

SUSANA MARGARIDA FERREIRA DE SÁ FARIA

# Modelos de Mistura: Aplicações em Análise de Regressão

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto  
para a obtenção do grau de Doutor em Ciências de Engenharia

Orientação: Prof. Doutor Francisco José Lage Campelo Calheiros

Co-orientação: Prof. Doutora Gilda Maria De Carvalho Fernandes Soromenho Pereira

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

2006

O trabalho de investigação apresentado nesta dissertação foi parcialmente financiado pelo PRODEP III - Acção 5.3 - Formação Avançada no Ensino Superior - Concurso nº2/5.3/PRODEPIII/2001 e pelo FCT e FSE no âmbito do III Quadro Comunitário de Apoio.

# Resumo

Nesta dissertação são estudados os Modelos de Mistura no domínio da Análise de Regressão, em particular, os modelos de regressão em misturas de distribuições e os modelos de mistura de regressões lineares.

Relativamente aos modelos de regressão em misturas de distribuições, pretende-se analisar qual o modelo de regressão adequado em misturas de distribuições de componentes normais bidimensionais. Com esse objectivo, estudam-se os valores esperados condicionais e as variâncias condicionais no par aleatório mistura de componentes normais bidimensionais e conclui-se que a linearidade do modelo de regressão nem sempre é verificada. Propõe-se ainda a aplicação de um método para estimar o modelo de regressão nestas misturas. Os estudos numéricos efectuados mostram-nos resultados encorajadores na aplicação deste método na estimação da curva de regressão nestas misturas, comparando com outro método existente para estimar uma curva de regressão. No entanto, estes estudos evidenciam claramente que quando se ajusta um modelo linear a cada componente da mistura se obtém um melhor ajustamento aos dados.

Relativamente aos modelos de mistura de regressões lineares abordamos o problema da sua estimação e da detecção de observações inconsistentes nestes modelos.

Embora o método da máxima verosimilhança recorrendo ao algoritmo *Expectation Maximization* (EM) tenha sido o método mais aplicado na estimação dos parâmetros de misturas de regressões lineares, neste trabalho é proposto um novo procedimento que utiliza o algoritmo *Classification Expectation Maximization* (CEM) para determinar as estimativas de máxima verosimilhança dos parâmetros dessas misturas. O estudo efectuado leva-nos a considerar a aplicação do algoritmo CEM como uma alternativa de interesse para a estimação dos parâmetros destas misturas, em especial nas situações em que as verdadeiras rectas de regressão componentes da mistura são paralelas entre si.

Uma vez que a detecção de observações que parecem inconsistentes com o modelo de regressão estimado tem desempenhado um papel primordial em análise de regressão, desenvolve-se um novo teste para identificar observações *outliers* em misturas de regressões

lineares. Este teste tem como objectivo identificar se novas observações entretando obtidas podem ser consideradas *outliers* ao modelo estimado a partir do conjunto de observações iniciais. A sua aplicação permite concluir que é um teste adequado para identificar se novas observações constituem *outliers* ao modelo estimado de misturas de regressões lineares.

# Abstract

In this thesis we study Mixture Models in a Regression Analysis Context. In particular, regression models in mixture distributions and the mixture of linear regression models.

Concerning regression models in mixture distributions, we study the regression model in bivariate Gaussian mixture models. For doing so, we find the expected value and the variance of bivariate Gaussian mixture in conditional distributions. At the end we conclude that the linearity of this regression model is not always verified.

The application of a method for fitting a curve of regression in these mixtures is also proposed. When comparing the results obtained by this method with those obtained by another method for fitting a regression curve, when both are applied to a set of case studies, the results obtained are particularly encouraging for further developments in the area. However, these studies clearly evidence that the best-fit regression model is obtained when a linear model is fitted to each component of the mixture.

Concerning the models of mixture of linear regressions this work concentrates on the fitting of these models and on the detection of outliers.

In most applications the parameters of a mixture of linear regression models are estimated by maximizing the likelihood, the EM algorithm being the most popular tool to estimate the maximum likelihood in mixtures of regression models. In this work, we develop a new procedure for fitting these models using a Classification EM algorithm and compare it to the EM approach. The results of the simulation suggest that the CEM algorithm performs well, especially when the true regression lines are parallel.

The detection of observations that seem inconsistent with the fitted regression model has played a primordial role in regression analysis. In this work we develop a new test for outlier detection from a mixture of linear regressions, when the CEM algorithm is used to estimate the maximum likelihood of the mixture of parameters. The objective of this test is to identify if a new observation is as an outlier from the fitted regression model. The good performance of the test shows that it is suitable for detecting if new observations are outliers of the estimated model of mixtures of linear regressions.



# Agradecimentos

Em primeiro lugar quero expressar os mais profundos agradecimentos aos meus orientadores científicos, o Professor Doutor Francisco Calheiros e a Professora Doutora Gilda Soromenho, pela orientação, ajuda e amizade prestada durante a elaboração desta dissertação.

Agradeço ao Professor Francisco Calheiros com quem tive o privilégio de trabalhar desde que iniciei os meus estudos em Estatística e que me motivou para o desenvolvimento do tema deste trabalho.

Agradeço igualmente à Professora Gilda Soromenho pela sua disponibilidade e confiança demonstrada, a quem ficarei eternamente agradecida.

Não posso deixar de agradecer,

Aos meus colegas do Departamento de Matemática para a Ciência e Tecnologia da Universidade do Minho, em especial, à Professora Doutora Estelita Vaz, pelo apoio sempre demonstrado e pelos bons momentos de convívio e descontração.

Ao Sérgio Reis Cunha, pela sua disponibilidade e apoio sempre manifestados às minhas solicitações.

À Conceição, pelo constante encorajamento, apoio e amizade sempre presentes ao longo do tempo.

À Teresa, pela energia, o ânimo e a disponibilidade que sempre me ofereceu, em especial, nos momentos mais difíceis ocorridos durante a elaboração desta dissertação.

À Ana, pela ajuda? É pouco! Pela disponibilidade? É insuficiente! Pelo apoio? Não chega! Então?... Agradeço a nossa Enorme Amizade.

Ao Paulo, pelo optimismo, pela confiança e pela compreensão sempre demonstradas.

Aos meus pais e irmã que estiveram sempre presentes, me apoiaram nos momentos mais difíceis, pela paciência que sempre tiveram, pelo incentivo que sempre manifestaram e pelo bom ambiente que proporcionaram.

Finalmente, a duas pessoas que infelizmente já não se encontram entre nós, os meus avós Maria da Piedade e Normando, pelo carinho dedicado e pelos princípios transmitidos que me ajudam a ser o que hoje sou.

A todos os amigos mencionados e a todos que não o foram, mas que de algum modo contribuíram para que eu pudesse realizar este trabalho, os meus sinceros e profundos agradecimentos.



# Índice

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Tema e objectivos . . . . .	2
1.2	Estrutura da dissertação . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Modelos de Mistura de Distribuições</b>	<b>7</b>
2.1	Noções preliminares . . . . .	9
2.2	Métodos de estimação de misturas de distribuições . . . . .	12
2.2.1	Método dos momentos . . . . .	13
2.2.2	Método da máxima verosimilhança . . . . .	13
2.2.3	Métodos gráficos . . . . .	16
2.2.4	Método da distância mínima . . . . .	17
2.2.5	Métodos bayesianos . . . . .	17
2.3	Algoritmo EM . . . . .	17
2.3.1	Algoritmo . . . . .	19
2.3.2	Desvantagem do algoritmo . . . . .	20
2.3.3	Estratégias para obtenção de soluções iniciais . . . . .	21
2.4	Métodos para identificar o número de componentes da mistura . . . . .	22
2.5	Comentários finais . . . . .	25
<b>3</b>	<b>MCLUST</b>	<b>27</b>
3.1	Análise de <i>clusters</i> . . . . .	27
3.1.1	Construção dos <i>clusters</i> . . . . .	28
3.1.2	Métodos hierárquicos . . . . .	28
3.1.3	Métodos de partição . . . . .	32
3.2	Módulo informático <i>Mclust</i> . . . . .	33
3.2.1	Função <i>EMclust</i> . . . . .	37
3.3	Comentários finais . . . . .	38

<b>4</b>	<b>Momentos de Misturas de Distribuições</b>	<b>39</b>
4.1	Introdução . . . . .	39
4.2	Coefficiente de assimetria e coeficiente de achatamento . . . . .	40
4.3	Distribuições puras . . . . .	41
4.4	Mistura binária de distribuições . . . . .	42
4.4.1	Valor esperado e variância . . . . .	43
4.4.2	Coefficiente de assimetria e coeficiente de achatamento . . . . .	49
4.5	Generalização a misturas não binárias . . . . .	58
4.5.1	Estudo de dados simulados . . . . .	58
4.6	Aplicação a dados reais . . . . .	59
4.7	Comentários finais . . . . .	60
<b>5</b>	<b>Análise de Regressão em Misturas de Normais Bidimensionais</b>	<b>63</b>
5.1	Introdução à Análise de Regressão . . . . .	63
5.1.1	Modelo de regressão . . . . .	64
5.1.2	Métodos de estimação . . . . .	65
5.1.3	Curva de regressão . . . . .	66
5.2	Regressão em normais bidimensionais . . . . .	68
5.3	Regressão em misturas de normais bidimensionais . . . . .	70
5.3.1	Estimação do modelo de regressão em misturas de normais bidimensionais . . . . .	81
5.3.2	Regressão linear em misturas de normais bidimensionais . . . . .	84
5.4	Estudo de simulação . . . . .	91
5.4.1	Descrição do estudo . . . . .	91
5.4.2	Misturas de duas componentes normais bidimensionais: resultados . . . . .	94
5.4.3	Misturas de três componentes normais bidimensionais: resultados . . . . .	99
5.5	Aplicação de misturas de normais bidimensionais à estimação de uma curva de regressão . . . . .	105
5.5.1	Descrição do método . . . . .	106
5.5.2	Descrição do estudo de simulação . . . . .	107
5.6	Comentários finais . . . . .	109
<b>6</b>	<b>Modelos de Mistura de Regressões Lineares</b>	<b>111</b>
6.1	Introdução . . . . .	111
6.2	Modelo de mistura de regressões . . . . .	115
6.3	Estimação de misturas de regressões lineares . . . . .	116

6.3.1	Estimação de misturas de regressões via o algoritmo EM . . . . .	116
6.3.2	Estimação de misturas de regressões via o algoritmo CEM . . . . .	118
6.4	Estudo de simulação . . . . .	119
6.4.1	Descrição do estudo . . . . .	120
6.4.2	Misturas de duas regressões lineares simples: resultados . . . . .	123
6.4.3	Misturas de três regressões lineares simples: resultados . . . . .	129
6.5	Dados reais: descrição e resultados . . . . .	135
6.6	Comentários finais . . . . .	136
<b>7</b>	<b>Novo Teste de Alteração da Estrutura</b>	<b>139</b>
7.1	Introdução . . . . .	139
7.2	Novo teste . . . . .	140
7.2.1	Descrição do novo teste . . . . .	141
7.3	Aplicação do novo teste . . . . .	143
7.3.1	Descrição da aplicação . . . . .	143
7.3.2	Resultados da aplicação . . . . .	147
7.4	Comentários finais . . . . .	147
<b>8</b>	<b>Conclusões</b>	<b>149</b>
8.1	Contribuições do trabalho . . . . .	149
8.2	Trabalho futuro . . . . .	151
<b>A</b>	<b>Gráficos dos Momentos de Misturas de Distribuições</b>	<b>153</b>
<b>B</b>	<b>Dados</b>	<b>159</b>
<b>C</b>	<b>Algumas Demonstrações</b>	<b>163</b>
<b>D</b>	<b>Simulação em Misturas de Regressões Lineares: resultados</b>	<b>165</b>
<b>E</b>	<b>Aplicação do Novo Teste de Alteração da Estrutura: resultados</b>	<b>259</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>282</b>



# Índice de Figuras

2.1	Histograma do comprimento dos peixes . . . . .	8
2.2	Função de log-verosimilhança em função dos valores médios das duas componentes	15
3.1	<i>Clusters</i> no modelo “EII” . . . . .	35
3.2	<i>Clusters</i> no modelo “VEI” . . . . .	35
3.3	<i>Clusters</i> no modelo “VVV” . . . . .	35
4.1	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $\phi(1, 1), (n = 10)$ . .	42
4.2	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $\phi(1, 1), (n = 100)$ .	42
4.3	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $U(1, 2), (n = 10)$ . .	43
4.4	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $U(1, 2), (n = 100)$ .	43
4.5	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $G(1, 2), (n = 10)$ . .	44
4.6	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $G(1, 2), (n = 100)$ .	44
4.7	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $\phi(1, 1), (n = 10)$ .	45
4.8	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $\phi(1, 1), (n = 100)$ .	45
4.9	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $U(1, 1), (n = 10)$ .	45
4.10	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $U(1, 1), (n = 100)$	45
4.11	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $G(1, 1), (n = 10)$ .	46
4.12	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $G(1, 1), (n = 100)$	46
4.13	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $(1 - \pi)\phi(0, 1) +$ $\pi\phi(4, 4) (n=100)$ . . . . .	46
4.14	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $(1 - \pi)\phi(0, 1) +$ $\pi\phi(2, 1) (n=100)$ . . . . .	46
4.15	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $(1 - \pi)U(0, 2) +$ $\pi U(1, 4)(n=100)$ . . . . .	47
4.16	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $(1 - \pi)U(0, 2) +$ $\pi U(2, 4)(n=100)$ . . . . .	47

4.17	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(2, 2) (n = 100)$ . . . . .	47
4.18	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(4, 4) (n=100)$ . . . . .	47
4.19	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $0.5 \phi(0, 1) + 0.5 \phi(4, 4) (n=100)$ . . . . .	48
4.20	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $0.5 \phi(0, 1) + 0.5 \phi(2, 1) (n=100)$ . . . . .	48
4.21	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $(1 - \pi) \phi(0, 1) + \pi \phi(4, 4) (n=100)$ . . . . .	56
4.22	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $(1 - \pi) \phi(0, 1) + \pi \phi(2, 1) (n=100)$ . . . . .	56
4.23	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(1, 4) (n=100)$ . . . . .	57
4.24	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(2, 4) (n=100)$ . . . . .	57
4.25	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(2, 2) (n = 100)$ . . . . .	57
4.26	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(4, 4) (n=100)$ . . . . .	57
4.27	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $0.5 \phi(1, 1) + 0.5 \phi(4, 4) (n = 100)$ . . . . .	58
4.28	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $0.5 \phi(1, 1) + 0.5 \phi(2, 1) (n = 100)$ . . . . .	58
4.29	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $(1 - \pi_1 - \pi_2) \phi(-2, 1) + \pi_1 \phi(0, 1) + \pi_2 \phi(4, 4) (n=100)$ . . . . .	59
4.30	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $(1 - \pi_1 - \pi_2) \phi(-2, 1) + \pi_1 \phi(0, 1) + \pi_2 \phi(4, 2) (n=100)$ . . . . .	59
4.31	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $(1 - \pi_1 - \pi_2) U(0, 2) + \pi_1 U(1, 4) + \pi_2 U(4, 6) (n=100)$ . . . . .	60
4.32	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $(1 - \pi_1 - \pi_2) U(0, 2) + \pi_1 U(1, 4) + \pi_2 U(4, 6) (n=100)$ . . . . .	60
4.33	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $(1 - \pi_1 - \pi_2) G(1, 2) + \pi_1 G(2, 2) + \pi_2 G(4, 4) (n=100)$ . . . . .	60

4.34	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $(1-\pi_1-\pi_2)G(1,2)+\pi_1G(2,2)+\pi_2G(4,4)$ (n=100) . . . . .	60
4.35	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras da velocidade média . . . . .	61
4.36	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras da velocidade média . . . . .	61
4.37	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras da carga de tráfego . . . . .	61
4.38	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras da carga de tráfego . . . . .	61
5.1	Curvas de regressão da distribuição conjunta de $X_1$ e $X_2$ . . . . .	67
5.2	Funções densidade condicionais . . . . .	69
5.3	Curvas de regressão relativas a uma mistura de três componentes normais (Dados simulados) . . . . .	82
5.4	Curva de regressão da concentração de ozono na quantidade de radiação (Dados reais) . . . . .	83
5.5	Curvas de regressão numa mistura de duas componentes binormais: a regressão de $X_2$ em $X_1$ é linear. (Situação I) . . . . .	86
5.6	Curvas de regressão numa mistura de duas componentes binormais: a regressão de $X_2$ em $X_1$ é linear (Situação II) . . . . .	87
5.7	Curvas de regressão numa mistura de duas componentes binormais: a regressão de $X_2$ em $X_1$ e a regressão de $X_1$ em $X_2$ são lineares (Situação I) . . . . .	90
5.8	Curvas de regressão numa mistura de duas componentes binormais: a regressão de $X_2$ em $X_1$ e a regressão de $X_1$ em $X_2$ são lineares (Situação II) . . . . .	90
5.9	Curvas de regressão numa mistura de duas componentes binormais: a regressão de $X_2$ em $X_1$ e a regressão de $X_1$ em $X_2$ são lineares (Situação III) . . . . .	90
5.10	Mistura de duas componentes normais bidimensionais . . . . .	95
5.11	Mistura de três componentes normais bidimensionais . . . . .	100
5.12	Diagrama de dispersão de uma amostra gerada no caso I . . . . .	109
5.13	Curva de regressão estimada e curva de regressão verdadeira . . . . .	109
5.14	Diagrama de dispersão de uma amostra gerada no caso II . . . . .	110
5.15	Curva de regressão estimada e curva de regressão verdadeira . . . . .	110
6.1	Diagrama de dispersão do som compreendido pelo músico <i>versus</i> o som emitido . . . . .	113
6.2	Diagramas de dispersão de amostras de misturas de duas regressões lineares simples quando as verdadeiras rectas de regressão são paralelas entre si ( $n = 100$ e $\pi_1 = 0.5$ ) . . . . .	125

6.3	Diagramas de dispersão de amostras de misturas de duas regressões lineares simples quando as verdadeiras rectas de regressão são perpendiculares entre si ( $n = 100$ e $\pi_1 = 0.5$ ) . . . . .	126
6.4	Diagramas de dispersão de amostras de misturas de duas regressões lineares simples quando as verdadeiras rectas de regressão são concorrentes entre si ( $n = 100$ e $\pi_1 = 0.5$ ) . . . . .	127
6.5	Diagramas de dispersão de amostras de misturas de três regressões lineares simples ( $n = 100$ , $\pi_1 = 0.4$ ; $\pi_2 = 0.3$ e $\pi_3 = 0.3$ ) . . . . .	133
6.6	Diagrama de dispersão do número de plantas infectadas <i>versus</i> o número de insectos . . . . .	135
7.1	Diagramas de dispersão de amostras de dimensão $n = 100$ com $L = 2$ novas observações (Situação I) . . . . .	145
7.2	Diagramas de dispersão de amostras de dimensão $n = 100$ com $L = 2$ novas observações (Situação III) . . . . .	146
A.1	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $(1 - \pi) \phi(0, 1) + \pi \phi(4, 4)$ ( $n=10$ ) . . . . .	153
A.2	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $(1 - \pi) \phi(0, 1) + \pi \phi(2, 1)$ ( $n=10$ ) . . . . .	153
A.3	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $(1 - \pi) \phi(0, 1) + \pi \phi(4, 4)$ ( $n=500$ ) . . . . .	154
A.4	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $(1 - \pi) \phi(0, 1) + \pi \phi(2, 1)$ ( $n=500$ ) . . . . .	154
A.5	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(1, 4)$ ( $n=10$ ) . . . . .	154
A.6	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(2, 4)$ ( $n=10$ ) . . . . .	154
A.7	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(1, 4)$ ( $n=500$ ) . . . . .	154
A.8	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(2, 4)$ ( $n=500$ ) . . . . .	154
A.9	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(2, 2)$ ( $n = 10$ ) . . . . .	155
A.10	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(4, 4)$ ( $n=10$ ) . . . . .	155



A.11	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(2, 2)$ ( $n = 500$ ) . . . . .	155
A.12	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(4, 4)$ ( $n=500$ ) . . . . .	155
A.13	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $0.5 U(0, 2) + 0.5 U(1, 4)$ ( $n = 100$ ) . . . . .	155
A.14	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $0.5 U(0, 2) + 0.5 U(2, 4)$ ( $n = 100$ ) . . . . .	155
A.15	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $0.5 G(1, 2) + 0.5 G(2, 2)$ ( $n = 100$ ) . . . . .	156
A.16	Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de $0.5 G(1, 2) + 0.5 G(4, 4)$ ( $n = 100$ ) . . . . .	156
A.17	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $(1 - \pi) \phi(0, 1) + \pi \phi(4, 4)$ ( $n=10$ ) . . . . .	156
A.18	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $(1 - \pi) \phi(0, 1) + \pi \phi(2, 1)$ ( $n=10$ ) . . . . .	156
A.19	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $(1 - \pi) \phi(0, 1) + \pi \phi(4, 4)$ ( $n=500$ ) . . . . .	156
A.20	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $(1 - \pi) \phi(0, 1) + \pi \phi(2, 1)$ ( $n=500$ ) . . . . .	156
A.21	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(1, 4)$ ( $n=10$ ) . . . . .	157
A.22	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(2, 4)$ ( $n=10$ ) . . . . .	157
A.23	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(1, 4)$ ( $n=500$ ) . . . . .	157
A.24	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(2, 4)$ ( $n=500$ ) . . . . .	157
A.25	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(2, 2)$ ( $n = 10$ ) . . . . .	157
A.26	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(4, 4)$ ( $n=10$ ) . . . . .	157
A.27	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(2, 2)$ ( $n = 500$ ) . . . . .	158

A.28	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(4, 4)$ (n=500) . . . . .	158
A.29	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $0.5 U(0, 2) + 0.5 U(1, 4)$ (n=100) . . . . .	158
A.30	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $0.5 U(0, 2) + 0.5 U(2, 4)$ (n=100) . . . . .	158
A.31	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $0.5 G(1, 2) + 0.5 G(2, 2)$ (n = 100) . . . . .	158
A.32	Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de $0.5 G(1, 2) + 0.5 G(4, 4)$ (n=100) . . . . .	158

# Índice de Tabelas

3.1	Crítérios para diferentes características geométricas dos <i>clusters</i> . . . . .	32
3.2	Parametrizações da matriz de covariância disponíveis no <i>MCLUST</i> . . . . .	34
5.1	Frequências absolutas de $X_1$ e $X_2$ e valores médios condicionais . . . . .	67
5.2	Número de classes construídas para cada dimensão da amostra . . . . .	93
5.3	Parâmetros da função densidade da segunda componente da mistura . . . . .	94
5.4	Percentagem de vezes que a SQR da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 é superior em misturas de 2 componentes binormais ( $n = 100$ ) . . . . .	97
5.5	Percentagem de vezes que a SQR da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 é superior em misturas de 2 componentes binormais ( $n = 500$ ) . . . . .	98
5.6	Parâmetros da função densidade da segunda e da terceira componentes da mistura . . . . .	99
5.7	Percentagem de vezes que a SQR da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 é superior, em misturas de 3 componentes binormais ( $n = 100$ ) . . . . .	101
5.8	Percentagem de vezes que a SQR da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 é superior, em misturas de 3 componentes binormais ( $n = 100$ ) . . . . .	102
5.9	Percentagem de vezes que a SQR da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 é superior, em misturas de 3 componentes binormais ( $n = 500$ ) . . . . .	103
5.10	Percentagem de vezes que a SQR da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 é superior, em misturas de 3 componentes binormais ( $n = 500$ ) . . . . .	104

6.1	Verdadeiros valores dos parâmetros $\beta_j$ ( $j = 1, 2$ ) e $\sigma_j^2$ ( $j = 1, 2$ ) em misturas de duas regressões lineares simples . . . . .	124
6.2	Percentagem de vezes que o coeficiente $R^2$ do modelo estimado usando o algoritmo CEM é superior (igual) ao mesmo coeficiente do modelo estimado quando se aplica o algoritmo EM, em misturas de duas regressões simples quando as verdadeiras rectas de regressão são paralelas entre si . . . . .	130
6.3	Percentagem de vezes que o coeficiente $R^2$ do modelo estimado usando o algoritmo CEM é superior (igual) ao mesmo coeficiente do modelo estimado quando se aplica o algoritmo EM, em misturas de duas regressões simples quando as verdadeiras rectas de regressão são perpendiculares entre si . . . . .	131
6.4	Percentagem de vezes que o coeficiente $R^2$ do modelo estimado usando o algoritmo CEM é superior (igual) ao mesmo coeficiente do modelo estimado quando se aplica o algoritmo EM, em misturas de duas regressões simples quando as verdadeiras rectas de regressão são concorrentes entre si . . . . .	132
6.5	Verdadeiros valores dos parâmetros $\beta_j$ ( $j = 1, 2, 3$ ) e $\sigma_j^2$ ( $j = 1, 2, 3$ ) em misturas de três regressões lineares simples . . . . .	132
6.6	Percentagem de vezes que o coeficiente $R^2$ do modelo estimado usando o algoritmo CEM é superior (igual) ao mesmo coeficiente do modelo estimado quando se aplica o algoritmo EM em misturas de três regressões simples . . . . .	134
6.7	Coeficiente $R^2$ quando se aplica o algoritmo EM e o algoritmo CEM na estimação dos parâmetros das misturas de regressões . . . . .	136
B.1	Dados relativos às características ambientais na área metropolitana de Nova Iorque . . . . .	160
B.2	Dados dos músicos: som emitido e som compreendido por um músico . . . . .	161
B.3	Dados dos insectos: número de insectos e número de plantas infectadas . . . . .	162
D.1	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PI . . . . .	166
D.2	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PII . . . . .	167
D.3	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PIII . . . . .	168
D.4	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PIV . . . . .	169

D.5	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PV . . . . .	170
D.6	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PVI . . . . .	171
D.7	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PVII . . . . .	172
D.8	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PVIII . . . . .	173
D.9	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PIX . . . . .	174
D.10	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PX . . . . .	175
D.11	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PI . . . . .	176
D.12	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PII . . . . .	177
D.13	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PIII . . . . .	178
D.14	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PIV . . . . .	179
D.15	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PV . . . . .	180
D.16	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PVI . . . . .	181
D.17	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PVII . . . . .	182
D.18	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PVIII . . . . .	183
D.19	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PIX . . . . .	184
D.20	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PX . . . . .	185
D.21	Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PI . . . . .	186

D.22	Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PII . . . . .	187
D.23	Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PIII . . . . .	188
D.24	Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PIV . . . . .	189
D.25	Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PV . . . . .	190
D.26	Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PVI . . . . .	191
D.27	Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PVII . . . . .	192
D.28	Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PVIII . . . . .	193
D.29	Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PIX . . . . .	194
D.30	Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PX . . . . .	195
D.31	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EI . . . . .	196
D.32	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EII . . . . .	197
D.33	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EIII . . . . .	198
D.34	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EIV . . . . .	199
D.35	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EV . . . . .	200
D.36	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EVI . . . . .	201
D.37	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EVII . . . . .	202
D.38	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EVIII . . . . .	203

D.39	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EIX . . . . .	204
D.40	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EX . . . . .	205
D.41	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EI . . . . .	206
D.42	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EII . . . . .	207
D.43	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EIII . . . . .	208
D.44	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EIV . . . . .	209
D.45	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EV . . . . .	210
D.46	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EVI . . . . .	211
D.47	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EVII . . . . .	212
D.48	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EVIII . . . . .	213
D.49	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EIX . . . . .	214
D.50	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EX . . . . .	215
D.51	Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EI . . . . .	216
D.52	Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EII . . . . .	217
D.53	Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EIII . . . . .	218
D.54	Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EIV . . . . .	219
D.55	Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EV . . . . .	220

D.56	Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EVI . . . . .	221
D.57	Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EVII . . . . .	222
D.58	Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EVIII . . . . .	223
D.59	Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EIX . . . . .	224
D.60	Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EX . . . . .	225
D.61	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CI . . . . .	226
D.62	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CII . . . . .	227
D.63	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CIII . . . . .	228
D.64	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CIV . . . . .	229
D.65	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CV . . . . .	230
D.66	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CVI . . . . .	231
D.67	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CI . . . . .	232
D.68	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CII . . . . .	233
D.69	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CIII . . . . .	234
D.70	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CIV . . . . .	235
D.71	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CV . . . . .	236
D.72	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CVI . . . . .	237



D.73	Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CI . . . . .	238
D.74	Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CII . . . . .	239
D.75	Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CIII . . . . .	240
D.76	Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CIV . . . . .	241
D.77	Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CV . . . . .	242
D.78	Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CVI . . . . .	243
D.79	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de três regressões lineares no caso I . . . . .	244
D.80	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de três regressões lineares no caso II . . . . .	245
D.81	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de três regressões lineares no caso III . . . . .	246
D.82	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de três regressões lineares no caso IV . . . . .	247
D.83	Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de três regressões lineares no caso V . . . . .	248
D.84	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de três regressões lineares no caso I . . . . .	249
D.85	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de três regressões lineares no caso II . . . . .	250
D.86	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de três regressões lineares no caso III . . . . .	251
D.87	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de três regressões lineares no caso IV . . . . .	252
D.88	Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de três regressões lineares no caso V . . . . .	253
D.89	Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de três regressões lineares no caso I . . . . .	254

D.90	Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de três regressões lineares no caso II . . . . .	255
D.91	Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de três regressões lineares no caso III . . . . .	256
D.92	Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de três regressões lineares no caso IV . . . . .	257
D.93	Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de três regressões lineares no caso V . . . . .	258
E.1	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso PIII, em que $x \in [-1; 3]$ . . . . .	260
E.2	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso PIII, em que $x \in [0; 2]$ . . . . .	261
E.3	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso PV, em que $x \in [-1; 3]$ . . . . .	262
E.4	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso PV, em que $x \in [0; 2]$ . . . . .	263
E.5	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso PVIII, em que $x \in [-1; 3]$ . . . . .	264
E.6	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso PVIII, em que $x \in [0; 2]$ . . . . .	265
E.7	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso EI, em que $x \in [-1; 3]$ . . . . .	266
E.8	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso EI, em que $x \in [0; 2]$ . . . . .	267
E.9	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso EVI, em que $x \in [-1; 3]$ . . . . .	268
E.10	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso EVI, em que $x \in [0; 2]$ . . . . .	269
E.11	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso EIV, em que $x \in [-1; 3]$ . . . . .	270
E.12	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso EIV, em que $x \in [0; 2]$ . . . . .	271
E.13	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso CII, em que $x \in [-1; 3]$ . . . . .	272

E.14	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso CII, em que $x \in [0; 2]$ . . . . .	273
E.15	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso CIV, em que $x \in [-1; 3]$ . . . . .	274
E.16	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso CIV, em que $x \in [0; 2]$ . . . . .	275
E.17	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de três regressões lineares no caso II, em que $x \in [-1; 3]$ . . . . .	276
E.18	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de três regressões lineares no caso II, em que $x \in [0; 2]$ . . . . .	277
E.19	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de três regressões lineares no caso III, em que $x \in [-1; 3]$ . . . . .	278
E.20	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de três regressões lineares no caso III, em que $x \in [0; 2]$ . . . . .	279
E.21	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de três regressões lineares no caso IV, em que $x \in [-1; 3]$ . . . . .	280
E.22	Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de três regressões lineares no caso IV, em que $x \in [0; 2]$ . . . . .	281



# Nomenclatura e Abreviaturas

$g$	número de componentes da mistura
$n$	dimensão da amostra
$f(x)$	função densidade de probabilidade da variável aleatória $X$
$f(y x)$	função densidade de probabilidade de $Y$ condicional a $X = x$
$F(x)$	função distribuição da variável aleatória $X$
$E(X)$	valor esperado da variável aleatória $X$
$V(X)$	variância da variável aleatória $X$
$\gamma_1$	coeficiente de assimetria de Pearson da variável aleatória $X$
$\gamma_2$	coeficiente de achatamento ou " <i>kurtosis</i> " da variável aleatória $X$
$\mu$	valor médio da variável aleatória $X$
$\sigma^2$	variância da variável aleatória $X$
$\rho$	coeficiente de correlação de Pearson
$cov(X, Y)$	covariância entre as variáveis aleatórias $X$ e $Y$
$\bar{x}$	média amostral
$S$	matriz de covariância amostral
$\Psi$	vector dos parâmetros desconhecidos da mistura
$\theta_j$	vector dos parâmetros desconhecidos da $j$ -ésima função densidade componente da mistura
$w_{ij}$	probabilidade condicional que a observação $i$ pertence à $j$ -ésima componente de mistura
$\pi_j$	proporções ou pesos de mistura
$\beta_j$	coeficientes de regressão
$\epsilon_j$	erros aleatórios
$L(\Psi)$	função de verosimilhança
$\log L(\Psi)$	função de log-verosimilhança
$\log CL(\Psi)$	função de log-verosimilhança classificatória

$\exp(x)$	exponencial de $x$
$P(x)$	probabilidade de ocorrer $x$
$I_n$	matriz identidade de ordem $n$
$\phi(x; \mu, \sigma^2)$	função densidade de probabilidade da variável aleatória normal univariada de valor médio $\mu$ e variância $\sigma^2$
$\phi(x; \mu, \Sigma)$	função densidade de probabilidade da variável aleatória normal univariada de valor médio $\mu$ e matriz de covariância $\Sigma$
$U(x; a, b)$	função densidade de probabilidade da variável aleatória uniforme no intervalo de $(a, b)$
$G(x; a, b)$	função densidade de probabilidade da variável aleatória gama de parâmetros $a$ e $b$
$Ex(x; \lambda)$	função densidade de probabilidade da variável aleatória exponencial de parâmetro $\lambda$
$\chi_k^2$	função densidade de probabilidade da variável aleatória qui-quadrado com $k$ graus de liberdade
$F(a, b)$	função densidade de probabilidade da variável aleatória <i>F-Snedcor</i> com $a$ e $b$ graus de liberdade
$SQR$	soma dos quadrados dos resíduos
$SQT$	soma dos quadrados totais
$MSE$	erro quadrático médio
$VIÉS$	enviesamento
$R^2$	coeficiente de determinação
$EM$	Expectation-Maximization
$CEM$	Classification Expectation Maximization
$LRTS$	Teste de razão de verossimilhança
$BIC$	<i>Bayesian Information Criterion</i>

# Capítulo 1

## Introdução

Em muitos estudos estatísticos somos confrontados com problemas que pretendem estudar um determinado fenómeno, com o objectivo de o descrever, de o explicar e/ou de prever o seu comportamento. No entanto, na resolução destes problemas deparamo-nos com situações de incerteza, o que tem como consequência a impossibilidade de conhecer o fenómeno de forma completamente rigorosa. Nestas circunstâncias começa-se, normalmente, por recolher ou compilar os dados que pareçam importantes, ou seja, as observações das variáveis que se consideram mais relevantes para o fenómeno em estudo. De seguida, estabelece-se um modelo que constitui uma representação simplificada desse fenómeno e que pretende dar resposta aos objectivos fixados.

Em muitos dos estudos estatísticos referidos, os problemas reduzem-se ao estudo da relação entre as variáveis mais relevantes do fenómeno em análise ou, mais especificamente, à análise da influência que uma ou mais variáveis têm sobre uma variável de interesse. À técnica estatística que tem como objectivo principal estudar um modelo que relacione essa variável de interesse com as outras variáveis designa-se por *Análise de Regressão*.

Em Análise de Regressão, a formulação de um modelo adequado ao tipo de dados é um dos principais aspectos a ter em consideração. Por essa razão, há necessidade de examinar cuidadosamente os dados, que podem ser provenientes de populações formadas por grupos distintos, cuja existência pode ou não ser conhecida *à priori*, desconhecendo-se quais os dados que pertencem a cada grupo. Nestas situações, estamos na presença de *Modelos de Mistura*, o tema principal do trabalho desenvolvido.

Os *Modelos de Mistura* têm vindo a merecer um interesse crescente quer do ponto de vista teórico quer prático, por parte dos estatísticos e da comunidade científica em geral, devido à flexibilidade e facilidade de modelar populações heterogéneas de um modo simples. O elevado número de trabalhos publicados sobre estes modelos em diversas áreas

de investigação é uma prova evidente desse interesse.

## 1.1 Tema e objectivos

Nesta dissertação são estudados os Modelos de Mistura no domínio da Análise de Regressão. Em particular, estudam-se os modelos de regressão em misturas de distribuições e os modelos de mistura de regressões lineares.

### Modelos de Regressão em Misturas de Distribuições

Na modelação de dados provenientes de populações heterogéneas multivariadas, recorre-se frequentemente a misturas de distribuições de componentes normais multivariadas, devido à facilidade computacional verificada na estimação dos parâmetros desconhecidos destas misturas.

Um problema que surge nestes casos e que funciona como primeiro estímulo para o desenvolvimento deste trabalho, é o de saber qual será o modelo de regressão adequado nestas misturas de distribuições no caso bidimensional (ou seja, no caso do par aleatório mistura de componentes normais bidimensionais). O estudo da linearidade do modelo de regressão nestas misturas é outro dos assuntos abordados.

Nesta dissertação, propomos ainda a aplicação de um método simples para estimar o modelo de regressão em misturas de distribuições de componentes normais bidimensionais. Comparamos também diferentes métodos de estimação desse modelo de regressão, com o objectivo de analisar a qualidade de ajustamento do modelo aos dados.

Com base no estudo do modelo de regressão nestas misturas é ainda sugerido um método para se estimar uma curva de regressão a partir de um conjunto de observações.

### Modelos de Mistura de Regressões Lineares

Uma das principais dificuldades encontradas na estimação de modelos de mistura (quer em misturas de distribuições, quer em misturas de regressões) deve-se ao facto de os estimadores dos parâmetros desconhecidos não apresentarem, em geral, uma forma explícita. Nesses casos é necessário recorrer a métodos iterativos para obter esses parâmetros.

Na estimação dos parâmetros dos modelos de mistura de regressões lineares, o método da máxima verosimilhança, recorrendo ao algoritmo *Expectation-Maximization* (EM), tem sido o mais aplicado. Nesta dissertação, abordamos o problema da estimação destes modelos de mistura e propomos um novo procedimento iterativo de estimação com o objectivo de melhorar a eficiência dos estimadores e a qualidade de ajustamento do modelo aos dados.

Uma vez que a detecção de observações que parecem inconsistentes com o modelo de



regressão tem desempenhado um papel primordial em análise de regressão, estudar-se-á este assunto em modelos de mistura de regressões lineares, quando se aplica o novo procedimento proposto na estimação dos parâmetros.

De um modo geral, o trabalho apresentado nesta dissertação pretende contribuir, por um lado, para a análise e desenvolvimento do modelo de regressão no par aleatório mistura de componentes binormais e, por outro lado, para o estudo das misturas de regressões lineares quer do ponto de vista da estimação, quer da detecção de observações inconsistentes.

## 1.2 Estrutura da dissertação

Esta dissertação desenvolve-se ao longo de oito capítulos. No primeiro capítulo é apresentado o tema desenvolvido e os principais objectivos propostos que com este trabalho se pretende atingir. É ainda apresentada uma descrição da estrutura da dissertação.

No segundo capítulo, depois de se indicar a importância dos Modelos de Mistura de Distribuições e de se exemplificar a aplicação destes modelos em diferentes áreas de investigação e em diversos problemas estatísticos, são introduzidas algumas noções preliminares sobre estes modelos. Nesse capítulo descrevem-se ainda os principais métodos usados na estimação dos parâmetros desconhecidos de modelos de mistura de distribuições, mencionando-se algumas das dificuldades encontradas na aplicação destes métodos. Uma atenção especial é dada ao algoritmo *Expectation-Maximization* (EM), usado na resolução das equações de máxima verosimilhança na estimação dos modelos de mistura, invocando alguns dos problemas encontrados na sua aplicação. Por último, apresenta-se uma revisão de alguns dos métodos existentes para identificar o número de componentes de uma mistura.

No capítulo 3, é apresentado o módulo informático *MCLUST: Model-Based Cluster Analysis* (existente no *software* de domínio público *R* e no *software* comercial *S-PLUS*) que permite estimar modelos de mistura de distribuições com componentes normais multivariadas. Descreve-se ainda a função *EMclust* implementada nesse módulo e que será utilizada no trabalho apresentado nesta dissertação. De modo a indicar as principais técnicas usadas neste módulo informático, inicia-se este capítulo com a introdução de algumas noções importantes em análise de *clusters* e com a descrição dos principais métodos de construção de *clusters*.

O capítulo 4 estuda as relações entre os momentos de misturas de distribuições. Embora este estudo não esteja directamente relacionado com os Modelos de Mistura no domínio da Análise de Regressão, foi com este trabalho que surgiu o nosso interesse pelos Modelos de Mistura. Neste capítulo, após uma revisão das definições de coeficiente de assimetria e

coeficiente de achatamento, ilustra-se o comportamento das relações entre o desvio padrão amostral e a média amostral e entre o coeficiente de achatamento e o coeficiente de assimetria em subamostras de dados provenientes de distribuições puras. O estudo analítico da relação entre o valor esperado e a variância e entre o coeficientes de assimetria e de achatamento em misturas binárias de distribuições, em particular de distribuições normais, uniformes e gamas, é também apresentado e ilustrado graficamente. Generaliza-se ainda este estudo a misturas de distribuições com mais de duas componentes, recorrendo a um estudo de dados simulados. Por último, é apresentado o comportamento das relações mencionadas em subamostras de um conjunto de dados reais.

O capítulo 5 é essencialmente dedicado ao estudo do modelo de regressão no par aleatório mistura de componentes binormais. Inicia-se este capítulo com uma revisão de algumas noções importantes em Análise de Regressão, assim como de alguns métodos de estimação do modelo de regressão. Analisa-se também o modelo de regressão no par aleatório gaussiano. Depois de se estudar analiticamente os valores esperados condicionais e as variâncias condicionais em misturas de componentes normais bidimensionais, é proposto um método para estimar a regressão nestas misturas. Estabelecem-se ainda as condições que relacionam entre si os parâmetros das misturas de componentes normais bidimensionais de modo a que se verifique a linearidade da regressão nestas misturas. Compara-se também, diferentes métodos de estimação da regressão em misturas de componentes binormais, através de um estudo de simulação. Por último, com base no estudo do modelo de regressão no par aleatório mistura de componentes normais bidimensionais, propõe-se a aplicação de um método paramétrico para estimar uma curva de regressão a partir de um conjunto de observações.

No capítulo 6 inicia-se o estudo de modelos de mistura de regressões lineares. Depois de se indicar a importância destes modelos e de se apresentar alguns trabalhos desenvolvidos sobre os mesmos, introduz-se o modelo de mistura de regressões lineares. Neste capítulo descreve-se ainda o algoritmo *Expectation Maximization* (EM) que permite obter as estimativas de máxima verosimilhança dos parâmetros de modelos de mistura de regressões e o algoritmo *Classification Expectation Maximization* (CEM) que propomos neste trabalho para se obterem aquelas estimativas. O capítulo prossegue com a descrição de um estudo de simulação, que tem como objectivo comparar os estimadores obtidos pelos algoritmos EM e CEM em termos do enviesamento, da eficiência assintótica, da qualidade de ajustamento e do tempo de computação. No final do capítulo aplicam-se os dois algoritmos anteriormente referidos na estimação de misturas de regressões lineares a dois conjuntos de dados reais.

No capítulo 7, depois de uma breve revisão de técnicas de diagnóstico em análise de

regressão descreve-se, em misturas de regressões lineares, um teste que propomos para estudar se novas observações são compatíveis com o modelo de regressão estimado a partir de um conjunto de observações iniciais. A aplicação desse teste é também ilustrada em misturas de regressões lineares recorrendo às amostras geradas no capítulo anterior.

Finalmente, no capítulo 8 apresentamos as principais conclusões e contribuições resultantes deste trabalho e indicamos algumas sugestões para trabalho futuro.

Ao longo desta dissertação apresentamos vários estudos computacionais, nos quais se desenvolveram funções no *software* estatístico de domínio público *R* (versão 1.8.0, 2003).



## Capítulo 2

# Modelos de Mistura de Distribuições

Os modelos de mistura de distribuições têm, desde há muito, merecido especial atenção dos estatísticos e da comunidade científica em geral, tendo-se assistido na última década a um interesse crescente no seu estudo, quer do ponto de vista teórico quer prático.

A importância destes modelos, deve-se ao facto dos mesmos serem os mais adequados quando a população em estudo é formada por várias subpopulações que estão presentes na população inicial em proporções desconhecidas. Situações destas ocorrem com frequência na prática quando os dados provêm de populações formadas por grupos distintos, cuja existência pode ou não ser conhecida *à priori*, desconhecendo-se quais os dados que pertencem a cada grupo.

Estes modelos têm sido usados em diferentes áreas de aplicação: na Astronomia, na Biologia, na Genética, na Medicina, na Engenharia, na Economia e na Agricultura, entre outros. Exemplos concretos de aplicação destes modelos são: na Biologia, a estimação de modelos de mistura de lognormais para estudar o índice de acidez de lagos norte americanos (Crawford (1994)); na Medicina, a estimação da preponderância dos diabetes e o estabelecimento da sensibilidade de testes de diagnóstico dessa doença em função de algumas variáveis, usando um modelo de mistura de normais (Thompson et al. (1998)); na Astronomia, a aplicação de um modelo de mistura de normais ao estudo da velocidade das galáxias (Roeder (1990)); na Agricultura, a estimação de um modelo de mistura de gama bivariada para estudar a idade e o período de lactação em vacas (Jones et al. (2000)); na Genética, o uso dos modelos de mistura de distribuições na construção dos mapas genéticos para diagnosticar a resistência a doenças (Doerge et al. (1997) e Kao and Zeng (1997)).

Um exemplo ilustrativo simples de aplicação de misturas de distribuições é o seguinte.

Considere-se uma população de um certo tipo de peixes, constituída por fêmeas e machos, e que se pretende estudar o comprimento desses peixes. O registo dos comprimentos dos peixes duma amostra dessa população, sem indicação do sexo do animal, permite construir o histograma apresentado na figura 2.1. Este histograma sugere a presença de dois grupos distintos, cuja existência se deve ao sexo dos peixes. No entanto, muitas outras características, como por exemplo, idade, espécie ou origem geográfica, podem formar grupos com características distintas. Neste caso, um modelo adequado para estudar o comprimento destes seres parece ser o modelo de mistura de duas distribuições.

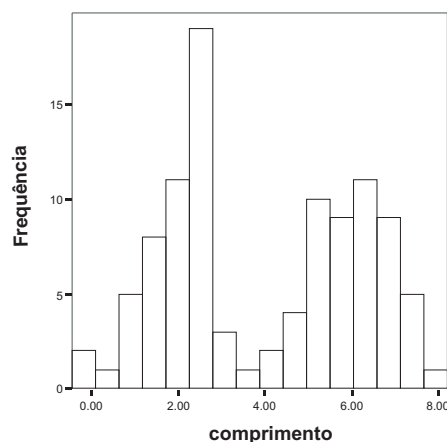


Figura 2.1: Histograma do comprimento dos peixes

Deve realçar-se, contudo, que embora na prática, a bimodalidade num histograma seja um forte indicador da possibilidade dos dados serem provenientes de uma mistura de distribuições, podem ocorrer situações em que isso não acontece como foi ilustrado em (Day (1969)). Nesse trabalho, Day gerou três amostras aleatórias de uma distribuição normal 10-dimensional e, para cada uma das amostras, construiu o histograma da primeira variável canónica quando duas distribuições normais multivariadas eram impostas aos dados. A natureza bimodal dos histogramas obtidos sugeriram, erradamente, que os dados não eram provenientes de uma única distribuição normal. Aconselha-se assim que, após a obtenção de um histograma de natureza não unimodal, se efectue um dos testes de identificação do número de componentes do modelo de mistura, que serão descritos na secção 2.4 desta dissertação.

Por outro lado, deve notar-se que os dados podem ser provenientes de uma mistura de distribuições e não se observar a multimodalidade no histograma. Algumas destas situações são ilustradas em Titterington et al. (1985, pp. 9-16).

Os modelos de mistura de distribuições são muito aplicados em problemas estatísticos tais como, na identificação de *outliers* (ver Aitkin and Wilson (1980), Wang et al. (1997) e Scott (1992)), nos testes de robustez de técnicas estatísticas (ver Srivastava and Awan (1982) e Srivastava and Awan (1984)), na análise de *clusters* (ver McLachlan and Basford (1988), Everitt et al. (2001, Cap. 6) Fraley and Raftery (2002)), na estimação de densidades pelo método de *kernel* (ver Silverman (1986), Scott (1992) e Marron and Wand (1992)), na análise discriminante (ver McLachlan (1992) Hastie and Tibshirani (1996) e Fraley and Raftery (2002)), na análise de sobrevivência (ver McLachlan and McGiffin (1994) e McLachlan and Peel (2000, Cap. 10)).

A bibliografia em modelos de mistura de distribuições é vasta, aconselhando-se os seguintes livros para um conhecimento mais completo destes modelos: Everitt and Hand (1981), Lindsay (1995b), McLachlan and Basford (1988) Titterton et al. (1985), e McLachlan and Peel (2000). Recentes desenvolvimentos de modelos de mistura de distribuições podem também ser encontrados em Titterton (1996) e em Böhning and Seidel (2003).

Este capítulo está estruturado da seguinte forma. Começa-se por introduzir algumas noções preliminares sobre Misturas Finitas e em seguida apresentaremos um resumo de alguns métodos de estimação dos parâmetros de uma mistura, focando em especial o algoritmo EM. Por último é apresentada uma revisão de métodos para identificar o número de componentes de uma mistura.

## 2.1 Noções preliminares

Começamos por apresentar algumas noções preliminares sobre Misturas Finitas com o objectivo familiarizar o leitor com a nomenclatura utilizada.

Seja  $X$  a variável aleatória com valores num espaço  $S$  e cuja função densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = \sum_{j=1}^g \pi_j f_j(x) \quad (2.1)$$

onde  $f_j(x)$  são funções densidade de probabilidade,  $0 \leq \pi_j \leq 1$  e  $\sum_{j=1}^g \pi_j = 1$ .

**Definição 2.1** A variável aleatória  $X$  com função densidade de probabilidade definida de acordo com a expressão (2.1) designa-se por *mistura finita de  $g$  componentes*.

A função de distribuição de  $X$  é uma *mistura finita de  $g$  distribuições* e a função densidade de probabilidade dada na expressão (2.1) é uma *mistura finita de  $g$  funções densidade de probabilidade*.

As funções  $f_j(x)$  são as *densidades componentes da mistura* e as quantidades  $\pi_j$  são designadas por *proporções* ou *pesos de mistura*. O número de componentes  $g$  pode ser um valor conhecido ou um parâmetro a estimar a partir duma amostra.

Em muitas aplicações as densidades componentes da mistura pertencem a uma família paramétrica, pelo que passam a ser representadas por  $f_j(x; \theta_j)$  onde  $\theta_j$  é o vector dos parâmetros desconhecidos da  $j$ -ésima densidade componente da mistura. Neste caso, a função densidade de probabilidade dada na expressão (2.1) pode ser escrita da seguinte forma:

$$f(x; \Psi) = \sum_{j=1}^g \pi_j f_j(x; \theta_j) \quad (2.2)$$

sendo  $\Psi$  o vector que contém todos os parâmetros desconhecidos do modelo de mistura e que pode ser definido de acordo com a expressão (2.3) onde  $\xi$  o vector que contém os parâmetros  $\theta_1, \dots, \theta_g$ .

$$\Psi = (\pi_1, \dots, \pi_{(g-1)}, \xi^T)^T \quad (2.3)$$

Um exemplo pode ser apresentado para ilustrar estes conceitos.

**Exemplo 2.1** Consideremos a função densidade de probabilidade de uma mistura de uma distribuição normal e de uma distribuição Laplace com o mesmo valor médio  $\mu$ , que modeliza a intensidade do vento durante a aterragem dos aviões (Jones and McLachlan (1990)):

$$f(x; \Psi) = \pi_1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2 \right\} + \pi_2 (2\kappa)^{-1} \exp \left\{ -\frac{|x-\mu|}{\kappa} \right\} \quad (2.4)$$

Neste caso, tem-se  $\Psi = (\pi_1, \xi^T)^T$ ,  $\xi = (\mu, \sigma^2, \kappa)^T$ ,  $\theta_1 = (\mu, \sigma^2)$  e  $\theta_2 = (\mu, \kappa)$ .

Embora, no exemplo apresentado, as componentes do modelo de mistura não pertençam à mesma família paramétrica, não é isto que se verifica na maioria das aplicações. Nesse caso, em que as densidades componentes da mistura pertencem à mesma família paramétrica, a função densidade de probabilidade dada na expressão (2.2) pode ser escrita da forma:

$$f(x; \Psi) = \sum_{j=1}^g \pi_j f(x; \theta_j) \quad (2.5)$$

sendo  $f(\cdot; \theta_j)$  um membro genérico da família paramétrica.

Além disso, apesar dos exemplos que incluem modelos de mistura de componentes normais serem os mais frequentes, podem também ser encontrados na literatura modelos com componentes binomiais (Wood (1999)), poisson (Hasselblad (1969)), exponencial (Jewell (1982)) e distribuição-t (Liu (1997)), entre outros.



Um conceito extremamente importante e que surge sempre que tenhamos um problema de estimação ou pretendamos fazer um teste é a *identificabilidade*, na medida que garante uma única caracterização para qualquer um dos modelos de mistura considerados.

Realça-se que na definição seguinte, só consideramos as misturas cujas componentes pertençam à mesma família paramétrica.

**Definição 2.2** Uma mistura de distribuições com função densidade de probabilidade dada na expressão (2.5) diz-se *identificável* se só se:

$$\sum_{j=1}^g \pi_j f(x; \theta_j) = \sum_{i=1}^{\tilde{g}} \tilde{\pi}_i f(x; \tilde{\theta}_i) \Rightarrow g = \tilde{g} \wedge \left( \forall j = 1, \dots, g \exists i = 1, \dots, \tilde{g} : \pi_j = \tilde{\pi}_i \wedge \theta_j = \tilde{\theta}_i \right) \quad (2.6)$$

A partir desta definição podemos afirmar que uma mistura é identificável se a função densidade de probabilidade admite apenas uma única decomposição e portanto uma mistura de distribuições uniformes não é identificável. Basta considerar que:

$$U(x; 0, 1) = \pi U(x; 0, \pi) + (1 - \pi) U(x; \pi, 1) \quad (2.7)$$

para qualquer  $\pi$  entre 0 e 1, sendo  $U(., a, b)$  a função densidade de probabilidade de uma variável aleatória uniforme no intervalo de  $(a, b)$ .

O problema da identificabilidade em misturas de distribuições foi inicialmente abordado por Teicher (1963) que obteve alguns teoremas importantes das condições necessárias e suficientes para a identificabilidade. Os seus resultados implicam, em particular, que as misturas de distribuições normais e as misturas de distribuições gama são identificáveis.

Titterton et al. apresentam em (Titterton et al. (1985, Cap. 3.1)) uma clara descrição do conceito de identificabilidade em misturas de distribuições, incluindo vários exemplos. Os autores realçam ainda o facto que muitas misturas de distribuições contínuas são identificáveis; uma excepção é uma mistura de distribuições uniformes.

Muito embora este assunto tenha grande importância, não o abordaremos nesta dissertação na medida em que só consideramos misturas identificáveis, limitando-nos aos conceitos já apresentados.

**Definição 2.3** Seja  $X$  uma variável aleatória com função densidade de probabilidade dada pela expressão (2.2). Os *momentos de ordem  $r$*  de  $X$  são:

$$E(X^r) = \sum_{j=1}^g \pi_j E(X_j^r) \quad (2.8)$$

onde  $E(X_j^r)$  é o momento de ordem  $r$  de uma variável aleatória com função densidade de probabilidade  $f_j(x; \theta_j)$ ,  $j = 1, \dots, g$ .

**Definição 2.4** O *valor esperado* da variável aleatória  $X$  com função densidade de probabilidade dada pela expressão (2.2) é:

$$E(X) = \sum_{j=1}^g \pi_j E(X_j) \quad (2.9)$$

em que  $E(X_j)$  é o valor esperado da variável aleatória com função densidade de probabilidade  $f_j(x; \theta_j)$ ,  $j = 1, \dots, g$ .

**Definição 2.5** A *variância* da variável aleatória  $X$  com função densidade de probabilidade dada pela expressão (2.2) é:

$$\begin{aligned} V(X) &= \sum_{j=1}^g \pi_j (V(X_j) + E^2(X_j)) - E^2(X) \\ &= \sum_{j=1}^g \pi_j V(X_j) + \sum_{j=1}^g \pi_j (E(X_j) - E(X))^2 \end{aligned} \quad (2.10)$$

onde  $V(X_j)$  é a variância de uma variável aleatória com função densidade de probabilidade  $f_j(x; \theta_j)$ ,  $j = 1, \dots, g$ . (ver Böhning (1999, p. 71))

## 2.2 Métodos de estimação de misturas de distribuições

Ao longo dos anos, ao problema da estimação do vector dos parâmetros desconhecidos  $\Psi$  de modelos de mistura de distribuições têm sido aplicados uma enorme variedade de métodos como, por exemplo: o *método dos momentos*, o *método da máxima verosimilhança*, os *métodos gráficos*, o *método da distância mínima* e os *métodos bayesianos*.

Provavelmente, como referiu Titterington em (Titterington (1996)), a existência de um grande número de métodos desenvolvidos no domínio da estimação dos parâmetros desconhecidos em modelos de mistura seja o facto de não existirem fórmulas explícitas para as estimativas desses parâmetros. Por exemplo, em modelos de mistura de componentes normais univariadas, os estimadores de máxima verosimilhança dos parâmetros não podem ser escritos de forma directa e têm de ser calculados iterativamente.

Nesta secção será feita uma referência breve a cada um dos métodos referidos. Contudo, a nossa atenção vai incidir sobre o método da máxima verosimilhança visto que vai ser

utilizado na estimação dos parâmetros nos modelos de mistura no trabalho desenvolvido nesta dissertação.

### 2.2.1 Método dos momentos

Um dos primeiros trabalhos sobre modelos de mistura foi apresentado por Pearson (1894) que estimou um modelo de mistura de duas distribuições normais heterocedásticas usando o método dos momentos. Este método consiste em igualar um certo número de momentos empíricos aos seus momentos teóricos. Como resultado obtém-se um sistema de equações, usualmente não lineares, de difícil resolução.

Inicialmente, este método era o mais usado para se estimar os parâmetros desconhecidos da mistura e, dada a complexidade algébrica envolvida na resolução do sistema de equações, vários trabalhos foram surgindo com objectivo de o simplificar (ver Charlier and Wicksell (1924) e Cohen (1967), por exemplo). Recentemente, um novo interesse surgiu neste método com o trabalho de Lindsay and Basak (1993) na estimação dos parâmetros de misturas de distribuições normais. Com este trabalho obteve-se um sistema de equações cuja única solução é um estimador consistente dos parâmetros desconhecidos da mistura.

### 2.2.2 Método da máxima verosimilhança

Rao (1948) aplicou, pela primeira vez, na estimação dos parâmetros em modelos de mistura de distribuições, o método da máxima verosimilhança cujos estimadores se obtêm como solução das *equações de verosimilhança*. Posteriormente muitos outros trabalhos, usando este método foram surgindo (ver Hasselblad (1966), Day (1969), Behboodian (1970), O'Neill (1978), Ganesalingam and McLachlan (1979), Ganesalingam and McLachlan (1980) e Basford and McLachlan (1985)).

Consideremos  $x = (x_1^T, \dots, x_n^T)^T$  uma amostra aleatória de  $n$  realizações independentes da variável aleatória mistura de  $g$  distribuições cuja função densidade de probabilidade é definida na expressão (2.2) onde  $\Psi$  é o vector dos parâmetros desconhecidos.

**Definição 2.6** A *função de verosimilhança* é definida por:

$$L(\Psi) = \prod_{i=1}^n \left\{ \sum_{j=1}^g \pi_j f_j(x_i; \theta_j) \right\} \quad (2.11)$$

e as *equações de verosimilhança* são:

$$\frac{\partial L(\Psi)}{\partial \Psi} = 0 \quad (2.12)$$

Em muitas situações é mais fácil obter o maximizante do logaritmo da função de verosimilhança, e uma vez que a função logaritmo é uma função monótona crescente, é equivalente maximizar a função de verosimilhança ou a *função de log-verosimilhança* dada por:

$$\log L(\Psi) = \sum_{i=1}^n \log \left( \sum_{j=1}^g \pi_j f_j(x_i; \theta_j) \right) \quad (2.13)$$

As equações de log-verosimilhança são:

$$\frac{\partial \log L(\Psi)}{\partial \Psi} = 0 \quad (2.14)$$

Se para os modelos paramétricos, o método da máxima verosimilhança é muito utilizado porque as estimativas são fáceis de calcular e a teoria assintótica subjacente é muito atractiva, no caso dos modelos de mistura surgem dois problemas quando este método é usado.

Um desses problemas deve-se ao facto das equações de verosimilhança terem múltiplas soluções correspondendo a máximos locais, surgindo a dificuldade de identificar a raiz correspondente ao estimador de máxima verosimilhança de  $\Psi$ . Se todas as raízes das equações de verosimilhança fossem obtidas, seria fácil identificar  $\hat{\Psi}$  porque corresponderia ao maior valor da função de verosimilhança. Contudo, na prática, a procura de todas essas raízes pode ser impraticável, além de não existir nenhuma garantia que todas essas raízes sejam obtidas. Um exemplo pode ser apresentado para ilustrar este facto.

**Exemplo 2.2** Consideremos uma amostra de dimensão 50 proveniente de uma mistura de distribuições com função densidade dada por:

$$f(x; \Psi) = 0.5\phi(x; -0.8, 1) + 0.5\phi(x; 0.8, 1.5) \quad (2.15)$$

sendo  $\phi(\cdot; \mu, \sigma^2)$  a função densidade de probabilidade da variável aleatória normal univariada de valor médio  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ . Todos os parâmetros da função densidade são conhecidos, excepto os valores médios das duas componentes que se pretendem estimar usando o método da máxima verosimilhança. Na figura 2.2 representa-se graficamente a função de log-verosimilhança em função dos valores médios das componentes. Nesta figura pode-se observar dois máximos locais que correspondem a duas soluções distintas das equações de verosimilhança, dificultando a identificação das estimativas de máxima verosimilhança dos parâmetros desconhecidos.

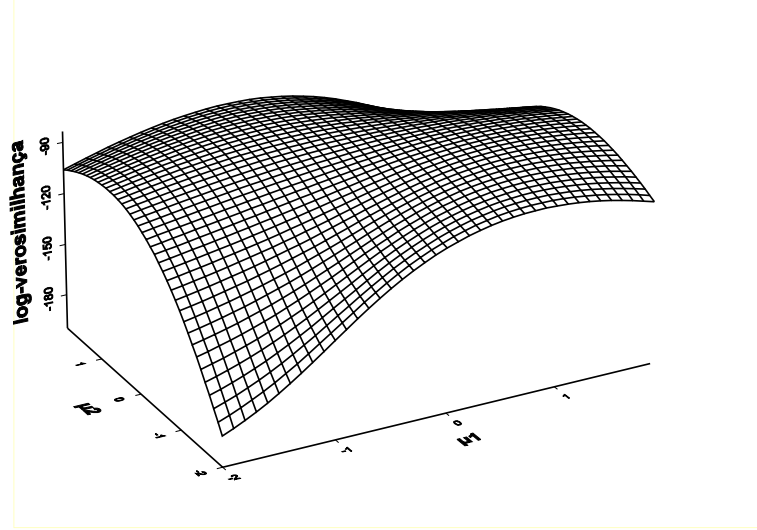


Figura 2.2: Função de log-verosimilhança em função dos valores médios das duas componentes

O segundo problema surge quando as componentes da mistura são normais heterocedásticas. Nesse caso, a função de verosimilhança é ilimitada o que faz com que os estimadores de máxima verosimilhança não existam pelo menos como máximos globais da função de verosimilhança, embora possam existir como máximos locais. Na prática, no caso univariado, o problema ocorre porque uma das componentes tem uma variância muito pequena resultante de conter poucas observações e dessas observações se encontrarem muito próximas. No caso multivariado, o problema ocorre quando numa das componentes o determinante da matriz de covariância é muito pequeno, por essa componente se poder localizar num espaço de dimensão inferior. Um exemplo pode também ser apresentado para ilustrar este facto.

**Exemplo 2.3** Consideremos uma mistura de distribuições com função densidade dada por:

$$f(x; \Psi) = \pi\phi(x; \mu_1, \sigma_1^2) + (1 - \pi)\phi(x; \mu_2, \sigma_2^2) \quad (2.16)$$

sendo  $\phi(\cdot; \mu, \sigma^2)$  a função densidade de probabilidade da variável aleatória normal univariada de valor médio  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , em que  $\sigma_1^2 \rightarrow 0$ . Quando  $x = \mu_1$ , a função de verosimilhança tenderá para infinito (Kiefer and Wolfowitz (1956)).

Apesar da existência desses problemas, Lehmann afirmou em (Lehmann (1983)) que

o objectivo principal do método da máxima verosimilhança é determinar uma sequência de raízes das equações de verosimilhança que seja consistente e assintoticamente eficiente. Sob certas condições de regularidade, Cramér (1946) mostrou que essa sequência de raízes existe.

Para os modelos de mistura identificáveis, Peters and Walker (1978) e Redner and Walker (1984) descrevem as condições de regularidade que esses modelos de mistura devem satisfazer, de modo que exista uma sequência de raízes das equações de verosimilhança que seja consistente, eficiente e assintoticamente normais. Essas condições são essencialmente generalizações multivariadas dos resultados de Crámer.

Recentemente, Gan and Jiang (1999) também indicam as condições necessárias e suficientes para a consistência e a optimalidade assintótica de uma raiz das equações de verosimilhança.

Como as equações de máxima verosimilhança não apresentam solução analítica, para determinar as suas soluções, recorre-se basicamente a métodos numéricos de optimização entre os quais o método de *Newton-Raphson* (ver, por exemplo, Hasselblad (1966)) ou ao algoritmo *Expectation-Maximization* (EM) (Dempster et al. (1977)).

O método de *Newton-Raphson* requer relativamente poucas iterações e fornece as variâncias assintóticas dos parâmetros estimados contudo a convergência não é assegurada (ver, por exemplo, McLachlan and Basford (1988) e McLachlan and Krishnan (1997, pp. 5-6)).

O algoritmo EM é de simples aplicação e a convergência monótona é assegurada, mas requer muitas iterações e pode convergir para um máximo local (ver, por exemplo, Redner and Walker (1984) e McLachlan and Peel (2000)). No entanto, este algoritmo é um dos mais eficazes e o mais aplicado na resolução das equações de máxima verosimilhança na estimação dos modelos de mistura. Sendo este o algoritmo utilizado no trabalho apresentado nesta dissertação, vamos descrevê-lo e mencionar alguns dos problemas da sua aplicação na próxima secção.

### 2.2.3 Métodos gráficos

Métodos gráficos foram também desenvolvidos para estimar os parâmetros em modelos de mistura. Estes métodos abrangem uma grande variedade de processos exploratórios baseados em gráficos e diagramas, tais como histogramas e *QQ-plot*, desenvolvidos com o objectivo de tratar amostras provenientes de misturas.

Estes métodos permitem identificar a existência de mistura, embora forneçam, geralmente, estimativas pouco eficientes dos parâmetros.

Algumas destas técnicas podem ser encontradas em Preston (1953), Cassie (1954), Tarter and Silvers (1975), Chhikara and Register (1979), Fowlkes (1979), Titterington et al. (1985, Cap. 4) e Tarter and Lock (1993, Cap. 5), entre outros.

### 2.2.4 Método da distância mínima

No método da distância mínima estimam-se os parâmetros de mistura, minimizando a distância entre a função de distribuição teórica designada por  $F(., \Psi)$  e a função de distribuição empírica designada por  $\hat{F}_n(.)$ , obtida de uma amostra de  $n$  observações independentes.

Várias distâncias têm sido usadas, como por exemplo: a de *Kolmogorov* (Deely and Kruse (1968)), a de *Cramér-von Mises* (Woodward et al. (1984)), o quadrado da norma  $L_2$  (Clarke and Heathcote (1994)), a de *Hellinger* (Karlis and Xekalaki (1998)), entre outras.

Outras funções, além da função distribuição, foram também consideradas, como por exemplo, a função geradora de momentos (Quandt and Ramsey (1978)) e a função característica (Bryant and Paulson (1983)).

Em Titterington et al. (1985) descrevem-se as propriedades destes estimadores em modelos de mistura, em particular, na estimação das proporções de mistura.

### 2.2.5 Métodos bayesianos

Outro dos métodos de estimação de modelos de mistura são os métodos bayesianos.

Embora já se encontrassem definidos estimadores bayesianos para estes modelos, foi com o desenvolvimento das técnicas de *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC), que a metodologia bayesiana em misturas tem sido mais aplicada.

Métodos de análise bayesianas para modelos de mistura antes do uso das técnicas MCMC são descritas em Titterington et al. (1985, Cap. 6), enquanto que pormenores recentes sobre este método usando MCMC podem ser encontrados em McLachlan and Peel (2000, Cap. 4).

## 2.3 Algoritmo EM

O algoritmo EM é um algoritmo iterativo, frequentemente utilizado para calcular os estimadores de máxima verosimilhança em problemas de dados incompletos. Estes problemas caracterizam-se pela inexistência de alguma informação dos dados. Neste trabalho iremos aplicar este algoritmo ao caso de misturas de distribuições, que podem ser vistas como um problema de dados incompletos.

Consideremos  $x = (x_1^T, \dots, x_n^T)^T$  uma amostra aleatória de  $n$  realizações independentes da variável aleatória mistura de  $g$  componentes cuja função densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x; \Psi) = \sum_{j=1}^g \pi_j f_j(x; \theta_j) \quad (2.17)$$

onde  $\Psi$  é o vector que contém todos os parâmetros desconhecidos, ou seja, o vector a estimar usando o método da máxima verosimilhança. Esta amostra designa-se de *amostra incompleta* porque não se conhece a que componente da mistura pertence cada um dos elementos da amostra. A correspondente função *log-verosimilhança* é dada por:

$$\log L(\Psi) = \sum_{i=1}^n \log \left( \sum_{j=1}^g \pi_j f_j(x_i; \theta_j) \right) \quad (2.18)$$

Como este algoritmo requer que se trabalhe com a *amostra completa*, é necessário introduzir o vector desconhecido, indicador da componente a que pertence cada elemento da amostra,  $Z = (Z_1, \dots, Z_n)$  com  $Z_i = (Z_{i1}, \dots, Z_{ig})^T$ , onde o elemento  $j$  de  $Z_i$ , designado por  $z_{ij}$ , é definido do seguinte modo:

$$z_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } x_i \text{ provém da } j\text{-ésima componente} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.19)$$

A *amostra completa* é definida como  $y_c = (y_1^T, \dots, y_n^T)$ , onde  $y_1 = (x_1^T, z_1^T)^T, \dots, y_n = (x_n^T, z_n^T)^T$  são independentes e identicamente distribuídos, com  $z_1, \dots, z_n$  realizações independentes de uma distribuição multinomial de uma prova em  $g$  categorias com probabilidade, respectivamente,  $\pi_1, \dots, \pi_g$ , ou seja,

$$Z_1, \dots, Z_n \sim \text{Multinomial}(1, \pi_1, \dots, \pi_g) \quad (2.20)$$

A função densidade de probabilidade de  $Z_i$  pode assim ser escrita na forma:

$$f(z_i; \Psi) = \prod_{j=1}^g \pi_j^{z_{ij}} \quad (2.21)$$

e a função densidade de  $X_i$  condicional a  $Z_i = z_i$  é dada por:

$$f_{X_i|Z_i=z_i}(x_i; \Psi) = \prod_{j=1}^g f_j(x_i; \theta_j)^{z_{ij}} \quad (2.22)$$



donde a função densidade de probabilidade de  $Y_i = (X_i, Z_i)$  será:

$$f((x_i, z_i); \Psi) = \prod_{j=1}^g [\pi_j f_j(x_i; \theta_j)]^{z_{ij}} \quad (2.23)$$

A função log-verosimilhança correspondente à amostra completa será:

$$\log L_c(\Psi) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^g z_{ij} \log \{\pi_j f_j(x_i; \theta_j)\} \quad (2.24)$$

### 2.3.1 Algoritmo

Cada iteração do algoritmo EM consiste em duas etapas, a etapa  $E$  (*expectation*) e a etapa  $M$  (*maximization*) (McLachlan and Krishnan, 1997).

Na iteração  $(p+1)$  da etapa  $E$ , calcula-se:

$$Q(\Psi, \Psi^{(p)}) = E_{\Psi^{(p)}} \{\log L_c(\Psi) | x\} \quad (2.25)$$

ou seja, o valor esperado condicional da função de log-verosimilhança definida pela equação (2.24) dada a amostra incompleta, usando como valor para  $\Psi$  o seu valor na iteração anterior,  $\Psi^{(p)}$ . Uma vez que  $\log L_c(\Psi)$  é uma função linear em  $z_{ij}$ , a etapa  $E$  corresponde simplesmente ao cálculo do valor esperado condicional de  $Z_{ij}$ , dada a amostra incompleta, onde  $Z_{ij}$  é a variável aleatória correspondente a  $z_{ij}$ . Tem-se assim,

$$Q(\Psi, \Psi^{(p)}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^g E_{\Psi^{(p)}} \{Z_{ij} | x_i\} \log \{\pi_j f_j(x_i; \theta_j)\} \quad (2.26)$$

Como

$$\begin{aligned} E_{\Psi^{(p)}} \{Z_{ij} | x_i\} &= P_{\Psi^{(p)}} \{Z_{ij} = 1 | x_i\} \\ &= \frac{\pi_j^{(p)} f_j(x_i; \theta_j^{(p)})}{\sum_{h=1}^g \pi_h^{(p)} f_h(x_i; \theta_h^{(p)})} \\ &= w_{ij}^{(p+1)} \quad (i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, g) \end{aligned} \quad (2.27)$$

em que  $w_{ij}^{(p+1)}$  é a probabilidade condicional de o elemento  $i$ , de valor  $x_i$ , da amostra incompleta pertencer à  $j$ -ésima componente da mistura, pode-se escrever a expressão (2.26)

na forma:

$$Q(\Psi, \Psi^{(p)}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^g w_{ij}^{(p+1)} \log \{ \pi_j f_j(x_i; \theta_j) \} \quad (2.28)$$

Na iteração  $(p+1)$  da etapa  $M$ , calcula-se o novo valor de  $\Psi$  que maximiza a expressão (2.28), ou seja, determinam-se as estimativas de máxima verosimilhança actualizadas dos parâmetros,  $\Psi^{(p+1)}$ . Dempster et al. (1977) mostraram que:

$$L(\Psi^{(p+1)}) \geq L(\Psi^{(p)}), \quad k = 0, 1, \dots \quad (2.29)$$

o que implica que  $L(\Psi^{(p)})$  converge para algum  $L^*$  por uma sequência de valores limitada superiormente.

As etapas  $E$  e  $M$  são alternadamente repetidos até se verificar o critério de paragem que pode ser baseado nas *diferenças relativas dos parâmetros* ou *da função de verosimilhança* entre iterações consecutivas (Agha and Ibrahim (1984)). Pode ainda ser baseado no *Aiken's acceleration scheme* (Böhning et al. (1994) e McLachlan and Peel (2000, p.52-53)) ou na *função gradiente* (Lindsay (1995a) e Pilla and Lindsay (2001)). Em todos estes critérios o algoritmo pára quando o valor do critério de paragem se tornar menor que uma dada constante.

### 2.3.2 Desvantagem do algoritmo

Um dos aspectos negativos do algoritmo EM é a sua convergência lenta. Para aumentar a sua rapidez de convergência utilizam-se principalmente aproximações de *Newton*, incluindo os métodos *quasi-Newton* (ver, por exemplo, Louis (1982), Lange (1995), Aitkin and Wilson (1980), Jamshidian and Jennrich (1997)). Recentemente outros algoritmos, tais como o algoritmo *Incremental EM* (IEM), o algoritmo *Sparse EM* (SPEM), têm sido propostos para aumentar a rapidez de convergência do algoritmo EM, preservando a sua simplicidade. Uma revisão de alguns desses algoritmos podem ser encontrados em Böhning (1999) e McLachlan and Peel (2000).

Como em qualquer processo iterativo, este algoritmo necessita de uma solução inicial para os valores dos parâmetros, designada de  $\Psi^{(0)}$ . A escolha desta solução inicial requer particular atenção na medida em que a velocidade de convergência do algoritmo se pode tornar extremamente lenta devido a uma má escolha. Na verdade, em alguns casos em que a função de verosimilhança não é limitada no espaço paramétrico dos parâmetros, a sucessão das estimativas geradas pode divergir se a solução inicial for escolhida demasiado próximo da fronteira. Outro aspecto a ter em conta é que as equações de máxima verosimilhança

têm múltiplas soluções correspondentes a máximos locais, aconselha-se por isso, a utilização de várias soluções iniciais diferentes.

Na escolha das soluções iniciais, técnicas de geração aleatória desses valores são muito usadas na prática, principalmente para serem utilizadas como estratégias de referência para uma possível comparação entre estratégias. De seguida, vamos apresentar algumas possíveis estratégias para obter as soluções iniciais de modo aleatório.

### 2.3.3 Estratégias para obtenção de soluções iniciais

A primeira dessas estratégias, consiste em dividir a amostra em  $g$  grupos gerando aleatoriamente para cada observação  $i$  um número entre 1 e  $g$ . Definindo por  $h$  esse número aleatório, então  $z_{ih} = 1$  e  $z_{ij} = 0$ ,  $\forall j \neq h$  com  $j = 1, \dots, g$ . Os valores iniciais dos parâmetros são calculados usando cada um dos grupos formados, ou seja, os valores iniciais das médias das componentes, designadas de  $\mu_j^{(0)}$ , são iguais à média amostral em cada um dos grupos; os valores iniciais das matrizes de covariância das componentes, designadas de  $\Sigma_j^{(0)}$ , são iguais à covariância amostral em cada um dos grupos e as proporções iniciais, designadas de  $\pi_j^{(0)}$ , são iguais à proporção de observações em cada grupo. Uma extensão simples desta estratégia consiste em repeti-la um determinado número de vezes e seleccionar entre elas a solução que maximiza a função de verosimilhança.

Uma estratégia alternativa, aplicada principalmente em misturas de  $g$  componentes normais com média  $\mu_j$  e matriz de covariância  $\Sigma_j$ , consiste em gerar aleatoriamente os valores médios iniciais,  $\mu_j^{(0)}$ , do seguinte modo:

$$\mu_1^{(0)}, \dots, \mu_g^{(0)} \sim N(\bar{x}, S) \quad (2.30)$$

onde  $\bar{x}$  é a média amostral e  $S$  a matriz da covariância amostral dos dados observados. Os valores iniciais das matrizes de covariância das componentes e das proporções podem ser dados por:

$$\begin{aligned} \Sigma_j^{(0)} &= S \quad (j = 1, \dots, g) \\ \pi_j^{(0)} &= \frac{1}{g} \quad (j = 1, \dots, g) \end{aligned} \quad (2.31)$$

A extensão proposta na primeira estratégia apresentada pode também ser usada nesta segunda estratégia.

Uma outra escolha natural é usar as estimativas obtidas por qualquer um outro método de estimação. Por exemplo, Fowlkes em (Fowlkes (1979)) usa um método gráfico para obter as soluções iniciais num modelo de mistura de componentes normais enquanto que Furman

and Lindsay em (Furman and Lindsay (1994)) usam o método dos momentos para obterem as soluções iniciais no caso dessas misturas.

Muitos outros trabalhos que sugerem métodos na selecção dos valores iniciais poderiam ser enumerados, tais como: o de McLachlan (1988) onde é proposto o uso da análise em componentes principais para seleccionar as soluções iniciais em misturas multivariadas; o de Finch et al. (1989) onde sugere que, para misturas de duas componentes normais, só o valor inicial das proporções é necessário, estimando-se os outros parâmetros com base nas amostras que foram criadas, usando esse valor inicial das proporções; o de Böhning et al. (1994) que inicia o algoritmo EM com as componentes de mistura bem separadas entre si; o de Dasgupta and Raftery (1998) onde as partições obtidas por um método hierárquico aglomerativo de análise de *clusters* são usadas para inicializar o algoritmo em misturas gaussianas; o de Böhning (1999, pp. 66-70) que propõe uma pesquisa em rede num grande espaço de parâmetros para encontrar diferentes valores iniciais e o de Biernacki et al. (2003) que sugere vários métodos baseados na geração aleatória dos grupos em modelos de mistura gaussianas multivariadas, usando um algoritmo EM de classificação (CEM), um algoritmo EM estocástico (SEM) ou o próprio algoritmo EM com um critério de paragem que implica poucas iterações.

Um estudo comparativo de várias estratégias na escolha dos valores iniciais foi realizado por Karlis and Xekalaki (2003). Os resultados mostram claramente a dependência da estratégia na escolha das soluções iniciais.

## 2.4 Métodos para identificar o número de componentes da mistura

Em muitas situações práticas, a amostra aleatória é proveniente de uma mistura de distribuições com função densidade de probabilidade,  $f(x; \Psi)$ , dada pela equação (2.2), em que o número de componentes  $g$  é desconhecido e tem de ser inferido a partir dos dados.

Testar o número de componentes da mistura, ou seja, saber qual o número de componentes  $g$  numa mistura, é um problema de grande importância e de difícil tratamento que ainda não está completamente resolvido.

Vários métodos que incluem técnicas gráficas, têm sido sugeridos para identificar o número de componentes da mistura: histogramas, *QQ-plot*, gráfico dos resíduos *versus* observação, entre outros. (ver, por exemplo, Titterington et al. (1985, Cap. 4), Lindsay and Roeder (1992) e Roeder (1994)).

Um processo natural para testar qual o menor valor de  $g$  para o número de componentes

da mistura, é usar o teste de razão de verosimilhanças (*LRTS*), onde, com base numa amostra, pretende-se testar:

$$H_0 : \text{número de componentes igual a } g$$

*versus*

$$H_1 : \text{número de componentes igual a } g + 1$$

Seja  $\hat{\Psi}_m$  o estimador de máxima verosimilhança de  $\Psi$  calculado sob  $H_m$  e  $L(\hat{\Psi}_m)$  a função de verosimilhança da amostra sob  $H_m$ . A regra de decisão que permite testar a hipótese  $H_0$  *versus*  $H_1$  é baseada na estatística de teste, designada de *razão de verosimilhanças*, dada por:

$$\lambda = \frac{L(\hat{\Psi}_0)}{L(\hat{\Psi}_1)} \quad (2.32)$$

ou na transformação dessa estatística:

$$-2 \log \lambda = 2 \left\{ \log L(\hat{\Psi}_1) - \log L(\hat{\Psi}_0) \right\} \quad (2.33)$$

Um valor pequeno de  $\lambda$ , ou equivalentemente, um valor elevado de  $-2 \log \lambda$ , leva-nos a rejeitar  $H_0$ .

No entanto, no caso dos modelos de mistura de distribuições, as condições de regularidade da estatística de teste  $-2 \log \lambda$  não são verificadas, em parte devido à não identificabilidade no modo de expressar a hipótese nula, pelo que a sua distribuição assintótica pode não ser um qui-quadrado com graus de liberdade igual à diferença entre o número de parâmetros das duas hipóteses.

Com efeito, consideremos, por exemplo, que pretendemos testar na hipótese nula a existência de uma única componente normal contra uma hipótese alternativa de existência de uma mistura de duas componentes normais, ou seja:

$$H_0 : f(x; \Psi) = \phi(x; \mu, \sigma^2) \quad (2.34)$$

*versus*

$$H_1 : f(x; \Psi) = \pi \phi(x; \mu_1, \sigma_1^2) + (1 - \pi) \phi(x; \mu_2, \sigma_2^2) \quad (2.35)$$

sendo  $\phi(., \mu, \sigma^2)$  a função densidade de probabilidade da variável aleatória normal univariada de valor médio  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ .

Um dos principais problemas com que deparamos neste teste reside no facto de não se

conseguir expressar de forma única a hipótese nula, o que sugere um problema de identificabilidade na definição desta hipótese, mesmo em misturas identificáveis. Neste caso podemos definir a hipótese nula de dois modos diferentes:

- $H_0 : \pi = 0$ , ou seja, a proporção de mistura é igual a zero. Sob a hipótese nula teremos de estimar  $\mu_2$  e  $\sigma_2^2$ , enquanto que sob a hipótese alternativa iremos estimar  $\pi, \mu_1, \sigma_1^2, \mu_2$  e  $\sigma_2^2$ . Considerando que a distribuição assintótica da estatística de teste é a distribuição qui-quadrado, teremos então 3 graus de liberdade.
- $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \wedge \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ , ou seja, igualdade dos valores médios e das variâncias das duas componentes. Sob a hipótese nula teremos de estimar  $\pi, \mu_1$  e  $\sigma_1^2$ , enquanto que sob a hipótese alternativa iremos estimar  $\pi, \mu_1, \sigma_1^2, \mu_2$  e  $\sigma_2^2$ . Considerando que a distribuição assintótica da estatística de teste é a distribuição qui-quadrado, teremos então 2 graus de liberdade.

Vários estudos de simulação, incluindo técnicas de *bootstrapping*, têm sido desenvolvidos para estudar o comportamento assintótico do teste LRTS. Alguns destes estudos podem ser encontrados em McLachlan (1987), McLachlan and Basford (1988), Thode et al. (1988), Mendell et al. (1993) e Chuang and Mendell (1997). Estes trabalhos mostram, claramente, que a distribuição assintótica do teste LRTS depende da escolha das soluções iniciais e do critério de paragem usado na estimação de máxima verosimilhança dos parâmetros do modelo.

Critérios baseados na penalização da função log-verosimilhança têm sido sugeridos para determinar o número de componentes num modelo de mistura. Como em modelos de mistura de distribuições, a função de log-verosimilhança aumenta quando se adicionam mais componentes de mistura no modelo (Celeux and Soromenho (1996)), a penalização da função log-verosimilhança é realizada no sentido de evitar a escolha de modelos com grande número de parâmetros, ou seja, um grande número de componentes.

Alguns destes critérios são: o critério *Akaike's Information Criterion* (AIC), o critério *Informational Complexity* (ICOMP), o critério *Bayesian Information Criterion* (BIC), o critério *Approximate Weight Evidence Criterion* (AWE). Detalhes sobre esses critérios podem ser encontrados em McLachlan and Peel (2000, Cap. 6).

No trabalho desenvolvido vai ser usado um desses critérios, o critério BIC (Schwarz (1977)). Para usar este critério começa-se por estimar, com base nos dados, vários modelos de mistura de distribuições com diferentes número de componentes. De seguida, selecciona-

se o modelo que maximiza:

$$BIC = 2 \log L(\hat{\Psi}) - d \log n \quad (2.36)$$

em que  $\hat{\Psi}$  é o estimador de máxima verosimilhança de  $\Psi$ ,  $d$  é o número de parâmetros a estimar no modelo e  $n$  é o tamanho da amostra. Refira-se que no cálculo do critério BIC, o número de componentes da mistura não é considerado como um parâmetro a estimar no modelo.

Na estatística BIC adiciona-se o termo,  $-d \log n$ , à função de log-verosimilhança para penalizar a complexidade do modelo com o aumento do número de componentes.

Vários estudos efectuados nos quais se escolheu o melhor modelo para os dados baseando-se no critério BIC, apresentaram bons resultados ( Dasgupta and Raftery (1998), Fraley and Raftery (1998), Campbell et al. (1999) e Stanford and Raftery (2000)).

## 2.5 Comentários finais

Neste capítulo, introduzimos algumas noções preliminares sobre Misturas de Distribuições, com o objectivo de fornecer definições importantes ao desenvolvimento do trabalho apresentado nesta dissertação e familiarizar o leitor com a nomenclatura utilizada.

Supondo que a mistura de distribuições é identificável, focámos os principais métodos de estimação dos parâmetros desconhecidos do modelo de mistura, mencionando algumas dificuldades encontradas na aplicação desses métodos. Uma atenção especial é dada ao algoritmo EM uma vez que é o mais usado para calcular os estimadores de máxima verosimilhança dos parâmetros de uma mistura.

No final deste capítulo, apresentámos um resumo de alguns métodos existentes para identificar o número de componentes de uma mistura. Em particular, descreve-se o critério usado no trabalho desta dissertação para detectar o número de componentes de misturas de distribuições.

Para terminar, gostaríamos de referir que, neste capítulo, apresentámos vários temas relacionados com misturas de distribuições de modo a melhor enquadrarmos o trabalho desenvolvido nesta dissertação.





## Capítulo 3

# MCLUST

No trabalho desta dissertação usamos o módulo informático *MCLUST: Model-Based Cluster Analysis*, descrito em Fraley and Raftery (1999) e Fraley and Raftery (2003), para estimar modelos de mistura de distribuições com componentes normais multivariadas. Este módulo é usado em sessões de trabalho do *software* estatístico de domínio público *R*<sup>1</sup> ou no programa comercial *S-PLUS*<sup>2</sup>.

Neste capítulo começamos por apresentar algumas noções importantes em análise de *clusters* com o objectivo de familiarizar o leitor com as técnicas usadas no *MCLUST*. De seguida, descrevemos este módulo informático, assim como a função *EMclust* implementada no *MCLUST* e usada neste trabalho.

### 3.1 Análise de *clusters*

Os métodos de análise de *clusters* são procedimentos de estatística multivariada que actuam sobre um conjunto de dados, com a finalidade de construir grupos ou *clusters*, de tal forma que, os elementos dentro do mesmo grupo são mais semelhantes entre si do que os elementos situados em grupos diferentes.

Os primeiros desenvolvimentos desta análise ocorreram principalmente em três áreas: na biologia, na psicologia e no reconhecimento de padrões; no entanto verificamos que este procedimento está presente em todos os ramos da actividade científica.

Uma boa introdução à análise de *clusters* pode ser encontrada em McLachlan and Basford (1988), Kaufman and Rousseeuw (1990), Gordon (1999) e Everitt et al. (2001).

---

<sup>1</sup>The Comprehensive R Archive Network - <http://lib.stat.cmu.edu/R/CRAN>

<sup>2</sup>Insightful Corp., Seattle, USA- <http://www.insightful.com/splus>

### 3.1.1 Construção dos *clusters*

As ideias subjacentes ao processo de construção de *clusters* são a ideia de *semelhança* e a de *dissemelhança*.

**Definição 3.1** A *semelhança* mede o grau de parecença ou proximidade entre elementos.

**Definição 3.2** A *dissemelhança* reflecte o grau de diferença, de afastamento ou divergência entre elementos.

Para usar estes conceitos de forma útil e eficaz é importante criar medidas concretas de proximidade. Estas medidas dependem da natureza das características (quantitativas ou qualitativas) que são observadas nos dados.

Várias medidas de dissemelhança e semelhança podem ser encontradas em muitos livros e artigos relacionados com análise de *clusters* como, por exemplo, Cormack (1971), Anderberg (1973), Späth (1980) e Gower and Legendre (1986).

Na construção dos grupos, podem-se usar vários tipos de métodos. Os métodos mais utilizados na prática são os *métodos hierárquicos* e os *métodos de partição*. De seguida será feita uma breve descrição de cada um destes dois métodos porque serão os métodos usados no trabalho desta dissertação.

Descrição sobre os outros métodos podem ser encontrados em Everitt and Hand (1981) e Gordon (1999).

### 3.1.2 Métodos hierárquicos

Os *métodos hierárquicos* conduzem a uma hierarquia de partições do conjunto total dos  $n$  dados em  $1, 2, \dots, g$  grupos. Essa hierarquia caracteriza-se pelo facto de dados dois grupos, quaisquer que eles sejam, os grupos ou são disjuntos ou um deles está contido no outro. Além disso, sempre que um elemento é atribuído a um grupo não mais abandona esse grupo.

Para aplicar estes métodos hierárquicos recorre-se geralmente a dois tipos de procedimentos ou algoritmos: *aglomerativos* e *divisivos*. Nos algoritmos aglomerativos, parte-se de  $n$  grupos com um só elemento, que vão ser agrupados sucessivamente até se encontrar apenas um grupo que incluirá todos os elementos. Enquanto que nos algoritmos divisivos, começa-se com um único grupo contendo todos os elementos e formam-se novos grupos por divisão sucessiva de grupos anteriores até chegar a  $n$  grupos de um só elemento.

Os algoritmos aglomerativos têm sido os mais usados porque os divisivos são muito exigentes em termos computacionais. Apesar disso, os algoritmos divisivos podem ter van-

tagens sobre os aglomerativos, uma vez que podem fornecer grandes grupos ao fim dos primeiros passos do processo e os grandes grupos são o que geralmente interessa ao utilizador, em vez de uma lista longa de pequenos grupos.

Em cada nível da hierarquia de partições obtida, os grupos são obtidos quando se optimiza um critério escolhido. Critérios muito utilizados são, entre outros, o do vizinho mais próximo (*single linkage*), o do vizinho mais afastado (*complete linkage*), o da média dos grupos (*group average link*), o do centróide (*centroid clustering*), o da mediana (*median linkage*) ou o de Ward (Ward (1963)). Estes critérios podem ser encontrados em, por exemplo, Kaufman and Rousseeuw (1990) e Everitt et al. (2001).

No entanto, Banfield and Raftery em (Banfield and Raftery (1993)) desenvolveram um método hierárquico aglomerativo que supõe que existe um modelo subjacente responsável por ter gerado cada um dos grupos. Neste método, em cada nível da hierarquia de partições, os grupos são obtidos quando se optimiza uma função de verosimilhança.

Sendo este método, designado por *model-based clustering*, implementado no módulo *MCLUST*, vai ser aqui descrito.

### 3.1.2.1 Método hierárquico baseado em modelos

Neste método assume-se que os dados são provenientes de uma mistura, em que cada componente da mistura representa um grupo ou *cluster* distinto.

Consideremos  $x = (x_1^T, \dots, x_n^T)^T$  uma amostra aleatória com  $n$  observações proveniente de uma mistura de  $g$  distribuições cuja função densidade de probabilidade é dada na expressão (2.2).

**Definição 3.3** A função de verosimilhança classificatória é dada por:

$$L(\theta, \gamma) = \prod_{i=1}^n f_{\gamma_i}(x_i; \theta_{\gamma_i}) \quad (3.1)$$

onde  $\gamma^T = [\gamma_1, \dots, \gamma_n]$  são os valores que indicam a que *cluster* pertence a observação, ou seja,  $\gamma_i = j$  se  $x_i$  pertence à componente  $j$  da mistura.

Esta função de verosimilhança é usada como critério para obtenção dos grupos neste método hierárquico aglomerativo. Em cada nível da hierarquia de partições, os grupos são obtidos, escolhendo um  $\gamma$  que maximize aquela função de verosimilhança.

Um dos casos estudados por Banfield e Raftery foi o dos dados serem provenientes de uma mistura de  $g$  distribuições normais multivariadas. Como neste trabalho usamos o

módulo *MCLUST* para estimar estas misturas de distribuições, vamos restringir a descrição deste método hierárquico a estas misturas.

Neste caso, tem-se que:

$$f(x_i; \theta_j) = (2\pi)^{-\frac{k}{2}} |\Sigma_j|^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (x_i - \mu_j)^T \Sigma_j^{-1} (x_i - \mu_j) \right\} \quad (3.2)$$

em que  $k$  é a dimensão de  $X$ . A função de verosimilhança classificatória é dada por:

$$L(\theta, \gamma) = \prod_{j=1}^g \prod_{i \in \Upsilon_j} (2\pi)^{-\frac{k}{2}} |\Sigma_j|^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (x_i - \mu_j)^T \Sigma_j^{-1} (x_i - \mu_j) \right\} \quad (3.3)$$

em que  $\Upsilon_j = \{i : \gamma_i = j\}$  é o conjunto de índices correspondentes às observações pertencentes ao grupo  $j$ .

Como o estimador de máxima verosimilhança de  $\mu_j$  é:

$$\bar{x}_j = \frac{\sum_{i \in \Upsilon_j} x_i}{n_j} \quad (3.4)$$

ou seja, a média amostral em cada grupo  $j$ , onde  $n_j$  é o número de elementos de  $\Upsilon_j$ , substituindo  $\mu_j$  por  $\bar{x}_j$  na expressão (3.3) tem-se que a função log-verosimilhança classificatória é:

$$\log L(\theta, \gamma) = \text{const} - \frac{1}{2} \sum_{i \in \Upsilon_j} \left\{ \text{tr}(W_j \Sigma_j^{-1}) + n_j \log |\Sigma_j| \right\} \quad (3.5)$$

em que  $W_j = \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)(x_{ij} - \bar{x}_j)^T$ .

Aqueles autores demonstraram que esta função de log-verosimilhança dada na expressão (3.5) é máxima, quando se escolhe  $\gamma$  que minimize:

- o traço da matriz  $W$  em que,

$$W = \sum_{j=1}^g W_j \quad (3.6)$$

caso  $\Sigma_j = \sigma^2 I$  ( $j = 1, \dots, g$ ), onde  $I$  é a matriz identidade,

- o determinante da matriz  $W$ , em que  $W$  é dado na expressão (3.6), caso  $\Sigma_j = \Sigma$  ( $j = 1, \dots, g$ )
- o  $\sum_{j=1}^g n_j \log \left| \frac{W_j}{n_j} \right|$ , caso não existam restrições nas matrizes de covariância  $\Sigma_j$  ( $j = 1, \dots, g$ ).

Banfield and Raftery (1993) desenvolveram ainda novos critérios mais gerais que maximizam aquela função de log-verosimilhança, baseados nas características geométricas dos grupos ou *clusters* (volume, forma e orientação). Estes novos critérios foram propostos quando consideraram uma reparametrização da matriz de covariância de cada *cluster* na forma:

$$\Sigma_j = \lambda_j D_j A_j D_j^T \quad (3.7)$$

em que  $D_j$  é a matriz ortogonal dos vectores próprios de  $\Sigma_j$ ,  $A_j$  é uma matriz diagonal cujos elementos são proporcionais aos valores próprios de  $\Sigma_j$  e  $\lambda_j$  é um escalar. A matriz de covariância de cada *cluster* identifica assim as suas características geométricas (volume, forma e orientação):  $\lambda_j$  determina o seu volume,  $A_j$  determina a sua forma e  $D_j$  determina a orientação das componentes principais.

Estas características são geralmente estimadas usando os dados e podem variar, ou não, em todos os *clusters*. Consideremos os seguintes exemplos:

**Exemplo 3.1** Se todos os *clusters* têm o mesmo volume, a mesma forma e a mesma orientação, as matrizes de covariância são da forma  $\Sigma_j = \lambda D A D^T$ .

**Exemplo 3.2** Se todos os *clusters* têm o mesmo volume, a mesma forma mas a orientação dos *clusters* variar, as matrizes de covariância são da forma  $\Sigma_j = \lambda D_j A D_j^T$ .

Definindo por  $\Omega_j$  a matriz diagonal dos valores próprios de  $W_j$ , na tabela 3.1 mostram-se alguns critérios na escolha de  $\gamma$  que maximizam a função de log-verosimilhança dada na expressão (3.5). Estes critérios foram propostos por Banfield and Raftery (1993) para diferentes características geométricas dos *clusters*.

Utilizando a formulação das matrizes de covariância dada na expressão (3.7), aqueles autores propuseram assim um método hierárquico aglomerativo que maximiza uma função de verosimilhança para obtenção dos grupos, quando os *clusters* são representados por um modelo gaussiano multivariado.

Em Fraley (1998) podem-se encontrar vários algoritmos eficientes para este método hierárquico aglomerativo nestes modelos de mistura, para várias parametrizações das matrizes de covariância.

De seguida, descrevem-se os métodos de partição que assentam em diferentes princípios dos métodos hierárquicos e cujos resultados não constituem hierarquias.

Critério: Minimizar	Volume	Forma	Orientação
$\text{tr}(W)$	Igual	Igual	–
$\sum_{j=1}^g n_j \log \left\{ \text{tr} \left( \frac{A^{-1} \Omega_j}{n_j} \right) \right\}$	Variável	Igual	–
$ W $	Igual	Igual	Igual
$\sum_{j=1}^g \text{tr} (A^{-1} \Omega_j)$	Igual	Igual	Variável
$\sum_{j=1}^g n_j \log \left\{ \text{tr} \left( \frac{W_j}{n_j} \right) \right\}$	Variável	Igual	Variável
$\sum_{j=1}^g n_j \log \left  \frac{W_j}{n_j} \right $	Variável	Variável	Variável

Tabela 3.1: Critérios para diferentes características geométricas dos *clusters*

### 3.1.3 Métodos de partição

Estes métodos, contrariamente aos métodos hierárquicos, exigem que o número de grupos seja fixado à partida.

O problema consiste em construir, a partir do conjunto inicial dos dados, uma partição, ou seja, uma colecção de grupos disjuntos cujos elementos pertencentes ao mesmo grupo sejam semelhantes e os elementos pertencentes a grupos diferentes sejam dissemelhantes.

Uma solução ideal seria a de construir todas as partições e analisá-las com vista a seleccionar a melhor. No entanto, esta solução é normalmente impraticável na prática. O problema reduz-se então a examinar algumas partições de forma a encontrar a melhor partição, o que é feito optimizando algum critério de formação dos grupos.

Nestes métodos usam-se procedimentos que, em geral, consistem no seguinte:

1. Seleccionar uma partição inicial dos  $n$  objectos em  $g$  grupos. Essa partição pode ser o resultado da aplicação de outro método de análise ou pode ser definida com base no conhecimento do problema ou pode mesmo ser escolhida aleatoriamente.
2. Considerar todas as deslocações de cada elemento do seu próprio grupo para cada um dos outros e registar a alteração produzida no critério de formação dos grupos. Na deslocação dos elementos, pode-se deslocar um elemento de cada vez ou grupos simultaneamente.
3. Efectuar a deslocação correspondente ao maior valor da melhoria verificada no valor do critério.
4. Repetir os dois últimos passos até se verificar que a deslocação de qualquer elemento não produz melhoria no valor do critério.

Um dos critérios muito usados na deslocação de um elemento de um grupo para outro, consiste em *minimizar a soma dos quadrados das distâncias euclidianas entre os elementos e as médias dos respectivos grupos*. Isto significa que a deslocação do elemento é feita para o grupo cuja média está mais próxima do elemento considerado. Este critério é designado de *k-médias*.

Outro dos critérios muito usados é o da *k-medóides*, no qual a deslocação do elemento é feita para o grupo cujo elemento central (medóide) lhe é mais semelhante.

Neste trabalho, a utilização destes métodos de partição resumem-se à obtenção de diferentes grupos para comparação com os obtidos pelo método hierárquico aglomerativo implementado no módulo *MCLUST*.

## 3.2 Módulo informático *Mclust*

O *MCLUST* permite efectuar a análise de *clusters* usando o método hierárquico aglomerativo proposto por Banfield and Raftery (1993), estimar funções densidade de probabilidade e efectuar análise discriminante.

A sua utilização neste trabalho, resume-se à análise de *clusters* pelo que as técnicas implementadas nesta análise foram aqui descritas. No entanto, uma descrição e aplicação da análise discriminante e da estimação de funções densidade de probabilidade podem ser encontrados em Fraley and Raftery (2002).

Neste trabalho usamos este módulo informático, para determinar os estimadores de máxima verosimilhança dos parâmetros de modelos de mistura gaussianas multivariadas, recorrendo à função *EMclust*. Esta função combina o método hierárquico aglomerativo baseado em modelos, o algoritmo EM e a estatística BIC, do seguinte modo: as partições obtidas pelo método hierárquico aglomerativo são usadas como os valores iniciais do algoritmo EM, para estimar uma variedade de modelos de mistura de distribuições normais multivariadas. Desses vários modelos, escolhe-se o melhor modelo com um número óptimo de componentes usando o critério BIC.

No *MCLUST*, assume-se que cada *cluster* é representado por um modelo gaussiano multivariado:

$$\phi(x_i; \mu_j, \Sigma_j) = (2\pi)^{-\frac{k}{2}} |\Sigma_j|^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (x_i - \mu_j)^T \Sigma_j^{-1} (x_i - \mu_j) \right\} \quad (3.8)$$

onde  $j$  é o índice que identifica o *cluster* e  $k$  é a dimensão da variável aleatória  $X$ .

A matriz de covariância de cada componente da mistura é também escrita usando a expressão (3.7) que identifica as características geométricas de cada *cluster*.

Estas características podem variar, ou não, em todos os *clusters* e por isso vários modelos são definidos para diferentes parametrizações das matrizes de covariância. A cada modelo é atribuído um código identificador das características geométricas dos *clusters*. Por exemplo, o modelo “VEI” designa o modelo no qual o volume de todos os *clusters* pode variar (V), a forma dos *clusters* é igual (E) e a matriz  $D$  é a matriz identidade(I), ou seja, as matrizes de covariância são da forma  $\Sigma_j = \lambda A_j$ .

Na tabela 3.2 mostra-se o código identificador dos vários modelos, as diferentes parametrizações das matrizes de covariância e as características geométricas dos *clusters* disponíveis no *MCLUST*.

Modelo	$\Sigma_j$	Volume	Forma	Orientação
EII	$\lambda I$	Igual	Igual	—
VII	$\lambda_j I$	Variável	Igual	—
EEI	$\lambda A$	Igual	Igual	Eixos coordenados
VEI	$\lambda_j A$	Variável	Igual	Eixos coordenados
EVI	$\lambda A_j$	Igual	Variável	Eixos coordenados
VVI	$\lambda_j A_j$	Variável	Variável	Eixos coordenados
EEE	$\lambda D A D^T$	Igual	Igual	Igual
EEV	$\lambda D_j A D_j^T$	Igual	Igual	Variável
VEV	$\lambda_j D_j A D_j^T$	Variável	Igual	Variável
VVV	$\lambda_j D_j A_j D_j^T$	Variável	Variável	Variável

Tabela 3.2: Parametrizações da matriz de covariância disponíveis no *MCLUST*

Para clarificar as características geométricas dos *clusters* dos vários modelos disponíveis no *MCLUST*, apresenta-se um exemplo para três desses modelos.

