

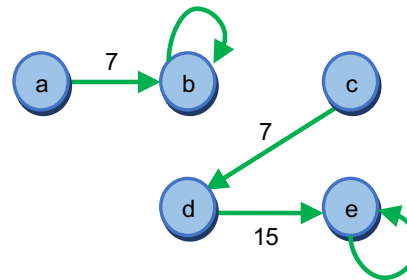
# Algoritmo de Kruskal

## Definiciones

Dado un grafo con pesos, utilizamos un diccionario para representar las conexiones entre los vértices. Si en este diccionario asociamos a cada vértice otro vértice del grafo con el que está conectado sin que se formen ciclos (salvo a sí mismo), podemos saber si dos vértices están conectados comprobando simplemente si coinciden sus representantes.

Por ejemplo

a -> b  
b -> b  
c -> d  
d -> e  
e -> e



Se llama **representante** de un vértice al vértice final resultante de seguir una cadena clave->valor en el bosque hasta llegar a un vértice que se asocie consigo mismo.

representante(a) = b  
representante(b) = b  
representante(c) = e  
representante(d) = e  
representante(e) = e

# Algoritmo de Kruskal

## Inicio

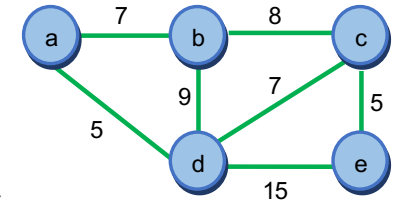
Un diccionario (DICT) para representar las conexiones, donde cada vértice del grafo se asocia consigo mismo

```
a -> a  
b -> b  
c -> c  
d -> d  
e -> e
```

Una cola de prioridad (PQ) con las aristas ordenadas por pesos de forma ascendente

```
a 5 d  
c 5 e  
a 7 b  
c 7 d  
b 8 c  
b 9 d  
d 15 e
```

Un conjunto (T), inicialmente vacío, de aristas seleccionadas que conforman el bosque de expansión mínimo



## Mientras PQ no esté vacía

Se extrae la primera arista (org w dst) de PQ

Si representante(org)  $\neq$  representante(dst)

A representante(dst) se le asocia org en DICT

Se añade la arista al conjunto T

El conjunto T contiene las aristas del bosque de expansión mínimo

# Algoritmo de Kruskal

Diccionario (DICT)

```
a -> a  
b -> b  
c -> c  
d -> d  
e -> e
```

Cola de prioridades (PQ)

```
c 5 e  
a 7 b  
c 7 d  
b 8 c  
b 9 d  
d 15 e
```

Conjunto de aristas seleccionadas (T)



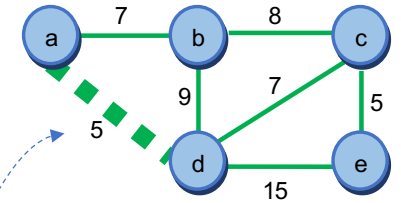
Mientras PQ no esté vacía

Se extrae la primera arista (org w dst) de PQ  
Si representante(org)  $\neq$  representante(dst)

A representante(dst) se le asocia org en DICT

Se añade la arista al conjunto T

El conjunto T contiene las aristas del bosque de expansión mínimo



arista seleccionada  
(first de PQ)

a 5 d

representante(a) = a  
representante(d) = d

# Algoritmo de Kruskal

Diccionario (DICT)

```
a -> a
b -> b
c -> c
d -> a
e -> e
```

d y a están  
ahora  
conectados

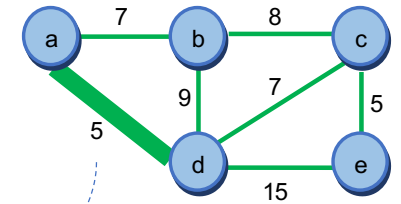
Cola de prioridades (PQ)

```
c 5 e
a 7 b
c 7 d
b 8 c
b 9 d
d 15 e
```

Conjunto de aristas  
seleccionadas (T)

a 5 d

arista añadida al  
bosque de expansión



Mientras PQ no esté vacía

Se extrae la primera arista (org w dst) de PQ

Si representante(org)  $\neq$  representante(dst)

A representante(dst) se le asocia org en DICT

Se añade la arista al conjunto T

El conjunto T contiene las aristas del bosque de expansión mínimo

Se asocia el nodo a al nodo d  
Se añade la arista al conjunto

# Algoritmo de Kruskal

Diccionario (DICT)

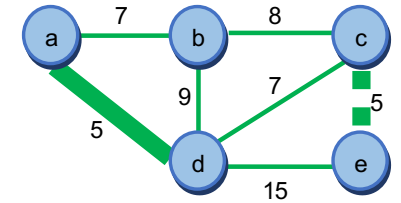
```
a -> a  
b -> b  
c -> c  
d -> a  
e -> e
```

