflito* responsáveis por agregar e desagregar esses elementos. É também conhecido por se opor à prática do sacrifício de animais em rituais, contestando mesmo a sua utilização na alimentação humana.

<sup>9</sup> *Hasan Ibn al-Haytham* (96 –1040) foi um matemático, astrónomo e físico árabe da *Idade de Ouro Islâmica*. É por vezes referido como “o pai da ótica moderna”, já que fez contribuições importantes no domínio dos princípios da ótica e, de modo muito significativo, ao nível dos mecanismos físicos e da percepção visual. O seu trabalho mais influente intitulado *Livro de Ótica* foi escrito no período 1011-1021, tendo sido traduzido para latim no contexto da ocupação árabe da Península Ibérica, o que possibilitou a sua preservação ao longo dos séculos. Foi um dos primeiros proponentes do conceito de que uma hipótese deve ser apoiada em evidência experimental, sendo, pois, um pioneiro do método científico cinco séculos antes do Renascimento, razão de, por vezes, ser identificado como o “primeiro verdadeiro cientista”.

<sup>10</sup> *Ole Rømer* (1644 –1710) foi um astrónomo, físico e matemático dinamarquês. Trabalhou muitos anos no Observatório de Paris tendo a tarefa de compilar dados relativos à órbita de *Io*, o satélite mais interno dos quatro grandes satélites de Júpiter descobertos por Galileu em 1610. O objetivo consistia em determinar com precisão o período orbital do satélite, já que no século XVII se assumia que essa informação poderia ser relevante para a navegação marítima. O conjunto vasto de registos que daí decorreram levaram-no a

ser mais curtos quando a Terra se aproximava de Júpiter do que quando se afastava, concluiu que a luz viaja a uma velocidade finita. A partir de um conjunto de observações agregadas ao longo de oito anos e beneficiando da colaboração de *Christiaan Huygens*<sup>5</sup>, em 1676 estimaram o valor de 220 000 km/s para a velocidade da luz, cerca de 26% menor do que o valor real. Desde essa época a velocidade da luz foi sendo determinada com crescente precisão, até um ponto em que se entendeu relevante para uma melhor operabilidade do *Sistema Internacional de Unidades* atribuir-lhe o valor exato de 299 792 458 m/s, o que aconteceu em 1983.

### 3. Polarização da Luz

Ir-se-á considera-se as situações de luz polarizada linearmente e de luz polarizada elipticamente, sendo que neste caso se irá também analisar as situações limite em que a luz se converte em luz polarizada circularmente num caso, e em luz polarizada linearmente noutro.

#### 3.1. Luz Polarizada Linearmente

Uma fonte de luz é geralmente constituída por um grande número de emissores (atômicos, iónicos, moleculares), com distribuição e orientação eventualmente aleatória. A emissão ótica resultante de transições de níveis energéticos internos dessas espécies será de fótons com energias não totalmente coincidentes, viajando em direções provavelmente arbitrárias. Em casos mais simples, a emissão (de fótons, ou ondas óticas) poderá ser bem mais regular, como no caso de muitos lasers. Em boa aproximação, a radiação emitida pode ser modelizada como uma onda plana, monocromática, com os vetores campo elétrico  $\vec{E}$  e campo magnético  $\vec{B}$  mutuamente ortogonais e transversais à direção de propagação.

Mesmo nessa situação, a orientação transversal de  $\vec{E}$  (ou  $\vec{B}$ ) poderá variar ao longo do tempo, de modo aleatório, como é o caso da luz solar (os lasers emitem, em geral, luz predominantemente polarizada). Contudo, a transmissão dessa radiação através de um polarizador linear gera uma onda linearmente polarizada, ou seja, com o vetor  $\vec{E}$  permanentemente orientado na direção de polarização  $\theta$  desse polarizador (Fig. 1).

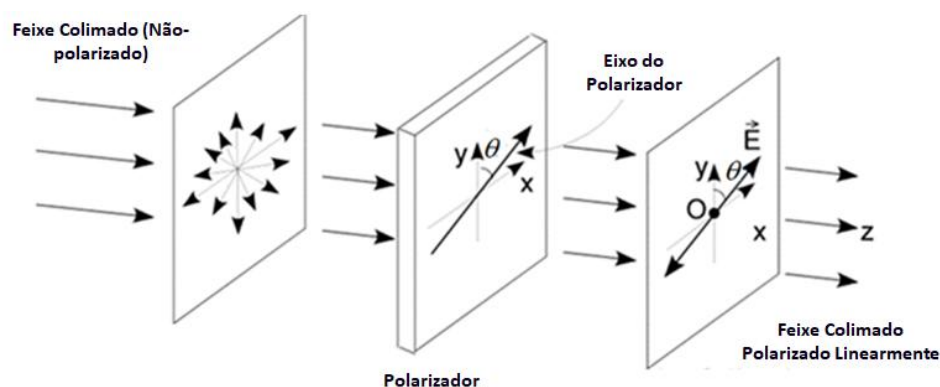


Figura 1. Obtenção de luz polarizada linearmente pela utilização de um polarizador linear.

Assim, num ponto  $O$  e ao longo do tempo  $(\vec{E}(0,t))$ , ou num dado instante  $t_0$  e ao longo do eixo dos  $z$   $(\vec{E}(z,t_0))$ , para uma onda monocromática de frequência angular  $\omega$  e número de onda  $k$ , ter-se-á:

---

concluir que a velocidade da luz teria que ser finita para haver coerência nos mesmos, ponto de partida para novas observações dirigidas à determinação do seu valor, o que também teve como consequência ter projetado e construído os mais precisos instrumentos astronómicos da época.

$$\vec{E} = (\hat{i}E_{0x} + jE_{0y})\cos(kz - \omega t) \quad (1)$$

com  $k = 2\pi / \lambda$  e  $\omega = 2\pi f = 2\pi / T$ , sendo  $\lambda$  o comprimento de onda da radiação no meio,  $f$  a sua frequência e  $T$  o período. A propagação desta onda está ilustrada na Fig. 2.

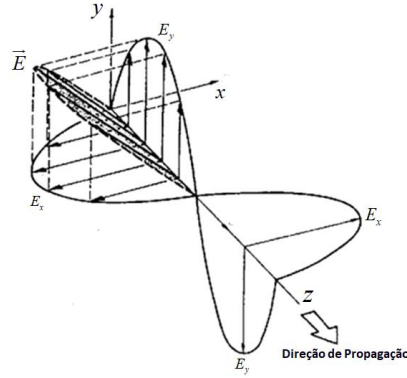


Figura 2. Campo elétrico de uma onda linearmente polarizada que se propaga segundo z.

Considere-se a transmissão de uma tal onda plana monocromática  $\vec{E}_p$  (produzida pelo polarizador orientado segundo o ângulo  $\theta$  relativamente ao eixo dos y) através de um segundo polarizador orientado segundo este eixo, designado como *analizador*, conforme ilustrado na Fig. 3.

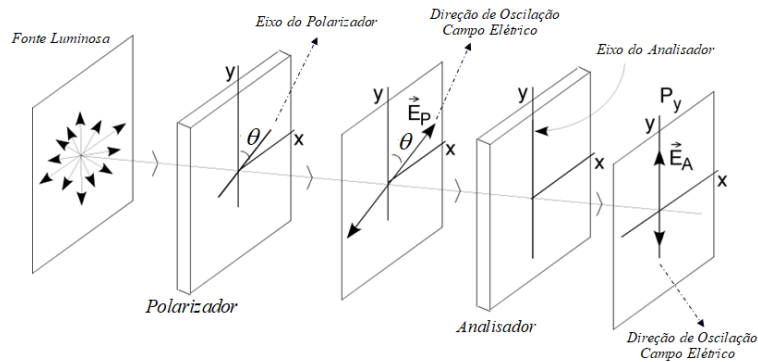


Figura 3. Polarização da luz e sua orientação após a passagem por um polarizador e um analisador.

A onda  $\vec{E}_A$  emergente do analisador é linearmente polarizada segundo o eixo deste. Assim,  $\vec{E}_A$  resulta da componente de  $\vec{E}_p$  segundo o eixo do analisador, ou seja, em face da geometria indicada na figura:

$$E_A = E_p \cos \theta \quad (2)$$

Um detetor de radiação mede a intensidade luminosa, proporcional a  $|\vec{E}_A|^2$ . Logo, num detetor posicionado após o analisador incide a potência ótica

$$P(\theta) = P(0) \cos^2 \theta \quad (3)$$

Esta relação é conhecida como *Lei de Malus*.

O elemento polarizador mais comum é o *polaroid*, inventado por *Edwin Land*<sup>11</sup> em 1928. No essencial, trata-se de uma folha de plástico (álcool polivinílico), distendida numa direção particular de modo a alinhar as longas moléculas do material, impregnada de iodo que se liga às cadeias alongadas das moléculas poliméricas. Os eletrões dos iões de iodo podem deslocar-se ao longo das cadeias moleculares tal como num fio condutor. A componente do campo  $\vec{E}$  da onda ótica incidente paralela às moléculas executa trabalho sobre os eletrões, sendo absorvida. Assim, o eixo de transmissão do *polaroid* é normal à orientação destas moléculas.