**Exemplo 3.3** Consideremos três amostras, de dimensão 100, provenientes de três populações com função densidade de probabilidade dada por:

$$f(x_i; \Psi) = 0.5 \phi(x_i; \mu_1, \Sigma_1) + 0.5 \phi(x_i; \mu_2, \Sigma_2) \quad (3.9)$$

em que  $x_i = [x_{i1} \ x_{i2}]^T$ ,  $\phi(\cdot; \mu, \Sigma)$  designa a função densidade de probabilidade da normal multivariada de valor médio  $\mu$  e matriz de covariância  $\Sigma$ .

Suponhamos ainda que  $\mu_1 = [0 \ 0]^T$ ,  $\mu_2 = [5 \ 5]^T$  e que as matrizes de covariância  $\Sigma_1$  e  $\Sigma_2$  variam. Deste modo, a primeira amostra provém de uma população com  $\Sigma_1 = \Sigma_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ , logo os *clusters* têm o mesmo volume e forma correspondendo ao modelo



“EII”. A segunda amostra provém de uma população com  $\Sigma_2 = 2 \times \Sigma_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$ , logo os *clusters* têm volumes diferentes, a mesma forma e a matriz  $D$  é a matriz identidade (os eixos principais são paralelos aos eixos coordenados), correspondendo ao modelo “VEI” e na terceira amostra têm-se  $\Sigma_1 = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\Sigma_2 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & 4 \end{bmatrix}$ , logo os *clusters* têm volume e forma e orientação diferentes correspondendo ao modelo “VVV”.

Nas figuras 3.1, 3.2 e 3.3 representam-se, no plano  $x_1Ox_2$ , os *clusters* da primeira, segunda e terceira amostra, respectivamente.

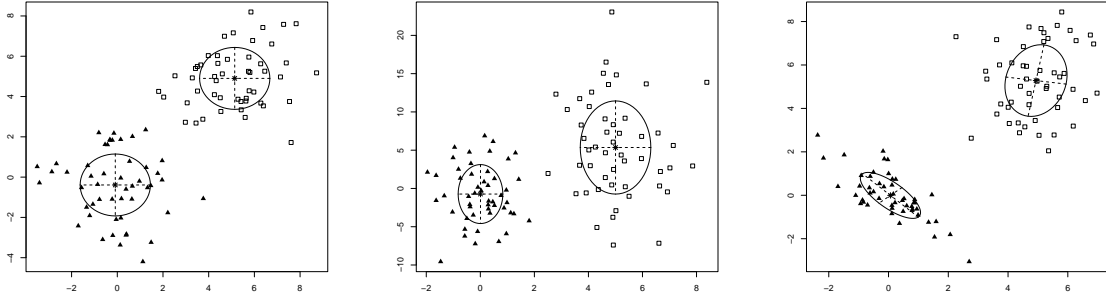


Figura 3.1: *Clusters* no modelo “EII”

Figura 3.2: *Clusters* no modelo “VEI”

Figura 3.3: *Clusters* no modelo “VVV”

O *MCLUST* utilizando a formulação das matrizes de covariância dada na expressão (3.7), implementa o método hierárquico de análise de *clusters* proposto por Banfield and Raftery (1993).

As partições obtidas por este método hierárquico aglomerativo são usadas para inicializar o algoritmo EM, ou seja, o vector  $\gamma$  com a indicação do *cluster* a que pertence cada observação é convertido no correspondente vector  $g$  dimensional  $z_i = (z_{i1}, \dots, z_{ig})$ .

Neste caso, a função log-verosimilhança do modelo de mistura de distribuições é dada por:

$$\log L(\Psi) = \sum_{i=1}^n \log \left( \sum_{j=1}^g \pi_j \phi_j(x_i; \mu_j, \Sigma_j) \right) \quad (3.10)$$

em que  $0 \leq \pi_j \leq 1$  ( $j = 1, \dots, g$ ),  $\sum_{j=1}^g \pi_j = 1$  e

$$\Psi = (\pi_1, \dots, \pi_{(g-1)}, ((\mu_1, \Sigma_1), \dots, (\mu_g, \Sigma_g))^T)^T \quad (3.11)$$

são os parâmetros desconhecidos a estimar usando o método de máxima verosimilhança e

recorrendo ao algoritmo *EM*.

A função log-verosimilhança correspondente à amostra completa é assim dada por:

$$\log L_c(\Psi) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^g z_{ij} \log \{ \pi_j \phi_j(x_i; \mu_j, \Sigma_j) \} \quad (3.12)$$

Neste caso, na iteração  $(p+1)$  da etapa *E*, calcula-se:

$$w_{ij}^{(p+1)} = \frac{\pi_j^{(p)} \phi_j(x_i; \mu_j^{(p)}, \Sigma_j^{(p)})}{\sum_{h=1}^g \pi_h^{(p)} \phi_h(x_i; \mu_h^{(p)}, \Sigma_h^{(p)})} \quad (3.13)$$

enquanto que na etapa *M* determina-se o novo valor de  $\Psi$  que maximiza:

$$Q(\Psi, \Psi^{(p)}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^g w_{ij}^{(p+1)} \log \{ \pi_j \phi_j(x_i; \mu_j, \Sigma_j) \} \quad (3.14)$$

Os novos valores de  $\pi_j$  e  $\mu_j$  podem ser calculados usando as seguintes expressões:

$$\pi_j^{(p+1)} = \frac{\sum_{i=1}^n w_{ij}^{(p+1)}}{n} \quad (3.15)$$

$$\mu_j^{(p+1)} = \frac{\sum_{i=1}^n w_{ij}^{(p+1)} x_i}{\sum_{i=1}^n w_{ij}^{(p+1)}} \quad (3.16)$$

Os novos valores da matriz de covariância de cada um dos *clusters*,  $\Sigma_j^{(k+1)}$ , dependem das parametrizações dessas matrizes. No caso mais geral em que  $\Sigma_j = \lambda_j D_j A_j D_j^T$ , podemos usar a expressão:

$$\Sigma_j^{(p+1)} = \frac{\sum_{i=1}^n w_{ij}^{(p+1)} (x_i - \mu_j^{(p+1)}) (x_i - \mu_j^{(p+1)})^T}{\sum_{i=1}^n w_{ij}^{(p+1)}} \quad (3.17)$$

Detalhes sobre a expressão de  $\Sigma_j^{(p+1)}$  para outras parametrizações das matrizes de covariância podem ser encontradas em Celeux and Govaert (1995).

As etapas *E* e *M* são alternadamente repetidos até se verificar que a diferença relativa dos valores da função de log-verosimilhança dada na expressão (3.10) entre iterações

consecutivas é menor que  $1 \times 10^{-5}$  (valor por defeito do *MCLUST*).

Dasgupta and Raftery (1998) obtiveram bons resultados em vários exemplos em que usaram o algoritmo EM para estimar os parâmetros de modelos de mistura gaussianos, inicializando-o com as partições obtidas pelo método hierárquico aglomerativo de análise de *clusters* quando estes são representados por um modelo gaussiano e escolhendo o critério *BIC* para determinar o número de componentes da mistura.

### 3.2.1 Função *EMclust*

A função *EMclust* tem como argumento obrigatório os dados. Pode-se também incluir nos argumentos iniciais quer uma lista dos códigos identificadores dos vários modelos de mistura gaussiana cujos parâmetros se pretendam que sejam estimados no algoritmo EM, quer o número máximo de *clusters* a considerar. Caso estes argumentos não sejam indicados, todos os modelos com o número de *clusters* a variar de 1 até 9 são estimados. Caso os valores dos parâmetros para inicializar o algoritmo *EM* não sejam indicados nos argumentos iniciais, usam-se as partições obtidas no método hierárquico aglomerativo de análise de *clusters* quando estes são representados pelo modelo de mistura gaussiano definido por “VVV”, ou seja, as matrizes de covariância são da forma  $\Sigma_j = \lambda_j D_j A_j D_j^T$ .

A função devolve os valores da estatística *BIC* para todos os modelos escolhidos e com o número de *cluster* a variar de 1 até ao número máximo de *clusters*. O valor da função de log-verosimilhança para o melhor modelo usando o critério *BIC*, assim como os valores dos parâmetros estimados e os valores estimados de  $w_{ij}$  deste modelo podem ser obtidos usando a função *summary* associada com a função *EMclust*.

Resumindo, indicando o número máximo de *clusters* (*M*) a considerar e os vários modelos a usar, a função *EMclust* consiste nos seguintes passos:

- Aplicação do método hierárquico aglomerativo de análise de *clusters*, usando o critério de maximização da função de verosimilhança de classificação para o modelo de mistura gaussiano definido por “VVV” (ou seja, as matrizes de covariância são diferentes em todas as componentes de mistura) e obtenção dos respectivos grupos das observações para todas as partições em que o número de grupos varia de 2 até *M*.
- Para cada modelo e para cada número de *clusters* ( $2, \dots, M$ ), estimação dos parâmetros do modelo recorrendo ao algoritmo EM, usando como soluções iniciais deste algoritmo as partições obtidas no passo anterior.
- Determinação do valor da estatística *BIC* de todos os modelos com o número de *clusters* de  $2, \dots, M$ , usando os valores dos parâmetros estimados pelo algoritmo *EM*.

Para cada um dos modelos, determinação também da estatística *BIC* quando existe apenas um grupo.

No final, o modelo com o maior valor da estatística *BIC* é o escolhido.

### 3.3 Comentários finais

Iniciámos este capítulo, introduzindo algumas noções importantes em análise de *clusters* com o objectivo de familiarizar o leitor com as técnicas usadas no módulo informático *MCLUST*. De seguida, descrevemos pormenorizadamente aquele módulo informático e a função *EMclust* implementada nesse módulo.

A necessidade de descrever este módulo informático surgiu porque no desenvolvimento do trabalho apresentado nesta dissertação, tivemos de estimar modelos de mistura com componentes normais multivariadas pelo que recorremos ao módulo informático *MCLUST* e à função *EMclust*.

## Capítulo 4

# Momentos de Misturas de Distribuições

Antes de iniciar o estudo dos momentos de misturas de distribuições, é importante explicar como surgiu a motivação deste assunto.

### 4.1 Introdução

Com a evolução dos meios tecnológicos tem sido possível coleccionar e tratar conjuntos de dados de maiores dimensões. Em dados de grandes dimensões, a existência de várias fases pode ser frequente. Consideremos, por exemplo, no estudo dos intervalos de tempo entre a chegada dos veículos da frente de pelotões consecutivos do tráfego rodoviário de uma estrada (Faria, 1998), as fases de *tráfego congestionado* e de *tráfego não congestionado* são facilmente detectadas; ou, por exemplo, no estudo da carga de ruptura em estruturas de betão são frequentes *as rupturas frágeis* e *as rupturas dúcteis* (Henriques, 1998) e (Henriques et al., 2002); ou ainda, no estudo dos intervalos de tempo entre duas aberturas consecutivas de um segundo guichet em filas de espera de uma repartição pública (Henriques, 2000), os estados de *grande afluência* e *pequena afluência* à repartição são frequentemente visíveis.

Durante a análise preliminar das características amostrais de sucessivas subamostras de dados provenientes dos estudos mencionados (Faria (1998), Henriques (1998) e Henriques (2000)), observaram-se determinados comportamentos nas relações entre essas características: no gráfico do desvio padrão amostral *versus* média amostral visualizavam-se vários arcos de circunferências e o gráfico do coeficiente de achatamento *versus* coeficiente de assimetria apresentava uma forma do tipo “cardióide”.

Como os modelos estatísticos adequados para modelar os dados provenientes de sistemas

com coexistência de várias fases são as misturas de distribuições e porque se pretendia interpretar teoricamente os comportamentos observados naquelas análises, estudaram-se analiticamente as relações entre o valor esperado e o desvio padrão e entre o coeficiente de assimetria e o coeficiente de achatamento em misturas de distribuições.

Inicia-se este capítulo com uma revisão dos conceitos de coeficiente de assimetria e coeficiente de achatamento. De seguida, ilustramos o comportamento das relações entre o desvio padrão amostral e a média amostral e entre o coeficiente de achatamento e o coeficiente de assimetria em subamostras de dados provenientes de distribuições puras. O estudo analítico da relação entre o valor esperado e a variância de misturas binárias de distribuições é de seguida apresentado e ilustrado graficamente. Estudam-se também analiticamente os coeficientes de assimetria e de achatamento em misturas binárias de distribuições, em particular de distribuições normais, uniformes e gamas. Generaliza-se ainda este estudo a misturas de distribuições com mais de duas componentes, recorrendo a um estudo de dados simulados. Por último, é apresentado o comportamento das relações mencionadas em subamostras de um conjunto de dados reais.

## 4.2 Coeficiente de assimetria e coeficiente de achatamento

Comecemos por relembrar as noções de coeficiente de assimetria e coeficiente de achatamento.

**Definição 4.1** O *coeficiente de assimetria* de Pearson de uma variável aleatória  $Y$  é definido por:

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sqrt{\mu_2^3}} \quad (4.1)$$

e o *coeficiente de achatamento ou curtose* de Pearson é definido por:

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3 \quad (4.2)$$

onde  $\mu_r = E(Y - E(Y))^r$  ( $r = 2, \dots, 4$ ) é o momento central de ordem  $r$  da variável aleatória  $Y$ .

O coeficiente de assimetria ( $\gamma_1$ ) caracteriza a eventual assimetria de uma distribuição, enquanto que o coeficiente de achatamento ( $\gamma_2$ ) dá indicação do achatamento da função densidade ou de probabilidade na zona central da distribuição. Pormenores sobre a interpretação destes coeficientes podem ser encontrados em, por exemplo, Mood et al. (1974, pp. 75-77).

Como é referido em Mardia (1970), o par  $(\gamma_1, \gamma_2)$  é útil na selecção de um membro de uma família de distribuições, nomeadamente da família de Pearson, no desenvolvimento de testes de normalidade e na investigação da robustez de certos métodos.

Um desenvolvimento deste tema no que respeita à família das curvas de Pearson pode ser encontrado em Johnson et al. (1994). Vários trabalhos podem ser enumerados sob o uso destes coeficientes em testes de normalidade e na investigação da robustez de certos métodos, como por exemplo, D'Agostino and Pearson (1973), Bowman and Shenton (1975), D'Agostino (1986), Nguyen and Dinh (1998) e Rahmatullah Imon (2003).

No contexto de misturas de distribuições, estudos destes coeficientes são pouco frequentes. Em Preston (1953) apresenta-se um método gráfico usando a curva  $(\gamma_1, \gamma_2)$  para estimar os parâmetros de misturas binárias de normais quando as componentes têm a mesma variância. Em Bowman and Shenton (1973), o espaço de soluções dos parâmetros de misturas binárias de normais é descrito em função dos três cumulantes:  $\kappa_3, \kappa_4$  e  $\kappa_5$ . Ainda em Withers (1991), a relação entre os cumulantes de uma binomial é utilizada para estimar os momentos de misturas de duas distribuições. Em Calheiros and Faria (2000) encontra-se um primeiro trabalho realizado sobre o estudo desenvolvido neste capítulo desta dissertação.

### 4.3 Distribuições puras

Antes de iniciar o estudo das relações entre o valor esperado e o desvio padrão e entre o coeficiente de assimetria e o coeficiente de achatamento em misturas de distribuições, ilustramos o comportamento destas relações em subamostras de dados provenientes de distribuições puras.

Começámos por obter subamostras de pequena dimensão ( $n = 10$ ) e média dimensão ( $n = 100$ ) a partir de uma amostra proveniente de uma distribuição pura de parâmetros fixos e de dimensão 1000. As subamostras foram construídas do seguinte modo: a primeira subamostra corresponde aos  $n$  primeiros elementos da amostra, a segunda subamostra contém os  $n$  seguintes elementos começando no segundo elemento e assim sucessivamente. Para cada uma das subamostras calculámos a média amostral, o desvio padrão amostral, o coeficiente de assimetria e o coeficiente de achatamento. Considerámos que as amostras eram provenientes de três distribuições puras: normais, uniformes e gamas.

Nas figuras 4.1 a 4.6 apresentam-se alguns exemplos de gráficos do desvio padrão amostral *versus* média amostral de subamostras provenientes dessas três distribuições puras.

Da análise desses gráficos não é visível nenhum comportamento característico e não se observam diferenças significativas nos resultados nas diferentes dimensões das subamostras.

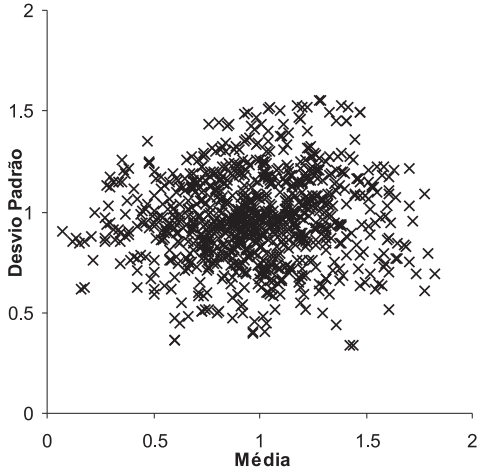


Figura 4.1: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $\phi(1, 1)$ , ( $n = 10$ )

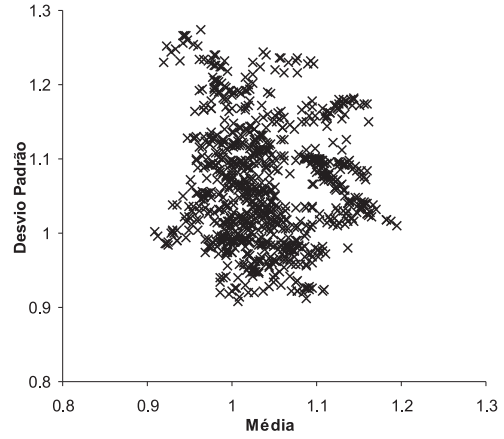


Figura 4.2: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $\phi(1, 1)$ , ( $n = 100$ )

Nas figuras 4.7 a 4.12 apresentam-se os correspondentes gráficos do coeficiente de achatamento *versus* coeficiente de assimetria.

Da análise destes gráficos visualiza-se que, em subamostras de pequena dimensão ( $n = 10$ ), estes gráficos apresentam uma forma de tipo “cardióide” mas, para subamostras de maior dimensão ( $n = 100$ ), essa forma desaparece.

A forma elipsoidal observada em alguns destes gráficos (no caso das subamostras de dimensão  $n = 100$ ) é justificada pela normalidade assintótica dos estimadores de máxima verosimilhança de  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  em condições de regularidade (Mood et al., 1974, p. 359). A diferença de escala observada entre os gráficos das subamostras de dimensão  $n = 10$  e  $n = 100$  é justificada do mesmo modo.

Vamos agora iniciar o estudo das relações entre o valor esperado e o desvio padrão e entre o coeficiente de assimetria e o coeficiente de achatamento em misturas de distribuições.

#### 4.4 Mistura binária de distribuições

Seja a variável aleatória  $X$  uma mistura finita de duas componentes, cuja função densidade de probabilidade é:

$$f(x; \Psi) = (1 - \pi) f_1(x; \theta_1) + \pi f_2(x; \theta_2) \quad (4.3)$$

em que  $\Psi = (\pi, \theta_1, \theta_2)^T$  é o vector dos parâmetros desconhecidos da mistura,  $f_j(x; \theta_j)$ , ( $j = 1, 2$ ) são as densidades componentes da mistura,  $\theta_j$ , ( $j = 1, 2$ ) são o vector dos parâmetros



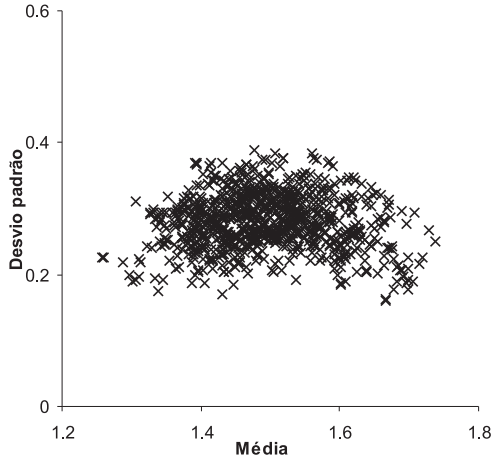


Figura 4.3: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $U(1, 2)$ ,  $(n = 10)$

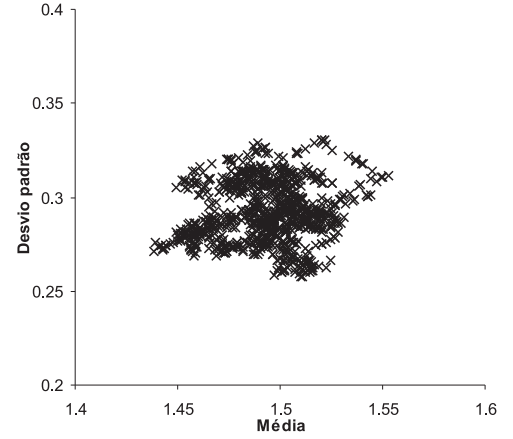


Figura 4.4: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $U(1, 2)$ ,  $(n = 100)$

desconhecidos da  $j$ -ésima densidade componente da mistura e  $\pi$  é a proporção de mistura.

#### 4.4.1 Valor esperado e variância

**Lema 4.1** O valor esperado da variável aleatória  $X$  com função densidade de probabilidade dada pela expressão (4.3) é (ver Tassi (1986) ):

$$E(X) = (1 - \pi) E(X_1) + \pi E(X_2) \quad (4.4)$$

em que  $E(X_j)$  ( $j = 1, 2$ ) é o valor esperado de uma variável aleatória com função densidade de probabilidade  $f_j(x; \theta_j)$  ( $j = 1, 2$ ).

**Lema 4.2** A variância da variável aleatória  $X$  com função densidade de probabilidade dada na expressão (4.3) é (ver Tassi (1986) ):

$$V(X) = (1 - \pi) V(X_1) + \pi V(X_2) + \pi(1 - \pi) (E(X_1) - E(X_2))^2 \quad (4.5)$$

em que  $V(X_j)$  ( $j = 1, 2$ ) é variância de uma variável aleatória com função densidade de probabilidade  $f_j(x; \theta_j)$  ( $j = 1, 2$ ).

Pretendendo encontrar a relação entre estes dois momentos, concluímos que:

**Proposição 4.1** A relação entre o valor esperado e o desvio padrão de uma variável

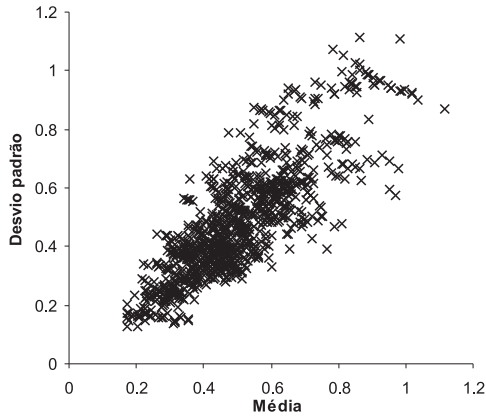


Figura 4.5: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $G(1, 2)$ , ( $n = 10$ )

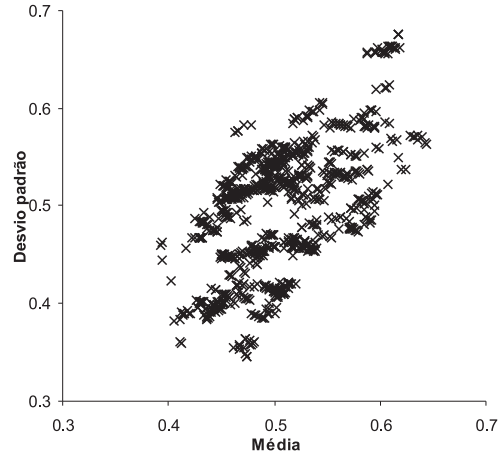


Figura 4.6: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $G(1, 2)$ , ( $n = 100$ )

aleatória mistura finita de duas componentes é a equação duma circunferência:

$$\begin{aligned} \left[ E(X) - \frac{1}{2} \left( \frac{V(X_1) - V(X_2)}{E(X_1) - E(X_2)} + E(X_1) + E(X_2) \right) \right]^2 + V(X) = \\ = V(X_2) + \left( \frac{1}{2} \left( \frac{V(X_1) - V(X_2)}{E(X_1) - E(X_2)} + E(X_1) - E(X_2) \right) \right)^2 \end{aligned} \quad (4.6)$$

**Demonstração:** Resolve-se a equação (4.4) em ordem a  $\pi$ , substitui-se na expressão (4.5) e após alguma manipulação algébrica, obtém-se a expressão (4.6). ■

Deste resultado podemos concluir que quando a proporção de mistura varia entre 0 e 1, os sucessivos valores do valor esperado e do desvio padrão de uma mistura de duas componentes vão definir um arco de uma circunferência.

Um aspecto que interessa realçar é que a relação quadrática obtida é independente das funções densidades componentes da mistura.

Com o objectivo de ilustrar a relação encontrada, realizaram-se dois estudos de dados simulados.

### Primeiro Estudo de Dados Simulados

Neste estudo, considerámos que os dados simulados eram provenientes de distribuições normais, uniformes e gamas. No que respeita à dimensão das amostras, gerámos amostras de dimensão  $n = 10$ ,  $n = 100$  e  $n = 500$ .

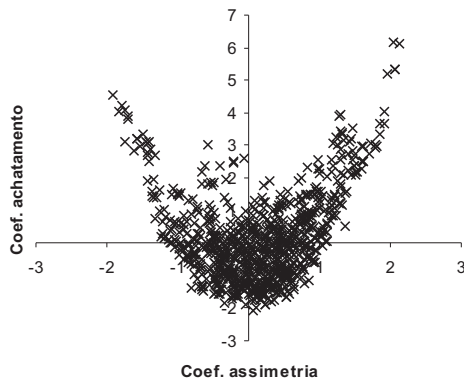


Figura 4.7: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $\phi(1,1)$ , ( $n = 10$ )

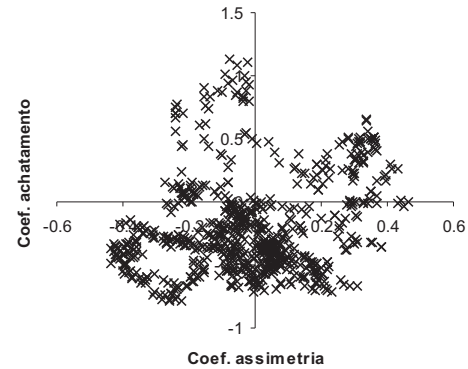


Figura 4.8: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $\phi(1,1)$ , ( $n = 100$ )

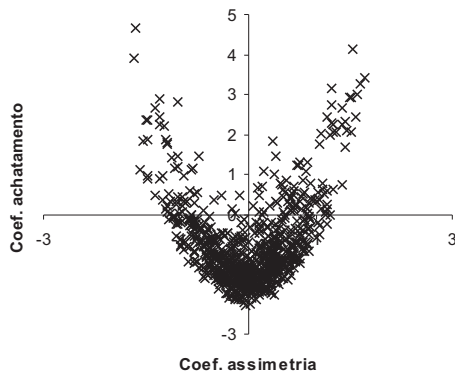


Figura 4.9: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $U(1,1)$ , ( $n = 10$ )

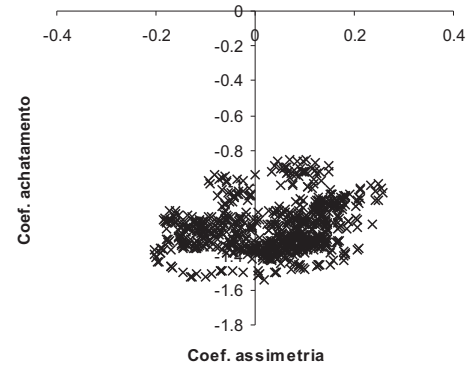


Figura 4.10: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $U(1,1)$ , ( $n = 100$ )

Como se pretendia obter subamostras de modo semelhante ao descrito em Faria (1998), Henriques (1998) e Henriques (2000), aplicámos o seguinte procedimento. Gerámos duas amostras de dimensão  $n$ , provenientes de duas distribuições puras pertencentes à mesma família paramétrica mas de parâmetros diferentes. De seguida obtivemos  $(n + 1)$  subamostras de dimensão  $n$  destas duas amostras do seguinte modo: a primeira subamostra coincide com a primeira amostra, a segunda subamostra contém as  $n - 1$  últimas observações da primeira amostra e a primeira observação da segunda amostra, a terceira subamostra contém as  $n - 2$  últimas observações da primeira amostra e as duas primeiras da segunda amostra e assim sucessivamente. Com este procedimento e com a escolha da dimensão  $n$  para a subamostra garante-se que se obtêm subamostras de diferentes proporções das duas amostras geradas, com a proporção variando continuamente de 0 a 1, em intervalos de  $\frac{1}{n}$ .

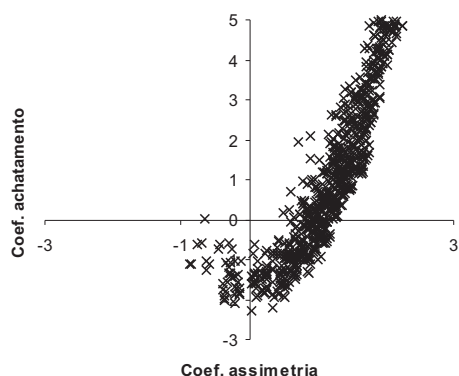


Figura 4.11: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $G(1,1)$ , ( $n = 10$ )

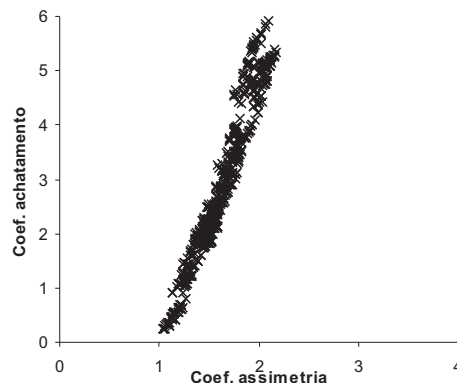


Figura 4.12: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $G(1,1)$ , ( $n = 100$ )

Para cada uma das  $(n + 1)$  subamostras de cada caso, determinámos o valor médio e o desvio padrão e construímos o gráfico dos  $(n + 1)$  pares desses valores.

Nas figuras 4.13 a 4.18 apresentam-se alguns exemplos desses gráficos de amostras de dimensão  $n = 100$ . Os exemplos destes gráficos de amostras de dimensão  $n = 10$  e  $n = 500$  encontram-se no apêndice A (ver, figura A.1 a figura A.12). A linha a cheio representa a relação entre o valor médio e o desvio padrão teóricos quando a proporção varia de 0 a 1.

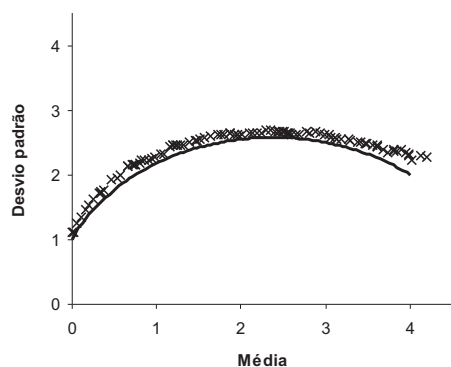


Figura 4.13: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $(1 - \pi) \phi(0,1) + \pi \phi(4,4)$  ( $n=100$ )

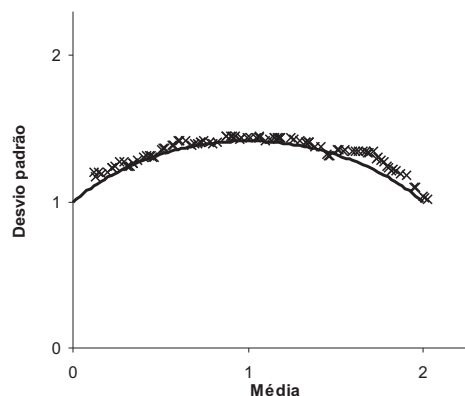


Figura 4.14: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $(1 - \pi) \phi(0,1) + \pi \phi(2,1)$  ( $n=100$ )

Da análise destes gráficos é possível observar claramente o arco de circunferência definida pela relação entre estes dois momentos. Para valores pequenos de  $n$ , a pequena diferença encontrada entre os valores teóricos e os valores obtidos nas simulações devem-se apenas a flutuações de amostragem.

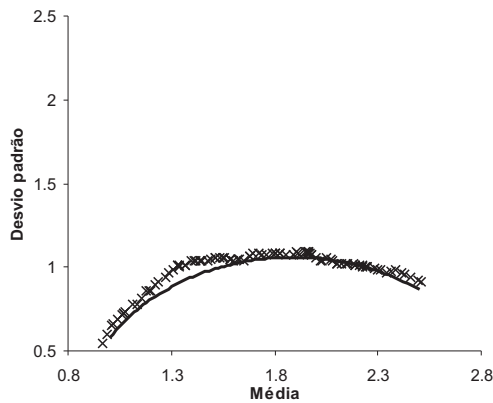


Figura 4.15: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(1, 4)$  ( $n=100$ )

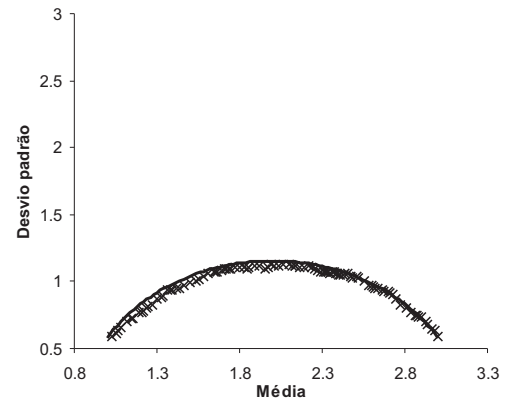


Figura 4.16: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(2, 4)$  ( $n=100$ )

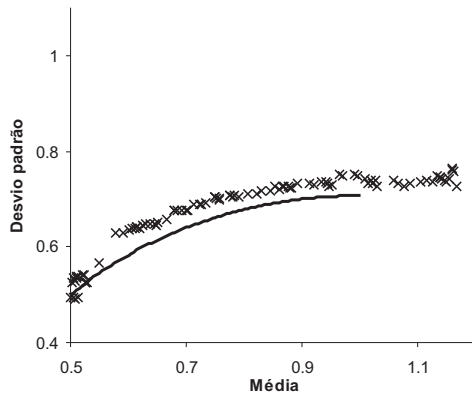


Figura 4.17: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(2, 2)$  ( $n = 100$ )

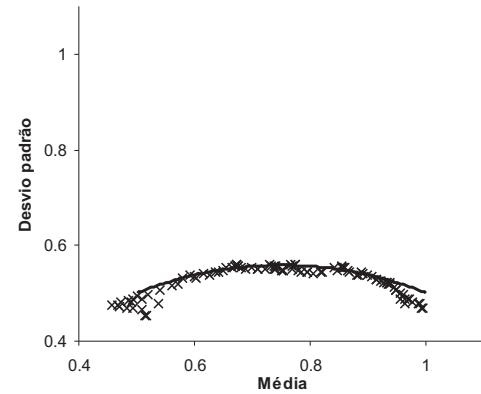


Figura 4.18: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(4, 4)$  ( $n=100$ )

Um aspecto a realçar destes gráficos é que quando as variâncias das duas componentes da mistura são iguais, os gráficos são simétricos em relação à recta vertical de equação  $x = \frac{1}{2} (E(X_1) + E(X_2))$ .

### Segundo Estudo de Dados Simulados

Com o objectivo de observarmos a relação da proposição 4.1 em subamostras obtidas a partir de amostras provenientes de populações com função densidade de probabilidade dada pela expressão (4.3) e em que  $f_j(x; \theta_j)$ ,  $j = 1, 2$  pertencem à mesma família paramétrica mas de parâmetros diferentes, realizámos um outro estudo.

Começamos por gerar amostras de dimensão 1000 do seguinte modo. Inicialmente obtemos 1000 realizações de uma variável aleatória auxiliar, designada por  $Z$ , com distribuição de Bernoulli de parâmetro  $\pi$ , em que  $\pi$  é a proporção de mistura. Caso  $z_i$  ( $i = 1, \dots, 1000$ ) fosse 0 gerávamos uma observação proveniente da primeira componente da mistura, caso contrário, se  $z_i$  ( $i = 1, \dots, 1000$ ) fosse 1 gerávamos uma observação proveniente da segunda componente da mistura. De seguida, obtivemos subamostras, de dimensão  $n = 100$ , de cada amostra da seguinte maneira: a primeira subamostra corresponde aos  $n$  primeiros elementos da amostra, a segunda subamostra contém os  $n$  seguintes elementos começando no segundo elemento e assim sucessivamente. Para cada uma das  $(n + 1)$  subamostras de cada caso, determinámos o valor médio e o desvio padrão e construímos o gráfico dos  $(n + 1)$  pares desses valores.

As funções densidade componentes da mistura foram as mesmas escolhidas no primeiro estudo de dados simulados. No que respeita à proporção de mistura, por uma questão de simplicidade, considerámos apenas  $\pi = 0.5$ .

Nas figuras 4.19 e 4.20 apresentam-se os exemplos desses gráficos de amostras provenientes de uma mistura de duas componentes normais. Exemplos destes gráficos de amostras provenientes de uma mistura de duas componentes uniformes e gamas podem ser encontrados no apêndice A (ver figura A.13 a figura A.16). A linha a cheio representa a relação entre o valor médio e o desvio padrão teóricos quando a proporção varia de 0 a 1.

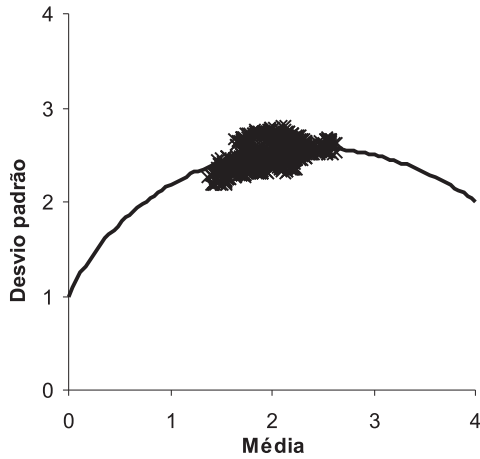


Figura 4.19: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $0.5 \phi(0, 1) + 0.5 \phi(4, 4)$  ( $n=100$ )

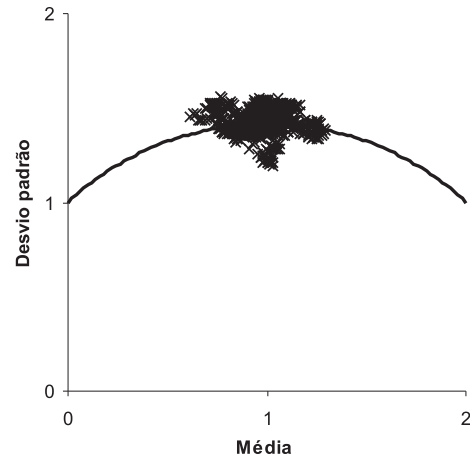


Figura 4.20: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $0.5 \phi(0, 1) + 0.5 \phi(2, 1)$  ( $n=100$ )

Uma vez que a proporção de mistura nas subamostras varia pouco, apenas se visualiza uma pequena parte do arco da circunferência.

#### 4.4.2 Coeficiente de assimetria e coeficiente de achatamento

**Proposição 4.2** O coeficiente de assimetria da variável aleatória  $X$  com função densidade de probabilidade dada na expressão (4.3) é :

$$\gamma_1 = \frac{\sum_{j=1}^2 \pi_j E(X_j^3) - 3 \sum_{j=1}^2 \pi_j E(X_j) \sum_{j=1}^2 \pi_j E(X_j^2) + 2 \sum_{j=1}^2 \pi_j E^3(X_j)}{\sqrt{((1-\pi) V(X_1) + \pi V(X_2) + \pi(1-\pi) (E(X_1) - E(X_2))^2)^3}} \quad (4.7)$$

e o coeficiente de achatamento é:

$$\gamma_2 = \frac{\sum_{j=1}^2 \pi_j E(X_j^4) - 4 \sum_{j=1}^2 \pi_j E(X_j) \sum_{j=1}^2 \pi_j E(X_j^3) + 6 \sum_{j=1}^2 \pi_j E^2(X_j) \sum_{j=1}^2 \pi_j E(X_j^2)}{\pi_1 V(X_1) + \pi_2 V(X_2) + \pi_1 \pi_2 (E(X_1) - E(X_2))^2} - \frac{3 \sum_{j=1}^2 \pi_j E^4(X_j)}{\pi_1 V(X_1) + \pi_2 V(X_2) + \pi_1 \pi_2 (E(X_1) - E(X_2))^2} - 3 \quad (4.8)$$

em que  $\pi_1 = 1 - \pi_2$  e  $E(X_j^r)$  ( $j = 1, 2$  e  $r = 2, 3, 4$ ) é o momento de ordem  $r$  de uma variável aleatória com função densidade de probabilidade  $f_j(x; \theta_j)$  ( $j = 1, 2$ ).

**Demonstração:** Pela linearidade da esperança matemática tem-se que:

$$E(X^r) = (1 - \pi) E(X_1^r) + \pi E(X_2^r) \quad (4.9)$$

e usando a definição 4.1, após alguma manipulação algébrica facilmente se obtém as expressões (4.7) e (4.8). ■

Estes coeficientes podem ainda ser reescritos na forma:

$$\gamma_1 = \frac{(1 - \pi) E(X_1 - E(X_1))^3 + \pi E(X_2 - E(X_2))^3}{\sqrt{((1 - \pi) V(X_1) + \pi V(X_2) + \pi(1 - \pi) (E(X_1) - E(X_2))^2)^3}} + \frac{(1 - \pi) \pi (E(X_1) - E(X_2)) \left( (E(X_1) - E(X_2))^2 (2\pi - 1) + 3(V(X_1) - V(X_2)) \right)}{\sqrt{((1 - \pi) V(X_1) + \pi V(X_2) + \pi(1 - \pi) (E(X_1) - E(X_2))^2)^3}} \quad (4.10)$$

e

$$\gamma_2 = \frac{(\pi_1 E(X_1 - E(X_1))^4 + \pi_2 E(X_2 - E(X_2))^4)}{(\pi_1 V(X_1) + \pi_2 V(X_2) + \pi_2 \pi_1 (E(X_1) - E(X_2))^2)^2} + \frac{4 \pi_1 \pi_2 \left( (E(X_1 - E(X_1)))^3 - E(X_2 - E(X_2))^3 \right) (E(X_1) - E(X_2))}{(\pi_1 V(X_1) + \pi_2 V(X_2) + \pi_2 \pi_1 (E(X_1) - E(X_2))^2)^2} + \frac{\pi_1 \pi_2 (E(X_1) - E(X_2))^2 \left[ (E(X_1) - E(X_2))^2 (3\pi_2^2 - 3\pi_2 + 1) + 6(V(X_1)\pi_2 + \pi_1 V(X_2)) \right]}{(\pi_1 V(X_1) + \pi_2 V(X_2) + \pi_2 \pi_1 (E(X_1) - E(X_2))^2)^2} - 3 \quad (4.11)$$

(4.12)

Dada a complexidade na manipulação algébrica destes coeficientes, não foi possível encontrar a equação da relação entre eles.

De seguida, estudamos analiticamente estes coeficientes em misturas binárias de distribuições normais, uniformes e gamas, com o objectivo de interpretar a forma tipo “cardióide” observada em Faria (1998), Henriques (1998) e Henriques (2000).

#### 4.4.2.1 Mistura binária de distribuições normais

Seja a variável aleatória  $X$  uma mistura finita de duas componentes, cuja função densidade de probabilidade é:

$$f(x; \Psi) = (1 - \pi) \phi(x; \mu_1, \sigma_1^2) + \pi \phi(x; \mu_2, \sigma_2^2) \quad (4.13)$$

em que  $\phi(\cdot; \mu_j, \sigma_j^2)$ ,  $j = 1, 2$  é a função densidade de probabilidade da variável aleatória normal univariada de valor médio  $\mu_j$  e variância  $\sigma_j^2$ , onde  $\mu_1 \neq \mu_2$ .

**Proposição 4.3** O coeficiente de assimetria da variável aleatória  $X$  com função densidade de probabilidade dada na expressão (4.13) é :

$$\gamma_1 = \frac{(1 - \pi) \pi (\mu_1 - \mu_2) \left( (\mu_1 - \mu_2)^2 (2\pi - 1) + 3 (\sigma_1^2 - \sigma_2^2) \right)}{\sqrt{((1 - \pi) \sigma_1^2 + \pi \sigma_2^2 + \pi(1 - \pi) (\mu_1 - \mu_2)^2)^3}} \quad (4.14)$$

e o coeficiente de achatamento é:

$$\gamma_2 = \frac{(1 - \pi) \pi \left[ (\mu_1 - \mu_2)^4 (6\pi^2 - 6\pi + 1) - 6 (\mu_1 - \mu_2)^2 (1 - 2\pi) (\sigma_1^2 - \sigma_2^2) + 3 (\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^2 \right]}{((1 - \pi) \sigma_1^2 + \pi \sigma_2^2 + \pi(1 - \pi) (\mu_1 - \mu_2)^2)^2} \quad (4.15)$$

**Demonstração:** Uma vez que  $E(X_j) = \mu_j$ ,  $V(X_j) = \sigma_j^2$ ,  $E(X_j - E(X_j))^3 = 0$  e

$E(X_j - E(X_j))^4 = 3\sigma_j^4$ , substituindo nas expressões (4.10) e (4.11) e após alguma manipulação algébrica facilmente se obtém as expressões (4.14) e (4.15). ■

Os zeros do coeficiente de assimetria dado na expressão (4.14) são:

$$\pi = 0 \vee \pi = 1 \vee \pi = \frac{3}{2} \left( \frac{\sigma_2^2 - \sigma_1^2}{(\mu_1 - \mu_2)^2} \right) + \frac{1}{2} \quad (4.16)$$

logo este coeficiente anula-se e muda de sinal quando:

$$-\frac{1}{3} \leq \left( \frac{\sigma_2^2 - \sigma_1^2}{(\mu_1 - \mu_2)^2} \right) \leq \frac{1}{3} \quad (4.17)$$



caso contrário, tem sinal constante.

Quando se verifica a relação (4.17), o gráfico coeficiente de achatamento *versus* coeficiente de assimetria intersecta o eixo  $\gamma_2$  nos pontos de coordenadas:

$$(0, 0) \quad \text{e} \quad \left( 0, \frac{2(\mu_1 - \mu_2)^8 \left[ \frac{9(\sigma_2^2 - \sigma_1^2)^2}{(\mu_1 - \mu_2)^4} - 1 \right] \left[ \frac{3(\sigma_2^2 - \sigma_1^2)^2}{(\mu_1 - \mu_2)^4} + 1 \right]}{\left( 3(\sigma_2^2 - \sigma_1^2)^2 - (\mu_1 - \mu_2)^2 (2(\sigma_2^2 + \sigma_1^2) + (\mu_1 - \mu_2)^2) \right)^2} \right) \quad (4.18)$$

Um aspecto a realçar deste resultado é que o primeiro ponto corresponde às situações nas quais não se está na presença de misturas de distribuições e o segundo ponto pertence ao semi-eixo negativo de  $\gamma_2$ .

Os zeros do coeficiente de achatamento dado na expressão (4.15) são:

$$\pi = 0 \vee \pi = 1 \vee \pi = \frac{(\sigma_2^2 - \sigma_1^2)}{(\mu_1 - \mu_2)^2} + \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{2} \frac{(\sigma_2^2 - \sigma_1^2)^2}{(\mu_1 - \mu_2)^4} + \frac{1}{12}} \quad (4.19)$$

Neste caso, é necessário considerar três situações diferentes:

- quando:

$$\left| \frac{\sigma_2^2 - \sigma_1^2}{(\mu_1 - \mu_2)^2} \right| < 1 - \frac{\sqrt{6}}{3} \quad (4.20)$$

o coeficiente de achatamento tem três zeros distintos e a curva  $(\gamma_1, \gamma_2)$  intersecta o eixo  $\gamma_1$  na origem e em dois pontos separados pela origem;

- quando:

$$1 - \frac{\sqrt{6}}{3} < \left| \frac{\sigma_2^2 - \sigma_1^2}{(\mu_1 - \mu_2)^2} \right| < 1 + \frac{\sqrt{6}}{3} \quad (4.21)$$

o coeficiente de achatamento tem dois zeros distintos e a curva  $(\gamma_1, \gamma_2)$  intersecta o eixo  $\gamma_1$  na origem e num outro ponto pertencente ao semi-eixo negativo ou positivo;

- caso contrário, o coeficiente de achatamento tem apenas um zero distinto, ou seja, este coeficiente tem sinal constante.

Pela continuidade destes coeficientes em  $\pi$  fica justificada a forma “cardióide” observada no gráfico  $(\gamma_1, \gamma_2)$  em misturas de distribuições normais.

#### 4.4.2.2 Misturas binária de distribuições uniformes

Seja a variável aleatória  $X$  uma mistura finita de duas componentes, cuja função densidade de probabilidade é:

$$f(x; \Psi) = (1 - \pi) U(x; a_1, b_1) + \pi U(x; a_2, b_2) \quad (4.22)$$

em que  $U(., a_j, b_j), j = 1, 2$  é a função densidade de probabilidade da variável aleatória uniforme no intervalo  $(a_j; b_j)$ .

**Proposição 4.4** O coeficiente de assimetria da variável aleatória  $X$  com função densidade de probabilidade dada pela expressão (4.22) é :

$$\gamma_1 = \frac{(1 - \pi) \pi (\mu_1 - \mu_2) \left( (\mu_1 - \mu_2)^2 (2\pi - 1) + 3 (\sigma_1^2 - \sigma_2^2) \right)}{\sqrt{((1 - \pi) \sigma_1^2 + \pi \sigma_2^2 + \pi(1 - \pi) (\mu_1 - \mu_2)^2)^3}} \quad (4.23)$$

e o coeficiente de achatamento é:

$$\begin{aligned} \gamma_2 = & \frac{(1 - \pi) \pi \left( (\mu_1 - \mu_2)^4 (6\pi^2 - 6\pi + 1) - 6 (\mu_1 - \mu_2)^2 (1 - 2\pi) (\sigma_1^2 - \sigma_2^2) + 3 (\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^2 \right)}{((1 - \pi) \sigma_1^2 + \pi \sigma_2^2 + \pi(1 - \pi) (\mu_1 - \mu_2)^2)^2} - \\ & - \frac{1.2 ((1 - \pi) \sigma_1^4 + \pi \sigma_2^4)}{((1 - \pi) \sigma_1^2 + \pi \sigma_2^2 + \pi(1 - \pi) (\mu_1 - \mu_2)^2)^2} \end{aligned} \quad (4.24)$$

**Demonstração:** Definindo  $E(X_j) = \mu_j$  e  $V(X_j) = \sigma_j$  e uma vez que,

$E(X_j - E(X_j))^3 = 0$ ,  $E(X_j - E(X_j))^4 = 1.8 \sigma_j^4$ , substituindo nas expressões (4.10) e (4.11) e após alguma manipulação algébrica facilmente se obtém as expressões (4.23) e (4.24). ■

Um aspecto que interessa realçar é que o coeficiente de assimetria dado pela expressão (4.23) é formalmente igual ao coeficiente de assimetria dado na expressão (4.14). Por essa razão, os zeros do coeficiente de assimetria dado na expressão (4.23) já foram indicados na expressão (4.16) e o gráfico coeficiente de achatamento *versus* coeficiente de assimetria intersecta o eixo  $\gamma_2$  nos pontos de coordenadas:

$$(0, -1.2) \text{ e } \left( 0, \frac{2(\mu_1 - \mu_2)^8 \left[ \frac{9(\sigma_2^2 - \sigma_1^2)^2}{(\mu_1 - \mu_2)^4} - 1 \right] \left[ \frac{3(\sigma_2^2 - \sigma_1^2)^2}{(\mu_1 - \mu_2)^4} + 1 \right]}{\left( 3(\sigma_2^2 - \sigma_1^2)^2 - (\mu_1 - \mu_2)^2 (2(\sigma_2^2 + \sigma_1^2) + (\mu_1 - \mu_2)^2) \right)^2} - \frac{48}{5} \left( \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \left( \frac{\sigma_2^2 - \sigma_1^2}{(\mu_1 - \mu_2)^2} \right)^2 \right) \right) \quad (4.25)$$

Os zeros do coeficiente de achatamento dado pela expressão (4.24) foram também calculados mas são expressões extensas e sem visível interesse.

Pela continuidade destes coeficientes em  $\pi$  fica também justificada a forma “cardióide” observada no gráfico  $(\gamma_1, \gamma_2)$  em misturas de distribuições uniformes.

#### 4.4.2.3 Misturas binárias de distribuições gamas

Seja a variável aleatória  $X$  uma mistura finita de duas componentes, cuja função densidade de probabilidade é:

$$f(x; \Psi) = (1 - \pi)G(x; \alpha_1, \lambda_1) + \pi G(x; \alpha_2, \lambda_2) \quad (4.26)$$

em que  $G(\cdot; \alpha_j, \lambda_j), j = 1, 2$  é a função densidade de probabilidade da variável aleatória gama de parâmetros  $\alpha_j > 0$  e  $\lambda_j > 0$ .

**Proposição 4.5** O coeficiente de assimetria da variável aleatória  $X$  com função densidade de probabilidade dada pela expressão (4.26) é :

$$\gamma_1 = \frac{(1 - \pi) \pi (\mu_1 - \mu_2) \left( (\mu_1 - \mu_2)^2 (2\pi - 1) + 3(\sigma_1^2 - \sigma_2^2) \right) + 2 \left( (1 - \pi) \frac{\sigma_1^4}{\mu_1} + \pi \frac{\sigma_2^4}{\mu_2} \right)}{\sqrt{((1 - \pi) \sigma_1^2 + \pi \sigma_2^2 + \pi(1 - \pi) (\mu_1 - \mu_2)^2)^3}} \quad (4.27)$$

e o coeficiente de achatamento é:

$$\begin{aligned} \gamma_2 = & \frac{(1 - \pi) \left( 3\sigma_1^4 + 6 \frac{\sigma_1^6}{\mu_1^2} \right) + \pi \left( 3\sigma_2^4 + 6 \frac{\sigma_2^6}{\mu_2^2} \right)}{((1 - \pi) \sigma_1^2 + \pi \sigma_2^2 + \pi(1 - \pi) (\mu_1 - \mu_2)^2)^2} + \\ & + \frac{(1 - \pi) \pi (\mu_1 - \mu_2)^2 \left( (\mu_1 - \mu_2)^2 (3\pi^2 - 3\pi + 1) + 6(\pi\sigma_1^2 + (1 - \pi)\sigma_2^2) \right)}{(1 - \pi) \sigma_1^2 + \pi \sigma_2^2 + \pi(1 - \pi) (\mu_1 - \mu_2)^2)^2} + \\ & + \frac{8(1 - \pi) \pi \left( \frac{\sigma_1^4}{\mu_1} - \frac{\sigma_2^4}{\mu_2} \right) (\mu_1 - \mu_2)}{(1 - \pi) \sigma_1^2 + \pi \sigma_2^2 + \pi(1 - \pi) (\mu_1 - \mu_2)^2)^2} - 3 \end{aligned} \quad (4.28)$$

**Demonstração:** Definindo  $E(X_j) = \mu_j$ ,  $V(X_j) = \sigma_j^2$ ,  $E(X_j - E(X_j))^3 = \frac{2\sigma_j^4}{\mu_j}$ ,

$E(X_j - E(X_j))^4 = 3\sigma_j^4 + 6 \frac{\sigma_j^6}{\mu_j^2}$ , substituindo nas expressões (4.10) e (4.11) e após

alguma manipulação algébrica facilmente se obtém as expressões (4.27) e (4.28). ■

Dada a complexidade das expressões matemáticas encontradas e após tratamento algébrico, apresentam-se apenas as conclusões obtidas. Uma vez que  $\mu_j = \frac{\alpha_j}{\lambda_j}$  e  $\sigma_j^2 = \frac{\alpha_j}{\lambda_j^2}$  tem-se:

- quando  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$  tem-se  $\gamma_1 \geq \frac{2}{\sqrt{\alpha}}$ ,  $\gamma_2 \geq \frac{6}{\alpha}$  e a curva  $(\gamma_1, \gamma_2)$  é uma curva fechada;

- quando  $\alpha_1 < \alpha_2$  tem-se  $\gamma_1 \geq \frac{2}{\sqrt{\alpha_2}}$ ,  $\gamma_2 \geq \frac{6}{\alpha_2}$  e a curva  $(\gamma_1, \gamma_2)$  é uma curva aberta;
- quando  $\alpha_1 > \alpha_2$  tem-se  $\gamma_1 \geq \frac{2}{\sqrt{\alpha_1}}$ ,  $\gamma_2 \geq \frac{6}{\alpha_1}$  e a curva  $(\gamma_1, \gamma_2)$  é uma curva aberta.

Podemos assim concluir que o gráfico  $(\gamma_1, \gamma_2)$  destas misturas binárias não intersecta os eixos, apresentando valores apenas no primeiro quadrante.

Nestas misturas binárias, quando  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ , está-se no caso particular de misturas binárias de distribuições exponenciais. De seguida, estudam-se analiticamente os coeficientes de assimetria e achatamento para este caso particular.

#### 4.4.2.4 Misturas binárias de distribuições exponenciais

Seja a variável aleatória  $X$  uma mistura finita de duas componentes, cuja função densidade de probabilidade é:

$$f(x; \Psi) = (1 - \pi)Ex(x; \lambda_1) + \pi Ex(x; \lambda_2) \quad (4.29)$$

em que  $Ex(\cdot; \lambda_j), j = 1, 2$  é a função densidade de probabilidade da variável aleatória exponencial de parâmetro  $\lambda_j > 0$ .

**Proposição 4.6** O coeficiente de assimetria da variável aleatória  $X$  com função densidade de probabilidade dada na expressão (4.29) é :

$$\gamma_1 = \frac{(1 - \pi) \pi (\mu_1 - \mu_2) \left( (\mu_1 - \mu_2)^2 (2\pi - 1) - 3(\mu_2^2 - \mu_1^2) \right) + 2((1 - \pi) \mu_1^3 + \pi \mu_2^3)}{\sqrt{((1 - \pi) \mu_1^2 + \pi \mu_2^2 + \pi(1 - \pi) (\mu_1 - \mu_2)^2)^3}} \quad (4.30)$$

e o coeficiente de achatamento é:

$$\gamma_2 = \frac{6 \mu_1^4 + 6 \mu_2^4 - 6((1 - \pi) \mu_2 + \pi \mu_1)^4}{((1 - \pi) \mu_1^2 + \pi \mu_2^2 + \pi(1 - \pi) (\mu_1 - \mu_2)^2)^2} \quad (4.31)$$

**Demonstração:** Uma vez que  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$  e  $\mu_j^2 = \sigma_j^2, j = 1, 2$  substituindo directamente nas expressões (4.27) e (4.28) obtém-se as expressões (4.30) e (4.31). ■

Os zeros do coeficiente de assimetria dado pela expressão (4.30) são:

$$\pi = \frac{\sqrt[3]{\mu_1^3 + \mu_2^3} - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} \vee \pi = \frac{-\frac{1}{2} \left( \sqrt[3]{\mu_1^3 + \mu_2^3} - 2\mu_2 \pm i\sqrt{3} \sqrt[3]{\mu_1^3 + \mu_2^3} \right)}{\mu_1 - \mu_2}, \mu_1 \neq \mu_2 \quad (4.32)$$

Uma vez que o segundo zero da expressão (4.32) é sempre não real e,

- quando  $\mu_1 > \mu_2$ , o zero  $\pi = \frac{\sqrt[3]{\mu_1^3 + \mu_2^3} - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2}$  é sempre maior que 1;

- quando  $\mu_1 < \mu_2$ , o zero  $\pi = \frac{\sqrt[3]{\mu_1^3 + \mu_2^3} - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2}$  é sempre menor que 0;

podemos concluir que o coeficiente de assimetria dado pela expressão (4.30) nunca se anula e é sempre positivo qualquer que seja o valor de  $\pi$  entre 0 e 1.

Com o objectivo de determinar os valores máximos e mínimos deste coeficiente, calculámos a derivada da expressão (4.30) em ordem a  $\pi$ :

$$\frac{d\gamma_1}{d\pi} = \frac{6(\mu_1 - \mu_2)^2 (\mu_1 \pi + (1 - \pi) \mu_2) ((1 - \pi) \mu_1^2 + \pi \mu_2^2)}{\sqrt{((1 - \pi) \mu_1^2 + \pi \mu_2^2 + \pi(1 - \pi) (\mu_1 - \mu_2)^2)^3}} \quad (4.33)$$

que se anula em:

$$\pi = \frac{\mu_2}{\mu_2 - \mu_1} \vee \pi = \frac{\mu_1^2}{\mu_1^2 + \mu_2^2} \quad (4.34)$$

Uma vez que o primeiro zero dado na expressão (4.34) é sempre maior que 1, a função derivada dada pela expressão (4.33) tem apenas um zero em:

$$\pi_0 = \frac{\mu_1^2}{\mu_1^2 + \mu_2^2} \quad (4.35)$$

e o coeficiente de assimetria dado pela expressão (4.30) é crescente em  $[0, \pi_0]$  e decrescente em  $[\pi_0, 1]$ . O máximo é em  $\pi = \pi_0$  e os mínimos são em  $\pi = 0$  e  $\pi = 1$  onde  $\gamma_1 = 2$ .

Os zeros do coeficiente de achatamento dado pela expressão (4.31) são:

$$\pi = \frac{\mu_2 \pm \sqrt[4]{\mu_1^4 + \mu_2^4}}{\mu_2 - \mu_1} \vee \pi = \frac{\mu_2 \pm \sqrt[4]{-\sqrt{\mu_1^4 + \mu_2^4}}}{\mu_2 - \mu_1}, \mu_1 \neq \mu_2 \quad (4.36)$$

Uma vez que o segundo zero dado na expressão (4.36) é sempre não real e,

- quando  $\mu_2 > \mu_1$ ,  $\pi = \frac{\mu_2 - \sqrt[4]{\mu_1^4 + \mu_2^4}}{\mu_2 - \mu_1} < 0 \vee \pi = \frac{\mu_2 + \sqrt[4]{\mu_1^4 + \mu_2^4}}{\mu_2 - \mu_1} > 1$
- quando  $\mu_1 > \mu_2$ ,  $\pi = \frac{\mu_2 - \sqrt[4]{\mu_1^4 + \mu_2^4}}{\mu_2 - \mu_1} > 1 \vee \pi = \frac{\mu_2 + \sqrt[4]{\mu_1^4 + \mu_2^4}}{\mu_2 - \mu_1} < 0$

podemos concluir que o coeficiente de achatamento dado pela expressão (4.31) nunca se anula e é sempre positivo qualquer que seja o valor de  $\pi$  entre 0 e 1.

Como

$$\gamma_2 - 6 = \frac{12(1 - \pi) \pi (\mu_1 - \mu_2)^2 ((1 - \pi) \mu_2 + (1 + \pi) \mu_1) (\pi \mu_1 + (2 - \pi) \mu_2)}{((1 - \pi) \mu_1^2 + \pi \mu_2^2 + \pi(1 - \pi) (\mu_1 - \mu_2)^2)^2} \quad (4.37)$$

é sempre positivo qualquer que seja  $\pi$  entre 0 e 1, concluímos que  $\gamma_2 \geq 6$ .

Podemos assim concluir que o gráfico  $(\gamma_1, \gamma_2)$  destas misturas binárias não intersecta os eixos, apresentando um mínimo no ponto de coordenadas  $(2, 6)$ , ponto este correspondente

às situações em que  $\pi = 0$  ou  $\pi = 1$ .

### Primeiro Estudo de Dados Simulados

Para cada uma das  $(n + 1)$  subamostras obtidas no primeiro estudo de dados simulados da secção (4.4.1) deste capítulo, determinámos as estimativas do coeficiente de assimetria e de achatamento e construímos o gráfico dos  $(n + 1)$  pares desses valores.

Nas figuras 4.21 a 4.26 apresentam-se esses gráficos de amostras de dimensão  $n = 100$ . Os gráficos de amostras de dimensão  $n = 10$  e  $n = 500$  encontram-se no apêndice A (ver, figura A.17 a figura A.28). A linha a cheio representa a relação entre o coeficiente de assimetria e o de achatamento teóricos quando a proporção varia de 0 a 1.

Da análise destes gráficos é possível observar claramente a forma de tipo “cardióide” da curva  $(\gamma_1, \gamma_2)$ . Para valores pequenos de  $n$ , a diferença encontrada entre os valores teóricos e os valores obtidos nas simulações devem-se apenas a flutuações de amostragem.

Um aspecto a realçar destes gráficos é que, no caso de misturas binárias de distribuições normais e uniformes, quando as variâncias das duas componentes são iguais, os gráficos são simétricos em relação ao eixo  $\gamma_2$ .

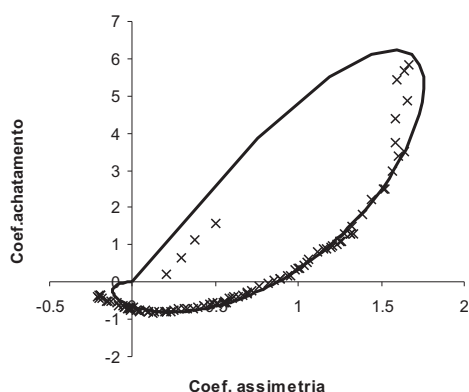


Figura 4.21: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $(1 - \pi) \phi(0, 1) + \pi \phi(4, 4)$  ( $n=100$ )

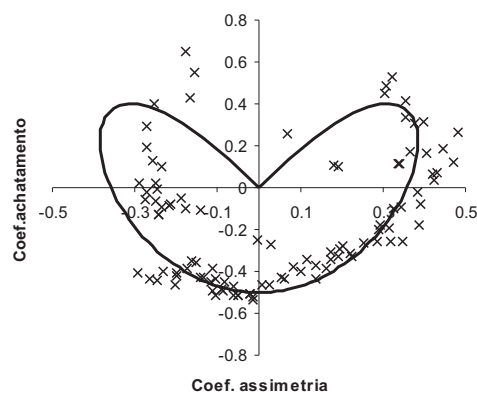


Figura 4.22: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $(1 - \pi) \phi(0, 1) + \pi \phi(2, 1)$  ( $n=100$ )

### Segundo Estudo de Dados Simulados

Para cada uma das  $(n + 1)$  subamostras obtidas no segundo estudo de dados simulados da secção (4.4.1) deste capítulo determinámos as estimativas do coeficiente de assimetria e de achatamento e construímos o gráfico dos  $(n + 1)$  pares desses valores.

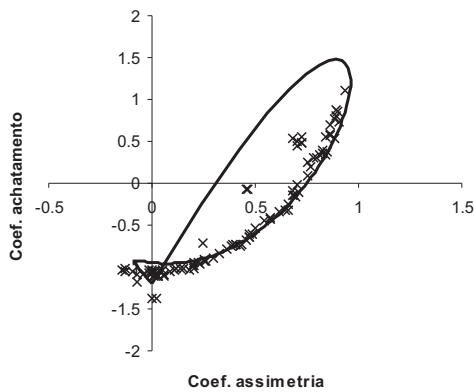


Figura 4.23: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(1, 4)$  ( $n=100$ )

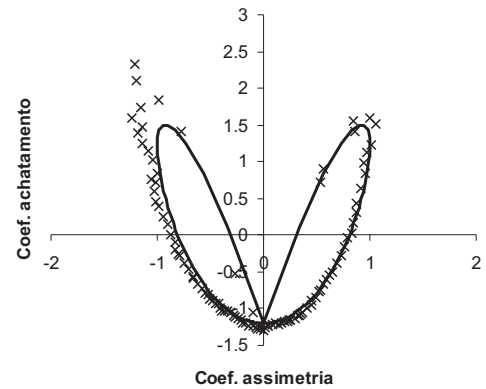


Figura 4.24: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(2, 4)$  ( $n=100$ )

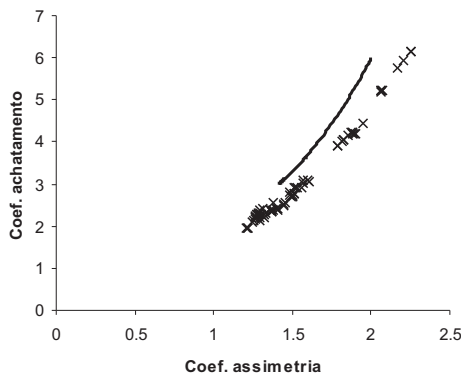


Figura 4.25: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(2, 2)$  ( $n = 100$ )

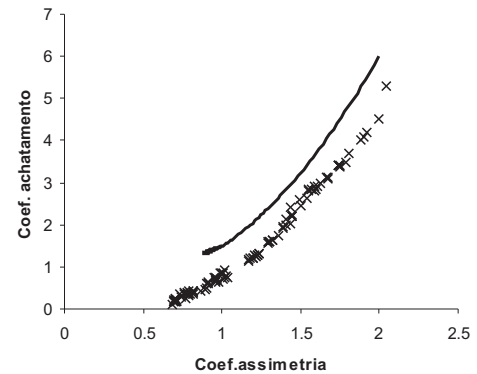


Figura 4.26: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(4, 4)$  ( $n=100$ )

Nas figuras 4.27 e 4.28 apresentam-se esses gráficos das amostras provenientes de uma mistura de duas componentes normais. Os gráficos das amostras provenientes de uma mistura de duas componentes uniformes e gamas podem ser encontrados no apêndice A (ver figura A.29 a figura A.32). A linha a cheio representa a relação entre o coeficiente de assimetria e o de achatamento teóricos quando a proporção varia de 0 a 1.

Como a proporção de mistura nas subamostras varia pouco, apenas se visualiza uma pequena parte do “cardióide”.

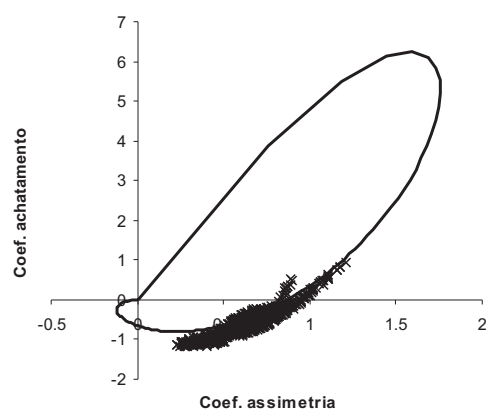


Figura 4.27: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $0.5 \phi(1, 1) + 0.5 \phi(4, 4)$  ( $n = 100$ )

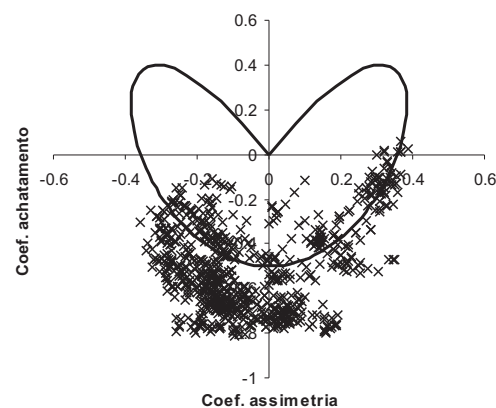


Figura 4.28: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $0.5 \phi(1, 1) + 0.5 \phi(2, 1)$  ( $n = 100$ )

## 4.5 Generalização a misturas não binárias

A generalização das relações obtidas a misturas com mais de duas componentes depende apenas do tratamento algébrico de expressões matemáticas extensas.

Tendo consciência da enorme complexidade do estudo dessas expressões decidimos proceder a um outro estudo de dados simulados para analisar o comportamento dessas curvas a misturas não binárias.

### 4.5.1 Estudo de dados simulados

Neste estudo, considerámos que os dados simulados eram provenientes de distribuições normais, uniformes e gamas.

Usando o procedimento descrito no primeiro estudo de dados simulados da secção (4.4.1) deste capítulo, gerámos três amostras de dimensão  $n = 100$  provenientes de três distribuições puras pertencentes à mesma família paramétrica mas de parâmetros diferentes e obtivemos as  $(2n + 1)$  subamostras de dimensão  $n$  destas três amostras.

Para cada uma dessas  $(2n + 1)$  subamostras determinámos o valor médio, o desvio padrão, o coeficiente de assimetria e o coeficiente de achatamento e construímos os gráficos do desvio padrão *versus* valor médio e do coeficiente de achatamento *versus* coeficiente de assimetria. Esses gráficos são apresentados nas figuras 4.29 a 4.34.

Da análise dos gráficos das figuras 4.29, 4.31 e 4.33, é possível visualizar os dois arcos de circunferência que nos sugerem a presença de misturas binárias de distribuições. Dos gráficos das figuras 4.30, 4.32 e 4.34, a presença de duas “cardioides” é também observada.



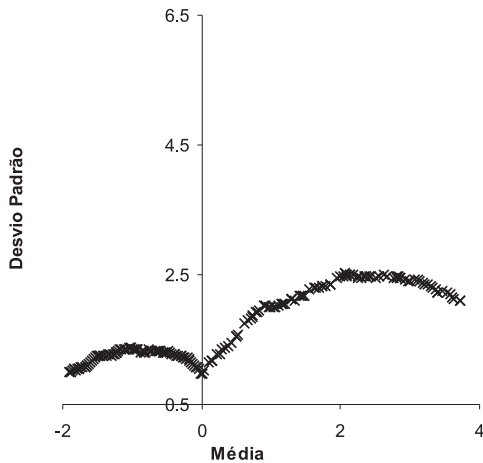


Figura 4.29: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $(1 - \pi_1 - \pi_2)\phi(-2, 1) + \pi_1\phi(0, 1) + \pi_2\phi(4, 4)$  ( $n=100$ )

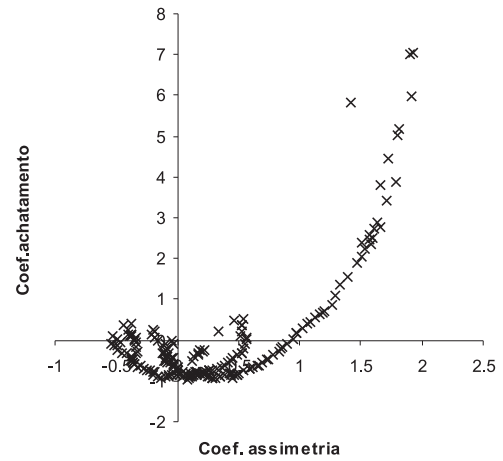


Figura 4.30: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $(1 - \pi_1 - \pi_2)\phi(-2, 1) + \pi_1\phi(0, 1) + \pi_2\phi(4, 2)$  ( $n=100$ )

## 4.6 Aplicação a dados reais

Por último, ilustram-se o comportamento das relações mencionadas em subamostras de um conjunto de dados reais.

Este conjunto de dados foi fornecido pelo Professor Danech Pajouh e são os resultados obtidos nas medições da velocidade média ( $V$ ) e da carga de tráfego ( $Q$ ) de uma auto-estrada parisiense. A amostra é constituída por 1245 observações das variáveis  $V$  e  $Q$ . A presença de misturas de distribuições é garantida dada a diversidade de veículos e de fases de congestionamento observadas nessa auto-estrada.

Construímos as subamostras usando o seguinte procedimento: a primeira subamostra corresponde aos  $n$  primeiros elementos da amostra, a segunda subamostra contém os  $n$  elementos sucessivos começando no segundo elemento da amostra e assim sucessivamente.

Para cada uma das subamostras determinámos o valor médio, o desvio padrão, o coeficiente de assimetria e o coeficiente de achatamento e construímos os gráficos do desvio padrão *versus* valor médio e do coeficiente de achatamento *versus* coeficiente de assimetria. Esses gráficos são apresentados nas figuras 4.35 a 4.38 quando escolhemos  $n = 100$ .

Da análise dos gráficos das figuras 4.35 e 4.37, é possível visualizar vários arcos de circunferência que nos sugerem a presença de misturas de distribuições. Os resultados observados nos gráficos das figuras 4.36 e 4.38, também confirmam a existência de diversas fases neste conjunto de dados.

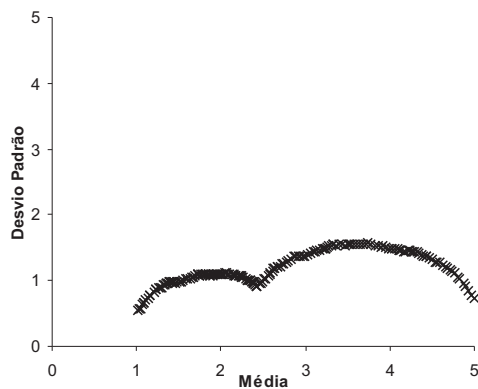


Figura 4.31: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $(1 - \pi_1 - \pi_2)U(0, 2) + \pi_1 U(1, 4) + \pi_2 U(4, 6)$  ( $n=100$ )

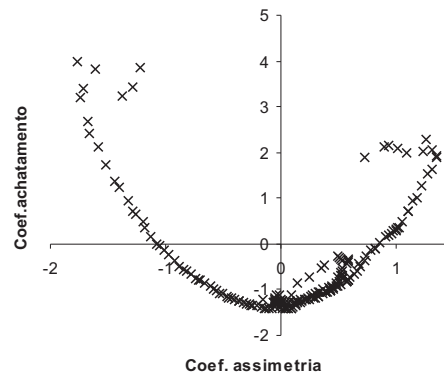


Figura 4.32: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $(1 - \pi_1 - \pi_2)U(0, 2) + \pi_1 U(1, 4) + \pi_2 U(4, 6)$  ( $n=100$ )

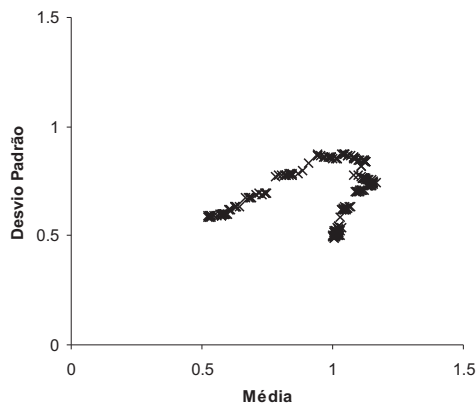


Figura 4.33: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $(1 - \pi_1 - \pi_2)G(1, 2) + \pi_1 G(2, 2) + \pi_2 G(4, 4)$  ( $n=100$ )

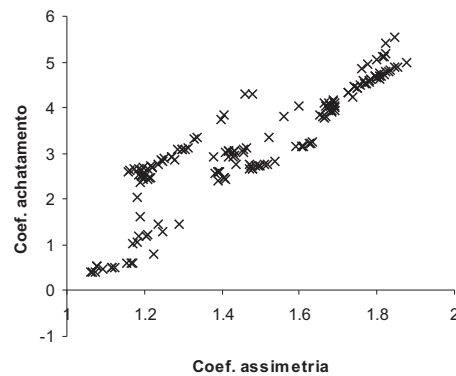


Figura 4.34: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $(1 - \pi_1 - \pi_2)G(1, 2) + \pi_1 G(2, 2) + \pi_2 G(4, 4)$  ( $n=100$ )

## 4.7 Comentários finais

Neste capítulo, estudaram-se analiticamente as relações entre o valor esperado e o desvio padrão e entre o coeficiente de assimetria e o coeficiente de achatamento em misturas de distribuições.

Essas relações apresentam comportamentos geométricos característicos que permitem o seu uso como reveladores da presença de misturas de distribuições em dados provenientes de sistemas com coexistência de várias fases.

Em particular, este método gráfico mostrou-se eficaz em detectar a presença de misturas de distribuições num conjunto de dados reais.

Para detectar a presença de misturas de distribuições, a análise destas relações parece

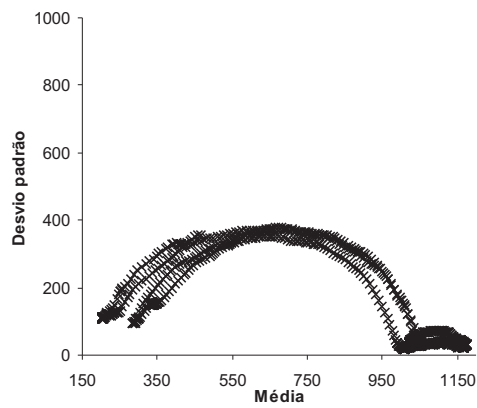


Figura 4.35: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras da velocidade média

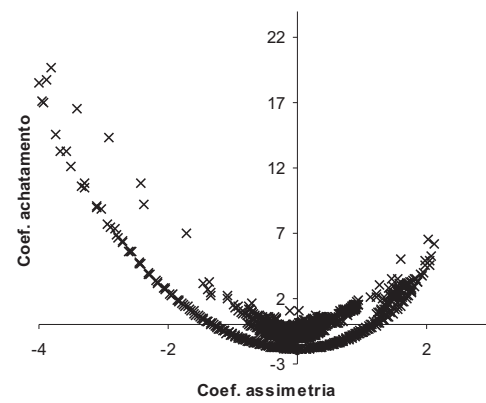


Figura 4.36: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras da velocidade média

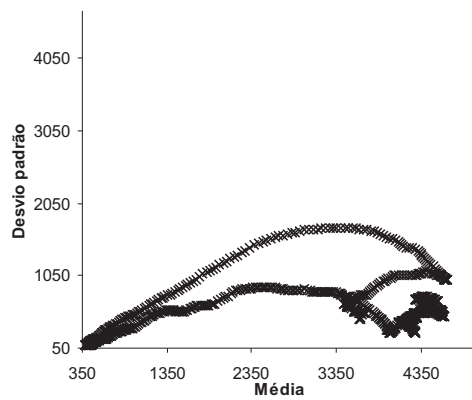


Figura 4.37: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras da carga de tráfego

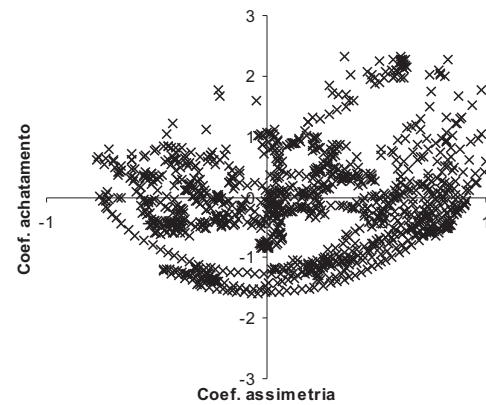


Figura 4.38: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras da carga de tráfego

ser um método gráfico mais simples que as análises clássicas de bitangencialidade, unimodalidade ou bimodalidade baseadas nas relações entre proporção, médias e desvios padrões das componentes de mistura (Titterington et al., 1985, p.406-409).



## Capítulo 5

# Análise de Regressão em Misturas de Normais Bidimensionais

### 5.1 Introdução à Análise de Regressão

A *análise de regressão* é uma técnica estatística muito usada para analisar o comportamento de uma variável, designada por *variável resposta* ou *variável dependente*, como função de outras variáveis, designadas por *variáveis explicativas*, *variáveis independentes* ou *covariáveis*.

O objectivo principal da análise de regressão é o de descrever a relação entre as variáveis e estimar ou prever os valores da variável resposta para valores, por vezes não observados, das variáveis explicativas.

Em diversas áreas científicas, tais como, na agricultura, na medicina, na biologia, na economia, na sociologia, na psicologia, na física, na engenharia, na música, podem-se encontrar aplicações desta técnica estatística. Alguns exemplos concretos destas aplicações são: na agricultura, para estudar a taxa de propagação de uma infecção transmitida por insectos em plantas de batata, Turner (2000) analisou a relação entre o número de plantas contaminadas e o número de insectos; na biologia, Ruppert and Carroll (1980) estudaram a relação da concentração de sal num rio da Carolina do Norte com algumas variáveis ambientais (concentração de sal no rio em duas semanas anteriores à recolha dos dados, o volume de descarga no rio, entre outras); na medicina, para estabelecer a resposta à terapia em doentes com problemas nos pulmões, Narula et al. (1999) exprimiram a capacidade vital forçada do pulmão em função de várias variáveis explicativas, tais como a idade, o sexo, algumas características morfológicas. Outros exemplos de aplicação a situações reais são descritos em, por exemplo, Chatterjee et al. (2000, pp. 3-7) e Rousseeuw and Leroy (1987).

A formulação do problema em análise de regressão é um dos principais cuidados a ter para se seleccionar correctamente a variável resposta e as variáveis explicativas. Suponhamos, por exemplo, que se deseja saber se numa determinada empresa existe discriminação em relação às mulheres. Para fazer este estudo, registamos o salário, as habilitações e o sexo de todos os empregados da empresa. Se a pergunta for, “Em média, as mulheres têm salários inferiores aos dos homens com igual habilitações?”, escolhamos para variável resposta o salário e as variáveis explicativas são as habilitações e o sexo. Mas se a pergunta for, “Em média as mulheres com mais habilitações que os homens têm iguais salários?”, neste caso, consideramos as habilitações a variável resposta e o salário e o sexo como as variáveis explicativas.

A escolha das variáveis explicativas relevantes no estudo do comportamento da variável resposta é também um problema de grande importância em análise de regressão. Contudo, este assunto não será abordado nesta dissertação uma vez que estudaremos apenas situações com uma variável explicativa. Realça-se, no entanto, que alguns dos métodos de selecção das variáveis explicativas, tais como, o método regressivo (*backward elimination*), o método progressivo (*forward selection*) e o método passo a passo (*stepwise method*), podem ser encontrados em Chatterjee and Hadi (1988, Cap. 3) e em Chatterjee et al. (2000, Cap. 11).

### 5.1.1 Modelo de regressão

Em análise de regressão, a relação entre as variáveis pode ser aproximada pelo *modelo de regressão* dado por:

$$X_k = h(X_1, \dots, X_{k-1}) + \varepsilon \quad (5.1)$$

onde  $X_k$  é a variável resposta,  $X_1, \dots, X_{k-1}$  ( $k > 1$ ) são as variáveis explicativas,  $h$  é a *função regressão* e  $\varepsilon$  é um *erro aleatório*.

Como exemplo, consideremos o modelo:

$$X_k = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_{k-1} X_{k-1} + \varepsilon \quad (5.2)$$

onde  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{k-1}$  são os *parâmetros do modelo* ou *coeficientes de regressão*, que são fixos e desconhecidos.

Um modelo de regressão pode ser: *linear* ou *não linear*. Um modelo de regressão é linear quando a função regressão é linear relativamente aos parâmetros, por exemplo:

$$X_2 = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \varepsilon \quad (5.3)$$

enquanto que num modelo de regressão não linear, a função de regressão é não linear relativamente aos parâmetros, por exemplo:

$$X_2 = \beta_0 + e^{\beta_1 X_1} + \varepsilon \quad (5.4)$$

É importante realçar que os modelos de regressão são caracterizados pela linearidade relativamente aos parâmetros e não às variáveis, ou seja, o modelo:

$$X_3 = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2^2 + \varepsilon \quad (5.5)$$

é também um modelo de regressão linear.

O modelo dado na expressão (5.3) é também designado por *modelo de regressão simples* porque tem apenas uma variável explicativa,  $X_1$ ; enquanto que o modelo dado na expressão (5.5) é um *modelo de regressão múltipla* porque tem mais que uma variável explicativa,  $X_1$  e  $X_2$ .

### 5.1.2 Métodos de estimação

A estimação do modelo de regressão consiste em definir uma função regressão e estimar os parâmetros ou coeficientes de regressão com base numa amostra dos dados.

Antes de indicar os métodos de estimação do modelo de regressão, é necessário introduzir dois conceitos importantes.

Consideremos os dados na forma:

$$x = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}) \quad i = 1, \dots, n \quad (5.6)$$

resultantes da realização de  $X = (X_1, X_2, \dots, X_k)$  em  $n$  indivíduos e em que  $X_k$  é a variável resposta e  $X_1, \dots, X_{k-1}$  ( $k > 1$ ) são as variáveis explicativas.

**Definição 5.1** *Valor estimado* ou *valor ajustado* de  $x_{ik}$  é  $\hat{x}_{ik} = \hat{h}(x_{i1}, \dots, x_{i(k-1)})$ , sendo  $\hat{h}$  a função regressão estimada e  $(x_{i1}, \dots, x_{i(k-1)})$  os valores observados das variáveis explicativas  $(X_1, \dots, X_{k-1})$ .

**Definição 5.2** *Erro* ou *resíduo* é a diferença entre o valor observado,  $x_{ik}$ , e o valor ajustado pelo modelo,  $\hat{x}_{ik}$ , e designa-se por  $e_i$ , ou seja:

$$e_i = x_{ik} - \hat{x}_{ik} \quad i = 1, \dots, n. \quad (5.7)$$

O resíduo ou erro exprime assim a discrepância entre o valor observado,  $x_{ik}$ , e o valor ajustado pelo modelo,  $\hat{x}_{ik}$ .

Os métodos de estimação do modelo de regressão baseiam-se, normalmente, na minimização de uma função dos erros. Vários métodos podem ser usados, tais como, o *método dos mínimos quadrados* que minimiza o valor esperado do quadrado do erro (ver, por exemplo, Birkes and Dodge (1993, Cap. 3)), o *método dos mínimos desvios absolutos* que minimiza o valor esperado do valor absoluto do erro (ver, por exemplo, Birkes and Dodge (1993, Cap. 4)), o *método da mínima mediana dos quadrados* que minimiza a mediana do quadrado do erro (ver, por exemplo, Rousseeuw (1984)), o *método dos mínimos quadrados aparados* que minimiza o valor esperado do quadrado do erro calculado com os  $m$  menores resíduos, sendo  $m$  um inteiro entre  $\frac{n}{2}$  e  $n$ , em que  $n$  é a dimensão da amostra (ver, por exemplo, Rousseeuw and Leroy (1987)), entre outros.

O método mais usado é o método dos mínimos quadrados, que minimiza:

$$E\{[X_k - h(X_1, X_2, \dots, X_{k-1})]^2\}. \quad (5.8)$$

A função óptima segundo este método é:

$$h(x_1, \dots, x_{k-1}) = E(X_k | X_1=x_1, \dots, X_{k-1}=x_{k-1}) \quad (5.9)$$

ou seja, o valor esperado da variável resposta  $X_k$  condicional aos valores observados das variáveis explicativas  $X_1, \dots, X_{k-1}$ . Em Murteira (1992, p. 231, Teorema 3.46) demonstra-se este resultado para o caso bidimensional mas facilmente se prova para  $k > 2$ .

Conhecida a função densidade de probabilidade conjunta das variáveis  $X_1, \dots, X_k$ , ou mais directamente, a função densidade de probabilidade da variável resposta condicional aos valores observados das variáveis explicativas, o problema da estimação do modelo de regressão usando o método dos mínimos quadrados encontra-se resolvido depois de se estimar o valor esperado da variável resposta  $X_k$  condicional aos valores observados das variáveis explicativas  $X_1, \dots, X_{k-1}$ .

### 5.1.3 Curva de regressão

À representação gráfica da função regressão  $h(x_1, \dots, x_{k-1})$  definida de acordo com a expressão (5.9), chama-se *curva de regressão* de  $X_k$  em  $X_1, X_2, \dots, X_{k-1}$ .

**Definição 5.3** *Curva de regressão de  $X_k$  em  $X_1, X_2, \dots, X_{k-1}$*  define-se como a curva representativa dos valores médios condicionais da variável resposta  $X_k$  em função dos valores



observados  $x_1, x_2, \dots, x_{k-1}$  das variáveis explicativas,  $X_1, X_2, \dots, X_{k-1}$ .

Um exemplo com dados bidimensionais pode ser apresentado para ajudar a clarificar esta definição.

**Exemplo 5.1** Consideremos o par aleatório  $(X_1, X_2)$  cujas frequências absolutas da distribuição conjunta são registadas na tabela 5.1 em que  $x_1 \in \{10, 20, 30, 40\}$  e  $x_2 \in \{10, 20, 30, 40\}$  (por exemplo, existem 4 observações em que  $(x_1 = 10, x_2 = 10)$ ). Na última linha dessa tabela apresentam-se o valor médio de  $X_1$  condicional a  $X_2 = x_2$  e na última coluna o valor médio de  $X_2$  condicional a  $X_1 = x_1$ .

Na figura 5.1 representam-se essas observações, onde o número colocado junto de cada ponto  $(x_1, x_2)$  indica o número de observações com  $X_1 = x_1$  e  $X_2 = x_2$ . A curva de regressão de  $X_1$  em  $X_2$  é apresentada a traço tracejado e a curva de regressão de  $X_2$  em  $X_1$  a traço contínuo.

$x_1$	$x_2$				$\bar{x}_2 x_1$
	10	20	30	40	
10	4	2			13.3
20	1	5	2		21.25
30	1	2	2		22
40			1	1	35
$\bar{x}_1 x_2$	15	20	25	40	

Tabela 5.1: Frequências absolutas de  $X_1$  e  $X_2$  e valores médios condicionais

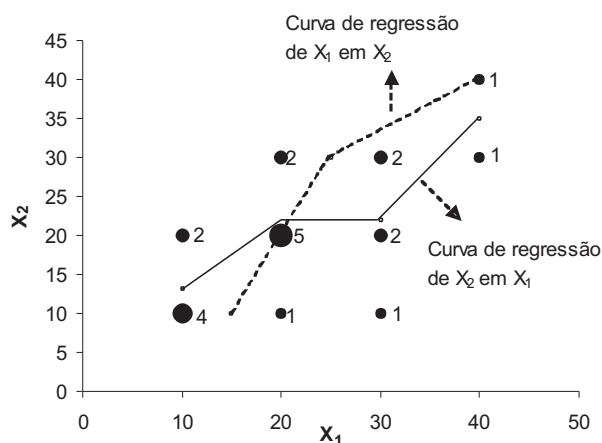


Figura 5.1: Curvas de regressão da distribuição conjunta de  $X_1$  e  $X_2$

Outros exemplos ilustrativos de curvas de regressão podem ser encontrados em Calot (1969, Cap. 6) e em Grais (1982, Cap. 4).

## 5.2 Regressão em normais bidimensionais

Analiseemos o caso em que temos o par aleatório gaussiano (ou binormal)  $(X_1, X_2)$ , com função densidade de probabilidade conjunta dada por:

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[ \left( \frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1} \right)^2 - 2\rho \left( \frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1} \right) \left( \frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2} \right) + \left( \frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2} \right)^2 \right] \right\} \quad (5.10)$$

onde  $-\infty < x_1 < +\infty$  e  $-\infty < x_2 < +\infty$ , e

$$\mu^T = [\mu_1, \mu_2] \quad (5.11)$$

é o vector dos valores médios e

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

é a matriz de covariância, em que  $\rho \in [-1; 1]$  é o coeficiente de correlação entre  $X_1$  e  $X_2$ , dado por  $\rho = \frac{\text{cov}(X_1, X_2)}{\sigma_1\sigma_2}$ , com  $\text{cov}(X_1, X_2) = E[(X_1 - \mu_1)(X_2 - \mu_2)]$ .

A função densidade de probabilidade de  $X_2$  condicional a  $X_1 = x_1$  é dada por (ver, por exemplo, Mood et al. (1974, pp. 167-168)):

$$f(x_2|x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2(1-\rho^2)}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_2^2(1-\rho^2)} \left[ x_2 - \left( \mu_2 + \rho\frac{\sigma_2}{\sigma_1}(x_1 - \mu_1) \right) \right]^2 \right\}$$

Da expressão (5.13), concluímos que a variável aleatória  $X_2$  condicional a  $X_1 = x_1$  é gaussiana de valor médio:

$$E(X_2|X_1=x_1) = \mu_2 + \rho\frac{\sigma_2}{\sigma_1}(x_1 - \mu_1) \quad (5.13)$$

e variância:

$$V(X_2|X_1=x_1) = \sigma_2^2(1-\rho^2) \quad (5.14)$$

Podemos ainda concluir que a regressão de  $X_2$  em  $X_1$  é linear e, além disso, que a variância condicional não depende de  $x_1$ .

Na figura 5.2 representa-se geometricamente a curva de regressão de  $X_2$  em  $X_1$ , ou seja, a recta de equação dada pela expressão (5.13) e as funções densidade de  $X_2$  condicionais a  $X_1 = x_{11}$  e  $X_1 = x_{12}$ . Também se ilustra o facto da variância condicional ser constante (não depende de  $x_1$ ).

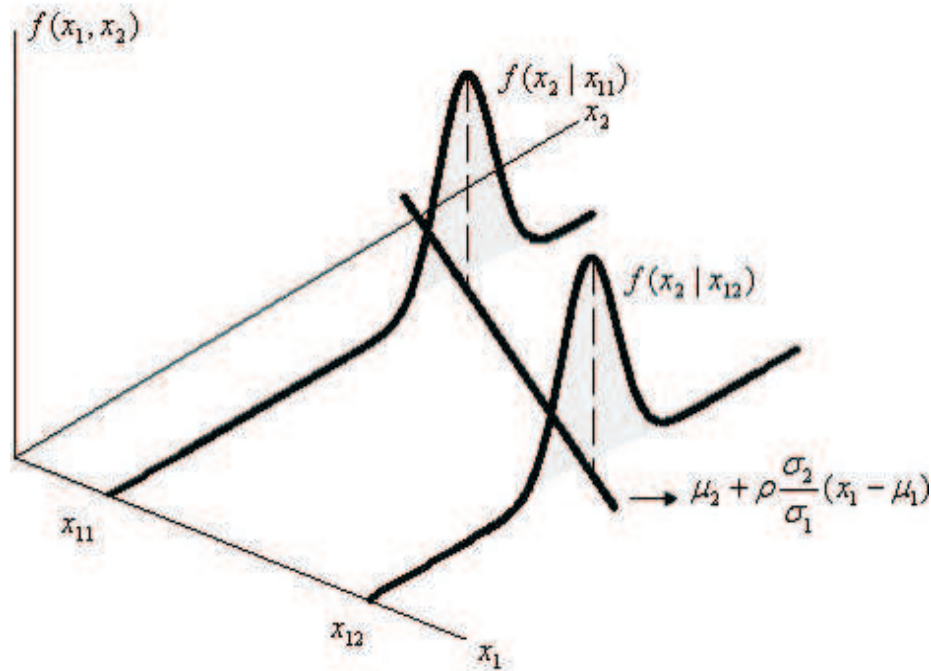


Figura 5.2: Funções densidade condicionais

Do mesmo modo, determinamos o valor esperado e a variância da variável aleatória  $X_1$  condicional a  $X_2 = x_2$ .

No entanto, em muitas situações, os dados podem ser provenientes de populações formadas por várias subpopulações, desconhecendo-se quais os dados que pertencem a cada subpopulação. Neste caso, estamos na presença de misturas de distribuições e o tratamento matemático dos valores esperados condicionais e das variâncias condicionais é mais complexo, como será demonstrado neste capítulo desta dissertação para o caso de misturas de componentes normais bidimensionais.

Neste capítulo, começamos por estudar analiticamente os valores esperados condicionais e variâncias condicionais em modelos de mistura de distribuições normais bidimensionais e propomos a aplicação de um método para estimar o modelo de regressão nestas misturas. Ilustramos a aplicação deste método a um conjunto de dados simulados e a um conjunto de dados reais, provenientes de uma mistura de distribuições normais.

De seguida e uma vez que, em misturas de distribuições normais bidimensionais, a linearidade do modelo de regressão nem sempre é verificada, estabelecemos as condições que relacionam entre si os parâmetros destas misturas de modo a que se verifique essa linearidade.

Com o objectivo de comparar diferentes métodos de estimação do modelo de regressão em misturas de distribuições normais bidimensionais, realizamos um estudo de simulação. Nesse estudo, analisamos a qualidade de ajustamento do modelo de regressão aos dados.

Finalmente, propomos a aplicação de um método para estimar uma curva de regressão a partir de um conjunto de observações. Elaboramos ainda um estudo de simulação para avaliar a eficiência da curva de regressão estimada usando esse método.

### 5.3 Regressão em misturas de normais bidimensionais

Consideremos o par aleatório  $(X_1, X_2)$  com função densidade de probabilidade conjunta dada por:

$$f(x_1, x_2) = \sum_{j=1}^g \pi_j \frac{1}{2\pi\sigma_{1j}\sigma_{2j}\sqrt{1-\rho_j^2}} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho_j^2)} \left[ \left( \frac{x_1-\mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 - 2\rho_j \left( \frac{x_1-\mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right) \left( \frac{x_2-\mu_{2j}}{\sigma_{2j}} \right) + \left( \frac{x_2-\mu_{2j}}{\sigma_{2j}} \right)^2 \right] \right\} \quad (5.15)$$

onde  $-\infty < x_1 < +\infty$ ,  $-\infty < x_2 < +\infty$ ,  $g$  é o número de componentes da mistura,  $\pi_j$  são as proporções de mistura ( $0 \leq \pi_j \leq 1$ ,  $\sum_{j=1}^g \pi_j = 1$ ), em que

$$\mu_j^T = [\mu_{1j}, \mu_{2j}] \quad (5.16)$$

é o vector de valores médios da função densidade de probabilidade da  $j$ -ésima componente de mistura e

$$\Sigma_j = \begin{bmatrix} \sigma_{1j}^2 & \rho_j \sigma_{1j} \sigma_{2j} \\ \rho_j \sigma_{1j} \sigma_{2j} & \sigma_{2j}^2 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

é a respectiva matriz de covariância e onde  $\rho_j \in [-1; 1]$  ( $j = 1, \dots, g$ ) é o coeficiente de correlação entre  $X_1$  e  $X_2$  da  $j$ -ésima componente de mistura.

**Definição 5.4** O par aleatório  $(X_1, X_2)$  com função densidade de probabilidade conjunta definida de acordo com a expressão (5.15) designa-se por *mistura finita de  $g$  componentes normais bidimensionais (ou binormais)*.

Uma vez que pretendemos determinar os valores esperados condicionais e as variâncias condicionais nestas misturas, necessitamos de obter as funções densidade de probabilidade condicionais dadas por:

$$f(x_2|x_1) = \frac{f(x_1, x_2)}{f(x_1)} \quad (5.18)$$

em que  $f(x_1)$  é função densidade marginal de  $X_1$  e

$$f(x_1|x_2) = \frac{f(x_1, x_2)}{f(x_2)} \quad (5.19)$$

em que  $f(x_2)$  é função densidade marginal de  $X_2$ .

Como conhecemos a função densidade de probabilidade conjunta,  $f(x_1, x_2)$ , basta-nos obter as funções densidade marginais,  $f(x_1)$  e  $f(x_2)$ . Estas funções podem ser directamente determinadas por integração da função densidade conjunta. Temos:

**Proposição 5.1** Se o par aleatório  $(X_1, X_2)$  é uma mistura de  $g$  componentes normais bidimensionais com função densidade de probabilidade conjunta definida de acordo com a expressão (5.15), então:

*Caso I*

Quando

$$\forall i, j \in \{1, 2, \dots, g\} : i \neq j \wedge (\mu_{1i} \neq \mu_{1j} \vee \sigma_{1i}^2 \neq \sigma_{1j}^2) \quad (5.20)$$

o que significa que não existem componentes da mistura com valores iguais em ambos os parâmetros  $\mu_{1\bullet}$  e  $\sigma_{1\bullet}^2$ , a variável aleatória  $X_1$  é uma mistura de  $g$  componentes normais univariadas, com cada componente  $j$  da mistura de valor médio  $\mu_{1j}$  e variância  $\sigma_{1j}^2$ , ou seja, a função densidade de probabilidade de  $X_1$  é dada por:

$$f(x_1) = \sum_{j=1}^g \pi_j \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{1j}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\} = \sum_{j=1}^g \pi_j f_j(x_1) \quad (5.21)$$

em que

$$f_j(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{1j}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\} \quad (5.22)$$

é a função densidade de  $X_1$  na componente  $j$  da mistura .

*Caso II*

Quando

$$\forall i, j \in \{1, 2, \dots, g\} : i \neq j \wedge \mu_{1i} = \mu_{1j} \wedge \sigma_{1i}^2 = \sigma_{1j}^2 \quad (5.23)$$

o que significa que ambos os parâmetros  $\mu_{1\bullet}$  e  $\sigma_{1\bullet}^2$  são iguais em todas as componentes da

mistura,  $X_1$  é uma variável aleatória gaussiana com parâmetros  $\mu_{1\bullet}$  e  $\sigma_{1\bullet}^2$ , ou seja, a função densidade de probabilidade de  $X_1$  é dada por:

$$f(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{1\bullet}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - \mu_{1\bullet}}{\sigma_{1\bullet}} \right)^2 \right\} \quad (5.24)$$

### Caso III

Quando

$$\exists i \neq j \in \{1, 2, \dots, g\} : \mu_{1i} = \mu_{1j} \wedge \sigma_{1i}^2 = \sigma_{1j}^2 \quad (5.25)$$

o que significa que existem algumas componentes da mistura com valores iguais em ambos os parâmetros  $\mu_{1\bullet}$  e  $\sigma_{1\bullet}^2$ , a variável aleatória  $X_1$  é uma mistura de  $g'$  componentes normais univariadas em que  $g' = g - \#I$  com  $I = \left\{ i \in \{1, 2, \dots, g\} : \forall i, j > i \in \{1, 2, \dots, g\}, \mu_{1i} = \mu_{1j} \wedge \sigma_{1i}^2 = \sigma_{1j}^2 \right\}$ .

$$f(x_1) = \sum_{j=1}^{g'} \pi'_j \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{1j}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\} = \sum_{j=1}^{g'} \pi'_j f_j(x_1) \quad (5.26)$$

em que

$$f_j(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{1j}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\} \quad (5.27)$$

é a função densidade marginal de  $X_1$  na componente  $j$  da mistura .

