

EXPÉRIENCES NUMÉRIQUES DE MKF

31 DÉCEMBRE 2022

MASTER 1 2EEEEA OPTION EEES

Écoulement laminaire en conduite

Élèves :

Mohamed Reda YACOUBI

Enseignants

Gerald DEBENEST

Daniel DIAZ ARRIBA

Rémi ZAMANSKY

Table des matières

Introduction générale	3
Chapitre I : Définition du problème	4
I.1 Mise en oeuvre du problème	4
I.2 Maillage avec Icem CFD	4
I.2.1 Présentation du logiciel	4
I.2.2 Création du maillage	4
I.2.2.1 Création de la géométrie	5
I.2.2.2 Création du maillage	5
I.2.2.3 Mise en place des conditions limites	5
I.3 Résolution et simulation avec Icem CFD	5
I.3.1 Présentation du logiciel	5
I.3.2 Mise en place du problème sous FLUENT	6
I.3.3 Résolution	6
I.3.4 Analyse des résultats	7
I.3.4.1 Vitesse sur l'axe	7
I.3.4.2 Profil de vitesse	8
I.3.4.3 Champ de vecteurs vitesse	9
I.3.5 Raffinement du maillage	9
CHAPITRE II :PROBLÈME 1	11
II.1 Écoulement de Poiseuille en conduite	11
II.1.1 Le nombre de Reynolds	11
II.1.2 Le profil radial de vitesse axial	11
II.1.3 La vitesse sur l'axe $u(r=0)$	12
II.1.4 Le coefficient de perte de charge linéaire	12
II.2 Mesure de l'erreur	12
II.1.1 Le nombre de Reynolds	12
CHAPITRE III :PROBLÈME 2	14
III.1 Coefficient de perte de charge linéaire	14
III.2 Coefficient de perte et nombre de Reynolds	15
Conclusion	16

Table des figures

1	Description de la configuration étudiée	4
2	Conditions limites	5
3	Conditions initiales	6
4	Convergence de la solution 100 itérations	7
5	Evolution de la vitesse axiale en fonction de la position	7
6	La zone établie de la vitesse axiale	8
7	Le profil radial de vitesse	8
8	Les profils en $x = 0.6m$ ($x/D = 3$) et $x = 0.12m$ ($x/D = 6$) avec celui à la sortie de la conduite.	9
9	Champ de vecteurs vitesse	9
10	Vitesse axiale pour un maillage 10×100	10
11	L'évolution de l'erreur en fonction de la taille de maille	13
12	La vitesse axiale pour $Re=200$	14
13	La vitesse axiale pour $Re=1000$	14
14	La vitesse axiale pour $Re=5000$	14
15	Coefficient de perte en fonction de Re	15
16	Coefficient de perte en fonction de Re	15

Introduction générale

De nombreux processus industriels font intervenir des écoulements fluides. Des prévisions fiables sur les caractéristiques de ces écoulements sont nécessaires pour la conception, l'optimisation des processus et l'analyse de la sécurité des appareils et processus associés. Les études expérimentales sont coûteuses et, dans la plupart des cas, non transférables à des géométries modifiées, à différentes échelles ou systèmes de matériaux. Pour cette raison, il existe un besoin évident d'outils numériques.

La mécanique des fluides numérique, plus souvent désignée par le terme anglais *computational fluid dynamics* (CFD), consiste à étudier les mouvements d'un fluide, ou leurs effets, par la résolution numérique des équations régissant le fluide.

La simulation numérique offre de jour en jour des possibilités accrues du fait de l'augmentation régulière des performances des ordinateurs. Bien que toute question ne trouve pas une réponse systématique dans la simulation numérique, cette technique est très souvent employée, par exemple pour étudier l'influence de la variation d'un paramètre particulier. Par rapport à l'expérimentation, un grand gain de temps découle de cette démarche, s'accompagnant d'un gain financier appréciable.

L'augmentation rapide de la puissance des calculateurs a rendu possible le développement de codes commerciaux traitant les problèmes de transport dans les fluides. ANSYS CFD est l'un des programmes de simulation les plus puissants de l'industrie. Le cas de FLUENT qui utilise la méthode des Volumes Finis et qui est la solution généraliste CFD d'Ansys. Elle offre toutes les capacités physiques nécessaires pour la modélisation d'écoulements fluides, de turbulences, de transferts de chaleur et de réactions chimiques.

