Fakultät für Physik

Physikalisches Praktikum für Fortgeschrittene

Praktikum Moderne Physik

Gruppe Nr. 129 Kurs: **Mo1** **~~Mo2~~** **Mi3** WS 24/25

zutreffendes bitte ankreuzen aktuelles Semester angeben

Versuch: Neutronendiffusion

Namen: Tin Vrkic (2459981) (uyvpq@student.kit.edu)

Mika Nock (2484864) (uttzi@student.kit.edu)

Assistent: Leonard Haßelmann (Betreuer)

durchgeführt am: 20.01.2025

Protokollabgabe am: 03.02.2025

vom Betreuer auszufüllen

Note gesamt + 0 -

Anerkannt: ________________

(Datum Unterschrift)

Datum Rückgabe: ________________

Bemerkung:

Neutronendiffusion

Tin Vrkic, Mika Nock

2. Februar 2025

Zusammenfassung

Beim Versuch „Neutronendiffusion“ soll die Relaxationslänge schneller Neutronen und die Diffusionslänge thermischer Neutronen in Wasser bestimmt werden. Dazu wird der Neutronenfluss bei verschiedenen Abständen zur Quelle gemessen, wobei für die Diffusionslänge die sog. Cd-Differenzmethode angewandt wird.

Inhaltsverzeichnis

1 Vorbereitung

1.1 Theorethische Grundlagen

1.1.1 Neutronenfluss

Um den zu messenden Neutronenfluss herleiten zu können, müssen die Neutronen zunächst korrekt beschrieben werden. Als Ausgangspunkt dient hierfür das Neutronenfeld, welches beschrieben wird durch die differentielle Dichte $n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$, d.h. die Anzahl der Neutronen am Ort $\vec{r}$ mit Energien im Einheitsenergieintervall um die Energie E und mit Richtungen im Einheitsraumwinkel um die Richtung $\vec{\Omega}$. Durch die Integration des Neutronenfelds über die verschiedenen Größen können also genau die Neutronen herausgesucht werden, die bestimmte Eigenschaften besitzen (Ort, Impuls, Energie). Für den Neutronenfluss ist jedoch noch eine weitere Größe wichtig: Der Energieabhängige Betrag der Geschwindigkeit $v(E)$ der Neutronen. Der Neutronenfluss ist folglich folgendermaßen definiert:

$$\Phi(\vec{r}) = \int_E \int_\Omega n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) \cdot v(E) \cdot \mathrm{d}E \cdot \mathrm{d}\Omega \tag{1}$$

Der Integrand beschreibt also die Anzahl der Neutronen, die die Einheitsfläche senkrecht zu $\vec{\Omega}$ in einer Zeiteinheit durchfliegen, Energien zwischen E und $E + \mathrm{d}E$ besitzen und deren Flugrichtungen im differentiellen Winkel um $\mathrm{d}\Omega$ liegen.

1.1.2 Die Ausbreitung schneller Neutronen

Bei ihrer Bewegung durch Medien wechselwirken die schnellen Neutronen mit der umgebenden Materie. Diese Wechselwirkungen sind hauptsächlich durch Reaktionen mit den Atomkernen gegeben. Die drei am häufigsten auftretenden Prozesse sind:

- elastische Streuung: Aufgrund von Energieerhaltung übertragen die Neutronen einen Teil ihrer Energie in Form von Impuls an die Kerne und ihre Bewegungsrichtung ändert sich.

- inelastische Streuung: Ähnlich wie die elastische Streuung, allerdings wird hier dem Kern Anregungsenergie übertragen. Die Neutronen verlieren entsprechend mehr Energie. Wegen der niedrigeren Wirkungsquerschnitte ist die Wahrscheinlichkeit für diese Reaktion jedoch geringer.

- Absorption: Der Kern absorbiert das Neutron und es werden γ-Quanten oder andere Teilchen emittiert.