Cola de prioridades (PQ)

```
a 7 b  
c 7 d  
b 8 c  
b 9 d  
d 15 e
```

Conjunto de aristas  
seleccionadas (T)

```
a 5 d
```



Mientras PQ no esté vacía

Se extrae la primera arista (org w dst) de PQ  
Si representante(org)  $\neq$  representante(dst)

a representante(dst) se le asocia org en DICT

Se añade la arista al conjunto T

El conjunto T contiene las aristas del bosque de expansión mínimo

c 5 e

representante(c) = c

representante(e) = e

# Algoritmo de Kruskal

Diccionario (DICT)

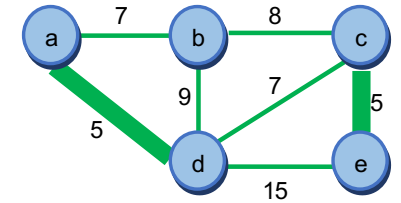
```
a -> a  
b -> b  
c -> c  
d -> a  
e -> c
```

Cola de prioridades (PQ)

```
a 7 b  
c 7 d  
b 8 c  
b 9 d  
d 15 e
```

Conjunto de aristas  
seleccionadas (T)

```
a 5 d  
c 5 e
```



Mientras PQ no esté vacía

Se extrae la primera arista (org w dst) de PQ

Si representante(org)  $\neq$  representante(dst)

A representante(dst) se le asocia org en DICT

Se añade la arista al conjunto T

El conjunto T contiene las aristas del bosque de expansión  
mínimo

Se asocia el nodo c al nodo e  
Se añade la arista al conjunto

# Algoritmo de Kruskal

Diccionario (DICT)

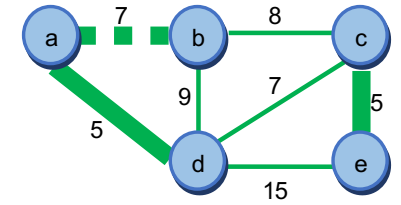
```
a -> a  
b -> b  
c -> c  
d -> a  
e -> c
```

Cola de prioridades (PQ)

```
c 7 d  
b 8 c  
b 9 d  
d 15 e
```

Conjunto de aristas  
seleccionadas (T)

```
a 5 d  
c 5 e
```



Mientras PQ no esté vacía

Se extrae la primera arista (org w dst) de PQ  
Si representante(org)  $\neq$  representante(dst)

A representante(dst) se le asocia org en DICT

Se añade la arista al conjunto T

El conjunto T contiene las aristas del bosque de expansión mínimo

a 7 b

representante(a) = a

representante(b) = b



# Algoritmo de Kruskal

Diccionario (DICT)

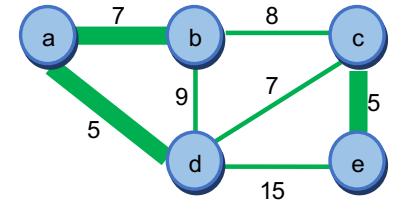
```
a -> a  
b -> a  
c -> c  
d -> a  
e -> c
```

Cola de prioridades (PQ)

```
c 7 d  
b 8 c  
b 9 d  
d 15 e
```

Conjunto de aristas  
seleccionadas (T)

```
a 5 d  
c 5 e  
a 7 b
```



Mientras PQ no esté vacía

Se extrae la primera arista (org w dst) de PQ

Si representante(org)  $\neq$  representante(dst)

A representante(dst) se le asocia org en DICT

Se añade la arista al conjunto T

El conjunto T contiene las aristas del bosque de expansión mínimo

Se asocia el nodo a al nodo b

Se añade la arista al conjunto

# Algoritmo de Kruskal

Diccionario (DICT)

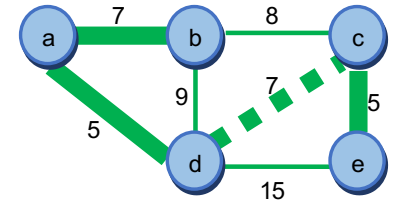
```
a -> a  
b -> a  
c -> c  
d -> a  
e -> c
```

Cola de prioridades (PQ)

```
b 8 c  
b 9 d  
d 15 e
```

Conjunto de aristas  
seleccionadas (T)

```
a 5 d  
c 5 e  
a 7 b
```



Mientras PQ no esté vacía

Se extrae la primera arista (org w dst) de PQ  
Si representante(org)  $\neq$  representante(dst)

