



MATRIKS

APRIANI PUTI PURFINI,S.Kom.,M.T.



Bentuk Umum Matriks

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Kolom sejumlah

Baris sejumlah

Diringkas $A = [a_{ij}]_{m \times n}$

dimana $i = 1, \dots, m$ dan $j = 1, \dots, n$

a_{ij} adalah elemen matriks A
pada baris ke- i dan kolom ke- j .

Ukuran (orde) matriks A di atas
adalah $m \times n$.

Latihan 1 (DH 5)



Tentukan orde matriks dan nilai a_{12} , b_{23} , c_{21} , d_{14} dari matriks berikut ini

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 6 & -1 & 9 \\ -2 & 3 & -7 & 7 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 2 \\ 7 & -1 & 3 \\ 3 & 8 & -5 \\ 5 & -2 & -6 \end{bmatrix}$$

Kesamaan Dua Matrik



Apakah kedua matriks ini sama ??

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Kesamaan Dua Matrik



$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 2 \\ 5 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 6 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

Memiliki orde
yang sama



$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 2 \\ 5 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 6 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

Elemen
seletak sama



Operasi dan Sifat Matriks



Misalkan diketahui , $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$

$$A + B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} =$$

$$\alpha A = \alpha \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} =$$

$$-A = (-1)A =$$

$$A - B = A + (-B)$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} =$$

Latihan : Selesaikan soal berikut ini



$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 5 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & 5 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

- Tentukan matriks $3B$ dan $-2C$ (DH 6)
- Tentukan matriks $A+B$, apakah matriks yang diperoleh sama dengan matriks $B+A$ (DH 6)
- Tentukan matriks $A-B$, periksa pula matriks $B-A$! Apa kesimpulan yang dapat diambil? Apakah dua matriks dengan orde yang berbeda dapat dijumlahkan/dikurangkan? (DH 6)
- Tentukan matriks AC , BC dan CA . Apakah semua matriks tersebut dapat ditentukan nilai elemen-elemennya? Apa syarat agar dua matriks dapat dikalikan? (DH 7)
- Hitunglah $(A+B)C$ bandingkan hasilnya dengan $AC + BC$ (DH 7)

Teorema 1



Untuk setiap skalar α , β dan untuk setiap matriks A, B dan C dimana operasi-operasi yang bersangkutan terdefinisi maka berlaku :

$$A + B = B + A$$

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$

$$(AB)C = A(BC)$$

$$A(B + C) = AB + AC$$

$$(A + B)C = AC + BC$$

$$(\alpha\beta)A = \alpha(\beta A)$$

$$\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$$

$$(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$$

$$\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$$

Beberapa Matriks Istimewa



1. Vektor Baris dan Vektor Kolom

$$\bar{p} = [2 \quad -1 \quad 4] \quad \bar{q} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. Matriks Bujur sangkar

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 5 & -6 & 2 \\ -4 & 2 & 0 \end{bmatrix} \longrightarrow \text{Diagonal Utama}$$

3. Matriks diagonal

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

Beberapa Matriks Istimewa



4. Matriks Skalar

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

5. Matriks Identitas

$$I_n \quad I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6. Matriks null O

$$O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$O = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Beberapa Matriks Istimewa



7. Matriks Segitiga Atas

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

8. Matriks Segitiga Bawah

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

Transpose Matriks



Jika A matriks $m \times n$ maka transpos A (ditulis A^T atau A') adalah matriks berukuran $n \times m$ yang didapatkan dengan mempertukarkan baris dengan kolom dari A .

Jika A matriks bujur sangkar dan maka A adalah **matriks simetri**.

Berikan contoh sebuah matriks simetri !

Teorema 2



Misalkan A, B adalah matriks $m \times n$ dan α adalah scalar maka berlaku sifat:

$$(A^T)^T = A$$

$$(A + B)^T = A^T + B^T$$

$$(\alpha A)^T = \alpha A^T$$

trace A (ditulis $tr(A)$) didefinisikan sebagai jumlah anggota-anggota dari diagonal utama matriks A

Latihan 2



Diketahui matriks-matriks berikut ini :

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 1 & -5 & 0 \end{bmatrix}$$

Sederhanakan matriks berikut ini **jika mungkin**

$$\left. \begin{array}{l} 3 \cdot A^T \\ (3A)^T \\ 2A^T + C \\ A^T - 2B \end{array} \right\} \text{DH 8}$$

$$\left. \begin{array}{l} B^T + CA \\ \text{tr}(DD^T) \\ -(A^T + 2C)^T \\ (AC)^T + D \end{array} \right\} \text{DH 9}$$

Quote of the Day

