



# LIMIT FUNGSI (LANJUTAN)

APRIANI PUTI PURFINI,S.Kom.,M.T.

# Limit Fungsi Trigonometri



Untuk setiap bilangan real  $c$  didalam domain fungsi

1.  $\lim_{t \rightarrow c} \sin t = \sin c$
2.  $\lim_{t \rightarrow c} \cos t = \cos c$
3.  $\lim_{t \rightarrow c} \tan t = \tan c$
4.  $\lim_{t \rightarrow c} \cot t = \cot c$
5.  $\lim_{t \rightarrow c} \sec t = \sec c$
6.  $\lim_{t \rightarrow c} \csc t = \csc c$

# Contoh Soal



Tentukan  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{t^2 \cos t}{t+1}$

Jawab :

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow 0} \frac{t^2 \cos t}{t+1} &= \lim_{t \rightarrow 0} \left( \frac{t^2}{t+1} \right) \cos t \\&= \lim_{t \rightarrow 0} \left( \frac{t^2}{t+1} \right) \lim_{t \rightarrow 0} \cos t \\&= \left( \frac{0^2}{0+1} \right) (\cos 0) \\&= 0 \cdot 1 = 0\end{aligned}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos t}{t} = 0$$

$$1) \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 3t}{t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 3t}{t} \frac{3}{3}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 3t}{3t} 3$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 3t}{3t} \lim_{t \rightarrow 0} 3$$

$$= 1 \cdot 3 = 3$$

$$2) \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos t}{\sin t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos t}{\sin t} \quad \frac{\frac{1}{t}}{\frac{1}{t}}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{1 - \cos t}{t}}{\frac{\sin t}{t}}$$

$$= \frac{\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos t}{t}}{\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t}} = \frac{0}{1} = 0$$

$$3) \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 4t}{\tan t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 4t}{\frac{\sin t}{\cos t}}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 4t}{\frac{\sin t}{\cos t}} \frac{\frac{1}{4t}}{\frac{1}{4t}}$$

$$= \frac{\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 4t}{4t}}{\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{4 \cos t}}$$

$$= \frac{1}{1\left(\frac{1}{4}\right)} = 4$$

# Limit di tak Hingga (1)



Tentukan nilai  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} =$  Jika  $f$  dan  $g$  adalah fungsi polinom.

Jika pangkat pembilang (fungsi  $f$ ) lebih besar dibanding pangkat penyebut (fungsi  $g$ ) maka nilainya  $\infty$ .

Contoh:

Tentukan nilai  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 5}{4x^2 + x + 1}$

Jawab:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 5}{4x^2 + x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(2x - \frac{5}{x^2})}{x^2(4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x - \frac{5}{x^2})}{(4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{0}{4} = \infty$$



# Limit di tak Hingga(2)

Tentukan nilai  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} =$  Jika  $f$  dan  $g$  adalah fungsi polinom.

Jika pangkat pembilang (fungsi  $f$ ) lebih kecil dibanding pangkat penyebut (fungsi  $g$ ) maka nilainya **0**.

Contoh:

Tentukan nilai  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^4 - 3x}$

Jawab:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^4 - 3x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 \left(1 - \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}\right)}{x^2 \left(x^2 - \frac{3}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}}{x^2 - \frac{3}{x}} = \frac{1}{\infty} = 0$$





# Limit di tak Hingga(3)

Tentukan nilai  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} =$  Jika  $f$  dan  $g$  adalah fungsi polinom.