Ausgehend von einer punktförmigen Quelle mit Quellstärke Q_0, also der Emissionsrate an Neutronen der Quelle, findet sich für den Fluss:

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{Q_0}{4\pi r^2} \cdot \exp(-\Sigma_t \cdot r) \tag{2}$$

Der üblichen Intesitätsverteilung um eine punktförmige Quelle ($1/r^2$ Term) ist eine abfallende Exponentialfunktion überlagert, die die Wechselwirkungen mit dem Medium beschreibt. Die Wahrscheinlichkeit für ein Neutron, die Strecke r ohne Wechselwirkung zurückzulegen, nimmt also exponentiell ab. Der totale lineare Absorptionskoeffizient Σ_t steuert diese Wahrscheinlichkeit und ist direkt mit den Wirkungsquerschnitt verknüpft, deren Prozesse eine Rolle spielen.

Der mittlere Weg, den schnelle Neutronen ohne Reaktion in Materie zurücklegen, nennt sich **Relaxationslänge** und entspricht dem reziproken totalen linearen Absorptionskoeffizienten:

$$R = \frac{1}{\Sigma_t} \tag{3}$$

1.1.3 Die Thermalisierung schneller Neutronen

Die Energie der schnellen Neutronen liegt höher als die Energie der Stoßpartner, die der Temperatur des Mediums über $E = k_B T$ entspricht. Nach einigen Stößen ist dieser Energieüberschuss vollständig auf die Materie übergegangen. Da sich die Neutronen jetzt also im thermischen Gleichgewicht mit dem Medium befinden, nennt man die Neutronen **thermalisiert**. Die Maxwell-Boltzmann-Verteilung liefert dann eine wahrscheinlichste Geschwindigkeit $v_T = \sqrt{\frac{2k_BT}{m}}$. $E = mv_T^2/2 = k_BT$ liefert bei Zimmertemperatur für die thermalisierten Neutronen die Energie $E = 0.025\,\text{eV}$.

1.1.4 Die Ausbreitung thermischer Neutronen: Diffusionstheorie

Um den Fluss aus der differentiellen Neutronendichte $n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$ zu bestimmen, wird die Boltzmann-Gleichung herangezogen. Da diese i.A. keine geschlossene Lösung hat, gibt es verschiedene Ansätze, denen bestimmte Näherungen zugrunde liegen.

Eine davon ist die elementare **Diffusionstheorie**. bei der nach stationären (zeit- und energieunabhängigen) Lösungen gesucht wird. Ebenso werden die Wirkungsquerschnitt der erlaubten Reaktionen (Absorption und Streuung) Σ_a und Σ_s als energieunabhängig angenommen. Diese Theorie kann nur auf thermische Neutronen angewandt werden, da ja die Thermalisierung gerade vom Energieverlust der Neutronen und damit der Energieabhängigkeit der Wirkungsquerschnitte abhängt.

Unter der zusätzlichen Bedingung schwacher Absorption ($\Sigma_a \ll \Sigma_s$) vereinfacht sich die Gleichung für eine punktförmige Quelle auf die **Diffusionsgleichung**:

$$D\nabla^2\Phi(r) - \Sigma_a\Phi(r) + S(r) = 0 \tag{4}$$

wobei $D = \frac{1}{3\Sigma_s}$ die Diffusionskonstante und $S(r)$ die Quelldichte der Neutronen ist. Mit der Diffusionskonstante lässt sich die **Diffusionslänge** L folgendermaßen definieren:

$$L = \sqrt{\frac{D}{\Sigma_a}} \tag{5}$$

Die Diffusionsgleichung lässt sich damit umschreiben zu:

$$\nabla^2\Phi(r) - \frac{1}{L^2}\Phi(r) + \frac{S(r)}{D} = 0 \tag{6}$$

Diese Gleichung ist eine gute Näherung für endliche Medien in Bereichen, die mehr als zwei freie Weglängen von der nicht punktförmigen Quelle und der Begrenzung des Volumens entfernt sind.

