

Gruppe Nr. 129

Kurs: **Mo1** ~~**Mo2**~~ **Mi3**
zutreffendes bitte ankreuzen

WS 24/25

aktuelles Semester angeben

Versuch: Winkelkorrelation

Namen: Tin Vrkic (2459981) (uyvpq@student.kit.edu)

Mika Nock (2484864) (uttzi@student.kit.edu)

Assistent: Leonard Haßelmann (Betreuer)

durchgeführt am: 09.12.2024

Protokollabgabe am: 28.01.2025

vom Betreuer auszufüllen

Note gesamt

☐ +

☒ 0

☐ -

Anerkannt: _____

(Datum Unterschrift)

Datum Rückgabe: _____

1

Bemerkung:

Winkelkorrelation

Tin Vrkic, Mika Nock

28. Januar 2025

Zusammenfassung

Beim Versuch Winkelkorrelation soll mit Hilfe einer speziellen Messmethode, der Koinzidenzmethode, die Anisotropie eines zunächst isotropen Prozesses gezeigt werden. Hierfür sind zwei Szintillatoren mit Photomultipliern und verschiedene andere Geräte zur Konvertierung nötig.

Inhaltsverzeichnis

1	Vorbereitung	4
1.1	Theoretische Grundlagen	4
1.1.1	γ -Zerfall	4
1.1.2	Die Koinzidenzmethode	4
1.1.3	Die Szintillatoren und Photomultiplier	5
1.2	Der Aufbau	5
1.3	Arbeitsauftrag	6
1.3.1	Hintergrundmessung	6
1.3.2	Energiekalibration	6
1.3.3	Die Messung	6
2	Auswertung	7
2.1	Methode 1: Erfassung des statistischen Fehlers	8
2.2	Methode 2: Erfassung des gesamten Fehlers	10
2.3	Vergleich der Methoden	10
2.4	Berechnung der Zeitauflösung von Koinzidenzen	11
3	Literatur	13

1 Vorbereitung

1.1 Theoretische Grundlagen

1.1.1 γ -Zerfall

Bei radioaktivem Zerfall können je nach Art des Zerfalles drei verschiedenen Teilchen frei werden. Bei α -Strahlen handelt es sich um He-Kerne, bei β um Elektronen bzw. Positronen und bei γ um γ -Photonen.

In diesem Versuch sollen die γ -Strahlen von Co^{60} untersucht werden, wobei dieses zunächst durch β^- -Zerfall zu Ni^{60} umgewandelt wird. Hierbei ist zwar auch eine zweite Variante möglich, bei der der Kern direkt in das zweitunterste Energieniveau von Ni^{60} übergeht, dieser ist jedoch deutlich unwahrscheinlicher. Das Zerfallsschema von Co^{60} ist in Abb. 1 zu sehen.

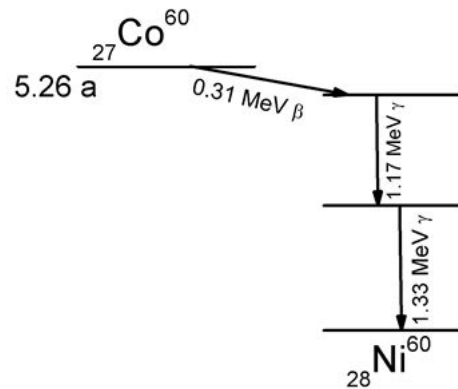


Abbildung 1: Zerfallsschema von Co^{60} . [2]

1.1.2 Die Koinzidenzmethode

Könnte man den selben Atomkern in der selben räumlichen Orientierung mehrfach beim selben Zerfall beobachten, so würde sich eine Ungleichmäßigkeit in der Abstrahlungsrichtung der γ -Photonen ergeben. Es wären also bestimmte Raumrichtungen wahrscheinlicher. Erst in einer Probe mit vielen Atomkernen ist die Verteilung isotrop. Will man nun die Anisotropie eines einzelnen Zerfalles nachweisen bedient man sich der sog. Koinzidenzmethode.

Da beim Zerfall von Ni^{60} in kurzem zeitlichen Abstand 2 Photonen zu beobachten sind, lässt sich mittels Detektion des ersten Photons eine Achse definieren. Am zweiten Detektor soll nun das Photon nachgewiesen werden, das vom selben Atomkern ausgesendet wurde. Diese sind von anderen Messereignis-

sen unterscheidbar, durch den kurzen zeitlichen Abstand in dem sie registriert werden. Diese “gleichzeitig“ auftretenden Events werden koinzident genannt.