### 3.2. Luz Polarizada Elípticamente

Considerando a situação geral, em que as componentes transversais do vetor campo elétrico  $\vec{E}$  da onda plana monocromática têm amplitudes  $(E_{0x}, E_{0y})$  e fases iniciais  $(\phi_{0x}, \phi_{0y})$  diferentes, tem-se:

$$\begin{cases} E_x = E_{0x} \cos(kz - \omega t + \phi_{0x}) \\ E_y = E_{0y} \cos(kz - \omega t + \phi_{0y}) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} E_x = E_{0x} \cos(kz - \omega t) \\ E_y = E_{0y} \cos(kz - \omega t + \phi) \end{cases} \quad (4)$$

onde  $\phi = \phi_{0y} - \phi_{0x}$ . A partir destas equações pode-se obter a equação única

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\cos\phi = \sin^2\phi \quad (5)$$

que é equivalente à representação de uma elipse. A existência de uma diferença de fase não nula entre as duas componentes do campo coloca este a rodar em torno da direção de propagação, enquanto a amplitude relativa dessas componentes produz a distribuição elipsoidal do vetor amplitude do campo elétrico ao longo da propagação. A Fig. 4 ilustra a elipse descrita pela extremidade deste vetor no plano xy no intervalo de tempo correspondente a um período da onda (o vetor campo magnético evidencia um comportamento semelhante).

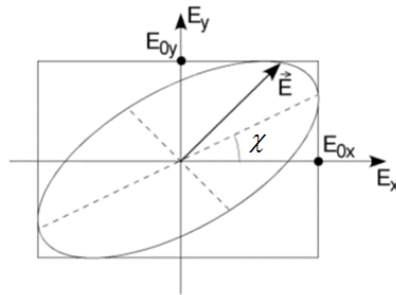


Figura 4. Curva descrita pelo vetor campo elétrico na situação de luz elípticamente polarizada.

Este descritivo traduz a situação de luz *elípticamente polarizada*, sendo que o ângulo  $\chi$  que o eixo maior da elipse faz com o eixo dos x obtém-se da relação

$$\operatorname{tg}(2\chi) = \frac{2E_{0x}E_{0y}}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2} \cos\phi \quad (6)$$

A partir do tratamento geral da polarização da luz decorrem os seguintes casos particulares.

<sup>11</sup> **Edwin Land** (1909-1991) foi um cientista e inventor americano que combinava fortíssima motivação, intuição aguda e uma lendária capacidade/organização de trabalho. Desenvolveu um processo prático e de baixo custo de fabrico de filtros para polarizar a luz, sendo a sua invenção mais revolucionária o processo que permite a fotografia instantânea, que desenvolveu no período 1943-1947, pelo qual uma foto é revelada em 60 segundos ou menos. Estas e outras tecnologias foram exploradas pela empresa *Polaroid* que Land fundou em 1937.



---

### **Polarização Circular**

Quando se tem

$$\phi = \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2}, \pm \frac{5\pi}{2}, \dots \quad (7)$$

a elipse tem os seus eixos alinhados com os eixos coordenados. Se para além disso ocorre a condição

$$E_{0x} = E_{0y} = E_0 \quad (8)$$

da eq. (5) resulta

$$E_y^2 + E_x^2 = E_0^2 \quad (9)$$

que corresponde à equação de uma circunferência, pela que esta situação é identificada de *polarização circular*.

### **Polarização Linear**

Quando se tem

$$\phi = \pm \pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi, \dots \quad (10)$$

a equação (5) reduz-se a

$$E_y = -\frac{E_{0y}}{E_{0x}} E_x \quad (11)$$

que corresponde à equação de uma reta, pela que esta configuração é identificada como *polarização linear*, conforme identificado na secção 3.1.

### **Síntese**

É ilustrativo representar em sequência e de modo visual os vários estados de polarização referenciados, conforme ilustrado na Fig. 5.

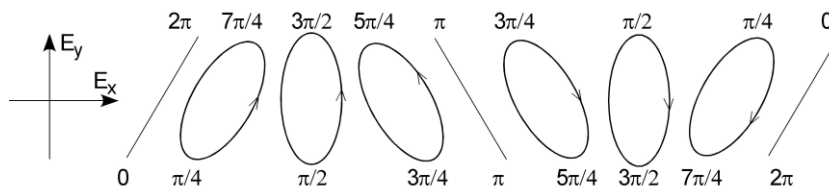


Figura 5. Curva descrita no plano xy pelo vetor campo elétrico para várias diferenças de fase entre as componentes da onda ótica segundo x e y (com  $E_{0x} \neq E_{0y}$ ).

### 3.3. Propagação em Meios Óticos Anisotrópicos

Para se compreender o modo como a luz se propaga em meios anisotrópicos é conveniente apresentar algumas notas sobre como se desenvolve o processo da propagação da luz na matéria.

Quando uma onda plana monocromática<sup>12</sup> entra num meio material o seu campo elétrico exerce uma força elétrica sobre os eletrões dos átomos do material, a qual, relativamente à força de Coulomb exercida pelo núcleo sobre os eletrões, é mais significativa para o caso dos eletrões mais externos<sup>13</sup>. Como essa força é variável no tempo (já que o campo elétrico varia no tempo de forma harmónica), a correspondente aceleração do eletrão é também variável no tempo. A teoria eletromagnética indica que uma carga elétrica acelerada emite uma onda eletromagnética com uma dependência idêntica à dependência temporal da aceleração, que é idêntica à dependência temporal da variação do campo elétrico da onda incidente (não considerando fatores de fase). Isto significa que a interação da onda incidente com os eletrões dos átomos do material onde se propaga origina um enorme número de ondas eletromagnéticas secundárias, cada uma delas associada ao movimento oscilatório de cada eletrão atuado pela onda incidente.

Assim, o campo total no meio resulta da soma da onda incidente com as múltiplas ondas secundárias originadas da forma descrita. Como estas são em “astronómico” número, a interferência construtiva acontece segundo uma direção bem definida para a propagação da onda no meio. Se a onda incide neste (identificado como meio 2) segundo o ângulo  $\theta_i$  relativamente à normal da interface desse meio, a situação de interferência construtiva acontece segundo o ângulo  $\theta_t$  com essa normal determinado pela Lei de Snell<sup>14</sup> ( $n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$ , onde  $(n_1, n_2)$  são os índices de refração do meio onde se propaga a onda incidente e do meio 2, respetivamente).

A direção de propagação da onda num meio é bem determinada quando este é homogéneo, isto é, tem as mesmas propriedades em todos os seus pontos (do ponto de vista ótico, significa que o índice de refração é o mesmo em qualquer localização do meio). Se para além disso for isotrópico, ou seja, quando observado segundo qualquer direção apresenta o mesmo tipo de propriedades, independentemente da polarização da onda incidente a onda transmitida propaga-se segundo a direção determinada pela Lei de Snell.

Na verdade, um meio homogéneo e isotrópico é uma situação muito particular. Se o meio não for homogéneo a propagação da luz, para além de ter uma velocidade variável ao longo deste, não acontece mais em linha reta<sup>15</sup>. Se o meio for homogéneo, mas não isotrópico outro fenómeno acontece. Um meio deste tipo tem os átomos

<sup>12</sup> Uma onda plana monocromática é caracterizada por ter uma única frequência temporal ( $\omega = 2\pi\nu$ ) e uma única frequência espacial (o que é equivalente a afirmar que se propaga no espaço segundo uma direção bem definida, estabelecida pelo versor associado ao correspondente vetor de onda com grandeza  $k = 2\pi / \lambda$ , onde  $\lambda$  é o comprimento de onda no meio onde se propaga a onda). Por decomposição de Fourier, qualquer tipo de onda pode ser expresso como uma soma de ondas planas monocromáticas, cada uma delas com frequências temporal e espacial bem determinadas. Este resultado indica a importância de se analisar a situação particular da propagação de ondas planas monocromáticas.

<sup>13</sup> O campo magnético da onda também exerce uma força magnética sobre esses eletrões. No entanto, na maior parte das situações envolvendo materiais óticos é bem menos significativa do que a força elétrica.

<sup>14</sup> **Willebrord Snell van Royen** (1580-1626) foi um astrónomo e matemático dos Países-Baixos referenciado por ter sido o primeiro cientista depois de Eratóstenes na Grécia Antiga no século III a.C. a procurar determinar por triangulação a circunferência da Terra, tendo obtido em 1617 o resultado de 38 653 km, um valor 3,5% inferior ao valor correto. Para além deste feito, Snell descobriu um novo método matemático para calcular  $\pi$ , o que constituiu o primeiro progresso neste domínio desde os tempos gregos, redescobrimo também a Lei da Refração (já referenciada por Ptolomeu de modo não totalmente preciso), o que viria a torná-lo famoso pois essa lei passou a ser conhecida como *Lei de Snell* (ou *Lei de Snell-Descartes*, pois em França Descartes chegou, de modo independente, à mesma relação)

<sup>15</sup> A análise desta situação leva a um resultado que recompensa fixar: *a luz curva sempre na direção das partes mais densas do meio*. Esta constatação permite facilmente perceber o fenómeno das miragens e explica também uma constatação surpreendente: quando se observa o pôr-do-sol e este se encontra prestes a começar a descer abaixo da linha do horizonte, na verdade já lá não está: situa-se já abaixo da linha do horizonte, sendo que os raios que emite “para cima” são curvados pelo meio não-homogéneo que é a atmosfera na direção da sua parte mais densa, isto é, para as suas camadas mais baixas e chegam aos olhos do observador, o que não aconteceria se não existisse atmosfera.

em ligações relativamente rígidas, donde a liberdade dos seus eletrões serem atuados pelo campo elétrico da onda incidente depende da direção de oscilação deste campo, isto é, da sua polarização. Em certas direções os eletrões estão “*mais à vontade*” para se deslocarem segundo a ação do campo elétrico, emitindo ondas secundárias mais intensas que vão condicionar de forma acrescida a propagação da onda ótica que resulta da interferência acima referida, ou seja, a onda propaga-se com menor velocidade, que atinge um mínimo para uma direção de polarização bem determinada, velocidade essa associada a um maior índice de refração, identificado como  $n_s$  (*s* de *slow*), também referenciado de  $n_e$  (*e* de *extraordinário*). Na situação mais simples de anisotropia, se o campo elétrico da onda incidente oscila segundo qualquer orientação no plano normal à direção de polarização associada ao índice de refração  $n_e$ , então a interação da onda incidente com o meio é mínima, resultando numa onda ótica resultante que se propaga com uma velocidade mais elevada associada ao índice de refração  $n_o$  (*o* de *ordinário*). De notar que quando uma onda eletromagnética incide num meio anisotrópico, o ângulo de refração, isto é, a direção de propagação neste meio, depende da polarização da onda incidente, sendo que quando esta tem componentes a que correspondem os índices de refração  $n_e$  e  $n_o$  no meio anisotrópico origina duas ondas refratadas neste meio<sup>16</sup>.