Il s'agit au cours de ce TD de calculer numériquement l'écoulement laminaire dans une conduite circulaire de section constant en utilisant ICEMCFD (génération de maillage) et FLUENT (Résolution) puis de comparer les résultats obtenus aux prédictions théoriques afin de valider le calcul.

CHAPITRE I : DÉFINITION DU PROBLÈME

I.1 Mise en oeuvre du problème :

On considère l'écoulement stationnaire de gaz dans une conduite circulaire de section constante comme illustré sur la figure 1. Le diamètre de la conduite est $D = 20\text{cm}$ et sa longueur $L = 8\text{m}$. On impose en entrée une vitesse uniforme $U_0 = 1\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. La conduite débouche à son autre extrémité dans une enceinte à pression atmosphérique $P = 1\text{ atm}$. La densité et la viscosité dynamique du gaz sont constantes avec $\rho = 1\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et $\mu = 2 \cdot 10^{-3}\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$. Le nombre de Reynolds de cet écoulement, basé sur le diamètre de la conduite, est $Re = \frac{U_m D \rho}{\mu} = 100$ où U_m est la vitesse moyenne qui vaut ici $U_0 = 1\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. La valeur du nombre de Reynolds permet d'affirmer que l'écoulement est bien laminaire.



FIGURE 1 – Description de la configuration étudiée

I.2 Maillage avec Icem CFD :

I.2.1 Présentation du logiciel :

ICEM CFD est un logiciel utilisé pour la CAO (Conception Assistée par Ordinateur) et la génération de maillage. Il permet de créer des maillage structurés, non structurés, multi-blocs ainsi que des réseaux hybrides avec différentes géométries de cellules. Les maillages créés peuvent ensuite être exportés vers différents logiciels de CFD tels que Fluent ou STARCCM+ (On s'intéresse dans notre cas à FLUENT). IcemCFD est un mailleur et n'est normalement pas destiné à créer des géométries trop élaborées. Toutefois, lorsque la géométrie est simple, il suffit amplement.

I.2.2 Création du maillage :

La création d'un maillage sous IcemCFD se fait en plusieurs étapes, il faut dans un premier temps créer la géométrie souhaitée, puis créer le maillage et enfin mettre en place les conditions limites. Une fois toutes ces étapes effectuées, il ne reste plus qu'à exporter le maillage et la géométrie ainsi créés vers FLUENT.

I.2.2.1 Création de la géométrie :

Notre problème étudié est axisymétrique, on se limite donc à l'étude dans le domaine :

$$0 \leq r \leq \frac{D}{2}, \quad 0 \leq x \leq L$$

$$0 \leq r \leq 0.1m, \quad 0 \leq x \leq 8m$$

Avec r et x sont respectivement les coordonnées radiale et longitudinale. Donc pour créer notre géométrie nous allons tout d'abord créer les quatre point correspondant aux sommets, puis les joindre pour former les cotés.

I.2.2.2 Création du maillage :

Pour générer un maillage sous Icem CFD, on suit la procédure suivante :

- Génération des blocs.
- Division des blocs.
- Association des blocs aux éléments de la géométrie(edges).
- Définition des propriétés du maillage des cotés des blocs.
- Maillage de l'objet géométrique.

Dans le cas de la conduite que l'on étudie, nous allons créer un maillage constitué de 100 divisions dans la direction x et de 5 divisions dans la direction radiale.

I.2.2.3 Mise en place des conditions limites :

La figure ci-dessous montre les différentes conditions de limites sur chaque côté.

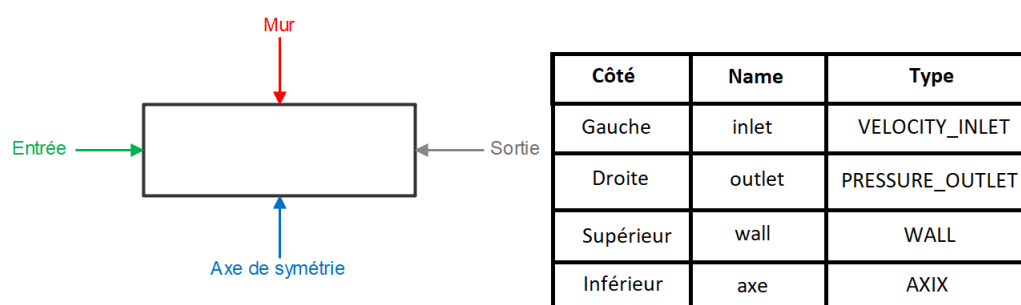


FIGURE 2 – Conditions limites

I.3 Résolution et simulation avec FLUENT :

I.3.1 Présentation du logiciel :

Fluent est un logiciel de modélisation en mécanique des fluides. Ce logiciel est un solveur : il ne comporte pas de mailleur (le maillage doit être réalisé avec un logiciel de maillage, Icem CFD par exemple, qui est réalisé par le même éditeur). Le paramétrage du modèle se fait par

une interface graphique. Il dispose d'une interface de scripts pour automatiser les processus de calcul.