Gegeben die beiden Randbedingungen, dass zum einen der Fluss im unendlichen verschwindet und, im stationären Fall, die Gesamtzahl pro Zeiteinheit emittierter Neutronen irgendwo im Medium in der selben Zeit wieder absorbiert werden muss, findet sich die folgende Lösung der Diffusionsgleichung:

$$\Phi(r) = \frac{Q}{4\pi D}\frac{\exp\left(-r/L\right)}{r} \tag{7}$$

Der Hauptunterschied zum Fluss schneller Neutronen liegt im Verhalten mit $1/r$ statt $1/r^2$. Die Diffusionslänge beschreibt das Absorptionsverhalten des Mediums und kann verstanden werden als ein Maß für den mittleren Abstand von der Quelle, in der ein Neutron absorbiert wird.

1.2 Der experimentelle Aufbau

Der Zylinderförmige Wassertank hat einen Durchmesser von $d = 100\,\text{cm}$ und eine Höhe von $h = 80\,\text{cm}$. In der Mitte befindet sich eine Am-Be-Quelle, die die schnellen Neutronen erzeugt. Gemessen werden die Neutronen mit einem radial verschiebbaren BF_3-Zählrohr. Zusätzlich lässt sich für die Cadmium-Differenzmethode (im folgenden: Cd-Differenzmethode), die später diskutiert wird, eine Cadmium-Kugel um die Quelle anbringen. Der Detektor ist mit aufwändiger Elektronik verbunden, die die analogen Signale in digitale umwandelt, die auf einem Computer mit einem passenden Programm dargestellt und ausgewertet werden.

1.3 Die Messung

- Relaxationslänge

  Gleichung 2 liefert über den totalen linearen Absorptionskoeffizient sofort eine Messvorschrift für die Relaxationslänge:

  $$\log\left(r^2\Phi(r)\right) = -\frac{r}{\lambda} + \text{const.} \tag{8}$$

  Diese Messmethode ist allerdings wegen der Schwierigkeit, primäre von sekundären Neutronen zu trennen, und weil es im Labor keine Quelle monoenergetischer Neutronen gibt, nicht anwendbar. Im Experiment zeigt sich jedoch, dass, in Wasser, der Fluss langsamer und thermischer Neutronen doch dieser Gleichung gehorcht. Das liegt daran, dass die schnellen Neutronen sehr schnell thermalisiert werden und sich auch als thermische Neutronen im Mittel nicht allzu weit entfernen. Die Relaxationslänge kann also auf Basis dieser Näherung bestimmt werden, sie hat aber dann nicht die exakte Bedeutung der Definition. Sie hängt nämlich vom Spektrum der Quelle, der spektralen Empfindlichkeit des Detektors und der Geometrie der Versuchsanordnung ab. Sie lässt dennoch eine Abschätzung der erforderlichen Dicke einer Abschirmung gegen schnelle Neutronen zu.

Ein Fit liefert dann die Relaxationslänge.

- Diffusionslänge: Cd-Differenzmethode

  Auch Gleichung 7 liefert durch umstellen eine Messvorschrift für die Diffusionslänge:

  $$\log\big(r \cdot \Phi(r)\big) = -\frac{r}{L} + \text{const.} \tag{9}$$

  Auch diese Messmethode lässt sich nicht so einfach anwenden. Sie setzt nämlich eine punktförmige Quelle thermischer Neutronen voraus, die es nicht gibt. Die Am-Be-Quelle sendet schnelle Neutronen aus, die an jedem Punkt im Wasser thermalisiert werden, somit ist jeder dieser Punkte eine eigene Quelle thermischer Neutronen. Eine punktförmige Quelle lässt sich jedoch über die Cd-Differenzmethode simulieren:

  Es wird zunächst eine Messreihe ohne Cd-Kugel und dann eine mit durchgeführt. Das Zählrohr ist nur bis zu einigen 100 keV Energie empfindlich, daher werden nur Neutronen detektiert, die schon etwas Energie verloren haben, darunter vor allem auch die schon thermalisierten. Die Cd-Kugelschale absorbiert Neutronen mit einer Energie bis 0.5 eV mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit. In der zweiten Messreihe mit der Kugel werden also alle Neutronen, die schon innerhalb der Kugel thermalisiert wurden, nicht detektiert, die schnellen hingegen schon. Die Differenz der detektierten Neutronen aus beiden Messreihen liefert also den Fluss der Neutronen, die innerhalb der Kugel thermalisiert worden sind und hat somit eine Quelle thermischer Neutronen simuliert. Findet die Messung weiterhin in ausreichendem Abstand statt, kann die Quelle ebenfalls als punktförmig genähert werden. Abstände kleiner als 14 cm sind also nicht sinnvoll. Damit sind beide beide Voraussetzungen erfüllt, die Messvorschrift nutzen zu können.

