

PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN

JUMLAH PERTEMUAN : 1 PERTEMUAN

TUJUAN INSTRUKSIONAL KHUSUS :

Mendeskripsikan konsep dasar persamaan dan pertidaksamaan

Materi :

2.1 Pendahuluan

Kalimat matematika ada 2, yaitu:

1. Kalimat matematika terbuka, adalah kalimat yang belum pasti kebenarannya

Contoh: $2x + 5 = 8$

2. Kalimat matematika tertutup, adalah kalimat yang sudah pasti kebenarannya

Contoh: $4 = 2 + 2$

Persamaan adalah kalimat matematika terbuka yang memiliki relasi “sama dengan” atau “ $=$ ”. Sedangkan Pertidaksamaan adalah kalimat matematika terbuka yang memiliki relasi , “ $<$, $>$, \leq , \geq ”.

2.2 Selang

Himpunan bilangan real dapat digambarkan suatu garis yang disebut **garis bilangan**. **Selang** merupakan himpunan bagian dari garis bilangan.

Selang dibagi menjadi dua:

1. **Selang terbuka**, $a < x < b$, himpunan titik yang terdiri dari semua bilangan antara a dan b , tidak termasuk titik ujung a dan b . Lambang penulisan (a, b)
2. **Selang tertutup**, $a \leq x \leq b$, himpunan titik yang terdiri dari semua bilangan antara a dan b yang mencakup titik-titik ujungnya. Lambang penulisan $[a, b]$.



Beberapa cara penulisan selang

Tabel 2.1 Cara Penulisan Selang

Penulisan Himpunan	Penulisan Selang	Grafik
$\{x a < x < b\}$	(a, b)	
$\{x a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	
$\{x a \leq x < b\}$	$[a, b)$	
$\{x a < x \leq b\}$	$(a, b]$	
$\{x x \leq b\}$	$(-\infty, b]$	
$\{x x < b\}$	$(-\infty, b)$	
$\{x x \geq a\}$	$[a, \infty)$	
$\{x x > a\}$	(a, ∞)	
\mathbb{R}	$(-\infty, \infty)$	



2.3 Pertidaksamaan

Bentuk umum pertidaksamaan:

$$\frac{f(x)}{g(x)} < \frac{h(x)}{k(x)}$$

Dengan $g(x)$ dan $h(x)$ tidak sama dengan nol dan $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$, dan $k(x)$.

Tanda $<$ dapat diganti menjadi $>$, \leq , \geq

Himpunan penyelesaian (HP) adalah semua himpunan bilangan real x yang memenuhi pertidaksamaan.

Cara menentukan himpunan penyelesaian:

1. Buat ruas kanan pertidaksamaan menjadi nol, $\frac{f(x)}{g(x)} - \frac{h(x)}{k(x)} < 0$
2. Samakan penyebutnya, $\frac{A(x)}{B(x)} < 0$
3. Tentukan faktor linier dari pembilang dan penyebut
4. Cari pembuat nolnya dari masing-masing faktor linier, lalu gambarkan dalam garis bilangan
5. Pilih titik-titik uji untuk menentukan tanda (+ atau -) dalam garis bilangan.

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan: $\frac{1}{3x-2} \leq 4$

Jawab:

$$\frac{1}{3x-2} - 4 \leq 0$$

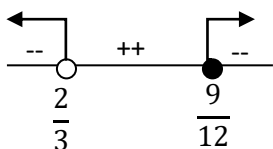
$$\frac{1}{3x-2} - \frac{4(3x-2)}{3x-2} \leq 0$$

$$\frac{1-12x+8}{3x-2} \leq 0$$



$$\frac{9 - 12x}{3x - 2} \leq 0$$

Pembuat nol: $9 - 12x = 0 \leftrightarrow x = \frac{9}{12}$ dan $3x - 2 = 0 \leftrightarrow x = \frac{2}{3}$



Maka HP = $(-\infty, \frac{2}{3}) \cup [\frac{9}{12}, \infty)$ atau $\{x \mid x < \frac{2}{3} \text{ atau } x \geq \frac{9}{12}\}$

