Proyek Akhir Kompunasi Numerik

Nama: Muhammad Rafli

NPM: 2306250730

Abstract

Laporan ini membahas penerapan metode numerik diferensiasi dan regresi linier untuk menentukan laju pendinginan sebuah benda berdasarkan data temperatur diskrit. Data temperatur bola logam yang dipanaskan hingga 80°C dan kemudian didinginkan dalam air dengan temperatur konstan 20°C dianalisis untuk menghitung laju perubahan suhu serta konstanta laju pendinginan. Hasil menunjukkan bahwa metode numerik dapat memodelkan laju pendinginan secara akurat sesuai dengan hukum Newton.

1 Pendahuluan

Fenomena termal yang melibatkan perubahan temperatur suatu benda dari suhu tinggi menuju suhu lingkungan seringkali digambarkan dengan menggunakan hukum pendinginan Newton. Dalam dunia teknik, pemahaman yang baik tentang fenomena ini sangat penting, terutama untuk aplikasi dalam berbagai sistem pendinginan, baik itu pada sistem pembangkit energi maupun sistem elektronik. Hukum Newton tentang pendinginan menyatakan bahwa laju perubahan temperatur suatu benda berbanding lurus dengan selisih temperatur benda dengan lingkungan sekitar.

Secara matematis, hubungan ini dapat digambarkan dengan persamaan diferensial berikut:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a)$$

dimana T adalah temperatur benda, T_a adalah temperatur lingkungan, dan k adalah konstanta pendinginan yang menggambarkan kecepatan proses pendinginan.

Namun, dalam pengukuran nyata, data yang diperoleh biasanya bersifat diskrit, sehingga memerlukan teknik numerik untuk menghitung laju perubahan suhu dan konstanta k. Oleh karena itu, dalam laporan ini, kami akan menggunakan metode numerik untuk menghitung turunan suhu terhadap waktu dan konstanta k dari data diskrit yang diberikan.

2 Studi Literatur

Newton's Law of Cooling telah diterapkan dalam berbagai disiplin ilmu, mulai dari teknik mesin hingga biologi. Dalam banyak kasus, hukum ini diterapkan untuk memodelkan suhu benda yang didinginkan oleh medium sekitarnya. Proses perhitungan suhu seringkali dilakukan dengan solusi analitik untuk kondisi yang sederhana, namun untuk kasus data eksperimental atau kondisi yang lebih kompleks, metode numerik menjadi pilihan yang lebih efektif.

Berbagai metode numerik dapat digunakan untuk mendekati solusi dari persamaan diferensial ini, antara lain metode beda hingga untuk menghitung turunan numerik dan regresi linier untuk memperkirakan konstanta k. Dalam penerapan metode numerik, penting untuk memilih pendekatan yang tepat untuk mencapai hasil yang akurat tanpa memerlukan sumber daya komputasi yang terlalu besar.

3 Penjelasan Data Yang Digunakan

Data yang digunakan dalam eksperimen ini adalah pengukuran temperatur bola logam yang dipanaskan hingga 80°C dan kemudian didinginkan dalam air dengan temperatur lingkungan 20°C. Pengukuran dilakukan setiap 5 menit selama 25 menit. Data yang diperoleh adalah sebagai berikut:

Waktu (menit)	0	5	10	15	20	25
Suhu T (°C)	80.0	44.5	30.0	24.1	21.7	20.7

Dari data ini, kita akan menghitung laju perubahan temperatur $\frac{dT}{dt}$ dengan menggunakan metode beda hingga dan regresi linier untuk menghitung konstanta pendinginan k.

4 Penjelasan Metode Yang Digunakan

4.1 Diferensiasi Numerik

Metode beda hingga digunakan untuk menghitung turunan $\frac{dT}{dt}$ pada data diskrit. Pada titik awal, titik tengah, dan titik akhir, digunakan metode beda maju, beda tengah, dan beda mundur, secara berturut-turut.