**Demonstração:** Nesta demonstração consideramos apenas o caso mais geral (o caso I), uma vez que facilmente se provam os outros casos a partir deste.

A densidade marginal de uma das variáveis, por exemplo  $X_1$ , é por definição:

$$f(x_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2) dx_2 \quad (5.28)$$

onde  $f(x_1, x_2)$  é dado na expressão (5.15).

Consideremos  $v = \frac{x_2 - \mu_{2j}}{\sigma_{2j}}$ , atendendo a que  $dx_2 = \sigma_{2j} dv$  e completando o quadrado que figura em expoente na função integranda tem-se:

$$f(x_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{j=1}^g \pi_j \frac{1}{2\pi\sigma_{1j}\sqrt{1-\rho_j^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 - \frac{1}{2(1-\rho_j^2)} \left( v - \rho_j \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\} dv$$

e com  $u = \frac{1}{\sqrt{1-\rho_j^2}} \left( v - \rho_j \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)$  e  $dv = \sqrt{1-\rho_j^2} du$  tem-se:

$$\begin{aligned}
 f(x_1) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{j=1}^g \pi_j \frac{1}{2\pi\sigma_{1j}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 - \frac{1}{2} u^2 \right\} du = \\
 &= \sum_{j=1}^g \pi_j \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{1j}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\} \times \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} u^2 \right\} du}_{1} = \\
 &= \sum_{j=1}^g \pi_j \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{1j}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\} \tag{5.29}
 \end{aligned}$$

Como se pretende mostrar,  $X_1$  é uma mistura de  $g$  componentes normais univariadas com cada componente  $j$  da mistura de valor médio  $\mu_{1j}$  e variância  $\sigma_{1j}^2$ . ■

Cada um dos casos referidos na proposição 5.1 é ilustrado no exemplo seguinte.

**Exemplo 5.2** Consideremos uma mistura de distribuições com função densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = \pi_1 \phi(x; \mu_1, \Sigma_1) + \pi_2 \phi(x; \mu_2, \Sigma_2) + \pi_3 \phi(x; \mu_3, \Sigma_3) \tag{5.30}$$

em que  $x = [x_1, x_2]^T$ ,  $\phi(\cdot; \mu, \Sigma)$  designa a função densidade de probabilidade da variável aleatória normal multivariada de valor médio  $\mu$  e matriz de covariância  $\Sigma$ .

### Caso I

Suponhamos os seguintes valores dos parâmetros das funções densidades componentes da mistura:

$$\begin{aligned}
 \mu_1 &= [0 \ 0]^T & \mu_2 &= [2 \ 2]^T & \mu_3 &= [5 \ 5]^T \\
 \Sigma_1 &= I_2 & \Sigma_2 &= I_2 & \Sigma_3 &= I_2
 \end{aligned}$$

em que  $I_2$  é a matriz identidade de ordem 2, a função densidade de probabilidade da variável  $X_1$  é dada por:

$$f(x_1) = \pi_1 \phi(x_1; 0, 1) + \pi_2 \phi(x_1; 2, 1) + \pi_3 \phi(x_1; 5, 1) \tag{5.31}$$

em que  $\phi(\cdot; \mu, \sigma^2)$  designa a função densidade de probabilidade da variável aleatória normal univariada de valor médio  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , ou seja,  $X_1$  é uma mistura de três componentes normais univariadas.

**Caso II**

Suponhamos os seguintes valores dos parâmetros das funções densidades componentes da mistura:

$$\begin{aligned}\mu_1 &= [0 \ 0]^T & \mu_2 &= [0 \ 2]^T & \mu_3 &= [0 \ 5]^T \\ \Sigma_1 &= I_2 & \Sigma_2 &= I_2 & \Sigma_3 &= I_2\end{aligned}$$

em que  $I_2$  é a matriz identidade de ordem 2, a função densidade de probabilidade da variável  $X_1$  é dada por:

$$f(x_1) = \phi(x_1; 0, 1) \quad (5.32)$$

em que  $\phi(\cdot; \mu, \sigma^2)$  designa a função densidade de probabilidade da variável aleatória normal univariada de valor médio  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , ou seja,  $X_1$  é uma variável aleatória gaussiana.

**Caso III**

Suponhamos os seguintes valores dos parâmetros das funções densidades componentes da mistura:

$$\begin{aligned}\mu_1 &= [0 \ 0]^T & \mu_2 &= [0 \ 2]^T & \mu_3 &= [5 \ 5]^T \\ \Sigma_1 &= I_2 & \Sigma_2 &= I_2 & \Sigma_3 &= I_2\end{aligned}$$

em que  $I_2$  é a matriz identidade de ordem 2, a função densidade de probabilidade da variável  $X_1$  é dada por:

$$f(x_1) = (\pi_1 + \pi_2) \phi(x_1; 0, 1) + \pi_3 \phi(x_1; 5, 1) \quad (5.33)$$

em que  $\phi(\cdot; \mu, \sigma^2)$  designa a função densidade de probabilidade da variável aleatória normal univariada de valor médio  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , ou seja,  $X_1$  é uma mistura de duas componentes normais univariadas.

Analogamente determina-se a função densidade marginal de  $X_2$  e tem-se:

**Proposição 5.2** Se o par aleatório  $(X_1, X_2)$  é uma mistura de  $g$  componentes normais bidimensionais com função densidade de probabilidade conjunta definida de acordo com a expressão (5.15), então:

*Caso I*

Quando

$$\forall i, j \in \{1, 2, \dots, g\} : i \neq j \wedge (\mu_{2i} \neq \mu_{2j} \vee \sigma_{2i}^2 \neq \sigma_{2j}^2) \quad (5.34)$$

o que significa que não existem componentes da mistura com valores iguais em ambos os parâmetros  $\mu_{2\bullet}$  e  $\sigma_{2\bullet}^2$ , a variável aleatória  $X_2$  é uma mistura de  $g$  componentes normais univariadas, com cada componente  $j$  da mistura de valor médio  $\mu_{2j}$  e variância  $\sigma_{2j}^2$ , ou seja,



a função densidade de probabilidade de  $X_2$  é dada por:

$$f(x_2) = \sum_{j=1}^g \pi_j \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{2j}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_2 - \mu_{2j}}{\sigma_{2j}} \right)^2 \right\} = \sum_{j=1}^g \pi_j f_j(x_2) \quad (5.35)$$

em que

$$f_j(x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{2j}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_2 - \mu_{2j}}{\sigma_{2j}} \right)^2 \right\} \quad (5.36)$$

é a função densidade de  $X_2$  na componente  $j$  da mistura .

#### Caso II

Quando

$$\forall i, j \in \{1, 2, \dots, g\} : i \neq j \wedge \mu_{2i} = \mu_{2j} \wedge \sigma_{2i}^2 = \sigma_{2j}^2 \quad (5.37)$$

o que significa que ambos os parâmetros  $\mu_{2\bullet}$  e  $\sigma_{2\bullet}^2$  são iguais em todas as componentes da mistura,  $X_2$  é uma variável aleatória gaussiana com parâmetros  $\mu_{2\bullet}$  e  $\sigma_{2\bullet}^2$ , ou seja, a função densidade de probabilidade de  $X_2$  é dada por:

$$f(x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{2\bullet}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_2 - \mu_{2\bullet}}{\sigma_{2\bullet}} \right)^2 \right\} \quad (5.38)$$

#### Caso III

Quando

$$\exists i \neq j \in \{1, 2, \dots, g\} : \mu_{2i} = \mu_{2j} \wedge \sigma_{2i}^2 = \sigma_{2j}^2 \quad (5.39)$$

o que significa que existem algumas componentes da mistura com valores iguais em ambos os parâmetros  $\mu_{2\bullet}$  e  $\sigma_{2\bullet}^2$ , a variável aleatória  $X_2$  é uma mistura de  $g'$  componentes normais univariadas em que  $g' = g - \#I$  com  $I = \left\{ i \in \{1, 2, \dots, g\} : \forall i, j > i \in \{1, 2, \dots, g\}, \mu_{2i} = \mu_{2j} \wedge \sigma_{2i}^2 = \sigma_{2j}^2 \right\}$ .

$$f(x_2) = \sum_{j=1}^{g'} \pi'_j \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{2j}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_2 - \mu_{2j}}{\sigma_{2j}} \right)^2 \right\} = \sum_{j=1}^{g'} \pi'_j f_j(x_2) \quad (5.40)$$

em que

$$f_j(x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{2j}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_2 - \mu_{2j}}{\sigma_{2j}} \right)^2 \right\} \quad (5.41)$$

é a função densidade marginal de  $X_2$  na componente  $j$  da mistura.

De seguida, na determinação das funções densidade de probabilidade conjunta e dos valores esperados condicionais e variâncias condicionais, iremos considerar apenas o caso mais geral, o Caso I, uma vez que a partir deste se obtém facilmente os resultados para os

outros casos.

Depois de se obter as funções densidade marginais,  $f(x_1)$  e  $f(x_2)$ , e atendendo à expressão (5.18), determina-se a função densidade de  $X_2$  condicional a  $X_1 = x_1$  que é dada por:

$$f(x_2|x_1) = \frac{\sum_{j=1}^g \pi_j \frac{1}{2\pi\sigma_{1j}\sigma_{2j}\sqrt{1-\rho_j^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho_j^2)} \left[ \left( \frac{x_1-\mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 - 2\rho_j \left( \frac{x_1-\mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right) \left( \frac{x_2-\mu_{2j}}{\sigma_{2j}} \right) + \left( \frac{x_2-\mu_{2j}}{\sigma_{2j}} \right)^2 \right] \right\}}{\sum_{j=1}^g \pi_j \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{1j}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_1-\mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\}} \quad (5.42)$$

Analogamente se determina a função densidade de  $X_1$  condicional a  $X_2 = x_2$ .

Uma vez determinadas as funções densidade condicionais, determinam-se os valores esperados condicionais.

**Proposição 5.3** Se o par aleatório  $(X_1, X_2)$  é uma mistura de  $g$  componentes normais bidimensionais com função densidade de probabilidade conjunta dada pela expressão (5.15), o valor esperado de  $X_2$  condicional a  $X_1 = x_1$  é:

$$E(X_2|X_1=x_1) = \sum_{j=1}^g w_j \left( \mu_{2j} + (x_1 - \mu_{1j}) \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_{1j}} \right) \quad (5.43)$$

em que  $w_j = \frac{\pi_j f_j(x_1)}{f(x_1)}$  é a probabilidade condicional de  $x_1$  pertencer à  $j$ -ésima componente de mistura.

**Demonstração:** O valor esperado de  $X_2$  condicional a  $X_1 = x_1$  é por definição:

$$\begin{aligned} E(X_2|X_1=x_1) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x_2 f(x_2|x_1) dx_2 \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x_2 \frac{f(x_1, x_2)}{f(x_1)} dx_2 \end{aligned} \quad (5.44)$$

onde  $f(x_1, x_2)$  é dado na expressão (5.15) e  $f(x_1)$  na expressão (5.21). Como o denominador não depende de  $x_2$  vem:

$$E(X_2|X_1=x_1) = \frac{1}{f(x_1)} \int_{-\infty}^{+\infty} x_2 f(x_1, x_2) dx_2 \quad (5.45)$$

Consideremos  $v = \frac{x_2 - \mu_{2j}}{\sigma_{2j}}$ , atendendo a que  $dx_2 = \sigma_{2j} dv$  e completando o quadrado

que figura em expoente na função integranda tem-se:

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} x_2 f(x_1, x_2) dx_2 &= \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{j=1}^g \pi_j \frac{\sigma_{2j} v + \mu_{2j}}{2\pi\sigma_{1j}\sqrt{1-\rho_j^2}} \times \\
&\times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 - \frac{1}{2(1-\rho_j^2)} \left( v - \rho_j \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\} dv = \\
&= \sum_{j=1}^g \pi_j \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{1j}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\}}_{f_j(x_1)} \times \\
&\times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma_{2j} v + \mu_{2j}}{\sqrt{2\pi}(1-\rho_j^2)} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho_j^2)} \left( v - \rho_j \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\} dv = \\
&= \sum_{j=1}^g \pi_j f_j(x_1) \times \\
&\times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma_{2j} v + \mu_{2j}}{\sqrt{2\pi}(1-\rho_j^2)} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho_j^2)} \left( v - \rho_j \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\} dv = \\
&= \sum_{j=1}^g \pi_j f_j(x_1) \times \\
&\times \left( \underbrace{\sigma_{2j} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{v}{\sqrt{2\pi}(1-\rho_j^2)} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho_j^2)} \left( v - \rho_j \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\} dv}_{\rho_j \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}}} + \right. \\
&\quad \left. + \underbrace{\mu_{2j} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}(1-\rho_j^2)} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho_j^2)} \left( v - \rho_j \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\} dv}_1 \right) = \\
&= \sum_{j=1}^g \pi_j f_j(x_1) \left( \sigma_{2j} \rho_j \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} + \mu_{2j} \right) \tag{5.46}
\end{aligned}$$

Substituindo a expressão (5.46) na expressão (5.45) tem-se:

$$\begin{aligned}
E(X_2|X_1=x_1) &= \frac{1}{f(x_1)} \sum_{j=1}^g \pi_j f_j(x_1) \left( \mu_{2j} + (x_1 - \mu_{1j}) \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_{1j}} \right) \\
&= \sum_{j=1}^g w_j \left( \mu_{2j} + (x_1 - \mu_{1j}) \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_{1j}} \right) \tag{5.47}
\end{aligned}$$

em que  $w_j = \frac{\pi_j f_j(x_1)}{f(x_1)}$ . ■

Do mesmo modo se determina o valor esperado de  $X_1$  condicional a  $X_2 = x_2$ :

**Proposição 5.4** Se o par aleatório  $(X_1, X_2)$  é uma mistura de  $g$  componentes normais bidimensionais com função densidade de probabilidade dada pela expressão (5.15), o valor esperado de  $X_1$  condicional a  $X_2 = x_2$  é:

$$E(X_1|_{X_2=x_2}) = \sum_{j=1}^g w_j \left( \mu_{1j} + (x_2 - \mu_{2j}) \rho_j \frac{\sigma_{1j}}{\sigma_{2j}} \right) \quad (5.48)$$

em que  $w_j = \frac{\pi_j f_j(x_2)}{f(x_2)}$  é a probabilidade condicional de  $x_2$  pertencer à  $j$ -ésima componente de mistura.

Das duas proposições anteriores podemos concluir que, quando o par aleatório  $(X_1, X_2)$  é uma mistura de  $g$  componentes normais bidimensionais, a regressão de uma variável na outra é a média ponderada dos valores esperados da variável resposta condicional aos valores observados da variável explicativa em cada uma das componentes da mistura. Os pesos são as probabilidades condicionais dos valores observados da variável explicativa pertencerem a cada componente da mistura.

**Proposição 5.5** Se o par aleatório  $(X_1, X_2)$  é uma mistura de  $g$  componentes normais bidimensionais com função densidade de probabilidade dada pela expressão (5.15), a variância de  $X_2$  condicional a  $X_1 = x_1$  é:

$$\begin{aligned} V(X_2|_{X_1=x_1}) &= \sum_{j=1}^g w_j \left( (1 - \rho_j^2) \sigma_{2j}^2 + \left( \mu_{2j} + (x_1 - \mu_{1j}) \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right) - \\ &\quad - \left( \sum_{j=1}^g w_j \left( \mu_{2j} + (x_1 - \mu_{1j}) \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_{1j}} \right) \right)^2 \end{aligned} \quad (5.49)$$

$w_j = \frac{\pi_j f_j(x_1)}{f(x_1)}$  é a probabilidade condicional de  $x_1$  pertencer à  $j$ -ésima componente de mistura.

**Demonstração:** Usando o teorema de König (Pestana and Velosa (2002, pág. 326)):

$$V(X_2|_{X_1=x_1}) = E(X_2^2|_{X_1=x_1}) - [E(X_2|_{X_1=x_1})]^2 \quad (5.50)$$

e uma vez que  $E(X_2|_{X_1=x_1})$  já foi determinado, basta-nos determinar  $E(X_2^2|_{X_1=x_1})$ ,

que é por definição:

$$\begin{aligned} E(X_2^2|X_1=x_1) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x_2^2 f(x_2|x_1) dx_2 = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x_2^2 \frac{f(x_1, x_2)}{f(x_1)} dx_2 \end{aligned} \quad (5.51)$$

onde  $f(x_1, x_2)$  é dado na expressão (5.15) e  $f(x_1)$  na expressão (5.21). Como o denominador não depende de  $x_2$  vem:

$$E(X_2^2|X_1=x_1) = \frac{1}{f(x_1)} \int_{-\infty}^{+\infty} x_2^2 f(x_1, x_2) dx_2 \quad (5.52)$$

Consideremos  $v = \frac{x_2 - \mu_{2j}}{\sigma_{2j}}$ , atendendo a que  $dx_2 = \sigma_{2j} dv$  e completando o quadrado que figura em expoente na função integranda tem-se que:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} x_2^2 f(x_1, x_2) dx_2 &= \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{j=1}^g \pi_j \frac{(\sigma_{2j} v + \mu_{2j})^2}{2\pi\sigma_{1j}\sqrt{1-\rho_j^2}} \times \\ &\times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 - \frac{1}{2(1-\rho_j^2)} \left( v - \rho_j \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\} dv = \\ &= \sum_{j=1}^g \pi_j \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{1j}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\}}_{f_j(x_1)} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(\sigma_{2j} v + \mu_{2j})^2}{\sqrt{2\pi}(1-\rho_j^2)} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho_j^2)} \left( v - \rho_j \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\} dv = \\ &= \sum_{j=1}^g \pi_j f_j(x_1) \times \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(\sigma_{2j} v + \mu_{2j})^2}{\sqrt{2\pi}(1-\rho_j^2)} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho_j^2)} \left( v - \rho_j \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\} dv \end{aligned} \quad (5.53)$$

Consideremos agora  $u = \frac{1}{\sqrt{1-\rho_j^2}} \left( v - \rho_j \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)$  e atendendo a que  $dv = \sqrt{1-\rho_j^2} du$

tem-se que:

$$\begin{aligned}
& \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(\sigma_{2j} v + \mu_{2j}^2)^2}{\sqrt{2\pi(1-\rho_j^2)}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho_j^2)} \left( v - \rho_j \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\} dv = \\
& = \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \sigma_{2j} \sqrt{1-\rho_j^2} u + \sigma_{2j} \rho_j \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} + \mu_{2j} \right)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} u^2 \right\} du = \\
& = \sigma_{2j}^2 (1-\rho_j^2) \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} u^2 \exp \left\{ -\frac{1}{2} u^2 \right\} du}_{1} + \\
& + \left( \sigma_{2j} \rho_j \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} + \mu_{2j} \right)^2 \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} u^2 \right\} du}_{1} + \\
& + 2 \left( \sigma_{2j} \sqrt{1-\rho_j^2} \right) \left( \sigma_{2j} \rho_j \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} + \mu_{2j} \right) \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} u \exp \left\{ -\frac{1}{2} u^2 \right\} du}_{0} = \\
& = \sigma_{2j}^2 (1-\rho_j^2) + \left( \sigma_{2j} \rho_j \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} + \mu_{2j} \right)^2 \tag{5.54}
\end{aligned}$$

Substituindo a expressão (5.54) na expressão (5.53) e, por sua vez, esta na expressão (5.52) tem-se:

$$\begin{aligned}
E(X_2^2 | X_1 = x_1) &= \frac{1}{f(x_1)} \sum_{j=1}^g \pi_j f_j(x_1) \left( \sigma_{2j}^2 (1-\rho_j^2) + \left( \mu_{2j} + (x_1 - \mu_{1j}) \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right) \\
&= \sum_{j=1}^g w_j \left( \sigma_{2j}^2 (1-\rho_j^2) + \left( \mu_{2j} + (x_1 - \mu_{1j}) \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right) \tag{5.55}
\end{aligned}$$

em que  $w_j = \frac{\pi_j f_j(x_1)}{f(x_1)}$

Finalmente, substituindo a expressão (5.55) e a expressão (5.43) na expressão (5.50) obtém-se  $V(X_2 | X_1 = x_1)$  dado pela expressão (5.49), como se queria mostrar. ■

Analogamente, se determina a variância condicional de  $X_1$  a  $X_2 = x_2$ :

**Proposição 5.6** Se o par aleatório  $(X_1, X_2)$  é uma mistura de  $g$  componentes normais bi-dimensionais com função densidade de probabilidade dada pela expressão (5.15), a variância

de  $X_1$  condicional a  $X_2 = x_2$  é:

$$V(X_1|_{X_2=x_2}) = \sum_{j=1}^g w_j \left( (1 - \rho_j^2) \sigma_{1j}^2 + \left( \mu_{1j} + (x_2 - \mu_{2j}) \rho_j \frac{\sigma_{1j}}{\sigma_{2j}} \right)^2 \right) - \left( \sum_{j=1}^g w_j \left( \mu_{1j} + (x_2 - \mu_{2j}) \rho_j \frac{\sigma_{1j}}{\sigma_{2j}} \right) \right)^2 \quad (5.56)$$

$w_j = \frac{\pi_j f_j(x_2)}{f(x_2)}$  é a probabilidade condicional de  $x_2$  pertencer à  $j$ -ésima componente de mistura.

Das duas proposições anteriores, pode-se concluir que quando o par aleatório  $(X_1, X_2)$  é uma mistura de  $g$  componentes normais bidimensionais, então a variância condicional não é constante e depende dos valores observados da variável explicativa.

### 5.3.1 Estimação do modelo de regressão em misturas de normais bidimensionais

Com base no estudo analítico que efectuámos dos valores esperados condicionais em misturas de componentes normais bidimensionais, podemos concluir que os parâmetros do modelo de regressão nestas misturas são funções simples dos parâmetros de mistura (proporções de mistura, vectores dos valores médios e matrizes de covariância). Este resultado leva-nos a propor a aplicação de um método para estimar o modelo de regressão nestas misturas. Este método resume-se à estimação dos parâmetros de mistura e à determinação dos parâmetros da equação de regressão a partir das estimativas dos parâmetros de mistura.

Para ilustrar a aplicação deste método, estimamos o modelo de regressão num conjunto de dados simulados de uma mistura de três componentes normais bidimensionais e num conjunto de dados reais proveniente de uma mistura de normais bidimensionais.

Na estimação dos parâmetros de mistura aplicámos o método da máxima verosimilhança recorrendo ao algoritmo EM. Usámos o módulo informático *MCLUST* já descrito no capítulo 3 desta dissertação e a função *EMclust* implementada nesse módulo.

#### Dados Simulados

Começamos por gerar uma amostra de dimensão 100 proveniente de uma população com função densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = 0.4 \phi(x; \mu_1, \Sigma_1) + 0.3 \phi(x; \mu_2, \Sigma_2) + 0.3 \phi(x; \mu_3, \Sigma_3) \quad (5.57)$$

em que  $x = [x_1, x_2]^T$ ,  $\phi(\cdot; \mu, \Sigma)$  designa a função densidade de probabilidade da variável

aleatória normal multivariada de valor médio  $\mu$  e matriz de covariância  $\Sigma$  e com os seguintes parâmetros:

$$\begin{aligned}\mu_1 &= [-1 \ 0]^T & \mu_2 &= [2 \ 2]^T & \mu_3 &= [5 \ 5]^T \\ \Sigma_1 &= \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 1 \end{bmatrix} & \Sigma_2 &= \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 4 \end{bmatrix} & \Sigma_3 &= \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

A amostra foi gerada do seguinte modo. Inicialmente, obtivemos 100 realizações de uma variável aleatória auxiliar, designada por  $Z$ , com distribuição uniforme no intervalo  $(0; 1)$ . Se  $0 \leq z_i \leq 0.4$ , gerávamos uma observação proveniente da primeira componente da mistura, se  $0.4 < z_i \leq 0.7$ , gerávamos uma observação proveniente da segunda componente da mistura e por fim se  $0.7 < z_i \leq 1$ , gerávamos uma observação proveniente da terceira componente da mistura.

De seguida, com base na amostra, estimámos os parâmetros de mistura, ou seja, as proporções de mistura,  $\hat{\pi}_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ), os vectores de valores médios,  $\hat{\mu}_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) e as matrizes de covariância,  $\hat{\Sigma}_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ). Finalmente, substituímos as estimativas destes parâmetros de mistura nas expressões (5.43) e (5.48) para se obterem os modelos de regressão ajustados aos dados.

Na figura 5.3 apresentamos no plano  $x_1Ox_2$  as curvas de regressão estimadas usando o método proposto e as três elipses de contorno correspondentes a cada uma das componentes da mistura. A traço contínuo representa-se a curva de regressão estimada de  $X_2$  em  $X_1$  e a tracejado representa-se a curva de regressão estimada de  $X_1$  em  $X_2$ .

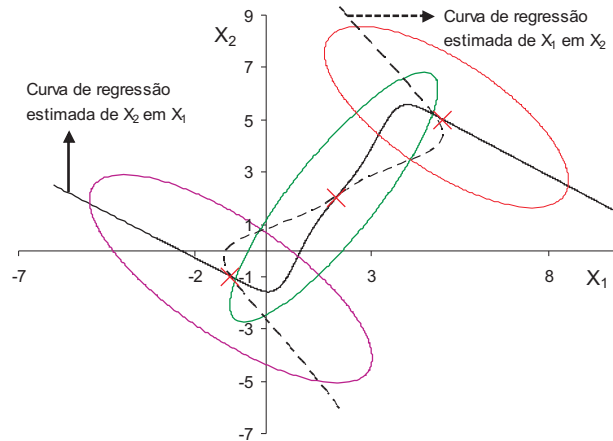


Figura 5.3: Curvas de regressão relativas a uma mistura de três componentes normais (Dados simulados)



### Dados Reais

O conjunto de dados reais usados na aplicação do método proposto, referem-se ao dados apresentados em Chambers et al. (1983) e são relativos a um estudo da concentração de ozono, da velocidade do vento, da quantidade de radiação e da temperatura na área metropolitana de Nova Iorque durante Maio e Setembro de 1973. Na tabela B.1 do apêndice B figuram esses dados.

Estes dados foram já analisados em Müller et al. (1996) que estimaram o modelo de regressão da concentração de ozono na quantidade de radiação usando métodos bayesianos.

Com o objectivo de se estimar o modelo de regressão usando o método proposto, começámos por obter as estimativas dos parâmetros de mistura recorrendo ao módulo informático *MCLUST* e à função *EMclust*. Nos argumentos iniciais desta função, incluímos apenas os valores observados da concentração de ozono e da quantidade de radiação e concluímos que os dados eram provenientes de uma mistura de quatro componentes binormais. De seguida, substituímos as estimativas dos parâmetros de mistura na expressão (5.43) e obtivemos o modelo de regressão ajustado aos dados.

Na figura 5.4 apresentamos a curva de regressão da concentração de ozono na quantidade de radiação estimada usando o método proposto e as quatro elipses de contorno correspondentes a cada uma das componentes da mistura.

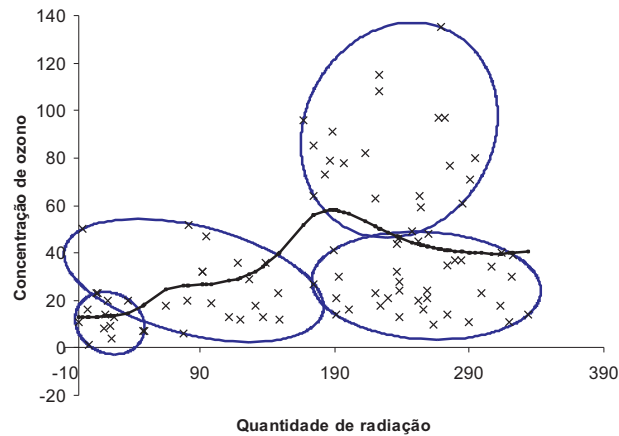


Figura 5.4: Curva de regressão da concentração de ozono na quantidade de radiação (Dados reais)

### 5.3.2 Regressão linear em misturas de normais bidimensionais

Como já referimos neste capítulo, quando o par aleatório  $(X_1, X_2)$  é gaussiano, a regressão de  $X_1$  em  $X_2$  é linear com variância constante, o mesmo acontecendo, como é óbvio, à regressão de  $X_2$  em  $X_1$ .

Contudo, quando o par aleatório  $(X_1, X_2)$  é uma mistura de componentes normais bidimensionais, a regressão de  $X_2$  em  $X_1$  não é sempre linear nem obviamente a regressão de  $X_1$  em  $X_2$ . No entanto, é possível, obter as situações nas quais a regressão de  $X_2$  em  $X_1$  é linear sem obrigatoriamente o ser a regressão de  $X_1$  em  $X_2$ , assim como, obter as situações nas quais a regressão de  $X_1$  em  $X_2$  é linear sem obrigatoriamente o ser a regressão de  $X_2$  em  $X_1$ .

Com o objectivo de caracterizar essas situações, estabelecem-se as condições que relacionam entre si os parâmetros da mistura para que a regressão de  $X_2$  em  $X_1$  seja linear.

**Proposição 5.7** Se o par aleatório  $(X_1, X_2)$  é uma mistura de  $g$  componentes normais bidimensionais com função densidade de probabilidade dada pela expressão (5.15), a regressão de  $X_2$  em  $X_1$  é linear em duas situações:

*Situação I*

Quando

$$\forall i, j \in \{1, 2, \dots, g\} : \mu_{1j} = \mu_{1i} = \mu_x \quad \wedge \quad \sigma_{1j}^2 = \sigma_{1i}^2 = \sigma_x^2 \quad (5.58)$$

o que significa que a função densidade marginal de  $X_1$  é igual em todas as componentes da mistura, ou seja,  $X_1$  é uma variável aleatória gaussiana de parâmetros  $\mu_x$  e  $\sigma_x^2$ ;

*Situação II*

Quando

$$\forall i, j \in \{1, 2, \dots, g\} : \rho_i \frac{\sigma_{2i}}{\sigma_{1i}} = \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_{1j}} \quad \wedge \quad \mu_{2j} = (\mu_{1j} - \mu_{1i}) \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_{1j}} + \mu_{2i} \quad (5.59)$$

o que significa que o declive da recta de regressão de  $X_2$  em  $X_1$  ajustada em cada componente de mistura, designado por  $d_j = \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_{1j}}$ , é igual em todas as componentes e os pontos médios das componentes, definidos por  $(\mu_{1j}, \mu_{2j})$ , encontram-se todos sob a mesma recta com declive igual a  $d_j$ .

**Demonstração:** Esta demonstração é apresentada no Apendice C. ■

Em seguida, caracterizamos as duas situações referidas na Proposição 5.7 nas quais a regressão de  $X_2$  em  $X_1$  é linear.

**Situação I**

Na primeira situação, em que  $X_1$  é uma variável aleatória gaussiana de parâmetros  $\mu_x$  e  $\sigma_x^2$ , tem-se:

$$E(X_2|X_1=x_1) = \sum_{j=1}^g \pi_j \left( \mu_{2j} + (x_1 - \mu_x) \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_x} \right) \quad (5.60)$$

e

$$V(X_2|X_1=x_1) = \sum_{j=1}^g \pi_j \left[ (1 - \rho_j^2) \sigma_{2j}^2 + \left( \mu_{2j} + (x_1 - \mu_x) \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_x} \right)^2 \right] - \left[ \sum_{j=1}^g \pi_j \left( \mu_{2j} + (x_1 - \mu_x) \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_x} \right) \right]^2 \quad (5.61)$$

Embora a regressão de  $X_2$  em  $X_1$  seja linear, a variância de  $X_2$  condicional a  $X_1 = x_1$  depende de  $x_1$ .

Um exemplo pode ser apresentado para ilustrar esta situação.

**Exemplo 5.3** Consideremos uma amostra proveniente de uma mistura de distribuições com função densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = 0.5 \phi(x; \mu_1, \Sigma_1) + 0.5 \phi(x; \mu_2, \Sigma_2) \quad (5.62)$$

em que  $x = [x_1, x_2]^T$ ,  $\phi(\cdot; \mu, \Sigma)$  designa a função densidade de probabilidade da normal multivariada de valor médio  $\mu$  e matriz de covariância  $\Sigma$  e com os seguintes parâmetros:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= [0 \ 0]^T & \mu_2 &= [0 \ 5]^T \\ \Sigma_1 &= \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 1 \end{bmatrix} & \Sigma_2 &= \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 4 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Na figura 5.5 apresentam-se no plano  $x_1 O x_2$  as curvas de regressão estimadas usando o método proposto na secção 5.3.1 deste capítulo e as duas elipses de contorno correspondentes a cada uma das componentes da mistura. A traço contínuo representa-se a recta de regressão de  $X_2$  em  $X_1$  e a tracejado representa-se a curva de regressão de  $X_1$  em  $X_2$ .

Como se pode facilmente observar, embora a regressão de  $X_2$  em  $X_1$  seja linear, este modelo de regressão ajusta-se pior aos dados do que o modelo de regressão de  $X_1$  em  $X_2$ .

**Situação II**

Na segunda situação, em que o declive da recta de regressão de  $X_2$  em  $X_1$  ajustada aos

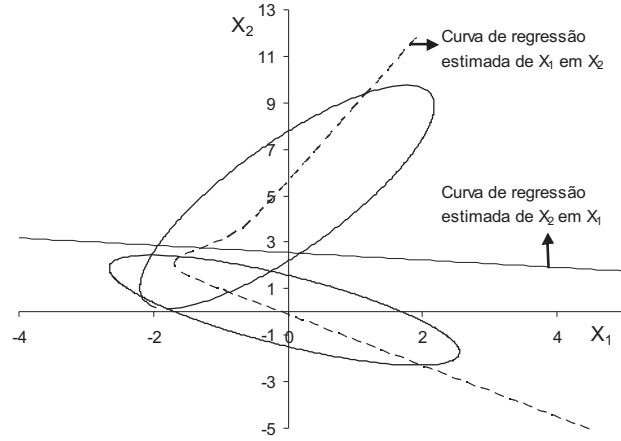


Figura 5.5: Curvas de regressão numa mistura de duas componentes binormais: a regressão de  $X_2$  em  $X_1$  é linear. (Situação I)

dados em cada componente de mistura, designado por  $d_j$ , é igual em todas as componentes e os pontos médios das componentes,  $(\mu_{1j}, \mu_{2j})$ , encontram-se todos sob a mesma recta com declive igual a  $d_j$ , tem-se:

$$E(X_2|X_1=x_1) = (x_1 - \mu_{1j}) \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_{1j}} + \mu_{2j} \quad (5.63)$$

$$V(X_2|X_1=x_1) = \sum_{j=1}^g w_j (1 - \rho_j^2) \sigma_{2j}^2 \quad (5.64)$$

em que  $w_j = \frac{\pi_j f_j(x_1)}{f(x_1)}$ .

De modo análogo à situação anterior, a regressão de  $X_2$  em  $X_1$  é linear mas a variância de  $X_2$  condicional a  $X_1 = x_1$  depende de  $x_1$ .

Um exemplo pode ser apresentado para ilustrar esta segunda situação.

**Exemplo 5.4** Consideremos uma amostra proveniente de uma população com função densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = 0.5 \phi(x; \mu_1, \Sigma_1) + 0.5 \phi(x; \mu_2, \Sigma_2) \quad (5.65)$$

em que  $x = [x_1, x_2]^T$ ,  $\phi(\cdot; \mu, \Sigma)$  designa a função densidade de probabilidade da normal multivariada de valor médio  $\mu$  e matriz de covariância  $\Sigma$  e com os seguintes parâmetros:

$$\mu_1 = [0 \ 0]^T \quad \mu_2 = [4 \ -2\sqrt{2}]^T$$

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad \Sigma_2 = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 1 \end{bmatrix}.$$

Na figura 5.6 apresentam-se no plano  $x_1Ox_2$  as curvas de regressão estimadas usando o método proposto na secção 5.3.1 deste capítulo e as duas elipses de contorno correspondentes a cada uma das componentes da mistura. A traço contínuo representa-se a recta de regressão de  $X_2$  em  $X_1$  e a tracejado representa-se a curva de regressão de  $X_1$  em  $X_2$ .

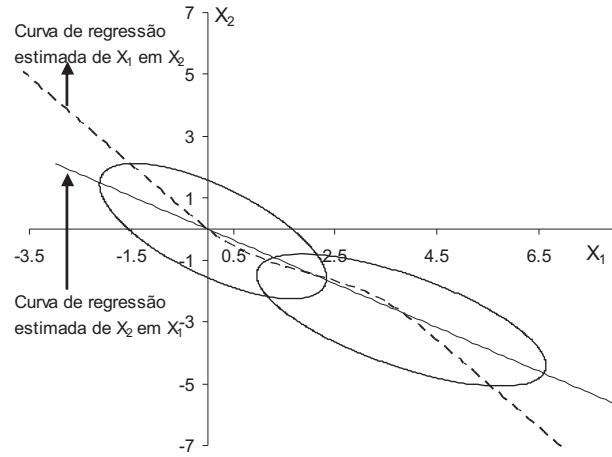


Figura 5.6: Curvas de regressão numa mistura de duas componentes binormais: a regressão de  $X_2$  em  $X_1$  é linear (Situação II)

Analogamente se estabelecem as condições que relacionam entre si os parâmetros de mistura para que a regressão de  $X_1$  em  $X_2$  seja linear, quando  $(X_1, X_2)$  é uma mistura de componentes binormais.

**Proposição 5.8** Se  $(X_1, X_2)$  é uma mistura de  $g$  componentes normais bidimensionais com função densidade de probabilidade dada pela expressão (5.15), a regressão de  $X_1$  em  $X_2$  é linear em duas situações:

*Situação I*

Quando

$$\forall i, j \in \{1, 2, \dots, g\} : \mu_{2j} = \mu_{2i} = \mu_x \quad \wedge \quad \sigma_{2j}^2 = \sigma_{2i}^2 = \sigma_x^2 \quad (5.66)$$

o que significa que a função densidade marginal de  $X_2$  é igual em todas as componentes da mistura, ou seja,  $X_2$  é uma variável aleatória gaussiana de parâmetros  $\mu_x$  e  $\sigma_x^2$

*Situação II*

Quando

$$\forall i, j \in \{1, 2, \dots, g\} : \rho_i \frac{\sigma_{1i}}{\sigma_{2i}} = \rho_j \frac{\sigma_{1j}}{\sigma_{2j}} \wedge \mu_{1j} = (\mu_{2j} - \mu_{2i}) \rho_j \frac{\sigma_{1j}}{\sigma_{2j}} + \mu_{1i} \quad (5.67)$$

o que significa que o declive da recta de regressão de  $X_1$  em  $X_2$  ajustada aos dados em cada componente de mistura, designado por  $d_j = \rho_j \frac{\sigma_{1j}}{\sigma_{2j}}$ , é igual em todas as componentes de mistura e os pontos médios das componentes, definidos por  $(\mu_{1j}, \mu_{2j})$ , encontram-se todos sob a mesma recta com declive igual a  $d_j$ .

Das duas proposições anteriores, podemos concluir que,

**Proposição 5.9** Se o par aleatório  $(X_1, X_2)$  é uma mistura de  $g$  componentes normais bi-dimensionais com função densidade de probabilidade dada pela expressão (5.15), a regressão de  $X_1$  em  $X_2$  e a regressão de  $X_2$  em  $X_1$  são lineares em quatro situações:

*Situação I*

Quando

$$\forall i, j \in \{1, 2, \dots, g\} : \mu_{2j} = \mu_{2i} \wedge \sigma_{2j}^2 = \sigma_{2i}^2 \wedge \mu_{1j} = \mu_{1i} \wedge \sigma_{1j}^2 = \sigma_{1i}^2 \quad (5.68)$$

*Situação II*

Quando

$$\forall i, j \in \{1, 2, \dots, g\} : \mu_{2j} = \mu_{2i} \wedge \sigma_{2j}^2 = \sigma_{2i}^2 \wedge \mu_{1j} = \mu_{1i} \wedge \rho_j \sigma_{1i} = \rho_i \sigma_{1j} \quad (5.69)$$

*Situação III*

Quando

$$\forall i, j \in \{1, 2, \dots, g\} : \mu_{1j} = \mu_{1i} \wedge \sigma_{1j}^2 = \sigma_{1i}^2 \wedge \mu_{2j} = \mu_{2i} \wedge \rho_i \sigma_{2j} = \rho_j \sigma_{2i} \quad (5.70)$$

*Situação IV*

Quando

$$\forall i, j \in \{1, 2, \dots, g\} : \rho_j = \pm 1 \quad (5.71)$$

**Demonstração:** Estas condições resultam directamente da conjunção das condições das proposições 5.7 e 5.8. ■

A situação IV, na qual o coeficiente de correlação entre as variáveis é igual a 1 (um) em valor absoluto, é uma situação rara em dados reais.

Um exemplo simples ilustrativo de cada uma das outras situações pode ser apresentado.

**Exemplo 5.5** Suponhamos uma mistura de distribuições com função densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = 0.5 \phi(x; \mu_1, \Sigma_1) + 0.5 \phi(x; \mu_2, \Sigma_2) \quad (5.72)$$

em que  $x = [x_1, x_2]$  e  $\phi(\cdot; \mu, \Sigma)$  designa a função densidade de probabilidade da normal multivariada de valor médio  $\mu$  e matriz de covariância  $\Sigma$ .

### Situação I

Consideremos uma amostra proveniente dessa mistura com os seguintes parâmetros:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= [3 \ 3]^T & \mu_2 &= [3 \ 3]^T \\ \Sigma_1 &= \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 1 \end{bmatrix} & \Sigma_2 &= \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Na figura 5.7 apresentam-se no plano  $x_1 O x_2$  as rectas de regressão estimadas usando o método proposto na secção 5.3.1 deste capítulo e as duas elipses de contorno correspondentes a cada uma das componentes da mistura. A traço contínuo representa-se a recta de regressão de  $X_2$  em  $X_1$  e a tracejado representa-se a recta de regressão de  $X_1$  em  $X_2$ .

### Situação II

Consideremos agora uma amostra proveniente dessa mistura com os seguintes parâmetros:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= [3 \ 3]^T & \mu_2 &= [3 \ 3]^T \\ \Sigma_1 &= \begin{bmatrix} 3 & -\frac{\sqrt{6}}{2} \\ -\frac{\sqrt{6}}{2} & 1 \end{bmatrix} & \Sigma_2 &= \begin{bmatrix} 2 & -\frac{\sqrt{6}}{3} \\ -\frac{\sqrt{6}}{3} & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Na figura 5.8 apresentam-se no plano  $x_1 O x_2$  as rectas de regressão estimadas usando o método proposto na secção 5.3.1 deste capítulo e as duas elipses de contorno correspondentes a cada uma das componentes da mistura. A traço contínuo representa-se a recta de regressão de  $X_2$  em  $X_1$  e a tracejado representa-se a recta de regressão de  $X_1$  em  $X_2$ .

### Situação III

Por último, consideremos uma amostra proveniente dessa mistura com os seguintes parâmetros:

$$\mu_1 = [0 \ 2]^T$$

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sqrt{6}}{2} \\ \frac{\sqrt{6}}{2} & 3 \end{bmatrix}$$

$$\mu_2 = [0 \ 2]^T$$

$$\Sigma_2 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sqrt{6}}{3} \\ \frac{\sqrt{6}}{3} & 2 \end{bmatrix}$$

Na figura 5.9 apresentam-se no plano  $x_1Ox_2$  as rectas de regressão estimadas usando o método proposto na secção 5.3.1 e as duas elipses de contorno correspondentes a cada uma das componentes da mistura. A traço contínuo representa-se a recta de regressão de  $X_2$  em  $X_1$  e a tracejado representa-se a recta de regressão de  $X_1$  em  $X_2$ .

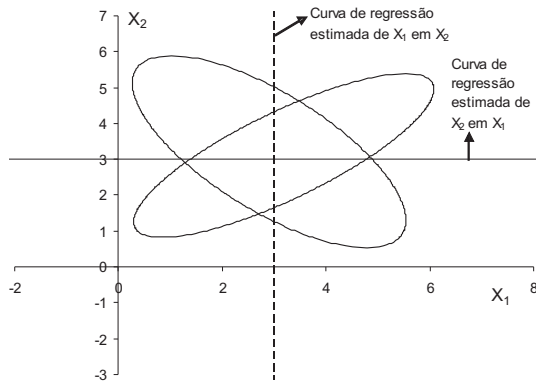


Figura 5.7: Curvas de regressão numa mistura de duas componentes binormais: a regressão de  $X_2$  em  $X_1$  e a regressão de  $X_1$  em  $X_2$  são lineares (Situação I)

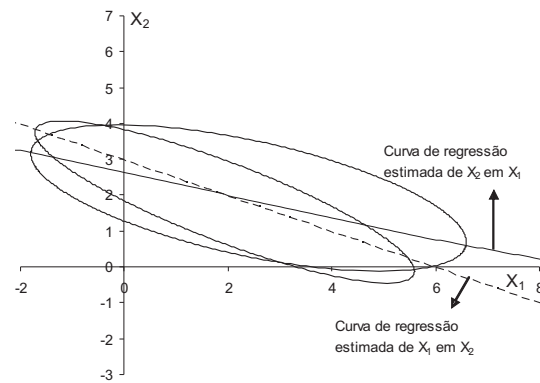


Figura 5.8: Curvas de regressão numa mistura de duas componentes binormais: a regressão de  $X_2$  em  $X_1$  e a regressão de  $X_1$  em  $X_2$  são lineares (Situação II)

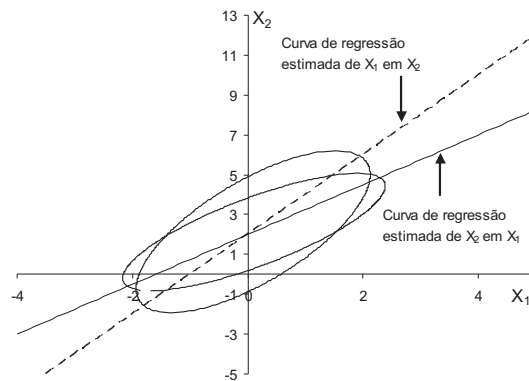


Figura 5.9: Curvas de regressão numa mistura de duas componentes binormais: a regressão de  $X_2$  em  $X_1$  e a regressão de  $X_1$  em  $X_2$  são lineares (Situação III)



## 5.4 Estudo de simulação

Em seguida, apresentamos um estudo de simulação que tem como objectivo comparar diferentes métodos de estimação da curva de regressão em misturas de componentes normais bidimensionais.

Neste estudo, comparamos a qualidade de ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 deste capítulo, com a qualidade de ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto em Calot (1969) e Grais (1982) que será descrito na secção seguinte. Por outro lado e uma vez que em misturas de componentes normais, é possível ajustar um modelo linear a cada uma das componentes, compara-se também a qualidade desse ajustamento com a qualidade de ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 deste capítulo.

### 5.4.1 Descrição do estudo

Neste estudo, estimamos a curva de regressão em misturas de duas e três componentes normais bidimensionais.

#### *Dimensão das amostras ( $n$ )*

Gerámos amostras de dimensão  $n = 100$  e  $n = 500$  provenientes de uma mistura de componentes binormais.

#### *Número de amostras*

Para cada dimensão de amostra e para cada conjunto de valores dos parâmetros de mistura, gerámos 200 amostras.

#### *Geração dos dados*

As amostras foram geradas do seguinte modo: seja  $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_j$ , a proporção de mistura da primeira, da segunda, ..., da  $j$ -ésima componente de mistura, respectivamente, e  $n$  a dimensão da amostra. Inicialmente, obtivemos  $n$  realizações de uma variável aleatória auxiliar, designada por  $Z$ , com distribuição uniforme no intervalo  $(0; 1)$ . Se  $0 \leq z_i \leq \pi_1$ , gerávamos uma observação proveniente da primeira componente da mistura, se  $\pi_1 < z_i \leq (\pi_1 + \pi_2)$ , gerávamos uma observação proveniente da segunda componente da mistura e assim sucessivamente.

#### *Método de estimação proposto na secção 5.3.1 deste capítulo*

Para cada uma das amostras geradas e recorrendo ao módulo informático *MCLUST* e à função *EMclust*, estimámos os parâmetros de mistura. Nos argumentos iniciais daquela

função incluímos os dados e o número máximo de componentes de mistura a considerar, uma vez que conhecíamos esse valor (esse valor seria dois ou três nas amostras geradas). As estimativas dos parâmetros de mistura foram substituídas na expressão (5.43) do valor esperado condicional para se obter a curva de regressão estimada. No final, calculámos a soma dos quadrados dos resíduos da curva de regressão estimada.

*Estimação de um modelo linear a cada componente de mistura*

Quando se aplica a função *EMclust* aos dados, estima-se a que componente de mistura pertence cada observação, tornando-se possível identificar as observações de cada componente de mistura.

Para cada uma das amostras geradas, ajustámos um modelo linear a cada uma das componentes de mistura e calculámos a soma dos quadrados dos resíduos do modelo linear ajustado a cada componente de mistura. No final, adicionámos esses valores de todas as componentes de mistura, para se obter a soma total do quadrados dos resíduos.

*Método de estimação proposto em Calot (1969) e Grais (1982)*

Para cada uma das amostras geradas também se estimou a curva de regressão aplicando o método proposto em Calot (1969) e Grais (1982).

Este método baseia-se na divisão dos dados em classes. Inicialmente, os dados são ordenados segundo os valores observados da variável explicativa e divididos num número  $c$  de classes de igual amplitude. A amplitude de cada classe é igual ao quociente entre a diferença entre o valor máximo observado e o valor mínimo observado da variável explicativa e o número de classes subtraído de uma unidade, ou seja:

$$\text{amplitude} = \frac{\text{Max}(x_1) - \text{Min}(x_1)}{c - 1} \quad (5.73)$$

em que  $\text{Max}(x_1)$  e  $\text{Min}(x_1)$  são, respectivamente, o valor máximo observado e o valor mínimo observado da variável explicativa.

O valor mínimo observado da variável explicativa corresponde ao centro da primeira classe, o valor máximo observado da variável explicativa corresponde ao centro da última classe e os pontos médios de cada classe passam a representar os valores observados da variável explicativa da classe.

De seguida, determinam-se os valores médios da variável resposta condicionais a cada classe e a curva de regressão é obtida unindo os pontos de coordenadas definidas pelo ponto médio de cada classe e o respectivo valor médio da variável resposta. As classes com zero observações não foram consideradas na determinação da curva de regressão.

Na construção das classes, o número mínimo e máximo de classes dependeram da dimensão das amostras. Na tabela 5.2 representa-se o número de classes  $c$  que foi considerado em cada dimensão de amostra  $n$ .

$n$	$c$														
100	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15			
500	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20	25	30	40	50	60 70

Tabela 5.2: Número de classes construídas para cada dimensão da amostra

Na escolha de vários valores para o número de classes  $c$  teve-se como objectivo estudar a qualidade de ajustamento da curva de regressão quando se varia o número de classes. Os valores de  $c$  considerados foram determinados de modo que o número médio de elementos de cada classe fosse superior a cinco. Teve-se o cuidado de usar o número de classes calculado quando se aplica a regra de Sturges (ver, por exemplo, Pestana and Velosa (2002, p. 83)) :

$$c \approx I(\log_2 n) + 1 \quad (5.74)$$

em que  $I(x)$  define o maior inteiro não superior a  $x$ . Se aplicar esta regra, para  $n = 100$  toma-se  $c = 7$  e para  $n = 500$  toma-se  $c = 9$ .

Para cada uma das amostras geradas e para cada número de classes  $c$ , determinámos a respectiva soma dos quadrados dos resíduos da curva de regressão estimada.

#### *Comparar a qualidade de ajustamento do modelo*

A partir de 100 amostras de dimensão  $n$  geradas, determinámos a percentagem de vezes que a soma dos quadrados dos resíduos da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1, era superior à soma dos quadrados dos resíduos da curva de regressão estimada usando o método proposto em Calot (1969) e Grais (1982). Calculámos ainda a percentagem de vezes que a soma dos quadrados dos resíduos da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1, era superior à soma dos quadrados dos resíduos quando se ajustava um modelo linear a cada uma das componentes de mistura.

Resumidamente, o estudo de simulação consiste nos seguintes passos:

1. Gerar uma amostra de dimensão  $n$ .
2. Estimar a curva de regressão usando o método proposto na secção 5.3.1 deste capítulo e o método proposto em Calot (1969) e Grais (1982).
3. Ajustar um modelo linear a cada uma das componentes de mistura.
3. Calcular a soma dos quadrados dos resíduos (SQR) dos modelos de regressão esti-

mados nos dois passos anteriores.

4. Repetir os passos anteriores 100 vezes. Determinar a percentagem de vezes que a soma dos quadrados dos resíduos (SQR) da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1, era superior à soma dos quadrados dos resíduos (SQR) da curva de regressão estimada usando o método proposto em Calot (1969) e Grais (1982). Determinar também a percentagem de vezes que a soma dos quadrados dos resíduos (SQR) da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1, era superior à soma dos quadrados dos resíduos (SQR) quando se ajustava um modelo linear a cada uma das componentes de mistura.

#### 5.4.2 Misturas de duas componentes normais bidimensionais: resultados

Começamos por estimar a curva de regressão em amostras provenientes de uma mistura de duas componentes com função densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = (1 - \pi) \phi(x; \mu_1, \Sigma_1) + \pi \phi(x; \mu_2, \Sigma_2) \quad (5.75)$$

em que  $x = [x_1, x_2]^T$ ,  $\phi(\cdot; \mu, \Sigma)$  designa a função densidade de probabilidade da normal bivariada com valor médio  $\mu$  e matriz de covariância  $\Sigma$  e  $\pi \in [0; 1]$  é a proporção de mistura.

Escolhemos  $\mu_1 = [0 \ 0]^T$ ,  $\Sigma_1 = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 1 \end{bmatrix}$  e variámos os parâmetros da função densidade da segunda componente de mistura de acordo com as situações apresentadas na tabela 5.3. Variámos a proporção de mistura gradualmente de uma décima entre 0.1 e 0.9.

Situação	$\mu_2^T$	$\Sigma_2$
1	[ 1 1 ]	$\begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 4 \end{bmatrix}$
2	[ 5 5 ]	$\begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 4 \end{bmatrix}$
3	[ 5 10 ]	$\begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 4 \end{bmatrix}$
4	[ 1 1 ]	$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 4 \end{bmatrix}$
5	[ 5 5 ]	$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 4 \end{bmatrix}$
6	[ 5 10 ]	$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 4 \end{bmatrix}$

Tabela 5.3: Parâmetros da função densidade da segunda componente da mistura

Na escolha dos valores dos parâmetros da função densidade da segunda componente de mistura teve-se como objectivo analisar situações extremas: as duas componentes de mistura estão próximas (situação 1 e 4) e vão afastando-se (situação 2 e 5 e depois situação 3 e 6). Além disso, as rectas de regressão ajustadas a cada componente são perpendiculares (situação 1, 2 e 3) e paralelas entre si (situação 4, 5 e 6).

As várias situações são ilustradas na figura 5.10 onde se representam as duas elipses de contorno correspondentes a cada uma das componentes da mistura de uma amostra de cada situação em que  $n = 100$  e  $\pi = 0.5$ .

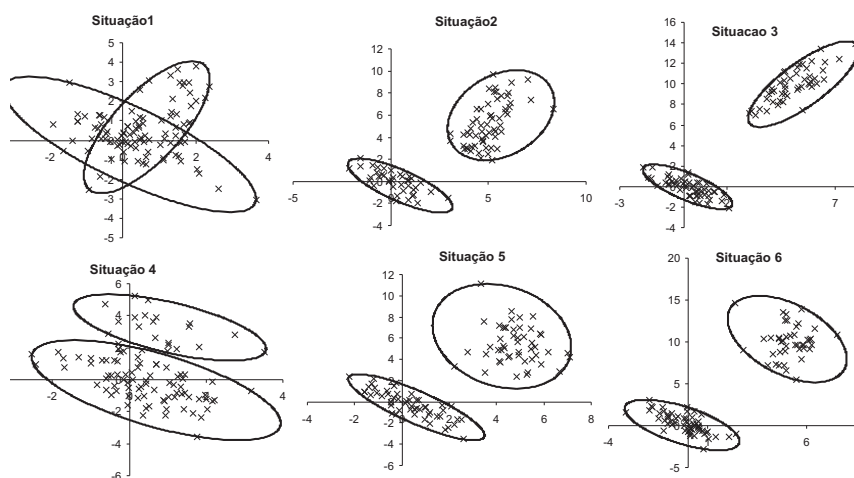


Figura 5.10: Mistura de duas componentes normais bidimensionais

Nas tabelas 5.4 e 5.5 figuram as percentagens de vezes que a soma dos quadrados dos resíduos da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 era superior à soma dos quadrados dos resíduos da curva de regressão estimada usando o método proposto em Calot (1969) e Grais (1982), para cada número de classes  $c$  considerado no estudo de simulação. A última coluna destas tabelas representa a percentagem de vezes que a soma dos quadrados dos resíduos da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 deste capítulo era superior à soma dos quadrados dos resíduos quando se ajustava um modelo linear a cada uma das componentes de mistura.

Os resultados da tabela 5.4 mostram que, em geral, o ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 deste capítulo é melhor do que o ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto por Calot (1969) e Grais (1982). As excepções surgem nas duas situações em que as componentes de mistura estão mais próximas (situação 1 e 4). Estas excepções acontecem porque torna-se difícil identificar as várias componentes de mistura quando se aplica o algoritmo EM em misturas

de distribuições com componentes pouco separadas.

Um aspecto a realçar destes resultados é que, quando se aplica a regra de Sturges e se considera  $c = 7$ , o ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 deste capítulo é melhor do que o ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto em Calot (1969) e Grais (1982).

Como seria de esperar, na estimação da curva de regressão usando o método proposto em Calot (1969) e Grais (1982), à medida que o número de classes  $c$  aumenta, a qualidade do ajustamento da curva de regressão vai melhorando.

No entanto, os resultados evidenciam claramente que quando se ajusta um modelo linear a cada componente da mistura, se obtém um melhor ajustamento aos dados.

Em amostras de maior dimensão ( $n = 500$ ), os resultados expostos na tabela 5.5 mostram que, apenas quando o número de classes  $c$  é menor que 14, o ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 deste capítulo é, em geral, melhor do que o ajustamento da curva estimada usando o método proposto em Calot (1969) e Grais (1982). Este resultado é explicado pelo facto do aumento do número de classes melhorar o ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto em Calot (1969) e Grais (1982).

De modo análogo, realça-se que quando se aplica a regra de Sturges e se considera  $c = 9$ , o ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 deste capítulo é melhor do que o ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto em Calot (1969) e Grais (1982).

Nas duas situações em que as componentes de mistura estão mais próximas (situação 1 e 4), foram obtidos resultados análogos aos observados em amostras de dimensão 100: o ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 deste capítulo é pior.

Os resultados também evidenciam claramente que quando se ajusta um modelo linear a cada componente da mistura, se obtém um melhor ajustamento aos dados.

Em ambas as dimensões das amostras ( $n = 100$  e  $n = 500$ ), não se observam diferenças significativas nos resultados quando as rectas de regressão ajustadas a cada componente são perpendiculares (situação 1,2,3) ou paralelas entre si (situação 4,5,6).

$n = 100$														
Sit.	$\pi$	$c$												
		4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
1	0.1	0	1	3	7	8	14	18	21	26	28	29	41	100
	0.2	2	3	7	10	15	21	28	36	38	48	45	48	100
	0.3	6	5	16	26	30	34	45	47	45	52	58	57	100
	0.4	3	8	8	19	31	32	39	45	54	58	57	61	100
	0.5	7	13	24	29	37	42	45	55	55	62	67	68	100
	0.6	5	10	18	26	35	43	39	52	62	57	57	63	100
	0.7	2	12	23	30	38	51	46	58	63	66	68	72	97
	0.8	4	7	12	17	29	35	36	46	54	56	63	61	100
	0.9	1	5	9	11	17	23	33	37	35	47	55	56	98
2	0.1	0	2	3	7	9	11	13	16	17	16	17	19	67
	0.2	0	4	5	10	11	19	18	23	28	27	28	30	71
	0.3	0	3	5	7	11	18	22	32	29	37	35	37	61
	0.4	0	2	5	6	11	19	20	24	29	33	37	36	63
	0.5	0	1	3	4	10	15	21	21	29	33	32	40	70
	0.6	0	1	2	5	7	18	21	24	34	34	38	42	74
	0.7	0	0	1	6	8	11	16	23	23	27	30	39	63
	0.8	0	0	1	4	8	11	14	15	17	27	31	34	68
	0.9	1	1	4	1	7	10	11	18	17	21	25	28	67
3	0.1	0	4	3	11	8	10	11	12	13	9	15	12	74
	0.2	0	4	3	9	8	11	15	13	13	14	19	15	72
	0.3	0	1	1	7	9	10	15	18	15	23	23	24	80
	0.4	1	2	6	6	10	11	17	15	18	15	23	21	79
	0.5	0	2	5	4	12	24	22	26	32	29	33	34	80
	0.6	2	1	9	8	14	19	25	22	24	28	24	30	85
	0.7	0	0	5	4	10	12	16	18	18	22	22	29	77
	0.8	1	5	8	10	11	13	21	20	18	25	27	31	81
	0.9	2	3	5	5	4	9	8	11	12	14	18	17	82
4	0.1	4	4	8	9	17	23	27	30	31	41	47	45	98
	0.2	1	2	5	12	17	24	32	40	49	49	58	58	100
	0.3	1	5	12	15	20	23	38	40	40	53	61	56	100
	0.4	0	3	7	12	24	33	35	48	57	59	64	71	100
	0.5	5	3	4	18	25	28	37	46	49	55	57	60	99
	0.6	3	7	12	17	30	29	40	51	48	53	58	62	100
	0.7	3	8	13	22	35	36	48	57	63	64	69	68	99
	0.8	2	4	10	19	26	35	47	60	59	62	73	76	100
	0.9	5	8	15	23	25	32	39	48	55	59	57	67	99
5	0.1	0	2	2	2	5	6	6	7	5	8	7	7	72
	0.2	0	2	4	6	12	15	16	21	16	18	18	21	86
	0.3	0	2	7	5	10	13	20	17	26	25	23	24	85
	0.4	1	1	5	4	10	14	18	25	21	33	34	31	88
	0.5	1	2	3	8	8	15	19	20	24	28	29	35	90
	0.6	0	0	3	6	9	11	18	20	25	25	38	33	85
	0.7	0	0	4	13	17	23	21	25	31	31	44	40	87
	0.8	1	2	6	10	8	20	20	20	23	25	25	29	84
	0.9	0	2	2	3	4	4	5	10	13	11	11	16	77
6	0.1	0	3	1	6	3	7	3	6	3	7	4	8	82
	0.2	1	2	5	7	11	13	11	18	14	20	15	18	81
	0.3	0	4	4	9	10	15	13	18	16	20	23	21	82
	0.4	0	0	7	4	15	18	18	25	29	29	34	33	91
	0.5	1	1	5	5	8	11	12	16	15	20	18	15	92
	0.6	1	2	6	8	13	14	15	20	26	23	24	29	89
	0.7	0	2	1	7	9	12	19	16	21	26	24	28	89
	0.8	0	3	5	11	9	10	15	17	20	13	18	18	81
	0.9	1	3	3	6	6	6	9	8	8	9	14	10	83

Tabela 5.4: Percentagem de vezes que a SQR da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 é superior em misturas de 2 componentes binormais ( $n = 100$ )

		$n = 500$															
		$c$															
Sit.	$\pi$	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20	25	30	40	50	60	70
1	0.1	4	6	16	19	25	29	40	44	55	62	70	71	79	86	91	88
	0.2	8	11	20	26	36	48	60	56	62	69	68	77	85	89	93	93
	0.3	5	12	21	36	42	56	74	71	79	82	90	95	94	97	97	96
	0.4	7	13	20	35	46	61	73	81	84	89	95	99	96	100	100	99
	0.5	2	16	24	28	45	59	71	73	88	89	93	93	96	98	98	99
	0.6	4	13	21	28	35	50	67	78	80	88	90	97	97	97	98	99
	0.7	4	11	23	35	40	61	73	78	81	89	93	97	100	99	100	99
	0.8	7	13	21	36	49	61	67	75	76	83	89	93	95	96	97	99
	0.9	11	16	26	43	47	58	65	72	74	77	87	94	98	97	99	100
2	0.1	0	2	6	13	22	42	65	77	78	80	87	91	94	94	96	97
	0.2	0	2	2	10	15	30	48	65	81	84	92	94	99	100	100	100
	0.3	0	1	2	12	13	24	45	65	75	82	91	93	100	99	99	100
	0.4	0	1	2	6	8	23	44	60	73	79	88	93	95	99	99	100
	0.5	0	0	3	1	12	19	42	52	66	79	88	93	97	99	99	99
	0.6	0	0	1	5	10	27	41	62	72	77	90	95	98	99	99	100
	0.7	0	0	0	4	5	12	23	43	64	77	88	94	97	99	100	100
	0.8	0	0	1	3	6	15	39	51	61	66	92	95	96	98	98	99
	0.9	0	0	0	3	10	25	46	62	70	78	87	95	98	100	100	100
3	0.1	1	3	4	14	17	28	49	52	64	67	74	81	82	86	87	90
	0.2	0	5	1	11	13	31	48	58	69	73	79	85	90	95	94	94
	0.3	0	4	2	8	12	27	39	55	70	80	90	98	99	100	100	100
	0.4	1	0	2	5	9	19	37	52	63	69	89	97	99	99	100	100
	0.5	0	0	2	3	8	20	33	50	69	75	87	92	96	97	97	100
	0.6	0	0	2	1	6	15	34	53	65	74	88	93	98	99	99	99
	0.7	0	0	1	3	8	19	30	44	65	74	84	92	97	99	100	100
	0.8	0	0	0	5	4	19	33	52	60	69	82	92	96	98	98	99
	0.9	0	1	3	6	7	26	40	51	56	61	77	84	91	99	99	100
4	0.1	10	17	22	33	39	57	63	73	84	85	90	92	99	99	100	100
	0.2	4	3	13	25	25	45	59	63	74	76	83	90	96	97	98	99
	0.3	6	13	20	26	37	53	67	77	82	87	95	96	100	99	100	100
	0.4	11	19	26	35	38	49	61	72	77	86	88	93	97	98	100	100
	0.5	11	11	16	32	30	55	61	70	77	82	90	93	97	100	99	100
	0.6	11	15	26	32	46	50	58	69	72	81	92	96	99	99	100	100
	0.7	10	16	24	33	44	55	69	78	85	90	98	100	100	100	100	100
	0.8	12	19	29	32	39	61	74	82	90	91	97	99	100	100	100	100
	0.9	9	10	19	30	35	49	67	78	88	89	95	99	99	100	100	100
5	0.1	0	4	2	9	17	33	48	57	62	68	78	81	83	82	88	93
	0.2	0	2	3	5	9	17	34	56	63	77	83	93	96	99	100	99
	0.3	0	0	4	4	15	24	44	62	71	83	93	97	98	99	100	100
	0.4	2	0	5	7	13	21	41	61	68	83	90	98	99	100	100	100
	0.5	1	0	5	4	14	21	35	53	66	72	89	96	99	100	100	100
	0.6	1	0	1	6	9	21	37	57	69	79	87	97	100	100	99	100
	0.7	0	1	4	8	10	20	35	53	67	76	89	94	98	100	99	100
	0.8	0	0	0	4	6	16	34	47	58	72	88	92	93	99	99	99
	0.9	0	5	5	7	15	32	44	52	64	68	83	90	94	97	99	100
6	0.1	0	3	6	12	16	33	50	62	69	74	79	81	84	85	89	100
	0.2	1	2	4	9	8	17	32	49	59	65	80	87	91	96	95	96
	0.3	1	1	8	5	9	21	38	50	66	72	85	95	98	97	98	100
	0.4	1	0	4	4	13	23	43	56	65	74	93	89	95	98	99	100
	0.5	0	0	3	4	13	30	43	57	69	80	89	97	98	98	99	100
	0.6	1	0	3	1	7	11	28	41	64	71	88	90	96	98	99	100
	0.7	1	0	1	4	7	18	34	54	67	68	84	87	95	97	99	100
	0.8	0	0	1	6	7	25	44	54	60	75	78	83	91	95	95	99
	0.9	1	2	3	9	15	28	42	51	56	60	71	79	88	93	96	99

Tabela 5.5: Percentagem de vezes que a SQR da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 é superior em misturas de 2 componentes binormais ( $n = 500$ )



### 5.4.3 Misturas de três componentes normais bidimensionais: resultados

De seguida, estimamos a curva de regressão em amostras provenientes de uma mistura de três componentes com função densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = \pi_1 \phi(x; \mu_1, \Sigma_1) + \pi_2 \phi(x; \mu_2, \Sigma_2) + (1 - \pi_1 - \pi_2) \phi(x; \mu_3, \Sigma_3) \quad (5.76)$$

em que  $x = [x_1, x_2]^T$ ,  $\phi(\cdot; \mu, \Sigma)$  designa a função densidade de probabilidade da normal bivariada com valor médio  $\mu$  e matriz de covariância  $\Sigma$  e  $\pi = (\pi_1, \pi_2, (1 - \pi_1 - \pi_2))$  são as proporções de mistura.

Escolhemos  $\mu_1 = [0 \ 0]^T$ ,  $\Sigma_1 = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 1 \end{bmatrix}$  e variámos os parâmetros da função densidade da segunda e da terceira componentes da mistura de acordo com as situações apresentadas na tabela 5.6. Variámos as proporções de mistura,  $\pi_1$  e  $\pi_2$ , gradualmente de uma décima entre 0.2 e 0.6.

Situação	$\mu_2^T$	$\mu_3^T$	$\Sigma_2$	$\Sigma_3$
1	[ 1 1 ]	[ 5 5 ]	$\begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 4 \end{bmatrix}$
2	[ 1 1 ]	[ 5 5 ]	$\begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 4 \end{bmatrix}$
3	[ 1 1 ]	[ 5 5 ]	$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 4 \end{bmatrix}$
4	[ 5 5 ]	[ 8 8 ]	$\begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 4 \end{bmatrix}$
5	[ 5 5 ]	[ 8 8 ]	$\begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 4 \end{bmatrix}$
6	[ 5 5 ]	[ 8 8 ]	$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 4 \end{bmatrix}$

Tabela 5.6: Parâmetros da função densidade da segunda e da terceira componentes da mistura

Nas situações 1 a 3, a primeira e a segunda componentes estão próximas e a terceira componente afastada; enquanto que nas situações 4 a 6, as três componentes estão mais afastadas. Em todas as situações estudadas, as rectas de regressão ajustadas em duas componentes são paralelas entre si e perpendiculares à recta de regressão ajustada à outra componente.

As várias situações são ilustradas na figura 5.11 onde se representam as duas elipses de contorno correspondentes a cada uma das componentes da mistura de uma amostra de cada situação em que  $n = 100$  e  $\pi_1 = 0.4, \pi_2 = 0.3$ .

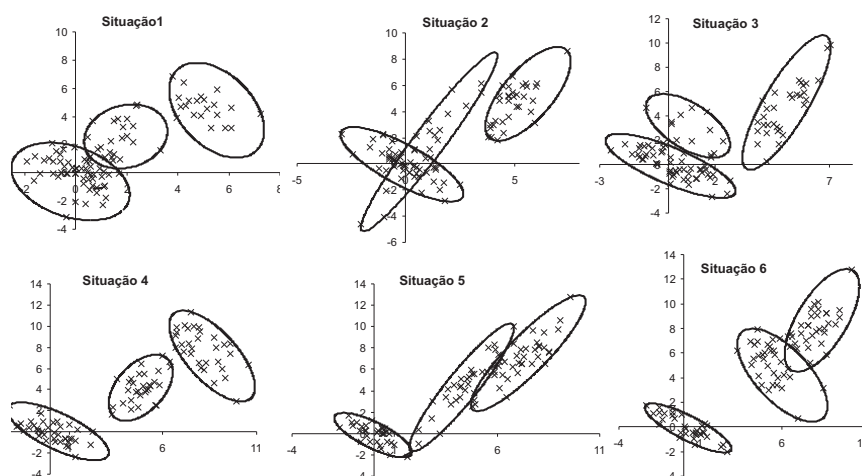


Figura 5.11: Mistura de três componentes normais bidimensionais

Nas tabelas 5.7 a 5.10 figuram as percentagens de vezes que a soma dos quadrados dos resíduos da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 deste capítulo era superior à soma dos quadrados dos resíduos da curva de regressão estimada usando o método proposto em Calot (1969) e Grais (1982), para cada número de classes  $c$  considerado no estudo de simulação. A última coluna destas tabelas representa a percentagem de vezes que soma dos quadrados dos resíduos da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 era superior à soma dos quadrados dos resíduos quando se ajusta um modelo linear a cada uma das componentes de mistura.

Quando as duas primeiras componentes de mistura estão próximas e a terceira componente mais afastada, os resultados da tabela 5.7 mostram que, apenas quando o número de classes  $c$  é pequeno ( $c < 7$ ), o ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 é melhor do que o ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto por Calot (1969) e Grais (1982). Estes resultados justificam-se pela proximidade entre a primeira e segunda componentes da mistura, dificultando a identificação das várias componentes de mistura quando se aplica o algoritmo EM.

Quando as componentes de mistura se encontram mais afastadas, os resultados que figuram na tabela 5.8 mostram que, em geral, o ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 é melhor do que o ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto por Calot (1969) e Grais (1982).

No entanto, os resultados apresentados na tabela 5.7 e 5.8 evidenciam claramente que o melhor ajustamento se obtém quando se ajusta um modelo linear a cada componente da mistura.

$n = 100$														
$c$														
Sit.	$\pi_1$	$\pi_2$	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0.2	0.2	17	30	41	48	62	67	71	77	78	79	81	80
	0.2	0.3	12	12	25	31	38	43	53	57	61	66	64	69
	0.2	0.4	7	9	13	19	26	38	46	45	58	51	60	65
	0.2	0.5	7	15	23	26	33	44	50	48	56	61	62	65
	0.2	0.6	5	18	18	26	35	38	46	46	50	54	58	63
	0.3	0.2	13	17	33	37	50	57	53	64	66	68	69	74
	0.3	0.3	5	10	12	20	31	33	47	51	54	60	61	70
	0.3	0.4	6	10	20	35	37	46	51	57	57	66	70	73
	0.3	0.5	10	17	30	39	44	50	49	60	59	59	66	71
	0.4	0.2	6	10	27	28	41	42	48	55	56	63	64	69
	0.4	0.3	5	12	22	24	41	39	51	51	57	62	61	75
	0.4	0.4	6	14	25	31	40	48	47	56	53	65	59	74
	0.5	0.2	8	13	24	31	42	50	52	60	57	62	66	69
	0.5	0.3	9	17	28	35	47	50	56	69	61	67	70	72
2	0.6	0.2	8	16	24	34	35	39	42	48	50	53	56	63
	0.2	0.2	18	22	34	41	49	59	60	65	75	71	77	83
	0.2	0.3	24	30	41	49	70	65	70	77	80	79	87	84
	0.2	0.4	16	24	35	43	46	55	59	63	69	71	76	82
	0.2	0.5	14	26	38	44	48	61	64	68	72	70	73	77
	0.2	0.6	12	23	34	38	48	53	51	61	60	67	68	64
	0.3	0.2	16	28	41	49	55	64	69	75	76	80	83	80
	0.3	0.3	22	25	38	45	49	53	55	62	70	67	73	67
	0.3	0.4	18	24	42	48	55	65	69	71	75	76	82	77
	0.3	0.5	22	32	39	50	54	63	55	62	62	71	74	72
	0.4	0.2	24	33	37	49	55	59	67	67	74	79	80	82
	0.4	0.3	21	26	32	38	46	59	65	71	69	75	81	83
	0.4	0.4	17	27	36	46	52	57	58	60	68	71	76	75
	0.5	0.2	17	28	31	43	41	54	60	63	64	71	71	75
3	0.5	0.3	13	23	34	38	46	57	54	62	69	67	68	75
	0.6	0.2	26	31	41	49	56	58	63	69	67	70	75	73
	0.2	0.2	14	19	32	35	46	46	55	56	59	66	66	72
	0.2	0.3	10	20	24	36	46	47	56	60	69	67	68	74
	0.2	0.4	10	12	15	24	30	39	43	53	55	60	58	61
	0.2	0.5	7	14	24	32	39	43	47	55	58	62	64	70
	0.2	0.6	5	15	21	30	32	37	46	45	43	44	53	53
	0.3	0.2	15	24	24	36	39	51	54	62	66	64	70	77
	0.3	0.3	6	18	23	28	29	40	45	54	50	59	65	64
	0.3	0.4	8	17	19	32	38	41	56	53	58	60	66	68
	0.3	0.5	10	18	25	31	36	38	43	44	53	51	58	53
	0.4	0.2	4	14	20	30	37	44	43	54	54	57	57	65
	0.4	0.3	4	13	17	23	34	35	48	52	58	61	63	66
	0.4	0.4	9	13	21	36	34	44	47	51	54	58	57	65
	0.5	0.2	5	13	20	33	36	39	49	46	53	54	60	64
	0.5	0.3	7	9	22	28	39	37	41	42	44	43	49	57
	0.6	0.2	8	19	27	35	35	48	42	55	49	57	55	58

Tabela 5.7: Percentagem de vezes que a SQR da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 é superior, em misturas de 3 componentes binormais ( $n = 100$ )

$n = 100$															
Sit.	$\pi_1$	$\pi_2$	$c$												
			4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
4	0.2	0.2	0	0	4	6	13	16	19	22	26	32	31	37	100
	0.2	0.3	1	3	5	7	19	24	28	36	40	43	50	54	99
	0.2	0.4	0	2	6	6	10	18	26	29	37	42	45	49	98
	0.2	0.5	0	0	3	7	10	14	26	34	37	42	52	51	99
	0.2	0.6	0	0	1	5	10	13	17	26	23	34	38	41	97
	0.3	0.2	0	1	4	7	11	17	20	20	30	36	42	47	98
	0.3	0.3	1	1	4	4	11	14	20	26	33	45	40	43	97
	0.3	0.4	1	0	1	2	10	13	29	33	37	39	44	49	99
	0.3	0.5	1	1	6	7	12	24	25	37	42	49	53	53	99
	0.4	0.2	0	1	2	8	13	22	27	44	37	42	42	49	96
	0.4	0.3	0	3	9	10	16	20	24	33	37	42	45	44	99
	0.4	0.4	0	1	4	7	14	23	32	25	41	50	49	55	97
	0.5	0.2	0	3	6	10	19	15	28	28	37	35	42	44	95
	0.5	0.3	2	4	5	15	22	28	30	39	45	42	53	58	93
	0.6	0.2	2	4	6	21	23	28	35	40	38	45	44	42	93
5	0.2	0.2	3	9	12	15	18	21	24	24	27	37	37	39	97
	0.2	0.3	2	7	7	15	20	26	31	35	34	40	41	47	90
	0.2	0.4	3	6	7	11	13	21	27	33	35	42	44	46	90
	0.2	0.5	5	7	7	11	14	21	28	29	39	39	43	56	92
	0.2	0.6	0	3	7	9	14	18	24	26	31	42	43	46	92
	0.3	0.2	1	2	5	7	7	16	17	20	26	30	37	37	92
	0.3	0.3	2	8	9	10	20	21	19	31	47	45	49	50	88
	0.3	0.4	1	4	13	19	15	33	41	42	46	57	63	65	83
	0.3	0.5	2	3	7	19	18	32	40	43	51	51	58	65	87
	0.4	0.2	3	5	8	14	15	21	28	25	31	41	44	46	89
	0.4	0.3	0	2	3	6	19	25	25	34	40	35	49	60	90
	0.4	0.4	0	1	6	17	27	31	32	37	43	46	53	58	86
	0.5	0.2	2	3	3	13	12	18	23	23	29	40	34	38	86
	0.5	0.3	0	5	6	10	13	19	29	30	36	44	39	49	86
	0.6	0.2	2	5	10	12	18	25	26	28	42	38	43	41	89
6	0.2	0.2	3	4	6	8	8	8	13	11	13	15	17	16	98
	0.2	0.3	1	3	7	5	8	14	12	13	16	19	23	22	99
	0.2	0.4	2	3	6	13	12	13	13	18	18	19	24	22	99
	0.2	0.5	0	2	6	7	9	13	15	16	20	24	21	24	100
	0.2	0.6	0	2	5	12	14	15	16	22	17	23	23	27	100
	0.3	0.2	1	1	5	9	9	12	13	15	20	21	23	23	97
	0.3	0.3	2	1	5	6	8	10	10	14	21	19	16	22	98
	0.3	0.4	1	2	6	9	12	12	17	19	24	27	31	28	99
	0.3	0.5	1	0	7	3	5	10	14	16	18	21	18	22	97
	0.4	0.2	0	4	6	4	14	12	12	15	19	17	18	25	97
	0.4	0.3	0	4	8	7	12	21	20	26	27	25	31	37	100
	0.4	0.4	0	2	5	9	14	16	21	24	25	27	28	37	99
	0.5	0.2	1	4	6	6	10	16	11	17	16	18	25	21	99
	0.5	0.3	0	1	4	9	7	16	18	19	21	25	23	27	99
	0.6	0.2	1	7	8	12	15	14	20	21	24	24	26	31	97

Tabela 5.8: Percentagem de vezes que a SQR da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 é superior, em misturas de 3 componentes binormais ( $n = 100$ )

$n = 500$																		
$c$																		
Sit.	$\pi_1$	$\pi_2$	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20	25	30	40	50	60	70
1	0.2	0.2	20	21	49	49	70	77	82	87	91	94	95	97	99	99	100	100
	0.2	0.3	7	1	15	15	23	38	56	70	87	87	96	99	100	100	100	100
	0.2	0.4	0	0	1	4	15	27	45	66	76	83	92	92	98	99	99	100
	0.2	0.5	0	0	1	3	9	28	51	66	79	89	93	96	97	99	99	100
	0.2	0.6	0	2	2	5	13	29	47	58	71	79	90	98	98	99	99	100
	0.3	0.2	4	1	10	15	27	39	56	71	85	92	98	99	99	100	99	100
	0.3	0.3	0	0	0	6	9	27	51	65	78	87	100	99	100	100	100	100
	0.3	0.4	0	0	2	6	11	30	53	69	75	84	89	96	99	99	99	100
	0.3	0.5	0	0	2	4	11	34	60	65	81	88	95	98	100	99	100	100
	0.4	0.2	0	0	3	2	9	23	44	61	75	87	98	99	100	100	100	100
	0.4	0.3	1	0	3	5	8	20	52	70	83	88	95	97	99	99	99	100
	0.4	0.4	0	0	4	5	12	37	62	70	89	94	98	99	100	100	100	100
	0.5	0.2	0	1	2	4	7	23	44	57	75	86	93	98	99	100	100	100
	0.5	0.3	0	1	1	10	21	38	57	71	80	91	97	98	100	100	100	100
	0.6	0.2	0	3	4	10	20	36	62	80	90	94	98	100	100	100	100	100
2	0.2	0.2	7	14	16	23	31	52	63	78	92	94	98	99	100	100	100	100
	0.2	0.3	6	10	14	20	29	44	63	83	88	91	99	100	100	100	100	100
	0.2	0.4	2	4	5	6	16	32	59	66	78	87	96	96	99	100	100	100
	0.2	0.5	0	2	8	12	17	39	57	73	80	85	95	95	100	100	100	100
	0.2	0.6	1	5	11	15	22	35	52	62	78	82	94	98	99	100	100	100
	0.3	0.2	2	7	10	17	25	47	64	73	84	89	98	97	100	100	100	100
	0.3	0.3	0	0	3	7	15	33	56	70	72	86	97	100	100	100	100	100
	0.3	0.4	1	1	7	8	19	29	51	79	89	92	96	98	99	100	100	100
	0.3	0.5	3	8	14	14	20	46	62	76	85	92	95	97	99	99	99	100
	0.4	0.2	0	2	6	11	20	42	64	80	83	87	94	99	99	99	100	100
	0.4	0.3	1	4	8	11	23	43	65	71	85	89	94	98	99	99	100	100
	0.4	0.4	1	1	3	14	20	38	61	68	84	91	98	97	99	99	99	100
	0.5	0.2	2	4	11	18	30	49	66	73	85	91	95	99	100	100	100	100
	0.5	0.3	3	5	9	17	29	55	75	83	89	92	97	100	100	100	100	100
	0.6	0.2	23	29	34	46	47	64	71	83	91	92	99	100	100	100	100	100
3	0.2	0.2	0	1	5	6	12	26	41	57	68	83	95	96	100	100	100	100
	0.2	0.3	0	1	4	5	9	21	39	54	72	81	93	98	100	100	100	100
	0.2	0.4	0	0	1	8	9	30	46	67	75	83	93	98	100	100	99	100
	0.2	0.5	0	4	4	16	24	41	62	75	82	91	96	97	99	99	100	100
	0.2	0.6	0	1	7	9	23	41	62	75	82	89	93	99	100	100	100	100
	0.3	0.2	0	0	4	8	13	33	47	59	78	82	94	96	100	100	100	100
	0.3	0.3	0	4	2	16	14	37	54	66	75	83	93	96	99	100	100	100
	0.3	0.4	0	3	3	10	21	42	57	75	80	84	97	98	100	100	100	100
	0.3	0.5	1	4	12	11	32	48	65	72	85	88	97	100	100	99	100	100
	0.4	0.2	0	3	5	14	19	38	58	72	77	84	94	98	99	100	100	100
	0.4	0.3	0	8	4	19	31	54	75	84	90	95	97	100	100	100	100	100
	0.4	0.4	1	10	15	22	42	56	76	86	88	95	99	100	100	100	100	100
	0.5	0.2	0	2	4	13	27	41	64	77	80	81	95	98	100	99	100	100
	0.5	0.3	1	6	13	17	35	52	68	75	85	94	96	98	99	99	100	100
	0.6	0.2	0	8	14	25	33	54	70	81	84	93	94	99	99	100	100	100

Tabela 5.9: Percentagem de vezes que a SQR da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 é superior, em misturas de 3 componentes binormais ( $n = 500$ )

$n = 500$																			
$c$																			
Sit.	$\pi_1$	$\pi_2$	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20	25	30	40	50	60	70	
4	0.2	0.2	0	0	0	1	3	8	28	50	65	77	92	96	100	100	100	100	100
	0.2	0.3	0	0	0	0	2	7	25	41	65	76	95	97	100	100	100	100	100
	0.2	0.4	0	0	0	0	0	8	16	38	59	71	89	98	99	100	100	100	100
	0.2	0.5	0	0	0	0	0	8	26	49	71	83	96	100	100	100	100	100	100
	0.2	0.6	0	0	0	0	0	7	17	42	57	78	88	99	100	100	100	100	100
	0.3	0.2	0	0	0	0	0	7	20	49	57	75	87	96	100	100	100	100	100
	0.3	0.3	0	0	0	1	1	3	21	44	63	77	98	98	100	100	100	100	100
	0.3	0.4	0	0	0	1	0	6	24	37	59	79	96	97	100	100	100	100	100
	0.3	0.5	0	0	0	1	2	10	27	47	69	78	96	99	100	100	100	100	100
	0.4	0.2	0	0	0	0	5	13	27	42	62	68	96	98	100	100	100	100	100
	0.4	0.3	0	0	0	0	1	7	16	42	61	74	93	97	100	99	100	100	100
	0.4	0.4	0	0	0	0	1	8	27	47	64	80	95	99	100	100	100	100	100
	0.5	0.2	0	0	0	1	0	13	29	48	67	81	92	96	100	100	100	100	100
	0.5	0.3	0	0	0	0	0	10	32	46	68	78	94	98	100	100	100	100	100
	0.6	0.2	1	1	1	2	2	14	29	52	73	81	96	98	100	100	100	100	100
5	0.2	0.2	0	1	0	3	6	17	27	48	63	68	88	97	99	100	100	100	98
	0.2	0.3	0	1	0	4	4	17	40	54	63	76	93	96	100	100	100	100	95
	0.2	0.4	0	0	0	0	3	14	34	49	64	71	90	95	99	99	100	100	99
	0.2	0.5	0	0	2	2	8	18	34	52	57	76	91	93	99	100	100	100	100
	0.2	0.6	0	0	0	0	5	12	34	51	58	79	86	95	99	100	99	100	99
	0.3	0.2	0	0	0	2	3	24	40	55	71	79	89	93	96	99	99	100	94
	0.3	0.3	0	0	1	5	8	17	30	52	60	72	84	90	99	99	100	100	96
	0.3	0.4	0	0	0	0	6	11	32	50	69	80	91	94	97	98	99	99	96
	0.3	0.5	0	2	1	3	8	14	29	46	69	74	88	95	97	98	99	100	98
	0.4	0.2	0	0	0	2	4	23	31	49	65	75	91	94	97	97	98	99	98
	0.4	0.3	0	0	0	3	3	15	33	46	64	72	90	96	100	100	100	100	98
	0.4	0.4	0	0	0	3	4	20	30	48	65	75	90	95	98	100	100	100	98
	0.5	0.2	0	0	0	7	6	25	46	50	66	80	89	96	99	100	100	100	97
	0.5	0.3	0	1	1	6	11	22	41	53	72	79	90	97	98	100	100	100	95
	0.6	0.2	0	1	0	14	16	40	53	70	79	82	94	96	100	100	100	100	96
6	0.2	0.2	0	0	0	1	0	7	22	31	38	57	64	75	92	97	97	99	100
	0.2	0.3	0	0	2	1	4	7	19	34	47	61	76	87	96	98	100	100	100
	0.2	0.4	0	0	0	0	1	5	16	28	41	53	74	88	92	98	99	100	100
	0.2	0.5	0	0	0	0	2	3	14	31	53	58	83	91	95	99	99	100	100
	0.2	0.6	0	0	1	1	1	6	18	32	54	67	79	93	94	99	100	100	100
	0.3	0.2	0	0	0	0	1	7	17	34	50	56	73	77	92	98	98	99	100
	0.3	0.3	0	0	0	0	1	3	15	33	37	53	79	89	98	98	98	100	100
	0.3	0.4	0	0	0	0	2	7	15	38	45	65	86	91	94	97	99	99	100
	0.3	0.5	0	0	0	0	1	7	18	38	54	62	86	93	100	100	100	100	100
	0.4	0.2	0	0	0	0	4	10	21	38	51	61	73	89	96	98	100	100	100
	0.4	0.3	0	0	0	0	1	6	15	30	42	64	76	89	94	99	100	100	100
	0.4	0.4	0	0	0	0	2	6	10	23	40	60	88	94	99	98	100	100	100
	0.5	0.2	0	0	0	0	1	7	18	31	51	62	86	90	98	98	99	100	100
	0.5	0.3	0	0	0	0	0	5	14	34	49	68	91	93	95	98	100	100	100
	0.6	0.2	0	0	0	0	0	7	17	32	48	65	88	92	96	99	100	99	100

Tabela 5.10: Percentagem de vezes que a SQR da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 é superior, em misturas de 3 componentes binormais ( $n = 500$ )

Novamente se pode realçar que, em todas as situações estudadas quando se aplica a regra de Sturges e se considera  $c = 7$ , o ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 é melhor do que o ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto em Calot (1969) e Grais (1982).

Em amostras de maior dimensão ( $n = 500$ ), quando as duas primeiras componentes de mistura estão próximas e a terceira componente mais afastada, os resultados expostos na tabela 5.9 mostram que, apenas quando o número de classes  $c$  é menor que 14, o ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 é, melhor do que o ajustamento da curva estimada usando o método proposto em Calot (1969) e Grais (1982).

Quando as componentes de mistura se encontram mais afastadas, na tabela 5.10 observa-se que, apenas quando o número de classes  $c$  é menor que 16, o ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 deste capítulo é melhor do que o ajustamento da curva estimada usando o método proposto em Calot (1969) e Grais (1982).

Novamente se realça que quando se aplica a regra de Sturges e se considera  $c = 9$ , o ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto na secção 5.3.1 deste capítulo é melhor do que o ajustamento da curva de regressão estimada usando o método proposto em Calot (1969) e Grais (1982).

Os resultados igualmente evidenciam que, quando se ajusta um modelo linear a cada componente da mistura, se obtém um melhor ajustamento aos dados.

Em ambas as dimensões das amostras observa-se que, à medida que o número de classes  $c$  aumenta, a qualidade do ajustamento da curva de regressão usando o método proposto em Calot (1969) e Grais (1982) vai melhorando.

## 5.5 Aplicação de misturas de normais bidimensionais à estimação de uma curva de regressão

Um problema importante em análise de dados, é a estimação da função

$$h(x_1, x_2, \dots, x_{p-1}) = E(X_p | x_1, x_2, \dots, x_{p-1}) \quad (5.77)$$

a partir de um conjunto de observações:

$$x = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}) \quad i = 1, \dots, n \quad (5.78)$$

resultantes da realização de  $X = (X_1, X_2, \dots, X_p)$  em  $n$  indivíduos.

Consideremos que se desconhece quer a função densidade de probabilidade conjunta das variáveis (ou a função densidade de probabilidade da variável resposta condicional aos valores observados das variáveis explicativas), quer a forma paramétrica da função  $h(x_1, x_2, \dots, x_{p-1})$ . Neste caso, esta função é geralmente estimada usando técnicas de regressão não paramétricas, como por exemplo, os métodos de suavização, os métodos de *kernel*, a regressão local polinomial, entre outras (ver Müller et al. (1996), Silverman (1986) e Eubank (2002), por exemplo).

Com base no estudo que efectuámos do modelo de regressão em misturas de componentes normais bidimensionais, vamos propor a aplicação de um método paramétrico, que descreveremos de seguida, para estimar a função  $h(x_1, x_2, \dots, x_{p-1})$ .

### 5.5.1 Descrição do método

Consideremos os dados da forma:

$$(x_i, y_i) \quad i = 1, \dots, n \quad (5.79)$$

resultantes da realização de  $(X, Y)$  em  $n$  indivíduos e que a relação entre a variável  $Y$  e  $X$  pode ser aproximada pelo modelo de regressão:

$$y_i = h(x_i) + \epsilon_i \quad i = 1, \dots, n \quad (5.80)$$

em que  $h$  é uma função desconhecida e os erros  $\epsilon_i$  são independentes e identicamente distribuídos de valor médio nulo e variância  $\sigma^2$ .

Começemos por assumir que os dados são provenientes de uma mistura de distribuições de  $g$  componentes normais bidimensionais, ou seja,  $(X, Y)$  é uma mistura de  $g$  componentes binormais. Suponhamos que os parâmetros da função densidade de probabilidade da  $j$ -ésima componente de mistura são, o vector dos valores médios:

$$\mu_j^T = [\mu_{xj}, \mu_{yj}] \quad (j = 1, \dots, g) \quad (5.81)$$

e a matriz de covariância:

$$\Sigma_j = \begin{bmatrix} \sigma_{xj}^2 & \rho_j \sigma_{xj} \sigma_{yj} \\ \rho_j \sigma_{xj} \sigma_{yj} & \sigma_{yj}^2 \end{bmatrix} \quad (j = 1, \dots, g) \quad (5.82)$$

da Proposição 5.3 podemos concluir que a função  $h(x) = E(Y|X=x)$  pode ser estimada



por:

$$E(Y|X=x) = \sum_{j=1}^g w_j \left( \mu_{yj} + (x - \mu_{xj}) \rho_j \frac{\sigma_{yj}}{\sigma_{xj}} \right) \quad (5.83)$$

em que  $w_j = \frac{\pi_j f_j(x)}{f(x)}$  onde  $\pi_j$  são as proporções de mistura,  $f_j(x)$  a função densidade marginal de  $X$  na  $j$ -ésima componente da mistura e  $f(x)$  a função densidade marginal de  $X$ .

Uma vez que os parâmetros da equação de regressão dada na expressão (5.83) são funções simples dos parâmetros de mistura (proporções de mistura, vector dos valores médios e matriz de covariância), para estimarmos a função  $h(x)$  é apenas necessário estimar esses parâmetros de mistura.

Recorrendo ao módulo informático *MCLUST* já descrito no capítulo 3 desta dissertação e à função *EMclust* implementada nesse módulo, podemos estimar o número de componentes  $g$  da mistura, as proporções de mistura  $\pi_j$  ( $j = 1, \dots, g$ ), o vector de valores médios da função densidade de probabilidade de cada componente da mistura  $\mu_j$  ( $j = 1, \dots, g$ ) e as respectivas matrizes de covariância  $\Sigma_j$  ( $j = 1, \dots, g$ ) e substituir estas estimativas na expressão (5.83) para obtermos a função  $h(x)$  estimada.

Com o objectivo de avaliar a eficiência da função estimada usando este método paramétrico, realizámos um estudo de simulação.

### 5.5.2 Descrição do estudo de simulação

Neste estudo, escolhemos duas funções teste:

$$\text{Caso I: } h(x) = \exp(-x^2/2) \cos(4\pi x), \quad x \in [0; \frac{\pi}{2}] \quad (5.84)$$

$$\text{Caso II: } f(x) = x + 2 \exp(-16x^2) \quad x \in [-2; 2] \quad (5.85)$$

Começámos por gerar uma amostra de observações  $(x_i, y_i)$  de dimensão  $n = 200$ , aplicando o seguinte procedimento:

1. Gerar  $x_i$ , ( $i = 1, \dots, 200$ ) com distribuição uniforme no intervalo  $(a, b)$ , em que  $a = 0$  e  $b = \frac{\pi}{2}$  no caso I e  $a = -2$  e  $b = 2$  no caso II.
2. Gerar  $\epsilon_i$ , ( $i = 1, \dots, 200$ ) com distribuição normal de valor médio nulo e variância  $\sigma^2$ , em que  $\sigma^2 = 0.36$  no caso I e  $\sigma^2 = 0.04$  no caso II.
3. Determinar o valor de  $y_i$  ( $i = 1, \dots, 200$ ) a partir dos valores de  $x_i$  e de  $\epsilon_i$ , ou seja,

no primeiro caso:

$$y_i = \exp\left(-\frac{x_i^2}{2}\right) \cos(4\pi x_i) + \epsilon_i, \quad (i = 1, \dots, 200) \quad (5.86)$$

em que  $x_i \sim U(0; \frac{\pi}{2})$  e  $\epsilon_i \sim \phi(0; 0.36)$  e no segundo caso:

$$y_i = x_i + 2 \exp(-16x_i^2) + \epsilon_i, \quad (i = 1, \dots, 200) \quad (5.87)$$

em que  $x_i \sim U(-2; 2)$  e  $\epsilon_i \sim \phi(0; 0.04)$ .

De seguida repetimos os passos 2 e 3 no total de 100 vezes, de modo a obtermos 100 amostras de dimensão  $n = 200$ , de cada um dos casos.

Assumindo que os dados são provenientes de uma mistura de  $g$  distribuições normais bidimensionais e, para cada uma das amostras geradas, estimámos os parâmetros de mistura recorrendo à função *EMclust* do módulo informático *MCLUST* e determinámos:

$$\hat{h}_1(x), \hat{h}_2(x), \dots, \hat{h}_{100}(x) \quad (5.88)$$

e

$$\hat{f}_1(x), \hat{f}_2(x), \dots, \hat{f}_{100}(x) \quad (5.89)$$

ou seja, para cada observação  $i = 1, \dots, 200$ , tivemos no primeiro caso:

$$\hat{h}_1(x_i), \hat{h}_2(x_i), \dots, \hat{h}_{100}(x_i) \quad (i = 1, \dots, 200) \quad (5.90)$$

e para o segundo caso:

$$\hat{f}_1(x_i), \hat{f}_2(x_i), \dots, \hat{f}_{100}(x_i) \quad (i = 1, \dots, 200) \quad (5.91)$$

A estimativa final da curva de regressão é dada por: (Dias and Gamerman (2002)):

$$\hat{h}(x_i) = \sum_{m=1}^{100} \frac{\hat{h}_m(x_i)}{100}, \quad (i = 1, \dots, 200) \quad (5.92)$$

$$\hat{f}(x_i) = \sum_{m=1}^{100} \frac{\hat{f}_m(x_i)}{100}, \quad (i = 1, \dots, 200) \quad (5.93)$$

No final, determinámos o erro quadrático médio dado por (Bowman and Shenton (1975,

p. 77):

$$EQM = \frac{1}{200} \sum_{i=1}^{200} E\{\hat{h}(x_i) - h(x_i)\}^2 \quad (5.94)$$

e

$$EQM = \frac{1}{200} \sum_{i=1}^{200} E\{\hat{f}(x_i) - f(x_i)\}^2 \quad (5.95)$$

Para uma das amostras geradas no caso I, apresentamos na figura 5.12 o diagrama de dispersão e as elipses de contorno correspondentes a cada uma das componentes da mistura. Na figura 5.13 ilustra-se a tracejada a curva de regressão estimada e a traço contínuo a verdadeira curva de regressão para a função  $h(x)$ . Obtivemos neste caso um erro quadrático médio de 0.053.

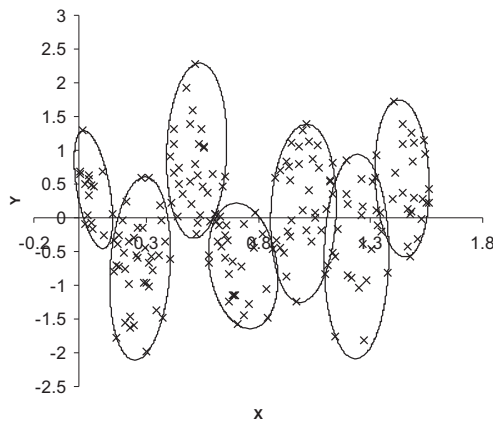


Figura 5.12: Diagrama de dispersão de uma amostra gerada no caso I

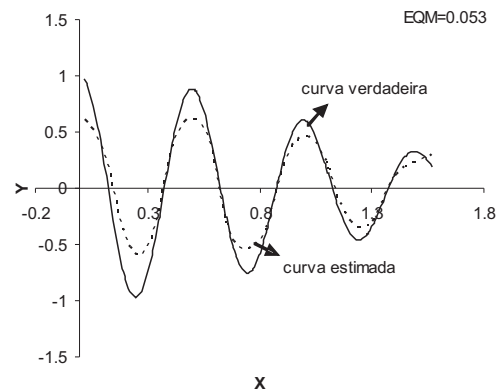


Figura 5.13: Curva de regressão estimada e curva de regressão verdadeira

Para uma das amostras geradas no caso II, apresentamos na figura 5.14 o diagrama de dispersão e as elipses de contorno correspondentes a cada uma das componentes da mistura. Na figura 5.15 ilustra-se a tracejada a curva de regressão estimada e a traço contínuo a verdadeira curva de regressão para a função  $f(x)$ . Neste caso, obtivemos um erro quadrático médio de 0.010.

## 5.6 Comentários finais

Neste capítulo estudamos analiticamente os valores esperados condicionais e as variâncias condicionais em misturas de componentes normais bidimensionais. Desse estudo analítico, concluímos que nestas misturas, a regressão de uma variável na outra é a média ponderada dos valores esperados da variável resposta condicionais aos valores observados da variável explicativa em cada uma das componentes da mistura. Os pesos são as pro-

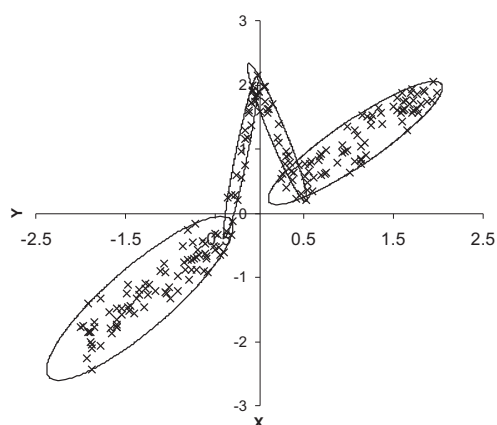


Figura 5.14: Diagrama de dispersão de uma amostra gerada no caso II

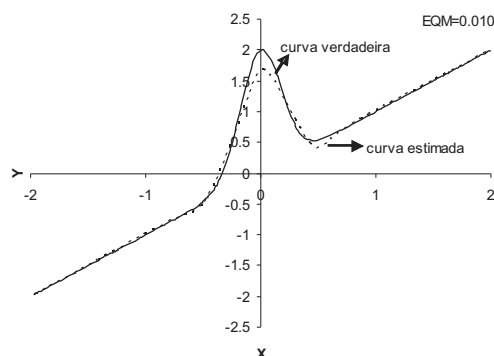


Figura 5.15: Curva de regressão estimada e curva de regressão verdadeira

habilidades condicionais dos valores observados da variável explicativa pertencerem a cada componente da mistura. Concluimos ainda que as variâncias condicionais não são constantes.

Também verificámos que a linearidade da curva de regressão nestas misturas nem sempre é observada, pelo que estudamos as situações onde a curva de regressão era linear. No entanto, concluimos que eram situações de pouco interesse prático e raras em dados reais.

Uma vez que os parâmetros do modelo de regressão em misturas de componentes normais bidimensionais são funções simples dos parâmetros de mistura, propomos a aplicação de um método para estimar o modelo de regressão nestas misturas. Os estudos numéricos efectuados mostram resultados encorajadores na aplicação deste método na estimação da curva de regressão nestas misturas comparando com o método proposto em Calot (1969) e Grais (1982). No entanto, estes estudos, evidenciam claramente que quando se ajusta um modelo linear a cada componente da mistura se obtém um melhor ajustamento aos dados.

Com base no estudo que efectuámos da curva de regressão em misturas de componentes normais bidimensionais, propomos ainda a aplicação de um método paramétrico para estimar a curva de regressão a partir de um conjunto de observações. O estudo de simulação efectuado mostrou-nos que, nos exemplos escolhidos, a eficiência do estimador obtido é elevada, levando-nos a concluir que é um método alternativo à estimação de curvas de regressão quando se recorre a técnicas de regressão não paramétricas.