1.1.3 Die Szintillatoren und Photomultiplier

Bei einem Szintillator handelt es sich um einen Kristall, der unter Einfall von hochenergetischen Photonen oder Elektronen sichtbares Licht aussendet. Trifft, wie in diesem Versuch, ein Photon auf einen solchen Kristall, entstehen durch Paarbildung, Comptoneffekt und Photoeffekt Elektronen mit weniger Energie und weitere Photonen. Diese erzeugen durch Bremsstrahlung und die bereits genannten Effekte neue Photonen und es ergibt sich ein Schauer. Der vorliegende Szintillator besteht aus Natriumjodit, welches mit Thallium dotiert wurde (NaI:Th).

Hinter den Szintillatoren befinden sich Photomultiplier zur Detektion des sichtbaren Lichtes. In diesen werden durch Photoeffekt Elektronen frei, die in Richtung einer Dynode beschleunigt werden. Beim Auftreffen werden weitere Elektronen freigesetzt und es findet eine erneute Beschleunigung in Richtung der nächsten Dynode statt. So ergibt sich ein nachweisbarer Strompuls, welcher ausgelesen wird. Über die Höhe des Signals lässt sich die Energie des eingetroffenen Photons bestimmen.

1.2 Der Aufbau

Der Aufbau des Versuches besteht aus zwei Szintillatoren mit angeschlossenen PMT's. PMT2 ist starr in Richtung der Quelle verbaut, PMT1 lässt sich um diese im Winkel $\theta = 90 - 180^\circ$ zu PMT2 rotieren. Beide sind über einen Analog-to-Digital-Converter und einen Multi-Channel-Analyzer (MCA) an einen PC angeschlossen, der die aufgenommenen Messdaten einliest. Um den Versuch herum befinden sich verschiedene Bausteine aus Blei, die der Abschirmung dienen. Ein Bild des Aufbaus ist in Abb. 2 zu sehen.

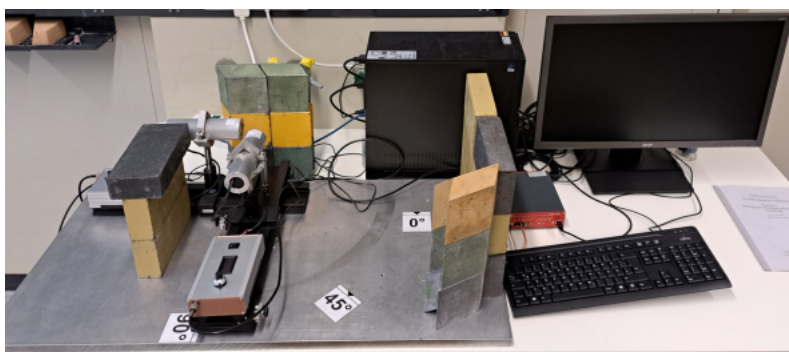


Abbildung 2: Aufbau des Versuches. [1]

1.3 Arbeitsauftrag

1.3.1 Hintergrundmessung

Zunächst soll ohne die Verwendung einer Quelle der Untergrund bestimmt werden, sodass im Nachhinein eine Korrektur auf die eigentlichen Messdaten möglich ist.

1.3.2 Energiekalibration

Da der MCA keine Messwerte Energien der gemessenen Ereignisse, sondern nur den jeweiligen Kanal dieser ausgibt muss zunächst eine Kalibration erfolgen.

Zur Durchführung wird eine Na^{22} -Quelle eingesetzt. Von ihr gehen nur γ -Photonen einer einzigen Wellenlänge und Elektronen aus, deren Energie bekannt ist. Das Spektrum dieser Quelle wird also aufgezeichnet und durch Einpassen einer Gaußkurve die Position des Photopeaks bzw. des Elektronenpeaks bestimmt. Da die Energie proportional zur Kanalnummer ist, lassen sich so die Detektoren auf die Energie kalibrieren.