A situação de meio anisotrópico que será considerada neste procedimento experimental é do tipo uniaxial no formato de uma lâmina de faces paralelas e considerando incidência normal. Na configuração indicada na Fig. 6, uma onda eletromagnética que incide no meio com uma polarização segundo  $x$  propaga-se com uma velocidade associada ao índice de refração  $n_o$ , enquanto se a onda tiver uma polarização linear segundo  $z$  propaga-se no meio com a velocidade determinada por  $n_e$  (a direção  $z$ , perpendicular ao plano  $xy$ , é identificada como *eixo ótico* do meio uniaxial, o qual tem o significado seguinte: luz que se propaga segundo o eixo ótico tem o seu campo elétrico a oscilar no plano  $xy$ , o que implica que independentemente da orientação do campo elétrico neste plano o índice de refração associado à sua propagação é constante e igual a  $n_o$ )<sup>17</sup>.

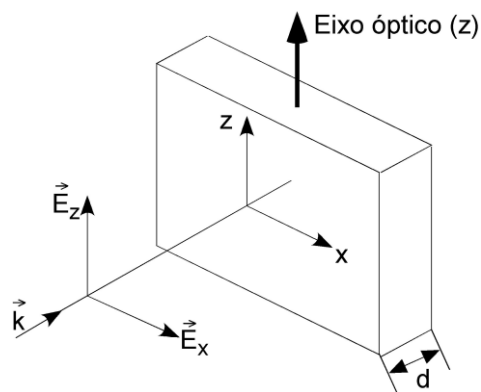


Figura 6. Esquema para a análise da propagação de uma onda eletromagnética através de um meio anisotrópico com incidência perpendicular.

<sup>16</sup> A situação indicada corresponde ao caso mais simples de anisotropia, designada de *uniaxial*, aquele em que a polarização da onda incidente num plano corresponde a um único índice de refração ( $n_o$ ). Em geral, nesse plano em direções perpendiculares de oscilação do campo elétrico da onda incidente o nível de interação com o meio é distinto, o que significa a existência de dois índices de refração distintos ( $n_{o1}, n_{o2}$ ). Nestes meios, designados de *biaxiais*, a propagação segundo uma certa direção de uma onda eletromagnética com um estado de polarização linear bem definido efetua-se com uma velocidade associada a uma combinação linear dos índices de refração ( $n_{o1}, n_{o2}, n_e$ ).

<sup>17</sup> Não deixa de impressionar como a velocidade de propagação de uma onda eletromagnética num meio (considerado isotrópico e homogêneo para simplificar), o resultado do processo tão complexo de interferência da onda original com uma miríade de ondas eletromagnéticas secundárias associadas às oscilações dos eletrões dos átomos do meio induzidas por essa onda, possa ser determinada de modo tão expedito a partir da grandeza macroscópica *índice de refração*, um simples número!

A diferença  $\Delta n = n_e - n_o$  designa-se birrefringência linear do material. Caso a lâmina tenha uma espessura  $d$ , para as ondas incidentes com polarização segundo  $z$  e segundo  $x$  a propagarem-se no material acumula-se uma diferença de fase dada por (sendo  $\lambda_o$  o comprimento de onda no vázio da onda eletromagnética):

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_o} d (n_e - n_o) \quad (12)$$

Uma lâmina de meio comprimento de onda (referenciada como  $\lambda/2$ ) introduz uma diferença de fase  $\Delta\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots, (2m+1)\pi$  com  $m = 0, 1, 2, \dots$  ou seja,

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_o} d (n_e - n_o) = (2m+1)\pi \rightarrow d (n_e - n_o) = (2m+1) \frac{\lambda_o}{2} \quad ; \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (13)$$

Observado a Fig. 5, verifica-se que nestas condições:

- Para polarização linear incidente fazendo um ângulo  $\theta$  com o eixo ótico da lâmina, ocorre uma rotação de  $2\theta$ . Para  $\theta = 45^\circ$ , dá-se uma rotação de  $90^\circ$  da direção de polarização;
- Para polarização elíptica incidente, acontece uma rotação dos eixos da elipse e uma inversão do sentido de rotação do vetor  $\vec{E}$ .

Por seu turno, uma lâmina de quarto de comprimento de onda (referenciada como  $\lambda/4$ ) introduz uma diferença de fase  $\Delta\phi = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \dots, (2m+1)\pi/2$  com  $m = 0, 1, 2, \dots$  ou seja,

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_o} d (n_e - n_o) = (2m+1) \frac{\pi}{2} \rightarrow d (n_e - n_o) = (2m+1) \frac{\lambda_o}{4} \quad ; \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (14)$$

Se a radiação à entrada da lâmina tem polarização linear a  $\theta = 45^\circ$  com o eixo ótico, na sua saída observa-se uma onda com polarização circular.

### 3.4. Derivação das Relações a Verificar Experimentalmente

Nas secções anteriores apresentaram-se alguns elementos relativos à propriedade da polarização da luz, na sua forma geral como luz elipticamente polarizada, assim como no que respeita aos casos particulares da luz linearmente polarizada e da luz circularmente polarizada. Também se indicou como a propagação da luz num meio anisotrópico pode converter radiação linearmente polarizada à sua entrada em elipticamente polarizada na sua saída. Nesta secção irá obter-se as relações teóricas que serão objeto de verificação neste procedimento experimental.

#### 3.4.1 Lei de Malus

Esta lei foi já expressa na eq.(3), sendo que agora vai ser apresentada no contexto do procedimento experimental que será indicado mais adiante. Nele, luz na zona do vermelho emitida por um laser<sup>18</sup> atravessa

<sup>18</sup> O dispositivo a utilizar é um laser semiconductor, designado díodo laser, que emite luz com um certo grau de polarização, isto é, não é totalmente despolarizada. Isso significa que essa luz ao atravessar um polarizador e rodando o seu eixo irá existir uma orientação deste para a qual a luz transmitida é máxima, gerando quando incide no fotodetector o sinal de tensão  $v_{max}$ , sendo mínima quando o eixo é rodado de 90 graus relativamente a essa orientação, a que se associa a tensão  $v_{min}$ . O grau de polarização da fonte ótica é definido como  $\zeta = (v_{max} - v_{min}) / (v_{max} + v_{min})$ .

um polarizador ( $P$ ), cujo eixo de polarização (aquele segundo o qual a luz transmitida está polarizada) faz um ângulo  $\alpha$  com o eixo dos  $x$  do sistema de coordenadas representado na Fig. 7.

A luz que atravessa este polarizador fica linearmente polarizada com o campo elétrico a oscilar segundo o eixo de transmissão deste polarizador. Se agora atravessa um segundo polarizador, que se designa de analisador pois vai analisar a direção de polarização da luz transmitida pelo primeiro polarizador, polarizador esse cujo eixo de transmissão faz um ângulo  $\varphi$  com o eixo dos  $x$  do sistema de coordenadas, ou seja, um ângulo  $\theta = \varphi - \alpha$  com o eixo do primeiro polarizador, pela *Lei de Malus* a potência normalizada transmitida é:

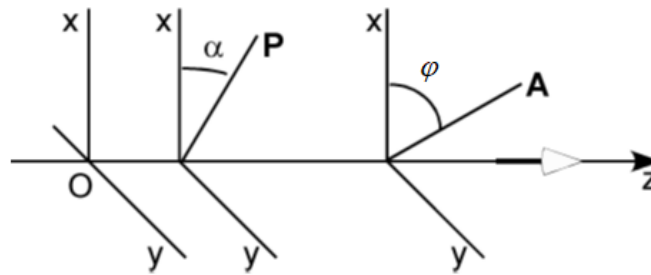


Figura 7. Esquema da propagação da luz através de um polarizador ( $P$ ), com o seu eixo fazendo um ângulo  $\alpha$  com a direção  $x$  de um sistema de coordenadas, seguido de um outro polarizador (designado de analisador,  $A$ ), com eixo fazendo um ângulo  $\varphi$  com essa direção.

$$\frac{P(\theta)}{P_0} = \cos^2 \theta \quad (16)$$

onde  $P_0$  é a potência transmitida quando  $\theta = 0$ , ou seja, quando são paralelos os eixos de transmissão do polarizador e do analisador.

