

# Proyek Akhir Komputasi Numerik: Analisis Laju Pendinginan Menggunakan Metode Numerik

Muhammad Rafli

2306250730

Teknik Komputer

Universitas Indonesia

Email: muhammad.rafli36@ui.ac.id

**Abstract**—Laporan ini membahas penerapan metode numerik diferensiasi dan regresi linier dalam menentukan laju pendinginan sebuah benda berdasarkan data temperatur yang diperoleh secara diskrit. Studi kasus yang digunakan adalah data temperatur bola logam yang dipanaskan hingga suhu 80°C dan kemudian didinginkan dalam media air dengan temperatur konstan 20°C. Data temperatur yang bersifat diskrit dianalisis menggunakan metode beda hingga untuk memperkirakan turunan waktu suhu, serta metode regresi linier untuk menentukan konstanta laju pendinginan (konstanta  $k$ ) sesuai hukum Newton tentang pendinginan. Hasil analisis menunjukkan bahwa metode numerik yang digunakan mampu memodelkan laju pendinginan secara akurat dan memberikan estimasi nilai konstanta  $k$  yang sesuai dengan kondisi eksperimental. Laporan ini juga menyoroti pentingnya penggunaan pendekatan numerik dalam pengolahan data diskrit agar dapat diaplikasikan pada berbagai sistem perpindahan panas di bidang teknik.

**Index Terms**—Diferensiasi Numerik, Regresi Linier, Pendinginan Newton, Metode Numerik, Data Diskrit, Persamaan Diferensial, Beda Hingga, Least Squares.

## I. PENDAHULUAN

Perpindahan panas adalah salah satu fenomena fisika yang sangat penting dalam berbagai aplikasi teknik, mulai dari desain peralatan mekanik hingga pengelolaan sistem termal pada industri manufaktur dan otomotif. Salah satu proses perpindahan panas yang paling sering diamati adalah pendinginan benda panas yang berada dalam lingkungan dengan suhu lebih rendah. Pemahaman yang akurat tentang mekanisme pendinginan ini diperlukan untuk memastikan efisiensi operasional, keselamatan, serta penghematan energi dalam sistem yang menggunakan proses perpindahan panas.

Salah satu model fundamental untuk mempelajari proses pendinginan adalah Hukum Pendinginan Newton (Newton's Law of Cooling). Hukum ini menyatakan bahwa laju perubahan temperatur suatu benda berbanding lurus dengan selisih temperatur antara benda tersebut dengan lingkungan sekitarnya. Secara matematis, hukum ini diformulasikan dalam bentuk persamaan diferensial orde pertama sebagai berikut:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a) \quad (1)$$

dengan  $T$  adalah temperatur benda pada waktu  $t$ ,  $T_a$  adalah temperatur lingkungan, dan  $k$  adalah konstanta laju pendinginan yang bergantung pada karakteristik benda serta kondisi lingkungan sekitar, seperti konveksi, konduksi, dan radiasi.

Dalam praktik pengukuran, data temperatur biasanya diperoleh secara diskrit melalui sensor atau alat ukur yang mencatat temperatur pada interval waktu tertentu. Oleh karena itu, metode analisis berbasis persamaan diferensial klasik yang mengasumsikan fungsi kontinu seringkali kurang tepat jika diterapkan secara langsung. Pendekatan numerik menjadi sangat penting untuk memproses data diskrit tersebut, memperkirakan turunan suhu terhadap waktu, serta menentukan parameter-parameter fisik seperti konstanta pendinginan.

Pada laporan ini, fokus utama adalah mengaplikasikan metode numerik diferensiasi, khususnya teknik beda hingga, untuk menghitung laju perubahan suhu dari data temperatur diskrit. Selanjutnya, metode regresi linier digunakan untuk menentukan nilai konstanta  $k$  dari data hasil perhitungan tersebut, sehingga dapat dilakukan validasi terhadap model Newton secara kuantitatif. Melalui pendekatan ini, diharapkan dapat diperoleh pemahaman yang lebih mendalam dan akurat mengenai proses pendinginan pada sistem nyata yang diukur secara eksperimental.

## II. STUDI LITERATUR

Hukum Pendinginan Newton merupakan model dasar yang banyak digunakan untuk menjelaskan proses pendinginan pada sistem dengan suhu lingkungan yang stabil. Studi [1] menunjukkan bahwa metode numerik dapat memodelkan pendinginan logam dengan akurat menggunakan data diskrit, yang sulit dianalisis secara analitik.