## Capítulo 6

# Modelos de Mistura de Regressões Lineares

### 6.1 Introdução

Nos capítulos anteriores, foram estudados os modelos de mistura de distribuições. Neste capítulo, dedicar-nos-emos ao problema da estimação dos *modelos de mistura de regressões lineares*.

Como referido no capítulo anterior, o objectivo principal de um modelo de regressão é estudar a influência que uma ou mais variáveis, designadas por variáveis explicativas, têm sobre uma variável de interesse, designada por variável resposta.

Consideremos que temos  $n$  observações independentes  $y_1, \dots, y_n$ , da variável resposta que passaremos a definir por  $Y$ , associadas aos valores observados  $x_1, \dots, x_n$  de  $k$  variáveis explicativas que definimos por  $X$ .

Num modelo de mistura de  $g$  regressões lineares, a função densidade de probabilidade da variável resposta condicional aos valores observados das variáveis explicativas é uma mistura finita de  $g$  funções densidade de probabilidade univariadas e em que os valores médios das componentes de mistura são funções lineares das variáveis explicativas. Tem-se,

$$f(y_i|x_i) = \sum_{j=1}^g \pi_j f(y_i|x_i; \theta_j) \quad (6.1)$$

em que  $0 < \pi_j < 1$ ,  $\sum_{j=1}^g \pi_j = 1$  e  $\theta_j$  designa o vector dos parâmetros desconhecidos da  $j$ -ésima densidade componente da mistura. O parâmetro  $\theta_j$  inclui o parâmetro valor médio da  $j$ -ésima densidade componente da mistura que é uma função linear das variáveis

explicativas  $X$ .

Nesta dissertação, estudaremos apenas *os modelos de mistura de  $g$  regressões* nos quais a variável resposta condicional aos valores observados das variáveis explicativas é uma mistura de  $g$  distribuições normais. Tem-se,

$$f(y_i|x_i) = \sum_{j=1}^g \pi_j \phi(y_i|x_i; \mu_j, \sigma_j^2) \quad (6.2)$$

em que  $\phi(., \mu, \sigma^2)$  é a função densidade de probabilidade da variável aleatória normal univariada de valor médio  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  e onde  $\mu_j$  é uma função linear das variáveis explicativas  $X$ .

No entanto, diversos modelos de mistura de regressões têm sido desenvolvidos, tais como, *os modelos de mistura de  $g$  regressões logística* nos quais a variável resposta condicional aos valores observados das variáveis explicativas é uma mistura de  $g$  distribuições binomiais (ver, por exemplo, Aitkin (1999) e Zhang and Merikangas (2000)) ou *os modelos de mistura de  $g$  regressões de Poisson* nos quais a variável resposta condicional aos valores observados das variáveis explicativas é uma mistura de  $g$  distribuições de Poisson (ver, por exemplo, Aitkin et al. (1996) e Wang et al. (1996), entre outros).

Todos estes modelos são casos particulares dos *modelos de mistura de modelos lineares generalizados* nos quais a variável resposta condicional aos valores observados das variáveis explicativas é uma mistura de componentes da família exponencial. Pormenores sobre estes modelos podem ser encontrados em Jansen (1993), Wedel and DeSarbo (1995) e McLachlan and Peel (2000, Cap. 5), entre outros.

O interesse que se tem verificado pelos modelos de mistura de regressões lineares deve-se ao facto dos mesmos serem os mais adequados em aplicações onde a estimação de um único modelo de regressão não é eficiente. Estas aplicações surgem, quando os dados são provenientes de uma população formada por vários grupos (aos quais se ajustam modelos de regressão com coeficientes distintos) e se desconhece quais as observações que pertencem a cada grupo.

Realça-se que se se conhecesse o grupo a que pertence cada um dos elementos da amostra, não haveria necessidade de recorrer a modelos de mistura de regressões. Bastaria inserir, no único modelo de regressão, variáveis qualitativas, designadas por *variáveis artificiais* (*dummy* na literatura anglo-saxónica) que indicassem o grupo ao qual a observação pertencia. Pormenores sobre este tema podem ser encontrados em Chatterjee et al. (2000, pp. 123-144)

Um outro aspecto importante que interessa realçar nestes modelos é que não se con-

ceptualizam as variáveis explicativas como variáveis aleatórias portanto não se especifica nenhuma distribuição para estas variáveis. Este facto mostra a diferença entre os modelos de mistura de regressões estudados neste capítulo e os modelos de regressão de misturas de distribuições normais multivariadas estudados no capítulo anterior nos quais a distribuição das variáveis explicativas é uma mistura de distribuições normais ou a distribuição normal. (ver Viele and Tong (2002))

Um exemplo ilustrativo de aplicação clara de modelos de mistura de regressões lineares é de seguida descrito.

**Exemplo 6.1** Consideremos o diagrama de dispersão apresentado na figura 6.1. Estes dados foram recolhidos por Cohen (1980) que pretendia investigar a relação entre o som emitido ( $X$ ) e o som compreendido por um músico ( $Y$ ). O diagrama de dispersão mostra claramente que se devem ajustar duas rectas distintas aos dados: uma recta de declive aproximadamente igual a 1 e que passa pela origem e outra recta horizontal que passa no ponto de coordenadas  $(0, 2)$ . A necessidade de dois modelos de regressão distintos surge porque algumas vezes o músico identificava correctamente os sons, outras vezes não. Como se desconhece que observações devem ser usadas na estimação de cada uma das rectas de regressão, um modelo de mistura de duas regressões lineares simples parece ser o mais indicado para estudar a relação entre as duas variáveis.

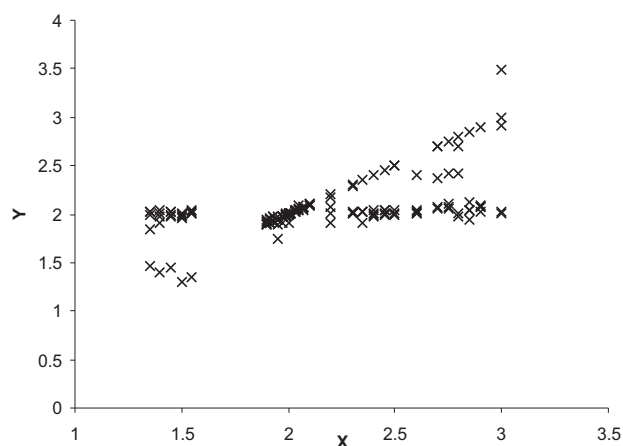


Figura 6.1: Diagrama de dispersão do som compreendido pelo músico *versus* o som emitido

O modelo de mistura de regressões foi introduzido por Quandt (1972) e Quandt and Ramsey (1978) que estudaram o caso de misturas de duas regressões lineares (*switching*

*regression* na literatura anglo-saxónica). Para estimar os parâmetros deste modelo, propuseram minimizar a função geradora de momentos empírica tentando evitar as dificuldades que surgem com o método da máxima verosimilhança na estimação dos parâmetros destes modelos. No entanto, o método da máxima verosimilhança usando o algoritmo *Expectation-Maximization* (EM) (Dempster et al. (1977)) tem sido o mais utilizado na estimação dos parâmetros destes modelos.

Kiefer (1978) mostrou que para estes modelos de mistura, existe uma sequência de raízes das equações de máxima verosimilhança que é consistente, eficiente e assintoticamente normal. De Veaux (1989) desenvolveu um procedimento para estimar os parâmetros destas misturas baseado no algoritmo EM e aplicou-o aos dados recolhidos por Cohen (1980) e apresentados na figura 6.1. Jones and McLachlan (1992) estimaram um modelo de mistura de regressões lineares a um conjunto de dados reais recorrendo ao algoritmo EM. Turner (2000) estudou a propagação de uma infecção em plantas de batatas contaminadas por insectos, estimando um modelo de mistura de regressões lineares simples de duas componentes.

Mais recentemente, o problema de identificação do número de componentes de uma mistura de regressões lineares usando métodos que recorriam à função de verosimilhança destes modelos foi estudado por Hawkins et al. (2001). Em Zhang and Zhu (2004), os autores investigaram a teoria assintótica dos estimadores de máxima verosimilhança em modelos de mistura de regressões.

Neste capítulo estudamos o problema da estimação de modelos de mistura de regressões usando o método da máxima verosimilhança. Para obtermos as estimativas de máxima verosimilhança dos parâmetros destes modelos recorreremos ao algoritmo *Expectation Maximization* (EM) (Dempster et al. (1977)) e ao algoritmo *Classification Expectation Maximization* (CEM) (Celeux and Govaert (1992)). Enquanto que o algoritmo EM é o mais utilizado na estimação dos parâmetros de um modelo de mistura de regressões, o algoritmo CEM tem a vantagem de calcular as estimativas dos parâmetros dos modelos e ao mesmo tempo estimar a componente a que pertence cada observação.

Com o objectivo de comparar o desempenho dos estimadores obtidos por estes dois algoritmos, em situações práticas onde as misturas de regressões lineares são adequadas, foi elaborado um estudo de simulação. Nesse estudo, analisamos as propriedades dos dois estimadores em termos do enviesamento, da eficiência assintótica, da qualidade de ajustamento do modelo aos dados e do tempo de computação.

A aplicação dos dois algoritmos na estimação de misturas de regressões lineares a dois conjuntos de dados reais foi também estudada e comparou-se a qualidade de ajustamento



dos modelos obtidos.

Este capítulo está estruturado da seguinte forma. Começa-se por introduzir o modelo de mistura de regressões e por descrever os dois algoritmos usados para estimar os parâmetros de máxima verosimilhança deste modelo. De seguida, descreve-se detalhadamente o estudo de simulação e apresentam-se os resultados obtidos. Por último, analisam-se os resultados obtidos na estimação de modelos de mistura de regressões lineares a dados reais.

## 6.2 Modelo de mistura de regressões

O modelo de mistura de  $g$  regressões pode ser escrito da seguinte forma:

$$Y = X \beta_j + \epsilon_j \quad \text{com probabilidade } \pi_j \quad (j = 1, \dots, g) \quad (6.3)$$

em que  $Y$  é a matriz de dimensão  $n \times 1$  das observações da variável resposta,  $n$  é o número total de observações,  $X$  é a matriz de dimensão  $n \times (k + 1)$  das observações das variáveis explicativas,  $\beta_j$  ( $j = 1, \dots, g$ ) é a matriz de dimensão  $(k + 1) \times 1$  dos coeficientes de regressão,  $g$  é o número de componentes da mistura,  $\pi_j$  ( $j = 1, \dots, g$ ) são as proporções de mistura com  $0 < \pi_j < 1$  e  $\sum_{j=1}^g \pi_j = 1$ , e, finalmente,  $\epsilon_{ji}$  ( $j = 1, \dots, g$ ,  $i = 1, \dots, n$ ) são os erros aleatórios com distribuição que se supõe normal univariada de valor médio nulo e variância  $\sigma_j^2$  ( $j = 1, \dots, g$ ).

Um exemplo pode ser apresentado para ilustrar estes modelos.

**Exemplo 6.2** Consideremos o modelo de mistura de duas regressões lineares simples ( $g = 2$  e  $k = 1$ ), definido por:

$$y_i = \begin{cases} \beta_{10} + \beta_{11} x_i + \epsilon_{1i} & \text{com probabilidade } \pi_1 \\ \beta_{20} + \beta_{21} x_i + \epsilon_{2i} & \text{com probabilidade } (1 - \pi_1) \end{cases} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (6.4)$$

onde os  $\epsilon_{ji}$  ( $j = 1, 2$ ) são independentes, identicamente distribuídos e provenientes de uma distribuição normal univariada de valor médio nulo e variância  $\sigma_j^2$  ( $j = 1, 2$ ).

Uma vez escolhido o modelo que se pensa adequado a ajustar aos dados, é necessário proceder à estimação dos parâmetros desconhecidos do modelo.

Neste modelo de mistura de regressões, o vector que contém todos os parâmetros desconhecidos pode ser definido por:

$$\Psi = (\pi_1, \dots, \pi_g, \beta_1, \dots, \beta_g, \sigma_1^2, \dots, \sigma_g^2)^T \quad (6.5)$$

em que  $\beta_j = [\beta_{j0}, \dots, \beta_{jk}]^T$  ( $j = 1, \dots, g$ ).

De seguida, estudamos o problema da estimação deste vector  $\Psi$  usando o método da máxima verosimilhança.

### 6.3 Estimação de misturas de regressões lineares

Consideremos os dados na forma:

$$(y_i, x_i) \quad i = 1, \dots, n \quad (6.6)$$

em que  $y_i$  é o valor observado da variável resposta para a  $i$ -ésima observação e  $x_i$  é o correspondente valor observado das variáveis explicativas. Suponha que  $y_1, \dots, y_n$  são  $n$  realizações da variável resposta provenientes de uma mistura de  $g$  distribuições normais cuja função densidade de probabilidade é definida na expressão (6.2).

A correspondente *função de log-verosimilhança* é dada por:

$$\log L(\Psi) = \sum_{i=1}^n \log \left( \sum_{j=1}^g \pi_j \phi(y_i | x_i; x_i \beta_j, \sigma_j^2) \right) \quad (6.7)$$

em que  $\phi(\cdot; \mu, \sigma^2)$  é a função densidade de probabilidade da variável aleatória normal de valor médio  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ .

O estimador de máxima verosimilhança do vector  $\Psi$  definido na expressão (6.5) é obtido resolvendo o sistema de equações de máxima verosimilhança dado por:

$$\frac{\partial \log L(\Psi)}{\partial \Psi} = 0 \quad (6.8)$$

No entanto, como acontece no caso das misturas de distribuições, não é possível encontrar a solução destas equações por via analítica, pelo que teremos de recorrer a métodos iterativos.

#### 6.3.1 Estimação de misturas de regressões via o algoritmo EM

O algoritmo EM é o processo iterativo mais usado para determinar a solução das equações de máxima verosimilhança em problemas de dados incompletos (Dempster et al. (1977) and McLachlan and Peel (2000)). Uma vez que não se conhece a que componente da mistura pertence cada uma das observações, as misturas de regressões podem ser vistas como um problema de dados incompletos.

Neste trabalho, aplicamos este algoritmo para determinar as estimativas de máxima verosimilhança do vector  $\Psi$  definido na expressão (6.5).

Como já foi mencionado na secção 2.3.1 do capítulo 2, cada iteração do algoritmo EM consiste em duas etapas, a etapa  $E$  e a etapa  $M$ , que se descrevem em seguida para o caso de misturas de regressões lineares.

Começemos por designar por  $\Psi^{(p)} = (\pi_1^{(p)}, \dots, \pi_g^{(p)}, \beta_1^{(p)}, \dots, \beta_g^{(p)}, \sigma_1^{2(p)}, \dots, \sigma_g^{2(p)})^T$ , a estimativa de máxima verosimilhança de  $\Psi$  obtida na  $p$ -ésima iteração do algoritmo EM. Na iteração  $(p+1)$  tem-se:

#### *Etapa E*

Conhecendo as estimativas dos parâmetros desconhecidos da mistura na iteração anterior ( $p$ -ésima iteração), ou seja, conhecendo:

$$\Psi^{(p)} = (\pi_1^{(p)}, \dots, \pi_g^{(p)}, \beta_1^{(p)}, \dots, \beta_g^{(p)}, \sigma_1^{2(p)}, \dots, \sigma_g^{2(p)})^T \quad (6.9)$$

calculam-se:

$$w_{ij}^{(p+1)} = \frac{\pi_j^{(p)} \phi(y_i | x_i; x_i \beta_j^{(p)}, \sigma_j^{2(p)})}{\sum_{j=1}^g \pi_j^{(p)} \phi(y_i | x_i; x_i \beta_j^{(p)}, \sigma_j^{2(p)})} \quad (i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, g) \quad (6.10)$$

em que  $w_{ij}^{(p+1)}$  é a probabilidade condicional da observação  $i$  pertencer à  $j$ -ésima componente da mistura, dada essa observação.

#### *Etapa M*

Determinam-se as estimativas actualizadas dos parâmetros desconhecidos:

$$\pi_j^{(p+1)} = \frac{\sum_{i=1}^n w_{ij}^{(p+1)}}{n} \quad (j = 1, \dots, g) \quad (6.11)$$

$$\beta_j^{(p+1)} = (X^T W_j X)^{-1} X^T W_j Y \quad (j = 1, \dots, g) \quad (6.12)$$

em que  $W_j$  é uma matriz diagonal de dimensão  $n \times n$ , com  $w_{ij}^{(p+1)}$  o  $i$ -ésimo elemento da diagonal, e

$$\sigma_j^{2(p+1)} = \frac{\sum_{i=1}^n w_{ij}^{(p+1)} (y_i - x_i \beta_j^{(p+1)})^2}{\sum_{i=1}^n w_{ij}^{(p+1)}} \quad (j = 1, \dots, g) \quad (6.13)$$

As etapas  $E$  e  $M$  são alternadamente repetidos até se verificar o critério de paragem.

Da expressão (6.12), que permite determinar as estimativas de máxima verosimilhança dos coeficientes de regressão, pode-se realçar o seguinte. Esta expressão é idêntica à que se obteria para o estimador dos coeficientes de regressão dos mínimos quadrados ponderados na regressão linear de  $Y$  em  $X$ , sendo  $W_j$  uma matriz de pesos (ver, por exemplo, Birkes and Dodge (1993, p. 98)).

### 6.3.2 Estimação de misturas de regressões via o algoritmo CEM

Um outro algoritmo que aplicamos neste trabalho, para determinar as estimativas de máxima verosimilhança do vector  $\Psi$  definido na expressão (6.5), foi o algoritmo EM de classificação designado por algoritmo CEM (Celeux and Govaert (1992)).

Este algoritmo de classificação, permite não só calcular as estimativas de máxima verosimilhança daquele vector, mas também construir uma partição  $P = (P_1, \dots, P_g)$  do conjunto de observações. Esta partição  $P$  é caracterizada por cada elemento  $P_j$  ( $j = 1, \dots, g$ ) representar uma componente de mistura distinta.

Neste caso, recorrendo ao algoritmo CEM, as estimativas de máxima verosimilhança do vector  $\Psi$  definido na expressão (6.5) são obtidas maximizando a *função de log-verosimilhança classificatória* dada por:

$$\log CL(\Psi) = \sum_{j=1}^g \sum_{(y_i, x_i) \in P_j} \log (\pi_j \phi(y_i | x_i; x_i \beta_j, \sigma_j^2)) \quad (6.14)$$

em que  $P_j$  ( $j = 1, \dots, g$ ) é um elemento da partição  $P$ .

No algoritmo CEM, cada iteração consiste em três etapas, a etapa E (*expectation*), a etapa C (*classification*) e a etapa M (*maximization*). É na etapa C que uma partição  $P = (P_1, \dots, P_g)$  do conjunto de observações é obtida a partir das probabilidades condicionais,  $w_{ij}$ , calculadas na etapa E.

A  $p + 1$ -ésima iteração deste algoritmo está definida do seguinte modo:

#### *Etapas E*

Conhecendo as estimativas dos parâmetros desconhecidos da mistura na iteração anterior ( $p$ -ésima iteração), ou seja, conhecendo  $\Psi^{(p)}$  definido na expressão (6.9), calculam-se as probabilidades condicionais  $w_{ij}^{(p+1)}$ , ( $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq g$ ) do mesmo modo que se determinam no algoritmo EM (ver expressão (6.10)).

*Etapa C*

Uma partição  $P^{(p+1)} = (P_1^{(p+1)}, \dots, P_g^{(p+1)})$  é obtida, associando cada observação à componente de mistura onde é maior a respectiva probabilidade condicional,  $w_{ij}^{(p+1)}$ . Tem-se

$$P_j^{(p+1)} = \{(y_i, x_i) : w_{ij}^{(p+1)} = \arg_h \max w_{ih}^{(p+1)}\} \quad (6.15)$$

se  $w_{ij}^{(p+1)} = w_{ih}^{(p+1)}$  e  $j < h$  então  $(y_i, x_i) \in P_j^{(p+1)}$ ,  $(j = 1, \dots, g)$

*Etapa M*

As estimativas actualizadas dos parâmetros desconhecidos são calculadas a partir dos elementos da partição  $P^{(p+1)}$  determinada na etapa anterior. Designando por  $n_j$  o número de observações no elemento  $j$  da partição  $P$ , ou seja, o número de observações pertencentes à componente  $j$  da mistura, tem-se:

$$\pi_j^{(p+1)} = \frac{n_j}{n} \quad (j = 1, \dots, g) \quad (6.16)$$

$$\beta_j^{(p+1)} = (X_j^T W_j X_j)^{-1} X_j^T W_j Y_j \quad (j = 1, \dots, g) \quad (6.17)$$

em que  $X_j$  é a matriz de dimensão  $n_j \times (k+1)$  das observações das variáveis explicativas pertencentes à componente  $j$  da mistura,  $W_j$  é uma matriz diagonal de dimensão  $n_j \times n_j$  onde  $w_{ij}^{(p+1)}$  é o  $i$ -ésimo elemento da diagonal e  $Y_j$  é a matriz de dimensão  $n_j \times 1$  das observações da variável resposta pertencentes à componente  $j$  da mistura, e,

$$\sigma_j^{2(p+1)} = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} w_{ij}^{(p+1)} (y_i - \mathbf{x}_i \beta_j^{(p+1)})^2}{\sum_{i=1}^{n_j} w_{ij}^{(p+1)}} \quad (6.18)$$

As etapas  $E$ ,  $C$  e  $M$  são alternadamente repetidos até se verificar o critério de paragem.

Um dos aspectos negativos a realçar deste algoritmo, como acontece com o algoritmo EM, é a forte dependência dos valores iniciais dos parâmetros  $\Psi$  nas estimativas finais destes parâmetros.

## 6.4 Estudo de simulação

Para comparar o desempenho dos estimadores obtidos por estes dois algoritmos em misturas de regressões procedeu-se a um estudo de simulação cuja descrição e resultados se apresentam em seguida.

### 6.4.1 Descrição do estudo

Por se tratar de um primeiro estudo realizado com o objectivo proposto, estimámos apenas modelos de mistura de regressões simples de duas ou três componentes, ou seja,  $k = 1$  e  $g = 2$  ou  $g = 3$ .

As condições consideradas no estudo de simulação foram as seguintes.

*Inicialização dos algoritmos.*

Os verdadeiros valores dos parâmetros foram usados como valores iniciais nos algoritmos.

*Critério de paragem.*

Enquanto que no algoritmo EM, o critério utilizado baseava-se nas diferenças relativas da função de log-verosimilhança definida na expressão (6.7), no caso do algoritmo CEM, baseava-se nas diferenças relativas da função de log-verosimilhança classificatória definida na expressão (6.14). Os algoritmos terminavam quando essas diferenças se tornavam menores do que  $10^{-12}$ , ou seja, no algoritmo EM, o critério de paragem é dado por:

$$\left| \frac{\log L^{(p+1)}(\Psi) - \log L^{(p)}(\Psi)}{\log L^{(p)}(\Psi)} \right| < 10^{-12} \quad (6.19)$$

em que  $L^{(p)}(\Psi)$  é o valor da função de log-verosimilhança definida na expressão (6.7) na  $p$ -ésima iteração e no algoritmo CEM, o critério de paragem é dado por:

$$\left| \frac{\log CL^{(p+1)}(\Psi) - \log CL^{(p)}(\Psi)}{\log CL^{(p)}(\Psi)} \right| < 10^{-12} \quad (6.20)$$

em que  $CL^{(p)}(\Psi)$  é o valor da função de log-verosimilhança classificatória definida na expressão (6.14) na  $p$ -ésima iteração.

*Dimensão das amostras ( $n$ ).*

O nosso estudo incidiu em três tipos de amostras: amostras de pequena dimensão ( $n = 50$ ), amostras de média dimensão ( $n = 100$ ) e amostras de grande dimensão ( $n = 500$ ).

*Número de amostras.*

Para cada dimensão de amostra e para cada conjunto de valores dos parâmetros gerámos 200 amostras.

*Intervalo de valores de  $x$ .*

Dois intervalos diferentes de valores da variável explicativa foram usados neste estudo:  $x_i \in [-1; 3]$  e  $x_i \in [0; 2]$ .

*Geração dos dados.*

Consideremos  $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_j$ , a proporção de mistura da primeira, da segunda, ..., da  $j$ -ésima componente de mistura, respectivamente.

Cada observação  $(y_i, x_i)$  foi gerada aplicando o seguinte procedimento. Inicialmente, gerava-se uma variável aleatória auxiliar com distribuição uniforme no intervalo  $(0, 1)$ , designada por  $Z$ , cujo valor seleccionava a que componente de mistura pertencia a observação: se  $0 \leq z < \pi_1$ , a observação era proveniente da primeira componente da mistura, se  $\pi_1 \leq z < \pi_1 + \pi_2$ , a observação era proveniente da segunda componente da mistura e assim sucessivamente. De seguida, gerava-se  $x_i$  com distribuição uniforme no intervalo  $(a, b)$ , em que  $a = -1$  e  $b = 3$  ou  $a = 0$  e  $b = 2$ , de acordo com o intervalo de valores da variável explicativa. A variável aleatória  $\epsilon_{ji}$  com distribuição normal univariada de valor médio nulo e variância  $\sigma_j^2$  era por fim gerada. Finalmente, o valor de  $y_i$  é obtido a partir dos valores de  $x_i$ ,  $\epsilon_{ji}$  e dos verdadeiros valores dos coeficientes de regressão  $\beta_j$  (Hathaway and Bezdek (1993)).

*Critérios para comparar o desempenho dos estimadores*

Consideremos

$$\begin{aligned}\hat{\Psi}^{(m)} &= (\hat{\Psi}_1^{(m)}, \hat{\Psi}_2^{(m)}, \dots, \hat{\Psi}_t^{(m)}) = \\ &= (\hat{\pi}_1^{(m)}, \dots, \hat{\pi}_g^{(m)}, \hat{\beta}_1^{(m)}, \dots, \hat{\beta}_g^{(m)}, \hat{\sigma}_1^{2(m)}, \dots, \hat{\sigma}_g^{2(m)}) \quad (m = 1, \dots, 200)\end{aligned}\quad (6.21)$$

o vector das estimativas, na  $m$ -ésima simulação, do vector  $\Psi$  definido na expressão (6.5).

Para estudar as propriedades dos estimadores definidos para cada um dos algoritmos utilizados, a partir das 200 amostras de dimensão  $n$  geradas, obtivemos as estimativas  $\hat{\Psi}^{(m)}$  ( $m = 1, \dots, 200$ ) e calculámos o valor absoluto do enviesamento médio definido por:

$$\text{VIÉS}(\hat{\Psi}_t) = \left| \frac{1}{200} \sum_{m=1}^{200} \hat{\Psi}_t^{(m)} - \Psi_t \right| \quad (6.22)$$

o desvio padrão dado por :

$$\text{Desvio}(\hat{\Psi}_t) = \sqrt{\frac{1}{199} \sum_{m=1}^{200} \left( \hat{\Psi}_t^{(m)} - \frac{1}{200} \sum_{m=1}^{200} \hat{\Psi}_t^{(m)} \right)^2} \quad (6.23)$$

e o erro quadrático médio (EQM) definido por:

$$\text{EQM}(\hat{\Psi}_t) = \frac{1}{200} \sum_{m=1}^{200} \left( \hat{\Psi}_t^{(m)} - \Psi_t \right)^2 \quad (6.24)$$

Para analisar o tempo de computação dos algoritmos, a partir das 200 amostras de dimensão  $n$  geradas, calculámos o número médio de iterações necessárias à convergência dos algoritmos.

Com o objectivo de se comparar a qualidade de ajustamento do modelo aos dados, a partir das 200 amostras de dimensão  $n$  geradas, determinámos a percentagem de vezes que o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) do modelo estimado usando o algoritmo CEM era superior e igual ao coeficiente de determinação ( $R^2$ ) do modelo estimado quando se aplicava o algoritmo EM na estimação dos parâmetros.

O coeficiente de determinação ( $R^2$ ) é definido por:

$$R^2 = 1 - \frac{SQR}{SQT} \quad (6.25)$$

em que  $SQT$  é a variação total dos  $y_i$ , ou seja, a soma dos quadrados dos desvios em relação à média das observações da variável dependente:

$$SQT = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (6.26)$$

e  $SQR$  é a variância residual, ou seja, a soma dos quadrados dos resíduos.

Quando se estima o modelo de mistura de regressões usando o algoritmo EM, a soma dos quadrados dos resíduos (SQR) é definida por:

$$SQR = \sum_{i=1}^n \left( y_i - x_i \hat{\beta}_j \right)^2 \quad (6.27)$$

onde  $j$  é a componente da mistura em que é maior o valor da probabilidade condicional  $w_{ij}$  da observação  $i$  (ver De Veaux (1989)) e  $\hat{\beta}_j$  são as estimativas dos coeficientes de regressão  $\beta_j$  que podem ser calculadas usando a expressão (6.12). Usando o algoritmo CEM, a soma dos quadrados dos resíduos (SQR) passa a ser definida por:

$$SQR = \sum_{j=1}^g \sum_{i=1}^{n_j} \left( y_i - x_i \hat{\beta}_j \right)^2 \quad (6.28)$$

em que  $n_j$  é o número total de observações pertencentes à componente  $j$  da mistura e  $\hat{\beta}_j$  são as estimativas dos coeficientes de regressão  $\beta_j$  que podem ser calculadas usando a expressão (6.17)

Resumidamente, o estudo de simulação consiste nos seguintes passos:

1. Gerar uma amostra de dimensão  $n$ .



2. Estimar um modelo de mistura de regressões usando o algoritmo EM e o algoritmo CEM. “Guardar” as estimativas dos parâmetros desconhecidos do modelo, o número de iterações necessárias à convergência dos algoritmos e o coeficiente de determinação dos modelos estimados usando os dois algoritmos.

3. Repetir os passos anteriores 200 vezes. Calcular, para cada parâmetro estimado, o valor absoluto do enviesamento médio dado na expressão (6.22), o desvio padrão dado na expressão (6.23) e o erro quadrático médio dado na expressão (6.24). Determinar também o número médio de iterações necessárias à convergência dos algoritmos e a percentagem de vezes que o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) do modelo estimado usando o algoritmo CEM era superior e igual ao mesmo coeficiente quando se aplicava o algoritmo EM na estimação do modelo.

#### 6.4.2 Misturas de duas regressões lineares simples: resultados

Começamos por comparar o desempenho dos estimadores obtidos pelos algoritmos EM e CEM na estimação de misturas de duas regressões lineares simples.

Neste caso, o modelo é definido por:

$$y_i = \begin{cases} \beta_{10} + \beta_{11} x_i + \epsilon_{1i} & \text{com probabilidade } \pi_1 \\ \beta_{20} + \beta_{21} x_i + \epsilon_{2i} & \text{com probabilidade } (1 - \pi_1) \end{cases} \quad (6.29)$$

em que  $\epsilon_{ji}$  ( $j = 1, 2$ ) são independentes, identicamente distribuídos e provenientes de uma distribuição normal univariada de valor médio nulo e variância  $\sigma_j^2$  ( $j = 1, 2$ ).

O vector que contém todos os parâmetros desconhecidos do modelo é dado por:

$$\Psi = (\pi_1, \beta_1, \beta_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2)^T \quad (6.30)$$

em que  $\beta_j = [\beta_{j0}, \beta_{j1}]^T$ , ( $j = 1, 2$ ).

Neste estudo considerámos três diferentes configurações para as verdadeiras rectas de regressão componentes da mistura: as rectas de regressão eram paralelas, perpendiculares ou concorrentes entre si.

Gerámos amostras das três diferentes dimensões,  $n = 50, n = 100$  e  $n = 500$ , variando a proporção de mistura gradualmente de uma décima entre 0.1 e 0.9 e os parâmetros  $\beta_j$  ( $j = 1, 2$ ) e  $\sigma_j^2$  ( $j = 1, 2$ ) de acordo com as situações descritas na tabela 6.1.

As várias situações são ilustradas nas figuras 6.2, 6.3 e 6.4 onde se apresentam os diagramas de dispersão de uma amostra de cada caso em que  $n = 100$  e  $\pi_1 = 0.5$ .

Começamos por analisar as propriedades dos estimadores definidos para cada um dos

Configuração	Casos	$\beta_{10}$	$\beta_{20}$	$\beta_{11}$	$\beta_{21}$	$\sigma_1^2$	$\sigma_2^2$
Paralelas	PI	-1	0	1	1	$0.1^2$	$0.1^2$
	PII	-1	0	1	1	$0.1^2$	$0.2^2$
	PIII	-1	0	1	1	$0.2^2$	$0.2^2$
	PIV	-1	1	1	1	$0.2^2$	$0.2^2$
	PV	-1	1	1	1	$0.3^2$	$0.5^2$
	PVI	-1	1	1	1	$0.5^2$	$0.5^2$
	PVII	-1	2	1	1	$0.3^2$	$0.3^2$
	PVIII	-1	2	1	1	$0.5^2$	$0.5^2$
	PIX	-1	2	1	1	$0.5^2$	$0.8^2$
	PX	-1	2	1	1	$0.5^2$	$1^2$
Perpendiculares	EI	-1	1	1	-1	$0.3^2$	$0.3^2$
	EII	-1	1	1	-1	$0.5^2$	$0.5^2$
	EIII	-1	1	1	-1	$0.5^2$	$0.8^2$
	EIV	-1	1	1	-1	$0.5^2$	$1^2$
	EV	-1	3	1	-1	$0.3^2$	$0.3^2$
	EVI	-1	3	1	-1	$0.5^2$	$0.5^2$
	EVII	-1	3	1	-1	$0.5^2$	$1^2$
	EVIII	-1	5	1	-1	$0.5^2$	$0.5^2$
	EIX	-1	5	1	-1	$0.5^2$	$0.8^2$
	EX	-1	5	1	-1	$1^2$	$1^2$
Concorrentes	CI	-1	-1	1	0	$0.3^2$	$0.3^2$
	CII	-1	-1	1	0	$0.5^2$	$0.5^2$
	CIII	-1	-1	1	0	$0.5^2$	$0.8^2$
	CIV	-1	1	1	0	$0.3^2$	$0.5^2$
	CV	-1	1	1	0	$0.5^2$	$0.5^2$
	CVI	-1	1	1	0	$0.3^2$	$0.8^2$

Tabela 6.1: Verdadeiros valores dos parâmetros  $\beta_j$  ( $j = 1, 2$ ) e  $\sigma_j^2$  ( $j = 1, 2$ ) em misturas de duas regressões lineares simples

algoritmos utilizados. Devido à dimensão das tabelas destes resultados, optámos por apresentar essas tabelas em apêndice.

Nas tabelas D.1 a D.10, D.11 a D.20 e D.21 a D.30 do apêndice D figuram, respectivamente, as estimativas do valor absoluto do enviesamento médio, do desvio padrão e do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares quando as verdadeiras rectas de regressão são paralelas entre si. Os resultados apresentados mostram-nos que, nas situações nas quais não há, em geral, sobreposição das observações das duas rectas de regressão (situações PI, PIV e PVII), a eficiência dos estimadores obtidos pelos dois algoritmos é idêntica. No entanto, quando se mantém a distância entre as duas rectas de regressão e se aumenta um (ou ambos) os valores das variâncias  $\sigma_1^2$  e  $\sigma_2^2$ , observamos que as estimativas do desvio padrão e do erro quadrático médio são, em geral, menores quando recorremos ao algoritmo CEM para estimar o modelo. Por outro lado, à medida que as verdadeiras rectas de regressão se vão afastando, a eficiência de ambos os estimadores piora. Como seria de esperar, à medida que a dimensão da amostra aumenta, todas as estimativas mencionadas vão diminuindo. Relativamente aos dois intervalos de valores da variável explicativa usados neste estudo, verificamos que a eficiência de ambos os estimadores piora quando a variável explicativa é gerada no intervalo  $[0; 2]$ .

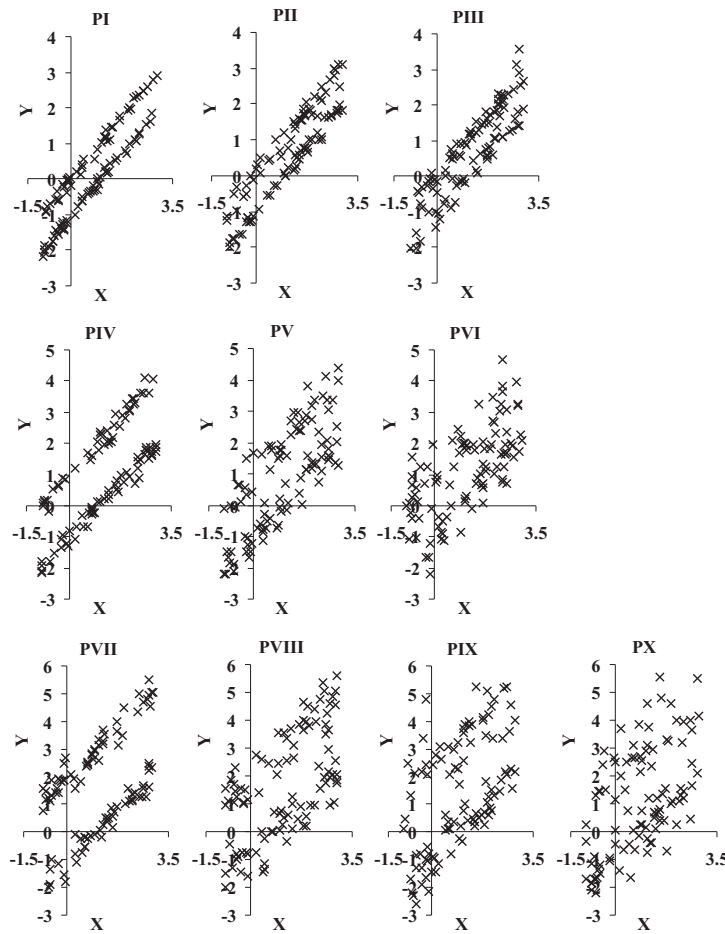


Figura 6.2: Diagramas de dispersão de amostras de misturas de duas regressões lineares simples quando as verdadeiras rectas de regressão são paralelas entre si ( $n = 100$  e  $\pi_1 = 0.5$ )

Nas tabelas D.31 a D.40, D.41 a D.50 e D.51 a D.60 do apêndice D apresentam-se as estimativas do valor absoluto do enviesamento médio, do desvio padrão e do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares quando as verdadeiras rectas de regressão são perpendiculares entre si. Os resultados apresentados mostram-nos que as estimativas do desvio padrão e do erro quadrático médio são, em geral, menores quando recorremos ao algoritmo CEM para estimar os parâmetros desconhecidos do modelo. No entanto, quando a proporção de uma das componentes é pequena, observamos o contrário. Quanto às estimativas do valor absoluto do enviesamento médio são, em geral, maiores quando aplicámos o algoritmo CEM para estimar o modelo. À medida que a dimensão da amostra aumenta, todas estas estimativas vão diminuindo acentuadamente. Em relação aos intervalos de valores da variável explicativa usados neste estudo, observamos que a eficiência

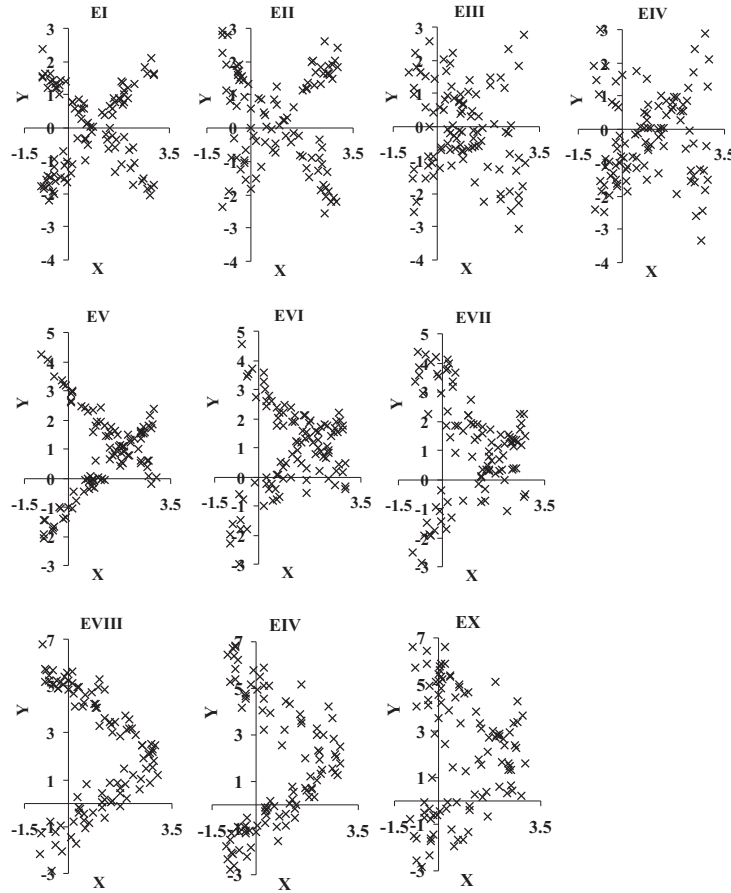


Figura 6.3: Diagramas de dispersão de amostras de misturas de duas regressões lineares simples quando as verdadeiras rectas de regressão são perpendiculares entre si ( $n = 100$  e  $\pi_1 = 0.5$ )

de ambos os estimadores piora quando a variável explicativa é gerada no intervalo  $[0; 2]$ .

Comparando com a configuração anterior, na qual as verdadeiras rectas de regressão são paralelas entre si, concluímos que a eficiência de ambos os estimadores piorou.

Por fim, as estimativas do valor absoluto do enviesamento médio, do desvio padrão e do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares quando as verdadeiras rectas de regressão são concorrentes entre si são apresentadas nas tabelas D.61 a D.66, D.67 a D.72 e D.73 a D.78 do apêndice D. Os resultados mostram-nos que estas estimativas são, em geral, maiores quando se aplica o algoritmo CEM para estimar os parâmetros desconhecidos do modelo. À medida que a dimensão da amostra aumenta, todas estas estimativas vão diminuindo. Quando a amplitude do intervalo de valores da variável explicativa diminui, a eficiência de ambos os estimadores piora, especialmente quando a proporção de uma das componentes é pequena.

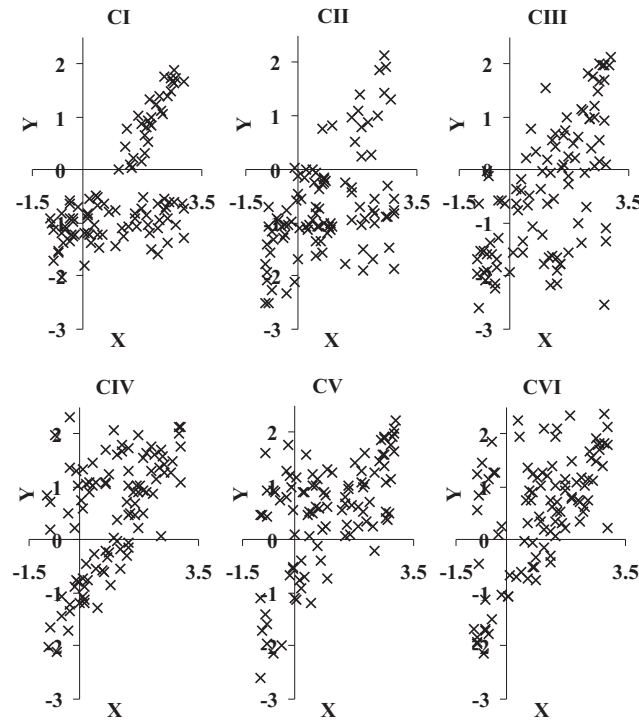


Figura 6.4: Diagramas de dispersão de amostras de misturas de duas regressões lineares simples quando as verdadeiras rectas de regressão são concorrentes entre si ( $n = 100$  e  $\pi_1 = 0.5$ )

Comparando com a configuração anterior, na qual as verdadeiras rectas de regressão são perpendiculares entre si, concluímos que a eficiência de ambos os estimadores piorou ligeiramente.

Em relação ao tempo de computação dos algoritmos propostos, como seria de esperar, em todas as situações estudadas o número médio de iterações necessárias à convergência do algoritmo é sempre menor quando se aplica o algoritmo CEM na estimação dos parâmetros desconhecidos do modelo.

De seguida, iremos proceder à análise da qualidade de ajustamento dos dois modelos aos dados.

Na tabela 6.2 figura a percentagem de vezes que o coeficiente de determinação do modelo estimado usando o algoritmo CEM era superior (igual) ao mesmo coeficiente do modelo estimado quando se aplicava o algoritmo EM, em misturas de duas regressões simples, quando as verdadeiras rectas de regressão são paralelas entre si. Os resultados mostram que, nas situações onde não há sobreposição das observações das duas rectas de regressão (situação PI, PIV e PVII), o ajustamento dos dois modelos obtidos é idêntico. Nas outras

situações, o ajustamento do modelo estimado aplicando o algoritmo CEM é, em geral, melhor do que o obtido pelo algoritmo EM. As excepções surgem em amostras de grande dimensão ( $n = 500$ ), nas situações em que há sobreposição das observações nas duas rectas de regressão (situação PIII, PVI, PIX e PX). Relativamente aos dois intervalos de valores da variável explicativa usados neste estudo, não se verificam diferenças significativas entre os resultados obtidos.

Na tabela 6.3 apresenta-se a percentagem de vezes que o coeficiente de determinação do modelo estimado usando o algoritmo CEM era superior (igual) ao mesmo coeficiente do modelo estimado quando se aplicava o algoritmo EM, em misturas de duas regressões simples, quando as verdadeiras rectas de regressão são perpendiculares entre si. Os resultados mostram que, em amostras de pequena e média dimensão ( $n = 50$  e  $n = 100$ , respectivamente), o ajustamento do modelo obtido aplicando o algoritmo CEM é, em geral, melhor do que o obtido pelo algoritmo EM. As excepções surgem nas situações em que a proporção de mistura é pequena e há sobreposição das observações nas duas rectas de regressão (situação EIII, EIV, EVII). Em amostras de grande dimensão ( $n = 500$ ), observa-se que nas situações em que a abcissa do ponto de intersecção das verdadeiras rectas de regressão se encontra dentro do intervalo de valores da variável explicativa, o ajustamento do modelo obtido aplicando o algoritmo CEM é, em geral, pior do que o obtido pelo algoritmo EM. Podemos ainda verificar que o ajustamento do modelo obtido aplicando o algoritmo CEM piora ligeiramente quando a amplitude do intervalo de valores da variável explicativa diminui.

Comparando com a configuração anterior, na qual as verdadeiras rectas de regressão são paralelas entre si verifica-se que, em geral, o ajustamento do modelo obtido aplicando o algoritmo CEM piorou.

Finalmente, a mesma percentagem obtida quando as verdadeiras rectas de regressão são concorrentes entre si, é apresentada na tabela 6.4. Os resultados também mostram que, em geral, o ajustamento do modelo obtido aplicando o algoritmo CEM é melhor do que o obtido aplicando o algoritmo EM. As excepções surgem em algumas situações em que a proporção de mistura é pequena e, em particular, em amostras de grande dimensão ( $n = 500$ ) é notório que o ajustamento do modelo obtido aplicando o algoritmo CEM é pior do que o obtido pelo algoritmo EM. Relativamente aos dois intervalos de valores da variável explicativa usados neste estudo, não se verificam diferenças significativas entre os resultados obtidos.

Comparando com as duas configurações anteriores, nas quais as verdadeiras rectas de regressão são paralelas entre si e perpendiculares entre si, concluímos que o ajustamento

do modelo obtido aplicando o algoritmo CEM piorou.

### 6.4.3 Misturas de três regressões lineares simples: resultados

De seguida, comparamos o desempenho dos estimadores obtidos pelos algoritmos EM e CEM na estimação de misturas de três regressões lineares simples.

Neste caso, o modelo é definido por:

$$y_i = \begin{cases} \beta_{10} + \beta_{11} x_i + \epsilon_{1i} & \text{com probabilidade } \pi_1 \\ \beta_{20} + \beta_{21} x_i + \epsilon_{2i} & \text{com probabilidade } \pi_2 \\ \beta_{30} + \beta_{31} x_i + \epsilon_{3i} & \text{com probabilidade } \pi_3 \end{cases} \quad (6.31)$$

$\epsilon_{ji}$  ( $j = 1, 2, 3$ ) são independentes, identicamente distribuídos e provenientes de uma distribuição normal univariada de valor médio nulo e variância  $\sigma_j^2$  ( $j = 1, 2, 3$ ).

O vector que contém todos os parâmetros desconhecidos do modelo é dado por:

$$\Psi = (\pi_1, \pi_2, \pi_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2)^T \quad (6.32)$$

em que  $\beta_j = [\beta_{j0}, \beta_{j1}]^T$ , ( $j = 1, 2, 3$ ).

Uma vez que para amostras de pequena dimensão ( $n = 50$ ), poderiam ocorrer casos em que o número de observações numa componente fosse pequeno, gerámos apenas amostras de média e grande dimensão ( $n = 100$  e  $n = 500$ , respectivamente), variando os parâmetros  $\beta_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) e  $\sigma_j^2$  ( $j = 1, 2, 3$ ) de acordo com as situações descritas na tabela 6.5. Quanto às proporções de mistura, figuram no cabeçalho da tabela 6.6 os valores usados neste estudo de simulação.

As várias situações são ilustradas na figura 6.5 onde se apresentam os diagramas de dispersão de uma amostra de cada caso em que  $n = 100$ ,  $\pi_1 = 0.4$ ,  $\pi_2 = 0.3$  e  $\pi_3 = 0.3$ .

Começamos por analisar as propriedades dos estimadores definidos para cada um dos algoritmos utilizados. Uma vez mais, devido à dimensão das tabelas destes resultados, optou-se por apresentá-las em apêndice.

Nas tabelas D.79 a D.83, D.84 a D.88 e D.89 a D.93 figuram, respectivamente, as estimativas do valor absoluto do enviesamento médio, do desvio padrão e do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de três regressões lineares simples nas situações analisadas neste estudo de simulação. Os resultados apresentados mostram claramente que estes dependem da posição relativa das verdadeiras rectas de regressão. Na situação I, na qual as verdadeiras rectas de regressão são paralelas entre si e não há sobreposição das observações das três rectas, a eficiência dos estimadores obtidos pelos dois algoritmos é idêntica. No

$x$	$n$	Casos	Valor de $\pi_1$								
			0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
[-1; 3]	50	PI	5(93)	4(94.5)	4.5(94.5)	3(94.5)	5.5(94)	3.5(95.5)	4.5(93.5)	6(93)	4(93)
		PII	92.5(4)	93.5(4.5)	94(2.5)	96.5(0.5)	97(2)	93.5(6)	88(11)	78(20.5)	64.5(36)
		PIII	84.5(2)	89(0.5)	92(0)	88(0.5)	96(0)	93.5(0)	93.5(0)	88.5(0)	86(1.5)
		PIV	8(83.5)	9.5(88)	6.5(89.5)	3.5(94)	7(91)	5(92.5)	6.5(92)	7(87)	9.5(88)
		PV	82.5(0)	87(0)	87.5(0)	90(0)	94(0)	91(0)	91(0.5)	90(5)	86(7.5)
		PVI	75.5(0)	80(0)	85(0)	90(0)	91.5(0)	89(0)	83(0)	76.5(0)	78(0)
		PVII	8.5(85.5)	7(88)	8(89)	8(87)	6(89.5)	4(90.5)	8(86.5)	8(91.5)	10(85)
		PVIII	85(7.5)	90(2)	95.5(1.5)	96.5(1)	96.5(0)	93.5(1.5)	91.5(3)	91.5(6.5)	89(7)
		PIX	81(0)	82.5(0)	83(0)	87(0)	89.5(0)	91(0)	91.5(0.5)	88.5(1.5)	90.5(2)
		PX	72.5(0)	80(0)	83.5(0)	83(0)	81.5(0)	86(0)	91.5(0.5)	90(0)	87(1.5)
	100	PI	5.5(93.5)	5.5(93)	5.5(93.5)	5.5(92)	2.5(96)	4(94.5)	2(96)	5.5(92.5)	2.5(96)
		PII	96.5(0)	99(0)	97(0)	95.5(0.5)	95.5(0)	93.5(1)	96.5(1)	96(1)	76.5(21)
		PIII	81.5(0)	80(0)	84.5(0)	83(0)	85(0)	85.5(0)	86(0)	83(0)	77.5(0)
		PIV	9.5(85.5)	9(89.5)	6(91.5)	7(89.5)	7(91.5)	8(90.5)	7.5(91)	7.5(92.5)	7.5(90)
		PV	81.5(0)	81.5(0)	85.5(0)	86.5(0)	80(0)	82.5(0)	88.5(0)	89(0)	86(1.5)
		PVI	74.5(0)	68(0)	68(0)	80(0)	78.5(0)	71.5(0)	72(0)	67(0)	70.5(0)
		PVII	10(84.5)	11.5(84.5)	6.5(89.5)	6(90)	8.5(86)	7(90)	8.5(85.5)	7(88.5)	12.5(78)
		PVIII	94(0.5)	87.5(0)	94(0)	94.5(0)	94.5(0.5)	97(0)	94(0)	92(0.5)	84(2.5)
		PIX	76.5(0)	79.5(0)	78.5(0)	80.5(0)	81(0)	79(0)	85(0)	86(0)	87.5(0)
		PX	69.5(0)	78.5(0)	80.5(0)	85(0)	86.5(0)	83(0)	84.5(0)	87(0)	88(0)
	500	PI	10.5(89)	9(89)	7(89.5)	6(90)	5.5(93)	5.5(93.5)	10(88)	4.5(94.5)	4.5(93)
		PII	91(0)	88.5(0)	93.5(0)	91(0)	90(0)	88.5(0)	87(0)	93(0)	95.5(0)
		PIII	47.5(0)	33.5(0)	31.5(0)	39.5(0)	37.5(0)	37.5(0)	31.5(0)	36.5(0)	44.5(0)
		PIV	10.5(82)	13.5(80.5)	16(78.5)	14(79.5)	11(83.5)	9(87)	9.5(83.5)	17.5(75.5)	15(77)
		PV	48.5(0)	49.5(0)	45(0)	55(0)	69.5(0)	65(0)	72(0)	81.5(0)	77.5(0)
		PVI	17.5(0)	11(0)	15.5(0)	23(0)	40(0)	27(0)	12.5(0)	14.5(0)	19(0)
		PVII	16.5(72)	15(78)	18(78)	18(76)	11(84)	14(80.5)	7.5(84)	16.5(77)	21(66.5)
		PVIII	72(0)	76(0)	75.5(0)	71.5(0)	69(0)	73.5(0)	69(0)	71.5(0)	72(0)
		PIX	34(0)	38.5(0)	39.5(0)	56.5(0)	65(0)	72.5(0)	79(0)	82.5(0)	78(0)
		PX	39(0)	48.5(0)	67.5(0)	78.5(0)	89.5(0)	95.5(0)	96(0)	95(0)	93(0)
[0; 2]	50	PI	5.5(89.5)	8(89.5)	5(93)	7.5(90)	8(89)	7(91.5)	9.5(87.5)	10(86)	9.5(85)
		PII	93(3)	96(2)	98.5(0.5)	96.5(2)	94.5(3.5)	91.5(4.5)	90(8.5)	80.5(17)	61(36.5)
		PIII	85.5(4)	87.5(0)	90(0)	92.5(0)	94(0)	91.5(0)	94(0)	87.5(0)	89(1.5)
		PIV	10(81)	13.5(82.5)	8(89)	7(89.5)	5.5(94)	5.5(90.5)	6(87.5)	11.5(84.5)	15(78.5)
		PV	82.5(0)	87.5(0)	87(0)	89.5(0)	94(0)	93.5(1)	92(0)	93.5(2.5)	83.5(7)
		PVI	77(0)	80(0)	88(0)	86.5(0)	88.5(0)	87(0)	88.5(0)	78(0)	78(0)
		PVII	16.5(72.5)	12(78.5)	7(87.5)	6.5(85.5)	2.5(96)	4(91)	6.5(91.5)	13(80.5)	14(78)
		PVIII	81.5(8.5)	92(2.5)	98(0.5)	94.5(1)	97.5(0.5)	94.5(2)	94.5(2)	94.5(2.5)	90(5)
		PIX	77.5(0)	84(0)	81(0)	83(0)	90.5(0)	90.5(0)	91(0)	86.5(1.5)	87(4.5)
		PX	70(0)	73.5(0)	78.5(0)	86.5(0)	89(0)	91(0)	90(0.5)	93.5(0.5)	88.5(2)
	100	PI	10(85.5)	6(90)	8(89)	4(92.5)	5.5(88.5)	6(90)	9(89.5)	6(91.5)	7(89.5)
		PII	94.5(0)	98(0)	98.5(0)	97(0)	98(0)	96(0.5)	98.5(0.5)	91(5.5)	84(13.5)
		PIII	84(0)	84(0)	86(0)	84(0)	87(0)	84.5(0)	77.5(0)	86.5(0)	81(0)
		PIV	15(78.5)	8.5(86.5)	9.5(86)	6.5(88.5)	11(83)	6(90.5)	8(89)	12(80.5)	12(79.5)
		PV	82.5(0)	80.5(0)	86(0)	82.5(0)	80.5(0)	87.5(0)	86(0)	90.5(0)	85.5(2)
		PVI	64(0)	70.5(0)	71.5(0)	74.5(0)	83(0)	77.5(0)	73(0)	67.5(0)	66(0)
		PVII	16.5(73.5)	13.5(78.5)	9(87)	4.5(91)	8.5(84.5)	7.5(89)	8.5(87.5)	12(79.5)	19(71)
		PVIII	89.5(0.5)	92(0)	94(0)	98(0)	91.5(0)	94.5(0)	94(0)	90(0)	90(1.5)
		PIX	74(0)	77.5(0)	77(0)	76(0)	80.5(0)	84.5(0)	87.5(0)	83(0)	83(2)
		PX	75(0)	72.5(0)	78(0)	80(0)	84.5(0)	84(0)	92.5(0)	83.5(0)	86.5(0)
	500	PI	17.5(74)	13(78)	8.5(84)	6(86.5)	12.5(82)	12.5(81.5)	13.5(80.5)	15(81)	14(77.5)
		PII	94(0)	94(0)	89(0)	90(0)	91(0)	88(0)	89(0)	90(0)	93.5(0)
		PIII	49(0)	41(0)	35.5(0)	35.5(0)	45(0)	41(0)	36(0)	35.5(0)	45.5(0)
		PIV	23(63)	16(74)	18(77.5)	14(77.5)	13.5(80)	15(78)	19.5(68)	19(67.5)	25(60.5)
		PV	42(0)	36.5(0)	54(0)	63(0)	68.5(0)	70(0)	80(0)	77.5(0)	82.5(0)
		PVI	18.5(0)	10.5(0)	16(0)	22.5(0)	34(0)	26.5(0)	18(0)	15.5(0)	16(0)
		PVII	26(51)	24.5(60)	16(68)	22(71.5)	18.5(70.5)	18(70)	17(67.5)	21(69)	28(58.5)
		PVIII	70.5(0)	70.5(0)	67.5(0)	69.5(0)	69(0)	75(0)	73.5(0)	73(0)	71(0)
		PIX	33(0)	36.5(0)	43.5(0)	54.5(0)	68(0)	75(0)	79(0)	84(0)	79(0)
		PX	33.5(0)	49(0)	68(0)	82(0)	89.5(0)	94(0)	95.5(0)	96.5(0)	92.5(0)

Tabela 6.2: Percentagem de vezes que o coeficiente  $R^2$  do modelo estimado usando o algoritmo CEM é superior (igual) ao mesmo coeficiente do modelo estimado quando se aplica o algoritmo EM, em misturas de duas regressões simples quando as verdadeiras rectas de regressão são paralelas entre si



$x$	$n$	Casos	Valor de $\pi_1$								
			0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
[-1; 3]	50	EI	79.5(1.5)	86(0)	70(0)	81.5(0)	87(0)	77(0)	70.5(0)	84(0)	80(0.5)
		EII	72.5(0)	69(0)	64.5(0)	69(0)	80.5(0)	64.5(0)	73(0)	66.5(0)	66.5(0)
		EIII	45.5(0)	52(0)	55(0)	72.5(0)	75(0)	84.5(0)	72.5(0)	74(0)	67(0.5)
		EIV	32(0)	51(0)	55(0)	72(0)	79.5(0)	78.5(0)	79(0)	82(0)	72(0)
		EV	74(0.5)	76(0)	76.5(0)	75.5(0)	87(0)	75.5(0)	75.5(0)	76.5(0)	78(0.5)
		EVI	63(0)	65(0)	64.5(0)	71.5(0)	79.5(0)	66(0)	63(0)	69.5(0)	62(0.5)
		EVII	33.5(0)	43.5(0)	56(0)	68.5(0)	72.5(0)	71(0)	75(0)	75(0)	79(0.5)
		EVIII	79(1.5)	76(0.5)	78(0)	83(0)	90(0)	82.5(0)	74.5(0)	85(0)	78(0)
		EIX	60.5(0.5)	65(0.5)	67.5(0)	80.5(0)	88.5(0)	90.5(0)	88(0)	90.5(0.5)	80(2.5)
		EX	61(0.5)	60.5(0)	71.5(0)	83.5(0)	91.5(0)	82.5(0)	66.5(0)	66(0)	59(0.5)
	100	EI	81.5(0)	76(0)	75(0)	68(0)	68(0)	64.5(0)	67(0)	72.5(0)	83.5(0)
		EII	67(0)	65.5(0)	56.5(0)	62(0)	69(0)	57.5(0)	52(0)	56(0)	62.5(0)
		EIII	13.5(0)	35.5(0)	36(0)	65.5(0)	67.5(0)	65.5(0)	70(0)	64(0)	71(0)
		EIV	27.5(0)	20.5(0)	36.5(0)	68.5(0)	78(0)	74(0)	78(0)	76(0)	75(0)
		EV	74.5(0)	74(0)	70.5(0)	72.5(0)	73(0)	66.5(0)	69(0)	78.5(0)	76.5(0)
		EVI	62(0)	57.5(0)	49.5(0)	51(0)	69.5(0)	56.5(0)	43.5(0)	53(0)	68.5(0)
		EVII	31.5(0)	25(0)	38.5(0)	61(0)	69.5(0)	69.5(0)	76(0)	74(0)	75(0)
		EVIII	77.5(0)	74(0)	78.5(0)	87(0)	95.5(0)	87(0)	77.5(0)	72.5(0)	70.5(0)
		EIX	58(0)	54(0)	70.5(0)	89.5(0)	88(0)	91.5(0)	90(0)	84.5(0)	86(0)
		EX	59.5(0)	63(0)	78.5(0)	89(0)	94.5(0)	88(0)	75(0)	64(0)	61.5(0)
	500	EI	59.5(0)	44.5(0)	32(0)	28(0)	50.5(0)	29.5(0)	40.5(0)	52(0)	60.5(0)
		EII	26(0)	14.5(0)	10.5(0)	5(0)	47(0)	8(0)	4.5(0)	13.5(0)	27(0)
		EIII	1.5(0)	1.5(0)	3.5(0)	48.5(0)	59(0)	60.5(0)	47(0)	38(0)	34(0)
		EIV	0(0)	0(0)	8.5(0)	51.5(0)	79(0)	90(0)	84.5(0)	66.5(0)	55.5(0)
		EV	56(0)	45.5(0)	30(0)	24.5(0)	46(0)	26.5(0)	21.5(0)	50.5(0)	55(0)
		EVI	30(0)	14(0)	7(0)	14(0)	44.5(0)	10.5(0)	7.5(0)	14(0)	30.5(0)
		EVII	1.5(0)	1(0)	6.5(0)	45.5(0)	56(0)	61(0)	54.5(0)	41(0)	41(0)
		EVIII	71(0)	74.5(0)	91.5(0)	99.5(0)	100(0)	98.5(0)	92.5(0)	70(0)	73(0)
		EIX	32.5(0)	52.5(0)	80(0)	95(0)	100(0)	100(0)	100(0)	96.5(0)	81.5(0)
		EX	47(0)	74(0)	91.5(0)	100(0)	100(0)	98(0)	91(0)	69.5(0)	50.5(0)
	50	EI	60.5(0)	59.5(0)	67.5(0)	71.5(0)	78.5(0)	68.5(0)	65.5(0)	62(0)	61(0)
		EII	42(0)	39(0)	50.5(0)	65.5(0)	81(0)	71.5(0)	47.5(0)	40.5(0)	38(0)
		EIII	1.5(0)	0(0)	1(0)	73(0)	80.5(0)	82(0)	71.5(0)	62(0)	69.5(0)
		EIV	12.5(0)	22(0)	37.5(0)	64(0)	85(0)	74(0)	74.5(0)	73(0)	56.5(0)
		EV	69.5(2.5)	69(0.5)	72(0)	86(0)	89(0)	86.5(0)	80(0)	73(1)	78(0.5)
		EVI	57(1)	61(0.5)	75(0)	83(0)	89(0)	80.5(0)	70.5(0)	65.5(0)	59.5(0)
		EVII	41(0)	61(0)	81(0)	87.5(0)	92(0)	89.5(0)	80(1)	70.5(1)	31(0)
		EVIII	81.5(10.5)	88.5(4)	96(1)	94.5(1.5)	95.5(1.5)	96.5(0.5)	93(2)	92(3)	82.5(12)
		EIX	86.5(1)	88(0)	85(0)	89.5(0)	93(0)	92(0)	96(0)	93(0.5)	84(7.5)
		EX	73.5(0)	78(0)	84(0)	85(0)	87(0)	87.5(0)	82.5(0)	76(0)	73.5(0)
	100	EI	59(0)	45(0)	45.5(0)	55.5(0)	67(0)	44(0)	49.5(0)	48(0)	58(0)
		EII	33(0)	28(0)	30.5(0)	45(0)	71.5(0)	42.5(0)	31(0)	34.5(0)	30.5(0)
		EIII	37(0)	14(0)	21.5(0)	52.5(0)	75(0)	76.5(0)	51.5(0)	52(0)	44.5(0)
		EIV	8.5(0)	13.5(0)	23.5(0)	57(0)	80(0)	77.5(0)	72.5(0)	63.5(0)	59.5(0)
		EV	73.5(0.5)	70(0)	77.5(0)	91.5(0)	94.5(0)	86.5(0)	80(0)	72.5(0)	73.5(0)
		EVI	59.5(0)	57.5(0)	77(0)	93.5(0)	97.5(0)	89.5(0)	83(0)	64.5(0)	59(0)
		EVII	39(0)	65.5(0)	88(0)	96(0)	98(0)	93(0)	88.5(0)	79.5(0)	26.5(0)
		EVIII	90.5(1.5)	86(1)	93(0)	95.5(0)	94(0)	95(0)	94(0)	88.5(0.5)	90(1.5)
		EIX	84(0)	84(0)	83(0)	80.5(0)	85(0)	80(0)	86(0)	88.5(0)	85(0)
		EX	67.5(0)	69(0)	66.5(0)	83.5(0)	88.5(0)	78.5(0)	72.5(0)	69(0)	69(0)
[0; 2]	500	EI	12(0)	4(0)	2.5(0)	7.5(0)	33.5(0)	4(0)	5.5(0)	3.5(0)	12(0)
		EII	1(0)	0(0)	1(0)	5(0)	50.5(0)	9(0)	1(0)	0(0)	2(0)
		EIII	1(0)	0(0)	1(0)	34(0)	74(0)	45(0)	17(0)	11(0)	12(0)
		EIV	3(0)	0(0)	1(0)	42(0)	83(0)	80(0)	67(0)	51(0)	46(0)
		EV	61.5(0)	75.5(0)	87.5(0)	98.5(0)	100(0)	99.5(0)	87.5(0)	73.5(0)	64.5(0)
		EVI	51.5(0)	74(0)	90(0)	98(0)	100(0)	100(0)	91(0)	78.5(0)	47.5(0)
		EVII	33.5(0)	78(0)	98(0)	100(0)	100(0)	100(0)	99(0)	89.5(0)	15(0)
		EVIII	65.5(0)	59(0)	51(0)	50.5(0)	60.5(0)	54.5(0)	56.5(0)	57(0)	66(0)
		EIX	59.5(0)	44(0)	48(0)	51(0)	72.5(0)	74.5(0)	79.5(0)	76.5(0)	78(0)
		EX	25(0)	17.5(0)	33.5(0)	50(0)	81(0)	59.5(0)	32(0)	22.5(0)	23.5(0)

Tabela 6.3: Percentagem de vezes que o coeficiente  $R^2$  do modelo estimado usando o algoritmo CEM é superior (igual) ao mesmo coeficiente do modelo estimado quando se aplica o algoritmo EM, em misturas de duas regressões simples quando as verdadeiras rectas de regressão são perpendiculares entre si

$x$	$n$	Casos	Valor de $\pi_1$								
			0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
[-1; 3]	50	CI	57(0)	66(0)	56(0)	67(0)	78.5(0)	62.5(0)	55.5(0)	62.5(0)	59.5(0)
		CII	39(0)	41.5(0)	43(0)	61(0)	61(0)	70.5(0)	58.5(0)	52(0)	44(0)
		CIII	21(0)	28(0)	34(0)	58(0)	72.5(0)	70.5(0)	65.5(0)	58.5(0)	46(0)
		CIV	33.5(0)	42.5(0)	46.5(0)	62(0)	72.5(0)	72(0)	73.5(0)	69(1)	72(1)
		CV	39(0)	43.5(0)	49(0)	60.5(0)	66(0)	58.5(0)	50.5(0)	45.5(0)	39.5(0)
		CIV	24(0)	30(0)	49(0)	65.5(0)	76.5(0)	77(0)	82.5(0)	81.5(0)	75.5(0)
	100	CI	56(0)	43(0)	49.5(0)	46.5(0)	67(0)	50.5(0)	46(0)	50(0)	53.5(0)
		CII	38.5(0)	34.5(0)	28.5(0)	42.5(0)	66.5(0)	42.5(0)	26.5(0)	34(0)	35.5(0)
		CIII	20.5(0)	14.5(0)	23(0)	57(0)	69.5(0)	68.5(0)	57(0)	54.5(0)	51.5(0)
		CIV	28(0)	20(0)	26(0)	64.5(0)	63(0)	57.5(0)	60(0)	64(0)	65.5(0)
		CV	41.5(0)	28.5(0)	27(0)	46(0)	64(0)	43.5(0)	34.5(0)	28.5(0)	41.5(0)
		CIV	18(0)	14.5(0)	37(0)	59.5(0)	74.5(0)	77(0)	79.5(0)	84.5(0)	72(1)
	500	CI	21(0)	7(0)	5(0)	9(0)	38.5(0)	11.5(0)	5.5(0)	5(0)	18.5(0)
		CII	14.5(0)	3(0)	5(0)	8.5(0)	34.5(0)	11(0)	6(0)	4.5(0)	8.5(0)
		CIII	7(0)	5(0)	12(0)	40.5(0)	64(0)	48.5(0)	27(0)	20.5(0)	20(0)
		CIV	2.5(0)	0.5(0)	2(0)	54(0)	41(0)	47.5(0)	35(0)	23.5(0)	30(0)
		CV	7(0)	5.5(0)	10(0)	6(0)	32.5(0)	10.5(0)	4(0)	6.5(0)	5.5(0)
		CIV	0.5(0)	1.5(0)	10.5(0)	26(0)	61.5(0)	91(0)	93(0)	83.5(0)	76.5(0)
	50	CI	55(0)	62(0)	72.5(0)	86(0)	94(0)	81.5(0)	64(0)	57.5(0)	54(0)
		CII	27(0)	42.5(0)	63.5(0)	81(0)	92.5(0)	79(0)	55.5(0)	41(0)	34(0)
		CIII	19.5(0)	27.5(0)	48(0)	71(0)	88.5(0)	84(0)	69(0)	58(0)	46.5(0)
		CIV	24(0)	38(0)	63(0)	82(0)	90(0)	87.5(0)	80(0)	73(0)	59.5(0)
		CV	33.5(0)	44.5(0)	62.5(0)	81(0)	93.5(0)	80(0)	56(0)	40(0)	32(0)
		CIV	26(0)	33.5(0)	53(0)	66(0)	84(0)	92.5(0)	87.5(0)	83.5(0)	79.5(1)
	100	CI	55(0)	54.5(0)	74(0)	85.5(0)	98(0)	89.5(0)	71(0)	57(0)	51.5(0)
		CII	30(0)	39.5(0)	61(0)	74.5(0)	95(0)	69.5(0)	58(0)	42(0)	32(0)
		CIII	25.5(0)	28.5(0)	37.5(0)	81(0)	92(0)	81(0)	69(0)	58.5(0)	48.5(0)
		CIV	31(0)	33.5(0)	64.5(0)	88.5(0)	94(0)	92(0)	86(0)	76.5(0)	68(0)
		CV	31(0)	46(0)	49(0)	82(0)	91(0)	74.5(0)	53(0)	36(0)	27(0)
		CIV	22.5(0)	25(0)	57(0)	82(0)	91(0)	94.5(0)	94.5(0)	95.5(0)	80(0)
[0; 2]	500	CI	50.5(0)	63.5(0)	87(0)	97(0)	100(0)	100(0)	85(0)	8.5(0)	29.5(0)
		CII	15(0)	19.5(0)	36.5(0)	78(0)	96(0)	74.5(0)	41.5(0)	17(0)	15.5(0)
		CIII	14.5(0)	5(0)	20(0)	86.5(0)	81.5(0)	72.5(0)	57(0)	36.5(0)	39.5(0)
		CIV	12.5(0)	31.5(0)	78.5(0)	97.5(0)	99.5(0)	100(0)	98.5(0)	91.5(0)	78(0)
		CV	15(0)	22.5(0)	42.5(0)	73(0)	91.5(0)	78(0)	37.5(0)	21(0)	14.5(0)
		CIV	3(0)	6.5(0)	45.5(0)	86.5(0)	98.5(0)	100(0)	100(0)	100(0)	98(0)

Tabela 6.4: Percentagem de vezes que o coeficiente  $R^2$  do modelo estimado usando o algoritmo CEM é superior (igual) ao mesmo coeficiente do modelo estimado quando se aplica o algoritmo EM, em misturas de duas regressões simples quando as verdadeiras rectas de regressão são concorrentes entre si

Casos	$\beta_{01}$	$\beta_{02}$	$\beta_{03}$	$\beta_{11}$	$\beta_{12}$	$\beta_{13}$	$\sigma_1^2$	$\sigma_2^2$	$\sigma_3^2$
I	-2	6	2	1	1	1	0.5 <sup>2</sup>	0.5 <sup>2</sup>	0.5 <sup>2</sup>
II	-1	1	0	1	1	1	0.2 <sup>2</sup>	0.2 <sup>2</sup>	0.2 <sup>2</sup>
III	-1	3	3	1	-1	1	0.5 <sup>2</sup>	1 <sup>2</sup>	0.3 <sup>2</sup>
IV	-1	3	2	1	1	0	0.5 <sup>2</sup>	1 <sup>2</sup>	0.3 <sup>2</sup>
V	-1	3	2	1	-1	0	0.5 <sup>2</sup>	1 <sup>2</sup>	0.3 <sup>2</sup>

Tabela 6.5: Verdadeiros valores dos parâmetros  $\beta_j (j = 1, 2, 3)$  e  $\sigma_j^2 (j = 1, 2, 3)$  em misturas de três regressões lineares simples

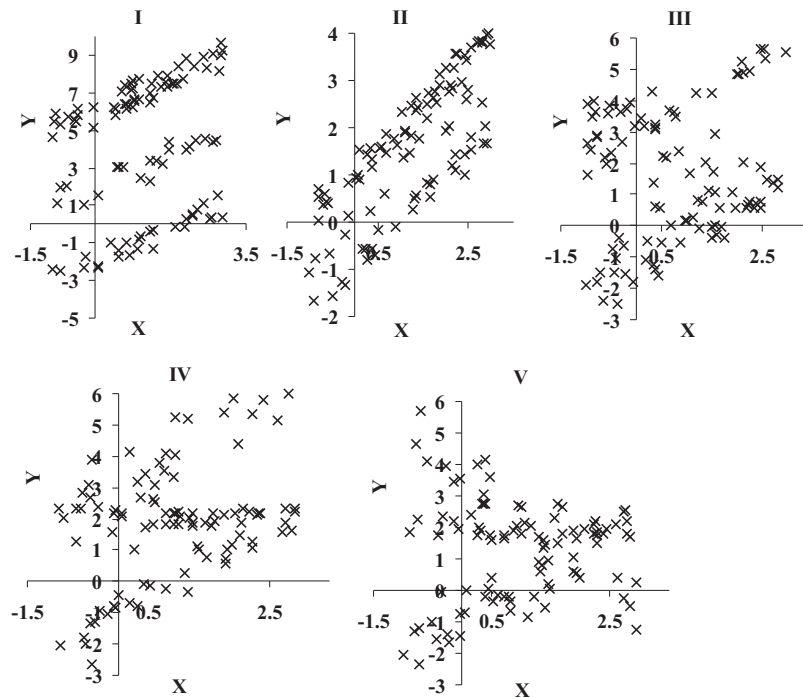


Figura 6.5: Diagramas de dispersão de amostras de misturas de três regressões lineares simples ( $n = 100$ ,  $\pi_1 = 0.4$ ;  $\pi_2 = 0.3$  e  $\pi_3 = 0.3$ )

entanto, quando se diminui a distância entre as três rectas (situação II), observamos que as estimativas do desvio padrão e do erro quadrático médio são, em geral, menores quando recorremos ao algoritmo CEM para estimar o modelo. Por outro lado, nas situações III, IV e V, nas quais as verdadeiras rectas de regressão são perpendiculares ou concorrentes entre si, verificamos que as estimativas do valor absoluto do enviesamento médio, do desvio padrão e do erro quadrático médio são, em geral, maiores quando recorremos ao algoritmo CEM para estimar o modelo. Dos resultados apresentados, também podemos concluir que, quando a dimensão da amostra aumenta ou quando a amplitude do intervalo de valores da variável explicativa aumenta, a eficiência de ambos os estimadores melhora.

Em relação ao tempo de computação dos algoritmos propostos, como seria de esperar, em todas as situações estudadas o número médio de iterações necessárias à convergência do algoritmo é sempre menor quando se aplica o algoritmo CEM na estimação dos parâmetros desconhecidos do modelo.

Relativamente à qualidade de ajustamento dos dois modelos aos dados, apresentam-se na tabela 6.6, a percentagem de vezes que o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) do modelo estimado usando o algoritmo CEM era superior (igual) ao mesmo coeficiente do modelo

$x$	$n$	Casos	$\pi_1$																
			$\pi_2$																
			0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.5	0.5	0.6
			0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.2	0.2	0.3	0.4	0.5	0.2	0.3	0.4	0.5	0.2	0.3	0.2
[-1; 3]	100	I	77.5 (22)	79.5 (20.5)	69.5 (29)	76 (23.5)	69 (28.5)	80 (19)	75.5 (23.5)	74.5 (25)	64.5 (34)	79 (20)	74 (25.5)	69 (30)	75.5 (24.5)	72.5 (26.5)	66 (32)		
		II	81 (0)	81 (0)	89 (0)	89 (0)	87 (0)	87.5 (0)	94.5 (0)	91 (0)	91.5 (0)	86 (0)	72 (0)	64 (0)	88.5 (0)	88.5 (0)	55.5 (0)		
		III	72 (0)	74.5 (0)	68.5 (0)	46.5 (0)	38.5 (0)	75 (0)	77 (0)	68.5 (0)	58 (0)	74 (0)	77.5 (0)	68.5 (0)	70 (0)	71 (0)	64.5 (0)		
		IV	94.5 (0)	93.5 (0)	87 (0)	68 (0)	56 (0)	92.5 (0)	87.5 (0)	80 (0)	60.5 (0)	92 (0)	74.5 (0)	61 (0)	86 (0)	65 (0)	67 (0)		
		V	84 (0)	87 (0)	77.5 (0)	48 (0)	22 (0)	82 (0)	80.5 (0)	69.5 (0)	49.5 (0)	86.5 (0)	73.5 (0)	50 (0)	78 (0)	67 (0)	67.5 (0)		
	500	I	95 (0.5)	96 (1.5)	96.5 (1.5)	95 (2)	93 (2)	99 (0)	97 (0)	99 (0.5)	96 (3)	96.5 (1.5)	95.5 (1.5)	92 (5.5)	96.5 (1)	94 (3.5)	95 (4.5)		
		II	51.5 (0)	66 (0)	69 (0)	67.5 (0)	63 (0)	65 (0)	70.5 (0)	66.5 (0)	57.5 (0)	70.5 (0)	68 (0)	57 (0)	68.5 (0)	61.5 (0)	57 (0)		
		III	87.5 (0)	94.5 (0)	84.5 (0)	49.5 (0)	13 (0)	82 (0)	94 (0)	90.5 (0)	78.5 (0)	76 (0)	94.5 (0)	85.5 (0)	81 (0)	89 (0)	70 (0)		
		IV	100 (0)	99.5 (0)	95 (0)	77.5 (0)	41.5 (0)	99 (0)	98.5 (0)	77.5 (0)	40 (0)	96.5 (0)	87 (0)	45.5 (0)	95 (0)	57.5 (0)	76.5 (0)		
		V	99 (0)	99 (0)	95 (0)	45 (0)	2 (0)	98.5 (0)	100 (0)	80 (0)	21 (0)	97.5 (0)	95.5 (0)	49.5 (0)	97 (0)	75.5 (0)	89 (0)		
	[-1; 3]	100	I	81.5 (17.5)	77.5 (20.5)	74 (25)	79 (21)	70.5 (29)	72.5 (26.5)	79.5 (20.5)	70.5 (28.5)	66.5 (32.5)	80.5 (17.5)	78.5 (21)	63.5 (36)	78.5 (20)	64.5 (33.5)	68 (31)	
			II	79 (0)	84.5 (0)	86 (0)	90.5 (0)	90 (0)	86 (0)	87 (0)	84 (0)	89.5 (0)	91.5 (0)	87 (0)	87.5 (0)	88 (0)	86 (0)	86 (0)	
			III	80.5 (0)	85.5 (0)	79 (0)	67 (0)	45.5 (0)	86.5 (0)	84 (0)	80 (0)	72.5 (0)	74 (0)	89.5 (0)	83.5 (0)	79 (0)	83 (0)	79 (0)	
			IV	92 (0)	92 (0)	83 (0)	82.5 (0)	72.5 (0)	92 (0)	88.5 (0)	82 (0)	75.5 (0)	86 (0)	82 (0)	71 (0)	82.5 (0)	76 (0)	77.5 (0)	
			V	85 (0)	87 (0)	80 (0)	47 (0)	24 (0)	86.5 (0)	89 (0)	80 (0)	39 (0)	76.5 (0)	84 (0)	63.5 (0)	81.5 (0)	75 (0)	68 (0)	
		500	I	97 (0.5)	94.5 (1)	97 (1.5)	96.5 (2)	92 (4)	95.5 (1.5)	95.5 (1)	97.5 (0)	93 (5.5)	93.5 (0)	97.5 (1.5)	96 (3)	95.5 (2.5)	96 (3.5)	94 (3.5)	
			II	56.5 (0)	63 (0)	63 (0)	63 (0)	60 (0)	65.5 (0)	76.5 (0)	68 (0)	61 (0)	72 (0)	70.5 (0)	54.5 (0)	64 (0)	58 (0)	60 (0)	
			III	98 (0)	96 (0)	93.5 (0)	83 (0)	57.5 (0)	96.5 (0)	99 (0)	98.5 (0)	93.5 (0)	97 (0)	98 (0)	100 (0)	92.5 (0)	99 (0)	91.5 (0)	
			IV	100 (0)	100 (0)	99 (0)	94.5 (0)	69.5 (0)	99.5 (0)	100 (0)	96.5 (0)	87 (0)	99 (0)	98 (0)	86.5 (0)	94 (0)	88.5 (0)	88 (0)	
			V	99 (0)	99 (0)	92 (0)	27 (0)	17 (0)	99 (0)	100 (0)	92 (0)	45 (0)	99 (0)	99 (0)	77 (0)	100 (0)	98 (0)	94 (0)	

Tabela 6.6: Percentagem de vezes que o coeficiente  $R^2$  do modelo estimado usando o algoritmo CEM é superior (igual) ao mesmo coeficiente do modelo estimado quando se aplica o algoritmo EM em misturas de três regressões simples

estimado quando se aplicava o algoritmo EM, em misturas de três regressões simples. Os resultados mostram claramente que o ajustamento do modelo obtido aplicando o algoritmo CEM é, em geral, melhor do que o obtido pelo algoritmo EM. As excepções surgem em algumas situações nas quais as proporções de mistura de duas componentes são pequenas ( $\pi_1 = 0.2$ ,  $\pi_2 = 0.6$ ). Relativamente aos dois intervalos de valores da variável explicativa usados neste estudo, não se verificam diferenças significativas entre os resultados obtidos.

## 6.5 Dados reais: descrição e resultados

Finaliza-se o trabalho deste capítulo com a aplicação dos algoritmos anteriores na estimação de misturas de regressões lineares a dois conjuntos de dados reais.

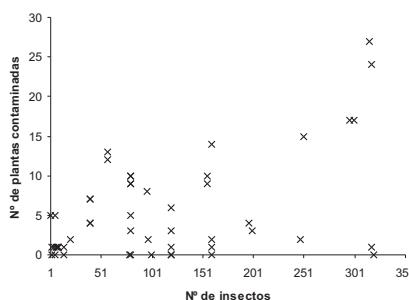


Figura 6.6: Diagrama de dispersão do número de plantas infectadas *versus* o número de insectos

O primeiro conjunto de dados reais foram os dados recolhidos por Cohen (1967) e descritos na secção 6.1 deste capítulo, onde foi apresentado o respectivo diagrama de dispersão (figura 6.1). Na tabela B.2 do apêndice B figuram esses dados relativos aos 150 músicos. A necessidade de estimar um modelo de mistura de duas regressões lineares para descrever o comportamento das duas variáveis já foi justificada na secção 6.1 deste capítulo.

O segundo conjunto de dados reais referem-se aos dados analisados em Turner (2000). Esses dados são relativos a um estudo da propagação de uma infecção em plantas de batatas contaminadas por insectos (ver detalhes em Boiteau et al. (1998)). Nesse estudo foram realizadas 51 experiências com o objectivo de analisar a relação entre o número de plantas contaminadas e o número de insectos. O respectivo diagrama de dispersão é apresentado na figura 6.6 e na tabela B.3 do apêndice B figuram esses dados relativos às 51 experiências. Da análise deste gráfico, visualiza-se uma "bifurcação" nos dados sugerindo a necessidade de se ajustar duas rectas distintas aos dados.

	EM	CEM
Dados dos músicos	0.9121	0.9107
Dados dos insectos	0.8610	0.8855

Tabela 6.7: Coeficiente  $R^2$  quando se aplica o algoritmo EM e o algoritmo CEM na estimação dos parâmetros das misturas de regressões

Para estes dois exemplos de dados reais, aplicámos os algoritmos EM e CEM para estimar um modelo de mistura de duas regressões simples e comparámos a qualidade de ajustamento dos modelos aos dados.

Vários valores aleatórios foram usados como valores iniciais nos algoritmos e foi aplicado o mesmo critério de paragem do estudo de simulação efectuado neste capítulo.

Na tabela 6.7 figura o coeficiente de determinação dos modelos ajustados aos dois conjuntos de dados reais aplicando os dois algoritmos referidos, para um dos valores aleatórios com que se inicializaram os algoritmos. Os resultados mostram claramente que ambos os modelos estimados se ajustam bem aos dados. No entanto, para o caso dos dados dos insectos, o ajustamento do modelo estimado aplicando o algoritmo CEM é ligeiramente melhor do que o do modelo estimado recorrendo ao algoritmo EM.

## 6.6 Comentários finais

Neste capítulo propomos um novo procedimento de estimação de modelos de mistura de regressões lineares recorrendo ao algoritmo EM de classificação (CEM).

Este algoritmo tem a vantagem de não só calcular as estimativas de máxima verossimilhança do vector dos parâmetros desconhecidos do modelo, como também estimar a componente a que pertence cada observação.

Os estudos numéricos efectuados mostram resultados encorajadores quanto à aplicação do algoritmo CEM para estimar modelos de mistura de regressões lineares, em especial nas situações em que as verdadeiras rectas de regressão componentes da mistura são paralelas entre si. Nessas situações, em particular, a eficiência dos estimadores obtidos usando o algoritmo CEM é superior.

Em todas as configurações estudadas, a qualidade de ajustamento do modelo obtido aplicando o algoritmo CEM é, em geral, superior à do modelo estimado usando o algoritmo EM.

Em todas as simulações realizadas, o número médio de iterações necessárias à convergência do algoritmo foi sempre menor quando se aplica o algoritmo CEM na estimação dos

parâmetros desconhecidos do modelo.

No entanto em ambos os algoritmos, os resultados parecem depender fortemente da proporção de mistura e da configuração das verdadeiras rectas de regressão componentes da mistura.

Os resultados obtidos da aplicação dos dois algoritmos na estimação de modelos de mistura de regressões a conjuntos de dados reais evidenciam uma ligeira melhoria na qualidade de ajustamento do modelo estimado recorrendo ao algoritmo CEM.

Como conclusão, podemos afirmar que o algoritmo CEM é uma alternativa de interesse e sucesso em relação ao algoritmo EM na estimação de misturas de regressões lineares.





## Capítulo 7

# Novo Teste de Alteração da Estrutura

### 7.1 Introdução

As *técnicas de diagnóstico* têm desempenhado um papel primordial em análise de regressão, tendo-se assistido nas últimas duas décadas a um interesse crescente no seu estudo.

Essas técnicas têm como objectivo quer detectar as observações que parecem inconsistentes com o modelo de regressão estimado, quer identificar as observações que têm uma grande influência nas estimativas dos parâmetros do modelo de regressão.

As primeiras observações são designadas por *outliers* ou *observações discordantes*, ou seja,

**Definição 7.1** *Outlier* é uma observação, ou conjunto de observações, que parecem inconsistentes com o modelo de regressão.

enquanto que as segundas são designadas por *observações influentes*, ou seja,

**Definição 7.2** *Observação Influyente* é uma observação, ou conjunto de observações, que têm uma grande influência nas estimativas dos parâmetros do modelo de regressão.

As técnicas de diagnóstico em análise de regressão combinam ferramentas gráficas tais como *gráfico dos resíduos versus valores estimados*, *gráfico dos resíduos versus valores observados das variáveis explicativas*, *QQ-plot dos resíduos*, entre outras, e ferramentas numéricas tais como *Mahalanobis Distance*, *Cook's Distance*, *Welsch-Ku's Distance* entre outras. Para um estudo aprofundado destas técnicas aconselha-se: Cook and Weisberg (1982), Rousseeuw and Leroy (1987) e Chatterjee and Hadi (1988). Desenvolvimentos mais

recentes de outras técnicas de diagnóstico podem ainda ser encontradas em, por exemplo, Hadi (1992), Hadi and Simonoff (1997) e Billor et al. (2001).

Todos estes trabalhos referem-se a técnicas de diagnóstico desenvolvidas em análise de regressão quando existe uma única relação linear. Contudo, em misturas de regressões lineares, têm também sido apresentadas algumas técnicas. De Veaux (1989) estimou um modelo de mistura de regressões lineares a um conjunto de dados reais recorrendo ao algoritmo EM e propôs um novo procedimento baseado na análise dos resíduos para detectar as observações *outliers*. Turner (2000) também aplicou o algoritmo EM para estimar um modelo de mistura de regressões lineares a um outro conjunto de dados reais e desenvolveu um novo método para se representar graficamente os resíduos em misturas de regressões lineares. Em particular, aplicou esse método ao gráfico dos resíduos *versus* valores estimados, ao gráfico dos resíduos *versus* valores observados das variáveis explicativas e ao QQ-plot dos resíduos.

Neste capítulo, vamos propor um teste para identificar observações *outliers* em modelos de mistura de regressões lineares. Um aspecto que interessa realçar neste teste é que, contrariamente às técnicas usuais, não se pretende detectar quais as observações do conjunto de dados iniciais que parecem inconsistentes com o modelo de regressão, mas sim testar se novas observações entretando obtidas podem ser consideradas *outliers* ao modelo estimado a partir do conjunto de observações iniciais.

Com o objectivo de ilustrar a aplicação deste teste em misturas de regressões lineares, apresentam-se alguns exemplos de aplicação recorrendo às amostras geradas no capítulo anterior desta dissertação a partir das quais se estimaram modelos de mistura de regressões lineares, aplicando o algoritmo CEM.

Este capítulo está estruturado da seguinte forma. Começamos por descrever o novo teste por nós desenvolvido para estudar se novas observações são compatíveis com o modelo de regressão estimado a partir de um conjunto de observações iniciais ou se podem ser consideradas *outliers* a esse modelo. De seguida, ilustra-se a aplicação desse teste em misturas de regressões lineares de duas e três componentes recorrendo às amostras geradas no capítulo anterior e analisam-se os resultados obtidos nos exemplos apresentados.

## 7.2 Novo teste

No contexto do modelo de regressão linear, dispomos de uma relação estimada a partir de um certo número de observações, que permite explicar o comportamento de uma variável resposta em função de determinadas variáveis explicativas. Por vezes, são obti-

das observações adicionais dessas variáveis e procura-se testar se as novas observações são compatíveis com o modelo de regressão estimado ou se podem ser consideradas *outliers* a esse modelo. Os testes que permitem estudar este problema, designam-se por *testes de alteração da estrutura* (ver, por exemplo, Johnston (1991, Cap. 5) e Murteira et al. (2001, pp.576-578)).

De seguida, descrevemos um novo teste deste tipo que desenvolvemos para o caso de modelos de mistura de regressões lineares. Este teste baseia-se na comparação entre o modelo de mistura estimado a partir do conjunto de observações iniciais e o modelo de mistura estimado a partir da totalidade das observações disponíveis (observações iniciais e observações novas).

### 7.2.1 Descrição do novo teste

Consideremos um modelo de mistura de  $g$  regressões lineares com  $n$  observações e  $k$  variáveis explicativas:

$$Y = X \beta_j + \epsilon_j \quad \text{com probabilidade } \pi_j \quad (j = 1, \dots, g) \quad (7.1)$$

em que  $Y$  é a matriz de dimensão  $n \times 1$  das observações da variável resposta,  $X$  é a matriz de dimensão  $n \times (k + 1)$  das observações das variáveis explicativas,  $\beta_j$  ( $j = 1, \dots, g$ ) é a matriz de dimensão  $(k + 1) \times 1$  dos coeficientes de regressão,  $g$  é o número de componentes da mistura,  $\pi_j$  ( $j = 1, \dots, g$ ) são as proporções de mistura com  $0 < \pi_j < 1$  e  $\sum_{j=1}^g \pi_j = 1$ , e, finalmente,  $\epsilon_{ji}$  ( $j = 1, \dots, g$   $i = 1, \dots, n$ ) são os erros aleatórios com distribuição que se supõe normal univariada de valor médio nulo e variância  $\sigma_j^2$  ( $j = 1, \dots, g$ ). Assuma-se que a partir das  $n$  observações se estimou o modelo de mistura de regressões aplicando o algoritmo CEM.

Suponhamos que estão disponíveis  $L$  novas observações de todas as variáveis. Juntando as  $n$  observações iniciais com as  $L$  novas observações, forma-se um novo modelo, dado por:

$$Y = X \gamma_j + u_j \quad \text{com probabilidade } \pi_j \quad (j = 1, \dots, g) \quad (7.2)$$

em que  $Y$  é a matriz de dimensão  $(n + L) \times 1$  das observações da variável resposta,  $X$  é a matriz de dimensão  $(n + L) \times (k + 1)$  das observações das variáveis explicativas,  $\gamma_j$  ( $j = 1, \dots, g$ ) é a matriz de dimensão  $(k + 1) \times 1$  dos coeficientes de regressão,  $g$  é o número de componentes da mistura,  $\pi_j$  ( $j = 1, \dots, g$ ) são as proporções de mistura com  $0 < \pi_j < 1$

e  $\sum_{j=1}^g \pi_j = 1$ , e, finalmente,  $u_{ji}$  ( $j = 1, \dots, g$   $i = 1, \dots, (n + L)$ ) são os erros aleatórios com distribuição que se supõe normal univariada de valor médio nulo e variância  $\sigma_j^2$  ( $j = 1, \dots, g$ ). Assuma-se agora que a partir das  $n + L$  observações se estimou o modelo de mistura de regressões aplicando o algoritmo CEM.

Com o objectivo de verificarmos se as observações  $n + 1, n + 2, \dots, n + L$  são compatíveis com o modelo de mistura de regressões lineares inicialmente estimado ou se constituem *outliers* a esse modelo, propomos o seguinte teste:

**Proposição 7.1** O teste de alteração da estrutura consiste em testar:

$$\begin{aligned} H_0 : \beta_j &= \gamma_j \quad \forall j \in [1 : g] \\ H_1 : \exists j \in [1 : g] : \beta_j &\neq \gamma_j \end{aligned} \quad (7.3)$$

e supondo que a hipótese nula é verdadeira, tem-se que a estatística-teste:

$$F = \frac{\frac{S^* - S}{L}}{\frac{S}{n - g \times (k + 1)}} \sim F(L, n - g \times (k + 1)) \quad (7.4)$$

em que

$$S^* = \sum_{j=1}^g \frac{SQR_j^*}{\sigma_j^2} \quad (7.5)$$

onde  $SQR_j^*$  é a soma dos quadrados dos resíduos no modelo de mistura de regressões estimado a partir das  $n + L$  observações, em que aplicando o algoritmo CEM é definida por:

$$SQR_j^* = \sum_{i=1}^{n_j^*} (y_i - x_i \hat{\gamma}_j)^2 \quad (7.6)$$

em que  $n_j^*$  é o número total de observações pertencentes à  $j$ -ésima componente de mistura, e

$$S = \sum_{j=1}^g \frac{SQR_j}{\sigma_j^2} \quad (7.7)$$

onde  $SQR_j$  é a soma dos quadrados dos resíduos no modelo de mistura de regressões estimado a partir das  $n$  observações, em que aplicando o algoritmo CEM é definida por:

$$SQR_j = \sum_{i=1}^{n_j} (y_i - x_i \hat{\beta}_j)^2 \quad (7.8)$$

em que  $n_j$  é o número total de observações pertencentes à  $j$ -ésima componente de mistura.

**Demonstração:** Atendendo a que (ver Chatterjee et al. (2000, pp.80-84)):

$$\frac{SQR_j^*}{\sigma_j^2} \sim \chi_2(n_j^* - (k + 1)) \quad (7.9)$$

e uma vez que  $S^*$  é a soma de  $g$  variáveis aleatórias independentes com distribuição qui-quadrado tem-se:

$$S^* = \sum_{j=1}^g \frac{SQR_j^*}{\sigma_j^2} \sim \chi_2((n + L) - g \times (k + 1)) \quad (7.10)$$

Do mesmo modo, tem-se:

$$\frac{SQR_j}{\sigma_j^2} \sim \chi_2(n_j - (k + 1)) \quad (7.11)$$

e

$$S = \sum_{j=1}^g \frac{SQR_j}{\sigma_j^2} \sim \chi_2(n - g \times (k + 1)) \quad (7.12)$$

Facilmente se obtém:

$$S^* - S \sim \chi_2(L) \quad (7.13)$$

e uma vez que o quociente entre duas variáveis aleatórias qui-quadrado independentes, cada qual dividida pelo respectivo número de graus de liberdade, é uma variável aleatória com distribuição  $F$ , tem-se:

$$F = \frac{\frac{S^* - S}{L}}{\frac{S}{n - g \times (k + 1)}} \sim F(L, n - g \times (k + 1)) \quad (7.14)$$

como o queríamos demonstrar. ■

Com o objectivo de ilustrar a aplicação do teste em misturas de  $g$  regressões lineares, vamos de seguida apresentar alguns exemplos.

## 7.3 Aplicação do novo teste

### 7.3.1 Descrição da aplicação

Para apresentar estes exemplos, recorreremos às amostras geradas no capítulo anterior, às quais estimámos modelos de mistura de duas e três regressões lineares simples aplicando o algoritmo CEM. De alguns dos casos estudados e descritos nesse capítulo, escolhemos aleatoriamente três amostras de dimensão  $n$  (no caso de duas componentes de mistura

tínhamos  $n = 50, n = 100$  e  $n = 500$ , no caso de três componentes de mistura considerámos  $n = 100$  e  $n = 500$ ) e inserimos  $L$  novas observações que pretendíamos testar se eram compatíveis com o modelo de mistura estimado ou se constituíam *outliers* a esse modelo.

Nestes exemplos, consideremos que as  $L$  novas observações foram sempre introduzidas na primeira componente de mistura. Além disso, nos casos em que as verdadeiras rectas de regressão componentes da mistura se intersectam, as  $L$  novas observações foram inseridas em posições afastadas desse ponto de intersecção.

Três diferentes situações foram consideradas relativamente às  $L$  novas observações introduzidas:

*Situação I:* as  $L$  novas observações constituem *outliers* ao modelo estimado;

*Situação II:* as  $L$  novas observações pertenciam ao modelo inicialmente estimado;

*Situação III:* algumas das  $L$  novas observações pertenciam ao modelo estimado e outras constituem *outliers* a esse modelo.

Em seguida, vamos descrever como foram introduzidas as novas observações em cada uma das situações. Relembremos apenas, que temos os dados na forma:

$$(y_i, x_i) \quad (7.15)$$

em que  $y_i$  é o valor observado da variável resposta para a  $i$ -ésima observação e  $x_i$  é o correspondente valor observado das variáveis explicativas.

### Situação I

Nesta situação, consideramos três valores para  $L$ , ou seja,  $L = 1$ ,  $L = 2$  e  $L = 5$  e introduzimos as novas observações  $(y_i, x_i)$  usando o seguinte procedimento:

1. Gerar  $x_i$  ( $i = n + 1, \dots, n + L$ ) com distribuição uniforme no intervalo  $(a, b)$ .

Quando as verdadeiras rectas de regressão componentes da mistura eram paralelas entre si, considerar  $a = -1$  e  $b = 3$  ou  $a = 0$  e  $b = 2$ , de acordo com o intervalo de valores da variável explicativa. Relativamente às outras posições relativas entre as verdadeiras rectas de regressão componentes da mistura, os valores de  $a$  e  $b$  dependiam da posição do ponto de intersecção da primeira componente da mistura com as outras componentes de mistura.

2. Determinar  $y_i$  dado por (ver, Hadi and Simonoff (1993)):

$$y_i = \beta_{10} + \beta_{11} x_i - 3 \quad (i = n + 1, \dots, n + L) \quad (7.16)$$

No entanto, nos casos designados por *CI*, *CII* e *CIII* de misturas de duas regressões lineares em que as verdadeiras rectas de regressão são concorrentes entre si, determinar  $y_i$  dado por:

$$y_i = \beta_{10} + \beta_{11} x_i + 3 \quad (i = n + 1, \dots, n + L) \quad (7.17)$$

Para ilustrar esta situação, alguns casos são apresentados na figura 7.1 onde se visualizam os diagramas de dispersão de amostras de dimensão  $n = 100$  geradas no capítulo anterior com  $L = 2$  novas observações. As observações iniciais são representadas por cruces ( $\times$ ), enquanto que as novas observações são representadas por pontos ( $\bullet$ ).

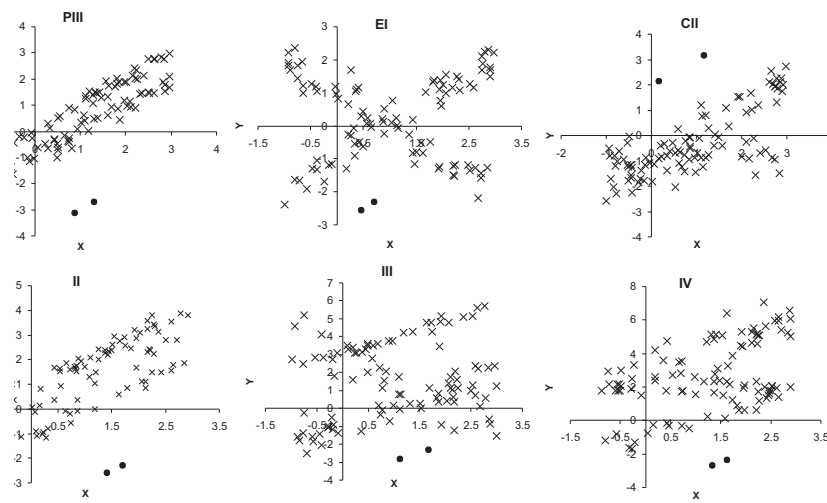


Figura 7.1: Diagramas de dispersão de amostras de dimensão  $n = 100$  com  $L = 2$  novas observações (Situação I)

## Situação II

Considerámos apenas dois valores para  $L$ , ou seja,  $L = 1$  e  $L = 2$  e introduzimos as novas observações  $(y_i, x_i)$  usando o procedimento descrito na secção 6.4.1 do capítulo anterior para gerar cada observação. Resumidamente, este procedimento consistiu:

1. Gerar  $x_i$  ( $i = n + 1, \dots, n + L$ ) com distribuição uniforme no intervalo  $(a, b)$ , em que,  $a = -1$  e  $b = 3$  ou  $a = 0$  e  $b = 2$ , de acordo com o intervalo de valores da variável explicativa.
2. Gerar  $\epsilon_{1i}$  com distribuição normal de valor médio nulo e variância  $\sigma_1^2$ .
3. Determinar  $y_i$  dado por:

$$y_i = \beta_{10} + \beta_{11} x_i + \epsilon_{1i} \quad (i = n + 1, \dots, n + L) \quad (7.18)$$

### Situação III

Nesta situação, considerámos apenas  $L = 2$  e introduzimos as duas novas observações  $(y_i, x_i)$  do seguinte modo: na geração da primeira observação nova, usámos o procedimento apresentado na situação I enquanto que na geração da segunda observação, aplicámos o método descrito na situação II.