L'un des intérêts de ce logiciel de simulation généraliste, est qu'il dispose d'un nombre relativement important de modèles, pouvant faire face à divers aspects de la mécanique des fluides.

I.3.2 Mise en place du problème sous FLUENT :

Après avoir conçu le maillage, nous l'exportons sous FLUENT. Il est désormais nécessaire de régler les différents paramètres Fluent afin d'avoir la résolution la plus réaliste possible.

Pour cela, nous allons rentrer les différentes propriétés de notre problème à savoir les propriétés de l'écoulement (laminaire, la solution est stationnaire, la géométrie est axisymétrique ...) et du fluide (les valeurs de viscosité et de la densité de notre fluide) ainsi que les conditions limites.

I.3.3 Résolution :

Avant de lancer le calcul, on initialise l'ensemble du domaine par les valeurs des conditions limites à l'entrée inlet :

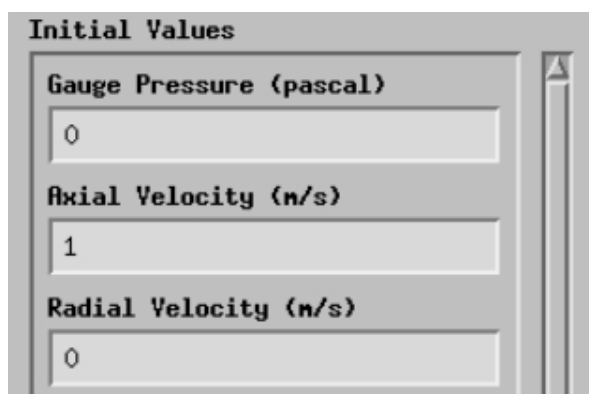


FIGURE 3 – Conditions initiales

ainsi, on va changer les valeurs des critères de convergence des résidus pour continuity, x-velocity, et y-velocity et les fixer à 10^{-6} .

En fait, FLUENT calcule un résidu pour chaque équation résolue. Plus les résidus sont faibles, plus la solution courante satisfait les équations . On fait 100 itération jusqu'à ce que les résidus pour chaque équation soit inférieur à 10^{-6} .

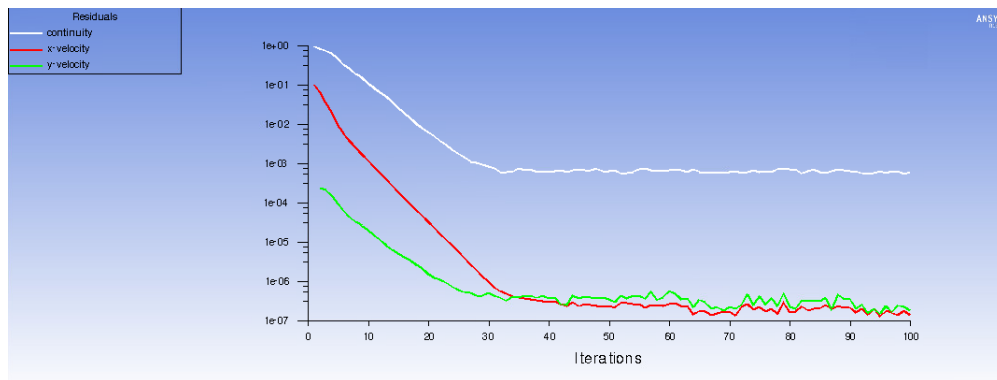


FIGURE 4 – Convergence de la solution 100 itérations

I.3.4 Analyse des résultats :

I.3.4.1 Vitesse sur l'axe :

On va visualiser sous forme d'un graphique l'évolution de la vitesse axiale le long de la conduite.