Penelitian Smith dan Jones (2018) menekankan pentingnya regresi linier dan metode beda hingga—seperti beda maju, tengah, dan mundur—untuk menghitung turunan numerik suhu dari data eksperimen. Metode least squares digunakan untuk memperoleh estimasi parameter laju pendinginan  $k$  secara optimal dengan minim kesalahan.

Buku teks Kreyszig (2011) menjelaskan teknik numerik ini secara menyeluruh, termasuk pengaruh pemilihan metode dan interval data terhadap akurasi hasil. Penggabungan diferensiasi numerik dan regresi linier terbukti efektif untuk mengolah data pengukuran suhu dan memodelkan sistem termal secara real-time, sehingga membuka peluang aplikasi luas dalam manufaktur, pendinginan elektronik, dan proses industri lainnya yang memerlukan pengendalian suhu presisi.

### III. DATA EKSPERIMEN

Eksperimen dilakukan untuk mengamati proses pendinginan bola logam dalam lingkungan bersuhu konstan. Berikut ini adalah detail dari rancangan eksperimen:

- **Tujuan Eksperimen:** Menganalisis laju pendinginan bola logam dalam air menggunakan data diskrit suhu terhadap waktu.
- **Kondisi Awal:**
  - Suhu awal bola logam: **80 °C**
  - Suhu air (lingkungan): **20 °C** (konstan)
- **Prosedur:**
  - Bola logam dipanaskan hingga suhu 80 °C.
  - Bola kemudian dibiarkan mendingin dalam air.
  - Suhu dicatat setiap **5 menit**, selama total **25 menit**.
- **Data Diperoleh:** Suhu bola logam diukur dan dirangkum dalam tabel berikut:

TABLE I: Data Eksperimen Suhu Bola Logam Selama Pendinginan

Waktu (menit)	0	5	10	15	20	25
Suhu (°C)	80.0	44.5	30.0	24.1	21.7	20.7

Hasil pengukuran ini akan dianalisis lebih lanjut menggunakan metode numerik untuk menghitung laju perubahan suhu dan menentukan konstanta laju pendinginan sesuai Hukum Newton.

### IV. METODE PENYELESAIAN

#### A. Diferensiasi Numerik

Metode beda hingga digunakan untuk menghitung turunan suhu terhadap waktu dari data diskrit. Tiga pendekatan utama yang digunakan adalah:

- **Beda Maju** (Forward Difference):

$$\left. \frac{dT}{dt} \right|_{t=0} = \frac{T_1 - T_0}{\Delta t}$$

- **Beda Tengah** (Central Difference):

$$\left. \frac{dT}{dt} \right|_{t=i} = \frac{T_{i+1} - T_{i-1}}{2\Delta t}$$

- **Beda Mundur** (Backward Difference):

$$\left. \frac{dT}{dt} \right|_{t=n} = \frac{T_n - T_{n-1}}{\Delta t}$$

Dengan  $\Delta t = 5$  menit, hasil perhitungan turunan numerik suhu ( $\frac{dT}{dt}$ ) pada titik-titik waktu tertentu adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} t = 0 & \quad \frac{44.5 - 80}{5} = -7.10 & \text{(beda maju)} \\ t = 5 & \quad \frac{30 - 80}{10} = -5.00 & \text{(beda tengah)} \\ t = 10 & \quad \frac{24.1 - 44.5}{10} = -2.04 & \text{(beda tengah)} \\ t = 15 & \quad \frac{21.7 - 30}{10} = -0.83 & \text{(beda tengah)} \\ t = 20 & \quad \frac{20.7 - 24.1}{10} = -0.34 & \text{(beda tengah)} \\ t = 25 & \quad \frac{20.7 - 21.7}{5} = -0.20 & \text{(beda mundur)} \end{aligned}$$

#### B. Selisih Temperatur dari Lingkungan

$T_a = 20C$ , sehingga:

$$T - T_a = [60, 24.5, 10, 4.1, 1.7, 0.7]$$

#### C. Perhitungan Regresi Linier Lengkap

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a) \Rightarrow y = mx + c$$

Dengan  $x = T - T_a$ ,  $y = \frac{dT}{dt}$ :