Para ilustrar esta situação, alguns casos são apresentados na figura 7.2 onde se visualizam os diagramas de dispersão de amostras de dimensão  $n = 100$  geradas no capítulo anterior com  $L = 2$  novas observações. As observações iniciais são representadas por cruces ( $\times$ ), enquanto que as novas observações são representadas por pontos ( $\bullet$ ).

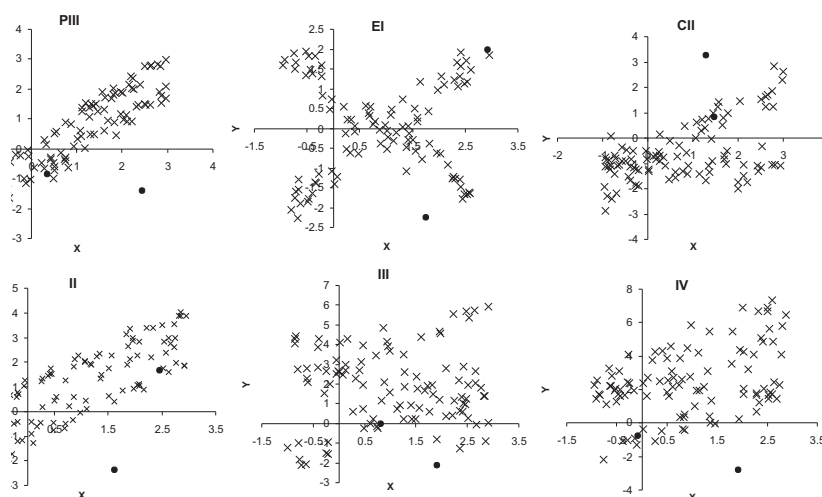


Figura 7.2: Diagramas de dispersão de amostras de dimensão  $n = 100$  com  $L = 2$  novas observações (Situação III)

Para cada uma das três amostras de dimensão  $n$  escolhidas aleatoriamente de alguns dos casos e depois de gerarmos as  $L$  novas observações de cada uma das situações, aplicámos o teste de alteração da estrutura que desenvolvemos para o caso de misturas de regressões lineares.

Começámos por estimar os modelos de mistura de  $g$  regressões lineares simples com e sem as novas observações, aplicando o algoritmo CEM. De seguida, obtivemos as respectivas somas dos quadrados dos resíduos, calculámos o valor da estatística-teste e o valor-p associado.



### 7.3.2 Resultados da aplicação

Começamos por analisar os valores-p obtidos nos testes em misturas de duas regressões lineares simples. Devido ao elevado número de tabelas dos resultados, optámos por apresentar esses valores nas tabelas E.1 a E.16 do apêndice E.

Da análise destas tabelas, concluímos que não se verificam diferenças significativas entre os resultados obtidos nas três diferentes configurações para as verdadeiras rectas de regressão componente da mistura. Deste modo, observamos que, na situação I, ou seja, quando as  $L$  novas observações constituem *outliers* ao modelo de mistura inicialmente estimado, os valores-p são muito pequenos levando-nos a rejeitar a hipótese de as novas observações serem compatíveis com o modelo de mistura estimado sem essas observações. Nesta situação, observamos ainda que à medida que o valor de  $L$  aumenta, em geral, os valores-p vão diminuindo. Do mesmo modo, à medida que a dimensão da amostra aumenta, em geral, os valores-p vão diminuindo. Relativamente à situação II, ou seja, quando as  $L$  novas observações pertenciam ao modelo de mistura inicialmente estimado, observamos que os valores-p são superiores a 1% e concluímos que, ao nível de 1%, não se rejeita a hipótese de as novas observações serem compatíveis com o modelo de mistura estimado sem essas observações. Finalmente, na situação III, em que algumas das  $L$  novas observações pertenciam ao modelo de mistura estimado e outras constituem *outliers*, os resultados apresentados também nos mostram que os valores-p são muito pequenos levando-nos a rejeitar a hipótese de as novas observações serem compatíveis com o modelo de mistura inicialmente estimado. Relativamente aos dois intervalos de valores da variável explicativa usados no estudo do capítulo anterior, não se verificam diferenças significativas entre os resultados obtidos.

De seguida, vamos analisar os valores-p obtidos nos testes em misturas de três regressões lineares simples. Uma vez mais, devido ao elevado número de tabelas desses resultados, optámos por apresentar esses valores nas tabelas E.17 a E.22 do apêndice E.

Em misturas de três regressões lineares simples e nas três situações consideradas, foram obtidos resultados análogos aos observados em misturas de duas regressões lineares simples.

## 7.4 Comentários finais

No capítulo anterior propusemos um novo procedimento de estimação de modelos de mistura de regressões lineares recorrendo ao algoritmo EM de classificação, CEM. Neste capítulo, para o caso desses modelos de misturas estimados aplicando aquele novo procedimento, desenvolvemos um teste para estudar se novas observações entretanto obtidas são compatíveis com o modelo estimado a partir do conjunto de observações iniciais ou se

podem ser consideradas *outliers* a esse modelo.

Os resultados obtidos nos exemplos escolhidos para ilustrar a aplicação deste teste, permitem afirmar que é um teste adequado para identificar, em misturas de regressões lineares, se novas observações entretanto obtidas constituem *outliers* ao modelo de mistura estimado a partir do conjunto de observações iniciais. Podemos ainda afirmar que os resultados parecem não depender da proporção de mistura e da configuração das verdadeiras rectas de regressão.

Realça-se ainda que outros exemplos de aplicação do teste, em misturas de duas e três regressões lineares simples, estudados no capítulo anterior, poderiam ter sido apresentados, verificando-se em todos o mesmo tipo de comportamento.

## Capítulo 8

# Conclusões

O trabalho desenvolvido nesta dissertação incidiu fundamentalmente sobre dois temas de investigação: os modelos de regressão em misturas de distribuições de componentes normais bidimensionais e os modelos de mistura de regressões simples lineares. No primeiro modelo, como foi demonstrado no capítulo 5, a distribuição marginal da variável explicativa é uma mistura de distribuições normais univariadas, ou é mesmo a distribuição normal univariada no caso dos parâmetros de todas as distribuições componentes da mistura serem iguais. No segundo modelo não se conceptualiza a variável explicativa como uma variável aleatória portanto não se especifica nenhuma distribuição para a variável explicativa.

Neste capítulo apresentam-se as principais conclusões e contribuições resultantes do trabalho realizado assim como algumas sugestões de trabalho futuro.

### 8.1 Contribuições do trabalho

Relativamente ao primeiro trabalho, relacionado com Misturas de Distribuições, da análise realizada sobre os momentos destas misturas concluiu-se que as relações entre o valor médio e o desvio padrão, e entre o coeficiente de assimetria e o coeficiente de achatamento, apresentam comportamentos geométricos característicos. Estes comportamentos proporcionam um método gráfico eficaz para detectar a presença de misturas de distribuições em dados provenientes de sistemas com coexistência de várias fases.

No par aleatório mistura de componentes normais bidimensionais  $(X_1, X_2)$ , os estudos efectuados permitiram concluir que a regressão de  $X_2$  em  $X_1$  é a média ponderada dos valores esperados de  $X_2$  condicionais aos valores observados de  $X_1$  em cada uma das componentes da mistura. Os pesos são as probabilidades condicionais dos valores observados de  $X_1$  pertencerem a cada componente da mistura. Do mesmo modo, a regressão de  $X_1$  em  $X_2$  é a média ponderada dos valores esperados de  $X_1$  condicionais aos valores observados de  $X_2$

em cada uma das componentes da mistura. Os pesos são as probabilidades condicionais dos valores observados de  $X_2$  pertencerem a cada componente da mistura. Concluiu-se ainda que a linearidade da regressão de  $X_2$  em  $X_1$  ou, de  $X_1$  em  $X_2$ , nem sempre é verificada.

Uma solução simples para tratar o problema da não linearidade da regressão em modelos de mistura de distribuições binormais é o uso de funções lineares alternativas, uma vez que é possível ajustar um modelo linear a cada componente da mistura. Por outro lado, os estudos efectuados mostraram claramente que quando se ajusta um modelo linear a cada componente da mistura se obtém um melhor ajustamento aos dados.

A estimação de uma curva de regressão, a partir de um conjunto de observações é, geralmente realizada recorrendo a técnicas não paramétricas. Com base no estudo do modelo de regressão em misturas de distribuições normais bidimensionais, neste trabalho é sugerido um método paramétrico que se mostrou eficiente na estimação dessas curvas nos exemplos apresentados.

Na literatura existente sobre modelos de mistura de regressões lineares, o método da máxima verosimilhança recorrendo ao algoritmo *Expectation Maximization* (EM) tem sido o método mais aplicado na estimação dos parâmetros destes modelos. Neste trabalho é proposto um novo procedimento que utiliza o algoritmo EM de classificação (CEM) para determinar as estimativas de máxima verosimilhança destes parâmetros. As propriedades dos estimadores obtidos pelos dois algoritmos em situações práticas onde as misturas de regressões lineares são adequadas, foram comparadas em termos do enviesamento, da eficiência assintótica, da qualidade de ajustamento do modelo aos dados e do tempo de computação. O estudo efectuado leva-nos a considerar a aplicação do algoritmo CEM na estimação dos parâmetros destas misturas, em especial nas situações em que as verdadeiras rectas de regressão componentes da mistura são paralelas entre si, uma alternativa de interesse em relação ao algoritmo EM.

Neste trabalho foi ainda desenvolvido um novo teste para identificar observações *outliers* em misturas de regressões lineares. Contrariamente às técnicas de diagnóstico usualmente empregues em análise de regressão, não se pretendia detectar quais as observações do conjunto de dados iniciais inconsistentes com o modelo de regressão estimado. Neste caso, o objectivo era testar se novas observações entretando obtidas podiam ser consideradas *outliers* ao modelo de mistura estimado a partir do conjunto de observações iniciais. A aplicação desse novo teste em misturas de regressões lineares permitiu concluir que é adequado para identificar se novas observações constituem *outliers* ao modelo de mistura estimado a partir do conjunto de observações iniciais.

## 8.2 Trabalho futuro

No que respeita a sugestões de trabalho futuro, é de considerar o estudo do modelo de regressão no vector aleatório mistura de componentes normais multivariadas. Isto porque, apesar da complexidade no tratamento matemático dos valores esperados condicionais e das variâncias condicionais que se encontrará neste estudo, será possível estimar a curva de regressão em situações de maior interesse prático e mais frequentes em dados reais. Nomeadamente, permitirá aplicar o método paramétrico proposto na secção 5.5 do capítulo 5 a dados tridimensionais ou de dimensão superior.

Relativamente ao modelo de mistura de regressões lineares, e tendo em conta os resultados obtidos neste trabalho, será de interesse abordar em trabalho futuro os temas que se referem a seguir.

Como foi referido nesta dissertação, uma das principais desvantagens dos algoritmos EM e CEM é a forte dependência dos valores iniciais dos parâmetros nas estimativas finais desses parâmetros. Torna-se por isso necessário comparar várias estratégias para se obter os valores iniciais dos parâmetros quando se aplicam estes algoritmos na estimação destas misturas.

Um problema de grande importância e de difícil tratamento em modelos de mistura é o de identificar o número de componentes da mistura. Será por isso pertinente explorar este assunto no caso de misturas de regressões lineares usando, nomeadamente, métodos que recorram à soma dos quadrados dos resíduos.

O problema da estimação de modelos de mistura de regressões lineares múltiplas constituem seguramente tema de investigação futura, parecendo-nos fundamental elaborar um estudo de simulação semelhante ao realizado no capítulo 6 desta dissertação, com o objectivo de se comparar o desempenho dos estimadores obtidos pelo algoritmo EM e pelo algoritmo CEM nestas misturas.

Para concluir, no contexto das técnicas de diagnóstico em misturas de regressões lineares, há várias linhas de investigação futura a considerar. Em particular, na detecção de observações que pareçam inconsistentes com o modelo de regressão, deverão explorar-se novos métodos recorrendo, nomeadamente, à função de verosimilhança.



## Apêndice A

# Gráficos dos Momentos de Misturas de Distribuições

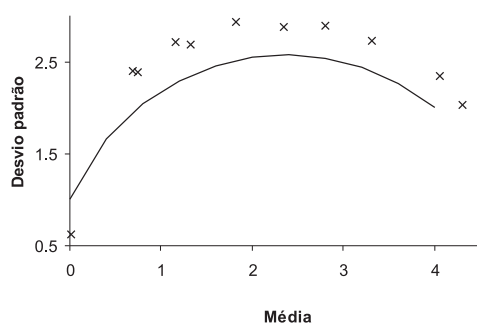


Figura A.1: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $(1 - \pi) \phi(0, 1) + \pi \phi(4, 4)$  ( $n=10$ )

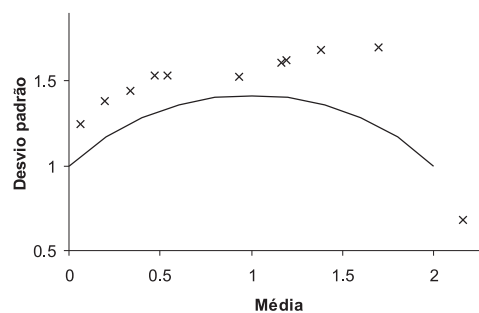


Figura A.2: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $(1 - \pi) \phi(0, 1) + \pi \phi(2, 1)$  ( $n=10$ )

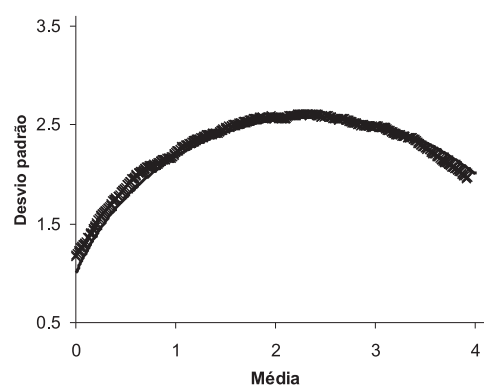


Figura A.3: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $(1 - \pi) \phi(0, 1) + \pi \phi(4, 4)$  ( $n=500$ )

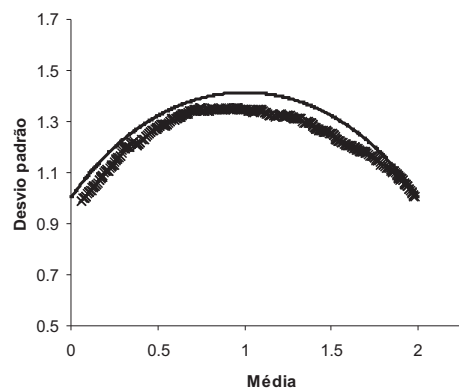


Figura A.4: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $(1 - \pi) \phi(0, 1) + \pi \phi(2, 1)$  ( $n=500$ )

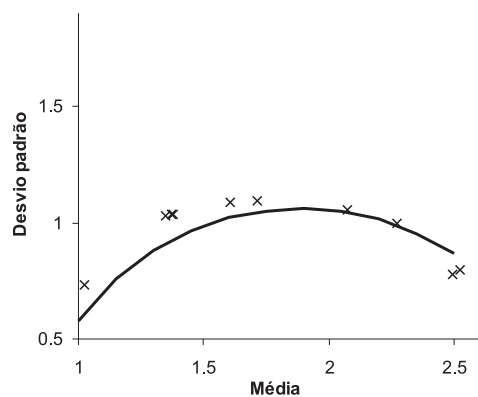


Figura A.5: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(1, 4)$  ( $n=10$ )

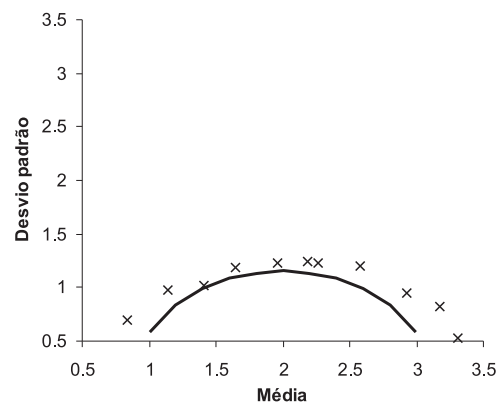


Figura A.6: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(2, 4)$  ( $n=10$ )

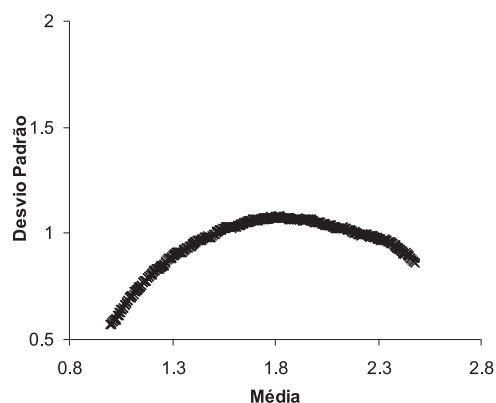


Figura A.7: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(1, 4)$  ( $n=500$ )

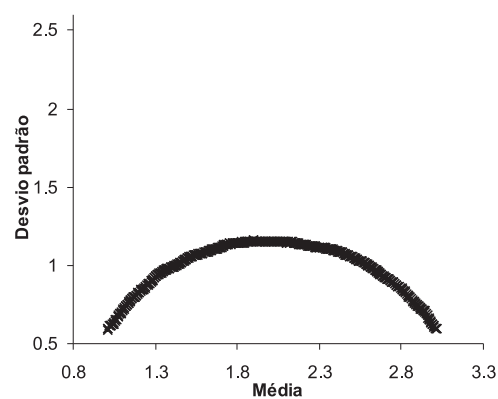


Figura A.8: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(2, 4)$  ( $n=500$ )



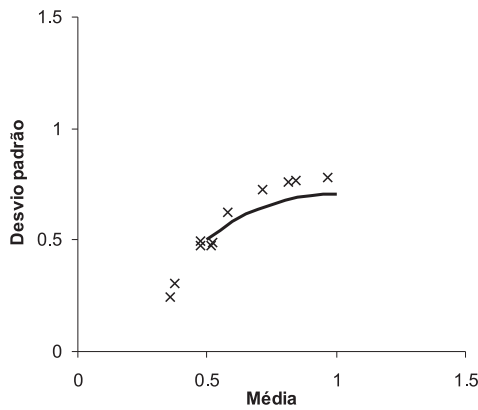


Figura A.9: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(2, 2)$  ( $n = 10$ )

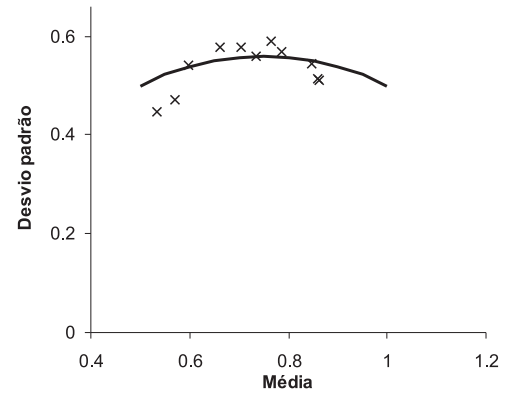


Figura A.10: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(4, 4)$  ( $n=10$ )

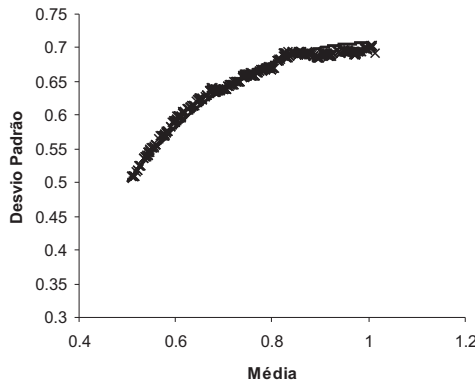


Figura A.11: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(2, 2)$  ( $n = 500$ )

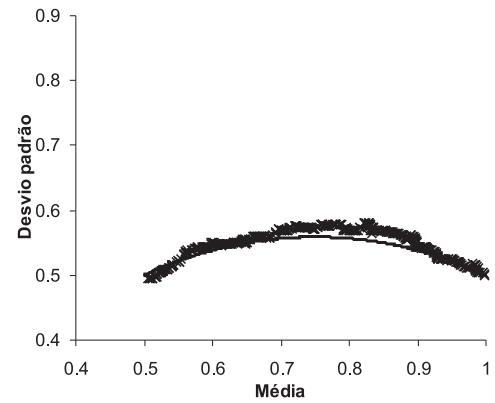


Figura A.12: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(4, 4)$  ( $n=500$ )

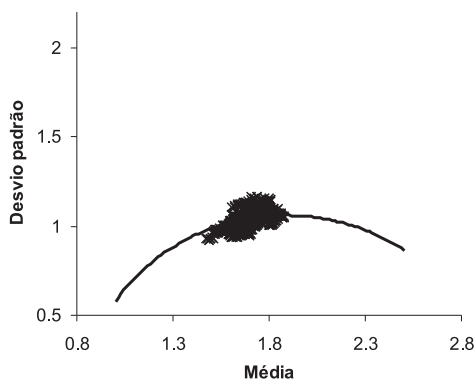


Figura A.13: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $0.5 U(0, 2) + 0.5 U(1, 4)$  ( $n = 100$ )

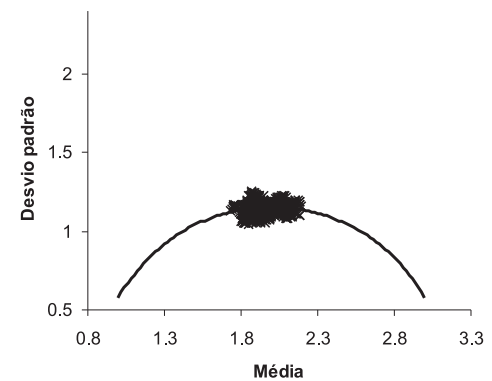


Figura A.14: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $0.5 U(0, 2) + 0.5 U(2, 4)$  ( $n = 100$ )

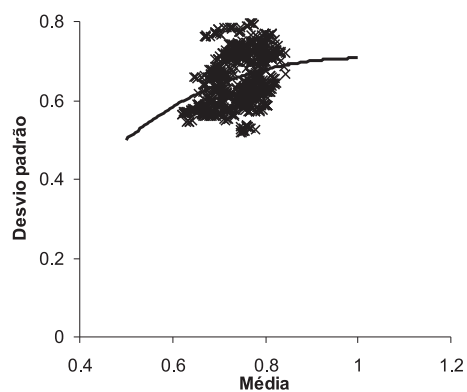


Figura A.15: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $0.5 G(1, 2) + 0.5 G(2, 2)$  ( $n = 100$ )

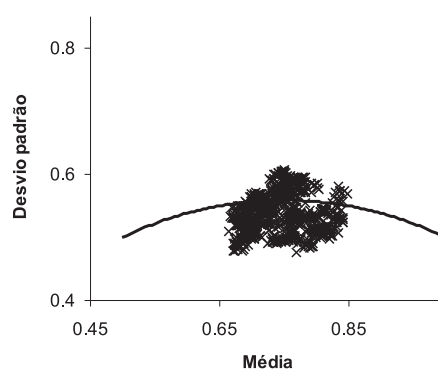


Figura A.16: Desvio padrão amostral vs média amostral em amostras de  $0.5 G(1, 2) + 0.5 G(4, 4)$  ( $n = 100$ )

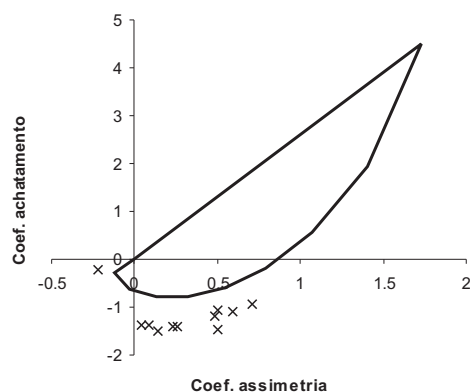


Figura A.17: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $(1 - \pi) \phi(0, 1) + \pi \phi(4, 4)$  ( $n=10$ )

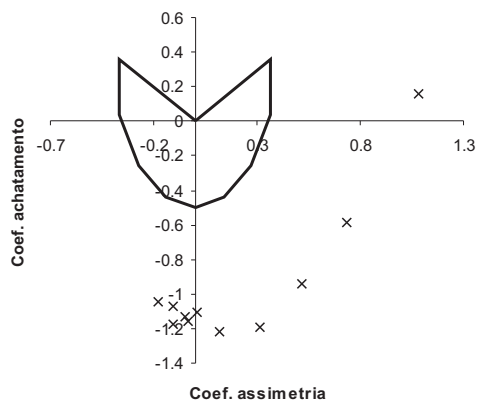


Figura A.18: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $(1 - \pi) \phi(0, 1) + \pi \phi(2, 1)$  ( $n=10$ )

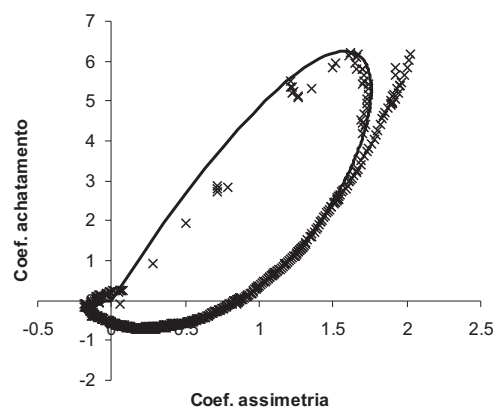


Figura A.19: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $(1 - \pi) \phi(0, 1) + \pi \phi(4, 4)$  ( $n=500$ )

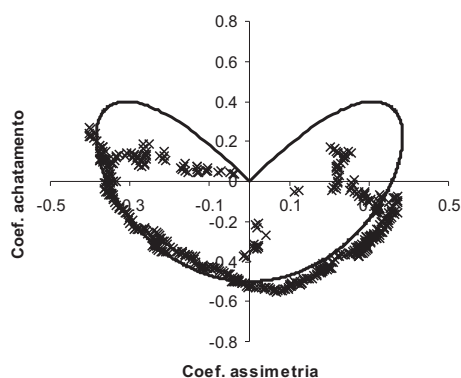


Figura A.20: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $(1 - \pi) \phi(0, 1) + \pi \phi(2, 1)$  ( $n=500$ )

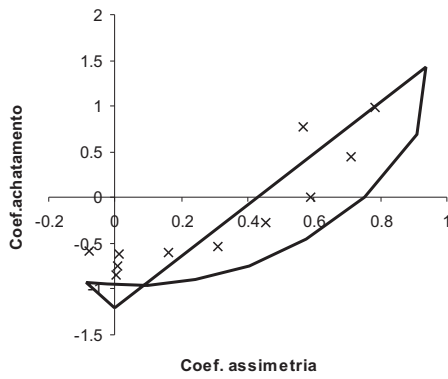


Figura A.21: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(1, 4)$  ( $n=10$ )

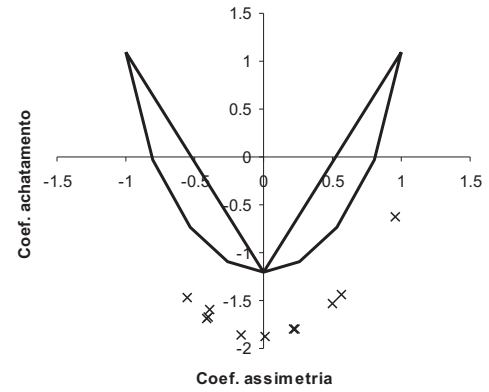


Figura A.22: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(2, 4)$  ( $n=10$ )

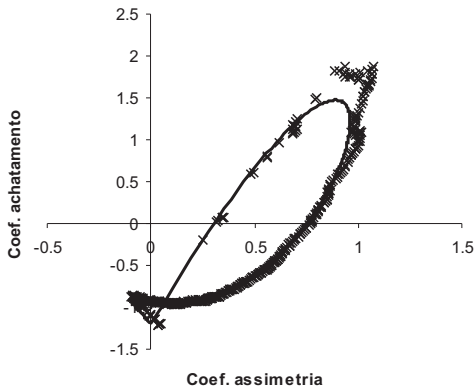


Figura A.23: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(1, 4)$  ( $n=500$ )

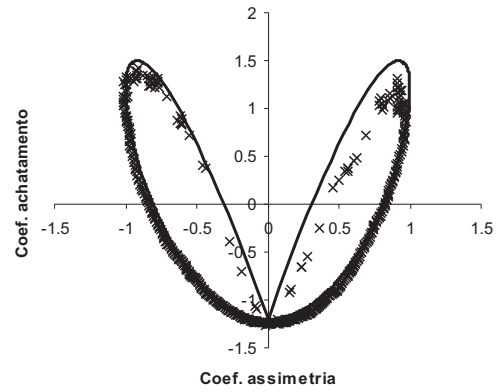


Figura A.24: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $(1 - \pi) U(0, 2) + \pi U(2, 4)$  ( $n=500$ )

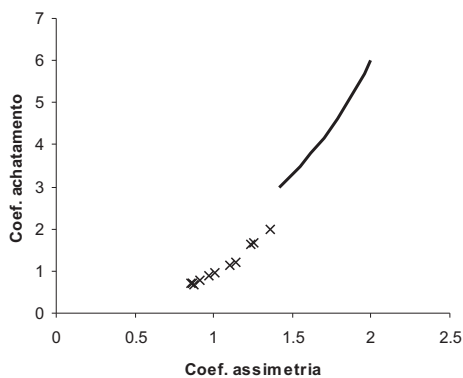


Figura A.25: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(2, 2)$  ( $n = 10$ )

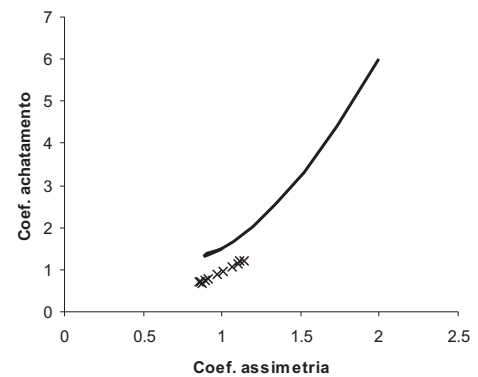


Figura A.26: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(4, 4)$  ( $n=10$ )

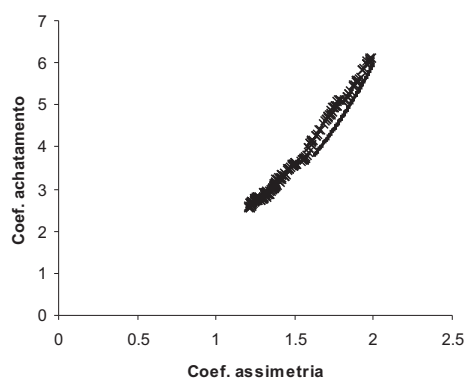


Figura A.27: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(2, 2)$  ( $n = 500$ )

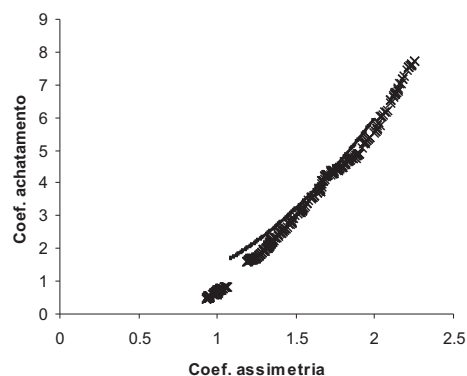


Figura A.28: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $(1 - \pi) G(1, 2) + \pi G(4, 4)$  ( $n=500$ )

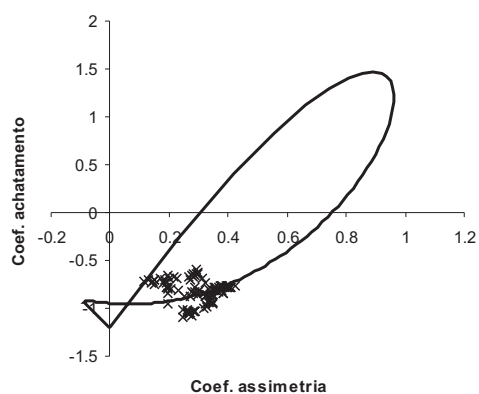


Figura A.29: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $0.5 U(0, 2) + 0.5 U(1, 4)$  ( $n=100$ )

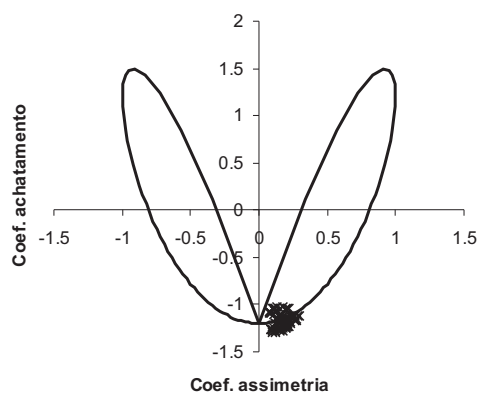


Figura A.30: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $0.5 U(0, 2) + 0.5 U(2, 4)$  ( $n=100$ )

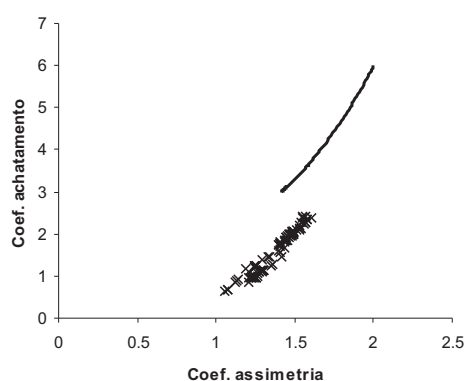


Figura A.31: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $0.5 G(1, 2) + 0.5 G(2, 2)$  ( $n = 100$ )

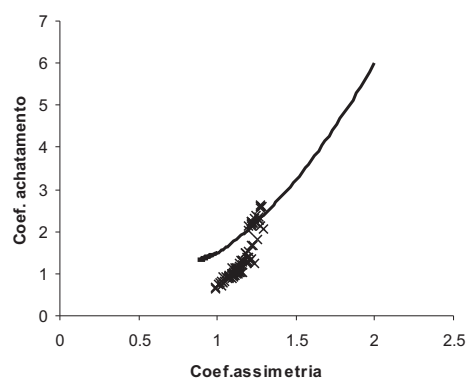


Figura A.32: Coef. de achatamento vs coef. de assimetria em amostras de  $0.5 G(1, 2) + 0.5 G(4, 4)$  ( $n=100$ )

## Apêndice B

### Dados

Quantidade de radiação	Concentração de ozono	Temperatura	Velocidade do vento
190	41	7.4	67
118	36	8	7.2
149	12	12.6	74
313	18	1.15	62
299	23	8.6	65
99	19	13.8	59
19	8	20.1	61
256	16	9.7	69
290	11	9.2	66
274	14	10.9	68
65	18	13.2	58
334	14	11.5	64
307	34	12	66
78	6	18.4	57
322	30	11.5	68
0.44	11	6.7	62
8	1	9.7	59
320	11	16.6	73
25	4	9.7	61
92	32	12	61
13	23	12	67
252	45	14.9	81
223	115	5.7	79
279	37	7.4	76
127	29	14.3	82
291	71	13.8	90
323	39	11.5	87
148	23	8	82
191	21	14.9	77
284	37	20.7	72
37	20	9.2	65
120	12	11.5	73
137	13	10.3	76
269	135	4	87
248	49	9.2	85
236	32	9.2	81
175	64	4.6	83
314	40	10.9	83
276	77	5.1	88
267	97	6.3	92
272	97	5.7	92
175	85	7.4	89
264	10	14.3	73
175	27	14.9	81
48	7	14.3	80
260	48	6.9	81
274	35	10.3	82
285	61	6.3	84
187	79	5.1	87
220	63	11.5	85
7	16	6.9	74
294	80	8.6	86
223	108	8	85
81	20	8.6	82
82	52	12	86
213	82	7.4	88
2.75	50	7.4	86
253	64	7.4	83
254	59	9.2	81
167	96	6.9	91
197	78	5.1	92
183	73	2.8	93
189	91	4.6	93
95	47	7.4	87
92	32	15.5	84
252	20	10.9	80
220	23	10.3	78
230	21	10.9	75
259	24	9.7	73
236	44	14.9	81
259	21	15.5	76
238	28	6.3	77
24	9	10.9	71
112	13	11.5	71
237	46	6.9	78
224	18	13.8	67
27	13	10.3	76
238	24	10.3	68
201	16	8	82
238	13	12.6	64
14	23	9.2	71
139	36	10.3	81
49	7	10.3	69
20	14	16.6	63
193	30	6.9	70
191	14	14.3	75
131	18	8	76
22.3	20	11.5	68

Tabela B.1: Dados relativos às características ambientais na área metropolitana de Nova Iorque

Músico	Som emitido	Som Compreendido	Músico	Som emitido	Som Compreendido
1	1.350	1.461	76	2.070	2.047
2	1.400	1.407	77	2.100	2.094
3	1.450	1.452	78	2.200	2.171
4	1.500	1.300	79	2.300	2.290
5	1.550	1.351	80	2.350	1.906
6	1.900	1.900	81	2.400	2.001
7	1.910	1.913	82	2.450	2.008
8	1.930	1.927	83	2.500	1.993
9	1.950	1.947	84	2.600	2.009
10	1.970	1.969	85	2.700	2.363
11	1.990	1.990	86	2.750	2.105
12	2.000	1.999	87	2.800	1.979
13	2.010	2.009	88	2.850	1.937
14	2.030	2.038	89	2.900	2.068
15	2.030	2.046	90	3.000	2.030
16	2.070	2.067	91	1.350	2.018
17	2.100	2.108	92	1.400	2.036
18	2.200	2.199	93	1.450	2.025
19	2.300	2.301	94	1.500	1.994
20	2.350	2.358	95	1.550	2.010
21	2.400	2.400	96	1.900	1.901
22	2.450	2.453	97	1.910	1.911
23	2.500	2.502	98	1.930	1.923
24	2.600	2.399	99	1.950	1.950
25	2.700	2.696	100	1.970	1.978
26	2.750	2.751	101	1.990	1.970
27	2.800	2.800	102	2.000	2.001
28	2.850	2.851	103	2.010	2.010
29	2.900	2.900	104	2.030	2.031
30	3.000	3.000	105	2.050	2.035
31	1.350	2.021	106	2.070	2.071
32	1.400	2.013	107	2.100	2.108
33	1.450	2.028	108	2.200	2.011
34	1.500	2.008	109	2.300	2.026
35	1.550	2.027	110	2.350	2.023
36	1.900	1.928	111	2.400	1.974
37	1.910	1.939	112	2.450	2.000
38	1.930	1.977	113	2.500	2.010
39	1.950	1.900	114	2.600	2.015
40	1.970	1.976	115	2.700	2.054
41	1.990	2.008	116	2.750	2.061
42	2.000	1.906	117	2.800	2.015
43	2.010	2.005	118	2.850	2.036
44	2.030	2.018	119	2.900	2.028
45	2.050	2.041	120	3.000	2.014
46	2.070	2.057	121	1.350	1.997
47	2.100	2.095	122	1.400	1.905
48	2.200	2.066	123	1.450	1.997
49	2.300	2.014	124	1.500	1.964
50	2.350	2.019	125	1.550	2.008
51	2.400	2.000	126	1.900	1.941
52	2.450	2.033	127	1.910	1.960
53	2.500	2.506	128	1.930	1.968
54	2.600	2.042	129	1.950	1.976
55	2.700	2.701	130	1.970	1.903
56	2.750	2.414	131	1.990	1.997
57	2.800	2.704	132	2.000	2.007
58	2.850	2.035	133	2.010	2.006
59	2.900	2.070	134	2.030	2.037
60	3.000	3.494	135	2.050	2.091
61	1.350	1.846	136	2.070	2.073
62	1.400	1.970	137	2.100	2.096
63	1.450	1.971	138	2.200	1.904
64	1.500	1.970	139	2.300	2.007
65	1.550	2.046	140	2.350	2.025
66	1.900	1.904	141	2.400	2.037
67	1.910	1.915	142	2.450	2.038
68	1.930	1.925	143	2.500	2.047
69	1.950	1.749	144	2.600	2.023
70	1.970	1.972	145	2.700	2.076
71	1.990	1.996	146	2.750	2.066
72	2.000	2.003	147	2.800	2.426
73	2.010	2.007	148	2.850	2.117
74	2.030	2.027	149	2.900	2.097
75	2.050	2.053	150	3.000	2.910

Tabela B.2: Dados dos músicos: som emitido e som compreendido por um músico

Experiência	Nº insectos	Nº plantas
1	1	5
2	5	5
3	2	1
4	4	1
5	9	1
6	14	0
7	5	0
8	9	1
9	14	1
10	6	1
11	8	1
12	2	0
13	80	5
14	57	12
15	317	24
16	80	9
17	57	13
18	315	27
19	40	7
20	80	9
21	160	14
22	40	7
23	80	3
24	155	10
25	80	10
26	40	4
27	156	9
28	80	10
29	40	4
30	20	2
31	100	0
32	120	3
33	120	1
34	317	1
35	160	1
36	80	0
37	120	6
38	96	8
39	97	2
40	120	0
41	160	0
42	120	0
43	160	2
44	320	0
45	79	0
46	200	3
47	300	17
48	250	15
49	196	4
50	296	17
51	247	2

Tabela B.3: Dados dos insectos: número de insectos e número de plantas infectadas



## Apêndice C

# Algumas Demonstrações

### Provar a Proposição 5.7

A regressão de  $X_2$  em  $X_1$  é linear quando a derivada de  $E(X_2|X_1=x_1)$  em ordem a  $x_1$  é uma constante.

Derivando a expressão (5.43) em ordem a  $x_1$  vem

$$\begin{aligned} \frac{dE(X_2|X_1=x_1)}{dx_1} &= \sum_{j=1}^g w_j \left( \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_{1j}} \right) + \sum_{i=1}^g \sum_{j:j>i}^g w_i w_j \left( \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}^2} - \frac{x_1 - \mu_{1i}}{\sigma_{1i}^2} \right) \times \\ &\quad \times \left( \mu_{2i} + (x_1 - \mu_{1i}) \rho_i \frac{\sigma_{2i}}{\sigma_{1i}} - \left( \mu_{2j} + (x_1 - \mu_{1j}) \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_{1j}} \right) \right) \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

Esta expressão é uma constante se a primeira parcela é uma constante e a segunda parcela é nula.

A primeira parcela dada por:

$$\sum_{j=1}^g w_j \left( \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_{1j}} \right) = \sum_{j=1}^g \frac{\pi_j f_j(x_1)}{f(x_1)} \left( \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_{1j}} \right)$$

é uma constante se:

#### Situação I

$$\forall i, j \in \{1, \dots, g\} : f_j(x_1) = f_i(x_1) \quad \forall x_1 \in \mathbb{R}, \quad (\text{C.2})$$

ou seja, se

$$\forall i, j \in \{1, \dots, g\} : \mu_{1j} = \mu_{1i} \wedge \sigma_{1j}^2 = \sigma_{1i}^2 \quad (\text{ver demonstração seguinte}) \quad (\text{C.3})$$

Neste caso, o factor  $\left(\frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}^2} - \frac{x_1 - \mu_{1i}}{\sigma_{1i}^2}\right)$  da segunda parcela anula-se e consequentemente a segunda parcela. Tem-se

$$\frac{dE(X_2|X_1=x_1)}{dx_1} = \sum_{j=1}^g \pi_j \left( \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_{1j}} \right) = \text{constante}$$

### Situação II

$$\forall i, j \in \{1, \dots, g\} : \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_{1j}} = \rho_i \frac{\sigma_{2i}}{\sigma_{1i}} \quad (\text{C.4})$$

o que anula a segunda parcela se

$$\forall i, j \in \{1, \dots, g\} : \mu_{2j} = (\mu_{1j} - \mu_{1i}) \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_{1j}} + \mu_{2i} \quad (\text{C.5})$$

Tem-se:

$$\frac{dE(X_2|X_1=x_1)}{dx_1} = \rho_j \frac{\sigma_{2j}}{\sigma_{1j}} = \text{constante}$$

Fica assim demonstrado que a regressão de  $X_2$  em  $X_1$  é linear nas duas situações referidas.

**Provar que**  $f_j(x_1) = f_i(x_1) \quad \forall x_1 \in \mathbb{R}, \forall i, j \in \{1, \dots, g\}$  **é equivalente a**  $\mu_{1j} = \mu_{1i}$  e  $\sigma_{1j}^2 = \sigma_{1i}^2 \quad \forall i, j \in \{1, \dots, g\}$

$$\begin{aligned} f_j(x_1) = f_i(x_1) &\iff \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{1j}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{1i}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - \mu_{1i}}{\sigma_{1i}} \right)^2 \right\} \iff \\ \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\} &= \frac{\sigma_{1j}}{\sigma_{1i}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - \mu_{1i}}{\sigma_{1i}} \right)^2 \right\} \iff \\ \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 \right\} &= \exp \left\{ \ln \frac{\sigma_{1j}}{\sigma_{1i}} - \frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - \mu_{1i}}{\sigma_{1i}} \right)^2 \right\} \iff \\ -\frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - \mu_{1j}}{\sigma_{1j}} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - \mu_{1i}}{\sigma_{1i}} \right)^2 &= \ln \frac{\sigma_{1j}}{\sigma_{1i}} \iff \\ \left( \frac{1}{\sigma_{1j}^2} - \frac{1}{\sigma_{1i}^2} \right) x_1^2 + 2 \left( \frac{\mu_{1i}}{\sigma_{1i}^2} - \frac{\mu_{1j}}{\sigma_{1j}^2} \right) x_1 + \left( \frac{\mu_{1j}^2}{\sigma_{1j}^2} - \frac{\mu_{1i}^2}{\sigma_{1i}^2} \right) &= 2 \ln \frac{\sigma_{1j}}{\sigma_{1i}} \end{aligned}$$

Esta equação é indeterminada quando  $\sigma_{1j}^2 = \sigma_{1i}^2$  e  $\mu_{1j} = \mu_{1i}$ .

## Apêndice D

# Simulação em Misturas de Regressões Lineares: resultados

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0057	0.0056	0.0003	0.0023	0.0010	0.0010	0.0003	0.0002	0.0250	0.0253	0.0029	0.0027	0.0213	0.0207
		100	0.0098	0.0098	0.0018	0.0018	0.0009	0.0009	0.0013	0.0013	0.0149	0.0149	0.0008	0.0008	0.0011	0.0012
		500	0.0008	0.0008	0.0004	0.0004	0.0007	0.0007	0.0009	0.0009	0.0021	0.0021	0.0003	0.0003	0.0007	0.0006
	[0; 2]	50	0.0055	0.0035	0.0027	0.0013	0.0018	0.0017	0.0056	0.0055	0.0261	0.0262	0.0035	0.0035	0.0184	0.0184
		100	0.0011	0.0011	0.0020	0.0020	0.0031	0.0031	0.0014	0.0014	0.0159	0.0159	0.0007	0.0007	0.0002	0.0003
		500	0.0021	0.0021	0.0034	0.0034	0.0007	0.0007	0.0003	0.0003	0.0040	0.0040	0.0006	0.0006	0.0007	0.0007
0.2	[-1; 3]	50	0.0085	0.0085	0.0032	0.0032	0.0001	0.0001	0.0007	0.0007	0.0135	0.0135	0.0031	0.0031	0.0009	0.0009
		100	0.0003	0.0003	0.0021	0.0021	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0063	0.0063	0.0021	0.0021	0.0059	0.0059
		500	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0011	0.0011	0.0006	0.0006	0.0011	0.0011
	[0; 2]	50	0.0064	0.0064	0.0024	0.0024	0.0024	0.0024	0.0015	0.0015	0.0138	0.0138	0.0026	0.0026	0.0022	0.0022
		100	0.0009	0.0009	0.0015	0.0015	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0081	0.0081	0.0004	0.0004	0.0005	0.0005
		500	0.0033	0.0033	0.0016	0.0016	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0011	0.0011	0.0001	0.0001	0.0009	0.0009
0.3	[-1; 3]	50	0.0011	0.0011	0.0006	0.0006	0.0029	0.0029	0.0020	0.0020	0.0090	0.0090	0.0030	0.0030	0.0029	0.0029
		100	0.0002	0.0002	0.0013	0.0013	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0051	0.0051	0.0019	0.0019	0.0015	0.0015
		500	0.0017	0.0017	0.0000	0.0000	0.0005	0.0005	0.0003	0.0003	0.0010	0.0010	0.0003	0.0003	0.0013	0.0013
	[0; 2]	50	0.0021	0.0021	0.0014	0.0014	0.0006	0.0006	0.0002	0.0002	0.0113	0.0113	0.0035	0.0035	0.0024	0.0024
		100	0.0020	0.0020	0.0002	0.0002	0.0010	0.0010	0.0017	0.0017	0.0055	0.0055	0.0016	0.0016	0.0039	0.0039
		500	0.0003	0.0003	0.0006	0.0006	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0010	0.0010	0.0003	0.0003	0.0023	0.0023
0.4	[-1; 3]	50	0.0015	0.0015	0.0008	0.0008	0.0032	0.0032	0.0011	0.0011	0.0075	0.0075	0.0059	0.0059	0.0081	0.0081
		100	0.0013	0.0013	0.0016	0.0016	0.0008	0.0008	0.0001	0.0001	0.0027	0.0027	0.0029	0.0029	0.0007	0.0008
		500	0.0007	0.0007	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0000	0.0000	0.0006	0.0006	0.0003	0.0003	0.0010	0.0010
	[0; 2]	50	0.0010	0.0010	0.0007	0.0007	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0083	0.0083	0.0039	0.0039	0.0007	0.0007
		100	0.0020	0.0020	0.0023	0.0023	0.0001	0.0001	0.0006	0.0006	0.0049	0.0049	0.0018	0.0018	0.0044	0.0044
		500	0.0024	0.0024	0.0023	0.0023	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0014	0.0014
0.5	[-1; 3]	50	0.0025	0.0025	0.0016	0.0016	0.0009	0.0009	0.0023	0.0023	0.0066	0.0066	0.0037	0.0037	0.0063	0.0063
		100	0.0013	0.0013	0.0004	0.0004	0.0001	0.0001	0.0005	0.0005	0.0025	0.0025	0.0021	0.0021	0.0029	0.0029
		500	0.0003	0.0003	0.0005	0.0005	0.0008	0.0008	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0020	0.0020
	[0; 2]	50	0.0009	0.0009	0.0018	0.0018	0.0029	0.0029	0.0010	0.0010	0.0047	0.0047	0.0060	0.0060	0.0093	0.0093
		100	0.0040	0.0040	0.0048	0.0048	0.0026	0.0026	0.0005	0.0005	0.0018	0.0018	0.0017	0.0017	0.0015	0.0015
		500	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003	0.0008	0.0008	0.0009	0.0009	0.0005	0.0005	0.0001	0.0001	0.0016	0.0016
0.6	[-1; 3]	50	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003	0.0024	0.0024	0.0005	0.0005	0.0040	0.0040	0.0048	0.0048	0.0060	0.0060
		100	0.0002	0.0002	0.0012	0.0012	0.0013	0.0013	0.0018	0.0018	0.0025	0.0025	0.0028	0.0028	0.0038	0.0038
		500	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004	0.0007	0.0007	0.0002	0.0002
	[0; 2]	50	0.0031	0.0031	0.0018	0.0018	0.0012	0.0012	0.0005	0.0005	0.0048	0.0048	0.0077	0.0077	0.0038	0.0038
		100	0.0019	0.0019	0.0020	0.0020	0.0007	0.0007	0.0013	0.0013	0.0009	0.0009	0.0020	0.0020	0.0014	0.0014
		500	0.0011	0.0011	0.0001	0.0001	0.0007	0.0007	0.0005	0.0005	0.0007	0.0007	0.0003	0.0003	0.0023	0.0023
0.7	[-1; 3]	50	0.0017	0.0017	0.0005	0.0005	0.0027	0.0027	0.0034	0.0034	0.0048	0.0048	0.0109	0.0109	0.0032	0.0032
		100	0.0001	0.0001	0.0006	0.0006	0.0010	0.0010	0.0000	0.0000	0.0016	0.0016	0.0056	0.0056	0.0009	0.0009
		500	0.0007	0.0007	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0007	0.0007	0.0007	0.0007	0.0003	0.0003
	[0; 2]	50	0.0017	0.0017	0.0008	0.0008	0.0025	0.0025	0.0036	0.0036	0.0029	0.0029	0.0112	0.0112	0.0063	0.0063
		100	0.0008	0.0008	0.0005	0.0005	0.0026	0.0026	0.0024	0.0024	0.0019	0.0019	0.0062	0.0062	0.0045	0.0045
		500	0.0008	0.0008	0.0011	0.0011	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0001	0.0001	0.0011	0.0011	0.0020	0.0020
0.8	[-1; 3]	50	0.0011	0.0011	0.0011	0.0011	0.0006	0.0006	0.0002	0.0002	0.0030	0.0030	0.0158	0.0158	0.0034	0.0034
		100	0.0001	0.0001	0.0005	0.0005	0.0022	0.0022	0.0006	0.0006	0.0008	0.0008	0.0072	0.0072	0.0093	0.0093
		500	0.0002	0.0002	0.0005	0.0005	0.0010	0.0010	0.0006	0.0006	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002
	[0; 2]	50	0.0004	0.0004	0.0020	0.0020	0.0007	0.0007	0.0005	0.0005	0.0040	0.0040	0.0139	0.0139	0.0012	0.0012
		100	0.0012	0.0012	0.0007	0.0007	0.0066	0.0066	0.0066	0.0066	0.0013	0.0013	0.0060	0.0060	0.0006	0.0006
		500	0.0018	0.0018	0.0012	0.0012	0.0015	0.0015	0.0007	0.0007	0.0004	0.0004	0.0013	0.0013	0.0000	0.0000
0.9	[-1; 3]	50	0.0013	0.0015	0.0014	0.0015	0.0027	0.0007	0.0036	0.0027	0.0042	0.0041	0.0271	0.0273	0.0146	0.0143
		100	0.0004	0.0004	0.0000	0.0000	0.0013	0.0013	0.0026	0.0026	0.0007	0.0007	0.0178	0.0178	0.0024	0.0024
		500	0.0008	0.0008	0.0000	0.0000	0.0014	0.0014	0.0009	0.0009	0.0005	0.0005	0.0026	0.0026	0.0024	0.0024
	[0; 2]	50	0.0054	0.0048	0.0069	0.0038	0.0010	0.0017	0.0054	0.0078	0.0022	0.0021	0.0263	0.0264	0.0214	0.0173
		100	0.0007	0.0007	0.0008	0.0008	0.0010	0.0010	0.0001	0.0001	0.0018	0.0018	0.0160	0.0160	0.0009	0.0009
		500	0.0003	0.0003	0.0005	0.0005	0.0016	0.0016	0.0012	0.0012	0.0005	0.0005	0.0037	0.0037	0.0009	0.0009

Tabela D.1: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PI

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0034	0.0010	0.0011	0.0009	0.0027	0.0031	0.0042	0.0041	0.0235	0.0249	0.0062	0.0057	0.0161	0.0150
		100	0.0012	0.0018	0.0001	0.0001	0.0012	0.0012	0.0006	0.0005	0.0146	0.0153	0.0011	0.0012	0.0036	0.0034
		500	0.0001	0.0002	0.0004	0.0004	0.0011	0.0012	0.0001	0.0001	0.0019	0.0025	0.0008	0.0010	0.0003	0.0003
	[0; 2]	50	0.0077	0.0075	0.0068	0.0098	0.0007	0.0013	0.0011	0.0011	0.0223	0.0245	0.0086	0.0078	0.0156	0.0144
		100	0.0026	0.0004	0.0025	0.0024	0.0021	0.0020	0.0011	0.0012	0.0146	0.0165	0.0023	0.0020	0.0032	0.0037
		500	0.0010	0.0017	0.0015	0.0017	0.0016	0.0017	0.0020	0.0019	0.0022	0.0029	0.0006	0.0008	0.0002	0.0002
0.2	[-1; 3]	50	0.0012	0.0010	0.0011	0.0010	0.0013	0.0014	0.0015	0.0015	0.0178	0.0180	0.0071	0.0072	0.0010	0.0011
		100	0.0031	0.0034	0.0002	0.0003	0.0005	0.0006	0.0008	0.0008	0.0082	0.0087	0.0038	0.0039	0.0020	0.0019
		500	0.0005	0.0002	0.0002	0.0002	0.0015	0.0013	0.0001	0.0001	0.0017	0.0021	0.0003	0.0007	0.0021	0.0020
	[0; 2]	50	0.0038	0.0043	0.0007	0.0021	0.0031	0.0030	0.0030	0.0032	0.0145	0.0150	0.0105	0.0104	0.0018	0.0021
		100	0.0048	0.0050	0.0051	0.0051	0.0010	0.0009	0.0014	0.0014	0.0063	0.0066	0.0032	0.0034	0.0038	0.0038
		500	0.0013	0.0011	0.0002	0.0002	0.0025	0.0027	0.0022	0.0022	0.0016	0.0020	0.0018	0.0021	0.0014	0.0015
0.3	[-1; 3]	50	0.0022	0.0029	0.0016	0.0015	0.0001	0.0003	0.0004	0.0004	0.0082	0.0090	0.0086	0.0084	0.0118	0.0114
		100	0.0012	0.0011	0.0006	0.0005	0.0024	0.0027	0.0013	0.0014	0.0048	0.0050	0.0043	0.0047	0.0036	0.0036
		500	0.0004	0.0005	0.0002	0.0002	0.0002	0.0005	0.0001	0.0001	0.0007	0.0010	0.0001	0.0005	0.0023	0.0024
	[0; 2]	50	0.0012	0.0009	0.0010	0.0010	0.0054	0.0053	0.0022	0.0021	0.0097	0.0100	0.0077	0.0078	0.0005	0.0006
		100	0.0011	0.0014	0.0002	0.0002	0.0041	0.0042	0.0053	0.0053	0.0021	0.0025	0.0039	0.0041	0.0002	0.0001
		500	0.0002	0.0004	0.0003	0.0003	0.0001	0.0004	0.0007	0.0007	0.0005	0.0008	0.0000	0.0005	0.0001	0.0001
0.4	[-1; 3]	50	0.0007	0.0011	0.0002	0.0000	0.0069	0.0068	0.0035	0.0033	0.0058	0.0060	0.0068	0.0070	0.0053	0.0053
		100	0.0027	0.0025	0.0013	0.0012	0.0017	0.0019	0.0004	0.0004	0.0032	0.0034	0.0034	0.0037	0.0047	0.0047
		500	0.0004	0.0002	0.0000	0.0000	0.0004	0.0008	0.0002	0.0001	0.0002	0.0014	0.0019	0.0006	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0024	0.0020	0.0002	0.0000	0.0057	0.0043	0.0028	0.0022	0.0055	0.0053	0.0076	0.0086	0.0021	0.0027
		100	0.0059	0.0055	0.0036	0.0035	0.0020	0.0021	0.0046	0.0046	0.0031	0.0035	0.0031	0.0033	0.0037	0.0038
		500	0.0015	0.0016	0.0007	0.0007	0.0004	0.0001	0.0005	0.0005	0.0004	0.0006	0.0015	0.0020	0.0026	0.0027
0.5	[-1; 3]	50	0.0002	0.0002	0.0000	0.0001	0.0010	0.0005	0.0035	0.0036	0.0059	0.0057	0.0092	0.0100	0.0020	0.0016
		100	0.0009	0.0010	0.0002	0.0001	0.0010	0.0013	0.0021	0.0020	0.0009	0.0010	0.0028	0.0033	0.0022	0.0020
		500	0.0005	0.0004	0.0002	0.0002	0.0007	0.0012	0.0002	0.0002	0.0009	0.0011	0.0000	0.0006	0.0009	0.0007
	[0; 2]	50	0.0010	0.0010	0.0007	0.0007	0.0057	0.0060	0.0051	0.0049	0.0062	0.0062	0.0096	0.0103	0.0161	0.0158
		100	0.0026	0.0025	0.0022	0.0021	0.0043	0.0046	0.0045	0.0042	0.0029	0.0029	0.0063	0.0071	0.0017	0.0014
		500	0.0007	0.0008	0.0011	0.0010	0.0001	0.0003	0.0005	0.0005	0.0009	0.0011	0.0009	0.0015	0.0025	0.0024
0.6	[-1; 3]	50	0.0003	0.0004	0.0001	0.0001	0.0086	0.0076	0.0016	0.0015	0.0039	0.0038	0.0115	0.0125	0.0013	0.0017
		100	0.0020	0.0020	0.0010	0.0010	0.0044	0.0038	0.0011	0.0010	0.0006	0.0007	0.0055	0.0062	0.0024	0.0027
		500	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0016	0.0011	0.0001	0.0001	0.0005	0.0006	0.0027	0.0034	0.0001	0.0002
	[0; 2]	50	0.0012	0.0015	0.0007	0.0005	0.0008	0.0009	0.0023	0.0029	0.0017	0.0018	0.0110	0.0116	0.0039	0.0037
		100	0.0023	0.0022	0.0015	0.0014	0.0044	0.0044	0.0055	0.0049	0.0018	0.0018	0.0078	0.0086	0.0010	0.0008
		500	0.0006	0.0007	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0000	0.0001	0.0004	0.0005	0.0013	0.0021	0.0003	0.0005
0.7	[-1; 3]	50	0.0008	0.0008	0.0005	0.0005	0.0036	0.0032	0.0023	0.0025	0.0027	0.0028	0.0169	0.0175	0.0036	0.0038
		100	0.0000	0.0000	0.0005	0.0005	0.0024	0.0021	0.0056	0.0057	0.0016	0.0017	0.0096	0.0101	0.0007	0.0005
		500	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0009	0.0014	0.0013	0.0014	0.0000	0.0001	0.0018	0.0026	0.0032	0.0034
	[0; 2]	50	0.0003	0.0002	0.0001	0.0003	0.0098	0.0111	0.0018	0.0019	0.0045	0.0044	0.0155	0.0169	0.0026	0.0032
		100	0.0026	0.0026	0.0020	0.0020	0.0049	0.0041	0.0036	0.0035	0.0025	0.0024	0.0080	0.0090	0.0077	0.0080
		500	0.0007	0.0007	0.0005	0.0005	0.0018	0.0012	0.0003	0.0004	0.0002	0.0002	0.0027	0.0034	0.0006	0.0007
0.8	[-1; 3]	50	0.0009	0.0010	0.0012	0.0012	0.0046	0.0007	0.0006	0.0010	0.0044	0.0042	0.0309	0.0331	0.0012	0.0001
		100	0.0001	0.0002	0.0009	0.0009	0.0031	0.0016	0.0019	0.0017	0.0012	0.0011	0.0079	0.0095	0.0029	0.0025
		500	0.0000	0.0000	0.0002	0.0002	0.0019	0.0024	0.0015	0.0014	0.0003	0.0003	0.0017	0.0027	0.0005	0.0007
	[0; 2]	50	0.0007	0.0004	0.0000	0.0002	0.0099	0.0167	0.0101	0.0121	0.0038	0.0036	0.0260	0.0284	0.0047	0.0059
		100	0.0024	0.0024	0.0018	0.0018	0.0100	0.0103	0.0087	0.0080	0.0013	0.0013	0.0145	0.0157	0.0036	0.0034
		500	0.0007	0.0007	0.0008	0.0009	0.0012	0.0005	0.0014	0.0013	0.0003	0.0004	0.0017	0.0027	0.0013	0.0014
0.9	[-1; 3]	50	0.0004	0.0002	0.0048	0.0047	0.0248	0.0212	0.0098	0.0091	0.0025	0.0023	0.0551	0.0575	0.0246	0.0240
		100	0.0002	0.0003	0.0009	0.0008	0.0079	0.0097	0.0124	0.0109	0.0011	0.0009	0.0306	0.0336	0.0010	0.0005
		500	0.0001	0.0001	0.0004	0.0005	0.0076	0.0082	0.0047	0.0045	0.0000	0.0000	0.0064	0.0076	0.0008	0.0007
	[0; 2]	50	0.0031	0.0032	0.0026	0.0026	0.0001	0.0048	0.0035	0.0024	0.0036	0.0033	0.0495	0.0519	0.0201	0.0184
		100	0.0025	0.0017	0.0053	0.0019	0.0034	0.0023	0.0027	0.0009	0.0003	0.0017	0.0271	0.0281	0.0108	0.0057
		500	0.0011	0.0011	0.0005	0.0005	0.0036	0.0029	0.0015	0.0017	0.0009	0.0009	0.0080	0.0092	0.0016	0.0015

Tabela D.2: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0003	0.0147	0.0129	0.0083	0.0001	0.0010	0.0016	0.0011	0.0584	0.0668	0.0071	0.0061	0.0209	0.0149
		100	0.0269	0.0051	0.0036	0.0018	0.0009	0.0006	0.0010	0.0012	0.0237	0.0396	0.0037	0.0027	0.0033	0.0022
		500	0.0033	0.0093	0.0015	0.0008	0.0003	0.0006	0.0002	0.0002	0.0050	0.0167	0.0012	0.0019	0.0012	0.0000
	[0; 2]	50	0.0042	0.0150	0.0143	0.0011	0.0001	0.0025	0.0034	0.0011	0.0634	0.0729	0.0100	0.0088	0.0234	0.0130
		100	0.0342	0.0037	0.0142	0.0081	0.0052	0.0037	0.0093	0.0035	0.0274	0.0394	0.0011	0.0026	0.0142	0.0027
		500	0.0073	0.0051	0.0068	0.0060	0.0010	0.0013	0.0002	0.0002	0.0075	0.0190	0.0011	0.0018	0.0001	0.0012
0.2	[-1; 3]	50	0.0007	0.0154	0.0012	0.0003	0.0025	0.0034	0.0025	0.0027	0.0278	0.0362	0.0061	0.0058	0.0093	0.0049
		100	0.0022	0.0077	0.0021	0.0021	0.0000	0.0004	0.0014	0.0012	0.0109	0.0194	0.0035	0.0043	0.0026	0.0003
		500	0.0008	0.0075	0.0000	0.0001	0.0023	0.0013	0.0004	0.0004	0.0021	0.0110	0.0006	0.0011	0.0008	0.0018
	[0; 2]	50	0.0112	0.0149	0.0251	0.0148	0.0026	0.0031	0.0027	0.0012	0.0214	0.0303	0.0089	0.0086	0.0130	0.0084
		100	0.0027	0.0034	0.0016	0.0025	0.0017	0.0004	0.0027	0.0022	0.0161	0.0227	0.0042	0.0055	0.0053	0.0044
		500	0.0023	0.0065	0.0016	0.0008	0.0015	0.0006	0.0017	0.0017	0.0023	0.0109	0.0001	0.0016	0.0003	0.0008
0.3	[-1; 3]	50	0.0067	0.0045	0.0001	0.0005	0.0038	0.0039	0.0020	0.0017	0.0103	0.0194	0.0110	0.0112	0.0035	0.0016
		100	0.0040	0.0029	0.0001	0.0005	0.0024	0.0035	0.0014	0.0015	0.0048	0.0118	0.0064	0.0081	0.0055	0.0041
		500	0.0004	0.0053	0.0013	0.0013	0.0012	0.0028	0.0004	0.0004	0.0016	0.0084	0.0004	0.0028	0.0007	0.0014
	[0; 2]	50	0.0093	0.0016	0.0058	0.0070	0.0019	0.0023	0.0014	0.0019	0.0165	0.0242	0.0078	0.0078	0.0021	0.0009
		100	0.0065	0.0093	0.0039	0.0024	0.0027	0.0008	0.0029	0.0026	0.0107	0.0154	0.0037	0.0060	0.0025	0.0020
		500	0.0021	0.0040	0.0014	0.0014	0.0001	0.0018	0.0007	0.0006	0.0000	0.0070	0.0004	0.0030	0.0018	0.0026
0.4	[-1; 3]	50	0.0034	0.0027	0.0022	0.0013	0.0053	0.0062	0.0029	0.0025	0.0103	0.0155	0.0106	0.0125	0.0012	0.0028
		100	0.0001	0.0050	0.0011	0.0009	0.0015	0.0032	0.0006	0.0007	0.0053	0.0110	0.0043	0.0067	0.0020	0.0008
		500	0.0013	0.0056	0.0007	0.0007	0.0008	0.0015	0.0007	0.0008	0.0013	0.0066	0.0013	0.0046	0.0039	0.0043
	[0; 2]	50	0.0083	0.0032	0.0038	0.0038	0.0105	0.0077	0.0124	0.0111	0.0110	0.0161	0.0122	0.0142	0.0093	0.0080
		100	0.0066	0.0033	0.0033	0.0039	0.0030	0.0053	0.0034	0.0037	0.0067	0.0114	0.0064	0.0091	0.0057	0.0051
		500	0.0026	0.0017	0.0035	0.0034	0.0028	0.0050	0.0027	0.0026	0.0021	0.0073	0.0009	0.0041	0.0011	0.0007
0.5	[-1; 3]	50	0.0081	0.0064	0.0048	0.0046	0.0033	0.0006	0.0008	0.0004	0.0155	0.0174	0.0104	0.0147	0.0004	0.0019
		100	0.0007	0.0036	0.0010	0.0010	0.0038	0.0009	0.0013	0.0014	0.0049	0.0085	0.0071	0.0108	0.0013	0.0012
		500	0.0001	0.0034	0.0001	0.0000	0.0016	0.0049	0.0003	0.0003	0.0001	0.0043	0.0013	0.0056	0.0013	0.0013
	[0; 2]	50	0.0020	0.0035	0.0009	0.0005	0.0030	0.0062	0.0028	0.0022	0.0147	0.0177	0.0075	0.0116	0.0002	0.0003
		100	0.0008	0.0024	0.0002	0.0003	0.0052	0.0084	0.0039	0.0040	0.0051	0.0091	0.0055	0.0092	0.0023	0.0024
		500	0.0015	0.0051	0.0007	0.0010	0.0000	0.0032	0.0008	0.0008	0.0004	0.0047	0.0014	0.0056	0.0022	0.0022
0.6	[-1; 3]	50	0.0025	0.0015	0.0021	0.0022	0.0011	0.0068	0.0035	0.0036	0.0122	0.0138	0.0111	0.0164	0.0006	0.0023
		100	0.0009	0.0011	0.0019	0.0019	0.0066	0.0101	0.0014	0.0009	0.0020	0.0049	0.0057	0.0104	0.0023	0.0028
		500	0.0008	0.0018	0.0005	0.0005	0.0028	0.0018	0.0007	0.0006	0.0008	0.0044	0.0010	0.0065	0.0005	0.0007
	[0; 2]	50	0.0062	0.0052	0.0059	0.0043	0.0088	0.0021	0.0019	0.0045	0.0139	0.0148	0.0083	0.0155	0.0163	0.0123
		100	0.0014	0.0022	0.0004	0.0000	0.0027	0.0035	0.0020	0.0020	0.0045	0.0065	0.0051	0.0117	0.0097	0.0118
		500	0.0027	0.0051	0.0010	0.0010	0.0015	0.0024	0.0016	0.0019	0.0016	0.0050	0.0019	0.0070	0.0011	0.0013
0.7	[-1; 3]	50	0.0009	0.0009	0.0010	0.0009	0.0008	0.0132	0.0054	0.0026	0.0089	0.0093	0.0154	0.0233	0.0014	0.0026
		100	0.0023	0.0014	0.0011	0.0012	0.0094	0.0024	0.0032	0.0032	0.0043	0.0058	0.0078	0.0149	0.0024	0.0006
		500	0.0004	0.0021	0.0008	0.0008	0.0006	0.0065	0.0014	0.0013	0.0004	0.0027	0.0009	0.0078	0.0011	0.0002
	[0; 2]	50	0.0012	0.0003	0.0035	0.0029	0.0005	0.0041	0.0070	0.0036	0.0079	0.0090	0.0189	0.0251	0.0017	0.0009
		100	0.0020	0.0010	0.0021	0.0022	0.0083	0.0148	0.0112	0.0108	0.0031	0.0048	0.0101	0.0172	0.0004	0.0011
		500	0.0010	0.0006	0.0019	0.0020	0.0001	0.0057	0.0006	0.0006	0.0008	0.0032	0.0022	0.0088	0.0010	0.0017
0.8	[-1; 3]	50	0.0046	0.0033	0.0006	0.0002	0.0138	0.0042	0.0089	0.0071	0.0075	0.0067	0.0251	0.0350	0.0052	0.0000
		100	0.0041	0.0043	0.0001	0.0002	0.0072	0.0037	0.0001	0.0017	0.0076	0.0085	0.0123	0.0208	0.0087	0.0067
		500	0.0001	0.0008	0.0007	0.0007	0.0027	0.0057	0.0002	0.0002	0.0002	0.0014	0.0022	0.0113	0.0007	0.0019
	[0; 2]	50	0.0029	0.0013	0.0030	0.0030	0.0376	0.0205	0.0206	0.0214	0.0088	0.0083	0.0310	0.0409	0.0040	0.0010
		100	0.0029	0.0036	0.0013	0.0016	0.0005	0.0074	0.0008	0.0011	0.0047	0.0057	0.0144	0.0215	0.0047	0.0058
		500	0.0005	0.0014	0.0004	0.0002	0.0043	0.0051	0.0013	0.0003	0.0008	0.0025	0.0008	0.0099	0.0004	0.0006
0.9	[-1; 3]	50	0.0039	0.0017	0.0001	0.0005	0.0304	0.0013	0.0200	0.0105	0.0083	0.0069	0.0555	0.0659	0.0186	0.0124
		100	0.0038	0.0025	0.0015	0.0017	0.0173	0.0151	0.0033	0.0050	0.0051	0.0039	0.0236	0.0417	0.0058	0.0003
		500	0.0003	0.0001	0.0001	0.0002	0.0014	0.0115	0.0014	0.0016	0.0002	0.0009	0.0054	0.0176	0.0011	0.0002
	[0; 2]	50	0.0057	0.0034	0.0091	0.0011	0.0160	0.0401	0.0258	0.0223	0.0014	0.0023	0.0551	0.0592	0.0317	0.0190
		100	0.0009	0.0030	0.0024	0.0032	0.0246	0.0045	0.0043	0.0027	0.0019	0.0031	0.0214	0.0380	0.0061	0.0053
		500	0.0006	0.0009	0.0000	0.0000	0.0086	0.0055	0.0038	0.0022	0.0001	0.0009	0.0045	0.0164	0.0006	0.0017

Tabela D.3: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PIII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0277	0.0269	0.0009	0.0002	0.0001	0.0002	0.0007	0.0007	0.0517	0.0517	0.0051	0.0050	0.0134	0.0130
		100	0.0042	0.0042	0.0042	0.0042	0.0046	0.0046	0.0015	0.0015	0.0295	0.0295	0.0033	0.0033	0.0017	0.0017
		500	0.0004	0.0004	0.0012	0.0012	0.0004	0.0004	0.0001	0.0001	0.0043	0.0043	0.0002	0.0002	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0154	0.0154	0.0025	0.0025	0.0055	0.0055	0.0072	0.0072	0.0574	0.0574	0.0052	0.0052	0.0123	0.0123
		100	0.0067	0.0067	0.0074	0.0074	0.0014	0.0014	0.0008	0.0008	0.0302	0.0302	0.0030	0.0030	0.0008	0.0008
		500	0.0004	0.0004	0.0012	0.0012	0.0004	0.0004	0.0001	0.0001	0.0043	0.0043	0.0002	0.0002	0.0004	0.0004
0.2	[-1; 3]	50	0.0048	0.0048	0.0005	0.0005	0.0000	0.0000	0.0003	0.0003	0.0230	0.0230	0.0059	0.0059	0.0039	0.0039
		100	0.0029	0.0029	0.0042	0.0042	0.0038	0.0038	0.0015	0.0015	0.0150	0.0150	0.0034	0.0034	0.0020	0.0020
		500	0.0008	0.0008	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004	0.0005	0.0005	0.0024	0.0024	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008
	[0; 2]	50	0.0037	0.0037	0.0040	0.0040	0.0054	0.0054	0.0056	0.0056	0.0269	0.0269	0.0081	0.0081	0.0044	0.0044
		100	0.0058	0.0058	0.0070	0.0070	0.0011	0.0011	0.0036	0.0036	0.0129	0.0129	0.0031	0.0031	0.0040	0.0040
		500	0.0040	0.0040	0.0039	0.0039	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0013	0.0013	0.0001	0.0001	0.0021	0.0021
0.3	[-1; 3]	50	0.0012	0.0012	0.0032	0.0032	0.0067	0.0067	0.0039	0.0039	0.0157	0.0157	0.0077	0.0077	0.0058	0.0058
		100	0.0014	0.0014	0.0007	0.0007	0.0020	0.0020	0.0014	0.0014	0.0073	0.0073	0.0038	0.0038	0.0019	0.0019
		500	0.0026	0.0026	0.0014	0.0014	0.0008	0.0008	0.0003	0.0003	0.0014	0.0014	0.0018	0.0018	0.0012	0.0012
	[0; 2]	50	0.0008	0.0008	0.0027	0.0027	0.0040	0.0040	0.0056	0.0056	0.0154	0.0154	0.0058	0.0058	0.0076	0.0076
		100	0.0042	0.0042	0.0050	0.0050	0.0068	0.0068	0.0068	0.0068	0.0092	0.0092	0.0020	0.0020	0.0044	0.0044
		500	0.0024	0.0024	0.0012	0.0012	0.0017	0.0017	0.0001	0.0001	0.0023	0.0023	0.0011	0.0011	0.0014	0.0014
0.4	[-1; 3]	50	0.0004	0.0004	0.0014	0.0014	0.0034	0.0034	0.0027	0.0027	0.0104	0.0104	0.0043	0.0043	0.0014	0.0014
		100	0.0027	0.0027	0.0026	0.0026	0.0032	0.0032	0.0038	0.0038	0.0066	0.0066	0.0055	0.0055	0.0032	0.0032
		500	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0014	0.0014	0.0012	0.0012	0.0021	0.0021	0.0011	0.0011	0.0001	0.0001
	[0; 2]	50	0.0023	0.0023	0.0017	0.0017	0.0069	0.0069	0.0088	0.0088	0.0132	0.0132	0.0129	0.0129	0.0008	0.0008
		100	0.0011	0.0011	0.0001	0.0001	0.0029	0.0029	0.0013	0.0013	0.0068	0.0068	0.0053	0.0053	0.0015	0.0015
		500	0.0006	0.0006	0.0010	0.0010	0.0049	0.0049	0.0033	0.0033	0.0007	0.0007	0.0001	0.0001	0.0019	0.0019
0.5	[-1; 3]	50	0.0091	0.0091	0.0006	0.0006	0.0045	0.0045	0.0016	0.0016	0.0139	0.0139	0.0113	0.0113	0.0026	0.0026
		100	0.0014	0.0014	0.0005	0.0005	0.0018	0.0018	0.0006	0.0006	0.0050	0.0050	0.0046	0.0046	0.0006	0.0006
		500	0.0009	0.0009	0.0006	0.0006	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0010	0.0010	0.0013	0.0013	0.0018	0.0018
	[0; 2]	50	0.0049	0.0049	0.0059	0.0059	0.0016	0.0016	0.0012	0.0012	0.0117	0.0117	0.0111	0.0111	0.0103	0.0103
		100	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0022	0.0022	0.0023	0.0023	0.0003	0.0003	0.0027	0.0027	0.0008	0.0008
		500	0.0008	0.0008	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004	0.0001	0.0001	0.0013	0.0013	0.0004	0.0004	0.0021	0.0021
0.6	[-1; 3]	50	0.0009	0.0009	0.0005	0.0005	0.0066	0.0066	0.0012	0.0012	0.0096	0.0096	0.0130	0.0130	0.0038	0.0038
		100	0.0020	0.0020	0.0002	0.0002	0.0004	0.0004	0.0010	0.0010	0.0020	0.0020	0.0044	0.0044	0.0010	0.0010
		500	0.0027	0.0027	0.0009	0.0009	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0025	0.0025	0.0015	0.0015	0.0003	0.0003
	[0; 2]	50	0.0057	0.0057	0.0042	0.0042	0.0047	0.0047	0.0027	0.0027	0.0082	0.0082	0.0128	0.0128	0.0001	0.0001
		100	0.0048	0.0048	0.0058	0.0058	0.0006	0.0006	0.0007	0.0007	0.0049	0.0049	0.0069	0.0069	0.0016	0.0016
		500	0.0040	0.0040	0.0033	0.0033	0.0035	0.0035	0.0035	0.0035	0.0020	0.0020	0.0013	0.0013	0.0028	0.0028
0.7	[-1; 3]	50	0.0003	0.0003	0.0014	0.0014	0.0038	0.0038	0.0018	0.0018	0.0063	0.0063	0.0168	0.0168	0.0019	0.0019
		100	0.0020	0.0020	0.0021	0.0021	0.0016	0.0016	0.0016	0.0016	0.0036	0.0036	0.0098	0.0098	0.0021	0.0021
		500	0.0000	0.0000	0.0009	0.0009	0.0002	0.0002	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0012	0.0012	0.0010	0.0010
	[0; 2]	50	0.0105	0.0105	0.0063	0.0063	0.0003	0.0003	0.0050	0.0050	0.0061	0.0061	0.0217	0.0217	0.0063	0.0063
		100	0.0026	0.0026	0.0011	0.0011	0.0068	0.0068	0.0037	0.0037	0.0038	0.0038	0.0102	0.0102	0.0005	0.0005
		500	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010	0.0018	0.0018	0.0010	0.0010	0.0006	0.0006	0.0024	0.0024	0.0033	0.0033
0.8	[-1; 3]	50	0.0035	0.0035	0.0025	0.0025	0.0016	0.0016	0.0001	0.0001	0.0057	0.0057	0.0296	0.0296	0.0036	0.0036
		100	0.0021	0.0021	0.0023	0.0023	0.0016	0.0016	0.0008	0.0008	0.0038	0.0038	0.0153	0.0153	0.0029	0.0029
		500	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0020	0.0020	0.0013	0.0013	0.0003	0.0003	0.0016	0.0016	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.0071	0.0071	0.0061	0.0061	0.0135	0.0135	0.0014	0.0014	0.0057	0.0057	0.0300	0.0300	0.0011	0.0011
		100	0.0009	0.0009	0.0002	0.0002	0.0091	0.0091	0.0077	0.0077	0.0020	0.0020	0.0098	0.0098	0.0026	0.0026
		500	0.0009	0.0009	0.0007	0.0007	0.0027	0.0027	0.0015	0.0015	0.0007	0.0007	0.0037	0.0037	0.0008	0.0008
0.9	[-1; 3]	50	0.0006	0.0006	0.0020	0.0019	0.0102	0.0095	0.0128	0.0101	0.0075	0.0074	0.0496	0.0496	0.0181	0.0178
		100	0.0009	0.0009	0.0001	0.0001	0.0021	0.0021	0.0040	0.0040	0.0023	0.0023	0.0295	0.0295	0.0006	0.0006
		500	0.0007	0.0007	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004	0.0029	0.0029	0.0013	0.0013
	[0; 2]	50	0.0016	0.0016	0.0038	0.0038	0.0083	0.0067	0.0082	0.0069	0.0042	0.0042	0.0500	0.0500	0.0209	0.0208
		100	0.0020	0.0026	0.0040	0.0031	0.0006	0.0023	0.0098	0.0051	0.0032	0.0035	0.0314	0.0312	0.0013	0.0032
		500	0.0006	0.0006	0.0008	0.0008	0.0045	0.0045	0.0035	0.0035	0.0002	0.0002	0.0052	0.0052	0.0009	0.0009

Tabela D.4: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PIV

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0448	0.0071	0.0083	0.0047	0.0039	0.0028	0.0052	0.0074	0.0805	0.1003	0.0180	0.0150	0.0211	0.0150
		100	0.0295	0.0001	0.0163	0.0144	0.0039	0.0040	0.0042	0.0045	0.0378	0.0551	0.0068	0.0082	0.0046	0.0024
		500	0.0081	0.0093	0.0049	0.0048	0.0009	0.0038	0.0013	0.0014	0.0069	0.0241	0.0013	0.0056	0.0009	0.0010
	[0; 2]	50	0.0465	0.0057	0.0001	0.0101	0.0211	0.0147	0.0169	0.0140	0.0743	0.0954	0.0278	0.0240	0.0260	0.0182
		100	0.0281	0.0248	0.0183	0.0040	0.0174	0.0130	0.0157	0.0131	0.0324	0.0539	0.0098	0.0098	0.0029	0.0011
		500	0.0095	0.0089	0.0067	0.0059	0.0002	0.0025	0.0000	0.0002	0.0089	0.0267	0.0028	0.0068	0.0004	0.0003
	[-1; 3]	50	0.0058	0.0130	0.0089	0.0098	0.0090	0.0083	0.0066	0.0051	0.0478	0.0578	0.0199	0.0224	0.0042	0.0021
		100	0.0043	0.0134	0.0023	0.0014	0.0009	0.0029	0.0023	0.0025	0.0238	0.0322	0.0092	0.0150	0.0038	0.0033
		500	0.0024	0.0089	0.0010	0.0013	0.0012	0.0038	0.0019	0.0018	0.0020	0.0144	0.0000	0.0068	0.0000	0.0004
	[0; 2]	50	0.0492	0.0525	0.0484	0.0389	0.0103	0.0108	0.0123	0.0130	0.0447	0.0569	0.0246	0.0254	0.0050	0.0029
		100	0.0028	0.0094	0.0066	0.0070	0.0014	0.0052	0.0005	0.0003	0.0136	0.0254	0.0113	0.0166	0.0006	0.0005
		500	0.0002	0.0087	0.0018	0.0008	0.0020	0.0030	0.0005	0.0004	0.0041	0.0155	0.0022	0.0091	0.0032	0.0037
0.3	[-1; 3]	50	0.0058	0.0122	0.0089	0.0055	0.0156	0.0182	0.0129	0.0120	0.0217	0.0309	0.0188	0.0238	0.0027	0.0038
		100	0.0104	0.0151	0.0064	0.0063	0.0130	0.0189	0.0091	0.0085	0.0164	0.0222	0.0100	0.0184	0.0004	0.0011
		500	0.0006	0.0058	0.0001	0.0001	0.0019	0.0052	0.0003	0.0005	0.0023	0.0103	0.0031	0.0123	0.0009	0.0003
	[0; 2]	50	0.0081	0.0074	0.0091	0.0025	0.0011	0.0036	0.0088	0.0068	0.0242	0.0320	0.0201	0.0254	0.0024	0.0024
		100	0.0078	0.0035	0.0076	0.0098	0.0002	0.0077	0.0060	0.0068	0.0127	0.0198	0.0081	0.0168	0.0012	0.0000
		500	0.0010	0.0051	0.0011	0.0010	0.0017	0.0088	0.0031	0.0030	0.0030	0.0106	0.0000	0.0094	0.0006	0.0009
	[-1; 3]	50	0.0107	0.0066	0.0075	0.0073	0.0057	0.0018	0.0051	0.0041	0.0252	0.0293	0.0209	0.0303	0.0035	0.0017
		100	0.0012	0.0039	0.0005	0.0003	0.0056	0.0042	0.0018	0.0013	0.0111	0.0151	0.0071	0.0186	0.0002	0.0026
		500	0.0018	0.0023	0.0013	0.0013	0.0036	0.0120	0.0013	0.0012	0.0011	0.0067	0.0039	0.0149	0.0009	0.0025
	[0; 2]	50	0.0057	0.0088	0.0151	0.0105	0.0254	0.0102	0.0272	0.0218	0.0202	0.0254	0.0174	0.0275	0.0019	0.0031
		100	0.0048	0.0087	0.0033	0.0041	0.0009	0.0070	0.0053	0.0039	0.0132	0.0175	0.0062	0.0171	0.0093	0.0072
		500	0.0002	0.0040	0.0012	0.0013	0.0063	0.0146	0.0064	0.0054	0.0045	0.0099	0.0015	0.0132	0.0016	0.0034
0.5	[-1; 3]	50	0.0008	0.0016	0.0012	0.0010	0.0136	0.0002	0.0111	0.0083	0.0153	0.0185	0.0219	0.0325	0.0041	0.0064
		100	0.0018	0.0006	0.0003	0.0008	0.0061	0.0153	0.0033	0.0031	0.0057	0.0099	0.0152	0.0261	0.0001	0.0017
		500	0.0004	0.0024	0.0013	0.0012	0.0020	0.0097	0.0000	0.0004	0.0011	0.0052	0.0004	0.0142	0.0011	0.0010
	[0; 2]	50	0.0028	0.0047	0.0046	0.0034	0.0006	0.0163	0.0123	0.0126	0.0176	0.0192	0.0105	0.0263	0.0024	0.0019
		100	0.0049	0.0061	0.0026	0.0017	0.0087	0.0200	0.0105	0.0106	0.0076	0.0109	0.0094	0.0222	0.0064	0.0087
		500	0.0029	0.0000	0.0023	0.0021	0.0000	0.0108	0.0021	0.0024	0.0038	0.0078	0.0009	0.0145	0.0014	0.0034
	[-1; 3]	50	0.0093	0.0082	0.0015	0.0017	0.0071	0.0062	0.0127	0.0116	0.0084	0.0105	0.0368	0.0491	0.0072	0.0095
		100	0.0058	0.0079	0.0007	0.0007	0.0058	0.0067	0.0002	0.0008	0.0041	0.0073	0.0121	0.0264	0.0052	0.0071
		500	0.0009	0.0028	0.0013	0.0013	0.0065	0.0188	0.0027	0.0026	0.0007	0.0039	0.0046	0.0194	0.0013	0.0006
	[0; 2]	50	0.0084	0.0070	0.0039	0.0025	0.0324	0.0451	0.0223	0.0216	0.0115	0.0120	0.0449	0.0570	0.0006	0.0021
		100	0.0026	0.0039	0.0025	0.0026	0.0133	0.0002	0.0047	0.0035	0.0111	0.0133	0.0168	0.0307	0.0048	0.0026
		500	0.0013	0.0005	0.0011	0.0013	0.0047	0.0177	0.0048	0.0053	0.0007	0.0039	0.0031	0.0180	0.0001	0.0018
0.7	[-1; 3]	50	0.0031	0.0037	0.0046	0.0052	0.0236	0.0044	0.0058	0.0077	0.0078	0.0084	0.0315	0.0513	0.0061	0.0024
		100	0.0034	0.0032	0.0018	0.0019	0.0125	0.0074	0.0043	0.0017	0.0075	0.0078	0.0207	0.0418	0.0052	0.0088
		500	0.0020	0.0009	0.0017	0.0017	0.0000	0.0157	0.0026	0.0024	0.0004	0.0024	0.0038	0.0218	0.0009	0.0011
	[0; 2]	50	0.0058	0.0038	0.0152	0.0067	0.0101	0.0265	0.0353	0.0206	0.0123	0.0141	0.0443	0.0603	0.0023	0.0044
		100	0.0001	0.0019	0.0001	0.0009	0.0090	0.0209	0.0115	0.0084	0.0085	0.0100	0.0271	0.0425	0.0031	0.0052
		500	0.0035	0.0023	0.0013	0.0013	0.0001	0.0162	0.0042	0.0031	0.0008	0.0028	0.0052	0.0225	0.0017	0.0003
	[-1; 3]	50	0.0071	0.0062	0.0007	0.0009	0.0071	0.0252	0.0160	0.0120	0.0109	0.0092	0.0691	0.0926	0.0123	0.0067
		100	0.0011	0.0005	0.0010	0.0013	0.0013	0.0295	0.0006	0.0001	0.0063	0.0059	0.0390	0.0628	0.0004	0.0031
		500	0.0006	0.0010	0.0005	0.0005	0.0053	0.0235	0.0045	0.0038	0.0006	0.0018	0.0073	0.0282	0.0009	0.0027
	[0; 2]	50	0.0098	0.0027	0.0309	0.0027	0.0532	0.0241	0.0033	0.0393	0.0073	0.0095	0.0893	0.1041	0.0120	0.0068
		100	0.0026	0.0019	0.0057	0.0051	0.0155	0.0148	0.0222	0.0133	0.0059	0.0062	0.0358	0.0553	0.0037	0.0010
		500	0.0030	0.0036	0.0011	0.0013	0.0088	0.0115	0.0060	0.0052	0.0000	0.0012	0.0059	0.0271	0.0016	0.0035
0.9	[-1; 3]	50	0.0018	0.0007	0.0016	0.0015	0.0067	0.0433	0.0123	0.0098	0.0115	0.0099	0.1244	0.1458	0.0230	0.0166
		100	0.0008	0.0016	0.0008	0.0010	0.0234	0.0226	0.0142	0.0058	0.0061	0.0056	0.0741	0.0996	0.0020	0.0008
		500	0.0020	0.0019	0.0003	0.0003	0.0007	0.0273	0.0016	0.0019	0.0000	0.0004	0.0059	0.0339	0.0011	0.0005
	[0; 2]	50	0.0069	0.0030	0.0107	0.0059	0.0304	0.0483	0.0035	0.0152	0.0068	0.0099	0.1110	0.1312	0.0319	0.0186
		100	0.0075	0.0061	0.0051	0.0047	0.0166	0.0310	0.0129	0.0038	0.0049	0.0041	0.0589	0.0889	0.0029	0.0016
		500	0.0025	0.0026	0.0019	0.0019	0.0000	0.0310	0.0071	0.0090	0.0016	0.0018	0.0116	0.0403	0.0001	0.0018

Tabela D.5: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PV



$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0260	0.0930	0.0137	0.0252	0.0003	0.0100	0.0059	0.0068	0.1591	0.2043	0.0297	0.0235	0.0312	0.0133
		100	0.0468	0.0952	0.0010	0.0052	0.0037	0.0034	0.0031	0.0025	0.0919	0.1613	0.0103	0.0069	0.0091	0.0071
		500	0.0108	0.1076	0.0058	0.0032	0.0010	0.0021	0.0008	0.0004	0.0104	0.0973	0.0003	0.0001	0.0009	0.0077
	[0; 2]	50	0.0420	0.0549	0.0231	0.0035	0.0234	0.0101	0.0217	0.0197	0.1574	0.2055	0.0159	0.0154	0.0323	0.0160
		100	0.0235	0.1310	0.0394	0.0241	0.0224	0.0085	0.0159	0.0079	0.0827	0.1619	0.0126	0.0073	0.0163	0.0066
		500	0.0261	0.0926	0.0075	0.0059	0.0001	0.0028	0.0011	0.0012	0.0099	0.0926	0.0037	0.0041	0.0029	0.0057
0.2	[-1; 3]	50	0.0401	0.0503	0.0201	0.0079	0.0162	0.0123	0.0032	0.0006	0.0898	0.1276	0.0278	0.0303	0.0150	0.0000
		100	0.0389	0.0573	0.0084	0.0032	0.0113	0.0069	0.0046	0.0036	0.0257	0.0909	0.0070	0.0096	0.0140	0.0025
		500	0.0110	0.0576	0.0039	0.0015	0.0047	0.0074	0.0004	0.0007	0.0119	0.0691	0.0016	0.0088	0.0005	0.0057
	[0; 2]	50	0.0642	0.0275	0.0365	0.0044	0.0237	0.0172	0.0084	0.0042	0.0863	0.1360	0.0259	0.0259	0.0259	0.0006
		100	0.0022	0.0802	0.0045	0.0109	0.0009	0.0014	0.0042	0.0027	0.0363	0.0899	0.0138	0.0181	0.0081	0.0028
		500	0.0054	0.0637	0.0001	0.0006	0.0016	0.0009	0.0025	0.0029	0.0059	0.0652	0.0033	0.0103	0.0015	0.0054
0.3	[-1; 3]	50	0.0209	0.0389	0.0059	0.0048	0.0166	0.0141	0.0038	0.0027	0.0590	0.0990	0.0236	0.0282	0.0053	0.0074
		100	0.0132	0.0410	0.0142	0.0107	0.0080	0.0116	0.0060	0.0050	0.0276	0.0705	0.0065	0.0162	0.0025	0.0048
		500	0.0020	0.0503	0.0049	0.0046	0.0033	0.0120	0.0008	0.0005	0.0045	0.0502	0.0029	0.0163	0.0007	0.0042
	[0; 2]	50	0.0163	0.0309	0.0132	0.0191	0.0221	0.0238	0.0254	0.0257	0.0599	0.0948	0.0260	0.0326	0.0126	0.0025
		100	0.0178	0.0391	0.0100	0.0088	0.0015	0.0028	0.0043	0.0027	0.0185	0.0644	0.0096	0.0208	0.0017	0.0095
		500	0.0037	0.0430	0.0014	0.0021	0.0025	0.0127	0.0011	0.0017	0.0031	0.0477	0.0035	0.0176	0.0003	0.0041
0.4	[-1; 3]	50	0.0087	0.0409	0.0011	0.0001	0.0003	0.0108	0.0012	0.0007	0.0576	0.0838	0.0265	0.0403	0.0027	0.0063
		100	0.0010	0.0370	0.0015	0.0010	0.0007	0.0145	0.0024	0.0003	0.0218	0.0545	0.0136	0.0313	0.0019	0.0057
		500	0.0072	0.0274	0.0007	0.0003	0.0012	0.0174	0.0030	0.0030	0.0054	0.0405	0.0028	0.0232	0.0038	0.0013
	[0; 2]	50	0.0153	0.0482	0.0089	0.0031	0.0092	0.0134	0.0046	0.0013	0.0442	0.0730	0.0315	0.0430	0.0016	0.0054
		100	0.0158	0.0465	0.0323	0.0172	0.0198	0.0308	0.0108	0.0107	0.0041	0.0440	0.0135	0.0291	0.0079	0.0004
		500	0.0071	0.0277	0.0060	0.0065	0.0036	0.0203	0.0022	0.0025	0.0004	0.0364	0.0006	0.0201	0.0011	0.0037
0.5	[-1; 3]	50	0.0163	0.0165	0.0124	0.0112	0.0077	0.0196	0.0043	0.0003	0.0332	0.0592	0.0386	0.0548	0.0032	0.0020
		100	0.0044	0.0274	0.0025	0.0034	0.0040	0.0271	0.0060	0.0047	0.0194	0.0441	0.0077	0.0340	0.0014	0.0019
		500	0.0015	0.0228	0.0011	0.0014	0.0002	0.0244	0.0017	0.0015	0.0024	0.0299	0.0030	0.0307	0.0015	0.0015
	[0; 2]	50	0.0062	0.0271	0.0051	0.0021	0.0266	0.0415	0.0070	0.0035	0.0246	0.0443	0.0390	0.0613	0.0102	0.0118
		100	0.0105	0.0280	0.0096	0.0028	0.0203	0.0422	0.0164	0.0159	0.0144	0.0412	0.0140	0.0378	0.0049	0.0041
		500	0.0029	0.0280	0.0022	0.0028	0.0054	0.0180	0.0017	0.0020	0.0080	0.0353	0.0022	0.0289	0.0032	0.0034
0.6	[-1; 3]	50	0.0047	0.0102	0.0009	0.0009	0.0001	0.0404	0.0085	0.0112	0.0266	0.0450	0.0336	0.0628	0.0005	0.0043
		100	0.0037	0.0152	0.0016	0.0016	0.0112	0.0279	0.0042	0.0052	0.0194	0.0354	0.0162	0.0526	0.0023	0.0072
		500	0.0035	0.0117	0.0003	0.0008	0.0019	0.0387	0.0035	0.0040	0.0005	0.0205	0.0044	0.0410	0.0022	0.0051
	[0; 2]	50	0.0062	0.0112	0.0049	0.0044	0.0040	0.0285	0.0059	0.0035	0.0177	0.0371	0.0567	0.0807	0.0009	0.0000
		100	0.0071	0.0214	0.0028	0.0030	0.0042	0.0269	0.0087	0.0097	0.0174	0.0354	0.0147	0.0462	0.0013	0.0011
		500	0.0002	0.0148	0.0014	0.0014	0.0081	0.0292	0.0005	0.0005	0.0050	0.0243	0.0058	0.0422	0.0010	0.0022
0.7	[-1; 3]	50	0.0050	0.0114	0.0024	0.0012	0.0329	0.0335	0.0003	0.0003	0.0258	0.0340	0.0500	0.0884	0.0117	0.0017
		100	0.0005	0.0060	0.0007	0.0001	0.0034	0.0554	0.0021	0.0012	0.0062	0.0180	0.0278	0.0699	0.0006	0.0067
		500	0.0022	0.0064	0.0007	0.0006	0.0029	0.0483	0.0036	0.0040	0.0015	0.0145	0.0144	0.0578	0.0021	0.0067
	[0; 2]	50	0.0221	0.0171	0.0052	0.0049	0.0106	0.0748	0.0257	0.0287	0.0363	0.0369	0.0254	0.0799	0.0098	0.0079
		100	0.0136	0.0127	0.0065	0.0021	0.0307	0.0505	0.0110	0.0042	0.0129	0.0216	0.0124	0.0628	0.0055	0.0055
		500	0.0051	0.0143	0.0000	0.0003	0.0072	0.0415	0.0028	0.0035	0.0031	0.0166	0.0026	0.0487	0.0000	0.0050
0.8	[-1; 3]	50	0.0119	0.0030	0.0008	0.0023	0.0415	0.0527	0.0046	0.0015	0.0257	0.0250	0.0984	0.1464	0.0122	0.0041
		100	0.0086	0.0075	0.0072	0.0064	0.0094	0.0708	0.0021	0.0058	0.0027	0.0083	0.0397	0.0956	0.0078	0.0031
		500	0.0044	0.0077	0.0003	0.0004	0.0092	0.0604	0.0082	0.0073	0.0027	0.0101	0.0011	0.0598	0.0002	0.0063
	[0; 2]	50	0.0378	0.0218	0.0276	0.0152	0.0630	0.0696	0.0105	0.0003	0.0222	0.0190	0.0680	0.1279	0.0193	0.0028
		100	0.0039	0.0035	0.0018	0.0020	0.0184	0.0677	0.0009	0.0078	0.0143	0.0193	0.0472	0.0990	0.0034	0.0057
		500	0.0010	0.0041	0.0030	0.0033	0.0037	0.0702	0.0052	0.0033	0.0023	0.0092	0.0112	0.0694	0.0006	0.0072
0.9	[-1; 3]	50	0.0068	0.0011	0.0002	0.0067	0.0069	0.0720	0.0211	0.0039	0.0225	0.0180	0.1770	0.2187	0.0302	0.0106
		100	0.0074	0.0048	0.0033	0.0035	0.0127	0.0881	0.0306	0.0116	0.0059	0.0052	0.0949	0.1547	0.0113	0.0009
		500	0.0030	0.0019	0.0004	0.0006	0.0023	0.0950	0.0010	0.0008	0.0023	0.0037	0.0225	0.0975	0.0001	0.0064
	[0; 2]	50	0.0229	0.0100	0.0303	0.0083	0.0547	0.0422	0.0123	0.0226	0.0097	0.0088	0.1716	0.2130	0.0477	0.0190
		100	0.0182	0.0094	0.0101	0.0088	0.0275	0.0982	0.0245	0.0007	0.0095	0.0058	0.0754	0.1516	0.0092	0.0054
		500	0.0022	0.0010	0.0017	0.0020	0.0069	0.1080	0.0102	0.0096	0.0016	0.0019	0.0124	0.0957	0.0027	0.0056

