

9주차 과제

IIR 필터 설계



과목: 생체신호해석

소속 대학: 순천향대학교

학과: 의공학과

학번: 20195293

이름: 정민섭

1. IIR 저역 통과 필터 설계 [버터워스 필터]

1) 다음의 필터 사양을 만족하는 버터워스 저역 통과 필터를 설계하세요.

$$A_p = 7[dB], A_s = 16[dB], w_p = 0.2\pi, w_s = 0.3\pi$$

[Matlab code]

```
close all;
clear all;
clc;
wp=0.2*pi; ws=0.3*pi; Ap=7; As=16; % 설계사양
fprintf('=== 관계식 사용 === \n');
%%
%Butterworth 필터의 차수 결정하기위한 공식
N=round(log10((power(10,Ap/10)-1)/(power(10,As/10)-1))/(2*log10(wp/ws)));
wc1=wp/((10^(Ap/10)-1)^(1/(2*N))); %오메가 P를 만족시키는 차단 주파수
wc2=ws/((10^(Ap/10)-1)^(1/(2*N))); %오메가 S를 만족시키는 차단 주파수
fprintf('필터차수 N = %d',N); fprintf('\n');
fprintf('wc1 = %2.4f',wc1);fprintf('=%2.4f',wc1/pi);fprintf(' pi \n');
fprintf('wc2 = %2.4f',wc2);fprintf('=%2.4f',wc2/pi);fprintf(' pi \n\n');
fprintf('=== 함수 사용 === \n');
%%
%buttord 함수를 이용해 N과 wc 결정하기
[N, wc]=buttord(wp/pi, ws/pi, Ap, As, 's')
fprintf('필터차수 N = %d \n',N);
fprintf('차단주파수 wc= %2.4f',wc);fprintf('pi');fprintf('=%2.4f', wc*pi);
fprintf('\n\n');
%%
```

%실제 주파수 응답이 처음으로 3dB만큼 될때에 해당하는 Cutoff Frequency의 위치 지정

```
wc=wc*pi;
```

```
[b, a]=butter(N,wc,'s'); %시스템 함수 H(s)의 분자 계수와 분모 계수 구하기
```

```
fprintf('시스템 함수 H(s)의 분자 계수 = '); disp(b);
```

```
fprintf('시스템 함수 H(s)의 분모 계수 = '); disp(a);
```

```
%%
```

```
[z,p,k]=butter(N,wc,'s'); %극점z, 영점p, 이득k
```

```
fprintf('영점 = '); disp(z); fprintf('Wn');
```

```
fprintf('극점 = '); disp(p);
```

```
fprintf('이득 = '); disp(k); fprintf('Wn');
```

```
%%
```

```
w=[0:1:1000]*pi/1000;
```

```
[H, W]=freqs(b,a,w); % 필터의 주파수 응답 구하기
```

```
mag=abs(H); %Magnitude
```

```
omega=w; H=mag;
```

```
figure;
```

```
subplot(1,2,1);
```

```
plot(omega/pi,H,'b'); ylim([-0.05 1.05]); grid;
```

```
title('Magnitude Response of Butterworth Lowpass Filter. [H]');
```

```
xlabel('frequency in radian');
```

```
subplot(1,2,2);
```

```
zplane(b,a); %극점-영점 다이어그램
```

[결과]

