Soal Latihan

Buktikan dengan menggunakan Induksi matematika bahwa:

1. $\frac{1}{1(2)} + \frac{1}{2(3)} + \frac{1}{3(4)} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$ untuk semua $n \geq 1$

2. $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = n(2n-1)(2n+1)/3$ untuk semua $n \geq 1$

3. $1 + a + a^2 + \dots + a^n = \frac{1-a^{n+1}}{1-a}$ untuk semua $n \geq 0$ dan $a \neq 1$

4. $n^4 - 4n^2$ habis dibagi 3 untuk semua bilangan bulat $n \geq 2$

5. Buktikan melalui induksi matematika bahwa jumlah dari tiga buah bilangan bulat positif berurutan selalu habis dibagi 9

6. Buktikan bahwa surat pos yang menggunakan perangko 24 sen atau lebih dapat menggunakan perangko 5 sen dan 7 sen

Jawab

Date :

1. terdapat 2 tahapan untuk membuktikan dengan induksi matematika ini, yaitu bahwa $n = 1$ itu benar, dan buktikan $n = n+1$ adalah benar

Pembuktian $n=1$ adalah benar

$$\frac{1}{1(1+1)} = \frac{1}{1+1}$$

$$\frac{1}{1(2)} = \frac{1}{2}$$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ maka dapat disimpulkan $n=1$ adalah benar

Pembuktian $n(n+1)$ adalah benar

$$\frac{1}{1(2)} + \frac{1}{2(3)} + \frac{1}{3(4)} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \frac{1}{(n+1)((n+1)+1)} = \frac{n+1}{(n+1)+1}$$

$$\frac{n}{n+1} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{n+1}{n+2}$$

$$\frac{n}{n+1} \times \frac{n+2}{n+2} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{n+1}{n+2}$$

$$\frac{n(n+2)+1}{(n+1)(n+2)} = \frac{n+1}{n+2}$$

$n+1$ $n+2$ $n+2$

$$\frac{n^2+2n+1}{(n+1)(n+2)} = \frac{n+1}{n+2} \quad \Big| \quad \frac{(n+1)(n+1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{n+1}{n+2}$$

$$\frac{n+1}{n+2} = \frac{n+1}{n+2}$$

whenever $n > 1$, $\frac{1}{\ } + \frac{1}{\ } +$

No.

Date :

2. Basis

$n = 1$

distribusi ke $(2n-1)(2n+1)/(3)$

$(2(1)-1)(2(1)+1)/3 = (1)(3)/3 = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{3}} = 1$

induksi

$n = n+1$

$1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots + (2n-1)^2 + (2(n+1)-1)^2 =$
$(n+1)(2(n+1)-1)(2(n+1)+1) \cdot \frac{1}{3}$

$1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots (2n-1)^2 + (2(n+1)-1)^2 = \frac{1}{3}(n+1)(2n+1) +$
$(2n+3)^2$

$1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots (2n-1)^2 + (2(n+1)-1)^2 = \frac{1}{3}(n+1)(2(n+1)-1)$
$(2(n+1)+1)$

n+1 dirubah kembali menjadi n

$1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots (2n-1)^2 + (2(n+1)-1)^2 = \frac{1}{3} n (2n-1)(2n+1)$

maka terbukti $1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots (2n-1)^2 = n(2n-1)(2n+1/3$
untuk semua $n \geq 1$

Logwet lanjutan induksi

3. $1 + a + a^2 + \dots + a^n = \frac{1-a^{n+1}}{1-a}$ untuk semua $n \geq 0$ dan $a \neq 1$

~~Hate~~

~~a^n~~ Pembuktian basis $n=1$

$$a^1 = \frac{1-a^{1+1}}{1-a}$$

$$a^1 = \frac{1-a^2}{1-a}$$

induksi: $n = n+1$

$$1 + a + a^2 + \dots + a^n = \frac{1-a^{n+1}}{1-a}$$

$$1 + a + a^2 + \dots + a(n+1) = \frac{1-a^{(n+1)+1}}{1-a}$$

$$a^n + a^{(n+1)} = \frac{1-a^{(n+2)}}{1-a}$$

$$\frac{1-a^n}{1-a} + \frac{a^{(n+1)}}{1-a} = \frac{1-a^{(n+2)}}{1-a}$$

$$\frac{1-a^{(n+2)}}{1-a} = \frac{1-a^{(n+2)}}{1-a}.$$

Tugas ini dikerjakan oleh hanif Ahmad Syari