1.3.3 Die Messung

Nun wird die Co^{60} -Quelle vermessen, indem in zwei Durchläufen für jeden Winkel $\theta \in \{90^\circ, 135^\circ, 180^\circ\}$ zwei mal hintereinander für jeweils 400 s aufgezeichnet wird. Aus diesen Messwerten werden die Koinzidenzen errechnet und korrigiert. Aus diesen Koinzidenzen lässt sich die Korrelationsfunktion $K(\theta) = 1 + a_2 \cdot \cos^2(\theta) + a_4 \cdot \cos^4(\theta)$ und die Anisotropie $An = K(180^\circ) - 1$ bestimmen. Schließlich soll noch die Auflösungszeit bestimmt werden. Eine genaue Beschreibung der Formeln, Fehlerrechnung und Auswertungsmethoden findet sich im Abschnitt Auswertung.

2 Auswertung

Die Datennahme ist bereits im Abschnitt „Arbeitsauftrag“ diskutiert worden. Zur Auswertung sollen zwei Methoden angewandt werden:

Bei der ersten betrachtet man alle Messungen zum selben Winkel als eine große Messung. Das Ziel ist, durch viel Statistik den statistische Fehler zu kontrollieren. Bei der zweiten betrachtet man alle Messungen separat. Hier soll der systematische Fehler kontrolliert werden.

Mit dem bereitgestellten Jupyter-Notebook wird für jede Einzelmessung von Cobalt und den Hintergrund die Koinzidenten und zufällig Koinzidenten Ereignisse berechnet, die im Folgenden in Tabelle 1 dargestellt werden. Laut Aufgabenstellung kann man die Poissonstatistik für die Zählraten annehmen, wonach gilt: $\sigma = \sqrt{N}$.

Es sei erwähnt, dass in den folgenden Tabellen von den Winkeln 0° , 45° , 90° die Rede sein wird, die denen aus dem Abschnitt „Arbeitsauftrag“ entsprechen. Erstere beziehen sich aber auf den Winkel zwischen dem drehbaren Detektor 2 und der Achse von Detektor 1. Die aus Abschnitt „Arbeitsauftrag“ beziehen sich jedoch auf den Winkel zwischen den Detektoren. Es werden später zwei Versionen der sog. Korrelationsfunktion Verwendung finden. Die zweite wird genutzt werden, um die Eingangs erwähnten Koeffizienten a_2 und a_4 zu bestimmen. In der Formel, die dafür genutzt wird, kommt aber der Cosinus vor, bei dem man nicht den Winkel zwischen Detektor 2 und der Achse von Detektor 1 nutzen darf, sondern tatsächlich den Winkel zwischen den beiden Detektoren. Man muss daher die Winkel an dieser Stelle umrechnen, somit entsprechen die hier genutzten Winkel 0° , 45° und 90° genau 180° , 135° und 90° .

Die Korrelationsfunktion kann, statt über den Differentiellen Wirkungsquerschnitt wie im blauen Buch $K(\vartheta) = \frac{d\sigma(\vartheta)}{d\Omega} / \frac{d\sigma(90^\circ)}{d\Omega}$, über die Zählraten bestimmt werden: $K(\vartheta) = \frac{R(\vartheta)}{R(90^\circ)}$, wobei $R(\vartheta)$ folgendermaßen definiert ist:

$$R(\vartheta) = \frac{N_K - N_{K,bkg} - N_Z}{(N_{PMT1} - N_{PMT1,bkg}) \cdot (N_{PMT2} - N_{PMT2,bkg})}$$

mit

- N_K : die berechnete Rate der Koinzidenzen einer Messung bei festem Winkel
- N_Z : die berechnete Rate der zufälligen Koinzidenzen einer Messung bei festem Winkel
- $N_{K,bkg}$: Mittelwert über die berechneten Raten der Koinzidenzen beider Hintergrundmessungen (0° und 45°)
- N_{PMT1} , N_{PMT2} : Gesamtereignisrate der ersten und zweiten Detektors einer Messung bei festem Winkel
- $N_{PMT1,bkg}$, $N_{PMT2,bkg}$: Mittelwert der Gesamtereignisrate in der Hintergrundmessung am ersten und zweiten Detektor