  Der Name „Differenzmethode“ rührt also daher, dass die Differenz aus beiden Messreihen für den Fit genutzt wird, der schließlich die Diffusionslänge liefert.

Da sowohl für die Relaxations- als auch die Diffusionslänge eine Messreihe ohne Cd-Kugel nötig ist, kann diese für beide genutzt werden. Für die Diffusionslänge ist dann lediglich eine weitere mit Cd-Kugel nötig.

Das in Abschnitt 1.2 erwähnte Computerprogramm steuert die Messung und stellt das Ergebnis dar. Eine Messung dauert 300 s und das Programm zeigt live eine Darstellung des Spektrums, welches das Zählrohr misst. Dieses misst aber nur in einem kleinen Winkel um die Quelle herum, für den tatsächlichen Fluss ist aber eine Integration über den gesamten polaren Winkel φ nötig, welche das Programm ebenfalls automatisch berechnet. Es gibt dann die 2π-integrierte Anzahl detektierte Neutronen über die gesamte Messzeit von 300 s zurück. Für jede Messung wird also der Abstand der Zählrohrs zur Quelle und die Anzahl detektierter Neutronen notiert, die Ergebnisse sind in Abschnitt 2.1 zu finden.

2 Auswertung

2.1 Messergebnisse

In Tabelle 1 sind die Messergebnisse dargestellt. Jede Abstandsmessung hat eine Unsicherheit von 0.05 cm. In den Spalten „ohne Cd-Kugel“ und „mit Cd-Kugel“ steht die Anzahl der detektieren Neutronen für den gegeben Abstand. Die Unsicherheit auf die Anzahl ist aus der Poisson-Statistik gegeben als: $\sigma = \sqrt{N}$, wobei N eben die Anzahl detektierter Neutronen ist.

Abstand d in cm	ohne Cd-Kugel	mit Cd-Kugel
14.0	54404±233	51701±227
14.5	52606±229	50161±224
15.0	47484±218	45922±214
15.5	42623±206	40788±202
16.0	39704±199	38554±296
16.5	35297±188	34387±185
17.0	32744±181	31687±178
17.5	29417±172	28564±169
18.0	26662±163	26295±162
18.5	24047±155	24192±156
19.0	22056±149	21385±146
19.5	19799±141	19329±139
20.0	18431±136	18196±135
21.0	14968±122	14730±121
22.0	12256±111	11559±108

Tabelle 1: Die Messergebnisse.

2.2 Relaxationslänge

Wie bereits in der Vorbereitung beschrieben wird zur Bestimmung der Relaxationslänge die Anzahl der Neutronen in einem bestimmten Abstand zur Quelle gemessen. Eine Normalisierung der Neutronenzahl auf den Einheitsraumwinkel bzw. die Einheitsfläche und die Zeit ist aufgrund der Art der Auswertung nicht nötig. Der Logarithmus in Gl. 8 wandelt diese Normalisierung in eine additive Konstante um, die im Fit in c eingeht. Diese Gleichung wird an die Messwerte angepasst.