### 3.4.2 Análise de Luz Polarizada Elipticamente

Seja agora a situação em que entre o polarizador e o analisador considerados na Fig.7 se coloca uma lâmina  $\lambda / 4$  com o seu eixo óptico fazendo um ângulo  $\beta$  com o eixo do polarizador (Fig. 8).

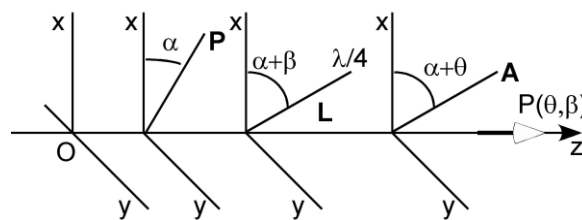


Figura 8. Esquema da propagação da luz através de um polarizador ( $P$ ), com o seu eixo fazendo um ângulo  $\alpha$  com a direção  $x$  de um sistema de coordenadas, seguido de uma lâmina de quarto comprimento de onda ( $L$ ), cujo eixo óptico faz um ângulo de  $\alpha + \beta$  com essa direção, seguida de um outro polarizador (designado de analisador,  $A$ ), com eixo fazendo um ângulo  $\alpha + \theta$  com a direção  $x$  (reparar que  $\theta$  é o ângulo entre os eixos do polarizador e do analisador).

A luz à saída do polarizador é linearmente polarizada, que se converte em circularmente polarizada após a lâmina de  $\lambda / 4$  caso o ângulo  $\beta$  seja de  $45^\circ$ . Nesta situação, a intensidade luminosa à saída do analisador torna-se independente da orientação deste, isto é, do ângulo  $\theta$ , pois todas as orientações do eixo de polarização do analisador são equivalentes na forma como condicionam a transmissão de luz incidente circularmente polarizada.

Quando o ângulo for diferente de  $45^\circ$ , esta independência da potência transmitida pelo analisador no ângulo  $\theta$  deixa de existir, passando a ser função de  $\theta$  e  $\beta$ ,  $P(\theta, \beta)$ . Para se determinar essa dependência considere-se o esquema representado na Fig. 9, em que se tem um sistema de coordenadas alinhados com os eixos da lâmina  $(\eta_1, \eta_2)$ , em que  $\eta_1$  está associado ao eixo rápido da lâmina, isto é, luz com polarização linear segundo esta orientação tem uma velocidade de propagação determinado pelo índice de refração *ordinário* do material ( $c_0 / n_0$ , em que  $c_0$  é a velocidade da luz no vácuo), sendo que luz com polarização linear alinhada segundo o eixo  $\eta_2$  propaga-se com velocidade associada ao índice de refração *extraordinário* do material ( $c_0 / n_e$ ).

Se  $E_0$  é a amplitude do campo elétrico da luz polarizada linearmente transmitida pelo polarizador, a sua projeção segundo os eixos da lâmina tem os valores:

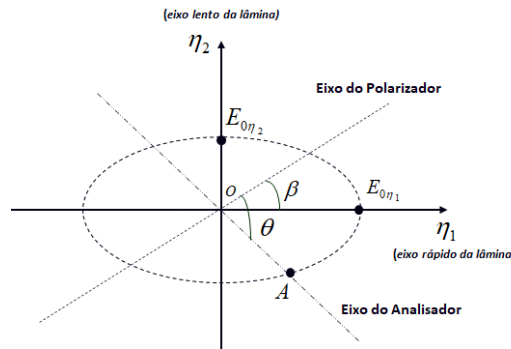


Figura 9. Diagrama indicando a orientação relativa dos eixos coordenados da lâmina de  $\lambda/4$ , do polarizador e do analisador

$$\begin{aligned} E_{0\eta_1} &= E_0 \cos \beta \\ E_{0\eta_2} &= E_0 \sin \beta \end{aligned} \quad (17)$$

Como estas amplitudes têm um desfasamento de  $90^\circ$  devido às características da lâmina, na coordenada espacial  $z$  o vetor campo elétrico da onda de luz percorre ao longo do tempo uma elipse com semieixos maior e menor de valores  $E_{0\eta_1}$  e  $E_{0\eta_2}$ , respetivamente.

Na propagação, a luz polarizada elipticamente encontra o analisador com o seu eixo de transmissão segundo uma certa orientação determinada pelo ângulo  $\theta$ . Se este eixo estiver alinhado com  $\eta_1$  a amplitude transmitida será  $E_{0\eta_1}$ , enquanto se estiver alinhado com  $\eta_2$  será  $E_{0\eta_2}$ . Numa situação geral, identificada pelo ponto A na Fig. 9, a amplitude da onda transmitida é a extensão do segmento de reta  $\overline{OA}$ . Tendo o ponto A coordenadas  $(E_{\eta_1}, E_{\eta_2})$ , a amplitude do vetor campo elétrico da onda transmitida pelo analisador e que incide no detetor é  $E_A = \sqrt{E_{\eta_1}^2 + E_{\eta_2}^2}$ , o que significa uma potência ótica com valor  $P_A = a(E_{\eta_1}^2 + E_{\eta_2}^2)$ , em que  $a$  é uma constante.

A equação da elipse, indicada na eq. 5, para o caso em que  $\phi = \pi/2$  toma a forma:

$$\left( \frac{E_{\eta_2}}{E_{0\eta_2}} \right)^2 + \left( \frac{E_{\eta_1}}{E_{0\eta_1}} \right)^2 = 1 \quad (18)$$

A partir desta equação, dos ângulos  $(\theta, \beta)$  indicados na Fig. 9 e das relações (17) obtém-se as coordenadas  $(E_{\eta_1}, E_{\eta_2})$  do ponto A e com isso a potência que atinge o detetor, nomeadamente:

$$P_A = \frac{P_0}{2} [\cos^2 \theta + \cos^2 (2\beta - \theta)] \quad (19)$$

onde  $P_o = aE_o^2$  é a potência ótica da onda transmitida pelo polarizador. Esta é uma das relações que será verificada experimentalmente neste procedimento<sup>19</sup>.

### 3.5. Medida da Intensidade Ótica

Quando luz incide num fotodetector é gerada uma tensão elétrica proporcional à intensidade ótica, a qual pode ter duas componentes, a do sinal propriamente dito e a relativa à luz ambiente, sendo que esta para efeitos práticos pode ser considerada ruído.

Uma maneira de eliminar o efeito desta segunda componente consiste em modular a fonte ótica com uma frequência bem definida, sendo que por filtragem adequada do sinal de tensão gerado na fotodeteção somente é preservada a componente modulada, que contem a informação que se pretende obter.

Uma maneira expedita de efetuar essa modulação é pela utilização daquilo que se designa na terminologia anglo-saxónica de sistema *chopper* cujo princípio de funcionamento está ilustrado na Fig. 10.



Figura 10. Modulação da luz pelo sistema *chopper*. Utilizando um controlador é aplicado um sinal ao motor do disco que induz neste um certo número de rotações por segundo. O disco está no caminho do feixe luminoso, pelo que quando este encontra uma zona opaca é bloqueado, sendo transmitido noutras situações. Assim, ao fotodetector chega uma sequência de luz/não-luz com uma periodicidade bem definida, o que origina o correspondente sinal de tensão elétrica com uma frequência que é determinada pela frequência de rotação do disco.

Emitindo a fonte uma potência ótica contínua  $P_{\text{fonte}} = P_0$ , após atravessar o disco passa a ser modulada por uma onda quadrada<sup>20</sup> com amplitude unitária e frequência  $f$ ,  $s_f(t)$ , isto é,

$$P_{\text{fonte|chooper}}(t) = P_0 s_f(t) \quad (20)$$

Na fotodeteção é gerado um sinal de tensão proporcional a esta potência ótica:

$$V_{\text{fonte|chooper}}(t) = \eta P_0 s_f(t) \quad (21)$$

a que se adiciona outro termo relativo a luz proveniente de outras fontes luminosas e que atinge o fotodetector, nomeadamente, a iluminação ambiente (com componentes solar e de iluminação artificial),  $V_{\text{ambiente}}(t) = \eta P_{\text{ambiente}}(t)$ . Nestas expressões  $\eta$  é uma constante característica do bloco de fotodeteção utilizado.

<sup>19</sup> Reparar que quando  $\beta = 45^\circ$ , ou seja, a elipse se converte num círculo, a equação anterior fica

$$P_A = \frac{P_0}{2} [\cos^2 \theta + \sin^2 \theta] = \frac{P_0}{2}$$

resultado independente da orientação do eixo do analisador relativamente aos eixos da lâmina de  $\lambda/4$ .

<sup>20</sup> Assume-se que o disco tem igual área opaca e livre, originando uma modulação da potência ótica em onda quadrada.

