

Catatan Latihan

Prak UTS

NLSD 2

Hebat A Syarif
10/12/2016

Latihan 1

1. ubahlah sistem persamaan linear berikut menjadi matriks yang terdapat

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 = -15$$

$$= 0$$

$$5x_1 + 3x_2$$

$$x_1 + x_2 - 3x_3 = 11$$

$$-4x_2 + 2x_3 = 30$$

jadi:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & -3 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -15 \\ 0 \\ 11 \\ 30 \end{bmatrix}$$

2. Sebaliknya jika diberikan matriks yang di atas berikah ini buatkan sistem persamaan linear. tentukan pula solusinya

$$1 \quad 3 \quad -1 \quad 8$$

$$0 \quad 1 \quad -8 \quad 2$$

$$0 \quad 0 \quad 9 \quad 9$$

jawab

$$x_1 + 3x_2 - x_3 + 8x_4 = 0$$

$$x_2 - 8x_3 + 2x_4 = 0$$

$$4x_3 + 4x_4 = 0$$

Latihan 2

Tentukan sistem persamaan yang mempunyai tepat satu solusi, banyak banyak solusi, dan banyak solusi, solusi trivial dan solusi tak trivial

$$x_1 + x_2 = 5$$

$$x_1 + x_2 = 3$$

~~jawab~~ ↓

$$\begin{array}{l|l} x_1 + x_2 = 5 & \times 1 \\ x_1 + x_2 = 3 & \times 1 \end{array}$$

$$x_1 + x_2 = 5$$

$$x_1 + x_2 = 3$$

$$0 = 2$$

Tidak punya solusi

$$\begin{array}{l} x_1 + x_2 = 5 \\ -x_1 - x_2 = -5 \end{array} \rightarrow$$

$$\begin{array}{l|l} x_1 + x_2 = 5 & \times -1 \\ -x_1 + x_2 = -5 & \times 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -x_1 - x_2 = -5 \\ -x_1 + x_2 = -5 \end{array}$$

$$0 = 0$$

Punya banyak solusi



$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 0 \rightarrow x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 - x_2 &= 0 \rightarrow x_1 - x_2 = 0 \\ 2x_2 &= 0 \rightarrow x_2 = 0 \\ x_1 + 0 &= 0 \rightarrow x_1 = 0 \end{aligned}$$

$x_2 = 0$ solusi trivial

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 0 \mid x_2 & 2x_1 + 2x_2 &= 0 \\ 2x_1 + 2x_2 &= 0 \mid x_1 & 2x_1 + 2x_2 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

solusi tak trivial

Latihan 3

Tentukan orde Matriks dan nilai a_{12} b_{21} c_{21} dan d_{12} dari matriks berikut ini

$$A. \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} \quad B. \begin{vmatrix} 1 & 6 & -1 & 9 \\ -2 & 3 & -2 & -7 \end{vmatrix}$$

$$C. \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} \quad D. \begin{vmatrix} -2 & 7 & -2 \\ 7 & -1 & 3 \\ 3 & 8 & 5 \\ 5 & -2 & -6 \end{vmatrix}$$

Contoh
Menentukan orde matriks dari $A_{2 \times 2}$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Ordo dari matriks $A_{2 \times 2}$ adalah 3×2 dan nilai matriksnya adalah 1

Menentukan orde matriks dari $B_{2 \times 3}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 6 & -1 & 3 \\ -2 & 3 & -7 & 7 \end{bmatrix}$$

Ordo dari matriks $B_{2 \times 3}$ adalah 2×4

Menentukan orde matriks dari nilai $C_{2 \times 1}$

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Ordo dari matriks $C_{2 \times 1}$ adalah 2×2

Menentukan orde matriks dari nilai $D_{4 \times 4}$

$$D = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 2 \\ 7 & -1 & 3 \\ 3 & 8 & -5 \\ 5 & -2 & -6 \end{bmatrix}$$

Ordo dari matriks $D_{4 \times 4}$ adalah 4×4

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 5 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Tentukan matriks $3B$ dan $-2C$

$$3 \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3(0) & 3(1) & 3(-3) \\ 3(1) & 3(-2) & 3(5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -9 \\ 3 & -6 & 15 \end{bmatrix}$$

$$-2 \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2(-1) & -2(3) & -2(0) \\ -2(2) & -2(0) & -2(-1) \\ -2(1) & -2(1) & -2(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -6 & 0 \\ -4 & 0 & 2 \\ -2 & -2 & -4 \end{bmatrix}$$