Tabela D.6: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PVI

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0031	0.0031	0.0047	0.0047	0.0019	0.0019	0.0007	0.0007	0.0787	0.0787	0.0092	0.0092	0.0171	0.0171
		100	0.0102	0.0103	0.0062	0.0062	0.0004	0.0004	0.0001	0.0001	0.0468	0.0468	0.0051	0.0051	0.0022	0.0022
		500	0.0001	0.0001	0.0022	0.0022	0.0003	0.0003	0.0004	0.0004	0.0076	0.0076	0.0007	0.0007	0.0002	0.0002
	[0; 2]	50	0.0091	0.0089	0.0230	0.0009	0.0070	0.0057	0.0286	0.0027	0.0821	0.0830	0.0046	0.0037	0.0198	0.0155
		100	0.0103	0.0073	0.0110	0.0058	0.0047	0.0047	0.0036	0.0035	0.0403	0.0405	0.0033	0.0033	0.0020	0.0019
		500	0.0063	0.0063	0.0121	0.0120	0.0004	0.0004	0.0015	0.0015	0.0096	0.0096	0.0013	0.0013	0.0006	0.0006
0.2	[-1; 3]	50	0.0032	0.0032	0.0043	0.0043	0.0079	0.0079	0.0038	0.0038	0.0403	0.0403	0.0112	0.0112	0.0059	0.0059
		100	0.0024	0.0024	0.0014	0.0014	0.0044	0.0044	0.0001	0.0001	0.0137	0.0137	0.0057	0.0057	0.0027	0.0027
		500	0.0015	0.0015	0.0020	0.0020	0.0021	0.0021	0.0011	0.0011	0.0038	0.0038	0.0017	0.0017	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.0171	0.0171	0.0198	0.0198	0.0047	0.0047	0.0010	0.0010	0.0358	0.0358	0.0048	0.0048	0.0001	0.0001
		100	0.0090	0.0090	0.0014	0.0014	0.0113	0.0113	0.0107	0.0107	0.0283	0.0283	0.0058	0.0058	0.0012	0.0012
		500	0.0034	0.0034	0.0053	0.0053	0.0001	0.0001	0.0006	0.0006	0.0020	0.0020	0.0007	0.0007	0.0004	0.0004
0.3	[-1; 3]	50	0.0053	0.0053	0.0064	0.0064	0.0023	0.0023	0.0039	0.0039	0.0327	0.0327	0.0153	0.0153	0.0022	0.0022
		100	0.0063	0.0063	0.0051	0.0051	0.0001	0.0001	0.0030	0.0030	0.0127	0.0127	0.0022	0.0022	0.0071	0.0071
		500	0.0027	0.0027	0.0008	0.0008	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010	0.0029	0.0029	0.0012	0.0012	0.0002	0.0002
	[0; 2]	50	0.0276	0.0276	0.0204	0.0204	0.0062	0.0062	0.0025	0.0025	0.0358	0.0358	0.0116	0.0116	0.0094	0.0094
		100	0.0000	0.0000	0.0014	0.0014	0.0005	0.0005	0.0045	0.0045	0.0131	0.0131	0.0091	0.0091	0.0058	0.0058
		500	0.0006	0.0006	0.0002	0.0002	0.0020	0.0020	0.0040	0.0040	0.0026	0.0026	0.0015	0.0015	0.0026	0.0026
0.4	[-1; 3]	50	0.0031	0.0031	0.0017	0.0017	0.0051	0.0051	0.0020	0.0020	0.0221	0.0221	0.0152	0.0152	0.0004	0.0004
		100	0.0010	0.0010	0.0015	0.0015	0.0001	0.0001	0.0034	0.0034	0.0077	0.0077	0.0067	0.0067	0.0013	0.0013
		500	0.0000	0.0000	0.0012	0.0012	0.0027	0.0027	0.0001	0.0001	0.0022	0.0022	0.0012	0.0012	0.0016	0.0016
	[0; 2]	50	0.0210	0.0210	0.0134	0.0134	0.0041	0.0041	0.0041	0.0041	0.0226	0.0226	0.0156	0.0156	0.0019	0.0019
		100	0.0191	0.0191	0.0133	0.0133	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0097	0.0097	0.0077	0.0077	0.0013	0.0013
		500	0.0054	0.0054	0.0049	0.0049	0.0022	0.0022	0.0006	0.0006	0.0012	0.0012	0.0006	0.0006	0.0009	0.0009
0.5	[-1; 3]	50	0.0067	0.0067	0.0028	0.0028	0.0046	0.0046	0.0010	0.0010	0.0162	0.0162	0.0175	0.0175	0.0031	0.0031
		100	0.0021	0.0021	0.0007	0.0007	0.0060	0.0060	0.0039	0.0039	0.0084	0.0084	0.0044	0.0044	0.0003	0.0003
		500	0.0018	0.0018	0.0015	0.0015	0.0007	0.0007	0.0013	0.0013	0.0033	0.0033	0.0008	0.0008	0.0017	0.0017
	[0; 2]	50	0.0080	0.0080	0.0107	0.0107	0.0065	0.0065	0.0073	0.0073	0.0200	0.0200	0.0215	0.0215	0.0060	0.0060
		100	0.0017	0.0017	0.0005	0.0005	0.0029	0.0029	0.0036	0.0036	0.0102	0.0102	0.0092	0.0092	0.0010	0.0010
		500	0.0021	0.0021	0.0013	0.0013	0.0042	0.0042	0.0043	0.0043	0.0016	0.0016	0.0014	0.0014	0.0028	0.0028
0.6	[-1; 3]	50	0.0043	0.0043	0.0027	0.0027	0.0003	0.0003	0.0026	0.0026	0.0123	0.0123	0.0245	0.0245	0.0040	0.0040
		100	0.0044	0.0044	0.0006	0.0006	0.0018	0.0018	0.0015	0.0015	0.0074	0.0074	0.0128	0.0128	0.0017	0.0017
		500	0.0001	0.0001	0.0008	0.0008	0.0029	0.0029	0.0019	0.0019	0.0015	0.0015	0.0003	0.0003	0.0024	0.0024
	[0; 2]	50	0.0081	0.0081	0.0035	0.0035	0.0145	0.0145	0.0071	0.0071	0.0115	0.0115	0.0234	0.0234	0.0008	0.0008
		100	0.0073	0.0073	0.0110	0.0110	0.0003	0.0003	0.0040	0.0040	0.0040	0.0040	0.0114	0.0114	0.0006	0.0006
		500	0.0009	0.0009	0.0032	0.0032	0.0006	0.0006	0.0010	0.0010	0.0008	0.0008	0.0024	0.0024	0.0020	0.0020
0.7	[-1; 3]	50	0.0096	0.0096	0.0034	0.0034	0.0039	0.0039	0.0004	0.0004	0.0086	0.0086	0.0273	0.0273	0.0014	0.0014
		100	0.0043	0.0043	0.0024	0.0024	0.0027	0.0027	0.0048	0.0048	0.0050	0.0050	0.0123	0.0123	0.0002	0.0002
		500	0.0000	0.0000	0.0005	0.0005	0.0032	0.0032	0.0011	0.0011	0.0002	0.0002	0.0029	0.0029	0.0009	0.0009
	[0; 2]	50	0.0057	0.0057	0.0084	0.0084	0.0128	0.0128	0.0142	0.0142	0.0106	0.0106	0.0256	0.0256	0.0029	0.0029
		100	0.0042	0.0040	0.0041	0.0040	0.0037	0.0054	0.0001	0.0012	0.0082	0.0079	0.0140	0.0146	0.0043	0.0043
		500	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0037	0.0037	0.0007	0.0007
0.8	[-1; 3]	50	0.0058	0.0058	0.0023	0.0023	0.0034	0.0034	0.0067	0.0067	0.0097	0.0097	0.0462	0.0462	0.0001	0.0001
		100	0.0029	0.0029	0.0026	0.0026	0.0011	0.0011	0.0051	0.0051	0.0042	0.0042	0.0245	0.0245	0.0045	0.0045
		500	0.0009	0.0009	0.0011	0.0011	0.0046	0.0046	0.0015	0.0015	0.0021	0.0021	0.0039	0.0039	0.0013	0.0013
	[0; 2]	50	0.0071	0.0071	0.0055	0.0055	0.0214	0.0214	0.0087	0.0087	0.0090	0.0090	0.0339	0.0339	0.0007	0.0007
		100	0.0073	0.0073	0.0077	0.0077	0.0182	0.0182	0.0067	0.0067	0.0008	0.0008	0.0210	0.0210	0.0054	0.0054
		500	0.0023	0.0023	0.0030	0.0030	0.0087	0.0087	0.0075	0.0075	0.0010	0.0010	0.0061	0.0062	0.0001	0.0001
0.9	[-1; 3]	50	0.0002	0.0002	0.0024	0.0024	0.0273	0.0273	0.0108	0.0108	0.0082	0.0082	0.0755	0.0755	0.0173	0.0173
		100	0.0023	0.0023	0.0043	0.0043	0.0184	0.0184	0.0036	0.0036	0.0056	0.0056	0.0485	0.0485	0.0002	0.0002
		500	0.0005	0.0005	0.0001	0.0001	0.0021	0.0021	0.0025	0.0025	0.0012	0.0012	0.0062	0.0062	0.0008	0.0008
	[0; 2]	50	0.0059	0.0058	0.0065	0.0062	0.0221	0.0184	0.0283	0.0227	0.0093	0.0092	0.0774	0.0773	0.0183	0.0179
		100	0.0012	0.0012	0.0019	0.0019	0.0177	0.0177	0.0156	0.0156	0.0058	0.0058	0.0381	0.0381	0.0014	0.0014
		500	0.0013	0.0013	0.0016	0.0016	0.0046	0.0046	0.0060	0.0060	0.0020	0.0020	0.0045	0.0045	0.0008	0.0008

Tabela D.7: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PVII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0406	0.0114	0.0052	0.0044	0.0096	0.0094	0.0140	0.0149	0.1148	0.1288	0.0185	0.0164	0.0241	0.0215
		100	0.0126	0.0003	0.0009	0.0026	0.0018	0.0024	0.0050	0.0048	0.0679	0.0795	0.0171	0.0164	0.0022	0.0011
		500	0.0003	0.0068	0.0029	0.0033	0.0022	0.0019	0.0006	0.0006	0.0104	0.0195	0.0006	0.0000	0.0014	0.0016
	[0; 2]	50	0.0005	0.0120	0.0351	0.0071	0.0113	0.0066	0.0161	0.0063	0.1366	0.1488	0.0167	0.0135	0.0280	0.0210
		100	0.0110	0.0275	0.0047	0.0004	0.0036	0.0046	0.0023	0.0028	0.0685	0.0766	0.0034	0.0032	0.0040	0.0032
		500	0.0090	0.0157	0.0110	0.0098	0.0036	0.0039	0.0030	0.0030	0.0080	0.0178	0.0011	0.0018	0.0003	0.0005
0.2	[-1; 3]	50	0.0129	0.0033	0.0039	0.0010	0.0117	0.0139	0.0072	0.0074	0.0551	0.0697	0.0137	0.0114	0.0030	0.0008
		100	0.0227	0.0113	0.0048	0.0025	0.0052	0.0044	0.0029	0.0023	0.0272	0.0361	0.0064	0.0067	0.0026	0.0018
		500	0.0006	0.0053	0.0006	0.0005	0.0007	0.0015	0.0004	0.0004	0.0077	0.0141	0.0040	0.0052	0.0013	0.0011
	[0; 2]	50	0.0173	0.0048	0.0089	0.0049	0.0073	0.0108	0.0014	0.0129	0.0588	0.0655	0.0178	0.0178	0.0035	0.0012
		100	0.0014	0.0105	0.0103	0.0106	0.0005	0.0000	0.0054	0.0056	0.0299	0.0394	0.0069	0.0069	0.0035	0.0028
		500	0.0020	0.0025	0.0034	0.0035	0.0048	0.0041	0.0030	0.0029	0.0069	0.0132	0.0024	0.0036	0.0008	0.0006
0.3	[-1; 3]	50	0.0275	0.0343	0.0138	0.0129	0.0088	0.0087	0.0014	0.0017	0.0407	0.0473	0.0227	0.0226	0.0096	0.0087
		100	0.0089	0.0119	0.0153	0.0140	0.0007	0.0014	0.0055	0.0058	0.0181	0.0232	0.0137	0.0146	0.0030	0.0033
		500	0.0029	0.0065	0.0014	0.0015	0.0023	0.0013	0.0005	0.0004	0.0060	0.0109	0.0022	0.0040	0.0002	0.0000
	[0; 2]	50	0.0180	0.0195	0.0210	0.0280	0.0008	0.0009	0.0111	0.0128	0.0511	0.0566	0.0129	0.0130	0.0012	0.0007
		100	0.0066	0.0114	0.0139	0.0133	0.0088	0.0089	0.0088	0.0091	0.0247	0.0309	0.0118	0.0118	0.0029	0.0036
		500	0.0009	0.0041	0.0007	0.0004	0.0044	0.0031	0.0026	0.0025	0.0054	0.0102	0.0008	0.0011	0.0015	0.0016
0.4	[-1; 3]	50	0.0159	0.0189	0.0112	0.0104	0.0126	0.0128	0.0108	0.0105	0.0290	0.0332	0.0177	0.0185	0.0092	0.0088
		100	0.0097	0.0075	0.0062	0.0065	0.0074	0.0056	0.0035	0.0030	0.0157	0.0191	0.0143	0.0163	0.0033	0.0035
		500	0.0047	0.0018	0.0032	0.0031	0.0027	0.0044	0.0017	0.0017	0.0018	0.0060	0.0002	0.0029	0.0000	0.0000
	[0; 2]	50	0.0055	0.0009	0.0018	0.0054	0.0342	0.0326	0.0292	0.0268	0.0305	0.0332	0.0267	0.0281	0.0049	0.0047
		100	0.0240	0.0221	0.0153	0.0163	0.0093	0.0114	0.0077	0.0085	0.0133	0.0172	0.0085	0.0104	0.0005	0.0007
		500	0.0039	0.0065	0.0019	0.0020	0.0043	0.0028	0.0029	0.0029	0.0036	0.0076	0.0028	0.0051	0.0019	0.0018
0.5	[-1; 3]	50	0.0082	0.0052	0.0010	0.0013	0.0050	0.0033	0.0027	0.0018	0.0219	0.0254	0.0267	0.0272	0.0030	0.0033
		100	0.0000	0.0018	0.0006	0.0005	0.0056	0.0072	0.0006	0.0007	0.0077	0.0107	0.0183	0.0207	0.0057	0.0058
		500	0.0020	0.0002	0.0009	0.0008	0.0065	0.0045	0.0015	0.0014	0.0015	0.0046	0.0070	0.0101	0.0021	0.0021
	[0; 2]	50	0.0022	0.0028	0.0003	0.0024	0.0139	0.0149	0.0086	0.0102	0.0293	0.0324	0.0287	0.0295	0.0003	0.0000
		100	0.0002	0.0013	0.0008	0.0010	0.0095	0.0107	0.0091	0.0086	0.0109	0.0130	0.0117	0.0142	0.0025	0.0026
		500	0.0013	0.0010	0.0021	0.0019	0.0004	0.0014	0.0026	0.0029	0.0034	0.0065	0.0016	0.0046	0.0003	0.0003
0.6	[-1; 3]	50	0.0046	0.0050	0.0090	0.0094	0.0061	0.0025	0.0030	0.0033	0.0184	0.0193	0.0389	0.0427	0.0033	0.0037
		100	0.0023	0.0027	0.0019	0.0018	0.0114	0.0145	0.0010	0.0009	0.0033	0.0042	0.0219	0.0262	0.0015	0.0011
		500	0.0041	0.0028	0.0015	0.0015	0.0020	0.0009	0.0028	0.0026	0.0022	0.0044	0.0033	0.0072	0.0022	0.0024
	[0; 2]	50	0.0087	0.0115	0.0089	0.0118	0.0011	0.0014	0.0046	0.0091	0.0242	0.0241	0.0296	0.0339	0.0012	0.0019
		100	0.0111	0.0090	0.0088	0.0080	0.0007	0.0017	0.0053	0.0034	0.0109	0.0129	0.0168	0.0203	0.0019	0.0021
		500	0.0027	0.0012	0.0035	0.0035	0.0045	0.0071	0.0015	0.0015	0.0026	0.0050	0.0016	0.0055	0.0008	0.0009
0.7	[-1; 3]	50	0.0066	0.0062	0.0028	0.0028	0.0119	0.0047	0.0033	0.0021	0.0237	0.0234	0.0381	0.0438	0.0063	0.0054
		100	0.0034	0.0043	0.0004	0.0002	0.0049	0.0083	0.0055	0.0063	0.0137	0.0154	0.0093	0.0126	0.0037	0.0038
		500	0.0042	0.0053	0.0020	0.0020	0.0080	0.0113	0.0028	0.0028	0.0031	0.0049	0.0091	0.0138	0.0001	0.0003
	[0; 2]	50	0.0020	0.0015	0.0004	0.0002	0.0484	0.0484	0.0407	0.0317	0.0221	0.0224	0.0528	0.0580	0.0009	0.0002
		100	0.0140	0.0138	0.0168	0.0164	0.0004	0.0053	0.0044	0.0039	0.0086	0.0093	0.0196	0.0256	0.0016	0.0022
		500	0.0011	0.0022	0.0010	0.0010	0.0072	0.0102	0.0060	0.0060	0.0029	0.0047	0.0077	0.0121	0.0007	0.0006
0.8	[-1; 3]	50	0.0001	0.0001	0.0026	0.0027	0.0320	0.0229	0.0261	0.0237	0.0207	0.0210	0.0739	0.0784	0.0050	0.0056
		100	0.0033	0.0039	0.0066	0.0066	0.0187	0.0129	0.0005	0.0001	0.0077	0.0087	0.0326	0.0381	0.0046	0.0048
		500	0.0023	0.0032	0.0017	0.0018	0.0104	0.0155	0.0073	0.0072	0.0032	0.0046	0.0009	0.0078	0.0011	0.0009
	[0; 2]	50	0.0084	0.0072	0.0163	0.0149	0.0175	0.0166	0.0171	0.0038	0.0092	0.0092	0.0718	0.0788	0.0071	0.0060
		100	0.0008	0.0012	0.0035	0.0030	0.0072	0.0136	0.0126	0.0137	0.0064	0.0067	0.0277	0.0344	0.0010	0.0014
		500	0.0025	0.0019	0.0016	0.0018	0.0025	0.0071	0.0006	0.0010	0.0005	0.0018	0.0116	0.0175	0.0007	0.0006
0.9	[-1; 3]	50	0.0067	0.0093	0.0061	0.0069	0.0012	0.0346	0.0446	0.0454	0.0141	0.0125	0.1118	0.1259	0.0234	0.0204
		100	0.0013	0.0001	0.0036	0.0033	0.0403	0.0113	0.0195	0.0164	0.0080	0.0071	0.0616	0.0760	0.0005	0.0010
		500	0.0000	0.0004	0.0016	0.0016	0.0080	0.0007	0.0034	0.0033	0.0011	0.0019	0.0151	0.0241	0.0003	0.0004
	[0; 2]	50	0.0092	0.0049	0.0089	0.0081	0.0499	0.0212	0.0464	0.0426	0.0162	0.0124	0.1237	0.1431	0.0220	0.0179
		100	0.0065	0.0054	0.0039	0.0033	0.0113	0.0339	0.0184	0.0243	0.0065	0.0061	0.0493	0.0613	0.0035	0.0026
		500	0.0044	0.0041	0.0040	0.0040	0.0028	0.0099	0.0076	0.0071	0.0003	0.0009	0.0123	0.0214	0.0005	0.0003

Tabela D.8: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PVIII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0815	0.0319	0.0274	0.0156	0.0225	0.0028	0.0102	0.0011	0.1273	0.1785	0.0388	0.0277	0.0378	0.0193
		100	0.0027	0.0760	0.0101	0.0171	0.0055	0.0063	0.0032	0.0042	0.0867	0.1279	0.0154	0.0188	0.0043	0.0008
		500	0.0144	0.0374	0.0084	0.0071	0.0053	0.0000	0.0031	0.0029	0.0161	0.0619	0.0028	0.0111	0.0001	0.0009
	[0; 2]	50	0.0526	0.0362	0.0354	0.0258	0.0367	0.0271	0.0177	0.0201	0.1241	0.1709	0.0362	0.0265	0.0329	0.0191
		100	0.0564	0.0095	0.0022	0.0219	0.0166	0.0114	0.0017	0.0006	0.0731	0.1223	0.0260	0.0262	0.0105	0.0048
		500	0.0191	0.0365	0.0163	0.0123	0.0090	0.0124	0.0017	0.0008	0.0141	0.0605	0.0018	0.0093	0.0004	0.0006
0.2	[-1; 3]	50	0.0424	0.0351	0.0182	0.0170	0.0051	0.0050	0.0010	0.0012	0.0384	0.0850	0.0464	0.0434	0.0079	0.0024
		100	0.0236	0.0113	0.0121	0.0110	0.0091	0.0009	0.0093	0.0083	0.0327	0.0628	0.0132	0.0257	0.0027	0.0021
		500	0.0064	0.0230	0.0032	0.0033	0.0084	0.0189	0.0044	0.0043	0.0048	0.0355	0.0051	0.0196	0.0001	0.0002
	[0; 2]	50	0.0375	0.0164	0.0289	0.0242	0.0212	0.0147	0.0122	0.0052	0.0682	0.0955	0.0302	0.0356	0.0035	0.0006
		100	0.0179	0.0116	0.0069	0.0050	0.0082	0.0183	0.0034	0.0080	0.0273	0.0600	0.0214	0.0312	0.0022	0.0003
		500	0.0046	0.0327	0.0051	0.0043	0.0043	0.0073	0.0012	0.0012	0.0057	0.0360	0.0030	0.0128	0.0010	0.0013
0.3	[-1; 3]	50	0.0194	0.0200	0.0023	0.0010	0.0154	0.0208	0.0038	0.0032	0.0313	0.0564	0.0364	0.0455	0.0043	0.0009
		100	0.0128	0.0294	0.0007	0.0009	0.0045	0.0199	0.0051	0.0044	0.0318	0.0485	0.0092	0.0286	0.0011	0.0031
		500	0.0016	0.0199	0.0014	0.0012	0.0064	0.0225	0.0030	0.0031	0.0045	0.0260	0.0033	0.0236	0.0016	0.0003
	[0; 2]	50	0.0321	0.0527	0.0451	0.0389	0.0491	0.0361	0.0346	0.0323	0.0571	0.0757	0.0295	0.0431	0.0030	0.0023
		100	0.0071	0.0231	0.0015	0.0006	0.0037	0.0177	0.0000	0.0007	0.0269	0.0468	0.0121	0.0290	0.0016	0.0025
		500	0.0054	0.0120	0.0072	0.0066	0.0038	0.0125	0.0050	0.0053	0.0052	0.0250	0.0044	0.0253	0.0024	0.0040
0.4	[-1; 3]	50	0.0026	0.0224	0.0023	0.0058	0.0405	0.0231	0.0152	0.0194	0.0301	0.0448	0.0329	0.0540	0.0039	0.0020
		100	0.0154	0.0246	0.0041	0.0039	0.0135	0.0323	0.0052	0.0056	0.0160	0.0276	0.0294	0.0512	0.0007	0.0031
		500	0.0053	0.0169	0.0010	0.0005	0.0043	0.0177	0.0021	0.0025	0.0057	0.0201	0.0008	0.0274	0.0021	0.0047
	[0; 2]	50	0.0294	0.0074	0.0211	0.0122	0.0346	0.0527	0.0157	0.0102	0.0413	0.0516	0.0199	0.0446	0.0015	0.0016
		100	0.0141	0.0015	0.0000	0.0010	0.0031	0.0183	0.0012	0.0032	0.0145	0.0306	0.0215	0.0420	0.0019	0.0031
		500	0.0012	0.0099	0.0001	0.0005	0.0071	0.0299	0.0013	0.0016	0.0051	0.0191	0.0043	0.0310	0.0017	0.0045
0.5	[-1; 3]	50	0.0067	0.0044	0.0027	0.0027	0.0105	0.0104	0.0122	0.0082	0.0323	0.0425	0.0512	0.0745	0.0085	0.0060
		100	0.0119	0.0189	0.0055	0.0054	0.0056	0.0316	0.0066	0.0063	0.0155	0.0255	0.0058	0.0346	0.0096	0.0064
		500	0.0039	0.0114	0.0003	0.0001	0.0004	0.0279	0.0004	0.0003	0.0041	0.0146	0.0018	0.0331	0.0004	0.0035
	[0; 2]	50	0.0270	0.0231	0.0168	0.0138	0.0353	0.0676	0.0392	0.0332	0.0322	0.0341	0.0400	0.0725	0.0042	0.0032
		100	0.0151	0.0073	0.0047	0.0057	0.0136	0.0163	0.0001	0.0008	0.0045	0.0161	0.0123	0.0440	0.0007	0.0041
		500	0.0009	0.0084	0.0018	0.0013	0.0043	0.0221	0.0024	0.0030	0.0059	0.0161	0.0035	0.0344	0.0004	0.0027
0.6	[-1; 3]	50	0.0056	0.0064	0.0069	0.0070	0.0233	0.0143	0.0059	0.0110	0.0243	0.0271	0.0565	0.0927	0.0017	0.0047
		100	0.0048	0.0001	0.0038	0.0037	0.0243	0.0112	0.0078	0.0082	0.0097	0.0174	0.0228	0.0582	0.0046	0.0006
		500	0.0051	0.0007	0.0043	0.0045	0.0033	0.0306	0.0032	0.0036	0.0057	0.0131	0.0053	0.0421	0.0022	0.0014
	[0; 2]	50	0.0122	0.0048	0.0038	0.0044	0.0271	0.0085	0.0142	0.0120	0.0122	0.0211	0.0666	0.0959	0.0025	0.0058
		100	0.0032	0.0013	0.0032	0.0033	0.0074	0.0402	0.0108	0.0072	0.0166	0.0212	0.0158	0.0529	0.0027	0.0021
		500	0.0011	0.0037	0.0025	0.0028	0.0062	0.0276	0.0116	0.0109	0.0008	0.0064	0.0148	0.0511	0.0004	0.0040
0.7	[-1; 3]	50	0.0055	0.0039	0.0031	0.0010	0.0000	0.0434	0.0264	0.0132	0.0200	0.0213	0.0904	0.1282	0.0059	0.0011
		100	0.0017	0.0028	0.0013	0.0014	0.0403	0.0140	0.0110	0.0086	0.0005	0.0041	0.0303	0.0757	0.0018	0.0036
		500	0.0024	0.0002	0.0018	0.0019	0.0098	0.0333	0.0048	0.0040	0.0037	0.0082	0.0058	0.0501	0.0008	0.0031
	[0; 2]	50	0.0088	0.0091	0.0127	0.0114	0.0061	0.0412	0.0482	0.0291	0.0270	0.0265	0.0634	0.1076	0.0082	0.0008
		100	0.0134	0.0102	0.0163	0.0148	0.0064	0.0338	0.0101	0.0114	0.0089	0.0128	0.0310	0.0711	0.0017	0.0023
		500	0.0019	0.0009	0.0027	0.0025	0.0006	0.0401	0.0019	0.0018	0.0011	0.0060	0.0116	0.0535	0.0028	0.0007
0.8	[-1; 3]	50	0.0030	0.0015	0.0053	0.0052	0.0036	0.0583	0.0133	0.0073	0.0223	0.0200	0.1198	0.1628	0.0127	0.0045
		100	0.0059	0.0072	0.0003	0.0001	0.0560	0.0196	0.0250	0.0196	0.0103	0.0105	0.0476	0.1036	0.0002	0.0059
		500	0.0007	0.0015	0.0001	0.0001	0.0029	0.0484	0.0007	0.0004	0.0017	0.0043	0.0096	0.0610	0.0009	0.0025
	[0; 2]	50	0.0057	0.0002	0.0030	0.0019	0.0946	0.0091	0.0100	0.0195	0.0157	0.0134	0.1146	0.1667	0.0109	0.0004
		100	0.0251	0.0257	0.0166	0.0179	0.0975	0.0087	0.0321	0.0267	0.0108	0.0115	0.0312	0.0927	0.0074	0.0003
		500	0.0021	0.0030	0.0004	0.0005	0.0072	0.0582	0.0112	0.0124	0.0019	0.0046	0.0105	0.0608	0.0002	0.0035
0.9	[-1; 3]	50	0.0042	0.0085	0.0012	0.0017	0.0790	0.0511	0.0272	0.0605	0.0236	0.0190	0.1859	0.2408	0.0263	0.0161
		100	0.0041	0.0067	0.0022	0.0018	0.0617	0.0620	0.0018	0.0120	0.0123	0.0105	0.1472	0.2025	0.0058	0.0000
		500	0.0017	0.0011	0.0007	0.0006	0.0033	0.0701	0.0038	0.0043	0.0015	0.0019	0.0162	0.0827	0.0011	0.0018
	[0; 2]	50	0.0126	0.0041	0.0256	0.0023	0.0114	0.1259	0.0491	0.0330	0.0150	0.0153	0.2313	0.2723	0.0272	0.0131
		100	0.0010	0.0063	0.0087	0.0080	0.1621	0.0170	0.0826	0.0620	0.0130	0.0090	0.1005	0.1754	0.0128	0.0051
		500	0.0030	0.0029	0.0007	0.0012	0.0167	0.0525	0.0047	0.0098	0.0037	0.0040	0.0122	0.0795	0.0006	0.0035

Tabela D.9: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PIX

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0913	0.1103	0.9847	0.9760	1.0288	1.0046	0.0112	0.0139	0.1238	0.2067	0.0689	0.0499	0.0482	0.0199
		100	0.0314	0.0810	0.9762	1.0073	1.0484	1.0460	0.0175	0.0195	0.0836	0.1534	0.0301	0.0368	0.0159	0.0055
		500	0.0101	0.0994	0.9965	0.9999	1.0004	1.0094	0.0041	0.0037	0.0197	0.1046	0.0004	0.0170	0.0023	0.0010
	[0; 2]	50	0.0422	0.1395	0.9491	0.9268	1.0254	0.9968	0.0104	0.0063	0.1438	0.2049	0.0608	0.0557	0.0374	0.0161
		100	0.0726	0.0363	1.0566	1.0662	1.0259	1.0273	0.0117	0.0120	0.1013	0.1654	0.0145	0.0254	0.0073	0.0011
		500	0.0075	0.1016	0.9977	0.9987	0.9988	1.0089	0.0004	0.0008	0.0086	0.0920	0.0081	0.0263	0.0016	0.0009
0.2	[-1; 3]	50	0.0387	0.0438	1.0342	1.0239	0.9804	0.9992	0.0196	0.0142	0.0736	0.1132	0.0503	0.0714	0.0104	0.0056
		100	0.0310	0.0415	1.0066	1.0029	1.0164	1.0345	0.0091	0.0068	0.0290	0.0815	0.0224	0.0497	0.0007	0.0001
		500	0.0028	0.0412	1.0010	1.0033	1.0082	1.0413	0.0032	0.0038	0.0079	0.0534	0.0066	0.0454	0.0027	0.0063
	[0; 2]	50	0.0354	0.0579	0.9262	0.9778	0.9849	1.0144	0.0039	0.0127	0.0784	0.1123	0.0353	0.0632	0.0118	0.0103
		100	0.0099	0.0653	0.9938	0.9924	0.9806	1.0029	0.0158	0.0175	0.0380	0.0780	0.0195	0.0517	0.0002	0.0014
		500	0.0111	0.0344	1.0113	1.0132	0.9970	1.0315	0.0026	0.0040	0.0097	0.0562	0.0034	0.0428	0.0014	0.0024
0.3	[-1; 3]	50	0.0138	0.0137	0.9980	0.9998	0.9969	1.0463	0.0054	0.0100	0.0692	0.0872	0.0378	0.0813	0.0010	0.0075
		100	0.0168	0.0387	0.9913	0.9900	1.0200	1.0611	0.0033	0.0024	0.0323	0.0553	0.0205	0.0659	0.0018	0.0051
		500	0.0023	0.0278	0.9981	0.9983	0.9955	1.0452	0.0021	0.0019	0.0036	0.0339	0.0043	0.0582	0.0004	0.0078
	[0; 2]	50	0.0026	0.0357	0.9965	0.9898	1.0063	1.0445	0.0216	0.0168	0.0528	0.0789	0.0485	0.0907	0.0061	0.0114
		100	0.0119	0.0307	1.0159	1.0089	0.9662	1.0079	0.0216	0.0214	0.0189	0.0531	0.0181	0.0634	0.0037	0.0088
		500	0.0042	0.0240	1.0023	0.9997	0.9895	1.0399	0.0088	0.0078	0.0071	0.0372	0.0023	0.0560	0.0012	0.0085
0.4	[-1; 3]	50	0.0271	0.0400	0.9913	0.9947	0.9779	1.0424	0.0138	0.0131	0.0453	0.0581	0.0336	0.0901	0.0048	0.0063
		100	0.0134	0.0242	0.9973	0.9993	0.9742	1.0439	0.0019	0.0018	0.0282	0.0432	0.0014	0.0660	0.0046	0.0070
		500	0.0067	0.0084	1.0007	1.0000	1.0011	1.0650	0.0022	0.0023	0.0018	0.0222	0.0037	0.0692	0.0020	0.0116
	[0; 2]	50	0.0021	0.0167	1.0012	0.9954	0.9929	1.0312	0.0230	0.0314	0.0494	0.0637	0.0592	0.1041	0.0003	0.0077
		100	0.0288	0.0104	1.0082	1.0072	0.9746	1.0304	0.0224	0.0219	0.0110	0.0319	0.0381	0.0943	0.0000	0.0083
		500	0.0028	0.0107	1.0017	1.0033	1.0110	1.0773	0.0116	0.0132	0.0006	0.0206	0.0004	0.0665	0.0000	0.0097
0.5	[-1; 3]	50	0.0049	0.0113	0.9962	0.9989	0.9951	1.0735	0.0042	0.0008	0.0333	0.0422	0.0532	0.1148	0.0010	0.0107
		100	0.0035	0.0111	0.9966	0.9974	0.9912	1.0734	0.0041	0.0030	0.0182	0.0305	0.0005	0.0761	0.0014	0.0106
		500	0.0034	0.0043	1.0043	1.0041	1.0001	1.0788	0.0066	0.0064	0.0013	0.0149	0.0029	0.0741	0.0027	0.0085
	[0; 2]	50	0.0050	0.0045	0.9965	1.0015	1.0379	1.1071	0.0542	0.0423	0.0371	0.0431	0.0719	0.1347	0.0010	0.0125
		100	0.0050	0.0107	0.9990	1.0000	0.9778	1.0588	0.0183	0.0125	0.0193	0.0312	0.0225	0.0926	0.0013	0.0098
		500	0.0046	0.0034	1.0060	1.0053	1.0156	1.0873	0.0156	0.0139	0.0031	0.0164	0.0112	0.0837	0.0007	0.0095
0.6	[-1; 3]	50	0.0083	0.0111	0.9943	0.9958	0.9968	1.0860	0.0141	0.0082	0.0251	0.0317	0.0782	0.1474	0.0025	0.0101
		100	0.0121	0.0103	1.0026	1.0047	0.9915	1.0849	0.0011	0.0011	0.0049	0.0130	0.0417	0.1210	0.0050	0.0067
		500	0.0006	0.0020	0.9995	0.9995	0.9951	1.0864	0.0031	0.0039	0.0003	0.0082	0.0009	0.0877	0.0022	0.0093
	[0; 2]	50	0.0115	0.0035	0.9922	0.9972	0.9707	1.0899	0.0204	0.0189	0.0331	0.0305	0.0562	0.1411	0.0040	0.0159
		100	0.0031	0.0045	0.9949	0.9978	0.9634	1.0592	0.0398	0.0247	0.0166	0.0250	0.0414	0.1139	0.0020	0.0120
		500	0.0065	0.0031	1.0022	1.0018	0.9783	1.0682	0.0241	0.0226	0.0025	0.0107	0.0087	0.0925	0.0019	0.0125
0.7	[-1; 3]	50	0.0153	0.0150	1.0065	1.0054	0.9805	1.0934	0.0202	0.0202	0.0106	0.0107	0.1153	0.1915	0.0010	0.0124
		100	0.0046	0.0026	0.9975	0.9990	0.9352	1.0558	0.0289	0.0225	0.0088	0.0113	0.0555	0.1452	0.0035	0.0090
		500	0.0003	0.0010	0.9993	0.9990	1.0059	1.1073	0.0023	0.0002	0.0043	0.0089	0.0049	0.0998	0.0023	0.0079
	[0; 2]	50	0.0120	0.0135	1.0133	1.0142	0.9580	1.1025	0.0006	0.0173	0.0314	0.0324	0.0888	0.1669	0.0089	0.0062
		100	0.0022	0.0001	0.9973	0.9979	0.9864	1.1050	0.0172	0.0202	0.0131	0.0130	0.0441	0.1396	0.0025	0.0157
		500	0.0013	0.0007	0.9975	0.9968	1.0004	1.1060	0.0100	0.0097	0.0000	0.0042	0.0116	0.1072	0.0001	0.0105
0.8	[-1; 3]	50	0.0021	0.0070	0.9934	0.9999	0.9526	1.1196	0.0113	0.0123	0.0109	0.0088	0.1592	0.2399	0.0020	0.0169
		100	0.0063	0.0017	0.9972	0.9976	1.0065	1.1556	0.0199	0.0184	0.0083	0.0060	0.0651	0.1738	0.0066	0.0058
		500	0.0005	0.0020	1.0010	1.0010	1.0034	1.1282	0.0086	0.0078	0.0033	0.0047	0.0103	0.1185	0.0005	0.0084
	[0; 2]	50	0.0042	0.0008	0.9729	0.9920	0.9810	1.0822	0.0441	0.0152	0.0228	0.0238	0.1825	0.2543	0.0185	0.0016
		100	0.0069	0.0077	0.9949	0.9941	1.0033	1.1288	0.0507	0.0376	0.0128	0.0137	0.0807	0.1742	0.0023	0.0087
		500	0.0028	0.0010	0.9990	0.9987	0.9696	1.1002	0.0170	0.0162	0.0054	0.0061	0.0138	0.1248	0.0011	0.0084
0.9	[-1; 3]	50	0.0020	0.0089	1.0009	1.0019	0.8826	1.1167	0.0671	0.0137	0.0128	0.0075	0.3124	0.3804	0.0292	0.0153
		100	0.0025	0.0065	1.0018	1.0025	1.0338	1.1998	0.0666	0.0650	0.0087	0.0063	0.1935	0.2881	0.0054	0.0037
		500	0.0043	0.0018	1.0006	1.0005	0.9942	1.1669	0.0208	0.0161	0.0027	0.0015	0.0027	0.1386	0.0024	0.0049
	[0; 2]	50	0.0244	0.0085	0.9235	0.9773	0.9659	1.1143	0.0084	0.0189	0.0101	0.0197	0.3322	0.3730	0.0417	0.0204
		100	0.0031	0.0062	0.9687	1.0028	0.8689	1.0833	0.0080	0.0479	0.0070	0.0120	0.1247	0.2322	0.0204	0.0032
		500	0.0004	0.0027	1.0000	1.0002	0.9800	1.1430	0.0154	0.0141	0.0016	0.0007	0.0265	0.1532	0.0002	0.0062

Tabela D.10: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PX

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0611	0.0608	0.0531	0.0456	0.0189	0.0189	0.0120	0.0119	0.0314	0.0310	0.0114	0.0111	0.0367	0.0365
		100	0.0521	0.0521	0.0307	0.0306	0.0144	0.0144	0.0092	0.0092	0.0214	0.0214	0.0071	0.0071	0.0291	0.0291
		500	0.0208	0.0208	0.0132	0.0132	0.0060	0.0060	0.0041	0.0041	0.0105	0.0105	0.0034	0.0034	0.0135	0.0135
	[0; 2]	50	0.1378	0.1278	0.1126	0.1063	0.0350	0.0343	0.0694	0.0683	0.0317	0.0314	0.0106	0.0105	0.0644	0.0654
		100	0.0710	0.0710	0.0632	0.0632	0.0198	0.0198	0.0163	0.0163	0.0229	0.0229	0.0071	0.0071	0.0311	0.0311
		500	0.0285	0.0285	0.0245	0.0245	0.0090	0.0090	0.0079	0.0079	0.0101	0.0101	0.0033	0.0033	0.0129	0.0129
0.2	[-1; 3]	50	0.0541	0.0541	0.0368	0.0368	0.0225	0.0225	0.0148	0.0148	0.0232	0.0232	0.0108	0.0108	0.0550	0.0550
		100	0.0308	0.0308	0.0191	0.0191	0.0169	0.0169	0.0114	0.0114	0.0156	0.0156	0.0073	0.0073	0.0412	0.0412
		500	0.0138	0.0138	0.0086	0.0086	0.0067	0.0067	0.0044	0.0044	0.0070	0.0070	0.0034	0.0034	0.0187	0.0187
	[0; 2]	50	0.0787	0.0787	0.0642	0.0642	0.0349	0.0349	0.0301	0.0301	0.0222	0.0222	0.0115	0.0115	0.0565	0.0565
		100	0.0475	0.0475	0.0428	0.0428	0.0226	0.0226	0.0200	0.0200	0.0163	0.0163	0.0078	0.0078	0.0417	0.0417
		500	0.0210	0.0210	0.0189	0.0189	0.0104	0.0104	0.0088	0.0088	0.0072	0.0072	0.0036	0.0036	0.0181	0.0181
0.3	[-1; 3]	50	0.0362	0.0362	0.0256	0.0256	0.0238	0.0238	0.0147	0.0147	0.0175	0.0175	0.0119	0.0119	0.0669	0.0669
		100	0.0250	0.0250	0.0165	0.0165	0.0153	0.0153	0.0107	0.0107	0.0139	0.0139	0.0078	0.0078	0.0477	0.0477
		500	0.0106	0.0106	0.0070	0.0070	0.0065	0.0065	0.0045	0.0045	0.0053	0.0053	0.0037	0.0037	0.0200	0.0200
	[0; 2]	50	0.0626	0.0626	0.0531	0.0531	0.0369	0.0369	0.0327	0.0327	0.0178	0.0178	0.0109	0.0109	0.0634	0.0634
		100	0.0383	0.0383	0.0320	0.0320	0.0207	0.0207	0.0185	0.0185	0.0136	0.0136	0.0088	0.0088	0.0477	0.0477
		500	0.0153	0.0153	0.0129	0.0129	0.0104	0.0104	0.0087	0.0087	0.0052	0.0052	0.0041	0.0041	0.0212	0.0212
0.4	[-1; 3]	50	0.0339	0.0339	0.0226	0.0226	0.0248	0.0248	0.0167	0.0167	0.0148	0.0148	0.0125	0.0125	0.0664	0.0664
		100	0.0221	0.0221	0.0152	0.0152	0.0160	0.0160	0.0112	0.0112	0.0111	0.0111	0.0099	0.0099	0.0446	0.0446
		500	0.0098	0.0098	0.0063	0.0063	0.0075	0.0075	0.0053	0.0053	0.0050	0.0050	0.0040	0.0040	0.0222	0.0222
	[0; 2]	50	0.0471	0.0471	0.0419	0.0419	0.0364	0.0364	0.0318	0.0318	0.0145	0.0145	0.0134	0.0134	0.0692	0.0692
		100	0.0301	0.0301	0.0260	0.0260	0.0259	0.0259	0.0245	0.0245	0.0109	0.0109	0.0091	0.0091	0.0471	0.0471
		500	0.0147	0.0147	0.0130	0.0130	0.0121	0.0121	0.0104	0.0104	0.0054	0.0054	0.0042	0.0042	0.0218	0.0218
0.5	[-1; 3]	50	0.0265	0.0265	0.0173	0.0173	0.0317	0.0317	0.0204	0.0204	0.0129	0.0129	0.0159	0.0159	0.0698	0.0698
		100	0.0189	0.0189	0.0118	0.0118	0.0202	0.0202	0.0134	0.0134	0.0097	0.0097	0.0101	0.0101	0.0491	0.0491
		500	0.0084	0.0084	0.0058	0.0058	0.0086	0.0086	0.0056	0.0056	0.0042	0.0042	0.0046	0.0046	0.0213	0.0213
	[0; 2]	50	0.0445	0.0445	0.0397	0.0397	0.0401	0.0401	0.0366	0.0366	0.0146	0.0146	0.0155	0.0155	0.0735	0.0735
		100	0.0291	0.0291	0.0233	0.0233	0.0262	0.0262	0.0234	0.0234	0.0100	0.0100	0.0101	0.0101	0.0537	0.0537
		500	0.0138	0.0138	0.0115	0.0115	0.0126	0.0126	0.0112	0.0112	0.0045	0.0045	0.0043	0.0043	0.0202	0.0202
0.6	[-1; 3]	50	0.0273	0.0273	0.0172	0.0172	0.0347	0.0347	0.0229	0.0229	0.0119	0.0119	0.0151	0.0151	0.0777	0.0777
		100	0.0172	0.0172	0.0111	0.0111	0.0227	0.0227	0.0146	0.0146	0.0093	0.0093	0.0101	0.0101	0.0474	0.0474
		500	0.0075	0.0075	0.0048	0.0048	0.0099	0.0099	0.0063	0.0063	0.0040	0.0040	0.0050	0.0050	0.0221	0.0221
	[0; 2]	50	0.0366	0.0366	0.0332	0.0332	0.0490	0.0490	0.0451	0.0451	0.0128	0.0128	0.0160	0.0160	0.0723	0.0723
		100	0.0252	0.0252	0.0230	0.0230	0.0343	0.0343	0.0305	0.0305	0.0087	0.0087	0.0107	0.0107	0.0465	0.0465
		500	0.0107	0.0107	0.0100	0.0100	0.0132	0.0132	0.0119	0.0119	0.0041	0.0041	0.0054	0.0054	0.0229	0.0229
0.7	[-1; 3]	50	0.0207	0.0207	0.0142	0.0142	0.0407	0.0407	0.0254	0.0254	0.0113	0.0113	0.0174	0.0174	0.0661	0.0661
		100	0.0166	0.0166	0.0113	0.0113	0.0251	0.0251	0.0154	0.0154	0.0087	0.0087	0.0136	0.0136	0.0428	0.0428
		500	0.0073	0.0073	0.0044	0.0044	0.0114	0.0114	0.0071	0.0071	0.0037	0.0037	0.0058	0.0058	0.0206	0.0206
	[0; 2]	50	0.0352	0.0352	0.0307	0.0307	0.0583	0.0583	0.0487	0.0487	0.0122	0.0122	0.0190	0.0190	0.0633	0.0633
		100	0.0240	0.0240	0.0200	0.0200	0.0394	0.0394	0.0362	0.0362	0.0080	0.0080	0.0132	0.0132	0.0450	0.0450
		500	0.0105	0.0105	0.0090	0.0090	0.0148	0.0148	0.0133	0.0133	0.0034	0.0034	0.0059	0.0059	0.0197	0.0197
0.8	[-1; 3]	50	0.0205	0.0205	0.0138	0.0138	0.0439	0.0439	0.0271	0.0271	0.0109	0.0109	0.0250	0.0250	0.0580	0.0580
		100	0.0148	0.0148	0.0098	0.0098	0.0314	0.0314	0.0227	0.0227	0.0077	0.0077	0.0174	0.0174	0.0418	0.0418
		500	0.0064	0.0064	0.0045	0.0045	0.0136	0.0136	0.0094	0.0094	0.0037	0.0037	0.0072	0.0072	0.0185	0.0185
	[0; 2]	50	0.0344	0.0344	0.0306	0.0306	0.0740	0.0740	0.0658	0.0658	0.0114	0.0114	0.0259	0.0259	0.0591	0.0591
		100	0.0221	0.0221	0.0207	0.0207	0.0487	0.0487	0.0432	0.0432	0.0080	0.0080	0.0147	0.0147	0.0395	0.0395
		500	0.0103	0.0103	0.0083	0.0083	0.0190	0.0190	0.0174	0.0174	0.0035	0.0035	0.0069	0.0069	0.0178	0.0178
0.9	[-1; 3]	50	0.0206	0.0205	0.0132	0.0132	0.0718	0.0621	0.0455	0.0424	0.0105	0.0105	0.0331	0.0323	0.0345	0.0342
		100	0.0154	0.0154	0.0095	0.0095	0.0439	0.0439	0.0309	0.0309	0.0070	0.0070	0.0238	0.0238	0.0290	0.0290
		500	0.0065	0.0065	0.0041	0.0041	0.0178	0.0178	0.0117	0.0117	0.0035	0.0035	0.0102	0.0102	0.0138	0.0138
	[0; 2]	50	0.0346	0.0331	0.0524	0.0274	0.1480	0.1431	0.1174	0.1222	0.0112	0.0108	0.0315	0.0316	0.0643	0.0327
		100	0.0208	0.0208	0.0183	0.0183	0.0742	0.0742	0.0621	0.0621	0.0071	0.0071	0.0224	0.0224	0.0263	0.0263
		500	0.0091	0.0091	0.0080	0.0080	0.0291	0.0291	0.0234	0.0234	0.0033	0.0033	0.0100	0.0100	0.0131	0.0131

Tabela D.11: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PI

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.1032	0.0981	0.0706	0.0635	0.0407	0.0408	0.0255	0.0256	0.0337	0.0311	0.0222	0.0219	0.0326	0.0315
		100	0.0511	0.0494	0.0349	0.0338	0.0318	0.0316	0.0202	0.0202	0.0252	0.0237	0.0154	0.0152	0.0307	0.0307
		500	0.0186	0.0185	0.0126	0.0125	0.0130	0.0130	0.0081	0.0081	0.0104	0.0102	0.0071	0.0070	0.0125	0.0125
	[0; 2]	50	0.1261	0.1214	0.1151	0.1062	0.0599	0.0593	0.0550	0.0547	0.0338	0.0303	0.0188	0.0190	0.0319	0.0311
		100	0.0833	0.0792	0.0758	0.0738	0.0423	0.0420	0.0346	0.0344	0.0279	0.0234	0.0158	0.0158	0.0286	0.0286
		500	0.0320	0.0316	0.0260	0.0258	0.0196	0.0195	0.0166	0.0165	0.0110	0.0106	0.0067	0.0067	0.0137	0.0137
0.2	[-1; 3]	50	0.0474	0.0468	0.0341	0.0338	0.0422	0.0420	0.0284	0.0284	0.0229	0.0226	0.0233	0.0230	0.0588	0.0587
		100	0.0343	0.0344	0.0225	0.0224	0.0288	0.0287	0.0202	0.0202	0.0163	0.0157	0.0144	0.0142	0.0410	0.0410
		500	0.0138	0.0138	0.0091	0.0091	0.0134	0.0133	0.0084	0.0084	0.0076	0.0074	0.0073	0.0071	0.0180	0.0181
	[0; 2]	50	0.0753	0.0745	0.0731	0.0694	0.0676	0.0674	0.0574	0.0572	0.0244	0.0237	0.0219	0.0217	0.0559	0.0557
		100	0.0470	0.0470	0.0426	0.0425	0.0452	0.0451	0.0395	0.0395	0.0166	0.0164	0.0152	0.0150	0.0396	0.0396
		500	0.0195	0.0194	0.0171	0.0170	0.0193	0.0192	0.0173	0.0173	0.0069	0.0068	0.0068	0.0067	0.0182	0.0183
0.3	[-1; 3]	50	0.0361	0.0354	0.0254	0.0243	0.0428	0.0430	0.0277	0.0278	0.0214	0.0191	0.0246	0.0239	0.0646	0.0646
		100	0.0258	0.0254	0.0163	0.0161	0.0342	0.0339	0.0208	0.0206	0.0136	0.0129	0.0170	0.0167	0.0481	0.0479
		500	0.0107	0.0108	0.0073	0.0073	0.0141	0.0140	0.0096	0.0095	0.0061	0.0060	0.0081	0.0080	0.0222	0.0222
	[0; 2]	50	0.0598	0.0598	0.0516	0.0517	0.0653	0.0651	0.0638	0.0635	0.0177	0.0173	0.0235	0.0232	0.0635	0.0635
		100	0.0355	0.0353	0.0334	0.0334	0.0441	0.0441	0.0393	0.0393	0.0135	0.0127	0.0158	0.0155	0.0461	0.0461
		500	0.0166	0.0166	0.0147	0.0147	0.0199	0.0199	0.0167	0.0167	0.0061	0.0061	0.0079	0.0078	0.0187	0.0188
0.4	[-1; 3]	50	0.0351	0.0345	0.0222	0.0218	0.0434	0.0433	0.0319	0.0314	0.0159	0.0157	0.0247	0.0243	0.0688	0.0689
		100	0.0213	0.0213	0.0135	0.0135	0.0327	0.0326	0.0217	0.0216	0.0121	0.0119	0.0208	0.0200	0.0494	0.0493
		500	0.0095	0.0094	0.0066	0.0066	0.0150	0.0150	0.0100	0.0099	0.0058	0.0057	0.0085	0.0084	0.0196	0.0196
	[0; 2]	50	0.0457	0.0456	0.0404	0.0405	0.0776	0.0760	0.0647	0.0638	0.0164	0.0157	0.0307	0.0284	0.0694	0.0693
		100	0.0341	0.0333	0.0313	0.0308	0.0534	0.0529	0.0460	0.0456	0.0106	0.0103	0.0184	0.0180	0.0474	0.0473
		500	0.0139	0.0138	0.0126	0.0125	0.0234	0.0232	0.0196	0.0195	0.0049	0.0050	0.0078	0.0076	0.0213	0.0213
0.5	[-1; 3]	50	0.0282	0.0281	0.0186	0.0187	0.0491	0.0492	0.0315	0.0315	0.0155	0.0153	0.0278	0.0267	0.0659	0.0656
		100	0.0182	0.0182	0.0113	0.0113	0.0375	0.0374	0.0252	0.0251	0.0103	0.0103	0.0191	0.0185	0.0444	0.0444
		500	0.0090	0.0090	0.0061	0.0061	0.0159	0.0159	0.0108	0.0108	0.0045	0.0045	0.0093	0.0090	0.0218	0.0218
	[0; 2]	50	0.0411	0.0411	0.0385	0.0385	0.0884	0.0874	0.0778	0.0768	0.0147	0.0145	0.0291	0.0284	0.0714	0.0714
		100	0.0297	0.0295	0.0260	0.0257	0.0642	0.0639	0.0559	0.0557	0.0095	0.0093	0.0192	0.0185	0.0484	0.0485
		500	0.0133	0.0133	0.0118	0.0118	0.0243	0.0243	0.0202	0.0202	0.0046	0.0046	0.0089	0.0087	0.0241	0.0242
0.6	[-1; 3]	50	0.0256	0.0256	0.0159	0.0160	0.0637	0.0629	0.0443	0.0439	0.0124	0.0124	0.0359	0.0344	0.0683	0.0681
		100	0.0170	0.0170	0.0114	0.0114	0.0434	0.0432	0.0291	0.0290	0.0088	0.0087	0.0249	0.0241	0.0538	0.0539
		500	0.0072	0.0072	0.0046	0.0046	0.0182	0.0182	0.0120	0.0120	0.0044	0.0044	0.0100	0.0097	0.0228	0.0228
	[0; 2]	50	0.0397	0.0397	0.0338	0.0339	0.0947	0.0940	0.0852	0.0843	0.0141	0.0137	0.0285	0.0276	0.0658	0.0656
		100	0.0260	0.0255	0.0220	0.0217	0.0641	0.0633	0.0577	0.0570	0.0094	0.0094	0.0227	0.0218	0.0482	0.0482
		500	0.0109	0.0109	0.0099	0.0099	0.0280	0.0280	0.0253	0.0252	0.0040	0.0039	0.0102	0.0099	0.0223	0.0223
0.7	[-1; 3]	50	0.0226	0.0224	0.0132	0.0132	0.0657	0.0654	0.0481	0.0474	0.0130	0.0129	0.0376	0.0366	0.0571	0.0571
		100	0.0157	0.0156	0.0099	0.0099	0.0515	0.0511	0.0334	0.0332	0.0083	0.0082	0.0276	0.0263	0.0440	0.0440
		500	0.0068	0.0068	0.0043	0.0043	0.0224	0.0222	0.0144	0.0143	0.0036	0.0036	0.0115	0.0111	0.0201	0.0201
	[0; 2]	50	0.0349	0.0349	0.0314	0.0314	0.1133	0.1113	0.1022	0.1005	0.0122	0.0120	0.0450	0.0420	0.0677	0.0674
		100	0.0236	0.0236	0.0200	0.0200	0.0868	0.0863	0.0718	0.0714	0.0087	0.0087	0.0312	0.0303	0.0452	0.0452
		500	0.0102	0.0102	0.0091	0.0091	0.0345	0.0345	0.0287	0.0286	0.0037	0.0037	0.0117	0.0114	0.0212	0.0212
0.8	[-1; 3]	50	0.0203	0.0203	0.0134	0.0134	0.1188	0.1048	0.0790	0.0712	0.0111	0.0108	0.0499	0.0462	0.0521	0.0520
		100	0.0146	0.0146	0.0096	0.0096	0.0650	0.0637	0.0441	0.0436	0.0090	0.0090	0.0302	0.0289	0.0428	0.0428
		500	0.0066	0.0066	0.0044	0.0044	0.0274	0.0272	0.0164	0.0162	0.0037	0.0036	0.0147	0.0143	0.0177	0.0177
	[0; 2]	50	0.0313	0.0311	0.0276	0.0276	0.1593	0.1430	0.1462	0.1335	0.0103	0.0102	0.0574	0.0525	0.0556	0.0550
		100	0.0227	0.0227	0.0210	0.0210	0.0878	0.0863	0.0815	0.0792	0.0080	0.0080	0.0335	0.0319	0.0391	0.0392
		500	0.0097	0.0097	0.0084	0.0084	0.0427	0.0423	0.0357	0.0355	0.0035	0.0035	0.0145	0.0141	0.0187	0.0187
0.9	[-1; 3]	50	0.0271	0.0275	0.0588	0.0586	0.1833	0.1789	0.1099	0.1074	0.0119	0.0118	0.0653	0.0613	0.0832	0.0841
		100	0.0139	0.0138	0.0087	0.0087	0.1040	0.1012	0.0703	0.0671	0.0075	0.0074	0.0507	0.0459	0.0284	0.0283
		500	0.0061	0.0061	0.0039	0.0039	0.0377	0.0371	0.0230	0.0228	0.0035	0.0034	0.0206	0.0195	0.0141	0.0141
	[0; 2]	50	0.0276	0.0276	0.0235	0.0234	0.2505	0.2302	0.2363	0.2139	0.0113	0.0112	0.0640	0.0600	0.0365	0.0352
		100	0.0231	0.0201	0.0522	0.0177	0.1592	0.1426	0.1298	0.1260	0.0238	0.0074	0.0490	0.0470	0.0665	0.0300
		500	0.0088	0.0088	0.0082	0.0082	0.0603	0.0597	0.0517	0.0512	0.0034	0.0034	0.0210	0.0200	0.0137	0.0137

Tabela D.12: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.1588	0.1275	0.1121	0.0920	0.0413	0.0393	0.0284	0.0274	0.0736	0.0564	0.0262	0.0238	0.0391	0.0314
		100	0.1508	0.0991	0.0819	0.0612	0.0294	0.0289	0.0179	0.0181	0.0615	0.0438	0.0179	0.0168	0.0357	0.0299
		500	0.0451	0.0401	0.0274	0.0254	0.0129	0.0129	0.0079	0.0078	0.0238	0.0188	0.0074	0.0072	0.0145	0.0144
	[0; 2]	50	0.3015	0.2436	0.2697	0.2097	0.0600	0.0602	0.0714	0.0530	0.0701	0.0534	0.0201	0.0203	0.0658	0.0348
		100	0.2437	0.1747	0.1814	0.1486	0.0460	0.0442	0.0671	0.0388	0.0621	0.0453	0.0255	0.0153	0.0791	0.0322
		500	0.0627	0.0579	0.0521	0.0484	0.0171	0.0171	0.0150	0.0149	0.0240	0.0193	0.0076	0.0076	0.0138	0.0136
0.2	[-1; 3]	50	0.1122	0.0886	0.0759	0.0646	0.0468	0.0434	0.0292	0.0281	0.0609	0.0467	0.0248	0.0221	0.0605	0.0576
		100	0.0808	0.0647	0.0469	0.0425	0.0314	0.0305	0.0198	0.0197	0.0399	0.0297	0.0181	0.0167	0.0394	0.0380
		500	0.0287	0.0276	0.0185	0.0180	0.0138	0.0138	0.0089	0.0089	0.0174	0.0148	0.0077	0.0076	0.0177	0.0180
	[0; 2]	50	0.1835	0.1579	0.1717	0.1347	0.0669	0.0655	0.0600	0.0579	0.0548	0.0415	0.0254	0.0244	0.0544	0.0526
		100	0.1076	0.1005	0.0895	0.0813	0.0455	0.0449	0.0408	0.0403	0.0381	0.0317	0.0190	0.0178	0.0378	0.0376
		500	0.0413	0.0388	0.0355	0.0342	0.0182	0.0182	0.0159	0.0160	0.0165	0.0141	0.0071	0.0069	0.0174	0.0176
0.3	[-1; 3]	50	0.0912	0.0735	0.0567	0.0489	0.0475	0.0454	0.0288	0.0281	0.0518	0.0361	0.0298	0.0251	0.0654	0.0608
		100	0.0556	0.0504	0.0348	0.0326	0.0367	0.0354	0.0234	0.0231	0.0307	0.0247	0.0197	0.0182	0.0459	0.0464
		500	0.0238	0.0226	0.0168	0.0162	0.0157	0.0157	0.0092	0.0092	0.0138	0.0124	0.0089	0.0086	0.0210	0.0210
	[0; 2]	50	0.1213	0.1114	0.1067	0.0982	0.0696	0.0669	0.0622	0.0614	0.0423	0.0360	0.0282	0.0259	0.0605	0.0604
		100	0.0870	0.0807	0.0780	0.0722	0.0483	0.0477	0.0417	0.0415	0.0343	0.0287	0.0192	0.0175	0.0485	0.0474
		500	0.0374	0.0364	0.0292	0.0288	0.0225	0.0224	0.0195	0.0194	0.0134	0.0116	0.0086	0.0083	0.0208	0.0205
0.4	[-1; 3]	50	0.0661	0.0599	0.0466	0.0443	0.0531	0.0496	0.0336	0.0324	0.0430	0.0357	0.0307	0.0274	0.0750	0.0733
		100	0.0478	0.0464	0.0312	0.0300	0.0398	0.0388	0.0237	0.0231	0.0267	0.0227	0.0228	0.0213	0.0506	0.0510
		500	0.0201	0.0196	0.0129	0.0126	0.0163	0.0162	0.0103	0.0102	0.0108	0.0099	0.0090	0.0086	0.0230	0.0231
	[0; 2]	50	0.1138	0.1023	0.0936	0.0866	0.0840	0.0762	0.0715	0.0663	0.0401	0.0323	0.0321	0.0282	0.0746	0.0725
		100	0.0648	0.0626	0.0582	0.0567	0.0519	0.0518	0.0450	0.0449	0.0252	0.0219	0.0202	0.0187	0.0527	0.0523
		500	0.0323	0.0310	0.0281	0.0270	0.0262	0.0259	0.0226	0.0225	0.0123	0.0109	0.0089	0.0084	0.0219	0.0221
0.5	[-1; 3]	50	0.0616	0.0578	0.0392	0.0377	0.0640	0.0578	0.0384	0.0363	0.0369	0.0321	0.0351	0.0286	0.0736	0.0717
		100	0.0442	0.0418	0.0282	0.0276	0.0430	0.0407	0.0280	0.0268	0.0248	0.0219	0.0226	0.0208	0.0540	0.0535
		500	0.0184	0.0181	0.0123	0.0120	0.0186	0.0182	0.0121	0.0119	0.0102	0.0096	0.0101	0.0092	0.0217	0.0220
	[0; 2]	50	0.0889	0.0859	0.0733	0.0698	0.0954	0.0908	0.0819	0.0772	0.0358	0.0296	0.0380	0.0315	0.0750	0.0755
		100	0.0596	0.0584	0.0530	0.0522	0.0622	0.0594	0.0551	0.0535	0.0244	0.0214	0.0246	0.0221	0.0494	0.0483
		500	0.0280	0.0275	0.0240	0.0235	0.0279	0.0278	0.0236	0.0234	0.0100	0.0092	0.0102	0.0095	0.0226	0.0225
0.6	[-1; 3]	50	0.0589	0.0564	0.0376	0.0358	0.0766	0.0674	0.0466	0.0439	0.0326	0.0286	0.0383	0.0316	0.0687	0.0668
		100	0.0343	0.0340	0.0244	0.0237	0.0477	0.0453	0.0301	0.0282	0.0208	0.0193	0.0262	0.0224	0.0503	0.0500
		500	0.0164	0.0160	0.0105	0.0103	0.0182	0.0179	0.0120	0.0118	0.0096	0.0088	0.0124	0.0109	0.0209	0.0210
	[0; 2]	50	0.0814	0.0753	0.0725	0.0677	0.1144	0.0917	0.0942	0.0811	0.0314	0.0247	0.0463	0.0327	0.0789	0.0740
		100	0.0526	0.0525	0.0476	0.0470	0.0784	0.0731	0.0707	0.0660	0.0212	0.0192	0.0289	0.0235	0.0499	0.0498
		500	0.0242	0.0236	0.0210	0.0208	0.0290	0.0284	0.0251	0.0246	0.0092	0.0086	0.0117	0.0105	0.0233	0.0235
0.7	[-1; 3]	50	0.0498	0.0475	0.0325	0.0314	0.0993	0.0749	0.0554	0.0471	0.0279	0.0240	0.0550	0.0400	0.0672	0.0619
		100	0.0356	0.0349	0.0224	0.0222	0.0521	0.0492	0.0356	0.0334	0.0193	0.0182	0.0328	0.0272	0.0473	0.0471
		500	0.0155	0.0153	0.0102	0.0101	0.0229	0.0224	0.0151	0.0148	0.0089	0.0087	0.0137	0.0124	0.0205	0.0205
	[0; 2]	50	0.0704	0.0686	0.0589	0.0574	0.1272	0.1121	0.1103	0.0996	0.0257	0.0235	0.0469	0.0369	0.0668	0.0665
		100	0.0543	0.0535	0.0477	0.0470	0.0822	0.0774	0.0690	0.0653	0.0208	0.0196	0.0302	0.0263	0.0450	0.0456
		500	0.0220	0.0215	0.0180	0.0177	0.0326	0.0315	0.0294	0.0287	0.0080	0.0076	0.0140	0.0125	0.0220	0.0221
0.8	[-1; 3]	50	0.0429	0.0410	0.0284	0.0268	0.1271	0.1027	0.0812	0.0624	0.0258	0.0228	0.0625	0.0462	0.0626	0.0586
		100	0.0331	0.0326	0.0211	0.0206	0.0789	0.0674	0.0471	0.0422	0.0164	0.0147	0.0392	0.0309	0.0384	0.0372
		500	0.0146	0.0146	0.0099	0.0098	0.0300	0.0289	0.0187	0.0183	0.0080	0.0078	0.0174	0.0151	0.0199	0.0202
	[0; 2]	50	0.0792	0.0739	0.0890	0.0858	0.2021	0.1683	0.1689	0.1378	0.0255	0.0232	0.0582	0.0439	0.0700	0.0727
		100	0.0445	0.0442	0.0408	0.0406	0.1061	0.1008	0.0910	0.0871	0.0168	0.0160	0.0381	0.0326	0.0388	0.0383
		500	0.0194	0.0193	0.0172	0.0171	0.0403	0.0381	0.0354	0.0333	0.0079	0.0075	0.0180	0.0150	0.0172	0.0171
0.9	[-1; 3]	50	0.0438	0.0421	0.0255	0.0250	0.2022	0.1534	0.1259	0.0960	0.0235	0.0217	0.0717	0.0571	0.0399	0.0332
		100	0.0301	0.0285	0.0194	0.0188	0.1504	0.0919	0.0858	0.0665	0.0160	0.0149	0.0646	0.0456	0.0338	0.0292
		500	0.0141	0.0139	0.0080	0.0080	0.0484	0.0421	0.0291	0.0267	0.0078	0.0078	0.0246	0.0183	0.0145	0.0141
	[0; 2]	50	0.0664	0.0616	0.1035	0.0532	0.2759	0.2119	0.2320	0.1921	0.0284	0.0251	0.0665	0.0550	0.0833	0.0363
		100	0.0509	0.0458	0.0765	0.0410	0.2283	0.1490	0.1744	0.1338	0.0250	0.0155	0.0695	0.0487	0.0738	0.0279
		500	0.0180	0.0179	0.0163	0.0162	0.0648	0.0586	0.0542	0.0502	0.0067	0.0065	0.0262	0.0194	0.0127	0.0130

Tabela D.13: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PIII



$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.1863	0.1843	0.1636	0.1472	0.0384	0.0384	0.0284	0.0284	0.0568	0.0567	0.0221	0.0220	0.0317	0.0319
		100	0.0853	0.0853	0.0634	0.0634	0.0328	0.0328	0.0187	0.0187	0.0478	0.0477	0.0140	0.0140	0.0300	0.0300
		500	0.0430	0.0430	0.0251	0.0251	0.0126	0.0126	0.0086	0.0086	0.0206	0.0206	0.0066	0.0066	0.0116	0.0116
	[0; 2]	50	0.2484	0.2484	0.2200	0.2199	0.0592	0.0592	0.0522	0.0522	0.0623	0.0623	0.0215	0.0215	0.0308	0.0308
		100	0.1723	0.1723	0.1560	0.1560	0.0436	0.0436	0.0393	0.0393	0.0472	0.0472	0.0139	0.0139	0.0311	0.0311
		500	0.0430	0.0430	0.0251	0.0251	0.0126	0.0126	0.0086	0.0086	0.0206	0.0206	0.0066	0.0066	0.0116	0.0116
0.2	[-1; 3]	50	0.1076	0.1076	0.0750	0.0750	0.0455	0.0455	0.0290	0.0290	0.0493	0.0493	0.0226	0.0226	0.0556	0.0556
		100	0.0623	0.0623	0.0423	0.0423	0.0287	0.0287	0.0193	0.0193	0.0335	0.0334	0.0155	0.0155	0.0404	0.0404
		500	0.0271	0.0271	0.0171	0.0171	0.0140	0.0140	0.0093	0.0093	0.0144	0.0144	0.0069	0.0069	0.0191	0.0191
	[0; 2]	50	0.1321	0.1321	0.1226	0.1226	0.0636	0.0636	0.0558	0.0558	0.0438	0.0438	0.0233	0.0233	0.0517	0.0517
		100	0.0971	0.0971	0.0844	0.0844	0.0485	0.0485	0.0428	0.0428	0.0318	0.0318	0.0161	0.0161	0.0414	0.0414
		500	0.0411	0.0411	0.0352	0.0352	0.0206	0.0206	0.0170	0.0170	0.0134	0.0134	0.0074	0.0074	0.0171	0.0171
0.3	[-1; 3]	50	0.0760	0.0760	0.0532	0.0532	0.0466	0.0466	0.0324	0.0324	0.0389	0.0389	0.0264	0.0264	0.0655	0.0655
		100	0.0495	0.0495	0.0331	0.0331	0.0332	0.0332	0.0211	0.0211	0.0259	0.0259	0.0183	0.0183	0.0440	0.0440
		500	0.0217	0.0217	0.0132	0.0132	0.0150	0.0150	0.0097	0.0097	0.0114	0.0114	0.0076	0.0076	0.0193	0.0193
	[0; 2]	50	0.1125	0.1125	0.0930	0.0930	0.0701	0.0701	0.0581	0.0581	0.0373	0.0373	0.0253	0.0253	0.0542	0.0542
		100	0.0756	0.0756	0.0659	0.0659	0.0469	0.0469	0.0389	0.0389	0.0237	0.0237	0.0182	0.0182	0.0463	0.0463
		500	0.0341	0.0341	0.0296	0.0296	0.0236	0.0236	0.0208	0.0208	0.0117	0.0117	0.0070	0.0070	0.0203	0.0203
0.4	[-1; 3]	50	0.0529	0.0529	0.0372	0.0372	0.0493	0.0493	0.0333	0.0333	0.0330	0.0330	0.0256	0.0256	0.0701	0.0701
		100	0.0410	0.0410	0.0278	0.0278	0.0377	0.0377	0.0255	0.0255	0.0231	0.0231	0.0174	0.0174	0.0496	0.0496
		500	0.0176	0.0176	0.0116	0.0116	0.0151	0.0151	0.0106	0.0106	0.0097	0.0097	0.0083	0.0083	0.0196	0.0196
	[0; 2]	50	0.1071	0.1071	0.0896	0.0896	0.0807	0.0807	0.0681	0.0681	0.0310	0.0310	0.0251	0.0251	0.0679	0.0679
		100	0.0653	0.0653	0.0551	0.0551	0.0489	0.0489	0.0435	0.0435	0.0218	0.0218	0.0180	0.0180	0.0513	0.0513
		500	0.0276	0.0276	0.0246	0.0246	0.0235	0.0235	0.0204	0.0204	0.0105	0.0105	0.0083	0.0083	0.0195	0.0195
0.5	[-1; 3]	50	0.0541	0.0541	0.0336	0.0336	0.0547	0.0547	0.0366	0.0366	0.0307	0.0307	0.0301	0.0301	0.0656	0.0656
		100	0.0407	0.0407	0.0272	0.0272	0.0397	0.0397	0.0257	0.0257	0.0201	0.0201	0.0190	0.0190	0.0481	0.0481
		500	0.0166	0.0166	0.0118	0.0118	0.0176	0.0176	0.0105	0.0105	0.0078	0.0078	0.0083	0.0083	0.0210	0.0210
	[0; 2]	50	0.0809	0.0809	0.0709	0.0709	0.0838	0.0838	0.0794	0.0794	0.0292	0.0292	0.0280	0.0280	0.0787	0.0787
		100	0.0563	0.0563	0.0485	0.0485	0.0604	0.0604	0.0535	0.0535	0.0196	0.0196	0.0188	0.0188	0.0516	0.0516
		500	0.0252	0.0252	0.0213	0.0213	0.0252	0.0252	0.0221	0.0221	0.0090	0.0090	0.0095	0.0095	0.0213	0.0213
0.6	[-1; 3]	50	0.0501	0.0501	0.0345	0.0345	0.0676	0.0676	0.0429	0.0429	0.0254	0.0254	0.0306	0.0306	0.0706	0.0706
		100	0.0380	0.0380	0.0260	0.0260	0.0425	0.0425	0.0287	0.0287	0.0176	0.0176	0.0227	0.0227	0.0477	0.0477
		500	0.0155	0.0155	0.0094	0.0094	0.0205	0.0205	0.0126	0.0126	0.0081	0.0081	0.0097	0.0097	0.0210	0.0210
	[0; 2]	50	0.0758	0.0758	0.0656	0.0656	0.0967	0.0967	0.0845	0.0845	0.0265	0.0265	0.0338	0.0338	0.0696	0.0696
		100	0.0544	0.0544	0.0465	0.0465	0.0593	0.0593	0.0512	0.0512	0.0195	0.0195	0.0226	0.0226	0.0483	0.0483
		500	0.0238	0.0238	0.0212	0.0212	0.0274	0.0274	0.0229	0.0229	0.0079	0.0079	0.0102	0.0102	0.0205	0.0205
0.7	[-1; 3]	50	0.0444	0.0444	0.0307	0.0307	0.0707	0.0707	0.0468	0.0468	0.0210	0.0210	0.0356	0.0356	0.0633	0.0633
		100	0.0312	0.0312	0.0208	0.0208	0.0455	0.0455	0.0319	0.0319	0.0157	0.0157	0.0278	0.0278	0.0426	0.0426
		500	0.0131	0.0131	0.0089	0.0089	0.0225	0.0225	0.0146	0.0146	0.0073	0.0073	0.0114	0.0114	0.0218	0.0218
	[0; 2]	50	0.0704	0.0704	0.0605	0.0605	0.1247	0.1247	0.0992	0.0992	0.0234	0.0234	0.0343	0.0343	0.0666	0.0666
		100	0.0467	0.0467	0.0400	0.0400	0.0810	0.0810	0.0655	0.0655	0.0171	0.0171	0.0267	0.0267	0.0433	0.0433
		500	0.0210	0.0210	0.0182	0.0182	0.0328	0.0328	0.0279	0.0279	0.0073	0.0073	0.0116	0.0116	0.0209	0.0209
0.8	[-1; 3]	50	0.0410	0.0410	0.0293	0.0293	0.1001	0.1001	0.0656	0.0656	0.0211	0.0211	0.0465	0.0465	0.0568	0.0568
		100	0.0290	0.0290	0.0194	0.0194	0.0648	0.0648	0.0427	0.0427	0.0167	0.0167	0.0311	0.0311	0.0407	0.0407
		500	0.0137	0.0137	0.0092	0.0092	0.0266	0.0266	0.0175	0.0175	0.0073	0.0073	0.0145	0.0145	0.0179	0.0179
	[0; 2]	50	0.0611	0.0611	0.0559	0.0559	0.1636	0.1636	0.1490	0.1490	0.0234	0.0234	0.0501	0.0501	0.0538	0.0538
		100	0.0451	0.0451	0.0424	0.0424	0.0997	0.0997	0.0883	0.0883	0.0162	0.0162	0.0323	0.0323	0.0400	0.0400
		500	0.0194	0.0194	0.0160	0.0160	0.0384	0.0384	0.0345	0.0345	0.0076	0.0076	0.0145	0.0145	0.0170	0.0170
0.9	[-1; 3]	50	0.0403	0.0403	0.0233	0.0233	0.1569	0.1559	0.1230	0.1085	0.0203	0.0203	0.0630	0.0630	0.0359	0.0361
		100	0.0274	0.0274	0.0172	0.0172	0.0969	0.0969	0.0615	0.0615	0.0149	0.0149	0.0422	0.0422	0.0287	0.0287
		500	0.0113	0.0113	0.0083	0.0083	0.0369	0.0369	0.0269	0.0269	0.0071	0.0071	0.0189	0.0189	0.0137	0.0137
	[0; 2]	50	0.0606	0.0607	0.0519	0.0519	0.3656	0.3490	0.3164	0.3028	0.0236	0.0236	0.0574	0.0574	0.0336	0.0337
		100	0.0448	0.0451	0.1039	0.0390	0.2049	0.1798	0.1372	0.1515	0.0151	0.0147	0.0475	0.0477	0.0669	0.0288
		500	0.0187	0.0187	0.0161	0.0161	0.0611	0.0611	0.0510	0.0510	0.0068	0.0068	0.0198	0.0198	0.0134	0.0134

Tabela D.14: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PIV

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.2840	0.2139	0.1834	0.1454	0.1085	0.1050	0.0663	0.0657	0.1136	0.0847	0.0598	0.0572	0.0391	0.0312
		100	0.1921	0.1413	0.1204	0.0974	0.0777	0.0770	0.0507	0.0502	0.0913	0.0694	0.0465	0.0430	0.0301	0.0285
		500	0.0596	0.0552	0.0422	0.0397	0.0355	0.0355	0.0229	0.0226	0.0373	0.0308	0.0184	0.0178	0.0146	0.0144
	[0; 2]	50	0.4923	0.4143	0.4015	0.3286	0.1431	0.1373	0.1374	0.1283	0.1245	0.0878	0.0637	0.0552	0.0504	0.0369
		100	0.3282	0.2226	0.2516	0.1961	0.1156	0.1094	0.0984	0.0920	0.1060	0.0655	0.0461	0.0410	0.0350	0.0298
		500	0.0972	0.0920	0.0802	0.0761	0.0476	0.0471	0.0399	0.0394	0.0337	0.0285	0.0175	0.0164	0.0141	0.0140
0.2	[-1; 3]	50	0.2105	0.1684	0.1290	0.1076	0.1128	0.1088	0.0707	0.0695	0.0884	0.0684	0.0643	0.0547	0.0564	0.0553
		100	0.0992	0.0940	0.0707	0.0635	0.0745	0.0725	0.0462	0.0452	0.0603	0.0495	0.0465	0.0426	0.0414	0.0417
		500	0.0423	0.0397	0.0284	0.0272	0.0322	0.0317	0.0203	0.0200	0.0251	0.0220	0.0173	0.0162	0.0203	0.0202
	[0; 2]	50	0.3504	0.2755	0.2728	0.2207	0.1577	0.1525	0.1394	0.1358	0.0867	0.0706	0.0677	0.0592	0.0580	0.0570
		100	0.1530	0.1447	0.1369	0.1291	0.1158	0.1127	0.0959	0.0934	0.0644	0.0493	0.0469	0.0424	0.0372	0.0370
		500	0.0637	0.0614	0.0553	0.0532	0.0529	0.0523	0.0420	0.0414	0.0278	0.0246	0.0181	0.0172	0.0185	0.0184
0.3	[-1; 3]	50	0.1797	0.1228	0.1037	0.0811	0.1331	0.1224	0.0795	0.0763	0.0759	0.0580	0.0675	0.0596	0.0670	0.0676
		100	0.0816	0.0784	0.0596	0.0578	0.0913	0.0884	0.0589	0.0575	0.0436	0.0397	0.0439	0.0401	0.0505	0.0507
		500	0.0335	0.0333	0.0240	0.0237	0.0356	0.0350	0.0230	0.0227	0.0202	0.0186	0.0202	0.0189	0.0194	0.0195
	[0; 2]	50	0.2190	0.1853	0.1839	0.1618	0.1878	0.1800	0.1687	0.1614	0.0672	0.0570	0.0790	0.0680	0.0639	0.0626
		100	0.1300	0.1247	0.1111	0.1031	0.1324	0.1310	0.1093	0.1091	0.0446	0.0382	0.0510	0.0456	0.0516	0.0514
		500	0.0565	0.0544	0.0475	0.0462	0.0547	0.0537	0.0484	0.0475	0.0183	0.0162	0.0230	0.0209	0.0216	0.0216
0.4	[-1; 3]	50	0.1110	0.1057	0.0729	0.0717	0.1332	0.1264	0.0892	0.0851	0.0641	0.0544	0.0802	0.0724	0.0721	0.0723
		100	0.0679	0.0647	0.0440	0.0424	0.0902	0.0855	0.0597	0.0579	0.0400	0.0365	0.0554	0.0481	0.0500	0.0490
		500	0.0291	0.0285	0.0198	0.0196	0.0420	0.0412	0.0257	0.0251	0.0182	0.0168	0.0232	0.0208	0.0221	0.0221
	[0; 2]	50	0.1672	0.1534	0.1633	0.1335	0.2507	0.2130	0.1986	0.1783	0.0613	0.0513	0.0758	0.0629	0.0672	0.0686
		100	0.1158	0.1117	0.0919	0.0896	0.1345	0.1296	0.1236	0.1186	0.0379	0.0349	0.0499	0.0438	0.0505	0.0511
		500	0.0431	0.0423	0.0384	0.0381	0.0555	0.0539	0.0494	0.0483	0.0175	0.0168	0.0228	0.0203	0.0228	0.0231
0.5	[-1; 3]	50	0.0923	0.0897	0.0551	0.0544	0.1647	0.1479	0.1037	0.0978	0.0512	0.0450	0.0842	0.0687	0.0688	0.0674
		100	0.0640	0.0624	0.0423	0.0413	0.1038	0.0976	0.0656	0.0631	0.0372	0.0343	0.0609	0.0523	0.0479	0.0474
		500	0.0254	0.0249	0.0159	0.0156	0.0451	0.0426	0.0276	0.0267	0.0155	0.0149	0.0281	0.0243	0.0227	0.0226
	[0; 2]	50	0.1363	0.1275	0.1131	0.1050	0.2442	0.2159	0.2122	0.1929	0.0503	0.0455	0.0888	0.0719	0.0744	0.0737
		100	0.0956	0.0942	0.0804	0.0792	0.1492	0.1416	0.1306	0.1242	0.0339	0.0316	0.0590	0.0504	0.0475	0.0464
		500	0.0380	0.0381	0.0340	0.0341	0.0672	0.0642	0.0636	0.0615	0.0129	0.0123	0.0277	0.0241	0.0234	0.0238
0.6	[-1; 3]	50	0.0783	0.0742	0.0509	0.0483	0.1668	0.1530	0.1020	0.0980	0.0445	0.0419	0.0951	0.0782	0.0698	0.0681
		100	0.0546	0.0531	0.0343	0.0335	0.1213	0.1143	0.0779	0.0743	0.0296	0.0276	0.0607	0.0505	0.0486	0.0485
		500	0.0235	0.0235	0.0159	0.0159	0.0467	0.0449	0.0304	0.0295	0.0136	0.0132	0.0278	0.0240	0.0221	0.0224
	[0; 2]	50	0.1249	0.1189	0.1159	0.1107	0.2393	0.2264	0.2184	0.2035	0.0434	0.0394	0.0934	0.0807	0.0725	0.0704
		100	0.0854	0.0843	0.0736	0.0724	0.1723	0.1661	0.1517	0.1461	0.0287	0.0272	0.0578	0.0495	0.0485	0.0483
		500	0.0382	0.0381	0.0313	0.0310	0.0764	0.0723	0.0655	0.0630	0.0130	0.0126	0.0286	0.0249	0.0230	0.0229
0.7	[-1; 3]	50	0.0808	0.0784	0.0466	0.0461	0.1864	0.1696	0.1182	0.1103	0.0423	0.0380	0.1076	0.0847	0.0648	0.0631
		100	0.0495	0.0481	0.0316	0.0312	0.1460	0.1309	0.0964	0.0827	0.0272	0.0258	0.0806	0.0618	0.0477	0.0478
		500	0.0202	0.0201	0.0146	0.0146	0.0573	0.0554	0.0396	0.0381	0.0131	0.0128	0.0341	0.0290	0.0199	0.0198
	[0; 2]	50	0.1137	0.1100	0.1584	0.0964	0.3432	0.3113	0.2718	0.2561	0.0443	0.0382	0.1032	0.0827	0.0716	0.0634
		100	0.0781	0.0762	0.0692	0.0680	0.2115	0.2001	0.1775	0.1673	0.0297	0.0283	0.0827	0.0709	0.0448	0.0442
		500	0.0332	0.0328	0.0296	0.0293	0.0854	0.0829	0.0716	0.0701	0.0125	0.0121	0.0326	0.0278	0.0193	0.0193
0.8	[-1; 3]	50	0.0657	0.0649	0.0446	0.0442	0.2707	0.2155	0.1807	0.1595	0.0378	0.0360	0.1433	0.1104	0.0589	0.0556
		100	0.0461	0.0458	0.0321	0.0318	0.1787	0.1532	0.1177	0.1044	0.0252	0.0245	0.1185	0.0884	0.0413	0.0408
		500	0.0220	0.0218	0.0133	0.0133	0.0688	0.0652	0.0439	0.0416	0.0110	0.0108	0.0407	0.0334	0.0189	0.0187
	[0; 2]	50	0.1119	0.0875	0.2328	0.0818	0.4731	0.3808	0.3872	0.3361	0.0598	0.0368	0.1367	0.1175	0.1049	0.0567
		100	0.0727	0.0710	0.0615	0.0605	0.2935	0.2457	0.2343	0.2099	0.0278	0.0262	0.0962	0.0778	0.0427	0.0408
		500	0.0290	0.0288	0.0260	0.0258	0.1094	0.1025	0.1016	0.0948	0.0120	0.0118	0.0433	0.0350	0.0187	0.0186
0.9	[-1; 3]	50	0.0635	0.0628	0.0394	0.0390	0.5166	0.4447	0.3203	0.2774	0.0324	0.0313	0.1619	0.1319	0.0364	0.0318
		100	0.0438	0.0439	0.0308	0.0306	0.3410	0.2793	0.2017	0.1706	0.0225	0.0216	0.1372	0.1083	0.0296	0.0293
		500	0.0188	0.0186	0.0128	0.0128	0.1015	0.0888	0.0676	0.0615	0.0108	0.0107	0.0544	0.0423	0.0139	0.0137
	[0; 2]	50	0.1232	0.0963	0.1868	0.0829	0.6530	0.5414	0.5259	0.4924	0.0619	0.0306	0.1732	0.1418	0.0824	0.0392
		100	0.0651	0.0632	0.0551	0.0543	0.4783	0.3827	0.4530	0.3471	0.0237	0.0233	0.1522	0.1139	0.0301	0.0283
		500	0.0276	0.0276	0.0248	0.0248	0.1523	0.1335	0.1370	0.1204	0.0103	0.0102	0.0578	0.0458	0.0128	0.0126

Tabela D.15: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PV

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.4431	0.2829	0.2888	0.2129	0.1127	0.1059	0.0724	0.0713	0.1897	0.1299	0.0649	0.0539	0.0606	0.0367
		100	0.4549	0.2706	0.2432	0.1797	0.0832	0.0795	0.0508	0.0489	0.1777	0.1142	0.0491	0.0421	0.0545	0.0318
		500	0.1575	0.1110	0.0784	0.0617	0.0331	0.0343	0.0218	0.0222	0.0915	0.0543	0.0208	0.0207	0.0172	0.0150
	[0; 2]	50	0.6824	0.5284	0.5912	0.4615	0.1911	0.1663	0.2093	0.1991	0.1956	0.1356	0.0656	0.0641	0.0748	0.0658
		100	0.5898	0.3921	0.4730	0.3421	0.1172	0.1049	0.1311	0.0934	0.1695	0.1100	0.0460	0.0414	0.0754	0.0319
		500	0.2075	0.1442	0.1550	0.1266	0.0529	0.0531	0.0452	0.0457	0.0982	0.0516	0.0220	0.0207	0.0201	0.0148
0.2	[-1; 3]	50	0.4155	0.2520	0.2296	0.1620	0.1399	0.1209	0.0783	0.0740	0.1593	0.1068	0.0712	0.0557	0.0783	0.0576
		100	0.2772	0.1643	0.1428	0.1063	0.0928	0.0809	0.0551	0.0531	0.1408	0.0761	0.0611	0.0485	0.0589	0.0395
		500	0.0838	0.0719	0.0491	0.0441	0.0357	0.0365	0.0200	0.0204	0.0487	0.0359	0.0216	0.0216	0.0204	0.0203
	[0; 2]	50	0.5337	0.3604	0.4457	0.3254	0.1847	0.1802	0.1998	0.1591	0.1882	0.1180	0.0937	0.0561	0.0897	0.0571
		100	0.3884	0.2833	0.2854	0.2232	0.1331	0.1304	0.1100	0.1090	0.1210	0.0780	0.0443	0.0389	0.0522	0.0442
		500	0.1271	0.1125	0.1000	0.0913	0.0527	0.0530	0.0471	0.0475	0.0511	0.0367	0.0222	0.0205	0.0210	0.0208
0.3	[-1; 3]	50	0.2658	0.1978	0.1570	0.1253	0.1388	0.1247	0.0806	0.0758	0.1518	0.1030	0.0779	0.0682	0.0892	0.0712
		100	0.1761	0.1230	0.0899	0.0791	0.1025	0.0889	0.0588	0.0558	0.1002	0.0678	0.0580	0.0474	0.0599	0.0495
		500	0.0656	0.0587	0.0417	0.0390	0.0390	0.0383	0.0242	0.0242	0.0397	0.0320	0.0245	0.0234	0.0262	0.0258
	[0; 2]	50	0.3889	0.3041	0.3491	0.2731	0.2255	0.2040	0.1815	0.1610	0.1327	0.0835	0.0885	0.0655	0.0899	0.0715
		100	0.2431	0.1973	0.2142	0.1818	0.1296	0.1240	0.1182	0.1140	0.1004	0.0674	0.0585	0.0485	0.0593	0.0485
		500	0.0964	0.0872	0.0769	0.0746	0.0582	0.0563	0.0533	0.0518	0.0390	0.0288	0.0242	0.0221	0.0222	0.0226
0.4	[-1; 3]	50	0.2029	0.1703	0.1224	0.1106	0.1527	0.1346	0.0896	0.0802	0.1118	0.0782	0.0828	0.0644	0.0795	0.0729
		100	0.1604	0.1236	0.0852	0.0767	0.1148	0.1023	0.0645	0.0610	0.0934	0.0585	0.0615	0.0498	0.0588	0.0542
		500	0.0549	0.0496	0.0340	0.0314	0.0442	0.0419	0.0275	0.0270	0.0316	0.0261	0.0251	0.0230	0.0227	0.0223
	[0; 2]	50	0.2847	0.2532	0.2634	0.2134	0.2275	0.2125	0.1917	0.1712	0.1188	0.0833	0.0944	0.0739	0.0944	0.0806
		100	0.2056	0.1787	0.2026	0.1673	0.1465	0.1349	0.1211	0.1144	0.0872	0.0625	0.0612	0.0465	0.0621	0.0583
		500	0.0867	0.0820	0.0729	0.0699	0.0640	0.0627	0.0541	0.0535	0.0349	0.0278	0.0279	0.0244	0.0231	0.0232
0.5	[-1; 3]	50	0.2120	0.1558	0.1229	0.1032	0.1948	0.1484	0.1091	0.0919	0.1164	0.0756	0.1121	0.0773	0.0919	0.0806
		100	0.1096	0.1030	0.0638	0.0594	0.1125	0.0998	0.0703	0.0659	0.0687	0.0563	0.0717	0.0558	0.0573	0.0557
		500	0.0497	0.0476	0.0298	0.0283	0.0501	0.0469	0.0285	0.0270	0.0277	0.0231	0.0322	0.0266	0.0252	0.0257
	[0; 2]	50	0.2516	0.2280	0.2105	0.2012	0.2765	0.2494	0.2375	0.2102	0.1032	0.0767	0.1101	0.0765	0.0820	0.0712
		100	0.1732	0.1567	0.1342	0.1255	0.1890	0.1629	0.1525	0.1359	0.0705	0.0542	0.0737	0.0547	0.0644	0.0592
		500	0.0704	0.0656	0.0612	0.0573	0.0783	0.0743	0.0648	0.0616	0.0289	0.0244	0.0285	0.0243	0.0216	0.0229
0.6	[-1; 3]	50	0.1636	0.1353	0.0983	0.0868	0.2312	0.1673	0.1223	0.1030	0.0938	0.0680	0.1304	0.0838	0.0920	0.0773
		100	0.1040	0.0928	0.0644	0.0603	0.1390	0.1174	0.0842	0.0730	0.0634	0.0511	0.0902	0.0625	0.0567	0.0540
		500	0.0464	0.0439	0.0289	0.0280	0.0572	0.0514	0.0345	0.0329	0.0263	0.0235	0.0374	0.0296	0.0243	0.0243
	[0; 2]	50	0.2271	0.2019	0.1811	0.1698	0.2891	0.2509	0.2288	0.2055	0.0968	0.0749	0.1189	0.0819	0.0860	0.0768
		100	0.1566	0.1450	0.1338	0.1251	0.1933	0.1682	0.1605	0.1440	0.0681	0.0545	0.0821	0.0563	0.0584	0.0534
		500	0.0703	0.0685	0.0599	0.0586	0.0854	0.0815	0.0748	0.0712	0.0280	0.0244	0.0353	0.0267	0.0235	0.0241
0.7	[-1; 3]	50	0.1478	0.1268	0.0861	0.0796	0.3191	0.2014	0.1896	0.1353	0.0843	0.0569	0.1569	0.0889	0.0876	0.0665
		100	0.0970	0.0904	0.0619	0.0589	0.1672	0.1298	0.1035	0.0884	0.0562	0.0460	0.1046	0.0691	0.0557	0.0509
		500	0.0429	0.0433	0.0256	0.0256	0.0723	0.0656	0.0398	0.0374	0.0248	0.0233	0.0414	0.0319	0.0260	0.0247
	[0; 2]	50	0.2018	0.1764	0.1724	0.1560	0.4145	0.2835	0.3184	0.2416	0.0869	0.0663	0.1636	0.1042	0.0904	0.0730
		100	0.1630	0.1475	0.1323	0.1221	0.2961	0.1954	0.2014	0.1681	0.0622	0.0478	0.1164	0.0689	0.0653	0.0512
		500	0.0587	0.0591	0.0482	0.0487	0.0999	0.0946	0.0783	0.0750	0.0264	0.0244	0.0415	0.0320	0.0226	0.0228
0.8	[-1; 3]	50	0.1282	0.1094	0.0786	0.0723	0.3549	0.2414	0.2176	0.1641	0.0734	0.0624	0.1574	0.1077	0.0709	0.0578
		100	0.0853	0.0768	0.0560	0.0548	0.2546	0.1644	0.1518	0.1084	0.0540	0.0444	0.1272	0.0748	0.0531	0.0440
		500	0.0361	0.0356	0.0224	0.0224	0.0844	0.0755	0.0504	0.0460	0.0205	0.0202	0.0504	0.0353	0.0186	0.0175
	[0; 2]	50	0.1845	0.1642	0.1832	0.1478	0.5600	0.3656	0.4514	0.3275	0.0820	0.0635	0.1853	0.1113	0.0779	0.0537
		100	0.1261	0.1178	0.1084	0.1056	0.3381	0.2423	0.2517	0.1992	0.0511	0.0421	0.1329	0.0851	0.0524	0.0450
		500	0.0629	0.0619	0.0480	0.0477	0.1177	0.1059	0.0980	0.0876	0.0225	0.0229	0.0504	0.0367	0.0217	0.0214
0.9	[-1; 3]	50	0.1073	0.0981	0.1081	0.0720	0.5034	0.3992	0.3123	0.2567	0.0630	0.0527	0.1853	0.1289	0.0773	0.0334
		100	0.0820	0.0757	0.0530	0.0515	0.3621	0.2337	0.2326	0.1637	0.0522	0.0419	0.1732	0.1033	0.0490	0.0323
		500	0.0340	0.0335	0.0223	0.0224	0.1221	0.0989	0.0746	0.0611	0.0194	0.0196	0.0743	0.0497	0.0171	0.0156
	[0; 2]	50	0.1758	0.1549	0.2068	0.1367	0.7370	0.5410	0.6321	0.4865	0.0800	0.0584	0.1786	0.1187	0.1084	0.0391
		100	0.1241	0.1153	0.0981	0.0944	0.5205	0.3457	0.4218	0.2875	0.0481	0.0430	0.1782	0.1118	0.0463	0.0316
		500	0.0533	0.0520	0.0407	0.0407	0.2139	0.1645	0.1713	0.1414	0.0206	0.0189	0.0947	0.0524	0.0185	0.0146

Tabela D.16: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PVI

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.2511	0.2511	0.1526	0.1526	0.0597	0.0597	0.0390	0.0390	0.0885	0.0885	0.0326	0.0326	0.0363	0.0363
		100	0.1771	0.1761	0.1170	0.1168	0.0404	0.0404	0.0267	0.0267	0.0677	0.0677	0.0219	0.0219	0.0335	0.0335
		500	0.0550	0.0550	0.0364	0.0364	0.0194	0.0194	0.0127	0.0127	0.0291	0.0291	0.0091	0.0091	0.0137	0.0137
	[0; 2]	50	0.4027	0.3948	0.3371	0.4674	0.0997	0.0965	0.3777	0.0838	0.0873	0.0872	0.0341	0.0323	0.0638	0.0315
		100	0.2289	0.2207	0.2345	0.2041	0.0661	0.0662	0.0574	0.0575	0.0695	0.0692	0.0203	0.0202	0.0287	0.0288
		500	0.0876	0.0876	0.0764	0.0764	0.0295	0.0295	0.0259	0.0259	0.0308	0.0308	0.0103	0.0103	0.0138	0.0138
0.2	[-1; 3]	50	0.1426	0.1426	0.1003	0.1003	0.0619	0.0619	0.0428	0.0428	0.0669	0.0669	0.0342	0.0342	0.0544	0.0544
		100	0.0951	0.0951	0.0644	0.0644	0.0450	0.0450	0.0286	0.0286	0.0458	0.0458	0.0240	0.0240	0.0432	0.0432
		500	0.0430	0.0430	0.0292	0.0292	0.0213	0.0213	0.0137	0.0137	0.0206	0.0206	0.0108	0.0108	0.0177	0.0177
	[0; 2]	50	0.2029	0.2029	0.1756	0.1756	0.0957	0.0957	0.0820	0.0820	0.0742	0.0742	0.0343	0.0343	0.0578	0.0578
		100	0.1510	0.1510	0.1260	0.1260	0.0691	0.0691	0.0620	0.0620	0.0474	0.0474	0.0248	0.0248	0.0406	0.0406
		500	0.0593	0.0593	0.0525	0.0525	0.0300	0.0300	0.0252	0.0252	0.0207	0.0207	0.0101	0.0101	0.0172	0.0172
0.3	[-1; 3]	50	0.1152	0.1152	0.0707	0.0707	0.0686	0.0686	0.0474	0.0474	0.0556	0.0556	0.0353	0.0353	0.0637	0.0637
		100	0.0696	0.0696	0.0458	0.0458	0.0448	0.0448	0.0286	0.0286	0.0371	0.0371	0.0238	0.0238	0.0454	0.0454
		500	0.0318	0.0318	0.0214	0.0214	0.0209	0.0209	0.0134	0.0134	0.0174	0.0174	0.0123	0.0123	0.0202	0.0202
	[0; 2]	50	0.1565	0.1565	0.1417	0.1417	0.1029	0.1029	0.0882	0.0882	0.0530	0.0530	0.0351	0.0351	0.0612	0.0612
		100	0.1111	0.1111	0.0934	0.0934	0.0699	0.0699	0.0650	0.0650	0.0378	0.0378	0.0264	0.0264	0.0474	0.0474
		500	0.0527	0.0527	0.0426	0.0426	0.0299	0.0299	0.0267	0.0267	0.0178	0.0178	0.0116	0.0116	0.0215	0.0215
0.4	[-1; 3]	50	0.0889	0.0889	0.0606	0.0606	0.0763	0.0763	0.0520	0.0520	0.0479	0.0479	0.0386	0.0386	0.0656	0.0656
		100	0.0590	0.0590	0.0398	0.0398	0.0514	0.0514	0.0321	0.0321	0.0332	0.0332	0.0257	0.0257	0.0489	0.0489
		500	0.0259	0.0259	0.0168	0.0168	0.0232	0.0232	0.0165	0.0165	0.0150	0.0150	0.0121	0.0121	0.0221	0.0221
	[0; 2]	50	0.1445	0.1445	0.1277	0.1277	0.1154	0.1154	0.0985	0.0985	0.0463	0.0463	0.0398	0.0398	0.0715	0.0715
		100	0.0931	0.0931	0.0797	0.0797	0.0800	0.0800	0.0650	0.0650	0.0339	0.0339	0.0259	0.0259	0.0509	0.0509
		500	0.0435	0.0435	0.0374	0.0374	0.0349	0.0349	0.0305	0.0305	0.0155	0.0155	0.0134	0.0134	0.0202	0.0202
0.5	[-1; 3]	50	0.0787	0.0787	0.0533	0.0533	0.0870	0.0870	0.0572	0.0572	0.0391	0.0391	0.0456	0.0456	0.0699	0.0699
		100	0.0537	0.0537	0.0372	0.0372	0.0563	0.0563	0.0368	0.0368	0.0301	0.0301	0.0288	0.0288	0.0502	0.0502
		500	0.0253	0.0253	0.0162	0.0162	0.0238	0.0238	0.0164	0.0164	0.0137	0.0137	0.0139	0.0139	0.0221	0.0221
	[0; 2]	50	0.1170	0.1170	0.1023	0.1023	0.1260	0.1260	0.1048	0.1048	0.0450	0.0450	0.0395	0.0395	0.0666	0.0666
		100	0.0904	0.0904	0.0806	0.0806	0.0917	0.0917	0.0833	0.0833	0.0308	0.0308	0.0283	0.0283	0.0466	0.0466
		500	0.0384	0.0384	0.0328	0.0328	0.0355	0.0355	0.0300	0.0300	0.0136	0.0136	0.0153	0.0153	0.0241	0.0241
0.6	[-1; 3]	50	0.0706	0.0706	0.0484	0.0484	0.1024	0.1024	0.0720	0.0720	0.0400	0.0400	0.0482	0.0482	0.0698	0.0698
		100	0.0530	0.0530	0.0376	0.0376	0.0663	0.0663	0.0406	0.0406	0.0274	0.0274	0.0331	0.0331	0.0506	0.0506
		500	0.0232	0.0232	0.0155	0.0155	0.0291	0.0291	0.0178	0.0178	0.0120	0.0120	0.0145	0.0145	0.0222	0.0222
	[0; 2]	50	0.1210	0.1210	0.0968	0.0968	0.1380	0.1380	0.1230	0.1230	0.0385	0.0385	0.0444	0.0444	0.0731	0.0731
		100	0.0811	0.0811	0.0685	0.0685	0.1046	0.1046	0.0893	0.0893	0.0270	0.0270	0.0317	0.0317	0.0523	0.0523
		500	0.0346	0.0346	0.0309	0.0309	0.0413	0.0413	0.0363	0.0363	0.0119	0.0119	0.0160	0.0160	0.0224	0.0224
0.7	[-1; 3]	50	0.0670	0.0670	0.0459	0.0459	0.1082	0.1082	0.0758	0.0758	0.0332	0.0332	0.0598	0.0598	0.0702	0.0702
		100	0.0494	0.0494	0.0311	0.0311	0.0741	0.0741	0.0474	0.0474	0.0274	0.0274	0.0362	0.0362	0.0426	0.0426
		500	0.0201	0.0201	0.0124	0.0124	0.0313	0.0313	0.0218	0.0218	0.0106	0.0106	0.0166	0.0166	0.0206	0.0206
	[0; 2]	50	0.1031	0.1031	0.0893	0.0893	0.1661	0.1661	0.1445	0.1445	0.0333	0.0333	0.0608	0.0608	0.0620	0.0620
		100	0.0684	0.0687	0.0587	0.0589	0.1121	0.1078	0.0975	0.0940	0.0273	0.0271	0.0372	0.0362	0.0443	0.0444
		500	0.0343	0.0343	0.0287	0.0287	0.0474	0.0474	0.0398	0.0398	0.0115	0.0115	0.0182	0.0182	0.0205	0.0205
0.8	[-1; 3]	50	0.0647	0.0647	0.0420	0.0420	0.1914	0.1914	0.1262	0.1262	0.0326	0.0326	0.0729	0.0729	0.0575	0.0575
		100	0.0442	0.0442	0.0282	0.0282	0.0975	0.0975	0.0646	0.0646	0.0208	0.0208	0.0481	0.0481	0.0389	0.0389
		500	0.0225	0.0225	0.0139	0.0139	0.0420	0.0420	0.0257	0.0257	0.0105	0.0105	0.0198	0.0198	0.0168	0.0168
	[0; 2]	50	0.0917	0.0917	0.0784	0.0784	0.2442	0.2442	0.2316	0.2316	0.0335	0.0335	0.0681	0.0681	0.0527	0.0527
		100	0.0651	0.0651	0.0608	0.0608	0.1582	0.1582	0.1335	0.1335	0.0233	0.0233	0.0460	0.0460	0.0371	0.0371
		500	0.0310	0.0310	0.0271	0.0271	0.0625	0.0625	0.0535	0.0535	0.0102	0.0102	0.0203	0.0203	0.0185	0.0185
0.9	[-1; 3]	50	0.0622	0.0622	0.0382	0.0382	0.2357	0.2356	0.1612	0.1612	0.0323	0.0323	0.0897	0.0897	0.0334	0.0334
		100	0.0417	0.0417	0.0262	0.0262	0.1499	0.1499	0.1005	0.1005	0.0226	0.0226	0.0708	0.0708	0.0312	0.0312
		500	0.0193	0.0193	0.0116	0.0116	0.0573	0.0573	0.0412	0.0412	0.0099	0.0099	0.0296	0.0296	0.0136	0.0136
	[0; 2]	50	0.1019	0.1019	0.0856	0.0854	0.4105	0.3963	0.4272	0.4002	0.0352	0.0352	0.0890	0.0890	0.0323	0.0324
		100	0.0644	0.0644	0.0513	0.0513	0.2420	0.2420	0.2087	0.2087	0.0224	0.0224	0.0704	0.0704	0.0290	0.0290
		500	0.0282	0.0282	0.0251	0.0251	0.0997	0.0997	0.0847	0.0847	0.0106	0.0106	0.0293	0.0293	0.0126	0.0126