Assim, o sinal de tensão à saída do bloco de fotodeteção é

$$v_{\text{deteção}}(t) = \eta P_{\text{ambiente}}(t) + \eta P_0 s_f(t) \quad (22)$$

A expansão deste sinal em série de Fourier permite escrever ( $\omega = 2\pi f$ )

$$v_{\text{deteção}}(t) = \eta P_{\text{ambiente}}(t) + \frac{\eta P_0}{2} + \frac{2\eta P_0}{\pi} \left[ \sin\omega t + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \frac{1}{7} \sin(7\omega t) + \dots \right] \quad (23)$$

O que se pretende obter é a tensão  $v_0 = \eta P_0$  pois a partir do seu valor e conhecendo-se  $\eta$  obtém-se  $P_0$ , a grandeza a determinar<sup>21</sup>. Reparar que caso se considere somente a luz solar em  $P_{\text{ambiente}}(t)$ , esta componente é essencialmente constante, donde das duas primeiras parcelas da série acima é impossível separar  $\eta P_{\text{ambiente}}(t)$  de  $\eta P_0 / 2$ , ou seja, é impossível obter  $\eta P_0$ . No entanto, se o sinal da eq. (23) atravessar um filtro de banda centrado em  $\omega$ <sup>22</sup>, à saída deste obtém-se o sinal de tensão

$$v_{\text{deteção|filtro}}(t) = \frac{2\eta P_0}{\pi} \sin\omega t \quad (24)$$

A partir da sua amplitude obtém-se a grandeza pretendida  $v_0 = \eta P_0$ .

Esta sucinta análise revela a importância da técnica *chooper* a qual, como indicado na Fig. 10, consiste em marcar o sinal de interesse com uma assinatura que permite a sua identificação e seleção quando este está misturado com um conjunto de outros sinais os quais, para o efeito, podem ser considerados como ruído. Na situação em análise, em princípio as parcelas luminosas que atingem o detetor são, i) a proveniente da fonte ótica após atravessar os componentes óticos da configuração experimental em estudo, ii) a relativa à luz do dia, e iii) a correspondente à iluminação do laboratório. Como indicado, a segunda é essencialmente constante, enquanto a terceira apresenta uma modulação temporal com uma frequência dupla da frequência da tensão da rede de distribuição de energia elétrica (50 Hz). Assim, em princípio, será adequada uma frequência de modulação  $\omega$  que não esteja próxima da frequência da rede e seus múltiplos<sup>23</sup>.

<sup>21</sup>No argumento apresentado  $P_0$  é a potência ótica emitida pela fonte que atinge o detetor, diretamente ou após atravessar componentes óticos, por exemplo, polarizadores e lâminas de desvio de fase.

<sup>22</sup> Ou para o caso centrado em múltiplos ímpares de  $\omega$ .

<sup>23</sup> Os osciloscópios digitais estão, em geral, munidos de funções matemáticas comuns em processamento de sinal, como somas, subtrações e multiplicações, assim como de operações mais complexas como a Transformada de Fourier. Assim, no osciloscópio e para o canal de visualização ativo pode-se selecionar o modo matemático e escolher a operação FFT (*Fast Fourier Transform*), passando o ecrã a mostrar o sinal indicado na eq. (23), mas em escala logarítmica, isto é,  $20\log_{10}[v_{\text{deteção}}(t)]$ , o que possibilita visualizar tensões numa vasta gama de amplitudes. Um pico aparece na posição de cada um dos harmónicos, sendo que para o caso da frequência fundamental (frequência  $\omega$ ) o correspondente pico tem a amplitude  $20\log_{10}(2\eta P_0 / \pi)$ , donde decorre a grandeza  $\eta P_0$ .



---

## 4. Velocidade da Luz

### 4.1 Introdução

A luz propaga-se no vácuo com velocidade muito elevada ( $c_0 \approx 300\,000\text{ kms}^{-1}$ ) pelo que a sua determinação não é simples, sendo que se dividem em três grupos as técnicas que têm sido utilizadas com esse objetivo, nomeadamente:

1. Determinação do tempo de voo de uma onda luminosa;
2. Utilização de leis físicas que envolvem a velocidade da luz;
3. Consideração de técnicas interferométricas em conjunto com a relação  $c_0 = \nu \times \lambda_0$ , em que  $\nu$  é a frequência da onda luminosa e  $\lambda_0$  o comprimento de onda no vácuo<sup>24</sup>.

A técnica que será considerada neste procedimento experimental situa-se no primeiro destes grupos. Relativamente ao segundo grupo, um exemplo clássico é a utilização da relação encontrada por Maxwell quando, a partir do conjunto de equações que mais tarde viriam a ser conhecidas pelo seu nome, derivou a equação de onda relativa à propagação de ondas eletromagnéticas que continha como velocidade de propagação da luz no vácuo a determinada pela relação

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (25)$$

onde  $\epsilon_0$  e  $\mu_0$  são, respetivamente, a permissividade elétrica e a permeabilidade magnética do vácuo. A determinação mais precisa destas grandezas a partir de fenómenos eletromagnéticos permitiu ao longo do tempo obter um valor mais exato para  $c_0$ <sup>25</sup>.

É relevante referir aqui que continua em aberto a forma como as ondas eletromagnéticas se propagam no vácuo. A questão pode-se colocar desta forma: o que oscila quando estas ondas se propagam? *Maxwell* designou este meio oscilante como *éter*, algo que permeia o espaço e que sustem a propagação destas ondas. As experiências realizadas no final do século XIX permitiram concluir que, a existir, este meio não tem as propriedades que normalmente se atribuem a um meio material, sendo na verdade equivalente ao vácuo físico, isto é, espaço-tempo sem massa e radiação. Assim, a questão colocada pode ser expressa nos dias de hoje da forma seguinte: *existe alguma propriedade do vácuo que “oscila” possibilitando a propagação da luz (das ondas eletromagnéticas)?*

### 4.2 Determinação da Velocidade da Luz por Modulação da Intensidade Ótica

Considere-se uma fonte ótica a emitir uma potência ótica constante de valor  $P_0$  na zona do visível, por exemplo no vermelho, no caso com um comprimento de onda no vácuo de  $\lambda_0 \approx 630\text{ nm}$  e uma frequência ótica de  $\nu \approx 4,76 \times 10^{14}\text{ Hz}$ . Suponha-se agora que essa potência ótica é modulada segundo uma função cosseno com uma

---

<sup>24</sup> Nos gases a velocidade da luz não é muito diferente da velocidade da luz no vácuo. Por exemplo, no ar à pressão atmosférica e temperatura de  $20^\circ\text{C}$  tem-se  $c = c_0 / n_{ar} = c_0 / 1,0003$ , ou seja, cerca de 0,03% inferior à velocidade da luz no vácuo.

<sup>25</sup> Na fase inicial do estabelecimento do Sistema Internacional de Unidades à permeabilidade magnética do vácuo foi atribuído o valor exato de  $4\pi \times 10^{-7}\text{ Hm}^{-1}$ , pelo que era pela determinação mais precisa do valor de  $\epsilon_0$  que se conseguia obter um valor mais exato para  $c_0$ .

profundidade de modulação  $\Delta P_0$  e frequência  $f_m$ . Admitindo que o eixo dos  $z$  coincide com a direção de propagação, a intensidade ótica na coordenada  $z$  varia no tempo segundo a dependência

$$P(t, z) = P_0 + \Delta P \cos\left(2\pi f_m t - \frac{2\pi}{\Lambda} z + \phi_0\right) \quad (26)$$

onde  $\phi_0$  é uma fase inicial e  $\Lambda$  é a distância entre dois máximos consecutivos de potência ótica ao longo do eixo dos  $z$ , ou seja, o comprimento de onda associado à modulação com valor

$$\Lambda = \frac{c}{f_m} \quad (27)$$

onde  $c$  é a velocidade da luz no meio.

Na fotodeteção esta potência ótica é convertida numa tensão elétrica proporcional, isto é,

$$v(t, z) = v_0 + \Delta v_0 \cos\left(2\pi f_m t - \frac{2\pi}{\Lambda} z + \phi_0\right) \quad (28)$$

No mesmo instante, a diferença de fase deste sinal em dois pontos do percurso de propagação de coordenadas  $z_1$  e  $z_2$  é:

$$\Delta\phi = \left(2\pi f_m t - \frac{2\pi}{\Lambda} z_2 + \phi_0\right) - \left(2\pi f_m t - \frac{2\pi}{\Lambda} z_1 + \phi_0\right) = \frac{2\pi}{\Lambda} (z_2 - z_1) = \frac{2\pi}{\Lambda} L = \frac{2\pi f_m}{c} L \quad (29)$$

onde  $L = z_2 - z_1$  e se utilizou na última passagem a relação (27). A determinação de  $\Delta\phi$  possibilita obter o valor da velocidade da luz a partir da relação

$$c = 2\pi f_m \left( \frac{L}{\Delta\phi} \right) \quad (30)$$

Pela eq. (29), porque a velocidade da luz é muito elevada para que  $\Delta\phi$  tenha um valor não residual é necessário que  $f_m$ ,  $L$ , ou ambos tenham valores significativos. No procedimento experimental relativo a este trabalho  $f_m = 60 \text{ MHz}$ , uma frequência já elevada e que condiciona o tipo de instrumentação eletrónica a utilizar. Para ultrapassar esta situação utiliza-se uma técnica de condicionamento de sinal referenciada como *heterodinagem* que a seguir se apresenta para esta situação concreta segundo a configuração ilustrada na Fig. 11.