Tentukan matriks $A+B$ apakah matriks yang diperoleh sama dengan matriks $B+A$?

$$A+B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+0 & 0+1 & -2+(-3) \\ 2+1 & 3+(-2) & -1+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -5 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B+A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0+1 & 1+0 & -3+(-2) \\ 1+2 & -2+3 & 5+(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -5 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Tentukan matriks $A-B$ Periksa 8×12 matriks
yang diperoleh sama dengan matriks $B-A$ kesimpulan
apa yang bisa diambil

$A-B$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 5 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-0 & 0-1 & -2-(-3) \\ 2-1 & 5-(-2) & -1-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 7 & -2 \end{bmatrix}$$

$B-A$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0-1 & 1-0 & -3-(-2) \\ 1-2 & -2-5 & 1-(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -1 & -7 & 2 \end{bmatrix}$$

Apakah dua matriks dengan urut yang berbeda dapat
ditambahkan atau dikurangkan? tentu tidak.

A

C

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 5 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+(-1) & 0+3 & -2+0 \\ 2+2 & 5+0 & -1+(-1) \\ ? & ? & ? \end{bmatrix}$$

Latihan 9

Diketahui matriks A berordo 3

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 1 & -6 & 6 \end{pmatrix}$$

Selesaikan matriks berikut

$$1. \quad 3 \cdot A^T = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} > \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= 3 \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -3 & 0 & 3 \\ 3 & 6 & -9 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad (3A)^T = 3 \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} > \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 0 & 6 \\ 3 & -9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -3 & 0 & 3 \\ 3 & 6 & -9 \end{pmatrix}$$

$$3. 2A^T + C = 2 \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & -6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 0 & 7 & -6 \end{bmatrix}$$

$$4. A^t - 2B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$$

$$5. B^t + CA.$$

$$B^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$CA = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1+0+1 & 1+0+(-3) \\ 2+0+0 & -2+6+0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B^T + CA = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9 + 0 + 1 & -4 + 0 + 0 & 2 + 0 + 0 \\ -4 + 0 + (-2) & 4 + 1 + 4 & -2 + (-5) + 5 \\ 2 + 0 + 0 & -2 + -5 + 0 & 1 + 25 + 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & -6 & 2 \\ -6 & 5 & -7 \\ 2 & -7 & 26 \end{bmatrix}$$

$$(-A^T + 2C)^T$$

$$(A^T)^T = A$$

$$-A + 2C^T$$

$$-A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$2C^T = 2 \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 0 \\ 2 & -10 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -2 & 9 \\ 0 & -6 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-A^T - 2C^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 0 & -6 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$



$$AC = \begin{vmatrix} -3 & 3 & -1 \\ -4 & 0 & 0 \\ 7 & -9 & 1 \end{vmatrix}$$

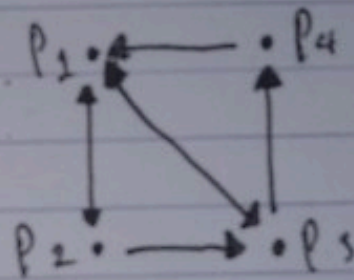
$$AC^t = \begin{vmatrix} -3 & -4 & 7 \\ 3 & 0 & -9 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Latihan 3

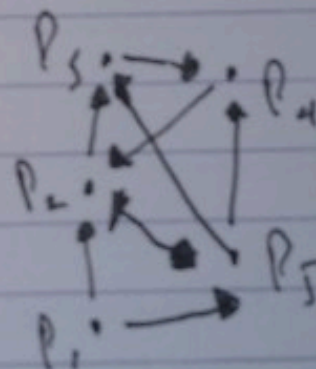
Tentukan matriks vertices M dari graf berikut

 P_1, P_2, P_3, P_4

$$M = \begin{matrix} & P_1 & P_2 & P_3 & P_4 \\ \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{matrix} & \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \end{matrix}$$



$$M = \begin{matrix} & P_1 & P_2 & P_3 & P_4 & P_5 \\ \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{matrix} & \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \end{matrix}$$



berikut adalah graf dari dua (a) dan (b) dengan
 4 kota P_1, P_2, P_3, P_4 dengan matriks vertices
 sebagai berikut

$$M = \begin{matrix} & P_1 & P_2 & P_3 & P_4 \\ \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{matrix} & \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \end{matrix}$$