Tabela D.17: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PVII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.4957	0.4352	0.3028	0.2705	0.1002	0.1097	0.1195	0.1374	0.1589	0.1376	0.0521	0.0522	0.0618	0.0643
		100	0.2324	0.2107	0.1641	0.1506	0.0725	0.0718	0.0467	0.0463	0.1353	0.1151	0.0372	0.0364	0.0292	0.0282
		500	0.0954	0.0914	0.0614	0.0602	0.0302	0.0301	0.0193	0.0192	0.0536	0.0476	0.0174	0.0172	0.0127	0.0127
	[0; 2]	50	0.7995	0.6856	0.6281	0.5162	0.1673	0.1633	0.1997	0.1427	0.1592	0.1440	0.0535	0.0540	0.0671	0.0386
		100	0.4166	0.3871	0.3799	0.3528	0.1024	0.1016	0.0896	0.0889	0.1258	0.1114	0.0369	0.0367	0.0317	0.0317
		500	0.1477	0.1428	0.1287	0.1262	0.0485	0.0484	0.0414	0.0413	0.0620	0.0562	0.0175	0.0172	0.0128	0.0128
0.2	[-1; 3]	50	0.2722	0.2478	0.1980	0.1756	0.1101	0.1066	0.0708	0.0701	0.1304	0.1113	0.0605	0.0564	0.0546	0.0545
		100	0.1893	0.1700	0.1125	0.1073	0.0736	0.0741	0.0500	0.0502	0.0927	0.0773	0.0416	0.0402	0.0399	0.0401
		500	0.0638	0.0635	0.0430	0.0424	0.0347	0.0347	0.0223	0.0223	0.0325	0.0299	0.0178	0.0176	0.0181	0.0182
	[0; 2]	50	0.4760	0.4026	0.3610	0.3185	0.1691	0.1690	0.2218	0.1415	0.1244	0.1127	0.0580	0.0545	0.0696	0.0540
		100	0.2512	0.2482	0.2325	0.2303	0.1163	0.1150	0.1026	0.1017	0.0996	0.0876	0.0407	0.0403	0.0407	0.0406
		500	0.1073	0.1059	0.0836	0.0826	0.0477	0.0476	0.0429	0.0429	0.0334	0.0316	0.0200	0.0196	0.0172	0.0172
0.3	[-1; 3]	50	0.1836	0.1724	0.1112	0.1044	0.1173	0.1157	0.0810	0.0788	0.1024	0.0935	0.0683	0.0670	0.0683	0.0685
		100	0.1375	0.1354	0.0871	0.0857	0.0764	0.0761	0.0523	0.0523	0.0751	0.0679	0.0429	0.0416	0.0463	0.0461
		500	0.0514	0.0513	0.0362	0.0360	0.0338	0.0337	0.0233	0.0232	0.0319	0.0300	0.0198	0.0193	0.0197	0.0197
	[0; 2]	50	0.2898	0.2839	0.2582	0.2478	0.1638	0.1622	0.1396	0.1371	0.0993	0.0909	0.0597	0.0571	0.0646	0.0646
		100	0.2023	0.1969	0.1783	0.1731	0.1215	0.1218	0.1102	0.1102	0.0743	0.0681	0.0459	0.0454	0.0483	0.0481
		500	0.0807	0.0799	0.0673	0.0670	0.0590	0.0588	0.0475	0.0475	0.0298	0.0279	0.0205	0.0201	0.0235	0.0234
0.4	[-1; 3]	50	0.1732	0.1701	0.1106	0.1079	0.1263	0.1254	0.0851	0.0838	0.0835	0.0769	0.0728	0.0678	0.0722	0.0724
		100	0.1210	0.1177	0.0774	0.0762	0.0904	0.0891	0.0564	0.0559	0.0591	0.0559	0.0517	0.0500	0.0494	0.0492
		500	0.0502	0.0499	0.0341	0.0338	0.0366	0.0363	0.0250	0.0250	0.0281	0.0268	0.0229	0.0224	0.0232	0.0232
	[0; 2]	50	0.2347	0.2273	0.2110	0.2054	0.1972	0.1954	0.1798	0.1775	0.0851	0.0794	0.0778	0.0749	0.0644	0.0652
		100	0.1791	0.1778	0.1478	0.1458	0.1488	0.1479	0.1176	0.1172	0.0595	0.0553	0.0440	0.0418	0.0487	0.0487
		500	0.0688	0.0682	0.0593	0.0592	0.0558	0.0553	0.0499	0.0495	0.0260	0.0248	0.0212	0.0209	0.0217	0.0218
0.5	[-1; 3]	50	0.1330	0.1301	0.0900	0.0888	0.1437	0.1420	0.0893	0.0884	0.0772	0.0734	0.0783	0.0744	0.0678	0.0677
		100	0.0950	0.0910	0.0612	0.0603	0.0959	0.0952	0.0605	0.0603	0.0609	0.0581	0.0507	0.0487	0.0516	0.0513
		500	0.0430	0.0425	0.0299	0.0295	0.0368	0.0365	0.0267	0.0265	0.0257	0.0249	0.0249	0.0243	0.0216	0.0215
	[0; 2]	50	0.2220	0.2168	0.1883	0.1845	0.2081	0.2039	0.1849	0.1824	0.0782	0.0738	0.0796	0.0773	0.0723	0.0724
		100	0.1458	0.1450	0.1273	0.1260	0.1364	0.1351	0.1190	0.1175	0.0531	0.0519	0.0504	0.0491	0.0506	0.0505
		500	0.0658	0.0652	0.0548	0.0545	0.0702	0.0698	0.0597	0.0594	0.0238	0.0233	0.0243	0.0232	0.0204	0.0205
0.6	[-1; 3]	50	0.1147	0.1121	0.0810	0.0794	0.1623	0.1595	0.1092	0.1069	0.0605	0.0573	0.0921	0.0864	0.0756	0.0758
		100	0.0855	0.0847	0.0548	0.0538	0.1081	0.1070	0.0677	0.0664	0.0479	0.0466	0.0615	0.0574	0.0500	0.0500
		500	0.0365	0.0364	0.0222	0.0222	0.0505	0.0503	0.0312	0.0311	0.0225	0.0219	0.0266	0.0254	0.0222	0.0221
	[0; 2]	50	0.1977	0.1929	0.1829	0.1785	0.2512	0.2461	0.2187	0.2124	0.0683	0.0659	0.0869	0.0776	0.0705	0.0696
		100	0.1422	0.1401	0.1225	0.1212	0.1626	0.1603	0.1509	0.1476	0.0489	0.0473	0.0620	0.0586	0.0518	0.0517
		500	0.0581	0.0578	0.0518	0.0515	0.0718	0.0710	0.0639	0.0634	0.0226	0.0219	0.0286	0.0277	0.0209	0.0209
0.7	[-1; 3]	50	0.1198	0.1199	0.0784	0.0783	0.2056	0.1937	0.1241	0.1198	0.0647	0.0627	0.0980	0.0905	0.0648	0.0646
		100	0.0845	0.0841	0.0538	0.0538	0.1399	0.1372	0.0906	0.0894	0.0440	0.0431	0.0730	0.0687	0.0445	0.0442
		500	0.0370	0.0369	0.0251	0.0250	0.0539	0.0532	0.0356	0.0352	0.0202	0.0197	0.0300	0.0284	0.0188	0.0188
	[0; 2]	50	0.1884	0.1884	0.1585	0.1586	0.3518	0.3421	0.3370	0.2914	0.0600	0.0575	0.0968	0.0919	0.0642	0.0648
		100	0.1263	0.1254	0.1039	0.1029	0.1928	0.1845	0.1761	0.1692	0.0430	0.0412	0.0799	0.0692	0.0432	0.0435
		500	0.0540	0.0537	0.0479	0.0477	0.0896	0.0885	0.0775	0.0762	0.0212	0.0207	0.0309	0.0293	0.0207	0.0205
0.8	[-1; 3]	50	0.1121	0.1110	0.0715	0.0714	0.3025	0.2716	0.2009	0.1849	0.0572	0.0540	0.1352	0.1250	0.0564	0.0558
		100	0.0753	0.0746	0.0512	0.0510	0.1651	0.1523	0.1001	0.0958	0.0420	0.0409	0.0867	0.0801	0.0389	0.0390
		500	0.0324	0.0321	0.0234	0.0232	0.0703	0.0690	0.0446	0.0435	0.0178	0.0174	0.0356	0.0328	0.0178	0.0176
	[0; 2]	50	0.1713	0.1692	0.1538	0.1508	0.4037	0.3854	0.3676	0.3278	0.0563	0.0548	0.1256	0.1108	0.0573	0.0571
		100	0.1117	0.1109	0.0946	0.0939	0.2447	0.2418	0.2002	0.1978	0.0397	0.0392	0.0815	0.0741	0.0393	0.0391
		500	0.0526	0.0524	0.0458	0.0457	0.0992	0.0985	0.0890	0.0882	0.0172	0.0168	0.0378	0.0355	0.0182	0.0182
0.9	[-1; 3]	50	0.1039	0.1028	0.0732	0.0730	0.4982	0.3975	0.3333	0.2595	0.0510	0.0499	0.1873	0.1583	0.0385	0.0371
		100	0.0702	0.0702	0.0469	0.0468	0.3012	0.2345	0.1977	0.1527	0.0390	0.0383	0.1460	0.1263	0.0291	0.0288
		500	0.0324	0.0323	0.0206	0.0206	0.0998	0.0977	0.0569	0.0563	0.0165	0.0164	0.0604	0.0543	0.0134	0.0134
	[0; 2]	50	0.1527	0.1540	0.1371	0.1363	0.5488	0.5165	0.5566	0.5416	0.0534	0.0540	0.1834	0.1448	0.0405	0.0364
		100	0.1067	0.1071	0.0962	0.0966	0.4315	0.3718	0.3646	0.3315	0.0370	0.0363	0.1444	0.1279	0.0297	0.0299
		500	0.0467	0.0467	0.0416	0.0415	0.1447	0.1401	0.1255	0.1225	0.0168	0.0167	0.0516	0.0457	0.0142	0.0141

Tabela D.18: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PVIII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.5429	0.3578	0.3062	0.2392	0.1851	0.1530	0.1416	0.1039	0.2204	0.1434	0.1110	0.0918	0.0786	0.0336
		100	0.3294	0.2497	0.2207	0.1648	0.1138	0.1104	0.0751	0.0736	0.1684	0.1179	0.0711	0.0615	0.0361	0.0296
		500	0.1151	0.1035	0.0704	0.0652	0.0490	0.0489	0.0345	0.0343	0.0704	0.0544	0.0325	0.0306	0.0146	0.0140
	[0; 2]	50	0.7118	0.5961	0.5869	0.4914	0.2756	0.2804	0.2710	0.2882	0.2173	0.1433	0.1145	0.0942	0.0827	0.0641
		100	0.4310	0.3572	0.3836	0.3350	0.1719	0.1621	0.1426	0.1374	0.1767	0.1121	0.0712	0.0680	0.0394	0.0320
		500	0.1717	0.1550	0.1426	0.1342	0.0731	0.0729	0.0637	0.0630	0.0755	0.0569	0.0311	0.0297	0.0159	0.0154
0.2	[-1; 3]	50	0.4019	0.2522	0.2169	0.1659	0.1948	0.1684	0.1257	0.1128	0.2047	0.1273	0.1178	0.0921	0.0785	0.0596
		100	0.1799	0.1459	0.1104	0.1013	0.1386	0.1286	0.0886	0.0843	0.1208	0.0868	0.0840	0.0702	0.0461	0.0442
		500	0.0697	0.0659	0.0446	0.0431	0.0589	0.0570	0.0379	0.0369	0.0401	0.0340	0.0328	0.0303	0.0182	0.0184
	[0; 2]	50	0.4735	0.3695	0.3709	0.3007	0.3012	0.2720	0.2505	0.2382	0.1645	0.1139	0.1140	0.0951	0.0697	0.0601
		100	0.2992	0.2642	0.2642	0.2258	0.2039	0.1980	0.1804	0.1718	0.1261	0.0871	0.0848	0.0723	0.0410	0.0386
		500	0.1233	0.1171	0.0982	0.0961	0.0904	0.0887	0.0784	0.0770	0.0450	0.0400	0.0323	0.0306	0.0188	0.0188
0.3	[-1; 3]	50	0.2578	0.1941	0.1521	0.1263	0.2088	0.1937	0.1208	0.1147	0.1382	0.0996	0.1208	0.1034	0.0678	0.0656
		100	0.1424	0.1338	0.0924	0.0863	0.1393	0.1307	0.0914	0.0885	0.0808	0.0675	0.0832	0.0669	0.0474	0.0472
		500	0.0609	0.0586	0.0382	0.0372	0.0571	0.0562	0.0392	0.0386	0.0350	0.0322	0.0355	0.0329	0.0242	0.0242
	[0; 2]	50	0.3446	0.2955	0.3216	0.2658	0.3362	0.3077	0.2952	0.2724	0.1242	0.0940	0.1191	0.0999	0.0708	0.0675
		100	0.2075	0.1940	0.1725	0.1608	0.1906	0.1848	0.1693	0.1627	0.0803	0.0681	0.0805	0.0678	0.0451	0.0443
		500	0.0930	0.0906	0.0780	0.0749	0.0839	0.0816	0.0758	0.0736	0.0373	0.0325	0.0337	0.0307	0.0222	0.0226
0.4	[-1; 3]	50	0.2145	0.1726	0.1186	0.1097	0.2403	0.2090	0.1451	0.1268	0.1235	0.0877	0.1367	0.1069	0.0730	0.0706
		100	0.1277	0.1260	0.0799	0.0776	0.1515	0.1435	0.0964	0.0905	0.0636	0.0558	0.0859	0.0777	0.0550	0.0545
		500	0.0533	0.0525	0.0329	0.0326	0.0711	0.0685	0.0448	0.0435	0.0302	0.0270	0.0383	0.0335	0.0217	0.0219
	[0; 2]	50	0.3224	0.2639	0.2514	0.2209	0.3486	0.3169	0.2871	0.2683	0.1201	0.0977	0.1422	0.1107	0.0767	0.0745
		100	0.1906	0.1863	0.1754	0.1708	0.2181	0.2090	0.1854	0.1810	0.0683	0.0574	0.0807	0.0684	0.0499	0.0489
		500	0.0742	0.0724	0.0653	0.0644	0.1000	0.0955	0.0886	0.0856	0.0307	0.0276	0.0372	0.0321	0.0223	0.0228
0.5	[-1; 3]	50	0.1665	0.1444	0.1058	0.0941	0.2340	0.2103	0.1628	0.1425	0.1042	0.0783	0.1508	0.1155	0.0791	0.0760
		100	0.1093	0.1022	0.0716	0.0708	0.1712	0.1603	0.1129	0.1070	0.0610	0.0530	0.0975	0.0793	0.0492	0.0469
		500	0.0441	0.0435	0.0299	0.0295	0.0711	0.0669	0.0460	0.0440	0.0250	0.0230	0.0384	0.0325	0.0216	0.0217
	[0; 2]	50	0.2230	0.2037	0.1927	0.1842	0.3771	0.3080	0.3150	0.2750	0.0888	0.0747	0.1686	0.1202	0.0785	0.0716
		100	0.1617	0.1569	0.1470	0.1398	0.2581	0.2387	0.2204	0.2090	0.0641	0.0556	0.0976	0.0798	0.0480	0.0476
		500	0.0668	0.0673	0.0583	0.0586	0.1096	0.1047	0.0918	0.0887	0.0291	0.0273	0.0417	0.0355	0.0234	0.0234
0.6	[-1; 3]	50	0.1315	0.1309	0.0903	0.0870	0.2671	0.2436	0.1800	0.1532	0.0704	0.0657	0.1732	0.1362	0.0706	0.0678
		100	0.0987	0.0948	0.0628	0.0615	0.1969	0.1656	0.1190	0.1060	0.0528	0.0478	0.1192	0.0926	0.0528	0.0510
		500	0.0424	0.0423	0.0287	0.0287	0.0772	0.0724	0.0560	0.0528	0.0255	0.0240	0.0501	0.0418	0.0241	0.0242
	[0; 2]	50	0.2090	0.1927	0.1704	0.1611	0.4367	0.3819	0.3577	0.3220	0.0814	0.0646	0.1768	0.1271	0.0802	0.0784
		100	0.1440	0.1389	0.1169	0.1135	0.3057	0.2805	0.2582	0.2415	0.0588	0.0564	0.1130	0.0916	0.0487	0.0482
		500	0.0589	0.0592	0.0495	0.0497	0.1192	0.1147	0.1002	0.0954	0.0234	0.0224	0.0459	0.0379	0.0238	0.0237
0.7	[-1; 3]	50	0.1245	0.1187	0.0824	0.0795	0.3577	0.3019	0.2416	0.2042	0.0761	0.0661	0.1815	0.1364	0.0726	0.0695
		100	0.0891	0.0840	0.0599	0.0586	0.2703	0.2111	0.1611	0.1389	0.0523	0.0487	0.1516	0.1135	0.0467	0.0458
		500	0.0364	0.0360	0.0250	0.0248	0.0979	0.0881	0.0566	0.0529	0.0200	0.0193	0.0578	0.0468	0.0201	0.0204
	[0; 2]	50	0.1803	0.1756	0.1622	0.1594	0.5879	0.4613	0.4834	0.3953	0.0699	0.0617	0.2048	0.1490	0.0716	0.0652
		100	0.1235	0.1200	0.1101	0.1088	0.3198	0.2865	0.2793	0.2571	0.0500	0.0459	0.1237	0.0952	0.0516	0.0505
		500	0.0508	0.0510	0.0456	0.0456	0.1457	0.1384	0.1235	0.1183	0.0217	0.0211	0.0551	0.0425	0.0213	0.0214
0.8	[-1; 3]	50	0.1249	0.1178	0.0758	0.0748	0.4294	0.3223	0.2642	0.2239	0.0678	0.0612	0.2327	0.1735	0.0634	0.0579
		100	0.0842	0.0808	0.0557	0.0542	0.3199	0.2487	0.1963	0.1642	0.0454	0.0415	0.1866	0.1355	0.0456	0.0435
		500	0.0359	0.0362	0.0201	0.0201	0.1266	0.1119	0.0754	0.0685	0.0180	0.0179	0.0724	0.0533	0.0188	0.0187
	[0; 2]	50	0.1858	0.1767	0.1618	0.1572	0.7293	0.5784	0.6383	0.5093	0.0644	0.0596	0.2469	0.1917	0.0607	0.0551
		100	0.1059	0.1044	0.0978	0.0960	0.5656	0.4150	0.4448	0.3496	0.0497	0.0458	0.2033	0.1352	0.0452	0.0411
		500	0.0522	0.0525	0.0425	0.0425	0.1769	0.1629	0.1518	0.1431	0.0192	0.0190	0.0712	0.0552	0.0181	0.0177
0.9	[-1; 3]	50	0.1073	0.1032	0.0719	0.0705	0.7408	0.6200	0.5956	0.6196	0.0609	0.0569	0.2893	0.2355	0.0476	0.0355
		100	0.0778	0.0772	0.0488	0.0477	0.5422	0.3519	0.3513	0.2541	0.0409	0.0384	0.2378	0.1767	0.0334	0.0295
		500	0.0306	0.0311	0.0209	0.0210	0.1787	0.1558	0.1158	0.1046	0.0180	0.0178	0.1043	0.0761	0.0138	0.0135
	[0; 2]	50	0.2039	0.1475	0.2961	0.1253	1.1360	0.9737	0.9724	0.8977	0.0620	0.0505	0.2865	0.2199	0.0760	0.0361
		100	0.1106	0.1068	0.2011	0.1967	0.7728	0.5901	0.6175	0.4900	0.0424	0.0411	0.2529	0.1803	0.0686	0.0678
		500	0.0456	0.0456	0.0375	0.0378	0.2563	0.2228	0.2237	0.1984	0.0161	0.0163	0.1098	0.0753	0.0140	0.0134

Tabela D.19: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PIX

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.6770	0.4022	0.3285	0.2350	0.2544	0.2232	0.1892	0.1493	0.2693	0.1458	0.1695	0.1162	0.1037	0.0408
		100	0.3887	0.2508	0.2517	0.1720	0.1561	0.1429	0.0906	0.0875	0.2032	0.1223	0.1100	0.0816	0.0549	0.0353
		500	0.1539	0.1223	0.0815	0.0745	0.0685	0.0686	0.0397	0.0400	0.0916	0.0641	0.0413	0.0431	0.0194	0.0184
	[0; 2]	50	0.7244	0.5116	0.6153	0.4961	0.3599	0.3355	0.3247	0.2881	0.2233	0.1421	0.1386	0.1083	0.0870	0.0382
		100	0.5524	0.4004	0.5022	0.3679	0.2336	0.2224	0.1994	0.1929	0.1932	0.1257	0.0988	0.0863	0.0464	0.0347
		500	0.2044	0.1753	0.1727	0.1533	0.0952	0.0944	0.0895	0.0879	0.0848	0.0570	0.0439	0.0414	0.0186	0.0175
0.2	[-1; 3]	50	0.3968	0.2555	0.2137	0.1615	0.2880	0.2518	0.1590	0.1472	0.2010	0.1203	0.1576	0.1179	0.0810	0.0633
		100	0.2564	0.1942	0.1387	0.1176	0.1826	0.1598	0.1028	0.0963	0.1399	0.0911	0.1124	0.0858	0.0511	0.0441
		500	0.0899	0.0854	0.0490	0.0480	0.0812	0.0783	0.0477	0.0462	0.0471	0.0389	0.0463	0.0407	0.0205	0.0206
	[0; 2]	50	0.5365	0.3911	0.5011	0.3470	0.3718	0.3294	0.3245	0.2899	0.1776	0.1277	0.1502	0.1112	0.0699	0.0618
		100	0.3563	0.2907	0.2757	0.2356	0.2592	0.2327	0.2135	0.1952	0.1309	0.0882	0.1038	0.0793	0.0526	0.0449
		500	0.1231	0.1150	0.1010	0.0970	0.1069	0.1036	0.0971	0.0948	0.0456	0.0359	0.0443	0.0380	0.0206	0.0211
0.3	[-1; 3]	50	0.2655	0.2082	0.1602	0.1459	0.2912	0.2376	0.1739	0.1580	0.1516	0.0997	0.1735	0.1189	0.0779	0.0648
		100	0.1525	0.1401	0.0965	0.0937	0.1829	0.1579	0.1084	0.1017	0.0953	0.0749	0.1125	0.0895	0.0613	0.0550
		500	0.0619	0.0578	0.0427	0.0420	0.0836	0.0763	0.0484	0.0462	0.0386	0.0346	0.0515	0.0415	0.0233	0.0230
	[0; 2]	50	0.3820	0.3069	0.3130	0.2709	0.4138	0.3464	0.3347	0.2902	0.1530	0.1106	0.1728	0.1258	0.0837	0.0725
		100	0.2463	0.2299	0.1839	0.1787	0.2808	0.2620	0.2404	0.2223	0.1020	0.0734	0.1309	0.0993	0.0544	0.0504
		500	0.0962	0.0917	0.0808	0.0785	0.1164	0.1097	0.1038	0.0975	0.0382	0.0339	0.0467	0.0396	0.0219	0.0218
0.4	[-1; 3]	50	0.1940	0.1735	0.1316	0.1184	0.3004	0.2489	0.1844	0.1668	0.1204	0.0891	0.1967	0.1355	0.0830	0.0740
		100	0.1363	0.1285	0.0775	0.0720	0.2104	0.1732	0.1277	0.1148	0.0856	0.0694	0.1453	0.1052	0.0591	0.0544
		500	0.0576	0.0547	0.0357	0.0352	0.0998	0.0889	0.0553	0.0516	0.0330	0.0299	0.0553	0.0431	0.0245	0.0240
	[0; 2]	50	0.2855	0.2610	0.2435	0.2219	0.4416	0.3764	0.3632	0.3231	0.1166	0.0936	0.1797	0.1411	0.0869	0.0771
		100	0.1995	0.1845	0.1718	0.1650	0.3009	0.2647	0.2552	0.2338	0.0753	0.0602	0.1219	0.0877	0.0586	0.0541
		500	0.0789	0.0785	0.0673	0.0673	0.1347	0.1216	0.1068	0.0989	0.0296	0.0272	0.0531	0.0406	0.0241	0.0236
0.5	[-1; 3]	50	0.1629	0.1469	0.1035	0.0949	0.3453	0.2767	0.2080	0.1683	0.0907	0.0737	0.1860	0.1264	0.0836	0.0769
		100	0.1177	0.1062	0.0746	0.0716	0.2237	0.1856	0.1460	0.1317	0.0737	0.0608	0.1516	0.1089	0.0606	0.0550
		500	0.0465	0.0469	0.0291	0.0284	0.1143	0.0964	0.0594	0.0539	0.0288	0.0281	0.0638	0.0460	0.0234	0.0227
	[0; 2]	50	0.2300	0.2201	0.1969	0.1870	0.4923	0.4123	0.3921	0.3322	0.0985	0.0798	0.2014	0.1418	0.0800	0.0726
		100	0.1850	0.1779	0.1525	0.1493	0.3255	0.2831	0.2722	0.2454	0.0658	0.0586	0.1355	0.0980	0.0541	0.0500
		500	0.0700	0.0705	0.0539	0.0547	0.1392	0.1253	0.1165	0.1025	0.0263	0.0246	0.0616	0.0468	0.0263	0.0250
0.6	[-1; 3]	50	0.1406	0.1362	0.0968	0.0909	0.3782	0.2990	0.2359	0.1890	0.0902	0.0753	0.2064	0.1447	0.0787	0.0739
		100	0.1208	0.1157	0.0693	0.0682	0.2767	0.2361	0.1780	0.1602	0.0577	0.0527	0.1702	0.1128	0.0538	0.0503
		500	0.0441	0.0441	0.0291	0.0289	0.1082	0.0901	0.0732	0.0644	0.0237	0.0234	0.0696	0.0513	0.0229	0.0216
	[0; 2]	50	0.2308	0.2109	0.1926	0.1732	0.5745	0.4540	0.4966	0.3985	0.0933	0.0717	0.2482	0.1618	0.0866	0.0739
		100	0.1334	0.1299	0.1193	0.1168	0.3805	0.3293	0.3197	0.2825	0.0604	0.0538	0.1512	0.1063	0.0514	0.0483
		500	0.0638	0.0643	0.0581	0.0579	0.1648	0.1478	0.1389	0.1257	0.0256	0.0248	0.0648	0.0463	0.0244	0.0235
0.7	[-1; 3]	50	0.1324	0.1269	0.0883	0.0853	0.4543	0.3389	0.3131	0.2379	0.0748	0.0657	0.2540	0.1798	0.0761	0.0671
		100	0.0905	0.0852	0.0604	0.0589	0.3570	0.2518	0.2181	0.1861	0.0535	0.0486	0.1874	0.1210	0.0523	0.0486
		500	0.0407	0.0412	0.0250	0.0253	0.1330	0.1145	0.0781	0.0683	0.0233	0.0227	0.0786	0.0554	0.0245	0.0241
	[0; 2]	50	0.1942	0.1870	0.1769	0.1725	0.7836	0.5744	0.6504	0.4875	0.0760	0.0670	0.2448	0.1766	0.0774	0.0721
		100	0.1334	0.1301	0.1139	0.1112	0.5043	0.4018	0.4255	0.3507	0.0503	0.0456	0.2024	0.1258	0.0517	0.0471
		500	0.0554	0.0546	0.0473	0.0471	0.1868	0.1597	0.1673	0.1455	0.0243	0.0243	0.0832	0.0563	0.0221	0.0213
0.8	[-1; 3]	50	0.1064	0.1011	0.1107	0.0695	0.6643	0.4760	0.4267	0.3291	0.0655	0.0605	0.2992	0.2166	0.0744	0.0510
		100	0.0755	0.0745	0.0509	0.0498	0.4373	0.3091	0.2662	0.2097	0.0473	0.0468	0.2283	0.1481	0.0502	0.0442
		500	0.0348	0.0348	0.0220	0.0220	0.1643	0.1332	0.1046	0.0889	0.0211	0.0201	0.1019	0.0658	0.0209	0.0195
	[0; 2]	50	0.1870	0.1713	0.2768	0.1601	0.9302	0.7257	0.7662	0.6314	0.0765	0.0550	0.2811	0.1937	0.0830	0.0604
		100	0.1213	0.1184	0.1080	0.1069	0.6632	0.4857	0.5096	0.4128	0.0451	0.0411	0.2440	0.1490	0.0478	0.0399
		500	0.0504	0.0500	0.0442	0.0441	0.2629	0.2008	0.2165	0.1733	0.0204	0.0205	0.1038	0.0644	0.0198	0.0188
0.9	[-1; 3]	50	0.1205	0.1147	0.0697	0.0662	0.8602	0.6735	0.5651	0.4860	0.0660	0.0589	0.3358	0.2722	0.0506	0.0376
		100	0.0747	0.0731	0.0464	0.0456	0.6462	0.4849	0.4629	0.3656	0.0442	0.0404	0.2938	0.2146	0.0376	0.0297
		500	0.0335	0.0331	0.0212	0.0213	0.2760	0.1978	0.1623	0.1233	0.0170	0.0161	0.1548	0.0864	0.0164	0.0137
	[0; 2]	50	0.2020	0.1854	0.4496	0.2673	1.4323	1.2801	1.1539	1.0763	0.0970	0.0603	0.3126	0.2595	0.1299	0.0850
		100	0.1184	0.1026	0.3002	0.0876	0.9999	0.7268	0.8716	0.6616	0.1004	0.0425	0.3100	0.2214	0.1015	0.0292
		500	0.0522	0.0523	0.0442	0.0443	0.3861	0.2899	0.2961	0.2424	0.0179	0.0173	0.1584	0.0928	0.0153	0.0140

Tabela D.20: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PX

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0037	0.0037	0.0028	0.0021	0.0004	0.0004	0.0001	0.0001	0.0016	0.0016	0.0001	0.0001	0.0018	0.0018
		100	0.0028	0.0028	0.0009	0.0009	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0007	0.0007	0.0001	0.0001	0.0008	0.0008
		500	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0002	0.0002
	[0; 2]	50	0.0189	0.0163	0.0126	0.0113	0.0012	0.0012	0.0048	0.0047	0.0017	0.0017	0.0001	0.0001	0.0045	0.0046
		100	0.0050	0.0050	0.0040	0.0040	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0008	0.0008	0.0001	0.0001	0.0010	0.0010
		500	0.0008	0.0008	0.0006	0.0006	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0002	0.0002
0.2	[-1; 3]	50	0.0030	0.0030	0.0014	0.0014	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0007	0.0007	0.0001	0.0001	0.0030	0.0030
		100	0.0009	0.0009	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0017	0.0017
		500	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0003	0.0003
	[0; 2]	50	0.0062	0.0062	0.0041	0.0041	0.0012	0.0012	0.0009	0.0009	0.0007	0.0007	0.0001	0.0001	0.0032	0.0032
		100	0.0022	0.0022	0.0018	0.0018	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0017	0.0017
		500	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0003	0.0003
0.3	[-1; 3]	50	0.0013	0.0013	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0002	0.0002	0.0004	0.0004	0.0001	0.0001	0.0045	0.0045
		100	0.0006	0.0006	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0023	0.0023
		500	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0039	0.0039	0.0028	0.0028	0.0014	0.0014	0.0011	0.0011	0.0004	0.0004	0.0001	0.0001	0.0040	0.0040
		100	0.0015	0.0015	0.0010	0.0010	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0023	0.0023
		500	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0005	0.0005
0.4	[-1; 3]	50	0.0011	0.0011	0.0005	0.0005	0.0006	0.0006	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0044	0.0044
		100	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0020	0.0020
		500	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.0022	0.0022	0.0018	0.0018	0.0013	0.0013	0.0010	0.0010	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0048	0.0048
		100	0.0009	0.0009	0.0007	0.0007	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0022	0.0022
		500	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0005	0.0005
0.5	[-1; 3]	50	0.0007	0.0007	0.0003	0.0003	0.0010	0.0010	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0003	0.0003	0.0049	0.0049
		100	0.0004	0.0004	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0024	0.0024
		500	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.0020	0.0020	0.0016	0.0016	0.0016	0.0016	0.0013	0.0013	0.0002	0.0002	0.0003	0.0003	0.0055	0.0055
		100	0.0009	0.0009	0.0006	0.0006	0.0007	0.0007	0.0005	0.0005	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0029	0.0029
		500	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0004	0.0004
0.6	[-1; 3]	50	0.0007	0.0007	0.0003	0.0003	0.0012	0.0012	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0003	0.0003	0.0060	0.0060
		100	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0023	0.0023
		500	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.0013	0.0013	0.0011	0.0011	0.0024	0.0024	0.0020	0.0020	0.0002	0.0002	0.0003	0.0003	0.0052	0.0052
		100	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0012	0.0012	0.0009	0.0009	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0022	0.0022
		500	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0005	0.0005
0.7	[-1; 3]	50	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0017	0.0017	0.0007	0.0007	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004	0.0044	0.0044
		100	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0006	0.0006	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0018	0.0018
		500	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0012	0.0012	0.0009	0.0009	0.0034	0.0034	0.0024	0.0024	0.0002	0.0002	0.0005	0.0005	0.0040	0.0040
		100	0.0006	0.0006	0.0004	0.0004	0.0016	0.0016	0.0013	0.0013	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0020	0.0020
		500	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0004	0.0004
0.8	[-1; 3]	50	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0019	0.0019	0.0007	0.0007	0.0001	0.0001	0.0009	0.0009	0.0034	0.0034
		100	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0010	0.0010	0.0005	0.0005	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004	0.0018	0.0018
		500	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003
	[0; 2]	50	0.0012	0.0012	0.0009	0.0009	0.0054	0.0054	0.0043	0.0043	0.0001	0.0001	0.0009	0.0009	0.0035	0.0035
		100	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0024	0.0024	0.0019	0.0019	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0016	0.0016
		500	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0003	0.0003
0.9	[-1; 3]	50	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0051	0.0038	0.0021	0.0018	0.0001	0.0001	0.0018	0.0018	0.0014	0.0014
		100	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0019	0.0019	0.0010	0.0010	0.0000	0.0000	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008
		500	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002
	[0; 2]	50	0.0012	0.0011	0.0028	0.0008	0.0218	0.0204	0.0137	0.0149	0.0001	0.0001	0.0017	0.0017	0.0046	0.0014
		100	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0055	0.0055	0.0038	0.0038	0.0001	0.0001	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
		500	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0008	0.0008	0.0005	0.0005	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002

Tabela D.21: Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PI



$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0106	0.0096	0.0050	0.0040	0.0017	0.0017	0.0007	0.0007	0.0017	0.0016	0.0005	0.0005	0.0013	0.0012
		100	0.0026	0.0024	0.0012	0.0011	0.0010	0.0010	0.0004	0.0004	0.0008	0.0008	0.0002	0.0002	0.0010	0.0009
		500	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0002	0.0002
	[0; 2]	50	0.0159	0.0147	0.0132	0.0113	0.0036	0.0035	0.0030	0.0030	0.0016	0.0015	0.0004	0.0004	0.0013	0.0012
		100	0.0069	0.0062	0.0057	0.0054	0.0018	0.0018	0.0012	0.0012	0.0010	0.0008	0.0003	0.0003	0.0008	0.0008
		500	0.0010	0.0010	0.0007	0.0007	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0002	0.0002
0.2	[-1; 3]	50	0.0022	0.0022	0.0012	0.0011	0.0018	0.0018	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0006	0.0006	0.0034	0.0034
		100	0.0012	0.0012	0.0005	0.0005	0.0008	0.0008	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0017	0.0017
		500	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003
	[0; 2]	50	0.0057	0.0055	0.0053	0.0048	0.0046	0.0045	0.0033	0.0033	0.0008	0.0008	0.0006	0.0006	0.0031	0.0031
		100	0.0022	0.0022	0.0018	0.0018	0.0020	0.0020	0.0016	0.0016	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0016	0.0016
		500	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0003	0.0003
0.3	[-1; 3]	50	0.0013	0.0013	0.0006	0.0006	0.0018	0.0018	0.0008	0.0008	0.0005	0.0004	0.0007	0.0006	0.0043	0.0043
		100	0.0007	0.0006	0.0003	0.0003	0.0012	0.0012	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0003	0.0003	0.0023	0.0023
		500	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.0036	0.0036	0.0026	0.0027	0.0043	0.0042	0.0041	0.0040	0.0004	0.0004	0.0006	0.0006	0.0040	0.0040
		100	0.0013	0.0012	0.0011	0.0011	0.0019	0.0020	0.0016	0.0016	0.0002	0.0002	0.0003	0.0003	0.0021	0.0021
		500	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0003	0.0004
0.4	[-1; 3]	50	0.0012	0.0012	0.0005	0.0005	0.0019	0.0019	0.0010	0.0010	0.0003	0.0003	0.0007	0.0006	0.0047	0.0048
		100	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0011	0.0011	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0004	0.0004	0.0025	0.0024
		500	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0021	0.0021	0.0016	0.0016	0.0060	0.0058	0.0042	0.0041	0.0003	0.0003	0.0010	0.0009	0.0048	0.0048
		100	0.0012	0.0011	0.0010	0.0010	0.0028	0.0028	0.0021	0.0021	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003	0.0022	0.0022
		500	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0005	0.0005
0.5	[-1; 3]	50	0.0008	0.0008	0.0003	0.0003	0.0024	0.0024	0.0010	0.0010	0.0003	0.0003	0.0009	0.0008	0.0043	0.0043
		100	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0014	0.0014	0.0006	0.0006	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004	0.0020	0.0020
		500	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.0017	0.0017	0.0015	0.0015	0.0078	0.0076	0.0060	0.0059	0.0003	0.0002	0.0009	0.0009	0.0053	0.0053
		100	0.0009	0.0009	0.0007	0.0007	0.0041	0.0041	0.0031	0.0031	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004	0.0023	0.0023
		500	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0006	0.0006	0.0004	0.0004	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0006	0.0006
0.6	[-1; 3]	50	0.0007	0.0007	0.0003	0.0003	0.0041	0.0040	0.0020	0.0019	0.0002	0.0002	0.0014	0.0013	0.0046	0.0046
		100	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0019	0.0019	0.0008	0.0008	0.0001	0.0001	0.0006	0.0006	0.0029	0.0029
		500	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.0016	0.0016	0.0011	0.0011	0.0089	0.0088	0.0072	0.0071	0.0002	0.0002	0.0009	0.0009	0.0043	0.0043
		100	0.0007	0.0007	0.0005	0.0005	0.0041	0.0040	0.0033	0.0033	0.0001	0.0001	0.0006	0.0005	0.0023	0.0023
		500	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0008	0.0008	0.0006	0.0006	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0005	0.0005
0.7	[-1; 3]	50	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0043	0.0043	0.0023	0.0022	0.0002	0.0002	0.0017	0.0016	0.0033	0.0033
		100	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0026	0.0026	0.0011	0.0011	0.0001	0.0001	0.0008	0.0008	0.0019	0.0019
		500	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0012	0.0012	0.0010	0.0010	0.0129	0.0125	0.0104	0.0100	0.0002	0.0002	0.0022	0.0020	0.0046	0.0045
		100	0.0006	0.0006	0.0004	0.0004	0.0075	0.0074	0.0051	0.0051	0.0001	0.0001	0.0010	0.0010	0.0021	0.0021
		500	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0012	0.0012	0.0008	0.0008	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004
0.8	[-1; 3]	50	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0141	0.0109	0.0062	0.0050	0.0001	0.0001	0.0034	0.0032	0.0027	0.0027
		100	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0042	0.0040	0.0019	0.0019	0.0001	0.0001	0.0010	0.0009	0.0018	0.0018
		500	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0007	0.0007	0.0003	0.0003	0.0000	0.0000	0.0002	0.0002	0.0003	0.0003
	[0; 2]	50	0.0010	0.0010	0.0008	0.0008	0.0253	0.0206	0.0214	0.0179	0.0001	0.0001	0.0040	0.0035	0.0031	0.0031
		100	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0078	0.0075	0.0067	0.0063	0.0001	0.0001	0.0013	0.0013	0.0015	0.0015
		500	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0018	0.0018	0.0013	0.0013	0.0000	0.0000	0.0002	0.0002	0.0004	0.0004
0.9	[-1; 3]	50	0.0007	0.0008	0.0035	0.0034	0.0340	0.0323	0.0121	0.0116	0.0001	0.0001	0.0073	0.0070	0.0075	0.0076
		100	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0108	0.0103	0.0051	0.0046	0.0001	0.0001	0.0035	0.0032	0.0008	0.0008
		500	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0015	0.0014	0.0005	0.0005	0.0000	0.0000	0.0005	0.0004	0.0002	0.0002
	[0; 2]	50	0.0008	0.0008	0.0006	0.0006	0.0624	0.0527	0.0556	0.0455	0.0001	0.0001	0.0065	0.0063	0.0017	0.0016
		100	0.0005	0.0004	0.0027	0.0003	0.0252	0.0202	0.0168	0.0158	0.0006	0.0001	0.0031	0.0030	0.0045	0.0009
		500	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0036	0.0036	0.0027	0.0026	0.0000	0.0000	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002

Tabela D.22: Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0251	0.0164	0.0127	0.0085	0.0017	0.0015	0.0008	0.0007	0.0088	0.0076	0.0007	0.0006	0.0020	0.0012
		100	0.0234	0.0098	0.0067	0.0037	0.0009	0.0008	0.0003	0.0003	0.0043	0.0035	0.0003	0.0003	0.0013	0.0009
		500	0.0020	0.0017	0.0007	0.0006	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0006	0.0006	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002
	[0; 2]	50	0.0905	0.0593	0.0726	0.0437	0.0036	0.0036	0.0051	0.0028	0.0089	0.0081	0.0005	0.0005	0.0049	0.0014
		100	0.0603	0.0304	0.0330	0.0220	0.0021	0.0020	0.0046	0.0015	0.0046	0.0036	0.0006	0.0002	0.0064	0.0010
		500	0.0040	0.0034	0.0027	0.0024	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0006	0.0007	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002
0.2	[-1; 3]	50	0.0125	0.0080	0.0057	0.0042	0.0022	0.0019	0.0009	0.0008	0.0045	0.0035	0.0006	0.0005	0.0037	0.0033
		100	0.0065	0.0042	0.0022	0.0018	0.0010	0.0009	0.0004	0.0004	0.0017	0.0013	0.0003	0.0003	0.0015	0.0014
		500	0.0008	0.0008	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003
	[0; 2]	50	0.0336	0.0250	0.0300	0.0183	0.0045	0.0043	0.0036	0.0033	0.0034	0.0026	0.0007	0.0007	0.0031	0.0028
		100	0.0115	0.0101	0.0080	0.0066	0.0021	0.0020	0.0017	0.0016	0.0017	0.0015	0.0004	0.0003	0.0015	0.0014
		500	0.0017	0.0015	0.0013	0.0012	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003
0.3	[-1; 3]	50	0.0083	0.0054	0.0032	0.0024	0.0023	0.0021	0.0008	0.0008	0.0028	0.0017	0.0010	0.0008	0.0043	0.0037
		100	0.0031	0.0025	0.0012	0.0011	0.0013	0.0013	0.0005	0.0005	0.0010	0.0007	0.0004	0.0004	0.0021	0.0022
		500	0.0006	0.0005	0.0003	0.0003	0.0002	0.0003	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0147	0.0123	0.0114	0.0096	0.0048	0.0045	0.0039	0.0038	0.0020	0.0019	0.0009	0.0007	0.0037	0.0036
		100	0.0076	0.0066	0.0061	0.0052	0.0023	0.0023	0.0017	0.0017	0.0013	0.0011	0.0004	0.0003	0.0023	0.0022
		500	0.0014	0.0013	0.0008	0.0008	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004
0.4	[-1; 3]	50	0.0044	0.0036	0.0022	0.0020	0.0028	0.0025	0.0011	0.0010	0.0019	0.0015	0.0010	0.0009	0.0056	0.0053
		100	0.0023	0.0022	0.0010	0.0009	0.0016	0.0015	0.0006	0.0005	0.0007	0.0006	0.0005	0.0005	0.0026	0.0026
		500	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0005	0.0006
	[0; 2]	50	0.0129	0.0104	0.0087	0.0075	0.0071	0.0058	0.0052	0.0045	0.0017	0.0013	0.0012	0.0010	0.0056	0.0053
		100	0.0042	0.0039	0.0034	0.0032	0.0027	0.0027	0.0020	0.0020	0.0007	0.0006	0.0004	0.0004	0.0028	0.0027
		500	0.0010	0.0010	0.0008	0.0007	0.0007	0.0007	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0005	0.0005
0.5	[-1; 3]	50	0.0038	0.0034	0.0015	0.0014	0.0041	0.0033	0.0015	0.0013	0.0016	0.0013	0.0013	0.0010	0.0054	0.0051
		100	0.0019	0.0018	0.0008	0.0008	0.0019	0.0016	0.0008	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0029	0.0029
		500	0.0003	0.0003	0.0002	0.0001	0.0003	0.0004	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.0079	0.0074	0.0053	0.0049	0.0091	0.0082	0.0067	0.0059	0.0015	0.0012	0.0015	0.0011	0.0056	0.0057
		100	0.0035	0.0034	0.0028	0.0027	0.0039	0.0036	0.0030	0.0029	0.0006	0.0005	0.0006	0.0006	0.0024	0.0023
		500	0.0008	0.0008	0.0006	0.0006	0.0008	0.0008	0.0006	0.0005	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0005	0.0005
0.6	[-1; 3]	50	0.0035	0.0032	0.0014	0.0013	0.0058	0.0046	0.0022	0.0019	0.0012	0.0010	0.0016	0.0013	0.0047	0.0044
		100	0.0012	0.0012	0.0006	0.0006	0.0023	0.0021	0.0009	0.0008	0.0004	0.0004	0.0007	0.0006	0.0025	0.0025
		500	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0066	0.0057	0.0053	0.0046	0.0131	0.0084	0.0088	0.0066	0.0012	0.0008	0.0022	0.0013	0.0065	0.0056
		100	0.0028	0.0027	0.0023	0.0022	0.0061	0.0053	0.0050	0.0043	0.0005	0.0004	0.0009	0.0007	0.0026	0.0026
		500	0.0006	0.0006	0.0004	0.0004	0.0008	0.0008	0.0006	0.0006	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	0.0005
0.7	[-1; 3]	50	0.0025	0.0022	0.0011	0.0010	0.0098	0.0057	0.0031	0.0022	0.0009	0.0007	0.0032	0.0021	0.0045	0.0038
		100	0.0013	0.0012	0.0005	0.0005	0.0028	0.0024	0.0013	0.0011	0.0004	0.0004	0.0011	0.0010	0.0022	0.0022
		500	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0049	0.0047	0.0035	0.0033	0.0161	0.0125	0.0122	0.0099	0.0007	0.0006	0.0025	0.0020	0.0044	0.0044
		100	0.0029	0.0029	0.0023	0.0022	0.0068	0.0062	0.0049	0.0044	0.0004	0.0004	0.0010	0.0010	0.0020	0.0021
		500	0.0005	0.0005	0.0003	0.0003	0.0011	0.0010	0.0009	0.0008	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0005	0.0005
0.8	[-1; 3]	50	0.0019	0.0017	0.0008	0.0007	0.0163	0.0105	0.0066	0.0039	0.0007	0.0006	0.0045	0.0033	0.0039	0.0034
		100	0.0011	0.0011	0.0004	0.0004	0.0062	0.0045	0.0022	0.0018	0.0003	0.0003	0.0017	0.0014	0.0015	0.0014
		500	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0009	0.0009	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0003	0.0004	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0063	0.0054	0.0079	0.0073	0.0420	0.0286	0.0288	0.0193	0.0007	0.0006	0.0043	0.0036	0.0049	0.0053
		100	0.0020	0.0020	0.0017	0.0016	0.0112	0.0102	0.0082	0.0075	0.0003	0.0003	0.0017	0.0015	0.0015	0.0015
		500	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0016	0.0015	0.0013	0.0011	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
0.9	[-1; 3]	50	0.0019	0.0018	0.0006	0.0006	0.0416	0.0234	0.0162	0.0093	0.0006	0.0005	0.0082	0.0076	0.0019	0.0012
		100	0.0009	0.0008	0.0004	0.0004	0.0228	0.0086	0.0073	0.0044	0.0003	0.0002	0.0047	0.0038	0.0012	0.0008
		500	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0023	0.0019	0.0008	0.0007	0.0001	0.0001	0.0006	0.0006	0.0002	0.0002
	[0; 2]	50	0.0044	0.0038	0.0107	0.0028	0.0760	0.0463	0.0542	0.0372	0.0008	0.0006	0.0074	0.0065	0.0079	0.0017
		100	0.0026	0.0021	0.0058	0.0017	0.0525	0.0221	0.0303	0.0178	0.0006	0.0002	0.0053	0.0038	0.0055	0.0008
		500	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0043	0.0034	0.0029	0.0025	0.0000	0.0000	0.0007	0.0006	0.0002	0.0002

Tabela D.23: Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PIH

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0353	0.0345	0.0266	0.0216	0.0015	0.0015	0.0008	0.0008	0.0059	0.0059	0.0005	0.0005	0.0012	0.0012
		100	0.0073	0.0073	0.0040	0.0040	0.0011	0.0011	0.0003	0.0003	0.0031	0.0031	0.0002	0.0002	0.0009	0.0009
		500	0.0018	0.0018	0.0006	0.0006	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001
	[0; 2]	50	0.0616	0.0616	0.0482	0.0481	0.0035	0.0035	0.0028	0.0028	0.0072	0.0072	0.0005	0.0005	0.0011	0.0011
		100	0.0296	0.0296	0.0243	0.0243	0.0019	0.0019	0.0015	0.0015	0.0031	0.0031	0.0002	0.0002	0.0010	0.0010
		500	0.0018	0.0018	0.0006	0.0006	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001
0.2	[-1; 3]	50	0.0115	0.0115	0.0056	0.0056	0.0021	0.0021	0.0008	0.0008	0.0029	0.0029	0.0005	0.0005	0.0031	0.0031
		100	0.0039	0.0039	0.0018	0.0018	0.0008	0.0008	0.0004	0.0004	0.0013	0.0013	0.0003	0.0003	0.0016	0.0016
		500	0.0007	0.0007	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0000	0.0000	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0174	0.0174	0.0150	0.0150	0.0041	0.0041	0.0031	0.0031	0.0026	0.0026	0.0006	0.0006	0.0027	0.0027
		100	0.0094	0.0094	0.0071	0.0071	0.0023	0.0023	0.0018	0.0018	0.0012	0.0012	0.0003	0.0003	0.0017	0.0017
		500	0.0017	0.0017	0.0012	0.0012	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003
0.3	[-1; 3]	50	0.0058	0.0058	0.0028	0.0028	0.0022	0.0022	0.0011	0.0011	0.0018	0.0018	0.0008	0.0008	0.0043	0.0043
		100	0.0024	0.0024	0.0011	0.0011	0.0011	0.0011	0.0004	0.0004	0.0007	0.0007	0.0003	0.0003	0.0019	0.0019
		500	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0126	0.0126	0.0086	0.0086	0.0049	0.0049	0.0034	0.0034	0.0016	0.0016	0.0007	0.0007	0.0030	0.0030
		100	0.0057	0.0057	0.0043	0.0043	0.0022	0.0022	0.0016	0.0016	0.0006	0.0006	0.0003	0.0003	0.0022	0.0022
		500	0.0012	0.0012	0.0009	0.0009	0.0006	0.0006	0.0004	0.0004	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004
0.4	[-1; 3]	50	0.0028	0.0028	0.0014	0.0014	0.0024	0.0024	0.0011	0.0011	0.0012	0.0012	0.0007	0.0007	0.0049	0.0049
		100	0.0017	0.0017	0.0008	0.0008	0.0014	0.0014	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0003	0.0003	0.0025	0.0025
		500	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0114	0.0114	0.0080	0.0080	0.0065	0.0065	0.0047	0.0047	0.0011	0.0011	0.0008	0.0008	0.0046	0.0046
		100	0.0042	0.0042	0.0030	0.0030	0.0024	0.0024	0.0019	0.0019	0.0005	0.0005	0.0003	0.0003	0.0026	0.0026
		500	0.0008	0.0008	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0004	0.0004	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004
0.5	[-1; 3]	50	0.0030	0.0030	0.0011	0.0011	0.0030	0.0030	0.0013	0.0013	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010	0.0043	0.0043
		100	0.0016	0.0016	0.0007	0.0007	0.0016	0.0016	0.0007	0.0007	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0023	0.0023
		500	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0065	0.0065	0.0050	0.0050	0.0070	0.0070	0.0063	0.0063	0.0010	0.0010	0.0009	0.0009	0.0063	0.0063
		100	0.0032	0.0032	0.0023	0.0023	0.0036	0.0036	0.0029	0.0029	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0026	0.0026
		500	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0005	0.0005
0.6	[-1; 3]	50	0.0025	0.0025	0.0012	0.0012	0.0046	0.0046	0.0018	0.0018	0.0007	0.0007	0.0011	0.0011	0.0050	0.0050
		100	0.0014	0.0014	0.0007	0.0007	0.0018	0.0018	0.0008	0.0008	0.0003	0.0003	0.0005	0.0005	0.0023	0.0023
		500	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0057	0.0057	0.0043	0.0043	0.0093	0.0093	0.0071	0.0071	0.0008	0.0008	0.0013	0.0013	0.0048	0.0048
		100	0.0030	0.0030	0.0022	0.0022	0.0035	0.0035	0.0026	0.0026	0.0004	0.0004	0.0006	0.0006	0.0023	0.0023
		500	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0008	0.0008	0.0005	0.0005	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004
0.7	[-1; 3]	50	0.0020	0.0020	0.0009	0.0009	0.0050	0.0050	0.0022	0.0022	0.0005	0.0005	0.0015	0.0015	0.0040	0.0040
		100	0.0010	0.0010	0.0004	0.0004	0.0021	0.0021	0.0010	0.0010	0.0003	0.0003	0.0009	0.0009	0.0018	0.0018
		500	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.0050	0.0050	0.0037	0.0037	0.0155	0.0155	0.0098	0.0098	0.0006	0.0006	0.0016	0.0016	0.0045	0.0045
		100	0.0022	0.0022	0.0016	0.0016	0.0066	0.0066	0.0043	0.0043	0.0003	0.0003	0.0008	0.0008	0.0019	0.0019
		500	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0011	0.0011	0.0008	0.0008	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004
0.8	[-1; 3]	50	0.0017	0.0017	0.0009	0.0009	0.0100	0.0100	0.0043	0.0043	0.0005	0.0005	0.0030	0.0030	0.0032	0.0032
		100	0.0008	0.0008	0.0004	0.0004	0.0042	0.0042	0.0018	0.0018	0.0003	0.0003	0.0012	0.0012	0.0017	0.0017
		500	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0007	0.0007	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0003	0.0003
	[0; 2]	50	0.0038	0.0038	0.0032	0.0032	0.0268	0.0268	0.0221	0.0221	0.0006	0.0006	0.0034	0.0034	0.0029	0.0029
		100	0.0020	0.0020	0.0018	0.0018	0.0100	0.0100	0.0078	0.0078	0.0003	0.0003	0.0011	0.0011	0.0016	0.0016
		500	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0015	0.0015	0.0012	0.0012	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0003	0.0003
0.9	[-1; 3]	50	0.0016	0.0016	0.0005	0.0005	0.0246	0.0243	0.0152	0.0118	0.0005	0.0005	0.0064	0.0064	0.0016	0.0016
		100	0.0007	0.0007	0.0003	0.0003	0.0093	0.0093	0.0038	0.0038	0.0002	0.0002	0.0026	0.0026	0.0008	0.0008
		500	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0014	0.0014	0.0007	0.0007	0.0000	0.0000	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002
	[0; 2]	50	0.0037	0.0037	0.0027	0.0027	0.1330	0.1213	0.0997	0.0913	0.0006	0.0006	0.0058	0.0058	0.0016	0.0016
		100	0.0020	0.0020	0.0108	0.0015	0.0418	0.0322	0.0188	0.0229	0.0002	0.0002	0.0032	0.0032	0.0045	0.0008
		500	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0037	0.0037	0.0026	0.0026	0.0000	0.0000	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002

Tabela D.24: Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PIV

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0822	0.0456	0.0335	0.0210	0.0117	0.0110	0.0044	0.0044	0.0193	0.0172	0.0039	0.0035	0.0020	0.0012
		100	0.0376	0.0199	0.0147	0.0096	0.0060	0.0059	0.0026	0.0025	0.0097	0.0078	0.0022	0.0019	0.0009	0.0008
		500	0.0036	0.0031	0.0018	0.0016	0.0013	0.0013	0.0005	0.0005	0.0014	0.0015	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002
	[0; 2]	50	0.2433	0.1708	0.1604	0.1075	0.0208	0.0190	0.0191	0.0166	0.0209	0.0168	0.0048	0.0036	0.0032	0.0017
		100	0.1080	0.0499	0.0633	0.0383	0.0136	0.0121	0.0099	0.0086	0.0122	0.0072	0.0022	0.0018	0.0012	0.0009
		500	0.0095	0.0085	0.0064	0.0058	0.0023	0.0022	0.0016	0.0015	0.0012	0.0015	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002
0.2	[-1; 3]	50	0.0441	0.0284	0.0166	0.0116	0.0128	0.0119	0.0050	0.0048	0.0101	0.0080	0.0045	0.0035	0.0032	0.0031
		100	0.0098	0.0090	0.0050	0.0040	0.0055	0.0052	0.0021	0.0020	0.0042	0.0035	0.0022	0.0020	0.0017	0.0017
		500	0.0018	0.0016	0.0008	0.0007	0.0010	0.0010	0.0004	0.0004	0.0006	0.0007	0.0003	0.0003	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.1246	0.0783	0.0764	0.0500	0.0249	0.0233	0.0195	0.0185	0.0095	0.0082	0.0052	0.0041	0.0034	0.0032
		100	0.0233	0.0209	0.0187	0.0166	0.0133	0.0127	0.0092	0.0087	0.0043	0.0031	0.0023	0.0021	0.0014	0.0014
		500	0.0040	0.0038	0.0030	0.0028	0.0028	0.0027	0.0018	0.0017	0.0008	0.0008	0.0003	0.0004	0.0004	0.0004
0.3	[-1; 3]	50	0.0322	0.0151	0.0108	0.0066	0.0179	0.0152	0.0065	0.0059	0.0062	0.0043	0.0049	0.0041	0.0045	0.0046
		100	0.0067	0.0063	0.0036	0.0034	0.0085	0.0081	0.0035	0.0034	0.0022	0.0021	0.0020	0.0019	0.0025	0.0026
		500	0.0011	0.0011	0.0006	0.0006	0.0013	0.0012	0.0005	0.0005	0.0004	0.0005	0.0004	0.0005	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0478	0.0342	0.0337	0.0261	0.0351	0.0322	0.0284	0.0260	0.0051	0.0043	0.0066	0.0052	0.0041	0.0039
		100	0.0169	0.0155	0.0123	0.0107	0.0175	0.0171	0.0119	0.0119	0.0021	0.0018	0.0027	0.0023	0.0026	0.0026
		500	0.0032	0.0030	0.0022	0.0021	0.0030	0.0029	0.0023	0.0023	0.0003	0.0004	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005
0.4	[-1; 3]	50	0.0124	0.0112	0.0053	0.0052	0.0177	0.0159	0.0079	0.0072	0.0047	0.0038	0.0068	0.0061	0.0052	0.0052
		100	0.0046	0.0042	0.0019	0.0018	0.0081	0.0073	0.0035	0.0033	0.0017	0.0016	0.0031	0.0026	0.0025	0.0024
		500	0.0008	0.0008	0.0004	0.0004	0.0018	0.0018	0.0007	0.0006	0.0003	0.0003	0.0006	0.0007	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.0279	0.0235	0.0268	0.0178	0.0632	0.0453	0.0400	0.0321	0.0041	0.0033	0.0060	0.0047	0.0045	0.0047
		100	0.0134	0.0125	0.0084	0.0080	0.0180	0.0168	0.0152	0.0140	0.0016	0.0015	0.0025	0.0022	0.0026	0.0026
		500	0.0018	0.0018	0.0015	0.0014	0.0031	0.0031	0.0025	0.0023	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0005	0.0005
0.5	[-1; 3]	50	0.0085	0.0080	0.0030	0.0029	0.0272	0.0218	0.0108	0.0096	0.0028	0.0024	0.0075	0.0058	0.0047	0.0046
		100	0.0041	0.0039	0.0018	0.0017	0.0108	0.0097	0.0043	0.0040	0.0014	0.0013	0.0039	0.0034	0.0023	0.0022
		500	0.0006	0.0006	0.0003	0.0002	0.0020	0.0019	0.0008	0.0007	0.0002	0.0002	0.0008	0.0008	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.0185	0.0162	0.0128	0.0110	0.0593	0.0467	0.0450	0.0372	0.0028	0.0024	0.0080	0.0058	0.0055	0.0054
		100	0.0091	0.0089	0.0064	0.0062	0.0222	0.0204	0.0171	0.0155	0.0012	0.0011	0.0036	0.0030	0.0023	0.0022
		500	0.0014	0.0014	0.0012	0.0012	0.0045	0.0042	0.0040	0.0038	0.0002	0.0002	0.0008	0.0008	0.0005	0.0006
0.6	[-1; 3]	50	0.0062	0.0056	0.0026	0.0023	0.0277	0.0233	0.0105	0.0097	0.0020	0.0019	0.0103	0.0085	0.0049	0.0047
		100	0.0030	0.0029	0.0012	0.0011	0.0147	0.0130	0.0060	0.0055	0.0009	0.0008	0.0038	0.0032	0.0024	0.0024
		500	0.0006	0.0006	0.0003	0.0003	0.0022	0.0024	0.0009	0.0009	0.0002	0.0002	0.0008	0.0009	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.0156	0.0141	0.0134	0.0122	0.0580	0.0530	0.0480	0.0417	0.0020	0.0017	0.0107	0.0097	0.0052	0.0049
		100	0.0073	0.0071	0.0054	0.0052	0.0297	0.0275	0.0229	0.0213	0.0009	0.0009	0.0036	0.0034	0.0024	0.0023
		500	0.0015	0.0014	0.0010	0.0010	0.0058	0.0055	0.0043	0.0040	0.0002	0.0002	0.0008	0.0009	0.0005	0.0005
0.7	[-1; 3]	50	0.0065	0.0061	0.0022	0.0021	0.0351	0.0286	0.0139	0.0122	0.0018	0.0015	0.0125	0.0098	0.0042	0.0040
		100	0.0025	0.0023	0.0010	0.0010	0.0214	0.0171	0.0093	0.0068	0.0008	0.0007	0.0069	0.0055	0.0023	0.0024
		500	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0033	0.0033	0.0016	0.0015	0.0002	0.0002	0.0012	0.0013	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0129	0.0121	0.0252	0.0093	0.1173	0.0971	0.0747	0.0657	0.0021	0.0016	0.0126	0.0104	0.0051	0.0040
		100	0.0061	0.0058	0.0048	0.0046	0.0446	0.0403	0.0315	0.0279	0.0009	0.0009	0.0075	0.0068	0.0020	0.0020
		500	0.0011	0.0011	0.0009	0.0009	0.0073	0.0071	0.0051	0.0049	0.0002	0.0002	0.0011	0.0013	0.0004	0.0004
0.8	[-1; 3]	50	0.0043	0.0042	0.0020	0.0019	0.0729	0.0469	0.0328	0.0255	0.0015	0.0014	0.0252	0.0207	0.0036	0.0031
		100	0.0021	0.0021	0.0010	0.0010	0.0318	0.0242	0.0138	0.0108	0.0007	0.0006	0.0155	0.0117	0.0017	0.0017
		500	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0047	0.0048	0.0019	0.0017	0.0001	0.0001	0.0017	0.0019	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0126	0.0076	0.0549	0.0067	0.2256	0.1448	0.1492	0.1140	0.0036	0.0014	0.0266	0.0246	0.0111	0.0032
		100	0.0053	0.0050	0.0038	0.0037	0.0860	0.0603	0.0551	0.0440	0.0008	0.0007	0.0105	0.0091	0.0018	0.0017
		500	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007	0.0120	0.0106	0.0103	0.0090	0.0001	0.0001	0.0019	0.0020	0.0004	0.0004
0.9	[-1; 3]	50	0.0040	0.0039	0.0015	0.0015	0.2656	0.1987	0.1023	0.0766	0.0012	0.0011	0.0416	0.0386	0.0018	0.0013
		100	0.0019	0.0019	0.0009	0.0009	0.1162	0.0781	0.0407	0.0290	0.0005	0.0005	0.0242	0.0216	0.0009	0.0009
		500	0.0004	0.0003	0.0002	0.0002	0.0102	0.0086	0.0046	0.0038	0.0001	0.0001	0.0030	0.0029	0.0002	0.0002
	[0; 2]	50	0.0151	0.0092	0.0349	0.0069	0.4253	0.2940	0.2752	0.2415	0.0039	0.0010	0.0422	0.0372	0.0078	0.0019
		100	0.0043	0.0040	0.0030	0.0030	0.2279	0.1467	0.2044	0.1199	0.0006	0.0006	0.0265	0.0208	0.0009	0.0008
		500	0.0008	0.0008	0.0006	0.0006	0.0231	0.0187	0.0187	0.0145	0.0001	0.0001	0.0035	0.0037	0.0002	0.0002

Tabela D.25: Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PV

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.1960	0.0883	0.0832	0.0457	0.0126	0.0113	0.0052	0.0051	0.0611	0.0585	0.0051	0.0034	0.0046	0.0015
		100	0.2081	0.0819	0.0588	0.0322	0.0069	0.0063	0.0026	0.0024	0.0399	0.0390	0.0025	0.0018	0.0030	0.0011
		500	0.0248	0.0238	0.0061	0.0038	0.0011	0.0012	0.0005	0.0005	0.0084	0.0124	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003
	[0; 2]	50	0.4651	0.2809	0.3483	0.2119	0.0369	0.0276	0.0441	0.0398	0.0628	0.0605	0.0045	0.0043	0.0066	0.0046
		100	0.3466	0.1701	0.2242	0.1170	0.0142	0.0110	0.0173	0.0087	0.0354	0.0382	0.0023	0.0018	0.0059	0.0011
		500	0.0435	0.0293	0.0240	0.0160	0.0028	0.0028	0.0020	0.0021	0.0097	0.0112	0.0005	0.0004	0.0004	0.0003
0.2	[-1; 3]	50	0.1734	0.0657	0.0529	0.0262	0.0197	0.0147	0.0061	0.0055	0.0333	0.0276	0.0058	0.0040	0.0063	0.0033
		100	0.0780	0.0302	0.0204	0.0112	0.0087	0.0066	0.0030	0.0028	0.0204	0.0140	0.0038	0.0024	0.0036	0.0016
		500	0.0071	0.0085	0.0024	0.0019	0.0013	0.0014	0.0004	0.0004	0.0025	0.0061	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.2875	0.1300	0.1990	0.1054	0.0345	0.0326	0.0398	0.0252	0.0427	0.0323	0.0094	0.0038	0.0087	0.0032
		100	0.1501	0.0863	0.0811	0.0497	0.0176	0.0169	0.0121	0.0118	0.0159	0.0141	0.0021	0.0018	0.0028	0.0020
		500	0.0161	0.0166	0.0099	0.0083	0.0028	0.0028	0.0022	0.0023	0.0026	0.0056	0.0005	0.0005	0.0004	0.0005
0.3	[-1; 3]	50	0.0707	0.0404	0.0246	0.0156	0.0194	0.0157	0.0065	0.0057	0.0264	0.0204	0.0066	0.0054	0.0079	0.0051
		100	0.0310	0.0167	0.0082	0.0063	0.0105	0.0080	0.0035	0.0031	0.0107	0.0095	0.0034	0.0025	0.0036	0.0025
		500	0.0043	0.0060	0.0018	0.0015	0.0015	0.0016	0.0006	0.0006	0.0016	0.0035	0.0006	0.0008	0.0007	0.0007
	[0; 2]	50	0.1508	0.0930	0.1215	0.0746	0.0511	0.0420	0.0334	0.0264	0.0211	0.0159	0.0085	0.0053	0.0082	0.0051
		100	0.0591	0.0403	0.0457	0.0330	0.0167	0.0153	0.0139	0.0129	0.0104	0.0087	0.0035	0.0028	0.0035	0.0024
		500	0.0093	0.0094	0.0059	0.0055	0.0034	0.0033	0.0028	0.0027	0.0015	0.0031	0.0006	0.0008	0.0005	0.0005
0.4	[-1; 3]	50	0.0410	0.0305	0.0149	0.0122	0.0232	0.0182	0.0080	0.0064	0.0158	0.0131	0.0075	0.0057	0.0063	0.0053
		100	0.0256	0.0166	0.0072	0.0059	0.0131	0.0106	0.0041	0.0037	0.0091	0.0064	0.0039	0.0035	0.0034	0.0030
		500	0.0030	0.0032	0.0012	0.0010	0.0019	0.0020	0.0008	0.0007	0.0010	0.0023	0.0006	0.0011	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.0809	0.0661	0.0691	0.0453	0.0516	0.0451	0.0366	0.0292	0.0160	0.0122	0.0099	0.0073	0.0089	0.0065
		100	0.0423	0.0339	0.0419	0.0281	0.0218	0.0191	0.0147	0.0131	0.0076	0.0058	0.0039	0.0030	0.0039	0.0034
		500	0.0075	0.0075	0.0053	0.0049	0.0041	0.0043	0.0029	0.0028	0.0012	0.0021	0.0008	0.0010	0.0005	0.0006
0.5	[-1; 3]	50	0.0450	0.0244	0.0152	0.0107	0.0378	0.0223	0.0119	0.0084	0.0146	0.0092	0.0140	0.0089	0.0084	0.0065
		100	0.0120	0.0113	0.0041	0.0035	0.0126	0.0107	0.0050	0.0043	0.0051	0.0051	0.0052	0.0043	0.0033	0.0031
		500	0.0025	0.0028	0.0009	0.0008	0.0025	0.0028	0.0008	0.0007	0.0008	0.0014	0.0010	0.0016	0.0006	0.0007
	[0; 2]	50	0.0630	0.0525	0.0441	0.0403	0.0768	0.0636	0.0562	0.0440	0.0112	0.0078	0.0136	0.0096	0.0068	0.0052
		100	0.0300	0.0252	0.0180	0.0157	0.0359	0.0282	0.0234	0.0186	0.0052	0.0046	0.0056	0.0044	0.0041	0.0035
		500	0.0049	0.0051	0.0037	0.0033	0.0061	0.0058	0.0042	0.0038	0.0009	0.0018	0.0008	0.0014	0.0005	0.0005
0.6	[-1; 3]	50	0.0267	0.0183	0.0096	0.0075	0.0532	0.0295	0.0150	0.0107	0.0095	0.0066	0.0180	0.0109	0.0084	0.0060
		100	0.0108	0.0088	0.0041	0.0036	0.0194	0.0145	0.0071	0.0053	0.0044	0.0038	0.0084	0.0066	0.0032	0.0030
		500	0.0022	0.0021	0.0008	0.0008	0.0033	0.0041	0.0012	0.0011	0.0007	0.0010	0.0014	0.0026	0.0006	0.0006
	[0; 2]	50	0.0514	0.0407	0.0327	0.0287	0.0832	0.0634	0.0521	0.0420	0.0096	0.0069	0.0173	0.0132	0.0074	0.0059
		100	0.0244	0.0214	0.0178	0.0156	0.0372	0.0289	0.0257	0.0207	0.0049	0.0042	0.0069	0.0053	0.0034	0.0028
		500	0.0049	0.0049	0.0036	0.0034	0.0073	0.0075	0.0056	0.0050	0.0008	0.0012	0.0013	0.0025	0.0005	0.0006
0.7	[-1; 3]	50	0.0218	0.0161	0.0074	0.0063	0.1024	0.0415	0.0358	0.0182	0.0077	0.0044	0.0270	0.0157	0.0078	0.0044
		100	0.0094	0.0082	0.0038	0.0035	0.0278	0.0198	0.0107	0.0078	0.0032	0.0024	0.0117	0.0096	0.0031	0.0026
		500	0.0018	0.0019	0.0007	0.0007	0.0052	0.0066	0.0016	0.0014	0.0006	0.0008	0.0019	0.0043	0.0007	0.0007
	[0; 2]	50	0.0410	0.0313	0.0296	0.0242	0.1711	0.0855	0.1015	0.0589	0.0088	0.0057	0.0273	0.0172	0.0082	0.0054
		100	0.0266	0.0218	0.0175	0.0148	0.0882	0.0405	0.0405	0.0281	0.0040	0.0027	0.0136	0.0087	0.0043	0.0026
		500	0.0035	0.0037	0.0023	0.0024	0.0100	0.0106	0.0061	0.0056	0.0007	0.0009	0.0017	0.0034	0.0005	0.0005
0.8	[-1; 3]	50	0.0165	0.0119	0.0061	0.0052	0.1271	0.0608	0.0471	0.0268	0.0060	0.0045	0.0343	0.0330	0.0052	0.0033
		100	0.0073	0.0059	0.0032	0.0030	0.0646	0.0319	0.0229	0.0117	0.0029	0.0020	0.0177	0.0147	0.0029	0.0019
		500	0.0013	0.0013	0.0005	0.0005	0.0072	0.0093	0.0026	0.0022	0.0004	0.0005	0.0025	0.0048	0.0003	0.0003
	[0; 2]	50	0.0353	0.0273	0.0341	0.0220	0.3160	0.1379	0.2028	0.1067	0.0072	0.0044	0.0388	0.0287	0.0064	0.0029
		100	0.0158	0.0138	0.0117	0.0111	0.1141	0.0630	0.0630	0.0396	0.0028	0.0021	0.0198	0.0170	0.0027	0.0021
		500	0.0039	0.0038	0.0023	0.0023	0.0138	0.0161	0.0096	0.0076	0.0005	0.0006	0.0027	0.0062	0.0005	0.0005
0.9	[-1; 3]	50	0.0115	0.0096	0.0116	0.0052	0.2522	0.1638	0.0975	0.0656	0.0045	0.0031	0.0655	0.0644	0.0069	0.0012
		100	0.0067	0.0057	0.0028	0.0026	0.1306	0.0621	0.0548	0.0268	0.0027	0.0018	0.0388	0.0346	0.0025	0.0010
		500	0.0012	0.0011	0.0005	0.0005	0.0149	0.0188	0.0055	0.0037	0.0004	0.0004	0.0060	0.0120	0.0003	0.0003
	[0; 2]	50	0.0313	0.0240	0.0435	0.0187	0.5434	0.2930	0.3978	0.2360	0.0065	0.0035	0.0612	0.0594	0.0140	0.0019
		100	0.0157	0.0133	0.0097	0.0089	0.2703	0.1286	0.1776	0.0822	0.0024	0.0019	0.0373	0.0354	0.0022	0.0010
		500	0.0028	0.0027	0.0017	0.0016	0.0456	0.0386	0.0293	0.0200	0.0004	0.0004	0.0091	0.0119	0.0003	0.0002

Tabela D.26: Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PVI

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0628	0.0628	0.0232	0.0232	0.0036	0.0036	0.0015	0.0015	0.0140	0.0140	0.0011	0.0011	0.0016	0.0016
		100	0.0313	0.0310	0.0137	0.0136	0.0016	0.0016	0.0007	0.0007	0.0067	0.0067	0.0005	0.0005	0.0011	0.0011
		500	0.0030	0.0030	0.0013	0.0013	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0009	0.0009	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002
	[0; 2]	50	0.1615	0.1552	0.1136	0.2174	0.0099	0.0093	0.1427	0.0070	0.0143	0.0145	0.0012	0.0011	0.0044	0.0012
		100	0.0522	0.0485	0.0548	0.0415	0.0044	0.0044	0.0033	0.0033	0.0064	0.0064	0.0004	0.0004	0.0008	0.0008
		500	0.0077	0.0077	0.0059	0.0059	0.0009	0.0009	0.0007	0.0007	0.0010	0.0010	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002
0.2	[-1; 3]	50	0.0203	0.0203	0.0100	0.0100	0.0039	0.0039	0.0018	0.0018	0.0061	0.0061	0.0013	0.0013	0.0030	0.0030
		100	0.0090	0.0090	0.0041	0.0041	0.0020	0.0020	0.0008	0.0008	0.0023	0.0023	0.0006	0.0006	0.0019	0.0019
		500	0.0018	0.0018	0.0009	0.0009	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0004	0.0004	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003
	[0; 2]	50	0.0412	0.0412	0.0311	0.0311	0.0091	0.0091	0.0067	0.0067	0.0068	0.0068	0.0012	0.0012	0.0033	0.0033
		100	0.0228	0.0228	0.0158	0.0158	0.0049	0.0049	0.0039	0.0039	0.0030	0.0030	0.0006	0.0006	0.0016	0.0016
		500	0.0035	0.0035	0.0028	0.0028	0.0009	0.0009	0.0006	0.0006	0.0004	0.0004	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003
0.3	[-1; 3]	50	0.0132	0.0132	0.0050	0.0050	0.0047	0.0047	0.0022	0.0022	0.0041	0.0041	0.0015	0.0015	0.0040	0.0040
		100	0.0049	0.0049	0.0021	0.0021	0.0020	0.0020	0.0008	0.0008	0.0015	0.0015	0.0006	0.0006	0.0021	0.0021
		500	0.0010	0.0010	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0251	0.0251	0.0204	0.0204	0.0106	0.0106	0.0078	0.0078	0.0041	0.0041	0.0014	0.0014	0.0038	0.0038
		100	0.0123	0.0123	0.0087	0.0087	0.0049	0.0049	0.0042	0.0042	0.0016	0.0016	0.0008	0.0008	0.0023	0.0023
		500	0.0028	0.0028	0.0018	0.0018	0.0009	0.0009	0.0007	0.0007	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0005	0.0005
0.4	[-1; 3]	50	0.0079	0.0079	0.0037	0.0037	0.0058	0.0058	0.0027	0.0027	0.0028	0.0028	0.0017	0.0017	0.0043	0.0043
		100	0.0035	0.0035	0.0016	0.0016	0.0026	0.0026	0.0010	0.0010	0.0012	0.0012	0.0007	0.0007	0.0024	0.0024
		500	0.0007	0.0007	0.0003	0.0003	0.0005	0.0005	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.0212	0.0212	0.0164	0.0164	0.0133	0.0133	0.0097	0.0097	0.0026	0.0026	0.0018	0.0018	0.0051	0.0051
		100	0.0090	0.0090	0.0065	0.0065	0.0064	0.0064	0.0042	0.0042	0.0012	0.0012	0.0007	0.0007	0.0026	0.0026
		500	0.0019	0.0019	0.0014	0.0014	0.0012	0.0012	0.0009	0.0009	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0004	0.0004
0.5	[-1; 3]	50	0.0062	0.0062	0.0028	0.0028	0.0075	0.0075	0.0033	0.0033	0.0018	0.0018	0.0024	0.0024	0.0049	0.0049
		100	0.0029	0.0029	0.0014	0.0014	0.0032	0.0032	0.0014	0.0014	0.0010	0.0010	0.0008	0.0008	0.0025	0.0025
		500	0.0006	0.0006	0.0003	0.0003	0.0006	0.0006	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.0137	0.0137	0.0105	0.0105	0.0158	0.0158	0.0110	0.0110	0.0024	0.0024	0.0020	0.0020	0.0045	0.0045
		100	0.0081	0.0081	0.0065	0.0065	0.0084	0.0084	0.0069	0.0069	0.0010	0.0010	0.0009	0.0009	0.0022	0.0022
		500	0.0015	0.0015	0.0011	0.0011	0.0013	0.0013	0.0009	0.0009	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0006	0.0006
0.6	[-1; 3]	50	0.0050	0.0050	0.0023	0.0023	0.0104	0.0104	0.0052	0.0052	0.0017	0.0017	0.0029	0.0029	0.0049	0.0049
		100	0.0028	0.0028	0.0014	0.0014	0.0044	0.0044	0.0016	0.0016	0.0008	0.0008	0.0013	0.0013	0.0025	0.0025
		500	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0009	0.0009	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.0146	0.0146	0.0093	0.0093	0.0192	0.0192	0.0151	0.0151	0.0016	0.0016	0.0025	0.0025	0.0053	0.0053
		100	0.0066	0.0066	0.0048	0.0048	0.0109	0.0109	0.0079	0.0079	0.0007	0.0007	0.0011	0.0011	0.0027	0.0027
		500	0.0012	0.0012	0.0010	0.0010	0.0017	0.0017	0.0013	0.0013	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003	0.0005	0.0005
0.7	[-1; 3]	50	0.0046	0.0046	0.0021	0.0021	0.0117	0.0117	0.0057	0.0057	0.0012	0.0012	0.0043	0.0043	0.0049	0.0049
		100	0.0025	0.0025	0.0010	0.0010	0.0055	0.0055	0.0023	0.0023	0.0008	0.0008	0.0015	0.0015	0.0018	0.0018
		500	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0010	0.0010	0.0005	0.0005	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0106	0.0106	0.0080	0.0080	0.0276	0.0276	0.0210	0.0210	0.0012	0.0012	0.0043	0.0043	0.0038	0.0038
		100	0.0047	0.0047	0.0034	0.0035	0.0125	0.0116	0.0095	0.0088	0.0008	0.0008	0.0016	0.0015	0.0020	0.0020
		500	0.0012	0.0012	0.0008	0.0008	0.0022	0.0022	0.0016	0.0016	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003	0.0004	0.0004
0.8	[-1; 3]	50	0.0042	0.0042	0.0018	0.0018	0.0365	0.0365	0.0159	0.0159	0.0012	0.0012	0.0074	0.0074	0.0033	0.0033
		100	0.0019	0.0019	0.0008	0.0008	0.0095	0.0095	0.0042	0.0042	0.0004	0.0004	0.0029	0.0029	0.0015	0.0015
		500	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0018	0.0018	0.0007	0.0007	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003
	[0; 2]	50	0.0084	0.0084	0.0062	0.0062	0.0598	0.0598	0.0535	0.0535	0.0012	0.0012	0.0058	0.0058	0.0028	0.0028
		100	0.0043	0.0043	0.0037	0.0037	0.0252	0.0252	0.0178	0.0178	0.0005	0.0005	0.0025	0.0025	0.0014	0.0014
		500	0.0010	0.0010	0.0007	0.0007	0.0040	0.0040	0.0029	0.0029	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003
0.9	[-1; 3]	50	0.0038	0.0038	0.0015	0.0015	0.0560	0.0560	0.0260	0.0260	0.0011	0.0011	0.0137	0.0137	0.0014	0.0014
		100	0.0017	0.0017	0.0007	0.0007	0.0227	0.0227	0.0101	0.0101	0.0005	0.0005	0.0073	0.0073	0.0010	0.0010
		500	0.0004	0.0004	0.0001	0.0001	0.0033	0.0033	0.0017	0.0017	0.0001	0.0001	0.0009	0.0009	0.0002	0.0002
	[0; 2]	50	0.0104	0.0104	0.0073	0.0073	0.1682	0.1566	0.1824	0.1598	0.0013	0.0013	0.0139	0.0138	0.0014	0.0014
		100	0.0041	0.0041	0.0026	0.0026	0.0586	0.0586	0.0436	0.0436	0.0005	0.0005	0.0064	0.0064	0.0008	0.0008
		500	0.0008	0.0008	0.0006	0.0006	0.0099	0.0099	0.0072	0.0072	0.0001	0.0001	0.0009	0.0009	0.0002	0.0002

Tabela D.27: Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PVII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.2461	0.1886	0.0912	0.0728	0.0101	0.0121	0.0144	0.0190	0.0383	0.0354	0.0030	0.0030	0.0044	0.0046
		100	0.0539	0.0442	0.0268	0.0226	0.0052	0.0051	0.0022	0.0022	0.0228	0.0195	0.0017	0.0016	0.0009	0.0008
		500	0.0091	0.0084	0.0038	0.0036	0.0009	0.0009	0.0004	0.0004	0.0030	0.0026	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002
	[0; 2]	50	0.6361	0.4678	0.3938	0.2652	0.0280	0.0266	0.0399	0.0203	0.0439	0.0428	0.0031	0.0031	0.0053	0.0019
		100	0.1728	0.1499	0.1437	0.1238	0.0104	0.0103	0.0080	0.0079	0.0204	0.0182	0.0014	0.0014	0.0010	0.0010
		500	0.0218	0.0206	0.0166	0.0159	0.0024	0.0023	0.0017	0.0017	0.0039	0.0035	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002
0.2	[-1; 3]	50	0.0739	0.0611	0.0390	0.0307	0.0122	0.0115	0.0050	0.0049	0.0200	0.0172	0.0038	0.0033	0.0030	0.0030
		100	0.0362	0.0289	0.0126	0.0115	0.0054	0.0055	0.0025	0.0025	0.0093	0.0072	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016
		500	0.0041	0.0040	0.0018	0.0018	0.0012	0.0012	0.0005	0.0005	0.0011	0.0011	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
	[0; 2]	50	0.2257	0.1613	0.1297	0.1009	0.0285	0.0285	0.0490	0.0201	0.0189	0.0169	0.0037	0.0033	0.0048	0.0029
		100	0.0628	0.0614	0.0539	0.0529	0.0135	0.0132	0.0105	0.0103	0.0108	0.0092	0.0017	0.0017	0.0017	0.0016
		500	0.0115	0.0112	0.0070	0.0068	0.0023	0.0023	0.0018	0.0018	0.0012	0.0012	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003
0.3	[-1; 3]	50	0.0343	0.0307	0.0125	0.0110	0.0138	0.0134	0.0065	0.0062	0.0121	0.0109	0.0052	0.0050	0.0047	0.0047
		100	0.0189	0.0184	0.0078	0.0075	0.0058	0.0058	0.0027	0.0028	0.0059	0.0051	0.0020	0.0019	0.0021	0.0021
		500	0.0026	0.0027	0.0013	0.0013	0.0011	0.0011	0.0005	0.0005	0.0010	0.0010	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0839	0.0806	0.0668	0.0619	0.0267	0.0262	0.0195	0.0189	0.0124	0.0114	0.0037	0.0034	0.0042	0.0042
		100	0.0408	0.0387	0.0318	0.0300	0.0148	0.0148	0.0122	0.0122	0.0061	0.0056	0.0022	0.0022	0.0023	0.0023
		500	0.0065	0.0064	0.0045	0.0045	0.0035	0.0034	0.0023	0.0023	0.0009	0.0009	0.0004	0.0004	0.0006	0.0005
0.4	[-1; 3]	50	0.0301	0.0291	0.0123	0.0117	0.0160	0.0158	0.0073	0.0071	0.0078	0.0070	0.0056	0.0049	0.0053	0.0053
		100	0.0146	0.0138	0.0060	0.0058	0.0082	0.0079	0.0032	0.0031	0.0037	0.0035	0.0029	0.0028	0.0024	0.0024
		500	0.0025	0.0025	0.0012	0.0011	0.0013	0.0013	0.0006	0.0006	0.0008	0.0008	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.0548	0.0514	0.0443	0.0420	0.0399	0.0390	0.0330	0.0321	0.0081	0.0074	0.0067	0.0064	0.0042	0.0043
		100	0.0325	0.0319	0.0220	0.0214	0.0221	0.0219	0.0138	0.0137	0.0037	0.0033	0.0020	0.0018	0.0024	0.0024
		500	0.0047	0.0047	0.0035	0.0035	0.0031	0.0030	0.0025	0.0024	0.0007	0.0007	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005
0.5	[-1; 3]	50	0.0177	0.0169	0.0081	0.0078	0.0206	0.0201	0.0079	0.0078	0.0064	0.0060	0.0068	0.0062	0.0046	0.0046
		100	0.0090	0.0082	0.0037	0.0036	0.0092	0.0091	0.0036	0.0036	0.0038	0.0035	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
		500	0.0018	0.0018	0.0009	0.0009	0.0014	0.0013	0.0007	0.0007	0.0007	0.0006	0.0007	0.0007	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.0490	0.0468	0.0353	0.0339	0.0433	0.0416	0.0341	0.0332	0.0069	0.0065	0.0071	0.0068	0.0052	0.0052
		100	0.0212	0.0209	0.0161	0.0158	0.0186	0.0183	0.0142	0.0138	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026	0.0026	0.0025
		500	0.0043	0.0042	0.0030	0.0030	0.0049	0.0048	0.0036	0.0035	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0004	0.0004
0.6	[-1; 3]	50	0.0131	0.0125	0.0066	0.0064	0.0262	0.0253	0.0119	0.0114	0.0040	0.0036	0.0100	0.0093	0.0057	0.0057
		100	0.0073	0.0071	0.0030	0.0029	0.0118	0.0116	0.0046	0.0044	0.0023	0.0022	0.0042	0.0040	0.0025	0.0025
		500	0.0013	0.0013	0.0005	0.0005	0.0025	0.0025	0.0010	0.0010	0.0005	0.0005	0.0007	0.0007	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.0390	0.0371	0.0334	0.0318	0.0628	0.0603	0.0476	0.0450	0.0052	0.0049	0.0084	0.0071	0.0049	0.0048
		100	0.0202	0.0196	0.0150	0.0147	0.0263	0.0256	0.0227	0.0217	0.0025	0.0024	0.0041	0.0038	0.0027	0.0027
		500	0.0034	0.0033	0.0027	0.0026	0.0051	0.0051	0.0041	0.0040	0.0005	0.0005	0.0008	0.0008	0.0004	0.0004
0.7	[-1; 3]	50	0.0143	0.0143	0.0061	0.0061	0.0422	0.0374	0.0153	0.0143	0.0047	0.0045	0.0110	0.0101	0.0042	0.0042
		100	0.0071	0.0071	0.0029	0.0029	0.0195	0.0188	0.0082	0.0080	0.0021	0.0021	0.0054	0.0049	0.0020	0.0020
		500	0.0014	0.0014	0.0006	0.0006	0.0030	0.0029	0.0013	0.0012	0.0004	0.0004	0.0010	0.0010	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0353	0.0353	0.0250	0.0250	0.1255	0.1188	0.1147	0.0855	0.0041	0.0038	0.0121	0.0118	0.0041	0.0042
		100	0.0161	0.0158	0.0110	0.0108	0.0370	0.0339	0.0309	0.0285	0.0019	0.0018	0.0067	0.0054	0.0019	0.0019
		500	0.0029	0.0029	0.0023	0.0023	0.0080	0.0079	0.0060	0.0058	0.0005	0.0004	0.0010	0.0010	0.0004	0.0004
0.8	[-1; 3]	50	0.0125	0.0122	0.0051	0.0051	0.0921	0.0739	0.0409	0.0346	0.0037	0.0033	0.0236	0.0217	0.0032	0.0031
		100	0.0057	0.0056	0.0027	0.0026	0.0275	0.0232	0.0100	0.0091	0.0018	0.0017	0.0085	0.0078	0.0015	0.0015
		500	0.0010	0.0010	0.0005	0.0005	0.0050	0.0050	0.0020	0.0019	0.0003	0.0003	0.0013	0.0011	0.0003	0.0003
	[0; 2]	50	0.0293	0.0286	0.0238	0.0228	0.1625	0.1480	0.1347	0.1069	0.0032	0.0031	0.0209	0.0184	0.0033	0.0033
		100	0.0124	0.0122	0.0089	0.0088	0.0596	0.0584	0.0400	0.0391	0.0016	0.0016	0.0074	0.0066	0.0015	0.0015
		500	0.0028	0.0027	0.0021	0.0021	0.0098	0.0097	0.0079	0.0077	0.0003	0.0003	0.0016	0.0016	0.0003	0.0003
0.9	[-1; 3]	50	0.0108	0.0106	0.0054	0.0054	0.2469	0.1584	0.1125	0.0691	0.0028	0.0026	0.0474	0.0408	0.0020	0.0018
		100	0.0049	0.0049	0.0022	0.0022	0.0919	0.0549	0.0393	0.0235	0.0016	0.0015	0.0250	0.0217	0.0008	0.0008
		500	0.0010	0.0010	0.0004	0.0004	0.0100	0.0095	0.0032	0.0032	0.0003	0.0003	0.0039	0.0035	0.0002	0.0002
	[0; 2]	50	0.0233	0.0236	0.0188	0.0185	0.3022	0.2659	0.3104	0.2937	0.0031	0.0031	0.0487	0.0414	0.0021	0.0016
		100	0.0114	0.0115	0.0092	0.0093	0.1854	0.1387	0.1326	0.1099	0.0014	0.0013	0.0232	0.0200	0.0009	0.0009
		500	0.0022	0.0022	0.0017	0.0017	0.0208	0.0196	0.0157	0.0150	0.0003	0.0003	0.0028	0.0025	0.0002	0.0002

Tabela D.28: Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PVIII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.3000	0.1284	0.0940	0.0572	0.0346	0.0233	0.0200	0.0107	0.0645	0.0523	0.0138	0.0092	0.0076	0.0015
		100	0.1080	0.0678	0.0485	0.0273	0.0129	0.0122	0.0056	0.0054	0.0357	0.0302	0.0053	0.0041	0.0013	0.0009
		500	0.0134	0.0121	0.0050	0.0043	0.0024	0.0024	0.0012	0.0012	0.0052	0.0068	0.0011	0.0011	0.0002	0.0002
	[0; 2]	50	0.5069	0.3549	0.3440	0.2410	0.0769	0.0790	0.0734	0.0831	0.0624	0.0496	0.0144	0.0095	0.0079	0.0045
		100	0.1880	0.1270	0.1464	0.1122	0.0297	0.0263	0.0202	0.0188	0.0364	0.0275	0.0057	0.0053	0.0017	0.0010
		500	0.0297	0.0252	0.0205	0.0181	0.0054	0.0054	0.0040	0.0039	0.0059	0.0069	0.0010	0.0010	0.0003	0.0002
0.2	[-1; 3]	50	0.1625	0.0645	0.0471	0.0277	0.0378	0.0282	0.0157	0.0127	0.0432	0.0234	0.0160	0.0103	0.0062	0.0035
		100	0.0328	0.0213	0.0123	0.0103	0.0192	0.0165	0.0079	0.0071	0.0156	0.0114	0.0072	0.0056	0.0021	0.0020
		500	0.0049	0.0048	0.0020	0.0019	0.0035	0.0036	0.0014	0.0014	0.0016	0.0024	0.0011	0.0013	0.0003	0.0003
	[0; 2]	50	0.2245	0.1361	0.1377	0.0905	0.0907	0.0738	0.0626	0.0565	0.0316	0.0220	0.0138	0.0103	0.0048	0.0036
		100	0.0894	0.0696	0.0695	0.0507	0.0414	0.0393	0.0324	0.0294	0.0166	0.0111	0.0076	0.0062	0.0017	0.0015
		500	0.0152	0.0147	0.0096	0.0092	0.0081	0.0079	0.0061	0.0059	0.0020	0.0029	0.0010	0.0011	0.0004	0.0004
0.3	[-1; 3]	50	0.0665	0.0379	0.0230	0.0159	0.0436	0.0377	0.0145	0.0131	0.0200	0.0131	0.0159	0.0127	0.0046	0.0043
		100	0.0203	0.0187	0.0085	0.0074	0.0193	0.0174	0.0083	0.0078	0.0075	0.0069	0.0070	0.0053	0.0022	0.0022
		500	0.0037	0.0038	0.0015	0.0014	0.0033	0.0037	0.0015	0.0015	0.0012	0.0017	0.0013	0.0016	0.0006	0.0006
	[0; 2]	50	0.1192	0.0897	0.1050	0.0718	0.1149	0.0955	0.0879	0.0749	0.0186	0.0145	0.0150	0.0118	0.0050	0.0045
		100	0.0429	0.0380	0.0296	0.0257	0.0362	0.0343	0.0285	0.0263	0.0071	0.0068	0.0066	0.0054	0.0020	0.0020
		500	0.0086	0.0083	0.0061	0.0056	0.0070	0.0068	0.0057	0.0054	0.0014	0.0017	0.0012	0.0016	0.0005	0.0005
0.4	[-1; 3]	50	0.0458	0.0301	0.0140	0.0120	0.0591	0.0440	0.0212	0.0164	0.0161	0.0097	0.0197	0.0143	0.0053	0.0050
		100	0.0165	0.0164	0.0064	0.0060	0.0230	0.0215	0.0093	0.0082	0.0043	0.0039	0.0082	0.0086	0.0030	0.0030
		500	0.0029	0.0030	0.0011	0.0011	0.0050	0.0050	0.0020	0.0019	0.0009	0.0011	0.0015	0.0019	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.1043	0.0693	0.0633	0.0487	0.1221	0.1027	0.0822	0.0717	0.0161	0.0122	0.0205	0.0142	0.0059	0.0055
		100	0.0363	0.0345	0.0306	0.0290	0.0473	0.0438	0.0342	0.0326	0.0049	0.0042	0.0069	0.0064	0.0025	0.0024
		500	0.0055	0.0053	0.0042	0.0041	0.0100	0.0100	0.0078	0.0073	0.0010	0.0011	0.0014	0.0020	0.0005	0.0005
0.5	[-1; 3]	50	0.0276	0.0208	0.0111	0.0088	0.0546	0.0441	0.0265	0.0203	0.0118	0.0079	0.0252	0.0188	0.0063	0.0058
		100	0.0120	0.0108	0.0051	0.0050	0.0292	0.0266	0.0127	0.0114	0.0039	0.0034	0.0095	0.0075	0.0025	0.0022
		500	0.0020	0.0020	0.0009	0.0009	0.0050	0.0052	0.0021	0.0019	0.0006	0.0007	0.0015	0.0021	0.0005	0.0005
	[0; 2]	50	0.0502	0.0418	0.0372	0.0340	0.1427	0.0990	0.1003	0.0764	0.0089	0.0067	0.0299	0.0196	0.0061	0.0051
		100	0.0262	0.0246	0.0215	0.0195	0.0665	0.0570	0.0483	0.0435	0.0041	0.0033	0.0096	0.0083	0.0023	0.0023
		500	0.0044	0.0046	0.0034	0.0034	0.0120	0.0114	0.0084	0.0078	0.0009	0.0010	0.0017	0.0024	0.0005	0.0006
0.6	[-1; 3]	50	0.0172	0.0171	0.0082	0.0076	0.0715	0.0593	0.0323	0.0235	0.0055	0.0050	0.0331	0.0271	0.0050	0.0046
		100	0.0097	0.0089	0.0039	0.0038	0.0392	0.0274	0.0142	0.0112	0.0029	0.0026	0.0147	0.0119	0.0028	0.0026
		500	0.0018	0.0018	0.0008	0.0008	0.0059	0.0062	0.0031	0.0028	0.0007	0.0007	0.0025	0.0035	0.0006	0.0006
	[0; 2]	50	0.0436	0.0370	0.0289	0.0258	0.1905	0.1452	0.1275	0.1033	0.0067	0.0046	0.0355	0.0253	0.0064	0.0061
		100	0.0206	0.0192	0.0136	0.0128	0.0930	0.0799	0.0665	0.0581	0.0037	0.0036	0.0130	0.0112	0.0024	0.0023
		500	0.0035	0.0035	0.0024	0.0025	0.0142	0.0138	0.0101	0.0092	0.0005	0.0005	0.0023	0.0040	0.0006	0.0006
0.7	[-1; 3]	50	0.0155	0.0140	0.0068	0.0063	0.1273	0.0926	0.0588	0.0417	0.0062	0.0048	0.0410	0.0349	0.0053	0.0048
		100	0.0079	0.0070	0.0036	0.0034	0.0743	0.0446	0.0259	0.0193	0.0027	0.0024	0.0238	0.0185	0.0022	0.0021
		500	0.0013	0.0013	0.0006	0.0006	0.0096	0.0088	0.0032	0.0028	0.0004	0.0004	0.0034	0.0047	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0324	0.0308	0.0264	0.0254	0.3440	0.2134	0.2348	0.1563	0.0056	0.0045	0.0458	0.0337	0.0052	0.0042
		100	0.0153	0.0144	0.0123	0.0120	0.1018	0.0828	0.0777	0.0659	0.0026	0.0023	0.0162	0.0141	0.0027	0.0025
		500	0.0026	0.0026	0.0021	0.0021	0.0211	0.0207	0.0152	0.0139	0.0005	0.0005	0.0032	0.0047	0.0005	0.0005
0.8	[-1; 3]	50	0.0155	0.0138	0.0057	0.0056	0.1835	0.1068	0.0696	0.0499	0.0051	0.0041	0.0682	0.0565	0.0042	0.0034
		100	0.0071	0.0066	0.0031	0.0029	0.1050	0.0619	0.0389	0.0272	0.0022	0.0018	0.0369	0.0290	0.0021	0.0019
		500	0.0013	0.0013	0.0004	0.0004	0.0160	0.0148	0.0057	0.0047	0.0003	0.0003	0.0053	0.0065	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0344	0.0311	0.0261	0.0246	0.5381	0.3330	0.4055	0.2584	0.0044	0.0037	0.0738	0.0643	0.0038	0.0030
		100	0.0118	0.0115	0.0098	0.0095	0.3278	0.1714	0.1979	0.1223	0.0026	0.0022	0.0421	0.0268	0.0021	0.0017
		500	0.0027	0.0027	0.0018	0.0018	0.0312	0.0298	0.0230	0.0205	0.0004	0.0004	0.0052	0.0067	0.0003	0.0003
0.9	[-1; 3]	50	0.0115	0.0107	0.0051	0.0050	0.5523	0.3850	0.3538	0.3856	0.0043	0.0036	0.1179	0.1132	0.0029	0.0015
		100	0.0060	0.0060	0.0024	0.0023	0.2964	0.1271	0.1228	0.0644	0.0018	0.0016	0.0779	0.0721	0.0011	0.0009
		500	0.0009	0.0010	0.0004	0.0004	0.0318	0.0291	0.0134	0.0109	0.0003	0.0003	0.0111	0.0126	0.0002	0.0002
	[0; 2]	50	0.0415	0.0217	0.0879	0.0156	1.2841	0.9592	0.9432	0.8028	0.0040	0.0028	0.1352	0.1223	0.0065	0.0015
		100	0.0122	0.0114	0.0403	0.0386	0.6205	0.3467	0.3862	0.2427	0.0020	0.0018	0.0737	0.0631	0.0048	0.0046
		500	0.0021	0.0021	0.0014	0.0014	0.0657	0.0522	0.0498	0.0393	0.0003	0.0003	0.0121	0.0120	0.0002	0.0002