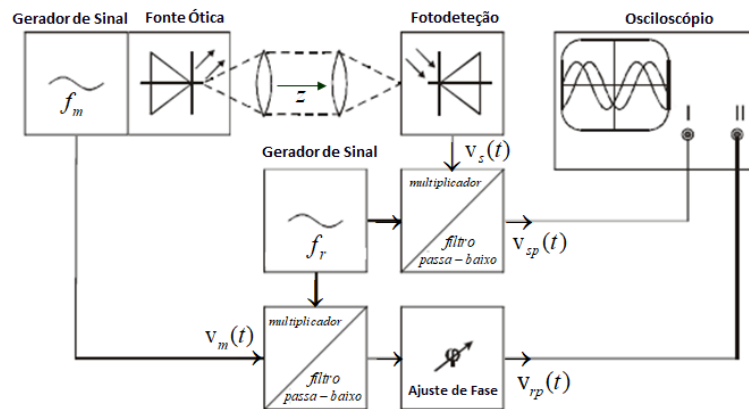


Figura 11. Esquema da configuração utilizada e condicionamento de sinal para determinar a velocidade da luz.

Conforme descrito anteriormente, o sinal à saída do bloco de fotodeteção (e amplificação) é dado pela eq. (28), que agora se reescreve para um valor determinado da distância de propagação da luz, identificado como  $z_s$

$$v_s(t) = v_{0s} + \Delta v_{0s} \cos\left(2\pi f_m t - \frac{2\pi}{\Lambda} z_s + \phi_{0s}\right) \quad (31)$$

onde em  $\phi_{0s}$  está incluído o efeito do tempo de propagação do sinal nos circuitos da eletrônica. Um segundo gerador proporciona o sinal de referência com frequência  $f_r$  e sem componente contínua, isto é:

$$v_r(t) = \Delta v_{0r} \cos(2\pi f_r t + \phi_r) \quad (32)$$

A multiplicação destes dois sinais origina

$$v_s(t) \times v_r(t) = v_{0s} \Delta v_{0r} \cos(2\pi f_r t + \phi_r) + \Delta v_{0s} \Delta v_{0r} \cos\left(2\pi f_m t - \frac{2\pi}{\Lambda} z_s + \phi_{0s}\right) \cos(2\pi f_r t + \phi_r) \quad (33)$$

Considerando a relação trigonométrica  $\cos \alpha \cos \beta = (1/2)[\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$ , obtém-se:

$$\begin{aligned} v_s(t) \times v_r(t) = \\ = v_{0s} \Delta v_{0r} \cos(2\pi f_r t + \phi_r) + \frac{\Delta v_{0s} \Delta v_{0r}}{2} \cos\left[2\pi(f_m - f_r)t + \left(-\frac{2\pi}{\Lambda} z_s + \phi_{0s} - \phi_r\right)\right] + \frac{\Delta v_{0s} \Delta v_{0r}}{2} \cos\left[2\pi(f_m + f_r)t + \left(-\frac{2\pi}{\Lambda} z_s + \phi_{0s} + \phi_r\right)\right] \end{aligned} \quad (34)$$

Quando este sinal é transmitido através de um filtro passa-baixo com frequência de corte bem inferior às frequências  $f_m$  e  $f_r$ , somente a segunda parcela subsiste na sua saída, obtendo-se o sinal  $v_{sp}$  (p de processado)

$$v_{sp}(t) = \frac{\Delta v_{0s} \Delta v_{0r}}{2} \cos\left[2\pi(f_m - f_r)t + \left(-\frac{2\pi}{\Lambda} z_s + \phi_{0s} - \phi_r\right)\right] \quad (35)$$

Num segundo percurso, o sinal que modula a fonte ótica

$$v_m(t) = \Delta v_{0m} \cos(2\pi f_m t + \phi_m) \quad (36)$$

é também multiplicado pelo sinal  $v_r(t)$ , o produto passa por um segundo filtro passa baixo com características idênticas ao primeiro e por um circuito de ajuste de fase que possibilita introduzir uma fase variável  $\phi_{ajuste}$ , gerando-se o sinal

$$v_{rp}(t) = \frac{\Delta v_{0m} \Delta v_{0r}}{2} \cos\left[2\pi(f_m - f_r)t + \phi_m - \phi_r + \phi_{ajuste}\right] \quad (37)$$

Os dois sinais  $v_{sp}(t)$  e  $v_{rp}(t)$  tem a mesma frequência  $(f_m - f_r)$ , e fases  $\left(-\frac{2\pi}{\Lambda} z_s + \phi_{0s} - \phi_r\right)$  e  $(\phi_m - \phi_r + \phi_{ajuste})$ , respetivamente. Numa situação inicial em que se pode considerar  $z_s = 0$ , pela sintonia da fase  $\phi_{ajuste}$  a fase destas duas ondas pode ser igualada, resultando que a sua visualização no osciloscópio mostra os máximos e os mínimos destas ondas nas mesmas localizações temporais.

Se agora a luz se propaga pela distância  $z_s = L$ , vai ser introduzida a fase adicional  $(2\pi/\Lambda)L$  na onda  $v_{sp}(t)$ , pelo que no osciloscópio as duas ondas passam a estar desfasadas desse valor. Se  $\Delta t_{osc}$  for a distância temporal media no osciloscópio entre picos adjacentes dessas ondas, então

$$2\pi \frac{\Delta t_{osc}}{T_{(f_m - f_r)}} = \frac{2\pi}{\Lambda} L \quad (38)$$

onde  $T_{(f_m - f_r)}$  é o período associado à onda de frequência  $(f_m - f_r)$ . Considerando a eq. (27) esta equação pode ser expressa como

$$2\pi \frac{\Delta t_{osc}}{T_{(f_m - f_r)}} = \frac{2\pi f_m}{c} L \rightarrow \Delta t_{osc} = \frac{f_m T_{(f_m - f_r)}}{c} L \quad (39)$$

Assim, pela representação gráfica de  $\Delta t_{osc}$  para vários valores de  $L$  obtém-se o respetivo declive e, a partir dele, o valor para a velocidade da luz.

Esta metodologia<sup>26</sup> vai ser utilizada para determinar a velocidade da luz quando se propaga no ar ou em acrílico.

## 5. Execução do Trabalho

### 5.1. Polarização da Luz

#### 5.1.1 Equipamento Disponível

O equipamento laboratorial disponível para este procedimento experimental é o seguinte:

- Banco ótico (que possibilita deslocar os vários componentes da experiência ao longo do eixo ótico);
- Fonte ótica (laser semiconductor a emitir no vermelho);

<sup>26</sup> O processamento heterodino tem a importante propriedade de trazer para frequências mais baixas características de sinais de elevada frequência cuja monitorização direta é difícil de conseguir por meios eletrónicos, ou mesmo impossível. É o caso de ondas eletromagnéticas na zona do visível, com frequência de  $\approx 4,76 \times 10^{14}$  Hz para a luz vermelha do díodo laser utilizado neste procedimento experimental no estudo da polarização. Este valor significa 4,76 milhões de gigahertz (GHz), ou seja, um período de 2,1 femtosegundos (1 femtosegundo =  $10^{-15}$  s), um valor inacessível à eletrónica atual. Caso existisse um bloco de fotodeteção com capacidade de o fazer, ter-se-ia à saída deste um sinal de tensão elétrica proporcional a  $E^2(t) = E_{0v}^2 \cos^2(\omega_v t + \vartheta_v)$  onde  $\omega_v = 4,76 \times 10^{14}$  Hz e  $E_{0v}$  é a amplitude da onda ótica. Como esse bloco não consegue acompanhar esta variação temporal, aquilo que regista é o seu valor médio. Como o valor médio temporal do  $\cos^2(\omega_v t + \vartheta_v)$  é  $1/2$ , o sinal de tensão à saída deste bloco é proporcional a  $E_{0v}^2 / 2$ , perdendo-se informação sobre o campo ótico pois este sinal é “cego” quanto à fase “ $\vartheta_v$ ” da onda.

Para se obter informação sobre esta fase o processo mais habitual é a utilização de interferometria. Um outro método recorre à técnica heterodina, que consiste em efetuar a multiplicação ótica do sinal ótico à frequência  $\omega_v$  com outro sinal ótico (de referência) com frequência  $\omega_{v+\delta v}$ , amplitude  $E_{0v+\delta v}$  e fase  $\vartheta_{v+\delta v}$  (a multiplicação ótica pode ser efetuada quando estas ondas atravessam cristais com comportamentos não-lineares). Essa multiplicação origina sinais óticos à frequência soma e à frequência diferença, tendo este último a forma (considerando tratamento escalar):

$$E_{diferença} = \frac{E_{0v+\delta v} E_{0v}}{2} \cos[(\omega_{v+\delta v} - \omega_v)t + (\vartheta_{v+\delta v} - \vartheta_v)]$$

A fotodeteção origina um sinal de tensão proporcional ao quadrado deste sinal. Caso a frequência “ $\omega_{v+\delta v} - \omega_v$ ” seja suficientemente baixa para poder ser acompanhada pela eletrónica (em geral, uma frequência inferior a 1 GHz), esse sinal de tensão toma a forma (sendo  $\eta$  uma constante)

$$v(t) = \eta \left( \frac{E_{0v+\delta v} E_{0v}}{2} \right)^2 \cos^2[(\omega_{v+\delta v} - \omega_v)t + (\vartheta_{v+\delta v} - \vartheta_v)]$$

Assim, sendo conhecidos  $E_{0v+\delta v}$  e  $\vartheta_{v+\delta v}$ , a monitorização deste sinal permite determinar não só a amplitude  $E_{0v}$  da onda ótica que está a ser monitorizada (que também é acessível a partir do tratamento médio), mas principalmente a sua fase  $\vartheta_v$  (inacessível nesse tratamento).