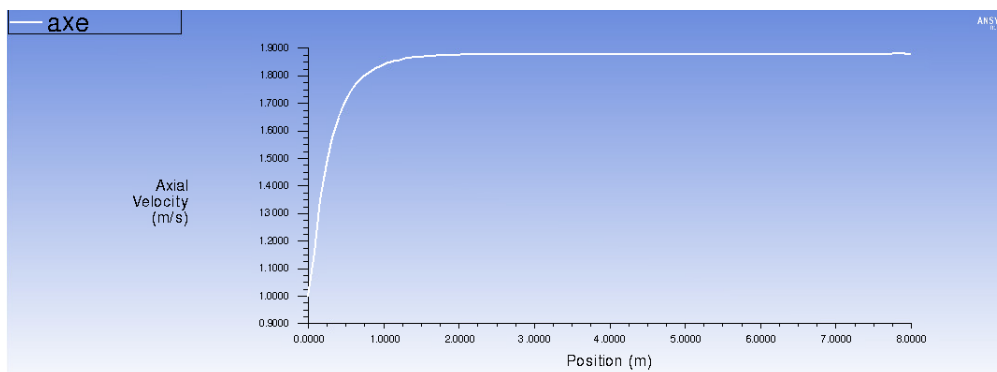


FIGURE 5 – Evolution de la vitesse axiale en fonction de la position

On remarque sur ce graphique la présence de deux régimes : transitoire et permanent(la vitesse devient constante et indépendante de la position x après une certaine distance après l'entrée. Pour estimer plus précisément la distance à partir de laquelle l'écoulement devient établi, on affiche la grille sur le graphique.

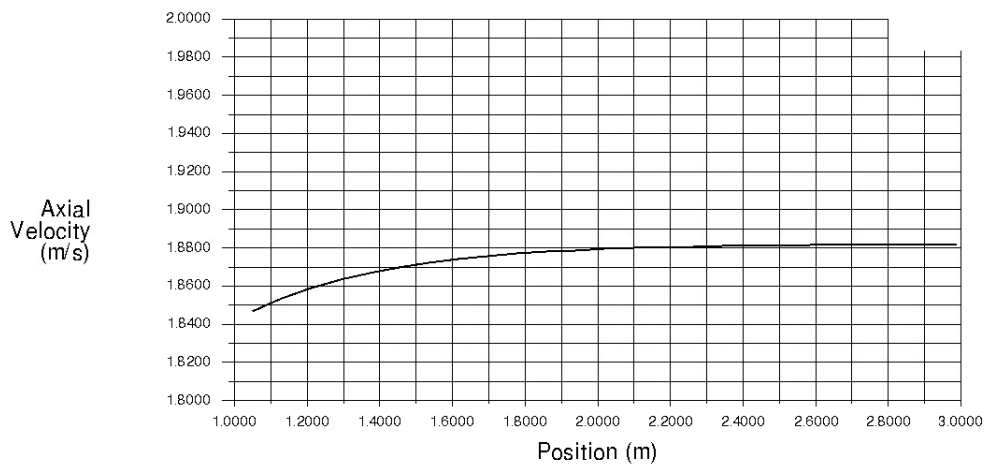


FIGURE 6 – La zone établie de la vitesse axiale

On remarque alors que la zone établie commence à environ $x = 2.6m$ et que la vitesse sur l'axe dans cette région vaut $1.88m \cdot s^{-1}$.

I.3.4.2 Profil de vitesse :

On souhaite maintenant tracer le profil radial de vitesse $U(r)$ à la sortie de la conduite. Pour cela on va fixer l'axe y du graphique comme étant l'axe y de la conduite (ce qui correspond à la position radiale r). On trouve le graphique suivant :

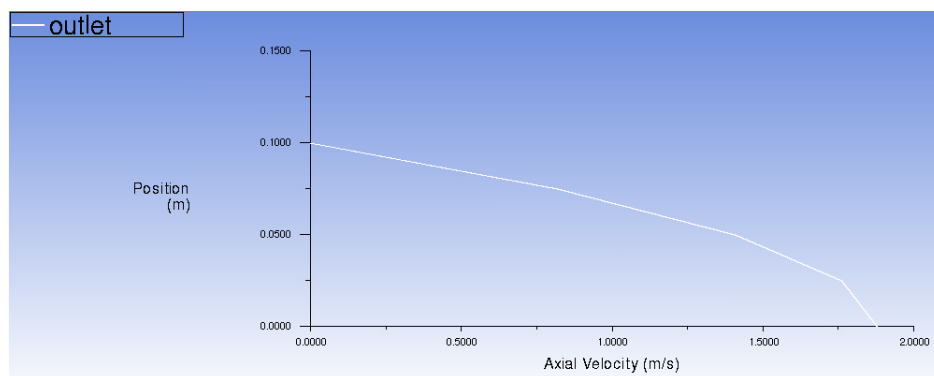


FIGURE 7 – Le profil radial de vitesse

Pour voir comment évolue le profil radial de vitesse axiale dans le long de la conduite, on trace sur le même graphique les profils à la sortie, à $x = 0.6m$ ($x/D = 3$) et $x = 0.12m$ ($x/D = 6$).