Jika pangkat pembilang (fungsi  $f$ ) sama dengan pangkat penyebut (fungsi  $g$ ) maka **nilainya bergantung dengan koefisien tertinggi dari suku pangkat.**

Contoh:

Tentukan nilai  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 4x + 4}{x^2 - 1}$

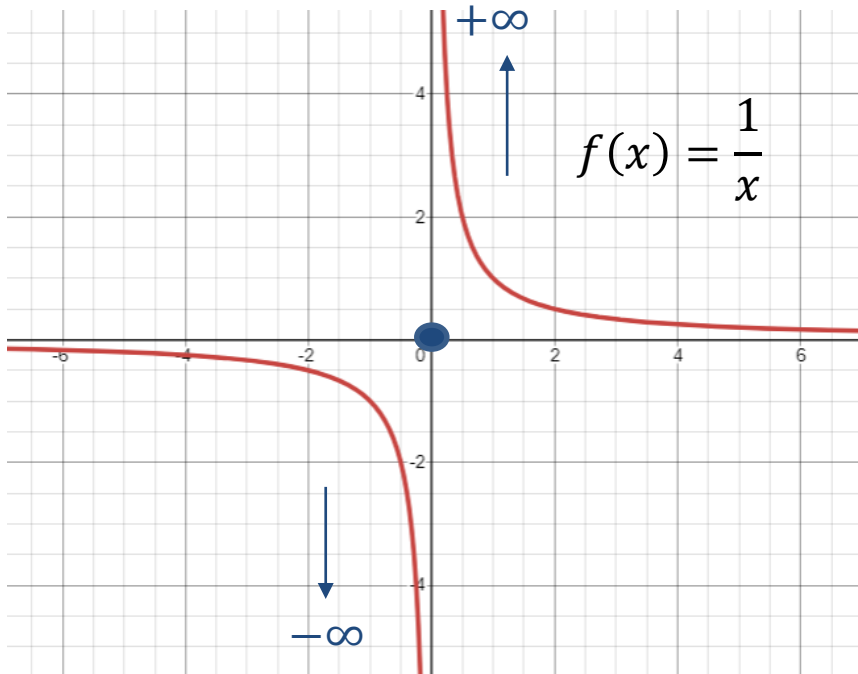
Jawab:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 4x + 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \left(2 - \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}\right)}{x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}}{1 - \frac{1}{x^2}} = \frac{2}{1} = 2$$

# Limit Tak Hingga



Limit Tak Hingga merupakan limit yang hasilnya  $\infty$  atau  $-\infty$



$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$$



# Contoh Limit Tak Hingga



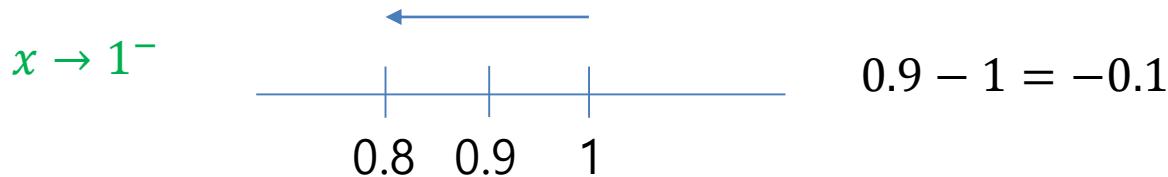
Tentukan limit:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$$

Jawab:

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x - 1} \text{ Jika } x = 1 \left[ \begin{array}{l} \text{maka } x^2 + 1 = 1^2 + 1 = 2 \\ \text{maka } x - 1 = 1 - 1 = 0 \end{array} \right.$$

$$= \frac{2}{0} \text{ Apakah } +\infty \text{ atau } -\infty ??$$



$$\text{Jadi nilai } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x - 1} = -\infty$$

# Kekontinuan pada titik



Misal  $f$  terdefinisi pada selang terbuka yang mengandung titik  $c$ .  $f$  kontinu di titik  $c$  jika

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$$

Yang artinya

1.  $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$  ada
2.  $f(c)$  ada nilainya
3.  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$

# Contoh Kekontinuan pada titik



Apakah fungsi berikut kontinu di  $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & , x > 1 \\ 2 & , x = 1 \\ 3x^2 - 1 & , x < 1 \end{cases}$$

Jawab:

1. Untuk cek  $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 3x^2 - 1 = 2 \text{ dan } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} x + 1 = 2$$

Karena limit kiri = limit kanan maka  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  ada

2.  $f(1) = 2$

3.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$

Maka  $f(x)$  kontinu di  $c$

# Quote of the Day