- Bloco de fotodeteção, constituído por um detetor de silício montado num circuito eletrónico que permite um ganho de amplificação variável selecionável por botão; na sua saída disponibiliza um sinal elétrico (conector BNC) de valor proporcional à potência ótica incidente no fotodetetor;
- Osciloscópio digital;
- Cabos de ligação com terminação BNC;
- *Chopper* e caixa de controlo que permite variar a frequência de rotação do disco;
- Dois polarizadores montados num suporte rotativo e provido de escala graduada;
- Lâmina retardadora de material birrefringente.

### 5.1.2 Preparação Prévia do Trabalho

Para preparar o trabalho, para além da leitura cuidada do conteúdo deste protocolo, deverá conseguir responder às seguintes questões

- Relativamente ao procedimento de medida utilizando o *chooper*, quais as frequências que podem estar presentes no ambiente de realização da experiência que podem influenciar negativamente os resultados experimentais? Consequentemente, que frequências de modulação a utilizar para o *chooper*?
- Ponderando a situação representada na Fig. 3, sendo a luz emitida pela fonte despolarizada, qual será a potência ótica que atinge o fotodetetor quando:
  - O ângulo entre os eixos do polarizador e do analisador for de  $90^\circ$  (polarizadores cruzados);
  - Na situação do ponto anterior, coloca-se um terceiro polarizador com eixo orientado a  $45^\circ$  relativamente ao eixo do polarizador.
- Utilizando uns óculos de sol constituído por uma película polarizadora, qual será a atenuação proporcionada por estes óculos à luz solar que neles incide?

### 5.1.3 Trabalho Laboratorial

Seguir o seguinte procedimento:

#### Primeira parte

1. Implementar a montagem representada na Fig. 12. A fonte luminosa é um laser semiconductor que emite luz na região do vermelho. O *chooper* deve ser localizado de forma a modular a luz emitida pela fonte ótica e com uma frequência,  $f$ , escolhida de modo a proporcionar uma assinatura única para essa radiação. O osciloscópio pode ser configurado para observar a tensão gerada no bloco de deteção no domínio das frequências, registando-se a amplitude do harmónico a essa frequência,  $v_{0f}$ . No entanto, é mais simples determinar a amplitude da onda quadrada que aparece no osciloscópio a qual é proporcional a  $v_{0f}$ .

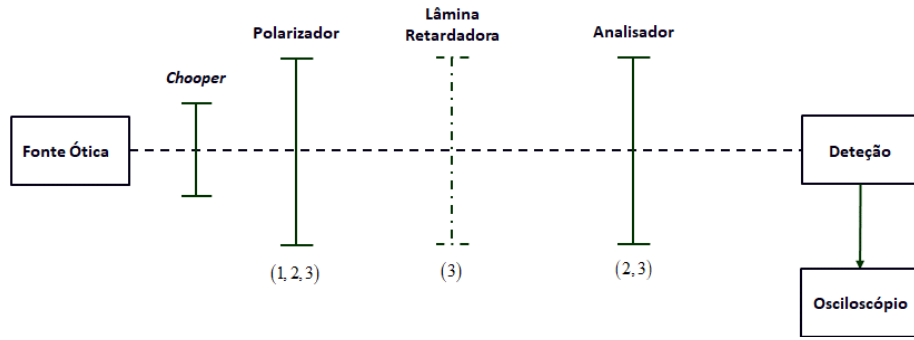


Figura 12. Esquema da montagem experimental (a numeração em cada um dos componentes indica a sua utilização nas várias fases da experiência)

2. Mantendo somente o polarizador e rodando este, a partir do registo dos valores máximo e mínimo da  $v_{0f}$  determinar o grau de polarização da fonte ótica;
3. Colocando o polarizador na posição em que  $v_{0f}$  é máximo, inserir agora o segundo polarizador (analisador). Rodando este, determinar a posição para a qual  $v_{0f}$  atinge o valor máximo ( $v_{0f|max}$ ). Na escala angular do analisador considerar essa posição como  $\theta = 0^\circ$ ;
4. Rodando o analisador em intervalos de  $\Delta\theta = 10^\circ$  registar os correspondentes valores de  $v_{0f}$ ;
5. Verificar que os pontos experimentais normalizados ( $v_{0f}/v_{0f|max}$ ) seguem a relação  $\cos^2 \theta$  (Lei de Malus).

### Segunda parte

6. Rodar o analisador até à posição em que  $v_{0f}$  é mínimo, situação em que o seu eixo faz um ângulo de  $90^\circ$  com o eixo do polarizador (referindo ao esquema da Fig. 9,  $\theta = 90^\circ$ ). Registrar (a lápis) esta posição na escala angular do analisador;
7. Colocar agora a lâmina de  $\lambda/4$  e rodando-a procurar a posição à qual corresponde um  $v_{0f}$  que é independente da posição angular do analisador. Quando isso acontece a luz transmitida pela lâmina tem polarização circular, tendo o ângulo  $\beta$  definido na Fig. 9 o valor de  $45^\circ$ ;
8. Rodar a lâmina de  $20^\circ$ , pelo que o ângulo  $\beta$  passa a ter o valor de  $\beta = 45 + 20 = 65^\circ$  ou  $\beta = 45 - 20 = 25^\circ$ . Utilizando o registo no analisador indicado no ponto 6 correspondente a  $\theta = 90^\circ$ , rodar o analisador de  $45^\circ$  para ficar  $\theta = 45^\circ$ . De seguida rodá-lo em intervalos de  $10^\circ$  registando-se os valores correspondentes de  $v_{0f}$  (conforme o sentido da rotação associados a  $\theta = 55^\circ, 65^\circ, 75^\circ \dots$  ou  $\theta = 35^\circ, 25^\circ, 15^\circ \dots$ );
9. Escolhendo um destes conjuntos de valores de  $\theta$ , representar  $v_{0f}$  em função de  $\theta$ , verificando que se obtém uma elipse que segue a dependência indicada pela eq. (19), nomeadamente

$$P_A = k [\cos^2 \theta + \cos^2 (2\beta - \theta)] \quad (40)$$

caso se considere nesta relação  $\beta = 65^\circ$  ou  $\beta = 25^\circ$  e se considere o adequado fator de escala  $k$ .

## 5.2. Velocidade da Luz

### 5.2.1 Equipamento Disponível

O equipamento laboratorial disponível para este procedimento experimental é o seguinte:

- Kit da *Leybold Didatics*
- Lente coletora
- Osciloscópio digital
- Cabos de ligação com terminações BNC
- Réguas e fita métrica
- Blocos de madeira para posicionamento da amostra de acrílico

O módulo da *Leybold Didatics*, integrado no esquema da montagem experimental como indicado na Fig. 13, tanto gera o sinal que é aplicado à fonte ótica, como deteta a radiação luminosa através de um fotodetetor (a janela de deteção situa-se na frente do módulo eletrónico).

O emissor de luz é constituído por um LED que emite no vermelho tendo uma lente integrada, o que permite obter um feixe relativamente colimado. Em caso de necessidade, está disponível uma lente montada em suporte móvel que pode ser utilizada para otimizar a deteção do sinal por focagem do feixe na superfície do fotodetetor.

Como indicado pela eq. (39), a precisão da medida está diretamente relacionada com a estabilidade da frequência de modulação,  $f_m$ . Assim, é conveniente ligar este equipamento e esperar cerca de 10 minutos até ser utilizado. O valor nominal desta frequência é  $f_m = 60 \text{ MHz}$ , sendo de  $f_r = 59,9 \text{ MHz}$  a frequência do sinal de referência.

O sinal com frequência  $f_m$  modula a potência ótica emitida pelo LED que após propagação incide no fotodetetor sendo gerado o sinal  $v_s(t)$  (eq. 31), o qual após multiplicação pelo sinal de referência e filtragem passa-baixo permite obter o sinal  $v_{sp}(t)$  na frequência  $(f_m - f_r)$  (eq. 35), visualizado no canal 1 do osciloscópio.

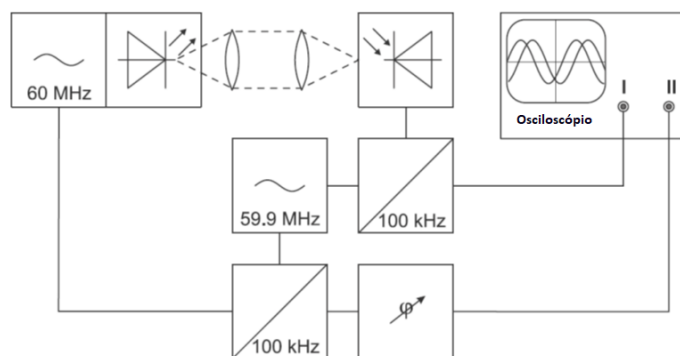


Figura 13. Diagrama de blocos da montagem experimental (com exceção do osciloscópio todos os outros elementos integram o módulo da *Leybold Didatics*).

Internamente ao módulo da *Leybold*, o sinal de frequência  $f_m$  é multiplicado pelo sinal de referência, gerando-se um sinal o qual, após filtragem passa-baixo e transmissão pelo circuito de ajuste de fase, toma a forma  $v_{rp}(t)$  (eq. 37), também com frequência  $(f_m - f_r)$ , sendo visualizado no canal 2 do osciloscópio.