Die Fehlerrechnung mittels Gauß'scher Fehlerfortpflanzung ergibt:

$$\begin{aligned} \sigma_R^2 = & \left(\frac{\partial R}{\partial N_K}\right)^2 \sigma_{N_K}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial N_Z}\right)^2 \sigma_{N_Z}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial N_{K,bkg}}\right)^2 \sigma_{N_{K,bkg}}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial N_{PMT1}}\right)^2 \sigma_{N_{PMT1}}^2 + \\ & \left(\frac{\partial R}{\partial N_{PMT2}}\right)^2 \sigma_{N_{PMT2}}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial N_{PMT1,bkg}}\right)^2 \sigma_{N_{PMT1,bkg}}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial N_{PMT2,bkg}}\right)^2 \sigma_{N_{PMT2,bkg}}^2 \end{aligned} \quad (1)$$

Ausführen der Ableitungen gibt:

$$\sigma_R^2 = \frac{\sigma_{N_K}^2 + \sigma_{N_Z}^2 + \sigma_{N_{K,bkg}}^2 + (N_K - N_Z - N_{K,bkg})^2 \left(\frac{\sigma_{N_{PMT1}}^2 + \sigma_{N_{PMT1,bkg}}^2}{(N_{PMT1} - N_{PMT1,bkg})^2} + \frac{\sigma_{N_{PMT2}}^2 + \sigma_{N_{PMT2,bkg}}^2}{(N_{PMT2} - N_{PMT2,bkg})^2} \right)}{(N_{PMT1} - N_{PMT1,bkg})^2 (N_{PMT2} - N_{PMT2,bkg})^2} \quad (2)$$

Genauso lässt sich die Fehlerrechnung für die Korrelationsfunktion durchführen:

$$\sigma_K = \frac{1}{|R(90^\circ)|} \sqrt{(\sigma_{R(\vartheta)}^2 + R(\vartheta) \sigma_{R(90^\circ)}^2)} \quad (3)$$

Mit der in der Vorbereitung hergeleiteten Formel für die Korrelationsfunktion

$$K(\vartheta) = 1 + a_2 \cos^2(\vartheta) + a_4 \cos^4(\vartheta) \quad (4)$$

kann nun, bei bekanntem $K(180^\circ)$ und $K(135^\circ)$, ein Gleichungssystem aufgestellt werden, mit dem Formeln für a_2 und a_4 gefunden werden können:

$$a_2 = -K(180^\circ) + 4K(135^\circ) - 3, \sigma_{a_2} = \sqrt{\sigma_{K(180^\circ)}^2 + 16\sigma_{K(135^\circ)}^2} \quad (5)$$

$$a_4 = 2K(180^\circ) - 4K(135^\circ) + 2, \sigma_{a_4} = 2\sqrt{\sigma_{K(180^\circ)}^2 + 4\sigma_{K(135^\circ)}^2} \quad (6)$$

Zu guter letzt fehlt noch die Anisotropie:

$$An = K(180^\circ) - 1, \sigma_{An} = \sigma_{K(180^\circ)} \quad (7)$$

In der Vorbereitung sind die theoretischen Werte der Koeffizienten hergeleitet worden: $a_2 = 1/8 = 0.125$ und $a_4 = 1/24 \approx 0.042$.

2.1 Methode 1: Erfassung des statistischen Fehlers

Für diese Methode werden alle zu einem Winkel gehörenden Messreihen effektiv als eine betrachtet. Hierzu werden alle Ereignisse, die an Detektor 1 gemessen wurden, aufaddiert, ebenso mit Detektor 2, die berechneten Koinzidenzen und zufälligen Koinzidenzen werden auch zusammenaddiert. Mit den beiden Hintergrundmessungen wird im Prinzip genauso vorgegangen, da hier aber nur zwei Messreihen vorliegen, statt vier für jeden Winkel wie bei den Co^{60} -Messungen, wird hier einfach mit zwei multipliziert.

ϑ	run	Ereignisse Detektor 1	Ereignisse Detektor 2	Koinzidenzen	Zufällige Koinzidenzen
0°	1	42.740 ± 210	42.459 ± 210	57 ± 8	0 ± 0
	2	42.983 ± 210	42.368 ± 210	84 ± 9	0 ± 0
	3	43.084 ± 210	42.255 ± 210	72 ± 8	0 ± 0
	4	43.052 ± 210	42.045 ± 210	78 ± 8	0 ± 0
45°	1	42.709 ± 210	39.500 ± 200	64 ± 8	1 ± 1
	2	42.837 ± 210	39.500 ± 200	64 ± 8	1 ± 1
	3	42.746 ± 210	39.871 ± 200	66 ± 8	2 ± 1.4
	4	42.651 ± 210	39.533 ± 200	61 ± 8	1 ± 1
90°	1	42.654 ± 210	40.168 ± 200	71 ± 8	0 ± 0
	2	42.588 ± 210	39.623 ± 200	57 ± 8	1 ± 1
	3	42.606 ± 210	39.639 ± 200	57 ± 8	2 ± 1.4
	4	42.711 ± 210	39.927 ± 200	59 ± 8	1 ± 1
bkg 0°	0	449 ± 21	445 ± 21	0 ± 0	0 ± 0
bkg 45°	0	513 ± 23	401 ± 20	1 ± 1	0 ± 0