$w_c =$

0.1630

필터차수 $N = 3$

차단주파수 $w_c = 0.1630\pi = 0.5122$

시스템함수 $H(s)$ 의 분자 계수 = 0 0 0 0.1344

시스템함수 $H(s)$ 의 분모 계수 = 1.0000 1.0244 0.5247 0.1344

영점 =

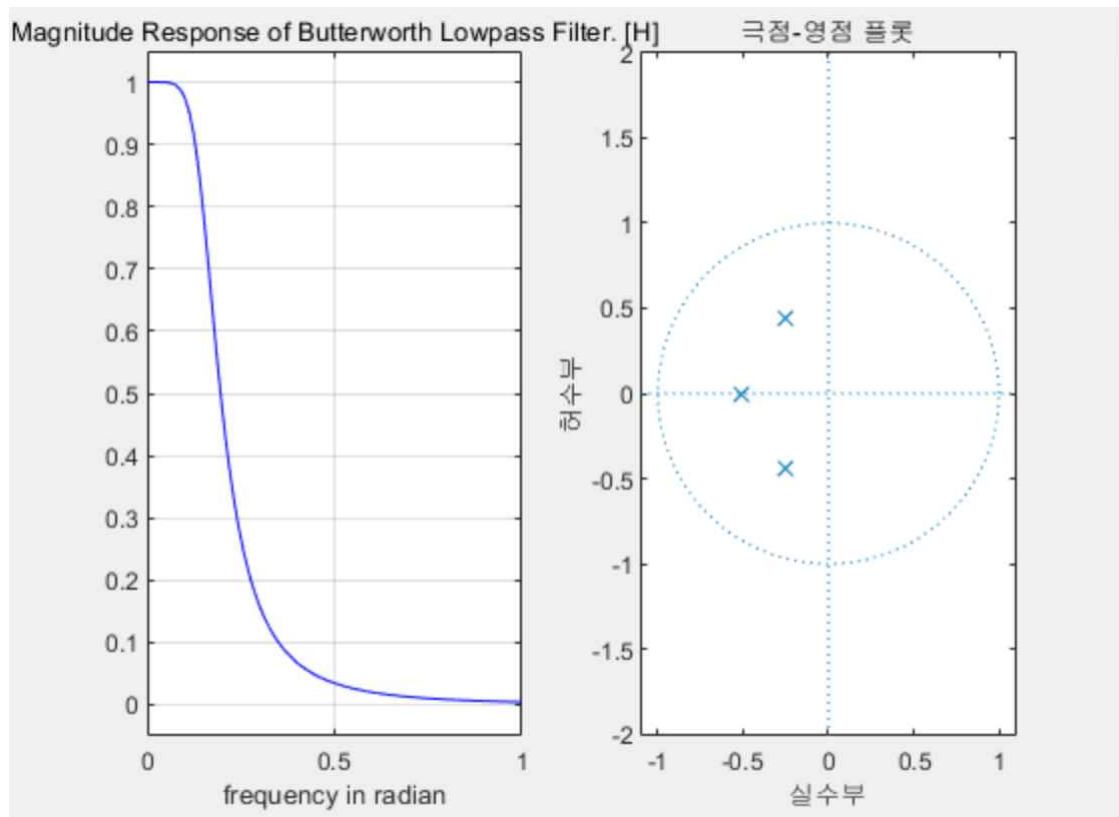
극점 = $-0.2561 + 0.4436i$

$-0.2561 - 0.4436i$

$-0.5122 + 0.0000i$

이득 = 0.1344

[Figure]



[설명]

설계한 Butterworth Low pass filter의 필터 차수 $N = 3$ 이고 차단 주파수 ω_c 는 $\omega_c = 0.1630\pi = 0.5122$ 이다. 차단 주파수에서 필터의 감쇠가 시작되어 저지 대역으로 전환된다.

시스템 함수 $H(s)$ 는 다음과 같다.

$$H(s) = \frac{0.1344}{s^3 + 1.0244s^2 + 0.5247s + 0.1344}$$

통과 대역에서는 리플이 전혀 발생하지 않고 매끄러운 형태의 주파수 응답을 나타낸다.

저지 대역에서의 감쇠가 상대적으로 완만하며 필터의 차단 주파수에서 통과 대역과 저지 대역으로의 전환이 다른 필터에 비해 완만하다. 이로 인해 천이 대역이 넓어지는 경향을 보인다. 또한 극점 - 영점 plot에서 알 수 있듯이, Butterworth 필터는 All - pole 필터로 영점이 존재하지 않고 극점만이 존재하며 모든 극점이 왼쪽 반평면에 위치해있는 것을 확인할 수 있다. 이는 필터가 안정하다는 것을 의미한다.