### 5.2.2 Preparação Prévia do Trabalho

Para preparar o trabalho, para além da leitura cuidada do conteúdo deste protocolo, é necessário ter em consideração o procedimento para determinar a velocidade da luz no acrílico, que consiste em observar a alteração em  $\Delta t_{osc}$  (eq. 39) que ocorre quando na propagação da onda pela extensão  $L$  no ar uma parte é substituída pela propagação no acrílico, de valor  $L_{acrílico}$ .

Uma questão se coloca: na precisão da medida para determinar a velocidade da luz no acrílico, é indiferente o valor de  $L$  que se considera?

Seja novamente a eq. (28) que proporciona a variação temporal e na distância de propagação da tensão gerada no processo de fotodetecção. Derivando em ordem a  $z$ , considerando para simplificar o instante  $t = 0$ , e como pelo procedimento experimental que aqui se considera o efeito da fase inicial  $\phi_0$  é eliminado pela introdução da fase de ajuste  $\phi_{ajuste}$ , tem-se:

$$\frac{dv(t=0, z)}{dz} = -\frac{2\pi\Delta v_0}{\Lambda} \sin\left(\frac{2\pi}{\Lambda} z\right) \quad (41)$$

A grandeza desta derivada é máxima, ou seja, a variação do sinal de tensão com a variação da extensão do percurso de propagação da luz é mais elevada quando (utilizando a eq. 27):

$$\sin\left(\frac{2\pi}{\Lambda} z\right) = 1 \rightarrow \frac{2\pi}{\Lambda} z = \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{2\pi f_m}{c} z = \frac{\pi}{2} \rightarrow z = \frac{c}{4f_m} \quad (42)$$

No ar tem-se  $c \approx 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ , sendo que para  $f_m = 60 \times 10^3 \text{ Hz}$  se obtém:

$$z = L_0 = 1,25 \text{ m} \quad (43)$$

Assim, para a medida otimizada da velocidade da luz no acrílico, relativamente à posição inicial da fonte luminosa no eixo de propagação (que se pode considerar  $z = 0$ ) e para a qual, pela sintonia da fase  $\phi_{ajuste}$ , os dois sinais  $v_{sp}(t)$  e  $v_{rp}(t)$  (eq. 35 e eq. 37) ficam sobrepostos no osciloscópio, deve-se deslocar a posição da fonte para o valor  $z = L_0$ .<sup>27</sup>

Nesta situação a (eq. 39) fica  $\Delta t_{osc|ar} = \frac{f_m T_{(f_m - f_r)}}{c_{ar}} L_0$ , onde  $c_{ar}$  é a velocidade da luz no ar.

Quando se coloca o bloco de acrílico, a onda luminosa propaga-se no ar numa extensão  $L_0 - L_{acrílico}$  e no acrílico uma extensão  $L_{acrílico}$ , pelo que agora se tem (considerando  $n_{ar} = 1$ ):

$$\Delta t_{osc|ar+acrílico} = \frac{f_m T_{(f_m - f_r)}}{c_{ar}} n_{ar} (L_0 - L_{acrílico}) + \frac{f_m T_{(f_m - f_r)}}{c_0} n_{acrílico} L_{acrílico} \quad (44)$$

<sup>27</sup> Este procedimento é conhecido como colocar o sistema experimental que gera um sinal de saída do tipo harmônico numa situação de *quadratura*, de grande relevância em interferometria pois permite maximizar a variação desse sinal em face de pequenas variações da sua fase.



onde  $c_0$  é a velocidade da luz no vácuo e  $(n_{ar}, n_{acrílico})$  são os índices de refração do ar e do acrílico, respetivamente. Considerando  $n_{ar} = 1$ , obtém-se:

$$\Delta t_{osc|ar+acrílico} - \Delta t_{osc|ar} = f_m T_{(f_m - f_r)} L_{acrílico} \left( \frac{n_{acrílico}}{c_0} - \frac{1}{c_{ar}} \right) \approx \frac{f_m T_{(f_m - f_r)} L_{acrílico}}{c_0} (n_{acrílico} - 1) \quad (45)$$

sendo que na última passagem se utilizou o facto de  $c_{ar} \approx c_0$ . A partir desta relação encontra-se a expressão que permite determinar o índice de refração do acrílico e a velocidade de propagação da luz neste material a partir de medidas experimentais:

$$n_{acrílico} = 1 + \frac{(\Delta t_{osc|ar+acrílico} - \Delta t_{osc|ar}) c_0}{f_m T_{(f_m - f_r)} L_{acrílico}} \quad (46)$$

$$c_{acrílico} = \frac{c_0}{n_{acrílico}} \quad (47)$$

### 5.2.3 Trabalho Laboratorial

O procedimento experimental segue as seguintes etapas.

#### 1) Velocidade da Luz no ar

Para determinar a velocidade da luz no ar, implementar a montagem indicada na Fig. 14. A lente de focagem do feixe luminoso na superfície do fotodetetor só é utilizada para valores de  $z$  mais elevados pois nessa situação o feixe de iluminação atinge o plano do fotodetetor muito aberto, donde sem esta lente é reduzida a fração desse feixe que incide no fotodetetor.

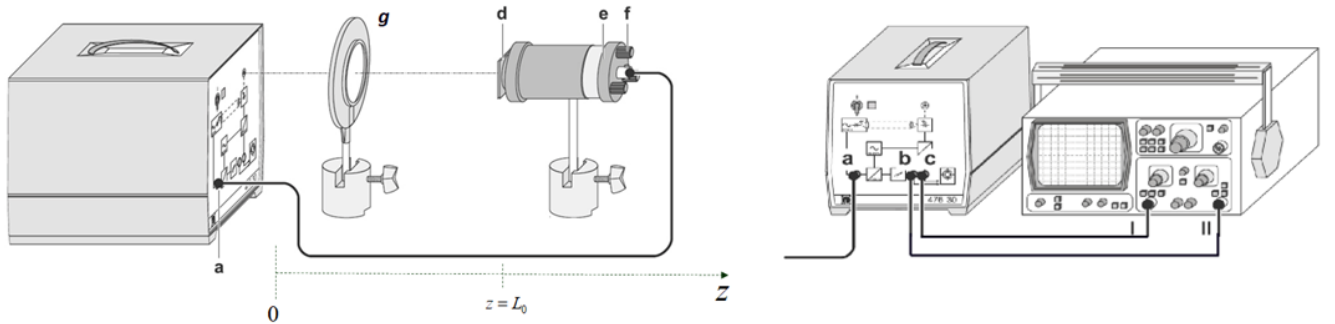


Figura 14. Esquema da montagem experimental e das ligações ao osciloscópio (**a** – cabo coaxial onde se propaga o sinal de modulação do LED; **b** – sinal de referência  $v_{rp}(t)$ ; **c** – sinal  $v_{sp}(t)$ ; **d** – lente colimadora; **e** – suporte onde está localizado o LED; **f** – ajuste para orientação angular da luz emitida pelo LED; **g** – lente de focagem).

1. Ligando diretamente ao osciloscópio o cabo axial conectado no ponto **a**, com as funções disponíveis neste instrumento determinar a frequência de modulação  $f_m$ ;
2. Observando no osciloscópio o sinal derivado de qualquer uma das saídas **b** ou **c**, determinar a sua frequência  $(f_m - f_r)$  e o correspondente período  $T_{(f_m - f_r)}$ ;

- 
3. Com a lente colimadora do emissor colocada na posição  $z=0$  (próxima da unidade de controlo), utilizando o botão de ajuste de fase desta unidade sincronizar os sinais harmônicos  $v_{rp}(t)$  e  $v_{sp}(t)$ , isto é, os máximos e os mínimos destas ondas estarem nas mesmas localizações no eixo do tempo do osciloscópio;
  4. Deslocar a lente colimadora em intervalos de 20 cm na extensão  $z=[0,2]m$ , registando para cada uma das posições o valor  $\Delta t_{osc}$  da separação temporal das ondas  $v_{rp}(t)$  e  $v_{sp}(t)$ ;
  5. Fazer a representação gráfica da dependência linear  $\Delta t_{osc}$  versus  $z$  e daí extrair o seu declive;
  6. A partir do valor encontrado para o declive (com a correspondente incerteza) determinar a partir da eq. (39) (com  $L=z$ ) o valor para a velocidade da luz no ar e margem de erro associada. Comparar com o valor estabelecido de  $c_{ar} = 299\,702\,547\,ms^{-1}$  (à pressão atmosférica e a  $20^{\circ}C$ ).

## 2) Velocidade da Luz no Acrílico

1. Repetir o ponto 3 da secção anterior
2. Deslocar a lente colimadora para a  $z=L_0=1,25\,m$  e determinar  $\Delta t_{osc|ar}$ ;
3. Mantendo a lente colimadora nessa posição, colocar agora o bloco de acrílico no percurso de propagação do feixe luminoso e obter  $\Delta t_{osc|ar+acrílico}$ ;
4. Utilizando as relações eq. (46) e eq. (47) determinar o índice de refração do acrílico e a velocidade da luz neste material, com as correspondentes incertezas. Comparar com o valor para o índice de refração do acrílico (1,495).

## 6. Referências

- E. Hecht, *Óptica* (3ª edição), Fundação Calouste Gulbenkian, 2012
- L. Pedrotti, *Introduction to Optics*, 3th edition, Pearson, 2006
- B. D. Guenther, *Modern Optics Simplified*, OUP Oxford, 2019
- F. W. Olver, D. W. Lozier, R. F. Boisvert, C. W. Clark, *The NIST Handbook of Mathematical Functions*, Cambridge University Press, 2010