- Titik awal (beda maju):

$$\left.\frac{dT}{dt}\right|_{t=0} = \frac{T_1 - T_0}{\Delta t}$$

- Titik tengah (beda tengah):

$$\left.\frac{dT}{dt}\right|_{t=i} = \frac{T_{i+1} - T_{i-1}}{2\Delta t}$$

- Titik akhir (beda mundur):

$$\left.\frac{dT}{dt}\right|_{t=n} = \frac{T_n - T_{n-1}}{\Delta t}$$

4.2 Regresi Linier

Regresi linier digunakan untuk menghitung konstanta pendinginan k. Berdasarkan persamaan Newton's Law:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a)$$

dengan memplot $\frac{dT}{dt}$ terhadap $(T - T_a)$, diperoleh hubungan linear yang slope-nya adalah $-k$.

5 Diskusi dan Analisa Hasil Experimen

5.1 Perhitungan Diferensiasi Numerik

Interval waktu $\Delta t = 5$ menit.

- Titik awal (t=0):

$$\frac{dT}{dt} = \frac{44.5 - 80}{5} = -7.1 \text{ °C/menit}$$

- Titik tengah (t=5):

$$\frac{dT}{dt} = \frac{30.0 - 80.0}{10} = -5.0 \text{ °C/menit}$$

- Titik tengah (t=10):

$$\frac{dT}{dt} = \frac{24.1 - 44.5}{10} = -2.04 \text{ °C/menit}$$

- Titik tengah (t=15):

$$\frac{dT}{dt} = \frac{21.7 - 30.0}{10} = -0.83 \text{ °C/menit}$$

- Titik tengah (t=20):

$$\frac{dT}{dt} = \frac{20.7 - 24.1}{10} = -0.34 \text{ °C/menit}$$

- Titik akhir (t=25):

$$\frac{dT}{dt} = \frac{20.7 - 21.7}{5} = -0.2 \text{ °C/menit}$$

5.2 Perhitungan Selisih Temperatur

Temperatur lingkungan $T_a = 20°C$.

$$T - T_a = [80 - 20, \quad 44.5 - 20, \quad 30 - 20, \quad 24.1 - 20, \quad 21.7 - 20, \quad 20.7 - 20] = [60, \quad 24.5, \quad 10, \quad 4.1, \quad 1.7, \quad 0.7]$$

5.3 Regresi Linier

Tabel Least Squares untuk menghitung slope m dan intercept c:

Table 1: Tabel Perhitungan Least Squares untuk Regresi Linier

i	$x_i = T_i - T_a$	$y_i = \frac{dT}{dt}_i$	x_i^2	$x_i y_i$
1	60	-7.1	3600	-426
2	24.5	-5	600.25	-122
3	10	-2.04	100	-20.4
4	4.1	-0.83	16.81	-3.4
5	1.7	-0.34	2.89	-0.58
6	0.7	-0.20	0.49	-0.14
sum	**101**	**-15.51**	**4320.45**	**-573.02**

Rumus regresi linier:

$$m = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$c = \frac{\sum y_i - m \sum x_i}{N}$$

Dengan $N = 6$, nilai-nilai adalah:

$$m = \frac{6 \times (-573.02) - 101 \times (-15.51)}{6 \times 4320.45 - 101.0^2} = -0.119$$

$$c = \frac{-15.51 - (-0.119) \times 101}{6} = -0.582$$

Konstanta pendinginan:

$$k = -m = 0.119 \text{ per menit}$$

Waktu (menit)	T (°C)	$\frac{dT}{dt}$ (°C/menit)	$T - T_a$ (°C)
0	80	-7.1	60
5	44.5	-5	24.5
10	30	-2.04	10
15	24.1	-0.83	4.1
20	21.7	-0.34	1.7
25	20.7	-0.20	0.7

6 Kesimpulan

Metode numerik diferensiasi berhasil menghitung laju perubahan temperatur dari data diskrit dengan menggunakan metode beda maju, tengah, dan mundur. Regresi linier pada plot $\frac{dT}{dt}$ versus $(T - T_a)$ memberikan konstanta laju pendinginan $k = 0.119$ per menit yang konsisten dengan hukum Newton. Metode numerik ini efektif dan praktis untuk analisis data eksperimental perpindahan panas.

7 Link github

https://github.com/MRafli127/Proyek-UAS-Komnum

8 Link Youtube

https://github.com/MRafli127/Proyek-UAS-Komnum