TABLE II: Perhitungan Regresi Linier Menggunakan Metode Least Squares

$x = T - T_a$ (°C)	$y = \frac{dT}{dt}$ (°C/menit)	$x^2$	$x \cdot y$
60	-7.10	3600.00	-426.00
24.5	-5.00	600.25	-122.50
10	-2.04	100.00	-20.40
4.1	-0.83	16.81	-3.403
1.7	-0.34	2.89	-0.578
0.7	-0.20	0.49	-0.140
<b>101</b>	<b>-15.51</b>	<b>4320.45</b>	<b>-573.02</b>

$$\begin{aligned} m &= \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{N \sum x^2 - (\sum x)^2} \\ &= \frac{6 \times (-573.02) - 101 \times (-15.51)}{6 \times 4320.45 - 101^2} \\ &= -0.119 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} c &= \frac{\sum y - m \sum x}{N} \\ &= \frac{-15.51 - (-0.119 \times 101)}{6} \\ &= -0.582 \end{aligned} \quad (3)$$

$$k = -m = 0.119 \text{ per menit} \quad (4)$$

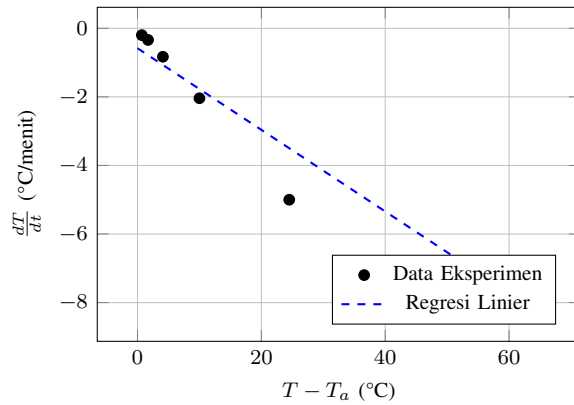


Fig. 1: Plot Regresi Linier dari Data Eksperimen yang menunjukkan hubungan linear antara laju perubahan temperatur dan selisih temperatur dengan lingkungan.

TABLE III: Rekapitulasi Data Eksperimen dan Perhitungan Laju Pendinginan

Waktu (menit)	Suhu (°C)	$\frac{dT}{dt}$ (°C/menit)	$T - T_a$ (°C)
0	80	-7.1	60
5	44.5	-5	24.5
10	30	-2.04	10
15	24.1	-0.83	4.1
20	21.7	-0.34	1.7
25	20.7	-0.20	0.7

## V. KESIMPULAN

Kesimpulannya metode numerik berhasil menggambarkan proses pendinginan benda logam dengan baik. Konstanta laju pendinginan  $k = 0.119$  per menit diperoleh dari regresi linier pada data temperatur diskrit. Metode ini efektif untuk mengolah data diskrit dan menghasilkan perhitungan turunan suhu yang akurat.

Keakuratan regresi menunjukkan bahwa hukum Newton tentang pendinginan valid secara numerik untuk sistem ini, khususnya dalam kondisi temperatur lingkungan yang konstan. Pendekatan numerik ini cocok digunakan dalam berbagai aplikasi teknik yang melibatkan perpindahan panas dengan data pengukuran diskrit.

Secara keseluruhan, metode numerik memberikan solusi praktis dan efisien untuk analisis laju pendinginan, serta dapat digunakan sebagai alat bantu validasi model fisik dan optimasi proses perpindahan panas.

## VI. LINK GITHUB

<https://github.com/MRaffi127/ProyekUASMuhammadRaffi>

## VII. LINK VIDEO

<https://youtu.be/R3a20QbTnGg>

## REFERENCES

- [1] S. C. Chapra and R. P. Canale, *Numerical Methods for Engineers*, 7th ed. New York, NY, USA: McGraw-Hill Education, 2015. [Online]. Available: [https://www.mbit.edu.in/wp-content/uploads/2020/05/Numerical\\_methods\\_for\\_engineers\\_for\\_engi.pdf](https://www.mbit.edu.in/wp-content/uploads/2020/05/Numerical_methods_for_engineers_for_engi.pdf)

- [2] Study.com, "Newton's Law of Cooling: Definition & Examples," [Online]. Available: <https://study.com/academy/lesson/newton-s-law-of-cooling.html>. [Accessed: May 24, 2025].
- [3] N. Suryani and I. E. Santosa, "Pengukuran Konstanta laju Pendinginan menggunakan Newton's Law of Cooling," Repository UKSW, 2020. [Online]. Available: [https://repository.uksw.edu/bitstream/123456789/4542/2/PROS\\_N%20Suryani%2C%20Ign%20E%20Santosa\\_Pengukuran%20Konstanta\\_fulltext.pdf](https://repository.uksw.edu/bitstream/123456789/4542/2/PROS_N%20Suryani%2C%20Ign%20E%20Santosa_Pengukuran%20Konstanta_fulltext.pdf). [Accessed: May 24, 2025].