Tabelle 1: Darstellung aller Ergebnisse (Ereignisse, Koinzidenzen und zufällige Koinzidenzen). „bkg“ steht für die Messungen des Hintergrunds.

Man kann also für jeden der drei Winkel die Rate $R(\vartheta)$ und die entsprechende Unsicherheit, wie oben beschrieben, berechnen. Aus diesen lässt sich dann für 0° und 45° die Korrelationsfunktion berechnen. Mit den Korrelationsfunktionen können dann sowohl die Koeffizienten a_2 und a_4 , als auch die Anisotropie berechnet werden.

Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 dargestellt.

ϑ	Zählrate $R(\vartheta)$ in 10^{-9}	$\sigma_{R(\vartheta)}$ in 10^{-9}	Korrelationsfunktion $K(\vartheta)$	$\sigma_{K(\vartheta)}$
0°	10.0	0.6	1.14	0.07
45°	9.3	0.6	1.05	0.07
90°	8.9	0.6	1.00	0.07
		a_2	0.049 ± 0.282	
		a_4	0.086 ± 0.305	
		Anisotropie	0.14 ± 0.07	

Tabelle 2: Darstellung der Zählrate und Korrelationsfunktion für jeden Winkel, der Koeffizienten und der Anisotropie aus Methode 1.

Die erste Methode liefert für die Koeffizienten a_2 und a_4 Ergebnisse, die etwa um die Faktoren 0.4 respektive 2 von ihren theoretischen Erwartungen abweichen, mit relativ großen Unsicherheiten, sodass prinzipiell auch stärker negative Werte erlaubt sind. Mögliche Gründe werden beim Vergleich der beiden Methoden weiter unten diskutiert. Die Anisotropie bleibt mit einem geringeren

Fehler im positiven, niedrig-Anisotropen, Bereich, negative Werte ergeben hier per Definition keinen Sinn.

2.2 Methode 2: Erfassung des gesamten Fehlers

Bei dieser Auswertungsmethode geht man ähnlich vor wie bei der ersten: aus den Zählraten bestimmt man die Korrelationsfunktion für jeden Winkel die die Koeffizienten und die Anisotropie liefert. Im Gegensatz zur ersten Methode betrachtet man aber alle Messreihen separat.

Für die Korrelationsfunktion für jede Messung und Winkel wird die Normierung auf die selbe Messreihe bezogen, d.h. $R(0^\circ)$ des ersten Durchlaufs wird normiert durch $R(90^\circ)$ des ersten Durchlaufs, $R(45^\circ)$ des dritten Durchlaufs wird normiert durch $R(90^\circ)$ des dritten Durchlaufs, um einige Beispiele zu nennen.

Aus den Werten der Korrelationsfunktion für 0° und 45° eines Durchlaufs erhält man dann pro Durchlauf ein Paar an Koeffizienten a_2 und a_4 und eine Anisotropie. Zum Schluss wird der Mittelwert der berechneten Koeffizienten und Anisotropien ermittelt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3 dargestellt. Der Mittelwert ist der ungewichtete Mittelwert, also die Summe der Werte geteilt durch die Anzahl an Werten, der Fehler auf den Mittelwert wird folgendermaßen berechnet: zunächst wird aus Mittelwert und den einzelnen Messwerten die Standardabweichung der Einzelmessung nach der Formel

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (8)$$

berechnet. Den Fehler auf den Mittelwert erhält man dann so: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$

Die zweite Methode liefert für die Koeffizienten a_2 und a_4 Ergebnisse, die etwa um die Faktoren 0.56 respektive 2.2 von ihren theoretischen Erwartungen abweichen, mit nur etwa halb so großen Unsicherheiten als es bei der ersten Methode der Fall war. Auch hier sind negative Werte prinzipiell erlaubt. Mögliche Gründe werden ebenfalls weiter unten beim Vergleich der beiden Methoden diskutiert. Die Anisotropie bleibt im selben Bereich, der Fehler wächst jedoch um einen Faktor 2.