A representante(dst) se le asocia org en DICT

Se añade la arista al conjunto T

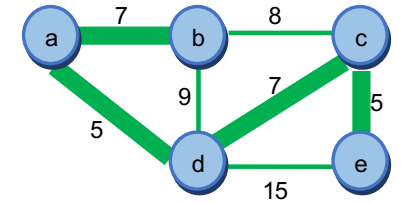
El conjunto T contiene las aristas del bosque de expansión mínimo

c 7 d

representante(c) = c

representante(d) = a

# Algoritmo de Kruskal



Diccionario (DICT)

```
a -> c  
b -> a  
c -> c  
d -> a  
e -> c
```

Cola de prioridades (PQ)

```
b 8 c  
b 9 d  
d 15 e
```

Conjunto de aristas  
seleccionadas (T)

```
a 5 d  
c 5 e  
a 7 b  
c 7 d
```

Mientras PQ no esté vacía

Se extrae la primera arista (org w dst) de PQ

Si representante(org)  $\neq$  representante(dst)

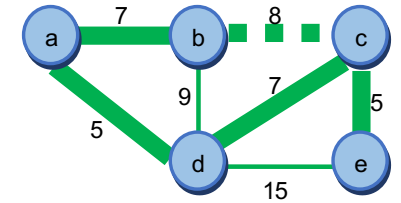
a representante(dst) se le asocia org en DICT

Se añade la arista al conjunto T

El conjunto T contiene las aristas del bosque de expansión mínimo

Se asocia el nodo c al nodo a  
Se añade la arista al conjunto

# Algoritmo de Kruskal



Diccionario (DICT)

```
a -> c
b -> a
c -> c
d -> a
e -> c
```

Cola de prioridades (PQ)

```
b 9 d
d 15 e
```

Conjunto de aristas  
seleccionadas (T)

```
a 5 d
c 5 e
a 7 b
c 7 d
```

Mientras PQ no esté vacía

Se extrae la primera arista (org w dst) de PQ

Si representante(org)  $\neq$  representante(dst)

a representante(dst) se le asocia org en DICT

Se añade la arista al conjunto T

El conjunto T contiene las aristas del bosque de expansión mínimo

b 8 c

representante(b) = c

representante(c) = c

Mismos representantes:

No se hace nada

# Algoritmo de Kruskal

Diccionario (DICT)

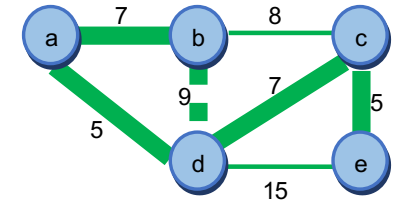
```
a -> c
b -> a
c -> c
d -> a
e -> c
```

Cola de prioridades (PQ)

```
d 15 e
```

Conjunto de aristas  
seleccionadas (T)

```
a 5 d
c 5 e
a 7 b
c 7 d
```



Mientras PQ no esté vacía

Se extrae la primera arista (org w dst) de PQ

Si representante(org)  $\neq$  representante(dst)

a representante(dst) se le asocia org en DICT

Se añade la arista al conjunto T

El conjunto T contiene las aristas del bosque de expansión mínimo

b 9 d

representante(b) = c

representante(d) = c

Mismos representantes:

No se hace nada

# Algoritmo de Kruskal

Diccionario (DICT)

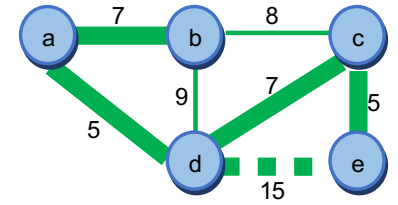
```
a -> c  
b -> a  
c -> c  
d -> a  
e -> c
```

Cola de prioridades (PQ)



Conjunto de aristas seleccionadas (T)

```
a 5 d  
c 5 e  
a 7 b  
c 7 d
```



Mientras PQ no esté vacía

Se extrae la primera arista (org w dst) de PQ

Si representante(org)  $\neq$  representante(dst)

a representante(dst) se le asocia org en DICT

Se añade la arista al conjunto T

El conjunto T contiene las aristas del bosque de expansión mínimo

d 15 e

representante(d) = c

representante(e) = c

Mismos representantes:

No se hace nada

# Algoritmo de Kruskal

Diccionario (DICT)

```
a -> c  
b -> a  
c -> c  
d -> a  
e -> c
```

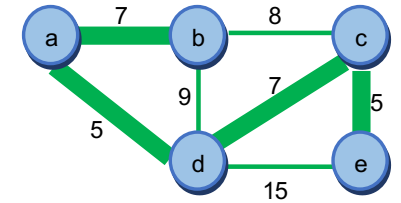
Cola de prioridades (PQ)



Conjunto de aristas seleccionadas (T)

```
a 5 d  
c 5 e  
a 7 b  
c 7 d
```

Aristas del árbol de expansión



Mientras PQ no esté vacía

Se extrae la primera arista (org w dst) de PQ

Si representante(org)  $\neq$  representante(dst)

a representante(dst) se le asocia org en DICT

Se añade la arista al conjunto T

El conjunto T contiene las aristas del bosque de expansión mínimo