2. IIR 저역 통과 필터 설계 [체비쇼프 필터]

2) 다음의 필터 사양을 만족하는 버터워스 저역 통과 필터를 설계하세요.

$$A_p = 1[dB], A_s = 16[dB], w_p = 0.2\pi, w_s = 0.3\pi$$

[Matlab code]

```
close all;
clear all;
clc;
wp=0.2*pi; ws=0.3*pi; Ap=1; As=16; % 설계사양
fprintf('=== 관계식 사용 === \n');
%%
eps=sqrt(10^(Ap/10)-1); %통과대역의 리플 허용치
A=10^(As/20); %저지 대역 감쇠의 허용치
wr=ws/wp;
g=sqrt(A*A-1)/eps;
N=ceil(log10(g+sqrt(g*g-1))/log10(wr+sqrt(wr*wr-1))); %필터차수
wc=wp; %차단주파수, wp에 사양을 만족시킴
fprintf('필터 차수 N = %d', N); fprintf('\n');
fprintf('wc=%2.4f', wc); fprintf('=%2.4f',wc/pi);fprintf('pi \n\n');
%%
fprintf('=== 함수 사용 === \n');
[N, wc]=cheb1ord(wp/pi, ws/pi, Ap, As, 's');
fprintf('필터 차수 N = %d \n', N);
fprintf('차단주파수 wc= %2.4f',wc);fprintf('pi');fprintf('=%2.4f', wc*pi);
fprintf('\n\n');
%%
wc=wc*pi %실제 주파수응답이 처음으로 Ap=1[dB] 아래로 떨어질 때의 주파수
```

```

[b, a]=cheby1(N, Ap, wc, 's'); %시스템 함수 H(s)의 분자 계수와 분모 계수 구하기
fprintf('시스템함수 H(s)의 분자 계수 = '); disp(b);
fprintf('시스템함수 H(s)의 분모 계수 = '); disp(a);
%%
[z,p,k]=cheby1(N,Ap, wc,'s'); %극점, 영점, 이득
fprintf('영점 ='); disp(z);fprintf('\n');
fprintf('극점 ='); disp(p);
fprintf('이득 ='); disp(k); fprintf('\n');
%%
w=[0:1:1000]*pi/1000;
[H, W]=freqs(b,a,w); % 필터의 주파수 응답 구하기
mag=abs(H); %Magnitude
omega=w; H=mag;
figure;
subplot(1,2,1);
plot(omega/pi,H,'b'); ylim([-0.05 1.05]); grid;
title('Magnitude Response of Chebyshev1 Lowpass Filter');- 4
xlabel('frequency in radian [pi]'); ylabel('Magnitude, H');
subplot(1,2,2);
zplane(b,a); %극점-영점 다이어그램

```

[결과]

$$\omega_c = 0.6283$$

$$\text{필터차수 } N = 4$$

$$\text{시스템함수 } H(s) \text{의 분자 계수} = \quad \quad \quad 0 \quad \quad \quad 0 \quad \quad \quad 0 \quad \quad \quad 0 \quad \quad 0.0383$$

$$\text{시스템함수 } H(s) \text{의 분모 계수} = \quad 1.0000 \quad 0.5987 \quad 0.5740 \quad 0.1842 \quad 0.0430$$