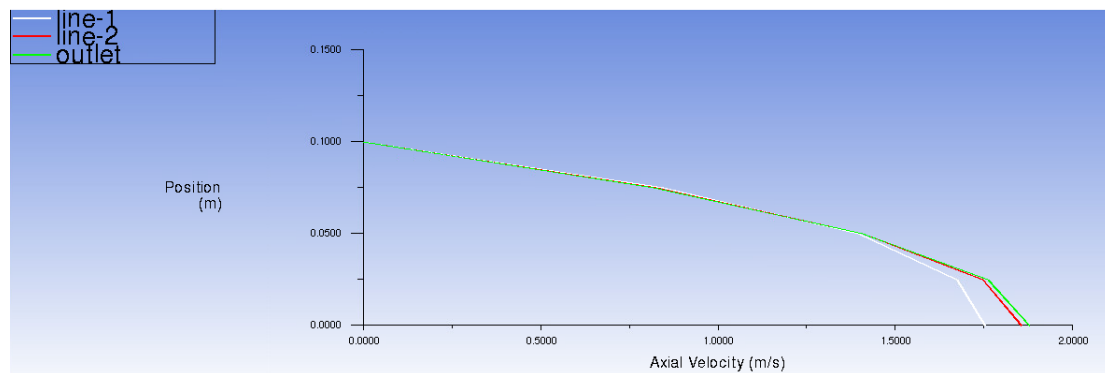


FIGURE 8 – Les profils en $x = 0.6\text{m}$ ($x/D = 3$) et $x = 0.12\text{m}$ ($x/D = 6$) avec celui à la sortie de la conduite.

On constate que les profils en $x = 0.6\text{m}$ ($x/D = 3$) et $x = 0.12\text{m}$ ($x/D = 6$) sont relativement similaires à celui observé dans la zone où l'écoulement est établi.

I.3.4.3 Champ de vecteurs vitesse :

On peut visualiser le champ de vitesse à l'aide des vecteurs vitesse, soit dans l'ensemble du domaine soit sur une surface spécifique. Pour un maillage de 10×100

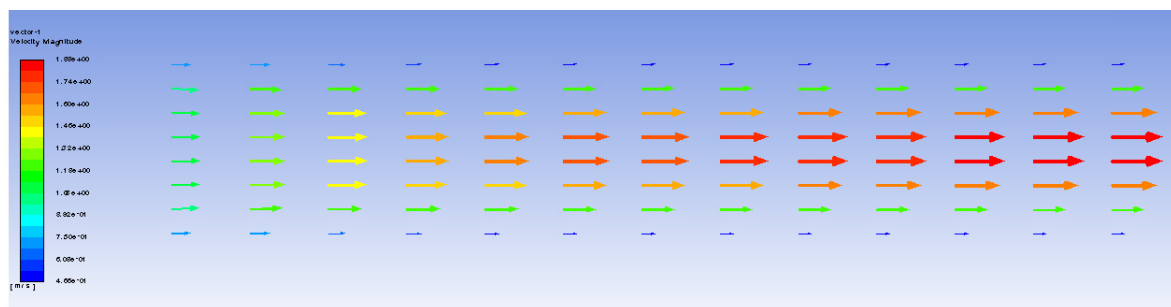


FIGURE 9 – Champ de vecteurs vitesse

I.3.5 Raffinement du maillage :

Il est très important, pour évaluer la dépendance des résultats obtenus au maillage, d'effectuer le même calcul en utilisant une grille différente et de comparer les résultats. On va donc refaire le calcul sur une grille de 100×10 et comparer les résultats à ceux obtenus précédemment sur la grille de 100×5 . On trace la vitesse axiale :

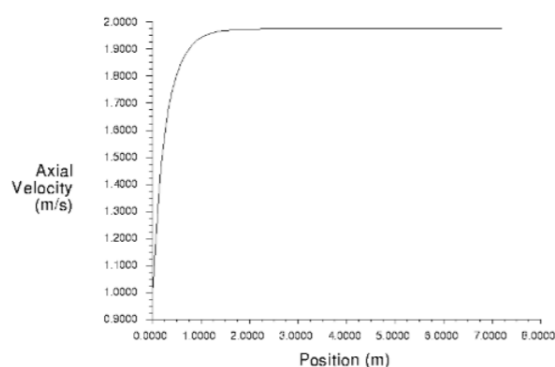


FIGURE 10 – Vitesse axiale pour un maillage 10x100

On remarque sur ce graphique aussi la présence de deux régimes : transitoire et permanent, mais la vitesse dans la zone établie est plus importante que celle du maillage 10×5 . Plus le maillage est fin, plus la vitesse maximale est grande.