2.4 Nilai Mutlak, Akar Kuadrat, dan Kuadrat

2.4.1 Nilai mutlak

Nilai mutlak adalah suatu bilangan real x dinyatakan oleh $|x|$, didefinisikan sebagai

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

Contoh:

$$|10| = 10$$

$$|-3| = -(-3) = 3$$

Sifat-sifat harga mutlak:

1. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
2. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$
3. $|a + b| \leq |a| + |b|$ (ketaksamaan segitiga)
4. $|a - b| \geq ||a| - |b||$



Ketaksamaan yang menyangkut nilai mutlak Jika $a \geq 0$ maka

$$|x| < a \leftrightarrow -a < x < a$$

$$|x| > a \leftrightarrow x < -a \text{ atau } x > a$$

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian dari ketaksamaan: $\left| \frac{x}{2} + 7 \right| \geq 2$

Jawab:

karena pada soal tanda pertidaksamaan \geq maka ketaksamaan di atas menjadi

$$\frac{x}{2} + 7 \leq -2 \text{ atau } \frac{x}{2} + 7 \geq 2$$

Maka untuk menentukan himpunan penyelesaiannya adalah dengan menyelesaikan kedua pertidaksamaan tersebut.

$$1. \frac{x}{2} + 7 + 2 \leq 0 \leftrightarrow \frac{x+18}{2} \leq 0 \leftrightarrow x + 18 \leq 0 \leftrightarrow x \leq -18$$

$$2. \frac{x}{2} + 7 - 2 \geq 0 \leftrightarrow \frac{x+10}{2} \geq 0 \leftrightarrow x + 10 \geq 0 \leftrightarrow x \geq -10$$

Maka HP = $(-\infty, -18] \cup [-10, \infty)$ atau $\{x | x \leq -18 \text{ atau } x \geq -10\}$



2.4.2 Akar Kuadrat

Setiap bilangan positif mempunyai dua akar kuadrat.

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

Contoh:

$$\sqrt{16} = 4$$

Tetapi Solusi dari persamaan $x^2 - 4 = 0$

$$x^2 - 4 = 0 \leftrightarrow x^2 = 4 \leftrightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{4} \leftrightarrow x = \pm 2$$

**2.4.3 Kuadrat**

$$x^2 = |x|^2$$

Untuk ketaksamaan yang menyangkut nilai mutlak

$$|x| < a \leftrightarrow x^2 < a^2$$

$$|x| > a \leftrightarrow x^2 > a^2$$

Contoh: Tentukan solusi dari pertidaksamaan $|x - 2| < 3|x + 7|$!

Jawab:

$$|x - 2| < 3|x + 7| \leftrightarrow (x - 2)^2 < 9(x + 7)^2$$

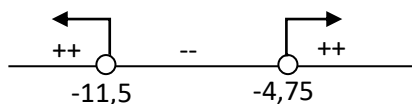
$$\leftrightarrow x^2 - 4x + 4 < 9x^2 + 126x + 441$$

$$\leftrightarrow 8x^2 + 130x + 437 > 0$$

Misal

$$8x^2 + 130x + 437 = 0 \leftrightarrow x_{1,2} = \frac{-130 \pm \sqrt{130^2 - 4(8)(437)}}{2(8)} = \frac{-130 \pm 54}{16}$$

Maka $x_1 = -4,75$ dan $x_2 = -11,5$



Maka himpunan penyelesaiannya adalah: HP = $(-\infty, -11,5)$ atau $(-4,75, \infty)$

2.5 Latihan



1. Nyatakan himpunan penyelesaian dari ketaksamaan yang diberikan dalam cara penulisan selang dan sketsakan grafiknya
 - a. $3x + 5 > 7x + 17$
 - b. $-3 < 4x - 9 < 11$
 - c. $x^2 - 5x + 6 > 0$
 - d. $\frac{7}{2x} < 3$
2. Carilah himpunan penyelesaian dari ketaksamaan yang diberikan
 - a. $|2x + 4| < 8$
 - b. $\left|\frac{x}{2} + 7\right| \geq 2$
3. Selesaikan ketaksamaan berikut
 - a. $|2x - 5| < |x + 4|$
 - b. $|3x + 1| < 2|x - 6|$