2.3 Vergleich der Methoden

Beim Vergleich der Ergebnisse erkennt man relativ schnell, dass die zweite Methode kleinere Fehler auf die Koeffizienten liefert, die erste dagegen einen kleineren Fehler auf die Anisotropie. Welche Schlüsse man aus diesen Ergebnisse für weitere Messungen ziehen kann, soll im Folgenden diskutiert werden.

- Koeffizienten: Die erste Methode legt den Fokus auf den statistischen Fehler. Das Ziel ist, durch eine längere effektive Messzeit, den statistischen Fehler zu reduzieren. Ein Vergleich mit der zweiten Methode zeigt aber,

ϑ	run	Zählrate $R(\vartheta)$ in 10^{-8}	$\sigma_{R(\vartheta)}$ in 10^{-8}	Korrelationsfunktion $K(\vartheta)$	$\sigma_{K(\vartheta)}$
0°	1	3.18	0.43	0.76	0.10
	2	4.68	0.52	1.39	0.15
	3	4.01	0.48	1.22	0.15
	4	4.37	0.50	1.27	0.15
45°	1	3.79	0.49	0.90	0.12
	2	3.78	0.49	1.12	0.15
	3	3.81	0.50	1.15	0.15
	4	3.61	0.48	1.05	0.14
90°	1	4.21	0.51	1.00	0.12
	2	3.36	0.46	1.00	0.14
	3	3.30	0.47	1.00	0.14
	4	3.45	0.47	1.00	0.14

run	1	2	3	4	Fehler des Mittelwerts
a_2	-0.15	0.10	0.40	-0.08	0.07 ± 0.12
a_4	-0.09	0.29	-0.19	0.35	0.09 ± 0.13
Anisotropie	-0.24	0.39	0.22	0.27	0.16 ± 0.14

Tabelle 3: Darstellung der Zählrate jeder Einzelmessung und die zugehörigen Werte der Korrelationsfunktion, Koeffizienten und Anisotropie aus Methode 2.

dass der Fehler größer ist. Das ist ein Indiz, dass hier ein systematischer Fehler überwiegt, den immer mehr und mehr Statistik, also längere Messungen, nicht herausmitteln kann. Eine Möglichkeit wäre hier zum Beispiel mangelnde Justage, es könnte sein, dass sich im Laufe der Zeit durch die wiederholte Durchführung dieses Versuchs, die Detektoren gegen die Schienen verdreht haben und somit nicht mehr parallel zu ihnen sind. Interessiert man sich also hauptsächlich für die Koeffizienten, wäre hier die Empfehlung, sich eine neue, genauere Apparatur zuzulegen, oder zumindest die Justage noch einmal genau zu überprüfen.

- Anisotropie: Im Gegensatz zu den Koeffizienten hat bei der Anisotropie die erste Methode scheinbar gut funktioniert. Mehr Statistik hat den Fehler im Vergleich zur zweiten Methode drastisch gesenkt. Man könnte hier also davon ausgehen, dass keine neue Apparatur nötig ist, sondern nur längere Messungen.

2.4 Berechnung der Zeitauflösung von Koinzidenzen

Die Zeitauflösung von Koinzidenzen beschreibt die minimale Zeit zwischen zwei Ereignissen, sodass diese als Koinzident und nicht gleichzeitig zu betrachten

sind. Die Formel ist der Vorbereitung entnommen:

$$\tau = \frac{N_Z}{N_{PMT1}N_{PMT2}} \quad (9)$$

Dazu summiert man alle zufälligen Koinzidenzen und Ereignisse bei Detektor 1 und 2 jeweils auf (s. Tabelle 1), die Fehler auf diese sind Poissonverteilt, was bereits diskutiert worden ist, und mittels Gauß'scher Fehlerfortpflanzung erhält man schließlich folgendes Ergebnis:

$$\tau \approx 11 \pm 4 \text{ ns}$$

3 Literatur

Literatur

[1] Vorbereitungsmappe zum Versuch

[2] <https://de-academic.com/dic.nsf/dewiki/1153497> (letzter Zugriff am 07.01.25)