CHAPITRE II : PROBLÈME 1

II.1 Écoulement de Poiseuille en conduite :

II.1.1 Le nombre de Reynolds :

Le nombre de Reynolds est le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses et constitue un paramètre pratique pour prédire si une condition d'écoulement sera laminaire ou turbulente. Il est défini par la relation suivante :

$$Re = \frac{U_m D \rho}{\mu}$$

Par application numérique, on trouve dans notre cas que $Re = 100$ et donc l'écoulement est laminaire.

II.1.2 Le profil radial de vitesse axial :

En coordonnées cylindriques $U = U(r, \theta, z)$

D'après les équations de Navier Stokes en coordonnées cylindriques :

$$\rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_r \frac{\partial u_x}{\partial r} + \frac{u_\omega}{r} \frac{\partial u_x}{\partial \omega} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 u_x + \rho f_x \quad (0.1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_r}{\partial x} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\omega}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \omega} - \frac{u_\omega^2}{r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left(\nabla^2 u_r - \frac{u_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\omega}{\partial \omega} \right) + \rho f_r \quad (0.2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_\omega}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_\omega}{\partial x} + u_r \frac{\partial u_\omega}{\partial r} + \frac{u_\omega}{r} \frac{\partial u_\omega}{\partial \omega} + \frac{u_r u_\omega}{r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial \omega} + \mu \left(\nabla^2 u_\omega - \frac{u_\omega}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \omega} \right) + \rho f_\omega \quad (0.3)$$

Puisque le régime est stationnaire et la vitesse ne dépend que de r , $U = U(r)$ alors la pression ne dépend que de z et l'équation devient :

$$\frac{dP}{dx} = \frac{\mu}{r} \cdot \frac{d(r \frac{dU_r}{dr})}{dr}$$

En faisant intégrer l'équation ci-dessus, on trouve :

$$\frac{dU_r}{dr} = \frac{r}{2\mu} \frac{dP}{dx} + \frac{\alpha}{r}$$

On remarque que si $\alpha \neq 0$ alors si $r \rightarrow 0$ alors $\frac{dU_r}{dr} \rightarrow +\infty$, or par condition de symétrie $\frac{dU_r}{dr} = 0$
 $\Rightarrow \alpha = 0$ donc l'équation devient :

$$\frac{dU_r}{dr} = \frac{r}{2\mu} \frac{dP}{dx}$$

Et donc on intégrant une autre fois on trouve :

$$U_r = \frac{dP}{dx} \cdot \frac{r^2}{4\mu} + \beta$$

Tenant compte de la condition aux limites à la paroi en $r=R$, on a $U_r = 0$, on trouve : $\beta = -\frac{dP}{dx} \cdot \frac{R^2}{4\mu}$
Et donc

$$U_r = \frac{1}{\mu} \frac{dP}{dx} \left(\frac{r^2 - R^2}{4} \right)$$

II.1.3 La vitesse sur l'axe $u(r=0)$:

On a :

$$U_r = \frac{1}{\mu} \frac{dP}{dx} \left(\frac{r^2 - R^2}{4} \right)$$

Et donc la vitesse sur l'axe est :

$$U(r=0) = -\frac{R^2}{4\mu} \cdot \frac{dP}{dx}$$

II.1.4 Le coefficient de perte de charge linéaire :

Le coefficient de perte de charge linéaire en régime établi est défini d'après la relation de Hagen-Poiseuille par :

$$\frac{\Delta P}{L} = \lambda \frac{\rho U^2}{4R}$$

Pour l'écoulement de Poiseuille, on trouve :

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

II.2 Mesure de l'erreur :

II.1.1 Le nombre de Reynolds :

On définit une mesure de l'erreur basée sur la valeur de la vitesse axiale en $r=0$ à la sortie de la conduite par :

$$\varepsilon = |U_c - U_{exact}|$$

Avec U_c est la valeur calculée par FLUENT et U_{exact} la valeur théorique obtenue en régime établi. On suppose que l'erreur augmente avec la taille de la maille selon la direction r , selon la loi de puissance suivante :

$$\varepsilon = K \cdot \Delta r^p$$

où la constante K et la puissance p dépendent de la méthode numérique utilisée.