$$\text{영점} =$$

$$\text{극점} = -0.2117 + 0.2559i$$

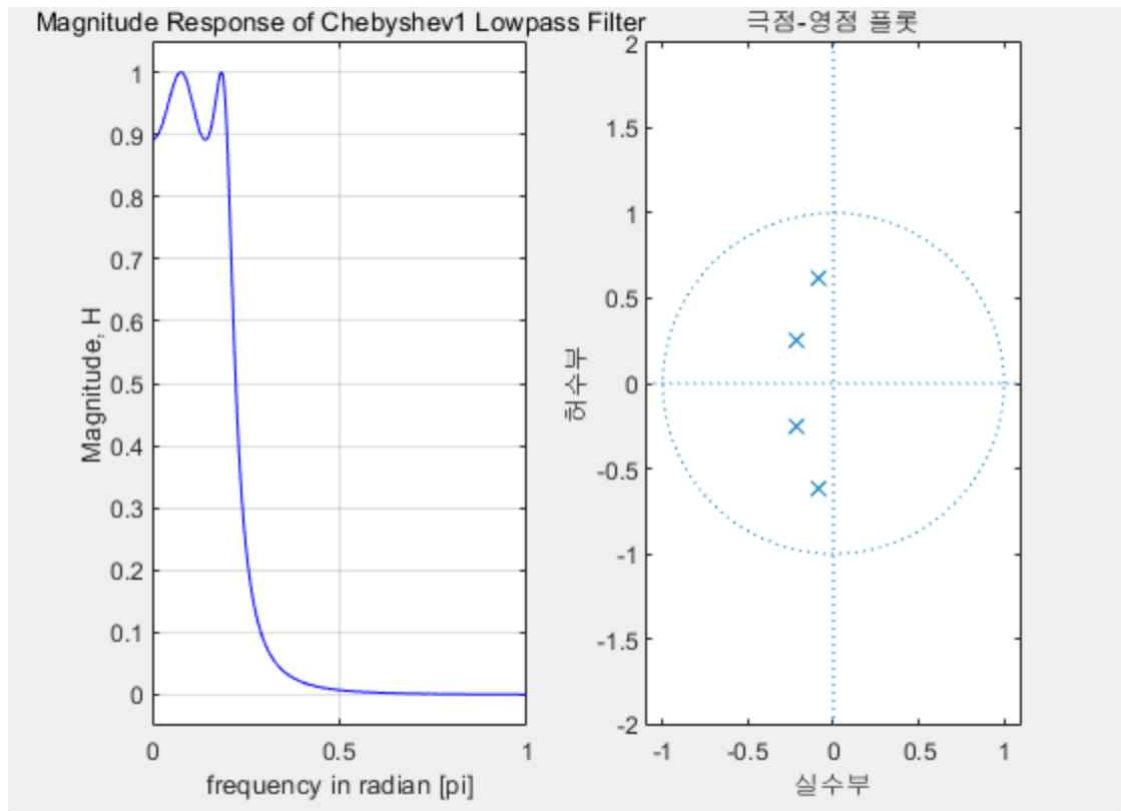
$$-0.2117 - 0.2559i$$

$$-0.0877 + 0.6179i$$

$$-0.0877 - 0.6179i$$

$$\text{이득} = \quad 0.0383$$

[Figure]



[설명]

설계한 Chebyshev 1형 Low pass filter의 필터 차수 $N = 4$ 이고 차단 주파수 ω_c 는 $\omega_c = 0.2\pi = 0.6283$ 이다. 차단 주파수에서 필터의 감쇠가 시작되어 저지 대역으로 전환된다. 시스템 함수 $H(s)$ 는 다음과 같다.

$$H(s) = \frac{0.0383}{s^4 + 0.5987s^3 + 0.5740s^2 + 0.1842s + 0.0430}$$

Chebyshev 1형 필터는 통과 대역에서는 리플이 발생하며 저지대역에서는 단조감소 형태를 보인다. 이러한 특성으로 인해 Low pass filter에 적합하다.

Chebyshev 1형 필터는 저지 대역에서 급격하게 신호를 감쇠한다. 이로 인해 천이 대역이 좁고 가장 가파른 천이양상을 보인다. 통과대역에서 리플을 허용함으로써 다른 필터에 비해 낮은 차수로도 급격한 감쇠를 구현할 수 있다. 하지만 이때 필터의 저지 대역 감쇠가 급격해질수록 리플의 크기도 커지게 된다. Chebyshev 2형 필터는 저지대역에서 리플이 발생된다.

또한 극점 - 영점 plot에서 알 수 있듯이, Chebyshev 1형 필터는 All - pole 필터로 영점이 존재하지 않고 극점만이 존재하며 모든 극점이 왼쪽 반평면에 위치해있는 것을 확인할 수 있다. 이는 필터가 안정하다는 것을 의미한다.