Die Unsicherheiten werden nach bisheriger Beschreibung gewählt. Der Fit, zu sehen in Abb. 1, ist bezüglich $\chi^2/ndf = 21.29$ schlecht, könnte jedoch durch eine längere Messzeit verbessert werden. Wir erhalten somit die Relaxationslänge:

$$R = (13.45 \pm 0.15)\,\mathrm{cm}$$

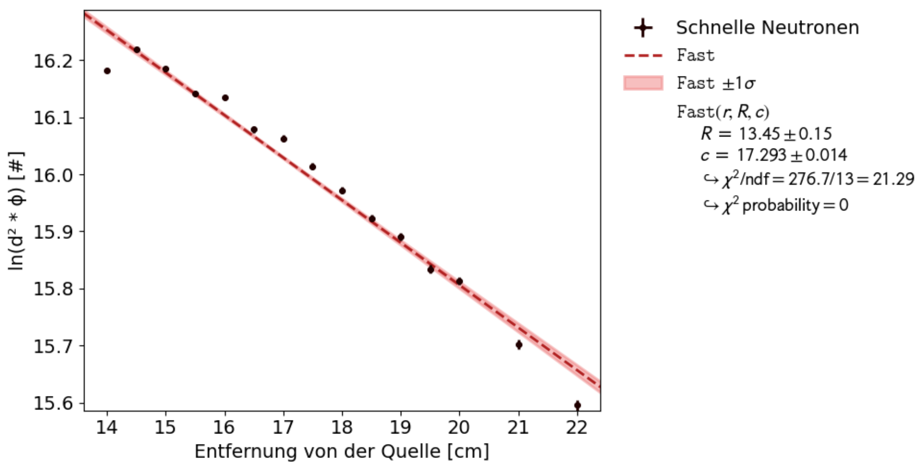

Abbildung 1: Fit für schnelle Neutronen.

2.3 Diffusionslänge

Zur Bestimmung der Diffusionslänge werden nun die beiden Messreihen subtrahiert. Ebenfalls nach Vorbereitung wird nun Gl. 9 an die Messwerte angepasst.

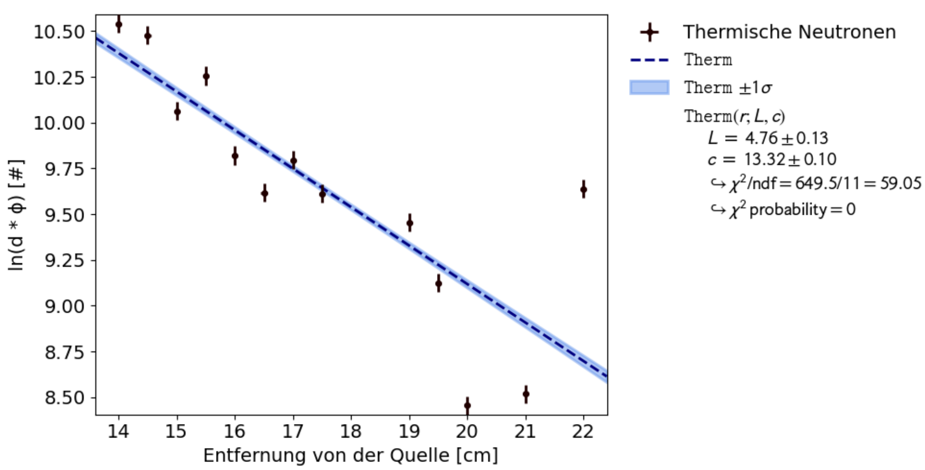

Abbildung 2: Fit für thermische Neutronen.

Die Unsicherheiten werden wieder nach bisheriger Beschreibung gewählt und der Fit ist ebenfalls schlecht, mit $\chi^2/ndf = 59.09$. Auffällig sind außerdem die Werte, bei 20 - 22 cm Abstand zur Quelle. Aufgrund der Annäherung der gemessenen Neutronenzahlen mit und ohne Cd-Kugel und der Unsicherheiten beider schwankt die Differenz Dieser stark. An der Stelle 18 cm ist der Wert negativ und wird dementsprechend vernachlässigt. Wir erhalten für die Diffusionslänge:

$$L = (4.76 \pm 0.13)\,\mathrm{cm}$$

3 Literatur

Literatur

[1] Joachim Wolf, Einführung in das Kern- und Teilchenphysikalische Prakikum. Karlsruhe: KIT 2024.