On a la vitesse théorique : $U_{exact} = U_{max} = 2U_{moy} = 2m.s^{-1}$ Ainsi d'après l'équation de la loi de puissance on a :

$$\log(\varepsilon) = \log(K) + p \cdot \log(\Delta r)$$

En utilisant différents maillages (100x5, 100x10, ...), on cherche à déterminer les constantes K et p .

Maillage	$\log(\epsilon)$	$\log(\Delta r)$
5x 100	-2.38	-3.90
10x 100	-4.08	-4.60
15x 100	-4.88	-5.10
20x 100	-5.45	-5.36

En Utilisant Matlab, on trouve :

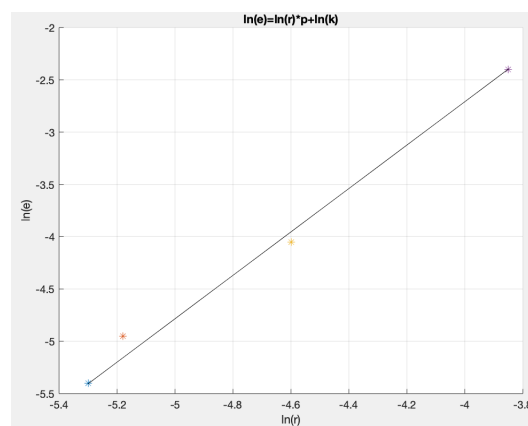


FIGURE 11 – L'évolution de l'erreur en fonction de la taille de maille

L'équation de la droite obtenue est :

$$\log(\epsilon) = 2.1 \times \log(\Delta r) + 5.8$$

Par identification :

$$p = 2.10$$

$$K = 330.29$$

CHAPITRE III : PROBLÈME 2

III.1 Coefficient de perte de charge linéaire :

On cherche dans ce problème à étudier l'évolution de la longueur d'établissement de l'écoulement ainsi que du coefficient de perte de charge linéaire en fonction du nombre de Reynolds. Pour cela on fait varier le nombre de Reynolds de 200 à 5000 en ajustant la viscosité moléculaire. On trace la vitesse axiale pour différentes valeurs du nombre de Reynolds :

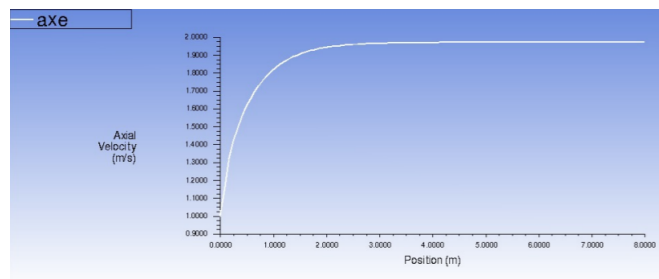


FIGURE 12 – La vitesse axiale pour $Re=200$

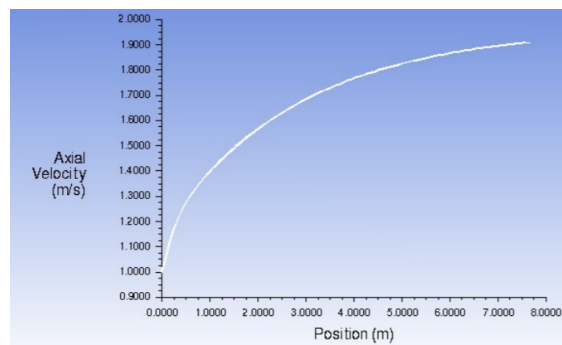


FIGURE 13 – La vitesse axiale pour $Re=1000$

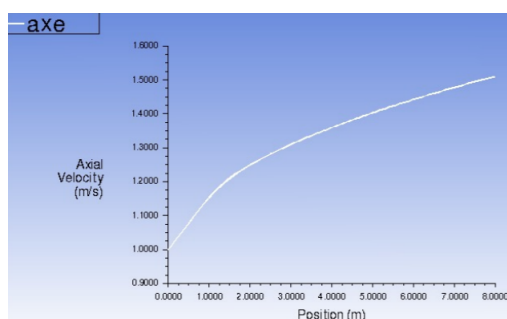


FIGURE 14 – La vitesse axiale pour $Re=5000$

On remarque que plus le nombre de Reynolds est grand, plus la vitesse a besoin de plus de temps de temps pour s'établir.

III.2 Coefficient de perte et nombre de Reynolds :

Pour un écoulement de poiseuille, l'expression du coefficient de perte de charge linéaire est donnée par la relation suivante :

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

On trace sur matlab :

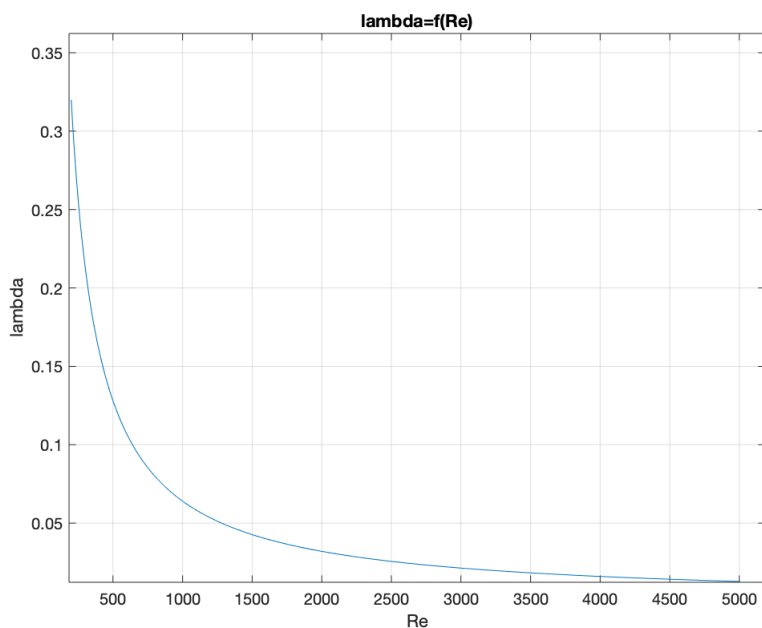


FIGURE 15 – Coefficient de perte en fonction de Re

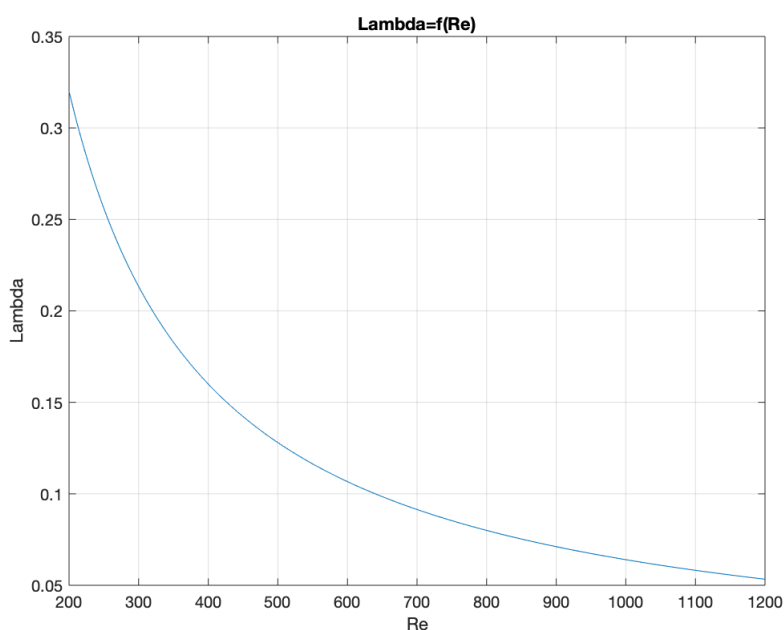


FIGURE 16 – Coefficient de perte en fonction de Re

On remarque une diminution du coefficient de perte de charge quand le Reynolds augmente. Ainsi le nombre de Reynolds caractérise l'écoulement, plus il est important plus l'écoulement devient turbulent. Et donc cette relation n'est plus acceptable lorsqu'on est plus dans un écoulement laminaire.

Conclusion

Au cours de ce TD, nous avons pu faire la modélisation numérique d'un écoulement laminaire en conduite en utilisant Icemcfd et FLUENT qui sont deux outils indispensables et importants pour l'étude et la résolution des phénomènes de la mécanique numérique des fluides.