Tabela D.29: Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PIX



$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.4643	0.1731	0.1076	0.0555	0.0652	0.0496	0.0357	0.0224	0.0875	0.0639	0.0333	0.0159	0.0130	0.0021
		100	0.1513	0.0692	0.0636	0.0295	0.0266	0.0224	0.0085	0.0080	0.0481	0.0384	0.0129	0.0080	0.0033	0.0013
		500	0.0237	0.0248	0.0066	0.0055	0.0047	0.0048	0.0016	0.0016	0.0087	0.0150	0.0017	0.0021	0.0004	0.0003
	[0; 2]	50	0.5238	0.2798	0.3793	0.2503	0.1295	0.1120	0.1050	0.0826	0.0703	0.0620	0.0228	0.0148	0.0089	0.0017
		100	0.3088	0.1609	0.2541	0.1390	0.0549	0.0499	0.0397	0.0372	0.0474	0.0431	0.0099	0.0081	0.0022	0.0012
		500	0.0416	0.0409	0.0297	0.0234	0.0090	0.0089	0.0080	0.0077	0.0072	0.0117	0.0020	0.0024	0.0003	0.0003
0.2	[-1; 3]	50	0.1582	0.0669	0.0466	0.0265	0.0829	0.0631	0.0255	0.0218	0.0456	0.0272	0.0273	0.0189	0.0066	0.0040
		100	0.0663	0.0392	0.0192	0.0138	0.0335	0.0266	0.0106	0.0093	0.0203	0.0149	0.0131	0.0098	0.0026	0.0019
		500	0.0081	0.0090	0.0024	0.0023	0.0066	0.0078	0.0023	0.0021	0.0023	0.0044	0.0022	0.0037	0.0004	0.0005
	[0; 2]	50	0.2877	0.1555	0.2553	0.1203	0.1378	0.1081	0.1048	0.0838	0.0375	0.0288	0.0237	0.0163	0.0050	0.0039
		100	0.1264	0.0883	0.0756	0.0553	0.0672	0.0539	0.0456	0.0382	0.0185	0.0138	0.0111	0.0089	0.0028	0.0020
		500	0.0152	0.0144	0.0103	0.0095	0.0114	0.0117	0.0094	0.0090	0.0022	0.0044	0.0020	0.0033	0.0004	0.0004
0.3	[-1; 3]	50	0.0703	0.0433	0.0255	0.0212	0.0844	0.0583	0.0301	0.0249	0.0277	0.0175	0.0314	0.0207	0.0060	0.0042
		100	0.0234	0.0210	0.0093	0.0088	0.0337	0.0286	0.0117	0.0103	0.0101	0.0087	0.0130	0.0123	0.0037	0.0030
		500	0.0038	0.0041	0.0018	0.0018	0.0070	0.0078	0.0023	0.0021	0.0015	0.0023	0.0027	0.0051	0.0005	0.0006
	[0; 2]	50	0.1452	0.0950	0.0975	0.0731	0.1705	0.1214	0.1119	0.0841	0.0261	0.0184	0.0320	0.0240	0.0070	0.0054
		100	0.0605	0.0535	0.0339	0.0319	0.0796	0.0684	0.0580	0.0496	0.0107	0.0082	0.0174	0.0138	0.0030	0.0026
		500	0.0092	0.0089	0.0065	0.0061	0.0136	0.0136	0.0108	0.0095	0.0015	0.0025	0.0022	0.0047	0.0005	0.0005
0.4	[-1; 3]	50	0.0382	0.0316	0.0173	0.0140	0.0903	0.0634	0.0340	0.0278	0.0165	0.0113	0.0396	0.0264	0.0069	0.0055
		100	0.0187	0.0170	0.0060	0.0052	0.0447	0.0318	0.0162	0.0131	0.0081	0.0066	0.0210	0.0154	0.0035	0.0030
		500	0.0033	0.0030	0.0013	0.0012	0.0099	0.0121	0.0031	0.0027	0.0011	0.0014	0.0031	0.0066	0.0006	0.0007
	[0; 2]	50	0.0811	0.0681	0.0590	0.0490	0.1941	0.1420	0.1318	0.1049	0.0160	0.0128	0.0356	0.0306	0.0075	0.0060
		100	0.0404	0.0340	0.0295	0.0271	0.0907	0.0706	0.0653	0.0548	0.0058	0.0046	0.0162	0.0165	0.0034	0.0030
		500	0.0062	0.0062	0.0045	0.0045	0.0182	0.0207	0.0115	0.0099	0.0009	0.0012	0.0028	0.0061	0.0006	0.0006
0.5	[-1; 3]	50	0.0264	0.0216	0.0107	0.0090	0.1186	0.0816	0.0431	0.0282	0.0093	0.0072	0.0372	0.0291	0.0070	0.0060
		100	0.0138	0.0113	0.0055	0.0051	0.0499	0.0397	0.0212	0.0173	0.0057	0.0046	0.0229	0.0176	0.0037	0.0031
		500	0.0022	0.0022	0.0009	0.0008	0.0130	0.0155	0.0036	0.0029	0.0008	0.0010	0.0041	0.0076	0.0006	0.0006
	[0; 2]	50	0.0527	0.0482	0.0386	0.0348	0.2425	0.1806	0.1559	0.1116	0.0110	0.0082	0.0455	0.0382	0.0064	0.0054
		100	0.0341	0.0316	0.0232	0.0222	0.1059	0.0832	0.0741	0.0601	0.0047	0.0044	0.0188	0.0181	0.0029	0.0026
		500	0.0049	0.0050	0.0029	0.0030	0.0195	0.0232	0.0137	0.0106	0.0007	0.0009	0.0039	0.0092	0.0007	0.0007
0.6	[-1; 3]	50	0.0197	0.0186	0.0094	0.0082	0.1423	0.0963	0.0556	0.0356	0.0087	0.0066	0.0485	0.0426	0.0062	0.0055
		100	0.0147	0.0134	0.0048	0.0046	0.0763	0.0627	0.0315	0.0255	0.0033	0.0029	0.0305	0.0273	0.0029	0.0026
		500	0.0019	0.0019	0.0008	0.0008	0.0117	0.0155	0.0053	0.0041	0.0006	0.0006	0.0048	0.0103	0.0005	0.0006
	[0; 2]	50	0.0531	0.0442	0.0370	0.0299	0.3292	0.2132	0.2458	0.1583	0.0097	0.0061	0.0644	0.0460	0.0075	0.0057
		100	0.0177	0.0168	0.0142	0.0136	0.1454	0.1114	0.1033	0.0800	0.0039	0.0035	0.0245	0.0242	0.0026	0.0025
		500	0.0041	0.0041	0.0034	0.0033	0.0275	0.0264	0.0198	0.0162	0.0007	0.0007	0.0042	0.0107	0.0006	0.0007
0.7	[-1; 3]	50	0.0177	0.0163	0.0078	0.0073	0.2057	0.1230	0.0980	0.0567	0.0057	0.0044	0.0775	0.0688	0.0058	0.0046
		100	0.0082	0.0072	0.0036	0.0034	0.1310	0.0662	0.0482	0.0350	0.0029	0.0025	0.0380	0.0357	0.0027	0.0024
		500	0.0017	0.0017	0.0006	0.0006	0.0176	0.0246	0.0061	0.0046	0.0006	0.0006	0.0062	0.0130	0.0006	0.0006
	[0; 2]	50	0.0377	0.0350	0.0313	0.0298	0.6128	0.3388	0.4210	0.2368	0.0067	0.0055	0.0675	0.0589	0.0060	0.0052
		100	0.0177	0.0168	0.0129	0.0123	0.2532	0.1717	0.1804	0.1228	0.0027	0.0022	0.0427	0.0352	0.0027	0.0025
		500	0.0031	0.0030	0.0022	0.0022	0.0347	0.0366	0.0280	0.0211	0.0006	0.0006	0.0070	0.0147	0.0005	0.0006
0.8	[-1; 3]	50	0.0113	0.0102	0.0122	0.0048	0.4414	0.2397	0.1812	0.1079	0.0044	0.0037	0.1144	0.1042	0.0055	0.0029
		100	0.0057	0.0055	0.0026	0.0025	0.1903	0.1193	0.0709	0.0441	0.0023	0.0022	0.0561	0.0520	0.0026	0.0020
		500	0.0012	0.0012	0.0005	0.0005	0.0269	0.0341	0.0110	0.0079	0.0005	0.0004	0.0104	0.0183	0.0004	0.0004
	[0; 2]	50	0.0348	0.0292	0.0770	0.0256	0.8613	0.5307	0.5861	0.3969	0.0063	0.0036	0.1119	0.1020	0.0072	0.0036
		100	0.0147	0.0140	0.0116	0.0114	0.4377	0.2513	0.2610	0.1709	0.0022	0.0019	0.0658	0.0524	0.0023	0.0017
		500	0.0025	0.0025	0.0019	0.0019	0.0697	0.0501	0.0469	0.0302	0.0004	0.0005	0.0109	0.0197	0.0004	0.0004
0.9	[-1; 3]	50	0.0145	0.0132	0.0048	0.0044	0.7500	0.4649	0.3223	0.2352	0.0045	0.0035	0.2098	0.2184	0.0034	0.0016
		100	0.0056	0.0054	0.0021	0.0021	0.4167	0.2738	0.2176	0.1372	0.0020	0.0017	0.1234	0.1288	0.0014	0.0009
		500	0.0011	0.0011	0.0004	0.0005	0.0758	0.0668	0.0266	0.0154	0.0003	0.0003	0.0238	0.0266	0.0003	0.0002
	[0; 2]	50	0.0412	0.0343	0.2069	0.0716	2.0424	1.6436	1.3249	1.1529	0.0095	0.0040	0.2076	0.2061	0.0185	0.0076
		100	0.0139	0.0105	0.0907	0.0076	1.0120	0.5325	0.7560	0.4378	0.0101	0.0019	0.1112	0.1027	0.0107	0.0009
		500	0.0027	0.0027	0.0019	0.0019	0.1488	0.1041	0.0875	0.0587	0.0003	0.0003	0.0257	0.0321	0.0002	0.0002

Tabela D.30: Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso PX

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0108	0.0246	0.0247	0.0507	0.0099	0.0094	0.0065	0.0065	0.1035	0.1099	0.0117	0.0123	0.0259	0.0075
		100	0.0053	0.0177	0.0032	0.0103	0.0005	0.0008	0.0014	0.0010	0.0484	0.0537	0.0028	0.0047	0.0007	0.0145
		500	0.0021	0.0055	0.0018	0.0090	0.0003	0.0002	0.0018	0.0014	0.0083	0.0144	0.0007	0.0028	0.0003	0.0156
	[0; 2]	50	0.0320	0.0165	0.0116	0.0511	0.0078	0.0141	0.0030	0.0003	0.1091	0.1235	0.0098	0.0129	0.0412	0.0096
		100	0.0022	0.0519	0.0011	0.0511	0.0064	0.0072	0.0102	0.0150	0.0851	0.0983	0.0073	0.0093	0.0062	0.0199
		500	0.0030	0.0657	0.0000	0.0655	0.0033	0.0042	0.0011	0.0019	0.0139	0.0346	0.0007	0.0020	0.0011	0.0326
0.2	[-1; 3]	50	0.0011	0.0099	0.0039	0.0109	0.0027	0.0038	0.0022	0.0033	0.0614	0.0657	0.0091	0.0136	0.0031	0.0159
		100	0.0073	0.0005	0.0044	0.0102	0.0008	0.0005	0.0012	0.0023	0.0237	0.0295	0.0078	0.0121	0.0002	0.0228
		500	0.0034	0.0097	0.0012	0.0075	0.0004	0.0014	0.0006	0.0017	0.0051	0.0112	0.0014	0.0061	0.0003	0.0234
	[0; 2]	50	0.0231	0.0414	0.0367	0.0243	0.0019	0.0016	0.0046	0.0016	0.0759	0.0916	0.0085	0.0134	0.0103	0.0360
		100	0.0004	0.0560	0.0039	0.0530	0.0139	0.0159	0.0141	0.0161	0.0337	0.0530	0.0059	0.0108	0.0025	0.0480
		500	0.0075	0.0659	0.0060	0.0634	0.0035	0.0006	0.0028	0.0014	0.0074	0.0262	0.0011	0.0080	0.0015	0.0507
0.3	[-1; 3]	50	0.0033	0.0014	0.0010	0.0067	0.0065	0.0046	0.0031	0.0011	0.0408	0.0462	0.0123	0.0189	0.0019	0.0251
		100	0.0037	0.0093	0.0022	0.0077	0.0022	0.0000	0.0009	0.0028	0.0189	0.0252	0.0069	0.0140	0.0019	0.0263
		500	0.0016	0.0070	0.0014	0.0040	0.0010	0.0024	0.0002	0.0018	0.0021	0.0081	0.0010	0.0087	0.0002	0.0262
	[0; 2]	50	0.0112	0.0440	0.0021	0.0515	0.0089	0.0162	0.0114	0.0178	0.0393	0.0592	0.0174	0.0264	0.0027	0.0458
		100	0.0116	0.0576	0.0043	0.0495	0.0020	0.0119	0.0028	0.0080	0.0205	0.0366	0.0054	0.0180	0.0020	0.0568
		500	0.0085	0.0548	0.0078	0.0545	0.0024	0.0086	0.0014	0.0095	0.0064	0.0233	0.0010	0.0141	0.0027	0.0610
0.4	[-1; 3]	50	0.0017	0.0028	0.0014	0.0032	0.0058	0.0069	0.0010	0.0034	0.0253	0.0323	0.0123	0.0198	0.0037	0.0190
		100	0.0061	0.0023	0.0041	0.0004	0.0046	0.0014	0.0042	0.0014	0.0106	0.0180	0.0078	0.0166	0.0004	0.0196
		500	0.0008	0.0055	0.0007	0.0041	0.0006	0.0019	0.0004	0.0032	0.0026	0.0096	0.0005	0.0101	0.0030	0.0266
	[0; 2]	50	0.0090	0.0263	0.0100	0.0269	0.0001	0.0214	0.0045	0.0219	0.0283	0.0456	0.0257	0.0399	0.0117	0.0237
		100	0.0076	0.0340	0.0123	0.0290	0.0075	0.0255	0.0093	0.0253	0.0130	0.0324	0.0100	0.0258	0.0046	0.0504
		500	0.0022	0.0385	0.0022	0.0383	0.0002	0.0199	0.0017	0.0213	0.0044	0.0220	0.0004	0.0193	0.0006	0.0518
0.5	[-1; 3]	50	0.0001	0.0030	0.0038	0.0004	0.0012	0.0026	0.0015	0.0024	0.0159	0.0236	0.0255	0.0349	0.0132	0.0114
		100	0.0029	0.0009	0.0003	0.0038	0.0049	0.0010	0.0013	0.0052	0.0107	0.0187	0.0073	0.0165	0.0018	0.0023
		500	0.0009	0.0049	0.0021	0.0018	0.0017	0.0060	0.0006	0.0046	0.0035	0.0132	0.0005	0.0099	0.0037	0.0060
	[0; 2]	50	0.0137	0.0426	0.0072	0.0354	0.0140	0.0109	0.0100	0.0152	0.0261	0.0415	0.0204	0.0386	0.0122	0.0103
		100	0.0000	0.0312	0.0046	0.0261	0.0070	0.0222	0.0000	0.0292	0.0079	0.0275	0.0085	0.0267	0.0097	0.0148
		500	0.0032	0.0338	0.0016	0.0321	0.0006	0.0294	0.0018	0.0323	0.0015	0.0223	0.0004	0.0207	0.0028	0.0044
0.6	[-1; 3]	50	0.0031	0.0054	0.0047	0.0071	0.0008	0.0007	0.0007	0.0052	0.0146	0.0220	0.0201	0.0280	0.0041	0.0224
		100	0.0025	0.0055	0.0008	0.0036	0.0103	0.0045	0.0043	0.0005	0.0029	0.0121	0.0122	0.0202	0.0006	0.0199
		500	0.0005	0.0024	0.0005	0.0033	0.0003	0.0046	0.0002	0.0048	0.0010	0.0107	0.0032	0.0100	0.0003	0.0234
	[0; 2]	50	0.0048	0.0155	0.0007	0.0112	0.0102	0.0540	0.0019	0.0455	0.0255	0.0371	0.0343	0.0520	0.0134	0.0549
		100	0.0013	0.0158	0.0015	0.0158	0.0008	0.0378	0.0006	0.0385	0.0073	0.0252	0.0128	0.0296	0.0050	0.0536
		500	0.0007	0.0189	0.0018	0.0177	0.0041	0.0448	0.0062	0.0477	0.0010	0.0207	0.0023	0.0199	0.0005	0.0521
0.7	[-1; 3]	50	0.0033	0.0027	0.0005	0.0009	0.0044	0.0109	0.0074	0.0123	0.0122	0.0182	0.0301	0.0367	0.0017	0.0226
		100	0.0042	0.0019	0.0038	0.0018	0.0052	0.0004	0.0016	0.0038	0.0072	0.0146	0.0184	0.0249	0.0014	0.0240
		500	0.0010	0.0030	0.0017	0.0036	0.0034	0.0019	0.0003	0.0052	0.0005	0.0079	0.0044	0.0108	0.0018	0.0281
	[0; 2]	50	0.0104	0.0221	0.0141	0.0244	0.0089	0.0349	0.0004	0.0454	0.0112	0.0228	0.0405	0.0557	0.0057	0.0379
		100	0.0072	0.0047	0.0031	0.0079	0.0107	0.0584	0.0052	0.0508	0.0035	0.0162	0.0215	0.0371	0.0003	0.0549
		500	0.0043	0.0069	0.0012	0.0099	0.0025	0.0468	0.0011	0.0503	0.0010	0.0124	0.0042	0.0230	0.0002	0.0591
0.8	[-1; 3]	50	0.0001	0.0007	0.0016	0.0008	0.0187	0.0255	0.0122	0.0169	0.0134	0.0166	0.0574	0.0629	0.0027	0.0195
		100	0.0031	0.0043	0.0002	0.0014	0.0076	0.0012	0.0002	0.0056	0.0072	0.0117	0.0251	0.0310	0.0062	0.0268
		500	0.0006	0.0005	0.0007	0.0018	0.0007	0.0055	0.0017	0.0045	0.0011	0.0058	0.0047	0.0109	0.0031	0.0262
	[0; 2]	50	0.0027	0.0027	0.0014	0.0004	0.0437	0.0433	0.0289	0.0506	0.0147	0.0179	0.0643	0.0829	0.0149	0.0351
		100	0.0003	0.0036	0.0003	0.0028	0.0005	0.0586	0.0048	0.0609	0.0051	0.0109	0.0362	0.0546	0.0012	0.0483
		500	0.0011	0.0041	0.0006	0.0039	0.0016	0.0569	0.0020	0.0570	0.0007	0.0069	0.0053	0.0252	0.0022	0.0541
0.9	[-1; 3]	50	0.0015	0.0007	0.0186	0.0115	0.0108	0.0059	0.0116	0.0103	0.0103	0.0115	0.0935	0.0998	0.0278	0.0083
		100	0.0014	0.0006	0.0032	0.0028	0.0130	0.0076	0.0100	0.0006	0.0062	0.0078	0.0530	0.0597	0.0025	0.0011
		500	0.0011	0.0015	0.0015	0.0019	0.0062	0.0127	0.0072	0.0144	0.0025	0.0046	0.0083	0.0146	0.0006	0.0154
	[0; 2]	50	0.0095	0.0537	0.0046	0.0165	0.0069	0.1030	0.0176	0.0660	0.0143	0.0156	0.1101	0.1310	0.0407	0.0089
		100	0.0032	0.0007	0.0002	0.0022	0.0079	0.0913	0.0042	0.0516	0.0036	0.0038	0.0791	0.1012	0.0016	0.0298
		500	0.0018	0.0010	0.0029	0.0019	0.0026	0.0728	0.0000	0.0709	0.0010	0.0021	0.0107	0.0320	0.0011	0.0347

Tabela D.31: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EI

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0213	0.0913	0.0166	0.0708	0.0013	0.0030	0.0193	0.0069	0.1794	0.1985	0.0332	0.0310	0.0317	0.0026
		100	0.0395	0.0409	0.0242	0.0347	0.0020	0.0006	0.0071	0.0057	0.1077	0.1353	0.0049	0.0117	0.0140	0.0172
		500	0.0114	0.0463	0.0018	0.0359	0.0021	0.0029	0.0011	0.0020	0.0300	0.0510	0.0010	0.0051	0.0002	0.0259
	[0; 2]	50	0.0074	0.2072	0.0069	0.1288	0.0582	0.1441	0.0325	0.0314	0.2212	0.2726	0.0420	0.0433	0.0923	0.0367
		100	0.0276	0.3119	0.0097	0.2563	0.0288	0.0100	0.0255	0.0041	0.1863	0.2750	0.0282	0.0156	0.0343	0.0338
		500	0.0226	0.4716	0.0177	0.4694	0.0020	0.0512	0.0049	0.0548	0.0479	0.1937	0.0042	0.0153	0.0047	0.0626
0.2	[-1; 3]	50	0.0518	0.0180	0.0274	0.0030	0.0034	0.0208	0.0066	0.0091	0.1151	0.1307	0.0143	0.0224	0.0032	0.0309
		100	0.0057	0.0372	0.0056	0.0400	0.0032	0.0004	0.0041	0.0065	0.0498	0.0727	0.0036	0.0130	0.0045	0.0432
		500	0.0007	0.0314	0.0036	0.0281	0.0017	0.0053	0.0003	0.0040	0.0074	0.0289	0.0037	0.0150	0.0026	0.0429
	[0; 2]	50	0.0346	0.2848	0.0493	0.2017	0.0318	0.0158	0.0378	0.0002	0.1436	0.2305	0.0508	0.0382	0.0593	0.0473
		100	0.0059	0.3450	0.0099	0.3221	0.0405	0.0184	0.0303	0.0283	0.0887	0.1893	0.0233	0.0102	0.0283	0.0887
		500	0.0079	0.4635	0.0058	0.4608	0.0030	0.0906	0.0046	0.0893	0.0078	0.1421	0.0033	0.0240	0.0023	0.1243
0.3	[-1; 3]	50	0.0240	0.0028	0.0287	0.0077	0.0113	0.0203	0.0020	0.0071	0.0705	0.0910	0.0222	0.0373	0.0054	0.0352
		100	0.0045	0.0358	0.0100	0.0359	0.0014	0.0071	0.0013	0.0087	0.0299	0.0494	0.0105	0.0293	0.0052	0.0491
		500	0.0004	0.0270	0.0019	0.0285	0.0029	0.0042	0.0023	0.0054	0.0079	0.0288	0.0010	0.0209	0.0003	0.0470
	[0; 2]	50	0.0483	0.2769	0.0466	0.2858	0.0261	0.0104	0.0192	0.0058	0.1182	0.1859	0.0432	0.0378	0.0168	0.0923
		100	0.0128	0.2444	0.0125	0.2649	0.0203	0.0087	0.0113	0.0144	0.0562	0.1407	0.0189	0.0245	0.0094	0.1108
		500	0.0127	0.3716	0.0160	0.3765	0.0028	0.0853	0.0055	0.0890	0.0136	0.1355	0.0012	0.0124	0.0046	0.1548
0.4	[-1; 3]	50	0.0007	0.0195	0.0000	0.0207	0.0294	0.0180	0.0151	0.0040	0.0431	0.0658	0.0274	0.0488	0.0049	0.0299
		100	0.0124	0.0388	0.0024	0.0248	0.0034	0.0154	0.0040	0.0155	0.0282	0.0517	0.0104	0.0358	0.0005	0.0351
		500	0.0037	0.0202	0.0019	0.0250	0.0009	0.0126	0.0006	0.0123	0.0053	0.0279	0.0030	0.0305	0.0000	0.0422
	[0; 2]	50	0.0494	0.2323	0.0463	0.2228	0.0175	0.0412	0.0110	0.0396	0.0917	0.1451	0.0506	0.0693	0.0066	0.0877
		100	0.0048	0.1783	0.0060	0.1888	0.0124	0.0391	0.0083	0.0340	0.0499	0.1112	0.0267	0.0539	0.0031	0.0974
		500	0.0014	0.2555	0.0013	0.2551	0.0027	0.0079	0.0014	0.0028	0.0033	0.0869	0.0054	0.0318	0.0044	0.1273
0.5	[-1; 3]	50	0.0069	0.0266	0.0039	0.0166	0.0016	0.0108	0.0038	0.0104	0.0262	0.0529	0.0360	0.0586	0.0013	0.0077
		100	0.0070	0.0096	0.0001	0.0163	0.0010	0.0168	0.0050	0.0135	0.0168	0.0401	0.0183	0.0464	0.0008	0.0010
		500	0.0011	0.0178	0.0005	0.0183	0.0018	0.0183	0.0030	0.0151	0.0057	0.0342	0.0001	0.0279	0.0015	0.0006
	[0; 2]	50	0.0112	0.1003	0.0012	0.1023	0.0390	0.1651	0.0175	0.1445	0.0672	0.0981	0.0609	0.1077	0.0007	0.0091
		100	0.0016	0.1195	0.0007	0.1202	0.0251	0.1291	0.0313	0.1381	0.0142	0.0668	0.0400	0.0895	0.0124	0.0016
		500	0.0015	0.1365	0.0040	0.1387	0.0001	0.1131	0.0034	0.1093	0.0018	0.0638	0.0070	0.0657	0.0005	0.0139
0.6	[-1; 3]	50	0.0057	0.0052	0.0042	0.0081	0.0047	0.0153	0.0010	0.0188	0.0288	0.0515	0.0483	0.0666	0.0065	0.0359
		100	0.0068	0.0167	0.0009	0.0121	0.0100	0.0119	0.0061	0.0163	0.0187	0.0428	0.0199	0.0425	0.0002	0.0356
		500	0.0044	0.0183	0.0014	0.0136	0.0013	0.0202	0.0028	0.0257	0.0029	0.0308	0.0036	0.0253	0.0015	0.0405
	[0; 2]	50	0.0102	0.0717	0.0120	0.0609	0.0012	0.1706	0.0035	0.1793	0.0560	0.0770	0.0852	0.1376	0.0155	0.0610
		100	0.0094	0.0160	0.0083	0.0158	0.0140	0.2087	0.0118	0.2076	0.0200	0.0516	0.0477	0.1167	0.0000	0.0931
		500	0.0039	0.0143	0.0043	0.0133	0.0000	0.2669	0.0050	0.2606	0.0054	0.0272	0.0019	0.0907	0.0050	0.1318
0.7	[-1; 3]	50	0.0012	0.0061	0.0003	0.0077	0.0223	0.0075	0.0049	0.0193	0.0193	0.0368	0.0705	0.0904	0.0057	0.0333
		100	0.0080	0.0016	0.0014	0.0081	0.0002	0.0240	0.0036	0.0296	0.0094	0.0269	0.0256	0.0456	0.0004	0.0452
		500	0.0053	0.0124	0.0019	0.0089	0.0011	0.0273	0.0006	0.0283	0.0019	0.0207	0.0025	0.0246	0.0004	0.0482
	[0; 2]	50	0.0597	0.0360	0.0573	0.0246	0.0126	0.2198	0.0243	0.2036	0.0541	0.0509	0.1139	0.1947	0.0218	0.0904
		100	0.0193	0.0363	0.0203	0.0328	0.0211	0.3197	0.0030	0.3173	0.0221	0.0179	0.0522	0.1548	0.0157	0.1179
		500	0.0001	0.0837	0.0008	0.0811	0.0027	0.3892	0.0001	0.3758	0.0052	0.0070	0.0061	0.1242	0.0026	0.1489
0.8	[-1; 3]	50	0.0138	0.0180	0.0065	0.0028	0.0051	0.0357	0.0097	0.0112	0.0230	0.0308	0.1122	0.1343	0.0080	0.0254
		100	0.0017	0.0050	0.0006	0.0030	0.0098	0.0219	0.0057	0.0266	0.0097	0.0181	0.0478	0.0711	0.0001	0.0405
		500	0.0042	0.0078	0.0011	0.0046	0.0016	0.0293	0.0002	0.0309	0.0025	0.0134	0.0084	0.0299	0.0004	0.0414
	[0; 2]	50	0.0241	0.0079	0.0159	0.0159	0.0643	0.2305	0.0470	0.2242	0.0403	0.0391	0.1743	0.2323	0.0358	0.0507
		100	0.0126	0.0256	0.0067	0.0246	0.0082	0.2782	0.0048	0.2935	0.0194	0.0133	0.1019	0.1941	0.0145	0.0878
		500	0.0038	0.0820	0.0019	0.0845	0.0034	0.4576	0.0048	0.4519	0.0020	0.0233	0.0080	0.1418	0.0012	0.1228
0.9	[-1; 3]	50	0.0075	0.0119	0.0088	0.0130	0.0617	0.0312	0.0448	0.0031	0.0241	0.0228	0.1795	0.2087	0.0370	0.0109
		100	0.0009	0.0018	0.0053	0.0008	0.0304	0.0711	0.0162	0.0341	0.0068	0.0107	0.1261	0.1515	0.0079	0.0206
		500	0.0026	0.0017	0.0008	0.0000	0.0144	0.0194	0.0070	0.0277	0.0016	0.0055	0.0261	0.0477	0.0013	0.0258
	[0; 2]	50	0.0376	0.0690	0.0333	0.0370	0.0445	0.2591	0.0104	0.2183	0.0336	0.0220	0.2283	0.3038	0.0812	0.0103
		100	0.0388	0.0354	0.0304	0.0002	0.0256	0.3312	0.0010	0.2577	0.0230	0.0122	0.1759	0.2711	0.0400	0.0312
		500	0.0075	0.0525	0.0073	0.0520	0.0022	0.5063	0.0043	0.5015	0.0012	0.0221	0.0320	0.2041	0.0034	0.0692

Tabela D.32: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0051	0.0540	0.0142	0.0778	0.0055	0.0046	0.0065	0.0035	0.2061	0.2542	0.0428	0.0448	0.0392	0.0036
		100	0.0177	0.1060	0.0007	0.0614	0.0091	0.0184	0.0003	0.0130	0.1522	0.1953	0.0178	0.0258	0.0105	0.0196
		500	0.0031	0.0676	0.0094	0.0689	0.0008	0.0059	0.0006	0.0059	0.0212	0.0834	0.0029	0.0040	0.0019	0.0415
	[0; 2]	50	0.0616	0.2876	0.0466	0.1412	0.1733	0.2035	0.1438	0.1107	0.2036	0.3472	0.1069	0.0798	0.1367	0.0294
		100	0.0603	0.2806	0.0521	0.1776	0.0894	0.1322	0.0846	0.0635	0.2358	0.3822	0.0507	0.0576	0.0627	0.0009
		500	0.1275	0.6300	0.1288	0.5725	0.0056	0.0834	0.0058	0.1269	0.1371	0.4448	0.0117	0.0119	0.0024	0.0752
0.2	[-1; 3]	50	0.0095	0.0693	0.0003	0.0648	0.0096	0.0112	0.0037	0.0005	0.1277	0.1890	0.0316	0.0404	0.0108	0.0349
		100	0.0156	0.0552	0.0236	0.0598	0.0062	0.0154	0.0091	0.0060	0.0510	0.1274	0.0217	0.0293	0.0075	0.0557
		500	0.0162	0.0719	0.0035	0.0578	0.0051	0.0022	0.0027	0.0038	0.0156	0.0670	0.0016	0.0206	0.0008	0.0598
	[0; 2]	50	0.0458	0.2314	0.0226	0.2487	0.1383	0.0737	0.1252	0.0199	0.1835	0.3225	0.0949	0.0784	0.0676	0.0416
		100	0.0121	0.4491	0.0170	0.4364	0.0690	0.0977	0.0833	0.0943	0.1368	0.3650	0.0483	0.0256	0.0370	0.1153
		500	0.0212	0.6624	0.0322	0.6507	0.0173	0.2409	0.0132	0.3066	0.0456	0.4569	0.0049	0.0476	0.0017	0.1718
0.3	[-1; 3]	50	0.0090	0.0308	0.0067	0.0410	0.0085	0.0233	0.0032	0.0168	0.0881	0.1353	0.0376	0.0634	0.0046	0.0353
		100	0.0035	0.0442	0.0002	0.0436	0.0054	0.0257	0.0050	0.0147	0.0438	0.0952	0.0129	0.0426	0.0022	0.0454
		500	0.0029	0.0428	0.0038	0.0473	0.0038	0.0257	0.0023	0.0205	0.0052	0.0553	0.0043	0.0418	0.0015	0.0535
	[0; 2]	50	0.0556	0.2831	0.0793	0.2954	0.1060	0.0192	0.0666	0.0084	0.1122	0.2667	0.1112	0.0826	0.0601	0.0730
		100	0.0123	0.3733	0.0074	0.3726	0.0433	0.0984	0.0471	0.0999	0.0826	0.3061	0.0519	0.0381	0.0315	0.1249
		500	0.0176	0.6441	0.0218	0.6059	0.0036	0.4819	0.0095	0.4936	0.0252	0.4496	0.0077	0.0594	0.0052	0.2612
0.4	[-1; 3]	50	0.0337	0.0559	0.0176	0.0426	0.0056	0.0469	0.0028	0.0382	0.0548	0.0978	0.0374	0.0726	0.0038	0.0133
		100	0.0151	0.0411	0.0092	0.0380	0.0060	0.0415	0.0060	0.0435	0.0157	0.0705	0.0244	0.0541	0.0131	0.0274
		500	0.0029	0.0252	0.0018	0.0312	0.0035	0.0419	0.0030	0.0411	0.0030	0.0631	0.0062	0.0404	0.0006	0.0227
	[0; 2]	50	0.0922	0.1545	0.1088	0.1481	0.1333	0.2302	0.1015	0.2118	0.1000	0.1824	0.1187	0.1123	0.0154	0.0107
		100	0.0346	0.2012	0.0284	0.2069	0.1160	0.1812	0.1205	0.1803	0.0454	0.1854	0.0532	0.0791	0.0342	0.0153
		500	0.0023	0.2244	0.0008	0.2006	0.0196	0.0959	0.0215	0.0951	0.0123	0.2006	0.0073	0.0398	0.0061	0.0093
0.5	[-1; 3]	50	0.0094	0.0248	0.0088	0.0227	0.0175	0.0317	0.0036	0.0546	0.0544	0.0923	0.0535	0.0800	0.0004	0.0435
		100	0.0092	0.0278	0.0006	0.0197	0.0147	0.0460	0.0031	0.0519	0.0184	0.0650	0.0240	0.0575	0.0037	0.0428
		500	0.0086	0.0268	0.0027	0.0217	0.0045	0.0645	0.0017	0.0564	0.0003	0.0476	0.0065	0.0405	0.0007	0.0577
	[0; 2]	50	0.0222	0.1341	0.0113	0.1051	0.1331	0.3772	0.1361	0.3778	0.0552	0.1101	0.1555	0.1826	0.0208	0.0872
		100	0.0110	0.0731	0.0075	0.0544	0.0236	0.3879	0.0387	0.4113	0.0459	0.0963	0.0532	0.1172	0.0045	0.1116
		500	0.0043	0.0106	0.0039	0.0114	0.0028	0.5465	0.0026	0.5383	0.0018	0.0391	0.0135	0.1154	0.0021	0.1695
0.6	[-1; 3]	50	0.0100	0.0031	0.0087	0.0000	0.0243	0.0967	0.0143	0.0817	0.0362	0.0603	0.0816	0.1174	0.0089	0.0605
		100	0.0011	0.0153	0.0004	0.0127	0.0189	0.0417	0.0024	0.0629	0.0179	0.0513	0.0290	0.0584	0.0006	0.0571
		500	0.0002	0.0120	0.0002	0.0118	0.0001	0.0681	0.0006	0.0682	0.0006	0.0334	0.0043	0.0379	0.0013	0.0615
	[0; 2]	50	0.0250	0.0372	0.0269	0.0400	0.1408	0.5200	0.1332	0.5349	0.0783	0.0859	0.1638	0.2106	0.0158	0.1050
		100	0.0003	0.0145	0.0070	0.0180	0.0787	0.5767	0.0684	0.5763	0.0376	0.0442	0.0888	0.1710	0.0152	0.1374
		500	0.0049	0.1096	0.0016	0.1115	0.0095	0.7411	0.0107	0.7499	0.0093	0.0203	0.0078	0.1497	0.0054	0.2055
0.7	[-1; 3]	50	0.0112	0.0072	0.0150	0.0038	0.0032	0.0721	0.0104	0.0650	0.0230	0.0408	0.1151	0.1490	0.0060	0.0510
		100	0.0040	0.0001	0.0051	0.0011	0.0165	0.0887	0.0047	0.0823	0.0078	0.0256	0.0643	0.1032	0.0002	0.0569
		500	0.0004	0.0055	0.0012	0.0049	0.0119	0.0882	0.0021	0.0781	0.0027	0.0228	0.0150	0.0508	0.0002	0.0595
	[0; 2]	50	0.0053	0.0106	0.0192	0.0063	0.1305	0.5988	0.1335	0.5910	0.0392	0.0377	0.2115	0.2632	0.0198	0.1036
		100	0.0056	0.0363	0.0093	0.0396	0.0910	0.6489	0.0686	0.6444	0.0230	0.0161	0.1165	0.2294	0.0126	0.1271
		500	0.0051	0.1116	0.0016	0.1156	0.0175	0.8520	0.0148	0.8424	0.0029	0.0384	0.0244	0.1664	0.0042	0.1785
0.8	[-1; 3]	50	0.0052	0.0139	0.0007	0.0007	0.0312	0.0643	0.0424	0.0411	0.0339	0.0371	0.1805	0.2165	0.0226	0.0265
		100	0.0031	0.0014	0.0050	0.0062	0.0095	0.0708	0.0023	0.0814	0.0088	0.0161	0.1140	0.1464	0.0029	0.0497
		500	0.0008	0.0016	0.0026	0.0040	0.0169	0.0717	0.0043	0.0851	0.0031	0.0120	0.0174	0.0575	0.0023	0.0480
	[0; 2]	50	0.0348	0.0169	0.0143	0.0323	0.1861	0.6663	0.2055	0.6265	0.0472	0.0302	0.2804	0.3440	0.0456	0.0533
		100	0.0070	0.0221	0.0164	0.0522	0.0774	0.6923	0.0950	0.6887	0.0200	0.0025	0.1826	0.2932	0.0252	0.0843
		500	0.0058	0.0927	0.0042	0.0903	0.0457	0.9206	0.0320	0.9213	0.0020	0.0348	0.0311	0.1754	0.0004	0.1303
0.9	[-1; 3]	50	0.0109	0.0133	0.0168	0.0055	0.0534	0.0440	0.0534	0.0553	0.0053	0.0120	0.2965	0.3185	0.0468	0.0039
		100	0.0009	0.0051	0.0136	0.0097	0.0561	0.0235	0.0042	0.1013	0.0112	0.0114	0.1689	0.2118	0.0108	0.0234
		500	0.0006	0.0016	0.0017	0.0025	0.0150	0.0973	0.0100	0.0963	0.0026	0.0042	0.0275	0.0734	0.0010	0.0294
	[0; 2]	50	0.0673	0.0895	0.0515	0.0101	0.0886	0.5913	0.0392	0.4902	0.0632	0.0328	0.3464	0.4350	0.1144	0.0183
		100	0.0282	0.0491	0.0055	0.0312	0.1107	0.6620	0.0522	0.5556	0.0227	0.0171	0.3203	0.4167	0.0574	0.0106
		500	0.0028	0.0473	0.0025	0.0490	0.0172	0.9338	0.0222	0.9502	0.0038	0.0226	0.0863	0.2652	0.0049	0.0695

Tabela D.33: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EIII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0493	0.0629	0.0474	0.0252	0.0399	0.0405	0.0231	0.0063	0.1984	0.2718	0.0590	0.0599	0.0678	0.0168
		100	0.0273	0.0471	0.0323	0.0341	0.0265	0.0582	0.0099	0.0056	0.1395	0.2320	0.0283	0.0381	0.0197	0.0165
		500	0.0005	0.1208	0.0056	0.1103	0.0028	0.0228	0.0008	0.0258	0.0308	0.1589	0.0025	0.0091	0.0001	0.0551
	[0; 2]	50	0.1899	0.3215	0.1857	0.1598	0.1952	0.1101	0.2038	0.0114	0.1944	0.3874	0.1111	0.0871	0.1442	0.0230
		100	0.1046	0.4138	0.1203	0.4418	0.1943	0.3707	0.1921	0.1066	0.2067	0.3629	0.0505	0.0996	0.0694	0.0208
		500	0.0830	0.6793	0.1099	0.3601	0.0446	0.0265	0.0333	0.1417	0.1254	0.4340	0.0229	0.0453	0.0155	0.0410
0.2	[-1; 3]	50	0.0014	0.0632	0.0268	0.0478	0.0113	0.0083	0.0108	0.0223	0.1531	0.2158	0.0378	0.0567	0.0122	0.0324
		100	0.0160	0.0794	0.0209	0.0687	0.0019	0.0022	0.0095	0.0057	0.0468	0.1507	0.0182	0.0292	0.0116	0.0562
		500	0.0040	0.0797	0.0026	0.0803	0.0033	0.0029	0.0043	0.0038	0.0151	0.1033	0.0038	0.0218	0.0006	0.0731
	[0; 2]	50	0.0088	0.3581	0.0493	0.2922	0.2072	0.0029	0.1610	0.0345	0.1728	0.3768	0.1155	0.0863	0.0941	0.0561
		100	0.0299	0.4203	0.0033	0.3881	0.1517	0.1445	0.1666	0.1407	0.1173	0.4219	0.0739	0.0393	0.0583	0.1190
		500	0.0278	0.5244	0.0201	0.5604	0.0505	0.3184	0.0460	0.3417	0.0485	0.4797	0.0145	0.0064	0.0115	0.1765
0.3	[-1; 3]	50	0.0116	0.0481	0.0147	0.0288	0.0104	0.0204	0.0009	0.0291	0.0933	0.1617	0.0586	0.0860	0.0010	0.0180
		100	0.0109	0.0465	0.0185	0.0439	0.0260	0.0001	0.0104	0.0117	0.0422	0.1317	0.0290	0.0530	0.0030	0.0363
		500	0.0050	0.0617	0.0033	0.0580	0.0032	0.0396	0.0010	0.0346	0.0065	0.0856	0.0101	0.0506	0.0004	0.0412
	[0; 2]	50	0.0836	0.2098	0.1056	0.2304	0.2778	0.1279	0.2534	0.1152	0.1025	0.3074	0.1433	0.1040	0.0788	0.0424
		100	0.0057	0.3468	0.0151	0.3291	0.1060	0.0583	0.0947	0.0786	0.0992	0.3461	0.0352	0.0461	0.0188	0.1134
		500	0.0045	0.4504	0.0056	0.3734	0.0093	0.4859	0.0102	0.5070	0.0394	0.4678	0.0011	0.0082	0.0053	0.2502
0.4	[-1; 3]	50	0.0171	0.0402	0.0149	0.0431	0.0084	0.0452	0.0082	0.0638	0.0588	0.1135	0.0838	0.1145	0.0046	0.0267
		100	0.0004	0.0298	0.0003	0.0314	0.0263	0.0400	0.0024	0.0604	0.0180	0.0890	0.0346	0.0648	0.0039	0.0436
		500	0.0037	0.0310	0.0008	0.0308	0.0001	0.0757	0.0022	0.0765	0.0061	0.0788	0.0039	0.0384	0.0002	0.0523
	[0; 2]	50	0.0264	0.1607	0.0324	0.1600	0.1977	0.3262	0.1910	0.3275	0.0996	0.2098	0.1318	0.1135	0.0356	0.0466
		100	0.0032	0.2192	0.0231	0.2100	0.1279	0.2382	0.1195	0.2349	0.0533	0.2139	0.0750	0.0709	0.0109	0.0083
		500	0.0036	0.1824	0.0031	0.1820	0.0410	0.1035	0.0456	0.1099	0.0097	0.2375	0.0136	0.0465	0.0044	0.0395
0.5	[-1; 3]	50	0.0036	0.0145	0.0029	0.0236	0.0023	0.0959	0.0003	0.0887	0.0476	0.0915	0.0634	0.0969	0.0029	0.0502
		100	0.0080	0.0304	0.0059	0.0240	0.0015	0.0957	0.0053	0.0881	0.0140	0.0630	0.0272	0.0691	0.0040	0.0662
		500	0.0019	0.0156	0.0006	0.0179	0.0156	0.1105	0.0075	0.1017	0.0005	0.0511	0.0133	0.0542	0.0018	0.0666
	[0; 2]	50	0.0017	0.1015	0.0237	0.0895	0.1538	0.5156	0.1638	0.5251	0.0847	0.1470	0.1301	0.1237	0.0090	0.0776
		100	0.0242	0.0484	0.0259	0.0461	0.1858	0.6530	0.1494	0.6201	0.0262	0.0840	0.1004	0.1367	0.0211	0.1346
		500	0.0160	0.0244	0.0126	0.0222	0.0485	0.7892	0.0424	0.7827	0.0049	0.0334	0.0152	0.1011	0.0059	0.1826
0.6	[-1; 3]	50	0.0029	0.0075	0.0019	0.0102	0.0120	0.0847	0.0159	0.1151	0.0483	0.0739	0.0940	0.1301	0.0143	0.0492
		100	0.0014	0.0088	0.0013	0.0096	0.0053	0.1124	0.0043	0.1144	0.0136	0.0444	0.0489	0.0887	0.0023	0.0690
		500	0.0029	0.0125	0.0016	0.0113	0.0117	0.1235	0.0077	0.1200	0.0031	0.0349	0.0110	0.0579	0.0006	0.0703
	[0; 2]	50	0.0020	0.0323	0.0331	0.0054	0.1785	0.6987	0.1858	0.6896	0.0474	0.0685	0.2181	0.2373	0.0035	0.1221
		100	0.0053	0.0008	0.0126	0.0149	0.1976	0.8750	0.1918	0.8535	0.0165	0.0247	0.1082	0.1628	0.0173	0.1656
		500	0.0067	0.0993	0.0050	0.0992	0.0319	1.0303	0.0401	1.0354	0.0038	0.0327	0.0197	0.1433	0.0032	0.2108
0.7	[-1; 3]	50	0.0042	0.0132	0.0097	0.0100	0.0685	0.0608	0.0440	0.0858	0.0287	0.0430	0.1405	0.1817	0.0137	0.0424
		100	0.0016	0.0051	0.0034	0.0024	0.0109	0.1160	0.0120	0.1218	0.0081	0.0283	0.0866	0.1259	0.0048	0.0630
		500	0.0009	0.0049	0.0014	0.0024	0.0117	0.1440	0.0069	0.1363	0.0020	0.0199	0.0158	0.0649	0.0010	0.0668
	[0; 2]	50	0.0280	0.0497	0.0159	0.0091	0.1266	0.7830	0.1464	0.7692	0.0591	0.0404	0.2684	0.3293	0.0231	0.1113
		100	0.0039	0.0314	0.0163	0.0397	0.2160	0.8942	0.1697	0.8598	0.0175	0.0075	0.1600	0.2440	0.0026	0.1328
		500	0.0030	0.0745	0.0013	0.0758	0.0313	1.0596	0.0321	1.0701	0.0037	0.0342	0.0166	0.1251	0.0001	0.1725
0.8	[-1; 3]	50	0.0074	0.0117	0.0213	0.0060	0.0594	0.1968	0.0243	0.1791	0.0220	0.0269	0.2440	0.2749	0.0133	0.0473
		100	0.0002	0.0003	0.0018	0.0023	0.0061	0.1486	0.0173	0.1597	0.0115	0.0189	0.1221	0.1695	0.0049	0.0458
		500	0.0015	0.0012	0.0008	0.0007	0.0115	0.1375	0.0027	0.1488	0.0013	0.0083	0.0154	0.0713	0.0011	0.0523
	[0; 2]	50	0.0336	0.0865	0.0049	0.0182	0.1296	1.1490	0.1594	0.9546	0.0445	0.0281	0.3459	0.4086	0.0500	0.0368
		100	0.0147	0.0041	0.0083	0.0237	0.2342	0.9719	0.2347	0.9652	0.0203	0.0016	0.2418	0.3185	0.0176	0.0932
		500	0.0008	0.0634	0.0020	0.0656	0.0320	1.1533	0.0357	1.1476	0.0021	0.0331	0.0407	0.1615	0.0013	0.1257
0.9	[-1; 3]	50	0.0147	0.0426	0.0076	0.0090	0.0277	0.1325	0.0221	0.0966	0.0191	0.0177	0.4302	0.4722	0.0445	0.0148
		100	0.0072	0.0149	0.0076	0.0114	0.0516	0.2006	0.0143	0.1429	0.0063	0.0085	0.2206	0.2718	0.0190	0.0093
		500	0.0003	0.0017	0.0016	0.0004	0.0196	0.1885	0.0109	0.1873	0.0025	0.0021	0.0308	0.0891	0.0009	0.0327
	[0; 2]	50	0.0417	0.2580	0.0018	0.0477	0.2575	0.8239	0.2446	0.7339	0.0344	0.0315	0.4880	0.5462	0.1095	0.0534
		100	0.0506	0.0729	0.0342	0.0190	0.1422	0.9291	0.1626	0.8783	0.0237	0.0012	0.3971	0.5042	0.0538	0.0103
		500	0.0062	0.0432	0.0086	0.0450	0.0543	1.2255	0.0500	1.2523	0.0008	0.0229	0.0581	0.1980	0.0022	0.0665

Tabela D.34: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EIV

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0015	0.0030	0.0098	0.0188	0.0044	0.0047	0.0034	0.0031	0.0901	0.0962	0.0110	0.0119	0.0233	0.0065
		100	0.0203	0.0222	0.0142	0.0157	0.0028	0.0024	0.0008	0.0005	0.0718	0.0773	0.0041	0.0059	0.0015	0.0130
		500	0.0010	0.0051	0.0004	0.0083	0.0005	0.0001	0.0003	0.0001	0.0102	0.0173	0.0020	0.0040	0.0002	0.0154
	[0; 2]	50	0.0268	0.0259	0.0190	0.0680	0.0091	0.0075	0.0063	0.0045	0.0873	0.0966	0.0126	0.0122	0.0233	0.0056
		100	0.0149	0.0471	0.0100	0.0982	0.0047	0.0027	0.0058	0.0026	0.0436	0.0515	0.0077	0.0091	0.0048	0.0096
		500	0.0021	0.0606	0.0031	0.1083	0.0009	0.0032	0.0006	0.0042	0.0066	0.0185	0.0007	0.0028	0.0008	0.0149
0.2	[-1; 3]	50	0.0177	0.0234	0.0096	0.0155	0.0031	0.0040	0.0071	0.0080	0.0490	0.0527	0.0130	0.0166	0.0002	0.0197
		100	0.0115	0.0162	0.0099	0.0187	0.0054	0.0065	0.0026	0.0036	0.0219	0.0277	0.0052	0.0094	0.0019	0.0239
		500	0.0026	0.0085	0.0014	0.0085	0.0014	0.0003	0.0004	0.0016	0.0036	0.0098	0.0006	0.0054	0.0003	0.0232
	[0; 2]	50	0.0198	0.0322	0.0271	0.0667	0.0031	0.0042	0.0013	0.0104	0.0460	0.0532	0.0124	0.0159	0.0015	0.0206
		100	0.0019	0.0447	0.0031	0.0850	0.0039	0.0113	0.0050	0.0180	0.0288	0.0385	0.0031	0.0079	0.0008	0.0185
		500	0.0091	0.0616	0.0057	0.1026	0.0010	0.0089	0.0005	0.0131	0.0065	0.0174	0.0005	0.0064	0.0019	0.0228
0.3	[-1; 3]	50	0.0022	0.0085	0.0011	0.0079	0.0012	0.0030	0.0008	0.0010	0.0342	0.0394	0.0072	0.0137	0.0041	0.0199
		100	0.0010	0.0057	0.0018	0.0087	0.0044	0.0024	0.0042	0.0027	0.0125	0.0187	0.0047	0.0118	0.0006	0.0243
		500	0.0008	0.0061	0.0012	0.0077	0.0021	0.0041	0.0000	0.0020	0.0020	0.0083	0.0018	0.0094	0.0008	0.0275
	[0; 2]	50	0.0198	0.0687	0.0027	0.0902	0.0000	0.0149	0.0030	0.0271	0.0353	0.0452	0.0117	0.0172	0.0083	0.0152
		100	0.0015	0.0464	0.0025	0.0869	0.0075	0.0066	0.0006	0.0239	0.0160	0.0271	0.0090	0.0170	0.0044	0.0154
		500	0.0019	0.0541	0.0045	0.0981	0.0025	0.0125	0.0045	0.0211	0.0038	0.0152	0.0023	0.0110	0.0029	0.0239
0.4	[-1; 3]	50	0.0027	0.0012	0.0045	0.0024	0.0029	0.0004	0.0023	0.0008	0.0221	0.0308	0.0180	0.0257	0.0011	0.0167
		100	0.0018	0.0060	0.0022	0.0069	0.0034	0.0007	0.0027	0.0003	0.0073	0.0149	0.0087	0.0176	0.0004	0.0203
		500	0.0031	0.0077	0.0015	0.0067	0.0014	0.0042	0.0007	0.0022	0.0024	0.0094	0.0018	0.0115	0.0004	0.0241
	[0; 2]	50	0.0061	0.0322	0.0002	0.0658	0.0072	0.0194	0.0064	0.0405	0.0219	0.0304	0.0134	0.0236	0.0032	0.0058
		100	0.0083	0.0378	0.0080	0.0736	0.0024	0.0241	0.0069	0.0380	0.0110	0.0225	0.0081	0.0195	0.0016	0.0132
		500	0.0041	0.0437	0.0052	0.0791	0.0020	0.0245	0.0014	0.0442	0.0009	0.0136	0.0021	0.0138	0.0011	0.0128
0.5	[-1; 3]	50	0.0083	0.0119	0.0064	0.0084	0.0067	0.0034	0.0038	0.0008	0.0173	0.0253	0.0199	0.0284	0.0034	0.0001
		100	0.0025	0.0011	0.0004	0.0041	0.0062	0.0025	0.0067	0.0026	0.0119	0.0210	0.0086	0.0172	0.0030	0.0025
		500	0.0021	0.0060	0.0009	0.0051	0.0013	0.0050	0.0014	0.0059	0.0008	0.0102	0.0008	0.0104	0.0036	0.0056
	[0; 2]	50	0.0033	0.0374	0.0100	0.0578	0.0311	0.0087	0.0267	0.0414	0.0204	0.0294	0.0172	0.0297	0.0004	0.0006
		100	0.0005	0.0362	0.0012	0.0593	0.0116	0.0479	0.0113	0.0736	0.0160	0.0276	0.0080	0.0200	0.0001	0.0006
		500	0.0049	0.0330	0.0045	0.0611	0.0013	0.0404	0.0036	0.0709	0.0011	0.0144	0.0038	0.0166	0.0022	0.0033
0.6	[-1; 3]	50	0.0022	0.0047	0.0016	0.0006	0.0011	0.0034	0.0051	0.0007	0.0149	0.0233	0.0196	0.0256	0.0050	0.0210
		100	0.0001	0.0029	0.0005	0.0025	0.0055	0.0101	0.0029	0.0085	0.0055	0.0149	0.0123	0.0202	0.0022	0.0201
		500	0.0001	0.0029	0.0001	0.0033	0.0018	0.0029	0.0004	0.0055	0.0011	0.0112	0.0023	0.0094	0.0000	0.0225
	[0; 2]	50	0.0029	0.0217	0.0069	0.0343	0.0010	0.0453	0.0050	0.0702	0.0152	0.0241	0.0264	0.0361	0.0016	0.0097
		100	0.0052	0.0234	0.0078	0.0398	0.0132	0.0366	0.0122	0.0747	0.0075	0.0180	0.0098	0.0225	0.0051	0.0190
		500	0.0011	0.0255	0.0028	0.0427	0.0037	0.0443	0.0055	0.0791	0.0026	0.0142	0.0022	0.0151	0.0012	0.0125
0.7	[-1; 3]	50	0.0002	0.0016	0.0050	0.0032	0.0037	0.0085	0.0020	0.0022	0.0100	0.0169	0.0322	0.0375	0.0052	0.0167
		100	0.0054	0.0035	0.0034	0.0017	0.0050	0.0095	0.0005	0.0060	0.0026	0.0095	0.0162	0.0220	0.0003	0.0252
		500	0.0004	0.0023	0.0021	0.0042	0.0013	0.0061	0.0006	0.0069	0.0006	0.0080	0.0054	0.0118	0.0007	0.0259
	[0; 2]	50	0.0075	0.0082	0.0064	0.0197	0.0100	0.0172	0.0116	0.0475	0.0085	0.0147	0.0403	0.0508	0.0000	0.0198
		100	0.0065	0.0101	0.0110	0.0177	0.0164	0.0355	0.0190	0.0713	0.0060	0.0150	0.0158	0.0264	0.0033	0.0179
		500	0.0011	0.0139	0.0025	0.0232	0.0008	0.0508	0.0012	0.0940	0.0010	0.0100	0.0049	0.0165	0.0040	0.0252
0.8	[-1; 3]	50	0.0067	0.0056	0.0003	0.0003	0.0284	0.0247	0.0201	0.0067	0.0137	0.0173	0.0568	0.0614	0.0026	0.0206
		100	0.0020	0.0031	0.0021	0.0030	0.0067	0.0131	0.0037	0.0028	0.0052	0.0094	0.0282	0.0353	0.0049	0.0258
		500	0.0003	0.0015	0.0011	0.0001	0.0004	0.0050	0.0014	0.0091	0.0001	0.0049	0.0056	0.0116	0.0029	0.0259
	[0; 2]	50	0.0044	0.0020	0.0005	0.0116	0.0032	0.0460	0.0018	0.0719	0.0096	0.0131	0.0631	0.0698	0.0012	0.0187
		100	0.0033	0.0096	0.0018	0.0123	0.0104	0.0452	0.0099	0.0885	0.0069	0.0110	0.0267	0.0383	0.0001	0.0224
		500	0.0005	0.0082	0.0000	0.0131	0.0023	0.0517	0.0024	0.1020	0.0012	0.0069	0.0045	0.0152	0.0016	0.0195
0.9	[-1; 3]	50	0.0058	0.0062	0.0021	0.0020	0.0073	0.0015	0.0216	0.0108	0.0075	0.0090	0.0917	0.0924	0.0199	0.0037
		100	0.0035	0.0038	0.0018	0.0013	0.0015	0.0079	0.0058	0.0155	0.0044	0.0059	0.0553	0.0613	0.0021	0.0122
		500	0.0010	0.0006	0.0012	0.0017	0.0032	0.0035	0.0033	0.0050	0.0014	0.0034	0.0074	0.0125	0.0010	0.0144
	[0; 2]	50	0.0041	0.0053	0.0060	0.0079	0.0060	0.0246	0.0229	0.0376	0.0132	0.0140	0.0981	0.1045	0.0266	0.0105
		100	0.0003	0.0026	0.0055	0.0019	0.0093	0.0341	0.0127	0.0691	0.0027	0.0040	0.0710	0.0778	0.0032	0.0115
		500	0.0016	0.0040	0.0010	0.0049	0.0182	0.0717	0.0147	0.1161	0.0014	0.0037	0.0086	0.0192	0.0022	0.0163

Tabela D.35: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EV

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0532	0.0316	0.0511	0.0179	0.0022	0.0016	0.0069	0.0062	0.1754	0.1933	0.0145	0.0147	0.0307	0.0009
		100	0.0325	0.0601	0.0088	0.0021	0.0007	0.0007	0.0005	0.0002	0.1204	0.1334	0.0078	0.0097	0.0035	0.0221
		500	0.0049	0.0182	0.0070	0.0331	0.0005	0.0013	0.0011	0.0001	0.0337	0.0489	0.0010	0.0047	0.0002	0.0264
	[0; 2]	50	0.0167	0.0756	0.0259	0.2074	0.0054	0.0098	0.0049	0.0077	0.1781	0.2152	0.0211	0.0181	0.0340	0.0012
		100	0.0119	0.1098	0.0118	0.2756	0.0127	0.0070	0.0133	0.0082	0.1166	0.1588	0.0095	0.0093	0.0038	0.0229
		500	0.0080	0.1203	0.0089	0.3321	0.0028	0.0047	0.0027	0.0070	0.0297	0.0767	0.0017	0.0073	0.0007	0.0235
0.2	[-1; 3]	50	0.0060	0.0195	0.0367	0.0170	0.0040	0.0061	0.0037	0.0013	0.1185	0.1286	0.0189	0.0274	0.0026	0.0382
		100	0.0158	0.0379	0.0050	0.0339	0.0034	0.0002	0.0039	0.0006	0.0534	0.0679	0.0130	0.0235	0.0042	0.0355
		500	0.0076	0.0307	0.0011	0.0369	0.0002	0.0033	0.0011	0.0053	0.0045	0.0197	0.0034	0.0146	0.0011	0.0408
	[0; 2]	50	0.0156	0.1080	0.0016	0.2227	0.0034	0.0180	0.0102	0.0214	0.1191	0.1491	0.0245	0.0312	0.0063	0.0310
		100	0.0068	0.1251	0.0195	0.2920	0.0002	0.0167	0.0034	0.0226	0.0661	0.1088	0.0111	0.0208	0.0021	0.0361
		500	0.0086	0.1412	0.0026	0.3137	0.0029	0.0215	0.0018	0.0310	0.0074	0.0557	0.0043	0.0186	0.0016	0.0356
0.3	[-1; 3]	50	0.0158	0.0303	0.0120	0.0151	0.0056	0.0117	0.0015	0.0095	0.0744	0.0904	0.0178	0.0338	0.0003	0.0374
		100	0.0052	0.0149	0.0082	0.0255	0.0057	0.0014	0.0041	0.0033	0.0279	0.0462	0.0027	0.0208	0.0018	0.0437
		500	0.0037	0.0188	0.0055	0.0250	0.0026	0.0095	0.0006	0.0084	0.0056	0.0235	0.0017	0.0207	0.0014	0.0460
	[0; 2]	50	0.0439	0.0767	0.0360	0.2229	0.0202	0.0595	0.0053	0.0715	0.0627	0.1018	0.0233	0.0406	0.0084	0.0265
		100	0.0060	0.1149	0.0096	0.2685	0.0007	0.0369	0.0040	0.0594	0.0250	0.0722	0.0143	0.0349	0.0007	0.0333
		500	0.0047	0.1296	0.0057	0.2826	0.0012	0.0328	0.0003	0.0589	0.0047	0.0546	0.0031	0.0270	0.0013	0.0385
0.4	[-1; 3]	50	0.0053	0.0097	0.0158	0.0074	0.0110	0.0227	0.0091	0.0187	0.0506	0.0695	0.0285	0.0499	0.0028	0.0257
		100	0.0016	0.0169	0.0004	0.0236	0.0064	0.0041	0.0047	0.0093	0.0201	0.0399	0.0117	0.0368	0.0022	0.0378
		500	0.0049	0.0141	0.0002	0.0274	0.0038	0.0143	0.0002	0.0141	0.0026	0.0218	0.0027	0.0297	0.0008	0.0409
	[0; 2]	50	0.0188	0.0873	0.0272	0.1868	0.0099	0.0560	0.0181	0.0994	0.0357	0.0780	0.0279	0.0541	0.0081	0.0176
		100	0.0093	0.0970	0.0149	0.2045	0.0098	0.0721	0.0044	0.1172	0.0313	0.0748	0.0158	0.0477	0.0008	0.0225
		500	0.0004	0.1066	0.0017	0.2236	0.0025	0.0589	0.0005	0.1076	0.0088	0.0555	0.0024	0.0377	0.0014	0.0233
0.5	[-1; 3]	50	0.0052	0.0194	0.0012	0.0178	0.0091	0.0045	0.0079	0.0097	0.0270	0.0480	0.0372	0.0599	0.0041	0.0066
		100	0.0034	0.0182	0.0001	0.0187	0.0051	0.0222	0.0061	0.0278	0.0166	0.0413	0.0123	0.0369	0.0013	0.0065
		500	0.0023	0.0136	0.0023	0.0173	0.0020	0.0133	0.0011	0.0203	0.0006	0.0261	0.0055	0.0323	0.0026	0.0016
	[0; 2]	50	0.0181	0.0774	0.0161	0.1582	0.0016	0.0928	0.0105	0.1660	0.0479	0.0779	0.0384	0.0713	0.0084	0.0061
		100	0.0047	0.0835	0.0036	0.1656	0.0007	0.0875	0.0076	0.1690	0.0156	0.0530	0.0189	0.0619	0.0040	0.0017
		500	0.0020	0.0792	0.0005	0.1608	0.0015	0.0843	0.0006	0.1657	0.0069	0.0485	0.0034	0.0473	0.0015	0.0002
0.6	[-1; 3]	50	0.0042	0.0054	0.0117	0.0001	0.0032	0.0153	0.0117	0.0158	0.0293	0.0507	0.0473	0.0684	0.0091	0.0198
		100	0.0019	0.0128	0.0029	0.0136	0.0170	0.0355	0.0020	0.0228	0.0158	0.0399	0.0168	0.0354	0.0008	0.0373
		500	0.0025	0.0085	0.0048	0.0074	0.0049	0.0152	0.0023	0.0248	0.0033	0.0300	0.0034	0.0225	0.0021	0.0454
	[0; 2]	50	0.0204	0.0419	0.0297	0.0909	0.0255	0.0777	0.0244	0.1828	0.0200	0.0512	0.0596	0.0907	0.0034	0.0146
		100	0.0075	0.0680	0.0001	0.1128	0.0210	0.1314	0.0111	0.2376	0.0133	0.0458	0.0223	0.0654	0.0024	0.0196
		500	0.0010	0.0563	0.0027	0.1062	0.0008	0.1091	0.0001	0.2243	0.0055	0.0414	0.0022	0.0488	0.0012	0.0208
0.7	[-1; 3]	50	0.0017	0.0046	0.0057	0.0035	0.0042	0.0147	0.0216	0.0041	0.0103	0.0246	0.0688	0.0886	0.0051	0.0345
		100	0.0107	0.0043	0.0049	0.0025	0.0083	0.0094	0.0129	0.0185	0.0094	0.0269	0.0334	0.0480	0.0026	0.0431
		500	0.0025	0.0096	0.0033	0.0109	0.0032	0.0255	0.0020	0.0342	0.0012	0.0202	0.0025	0.0204	0.0005	0.0474
	[0; 2]	50	0.0119	0.0262	0.0227	0.0408	0.0109	0.1199	0.0084	0.2336	0.0267	0.0437	0.0715	0.1083	0.0037	0.0398
		100	0.0036	0.0379	0.0148	0.0579	0.0143	0.1068	0.0271	0.2368	0.0071	0.0306	0.0341	0.0806	0.0006	0.0344
		500	0.0024	0.0341	0.0025	0.0613	0.0064	0.1212	0.0099	0.2709	0.0029	0.0281	0.0057	0.0536	0.0005	0.0367
0.8	[-1; 3]	50	0.0019	0.0049	0.0074	0.0021	0.0089	0.0285	0.0127	0.0303	0.0286	0.0369	0.1049	0.1183	0.0069	0.0299
		100	0.0021	0.0049	0.0032	0.0002	0.0071	0.0148	0.0177	0.0128	0.0085	0.0172	0.0421	0.0571	0.0045	0.0367
		500	0.0014	0.0051	0.0004	0.0038	0.0006	0.0237	0.0037	0.0403	0.0019	0.0135	0.0044	0.0195	0.0030	0.0389
	[0; 2]	50	0.0468	0.0277	0.0405	0.0080	0.0518	0.0996	0.0656	0.2199	0.0159	0.0245	0.1224	0.1585	0.0070	0.0270
		100	0.0114	0.0069	0.0021	0.0259	0.0179	0.1158	0.0185	0.2845	0.0058	0.0169	0.0519	0.0945	0.0001	0.0365
		500	0.0011	0.0217	0.0019	0.0342	0.0110	0.1446	0.0064	0.3208	0.0029	0.0180	0.0057	0.0562	0.0014	0.0347
0.9	[-1; 3]	50	0.0001	0.0040	0.0004	0.0140	0.0144	0.0355	0.0289	0.0009	0.0225	0.0260	0.1890	0.2064	0.0361	0.0089
		100	0.0058	0.0062	0.0016	0.0023	0.0058	0.0266	0.0361	0.0039	0.0103	0.0126	0.1135	0.1327	0.0002	0.0254
		500	0.0013	0.0006	0.0015	0.0006	0.0020	0.0256	0.0093	0.0286	0.0019	0.0057	0.0159	0.0286	0.0005	0.0261
	[0; 2]	50	0.0098	0.0074	0.0007	0.0143	0.0374	0.1799	0.0489	0.2479	0.0250	0.0258	0.1822	0.2162	0.0260	0.0043
		100	0.0006	0.0061	0.0075	0.0138	0.0079	0.1142	0.0104	0.2507	0.0016	0.0036	0.1299	0.1657	0.0049	0.0203
		500	0.0000	0.0070	0.0009	0.0067	0.0090	0.1210	0.0082	0.3246	0.0030	0.0069	0.0269	0.0765	0.0010	0.0252

Tabela D.36: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EVI

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0114	0.0442	0.0158	0.0737	0.0005	0.0051	0.0100	0.0078	0.1888	0.2471	0.0505	0.0524	0.0440	0.0047
		100	0.0005	0.0568	0.0014	0.0699	0.0012	0.0131	0.0024	0.0093	0.1469	0.1979	0.0304	0.0287	0.0147	0.0335
		500	0.0034	0.0836	0.0011	0.1162	0.0047	0.0167	0.0044	0.0218	0.0307	0.0776	0.0042	0.0036	0.0012	0.0484
	[0; 2]	50	0.0028	0.0654	0.0186	0.2965	0.0212	0.0129	0.0227	0.0257	0.1844	0.2757	0.0764	0.0726	0.0682	0.0037
		100	0.0005	0.0191	0.0087	0.3755	0.0001	0.0482	0.0252	0.0426	0.1350	0.2518	0.0328	0.0312	0.0305	0.0275
		500	0.0303	0.0539	0.0266	0.6100	0.0001	0.0465	0.0039	0.0215	0.0193	0.1626	0.0056	0.0081	0.0031	0.0489
0.2	[-1; 3]	50	0.0241	0.0326	0.0309	0.0587	0.0121	0.0159	0.0048	0.0016	0.1152	0.1747	0.0579	0.0734	0.0213	0.0246
		100	0.0083	0.0408	0.0205	0.0322	0.0159	0.0188	0.0111	0.0130	0.0541	0.1123	0.0325	0.0514	0.0046	0.0552
		500	0.0023	0.0524	0.0007	0.0178	0.0025	0.0001	0.0005	0.0057	0.0080	0.0574	0.0038	0.0218	0.0014	0.0718
	[0; 2]	50	0.0265	0.0691	0.0118	0.2651	0.0342	0.0013	0.0035	0.0331	0.1474	0.2276	0.0632	0.0799	0.0249	0.0282
		100	0.0120	0.0915	0.0037	0.4160	0.0298	0.0114	0.0249	0.0276	0.0781	0.1846	0.0246	0.0579	0.0033	0.0484
		500	0.0065	0.1161	0.0065	0.5198	0.0105	0.0320	0.0057	0.0494	0.0113	0.1154	0.0078	0.0543	0.0002	0.0587
0.3	[-1; 3]	50	0.0182	0.0086	0.0139	0.0020	0.0028	0.0252	0.0210	0.0493	0.0768	0.1368	0.0417	0.0662	0.0060	0.0111
		100	0.0072	0.0417	0.0022	0.0083	0.0310	0.0048	0.0088	0.0145	0.0479	0.1069	0.0231	0.0525	0.0011	0.0285
		500	0.0032	0.0327	0.0011	0.0297	0.0016	0.0309	0.0024	0.0243	0.0045	0.0591	0.0105	0.0463	0.0004	0.0479
	[0; 2]	50	0.0252	0.0576	0.0268	0.2570	0.0131	0.0458	0.0051	0.1264	0.0893	0.1625	0.0678	0.1205	0.0096	0.0128
		100	0.0080	0.0840	0.0174	0.3155	0.0119	0.0490	0.0003	0.1579	0.0341	0.1181	0.0236	0.0949	0.0040	0.0098
		500	0.0019	0.1251	0.0097	0.3780	0.0058	0.0644	0.0024	0.1855	0.0066	0.0845	0.0071	0.1066	0.0015	0.0042
0.4	[-1; 3]	50	0.0063	0.0290	0.0216	0.0028	0.0104	0.0336	0.0221	0.0208	0.0510	0.1029	0.0533	0.0695	0.0124	0.0153
		100	0.0021	0.0225	0.0104	0.0140	0.0193	0.0699	0.0019	0.0460	0.0208	0.0818	0.0221	0.0373	0.0027	0.0362
		500	0.0024	0.0212	0.0007	0.0228	0.0003	0.0598	0.0023	0.0526	0.0025	0.0683	0.0076	0.0251	0.0002	0.0483
	[0; 2]	50	0.0084	0.0691	0.0017	0.1725	0.0081	0.1030	0.0279	0.3015	0.0631	0.1119	0.0610	0.1386	0.0089	0.0400
		100	0.0048	0.0875	0.0076	0.1984	0.0290	0.0530	0.0275	0.2610	0.0302	0.0820	0.0419	0.1369	0.0014	0.0450
		500	0.0122	0.0978	0.0086	0.2241	0.0256	0.0996	0.0166	0.3404	0.0068	0.0498	0.0059	0.1417	0.0003	0.0523
0.5	[-1; 3]	50	0.0022	0.0131	0.0056	0.0233	0.0443	0.0087	0.0229	0.0300	0.0435	0.0860	0.0965	0.1062	0.0014	0.0514
		100	0.0040	0.0191	0.0047	0.0114	0.0041	0.0589	0.0051	0.0581	0.0220	0.0664	0.0571	0.0712	0.0005	0.0591
		500	0.0072	0.0089	0.0031	0.0141	0.0052	0.0795	0.0027	0.0669	0.0016	0.0454	0.0143	0.0305	0.0005	0.0657
	[0; 2]	50	0.0305	0.0723	0.0093	0.1068	0.0637	0.0315	0.0057	0.3140	0.0348	0.0646	0.1150	0.2002	0.0262	0.0813
		100	0.0037	0.0644	0.0045	0.1159	0.0197	0.1080	0.0283	0.4101	0.0276	0.0545	0.0333	0.1533	0.0058	0.0751
		500	0.0063	0.0895	0.0094	0.1493	0.0084	0.0888	0.0051	0.4438	0.0054	0.0212	0.0062	0.1619	0.0024	0.0835
0.6	[-1; 3]	50	0.0019	0.0118	0.0005	0.0081	0.0073	0.0813	0.0045	0.0569	0.0256	0.0557	0.0741	0.0919	0.0023	0.0532
		100	0.0024	0.0108	0.0005	0.0067	0.0138	0.0908	0.0043	0.0586	0.0171	0.0461	0.0442	0.0590	0.0013	0.0649
		500	0.0056	0.0155	0.0014	0.0121	0.0040	0.0860	0.0030	0.0763	0.0005	0.0316	0.0098	0.0248	0.0013	0.0683
	[0; 2]	50	0.0003	0.0389	0.0019	0.0713	0.0341	0.1158	0.1216	0.4884	0.0231	0.0403	0.1116	0.2140	0.0228	0.0813
		100	0.0141	0.0629	0.0119	0.0874	0.0135	0.0910	0.0341	0.4400	0.0164	0.0311	0.0587	0.1839	0.0045	0.0739
		500	0.0031	0.0735	0.0019	0.1002	0.0136	0.1016	0.0106	0.5249	0.0016	0.0018	0.0100	0.1837	0.0005	0.0869
0.7	[-1; 3]	50	0.0064	0.0032	0.0032	0.0025	0.0119	0.0889	0.0077	0.0477	0.0120	0.0306	0.1550	0.1699	0.0024	0.0560
		100	0.0083	0.0127	0.0023	0.0016	0.0007	0.0935	0.0206	0.0563	0.0152	0.0312	0.0498	0.0684	0.0023	0.0564
		500	0.0017	0.0039	0.0011	0.0050	0.0090	0.0827	0.0025	0.0815	0.0053	0.0257	0.0229	0.0337	0.0014	0.0588
	[0; 2]	50	0.0149	0.0237	0.0279	0.0352	0.0853	0.1216	0.1348	0.4916	0.0318	0.0358	0.1708	0.2721	0.0044	0.0642
		100	0.0065	0.0415	0.0006	0.0498	0.0088	0.0924	0.0461	0.5312	0.0077	0.0113	0.0793	0.2085	0.0090	0.0710
		500	0.0058	0.0390	0.0038	0.0528	0.0030	0.1104	0.0091	0.5673	0.0021	0.0001	0.0217	0.1916	0.0014	0.0747
0.8	[-1; 3]	50	0.0031	0.0012	0.0013	0.0034	0.0187	0.0658	0.0372	0.0063	0.0226	0.0267	0.2592	0.2803	0.0023	0.0443
		100	0.0025	0.0023	0.0092	0.0079	0.0298	0.1177	0.0164	0.0364	0.0102	0.0169	0.1000	0.1173	0.0052	0.0509
		500	0.0015	0.0006	0.0032	0.0006	0.0086	0.1106	0.0044	0.0850	0.0002	0.0095	0.0177	0.0239	0.0018	0.0500
	[0; 2]	50	0.0029	0.0161	0.0121	0.0124	0.1691	0.0564	0.0346	0.3960	0.0285	0.0263	0.2395	0.3402	0.0081	0.0537
		100	0.0045	0.0181	0.0086	0.0178	0.0207	0.1128	0.0518	0.6027	0.0000	0.0009	0.1331	0.2609	0.0045	0.0526
		500	0.0009	0.0255	0.0026	0.0253	0.0653	0.0696	0.0126	0.6025	0.0023	0.0026	0.0340	0.2024	0.0031	0.0578
0.9	[-1; 3]	50	0.0098	0.0072	0.0060	0.0068	0.0463	0.1529	0.0114	0.0846	0.0221	0.0221	0.3374	0.3630	0.0273	0.0028
		100	0.0000	0.0022	0.0009	0.0018	0.0285	0.0915	0.0139	0.0162	0.0121	0.0112	0.2409	0.2772	0.0041	0.0246
		500	0.0003	0.0003	0.0003	0.0000	0.0144	0.1009	0.0020	0.0886	0.0016	0.0028	0.0235	0.0296	0.0002	0.0298
	[0; 2]	50	0.0222	0.0066	0.0359	0.0220	0.0018	0.0978	0.1137	0.5674	0.0249	0.0165	0.3960	0.4935	0.0331	0.0009
		100	0.0015	0.0120	0.0002	0.0089	0.0501	0.1164	0.1715	0.5888	0.0054	0.0024	0.3123	0.4163	0.0031	0.0297
		500	0.0002	0.0133	0.0006	0.0111	0.0291	0.1407	0.0663	0.7307	0.0005	0.0053	0.0421	0.2279	0.0017	0.0330

Tabela D.37: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EVII



$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0011	0.0207	0.0022	0.0581	0.0063	0.0061	0.0024	0.0012	0.1487	0.1585	0.0215	0.0224	0.0182	0.0051
		100	0.0125	0.0010	0.0098	0.0718	0.0021	0.0017	0.0047	0.0024	0.1013	0.1111	0.0065	0.0092	0.0026	0.0132
		500	0.0123	0.0068	0.0071	0.0550	0.0031	0.0026	0.0016	0.0014	0.0234	0.0358	0.0014	0.0048	0.0000	0.0122
	[0; 2]	50	0.0131	0.0336	0.0045	0.0282	0.0069	0.0075	0.0123	0.0135	0.1422	0.1462	0.0114	0.0109	0.0185	0.0168
		100	0.0136	0.0074	0.0230	0.0098	0.0090	0.0093	0.0052	0.0056	0.0692	0.0767	0.0086	0.0089	0.0037	0.0044
		500	0.0050	0.0075	0.0048	0.0162	0.0023	0.0015	0.0009	0.0005	0.0153	0.0229	0.0016	0.0025	0.0006	0.0003
0.2	[-1; 3]	50	0.0156	0.0089	0.0169	0.0627	0.0093	0.0107	0.0086	0.0159	0.1072	0.1160	0.0199	0.0249	0.0036	0.0176
		100	0.0040	0.0067	0.0138	0.0519	0.0101	0.0117	0.0025	0.0110	0.0368	0.0503	0.0059	0.0123	0.0007	0.0196
		500	0.0033	0.0114	0.0009	0.0652	0.0017	0.0001	0.0004	0.0093	0.0120	0.0257	0.0018	0.0097	0.0010	0.0166
	[0; 2]	50	0.0149	0.0013	0.0169	0.0066	0.0025	0.0029	0.0140	0.0145	0.0750	0.0786	0.0046	0.0051	0.0062	0.0073
		100	0.0136	0.0238	0.0071	0.0244	0.0038	0.0046	0.0008	0.0022	0.0378	0.0433	0.0090	0.0100	0.0009	0.0015
		500	0.0066	0.0018	0.0059	0.0082	0.0033	0.0017	0.0001	0.0025	0.0034	0.0093	0.0034	0.0049	0.0008	0.0011
0.3	[-1; 3]	50	0.0136	0.0217	0.0027	0.0501	0.0000	0.0027	0.0011	0.0136	0.0532	0.0649	0.0208	0.0298	0.0015	0.0155
		100	0.0092	0.0205	0.0047	0.0669	0.0001	0.0038	0.0080	0.0093	0.0262	0.0398	0.0112	0.0219	0.0018	0.0176
		500	0.0033	0.0122	0.0028	0.0659	0.0001	0.0037	0.0011	0.0202	0.0029	0.0173	0.0037	0.0162	0.0002	0.0177
	[0; 2]	50	0.0045	0.0131	0.0165	0.0307	0.0120	0.0126	0.0116	0.0122	0.0419	0.0470	0.0145	0.0147	0.0028	0.0019
		100	0.0106	0.0030	0.0082	0.0051	0.0068	0.0082	0.0064	0.0086	0.0241	0.0295	0.0119	0.0130	0.0084	0.0090
		500	0.0066	0.0129	0.0038	0.0145	0.0005	0.0020	0.0040	0.0003	0.0011	0.0061	0.0026	0.0047	0.0012	0.0013
0.4	[-1; 3]	50	0.0019	0.0081	0.0189	0.0400	0.0037	0.0040	0.0032	0.0270	0.0398	0.0565	0.0204	0.0319	0.0030	0.0155
		100	0.0011	0.0093	0.0073	0.0515	0.0054	0.0117	0.0028	0.0339	0.0156	0.0327	0.0055	0.0193	0.0046	0.0179
		500	0.0017	0.0117	0.0029	0.0547	0.0046	0.0106	0.0018	0.0338	0.0050	0.0211	0.0016	0.0176	0.0010	0.0127
	[0; 2]	50	0.0078	0.0131	0.0065	0.0152	0.0139	0.0164	0.0094	0.0137	0.0385	0.0414	0.0191	0.0212	0.0007	0.0009
		100	0.0253	0.0299	0.0147	0.0221	0.0041	0.0006	0.0006	0.0052	0.0199	0.0229	0.0078	0.0106	0.0032	0.0034
		500	0.0012	0.0036	0.0014	0.0067	0.0030	0.0003	0.0048	0.0008	0.0022	0.0061	0.0017	0.0045	0.0015	0.0015
0.5	[-1; 3]	50	0.0073	0.0038	0.0105	0.0343	0.0005	0.0099	0.0022	0.0476	0.0350	0.0493	0.0279	0.0426	0.0050	0.0044
		100	0.0193	0.0109	0.0120	0.0303	0.0025	0.0116	0.0013	0.0446	0.0144	0.0288	0.0214	0.0373	0.0020	0.0035
		500	0.0048	0.0043	0.0005	0.0467	0.0003	0.0090	0.0005	0.0464	0.0024	0.0190	0.0037	0.0213	0.0008	0.0003
	[0; 2]	50	0.0107	0.0148	0.0033	0.0095	0.0077	0.0037	0.0130	0.0066	0.0267	0.0289	0.0257	0.0288	0.0021	0.0020
		100	0.0057	0.0020	0.0066	0.0004	0.0028	0.0061	0.0088	0.0143	0.0036	0.0066	0.0174	0.0202	0.0057	0.0057
		500	0.0038	0.0075	0.0030	0.0094	0.0032	0.0068	0.0027	0.0088	0.0032	0.0064	0.0024	0.0055	0.0011	0.0011
0.6	[-1; 3]	50	0.0080	0.0013	0.0015	0.0324	0.0144	0.0031	0.0103	0.0426	0.0245	0.0363	0.0338	0.0477	0.0119	0.0003
		100	0.0010	0.0059	0.0021	0.0364	0.0015	0.0099	0.0034	0.0504	0.0031	0.0193	0.0209	0.0345	0.0043	0.0147
		500	0.0016	0.0083	0.0033	0.0306	0.0008	0.0117	0.0009	0.0578	0.0013	0.0179	0.0026	0.0181	0.0011	0.0124
	[0; 2]	50	0.0056	0.0042	0.0118	0.0094	0.0217	0.0273	0.0184	0.0271	0.0256	0.0271	0.0346	0.0375	0.0111	0.0106
		100	0.0000	0.0028	0.0008	0.0038	0.0138	0.0191	0.0054	0.0145	0.0106	0.0128	0.0142	0.0185	0.0037	0.0039
		500	0.0006	0.0038	0.0030	0.0024	0.0034	0.0018	0.0015	0.0074	0.0019	0.0046	0.0038	0.0080	0.0025	0.0024
0.7	[-1; 3]	50	0.0119	0.0089	0.0126	0.0005	0.0083	0.0008	0.0170	0.0355	0.0182	0.0250	0.0679	0.0821	0.0099	0.0306
		100	0.0010	0.0048	0.0015	0.0198	0.0089	0.0005	0.0059	0.0533	0.0029	0.0144	0.0340	0.0476	0.0021	0.0147
		500	0.0012	0.0025	0.0023	0.0173	0.0030	0.0126	0.0007	0.0648	0.0025	0.0151	0.0025	0.0173	0.0002	0.0171
	[0; 2]	50	0.0134	0.0101	0.0209	0.0160	0.0162	0.0131	0.0118	0.0039	0.0233	0.0246	0.0464	0.0505	0.0036	0.0035
		100	0.0048	0.0075	0.0070	0.0114	0.0208	0.0255	0.0204	0.0283	0.0100	0.0122	0.0191	0.0224	0.0059	0.0060
		500	0.0038	0.0060	0.0055	0.0093	0.0010	0.0053	0.0060	0.0047	0.0026	0.0047	0.0024	0.0073	0.0009	0.0007
0.8	[-1; 3]	50	0.0031	0.0016	0.0019	0.0094	0.0473	0.0653	0.0061	0.0692	0.0238	0.0279	0.0891	0.0995	0.0023	0.0180
		100	0.0059	0.0041	0.0066	0.0029	0.0041	0.0029	0.0078	0.0520	0.0113	0.0181	0.0497	0.0618	0.0021	0.0143
		500	0.0016	0.0033	0.0006	0.0101	0.0017	0.0106	0.0011	0.0658	0.0005	0.0084	0.0130	0.0264	0.0018	0.0193
	[0; 2]	50	0.0004	0.0007	0.0076	0.0060	0.0123	0.0031	0.0255	0.0083	0.0256	0.0259	0.0596	0.0658	0.0000	0.0006
		100	0.0123	0.0106	0.0114	0.0088	0.0261	0.0352	0.0157	0.0325	0.0088	0.0100	0.0377	0.0442	0.0019	0.0014
		500	0.0013	0.0003	0.0018	0.0009	0.0213	0.0124	0.0200	0.0048	0.0018	0.0033	0.0061	0.0124	0.0005	0.0002
0.9	[-1; 3]	50	0.0073	0.0067	0.0017	0.0009	0.0157	0.0041	0.0555	0.0064	0.0152	0.0164	0.1502	0.1569	0.0263	0.0112
		100	0.0117	0.0120	0.0061	0.0078	0.0243	0.0186	0.0139	0.0403	0.0071	0.0092	0.0892	0.0987	0.0014	0.0107
		500	0.0008	0.0015	0.0015	0.0018	0.0151	0.0223	0.0114	0.0790	0.0002	0.0037	0.0207	0.0344	0.0018	0.0135
	[0; 2]	50	0.0044	0.0038	0.0042	0.0033	0.0244	0.0400	0.0420	0.0655	0.0178	0.0175	0.1424	0.1469	0.0154	0.0144
		100	0.0146	0.0149	0.0214	0.0218	0.0003	0.0129	0.0222	0.0450	0.0104	0.0106	0.0621	0.0688	0.0018	0.0013
		500	0.0027	0.0019	0.0018	0.0004	0.0062	0.0060	0.0034	0.0178	0.0012	0.0020	0.0140	0.0222	0.0000	0.0003

Tabela D.38: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EVIII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0244	0.0514	0.0099	0.1325	0.0111	0.0096	0.0162	0.0166	0.1677	0.1931	0.0368	0.0367	0.0275	0.0042
		100	0.0056	0.0074	0.0041	0.0763	0.0028	0.0029	0.0023	0.0042	0.1116	0.1306	0.0090	0.0141	0.0027	0.0153
		500	0.0001	0.0017	0.0131	0.0788	0.0049	0.0051	0.0053	0.0107	0.0142	0.0373	0.0039	0.0122	0.0016	0.0162
	[0; 2]	50	0.0165	0.0146	0.0162	0.0509	0.0016	0.0025	0.0044	0.0089	0.1480	0.1629	0.0367	0.0380	0.0165	0.0139
		100	0.0385	0.0097	0.0389	0.0583	0.0019	0.0045	0.0053	0.0051	0.0704	0.0919	0.0065	0.0115	0.0018	0.0008
		500	0.0071	0.0288	0.0151	0.0553	0.0024	0.0090	0.0020	0.0136	0.0107	0.0353	0.0053	0.0119	0.0005	0.0000
0.2	[-1; 3]	50	0.0136	0.0301	0.0001	0.0753	0.0287	0.0314	0.0187	0.0340	0.1003	0.1250	0.0408	0.0506	0.0014	0.0178
		100	0.0104	0.0067	0.0289	0.0395	0.0094	0.0090	0.0143	0.0034	0.0443	0.0645	0.0095	0.0263	0.0019	0.0216
		500	0.0033	0.0069	0.0004	0.0772	0.0006	0.0011	0.0033	0.0244	0.0096	0.0314	0.0004	0.0205	0.0024	0.0190
	[0; 2]	50	0.0228	0.0007	0.0229	0.0238	0.0021	0.0044	0.0163	0.0255	0.0603	0.0749	0.0289	0.0337	0.0092	0.0072
		100	0.0128	0.0333	0.0024	0.0394	0.0145	0.0248	0.0053	0.0240	0.0366	0.0499	0.0196	0.0292	0.0032	0.0039
		500	0.0005	0.0208	0.0067	0.0462	0.0123	0.0231	0.0097	0.0295	0.0116	0.0273	0.0019	0.0122	0.0026	0.0019
0.3	[-1; 3]	50	0.0073	0.0122	0.0140	0.0555	0.0024	0.0029	0.0021	0.0344	0.0541	0.0775	0.0279	0.0492	0.0140	0.0018
		100	0.0099	0.0183	0.0006	0.0734	0.0055	0.0105	0.0075	0.0498	0.0263	0.0506	0.0199	0.0449	0.0011	0.0140
		500	0.0030	0.0107	0.0003	0.0768	0.0066	0.0014	0.0008	0.0486	0.0054	0.0285	0.0058	0.0349	0.0010	0.0117
	[0; 2]	50	0.0107	0.0025	0.0093	0.0197	0.0219	0.0342	0.0258	0.0464	0.0517	0.0629	0.0287	0.0381	0.0018	0.0022
		100	0.0306	0.0454	0.0196	0.0468	0.0031	0.0097	0.0039	0.0272	0.0229	0.0344	0.0181	0.0294	0.0035	0.0026
		500	0.0081	0.0223	0.0091	0.0353	0.0007	0.0156	0.0024	0.0272	0.0088	0.0204	0.0003	0.0144	0.0018	0.0001
0.4	[-1; 3]	50	0.0073	0.0156	0.0174	0.0470	0.0288	0.0390	0.0025	0.0658	0.0344	0.0588	0.0404	0.0609	0.0034	0.0017
		100	0.0007	0.0074	0.0030	0.0607	0.0022	0.0089	0.0048	0.0788	0.0183	0.0417	0.0251	0.0538	0.0009	0.0113
		500	0.0029	0.0119	0.0018	0.0637	0.0031	0.0123	0.0034	0.0842	0.0046	0.0287	0.0054	0.0392	0.0016	0.0119
	[0; 2]	50	0.0154	0.0045	0.0071	0.0109	0.0352	0.0119	0.0507	0.0060	0.0349	0.0421	0.0322	0.0499	0.0043	0.0077
		100	0.0097	0.0190	0.0178	0.0348	0.0055	0.0230	0.0027	0.0357	0.0245	0.0327	0.0204	0.0355	0.0008	0.0016
		500	0.0077	0.0035	0.0065	0.0140	0.0026	0.0165	0.0024	0.0330	0.0074	0.0174	0.0019	0.0184	0.0008	0.0012
0.5	[-1; 3]	50	0.0023	0.0084	0.0022	0.0338	0.0182	0.0043	0.0027	0.0831	0.0386	0.0545	0.0475	0.0706	0.0018	0.0234
		100	0.0107	0.0043	0.0086	0.0315	0.0026	0.0133	0.0001	0.0900	0.0160	0.0360	0.0241	0.0527	0.0074	0.0146
		500	0.0008	0.0078	0.0028	0.0438	0.0002	0.0108	0.0041	0.1062	0.0097	0.0288	0.0069	0.0420	0.0058	0.0186
	[0; 2]	50	0.0072	0.0172	0.0108	0.0247	0.0001	0.0274	0.0204	0.0319	0.0295	0.0323	0.0399	0.0606	0.0011	0.0056
		100	0.0069	0.0134	0.0030	0.0090	0.0266	0.0537	0.0258	0.0751	0.0111	0.0176	0.0101	0.0298	0.0062	0.0095
		500	0.0063	0.0006	0.0072	0.0055	0.0045	0.0284	0.0008	0.0435	0.0048	0.0117	0.0071	0.0266	0.0009	0.0038
0.6	[-1; 3]	50	0.0148	0.0103	0.0062	0.0167	0.0051	0.0191	0.0087	0.1091	0.0214	0.0346	0.0558	0.0793	0.0021	0.0226
		100	0.0009	0.0035	0.0015	0.0241	0.0119	0.0029	0.0102	0.0944	0.0101	0.0257	0.0200	0.0478	0.0013	0.0261
		500	0.0021	0.0071	0.0030	0.0293	0.0053	0.0052	0.0000	0.1187	0.0032	0.0172	0.0016	0.0377	0.0017	0.0304
	[0; 2]	50	0.0007	0.0053	0.0087	0.0001	0.0135	0.0160	0.0059	0.0459	0.0252	0.0303	0.0531	0.0693	0.0045	0.0077
		100	0.0093	0.0043	0.0121	0.0032	0.0095	0.0365	0.0155	0.0655	0.0117	0.0165	0.0260	0.0466	0.0024	0.0005
		500	0.0027	0.0080	0.0010	0.0106	0.0107	0.0379	0.0090	0.0596	0.0049	0.0103	0.0021	0.0236	0.0026	0.0001
0.7	[-1; 3]	50	0.0080	0.0118	0.0051	0.0181	0.0284	0.0395	0.0125	0.1243	0.0222	0.0274	0.0923	0.1233	0.0124	0.0353
		100	0.0026	0.0062	0.0025	0.0159	0.0012	0.0105	0.0035	0.1116	0.0126	0.0235	0.0352	0.0627	0.0019	0.0252
		500	0.0052	0.0016	0.0037	0.0133	0.0000	0.0086	0.0085	0.1206	0.0019	0.0114	0.0059	0.0408	0.0020	0.0263
	[0; 2]	50	0.0150	0.0193	0.0032	0.0043	0.0115	0.0391	0.0119	0.0577	0.0240	0.0281	0.0850	0.0972	0.0010	0.0006
		100	0.0022	0.0016	0.0036	0.0027	0.0116	0.0464	0.0001	0.0650	0.0064	0.0100	0.0273	0.0505	0.0018	0.0016
		500	0.0026	0.0005	0.0025	0.0029	0.0074	0.0278	0.0138	0.0524	0.0001	0.0035	0.0040	0.0300	0.0013	0.0047
0.8	[-1; 3]	50	0.0041	0.0015	0.0074	0.0086	0.0204	0.0121	0.0000	0.1063	0.0217	0.0288	0.1157	0.1408	0.0057	0.0168
		100	0.0042	0.0062	0.0009	0.0082	0.0243	0.0307	0.0056	0.1301	0.0102	0.0160	0.0613	0.0904	0.0018	0.0220
		500	0.0014	0.0010	0.0007	0.0086	0.0135	0.0218	0.0020	0.1440	0.0036	0.0089	0.0140	0.0501	0.0008	0.0221
	[0; 2]	50	0.0014	0.0002	0.0012	0.0032	0.0122	0.0543	0.0008	0.0791	0.0162	0.0172	0.1201	0.1401	0.0050	0.0087
		100	0.0116	0.0100	0.0077	0.0056	0.0607	0.0934	0.0566	0.1222	0.0029	0.0042	0.0777	0.1017	0.0015	0.0039
		500	0.0024	0.0043	0.0021	0.0053	0.0112	0.0485	0.0080	0.0790	0.0025	0.0048	0.0132	0.0412	0.0004	0.0030
0.9	[-1; 3]	50	0.0014	0.0005	0.0036	0.0013	0.0350	0.0548	0.0318	0.1629	0.0197	0.0182	0.2402	0.2654	0.0190	0.0040
		100	0.0050	0.0040	0.0002	0.0029	0.0213	0.0120	0.0260	0.1194	0.0099	0.0112	0.1385	0.1684	0.0014	0.0115
		500	0.0036	0.0025	0.0011	0.0022	0.0050	0.0125	0.0006	0.1487	0.0017	0.0038	0.0302	0.0626	0.0003	0.0140
	[0; 2]	50	0.0047	0.0080	0.0027	0.0007	0.0556	0.1066	0.0103	0.1095	0.0277	0.0274	0.2403	0.2581	0.0267	0.0232
		100	0.0048	0.0057	0.0054	0.0059	0.0654	0.0018	0.0982	0.0245	0.0080	0.0080	0.1265	0.1568	0.0040	0.0003
		500	0.0037	0.0044	0.0021	0.0031	0.0123	0.0392	0.0144	0.0837	0.0006	0.0015	0.0230	0.0564	0.0010	0.0031

Tabela D.39: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EIX

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0663	0.0777	0.0571	0.2399	0.0012	0.0032	0.0062	0.0116	0.3596	0.4091	0.0348	0.0382	0.0296	0.0030
		100	0.0410	0.0070	0.0715	0.3286	0.0078	0.0150	0.0034	0.0100	0.2517	0.3354	0.0201	0.0210	0.0021	0.0222
		500	0.0048	0.0829	0.0146	0.3555	0.0013	0.0051	0.0030	0.0049	0.0381	0.1411	0.0041	0.0122	0.0023	0.0274
	[0; 2]	50	0.1488	0.0488	0.2388	0.2168	0.0057	0.0307	0.0139	0.0465	0.3269	0.4356	0.0263	0.0294	0.0400	0.0140
		100	0.0369	0.0863	0.1196	0.3324	0.0024	0.0187	0.0065	0.0067	0.1954	0.3180	0.0132	0.0172	0.0080	0.0080
		500	0.0070	0.1278	0.0037	0.4308	0.0044	0.0067	0.0004	0.0040	0.0364	0.1923	0.0026	0.0052	0.0005	0.0126
0.2	[-1; 3]	50	0.0056	0.0078	0.0186	0.2376	0.0003	0.0068	0.0024	0.0227	0.2355	0.2905	0.0478	0.0633	0.0015	0.0371
		100	0.0003	0.0443	0.0072	0.2867	0.0051	0.0143	0.0013	0.0282	0.0963	0.1888	0.0154	0.0358	0.0021	0.0344
		500	0.0119	0.0357	0.0100	0.3148	0.0015	0.0113	0.0004	0.0305	0.0181	0.1181	0.0062	0.0341	0.0007	0.0382
	[0; 2]	50	0.0248	0.1335	0.0203	0.3561	0.0063	0.0327	0.0064	0.0247	0.1816	0.2850	0.0498	0.0642	0.0177	0.0006
		100	0.0329	0.0697	0.0444	0.2591	0.0097	0.0067	0.0013	0.0267	0.0974	0.2063	0.0062	0.0257	0.0042	0.0102
		500	0.0076	0.0964	0.0131	0.2956	0.0030	0.0062	0.0118	0.0243	0.0089	0.1395	0.0067	0.0229	0.0040	0.0120
0.3	[-1; 3]	50	0.0473	0.0281	0.0146	0.2663	0.0352	0.0201	0.0245	0.0502	0.1293	0.2112	0.0610	0.0971	0.0157	0.0205
		100	0.0136	0.0304	0.0079	0.2585	0.0132	0.0215	0.0067	0.0607	0.0691	0.1586	0.0247	0.0693	0.0047	0.0293
		500	0.0076	0.0327	0.0024	0.2803	0.0023	0.0073	0.0005	0.0617	0.0000	0.1007	0.0038	0.0531	0.0012	0.0349
	[0; 2]	50	0.0352	0.0612	0.0710	0.1735	0.0155	0.0553	0.0016	0.0828	0.1348	0.2049	0.0436	0.0837	0.0011	0.0065
		100	0.0334	0.0509	0.0333	0.2074	0.0112	0.0401	0.0067	0.0493	0.0497	0.1522	0.0116	0.0475	0.0053	0.0059
		500	0.0192	0.0544	0.0018	0.2290	0.0012	0.0201	0.0002	0.0428	0.0072	0.1144	0.0017	0.0324	0.0018	0.0136
0.4	[-1; 3]	50	0.0186	0.0139	0.0194	0.2016	0.0004	0.0014	0.0105	0.1005	0.0778	0.1514	0.0643	0.1210	0.0104	0.0126
		100	0.0093	0.0161	0.0280	0.2027	0.0143	0.0031	0.0225	0.0976	0.0518	0.1412	0.0229	0.0883	0.0008	0.0208
		500	0.0041	0.0077	0.0033	0.2289	0.0008	0.0057	0.0111	0.0974	0.0013	0.0972	0.0000	0.0715	0.0051	0.0291
	[0; 2]	50	0.0169	0.0824	0.0054	0.1742	0.0124	0.0322	0.0182	0.0721	0.0746	0.1522	0.0478	0.0915	0.0075	0.0152
		100	0.0003	0.0657	0.0100	0.1739	0.0051	0.0442	0.0051	0.0776	0.0318	0.1189	0.0366	0.0815	0.0019	0.0055
		500	0.0086	0.0670	0.0108	0.1792	0.0015	0.0318	0.0022	0.0761	0.0117	0.0977	0.0031	0.0546	0.0018	0.0079
0.5	[-1; 3]	50	0.0064	0.0061	0.0217	0.1549	0.0458	0.0348	0.0262	0.1438	0.0547	0.1249	0.1036	0.1630	0.0016	0.0046
		100	0.0097	0.0142	0.0023	0.1629	0.0094	0.0150	0.0035	0.1709	0.0453	0.1203	0.0309	0.1076	0.0007	0.0037
		500	0.0012	0.0029	0.0020	0.1699	0.0029	0.0013	0.0063	0.1562	0.0046	0.0920	0.0116	0.0971	0.0033	0.0039
	[0; 2]	50	0.0009	0.0537	0.0020	0.1485	0.0510	0.0187	0.0881	0.0665	0.0759	0.1417	0.0459	0.1067	0.0033	0.0044
		100	0.0067	0.0428	0.0098	0.1252	0.0117	0.0617	0.0044	0.1189	0.0187	0.0908	0.0433	0.1011	0.0079	0.0045
		500	0.0070	0.0523	0.0070	0.1296	0.0015	0.0432	0.0059	0.1105	0.0153	0.0841	0.0059	0.0736	0.0045	0.0049
0.6	[-1; 3]	50	0.0085	0.0007	0.0196	0.0922	0.0242	0.0184	0.0138	0.2119	0.0524	0.1064	0.0763	0.1517	0.0054	0.0196
		100	0.0100	0.0034	0.0143	0.1047	0.0117	0.0054	0.0176	0.2204	0.0192	0.0828	0.0369	0.1296	0.0000	0.0251
		500	0.0044	0.0098	0.0112	0.0975	0.0018	0.0076	0.0047	0.2232	0.0066	0.0769	0.0109	0.1049	0.0025	0.0251
	[0; 2]	50	0.0305	0.0715	0.0039	0.0934	0.0983	0.0190	0.0968	0.0962	0.0578	0.1074	0.0607	0.1323	0.0022	0.0045
		100	0.0224	0.0157	0.0261	0.0481	0.0240	0.0384	0.0019	0.1839	0.0327	0.0730	0.0270	0.1163	0.0054	0.0042
		500	0.0107	0.0409	0.0045	0.0829	0.0032	0.0522	0.0019	0.1648	0.0028	0.0546	0.0078	0.0950	0.0016	0.0078
0.7	[-1; 3]	50	0.0332	0.0244	0.0161	0.0288	0.0186	0.0381	0.0164	0.2212	0.0567	0.0838	0.1435	0.2144	0.0065	0.0437
		100	0.0030	0.0058	0.0076	0.0673	0.0336	0.0256	0.0304	0.2951	0.0335	0.0728	0.0572	0.1447	0.0025	0.0311
		500	0.0029	0.0063	0.0027	0.0610	0.0016	0.0262	0.0066	0.2702	0.0004	0.0518	0.0144	0.1119	0.0009	0.0355
	[0; 2]	50	0.0242	0.0138	0.0315	0.0347	0.0130	0.0720	0.0159	0.2214	0.0554	0.0832	0.0977	0.1874	0.0012	0.0108
		100	0.0088	0.0221	0.0099	0.0424	0.0076	0.0813	0.0014	0.2421	0.0375	0.0668	0.0397	0.1466	0.0033	0.0159
		500	0.0118	0.0320	0.0151	0.0601	0.0101	0.0820	0.0104	0.2170	0.0049	0.0400	0.0060	0.1132	0.0017	0.0101
0.8	[-1; 3]	50	0.0320	0.0207	0.0221	0.0140	0.0235	0.0246	0.0295	0.2297	0.0499	0.0631	0.2401	0.3044	0.0032	0.0354
		100	0.0078	0.0164	0.0055	0.0227	0.0220	0.0581	0.0175	0.2800	0.0100	0.0312	0.0718	0.1657	0.0040	0.0392
		500	0.0000	0.0076	0.0035	0.0248	0.0058	0.0496	0.0083	0.3236	0.0040	0.0320	0.0092	0.1068	0.0008	0.0370
	[0; 2]	50	0.0296	0.0014	0.0051	0.0272	0.0301	0.1141	0.0449	0.3243	0.0392	0.0501	0.1708	0.2622	0.0149	0.0010
		100	0.0038	0.0146	0.0003	0.0223	0.0461	0.0435	0.0243	0.2804	0.0092	0.0252	0.0912	0.2091	0.0040	0.0105
		500	0.0031	0.0078	0.0043	0.0123	0.0058	0.0949	0.0068	0.3138	0.0003	0.0178	0.0113	0.1404	0.0008	0.0155
0.9	[-1; 3]	50	0.0062	0.0037	0.0043	0.0015	0.0534	0.0288	0.0238	0.2246	0.0459	0.0402	0.3774	0.4628	0.0344	0.0021
		100	0.0096	0.0157	0.0052	0.0032	0.0665	0.0710	0.0298	0.2411	0.0101	0.0150	0.2767	0.3632	0.0028	0.0214
		500	0.0094	0.0030	0.0008	0.0082	0.0068	0.0661	0.0137	0.3302	0.0049	0.0144	0.0469	0.1421	0.0004	0.0253
	[0; 2]	50	0.0261	0.0018	0.0421	0.0022	0.0768	0.1152	0.0167	0.3429	0.0337	0.0369	0.2868	0.3868	0.0285	0.0069
		100	0.0463	0.0298	0.0394	0.0279	0.0846	0.1715	0.0386	0.4175	0.0144	0.0160	0.2209	0.3446	0.0045	0.0096
		500	0.0143	0.0119	0.0084	0.0121	0.0021	0.1180	0.0206	0.4099	0.0022	0.0012	0.0369	0.1903	0.0010	0.0122

Tabela D.40: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EX

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.2508	0.2891	0.1920	0.3966	0.0583	0.0574	0.0402	0.0401	0.0990	0.0954	0.0346	0.0332	0.0438	0.0381
		100	0.1738	0.1642	0.1030	0.1208	0.0387	0.0385	0.0270	0.0268	0.0839	0.0836	0.0230	0.0229	0.0350	0.0320
		500	0.0649	0.0644	0.0400	0.0393	0.0187	0.0187	0.0112	0.0112	0.0369	0.0353	0.0105	0.0104	0.0153	0.0139
	[0; 2]	50	0.4175	0.4683	0.3270	0.4828	0.0994	0.1978	0.0896	0.1216	0.1251	0.1093	0.0423	0.0414	0.0699	0.0906
		100	0.3461	0.3382	0.2974	0.3083	0.0655	0.0691	0.0796	0.0881	0.1063	0.0987	0.0272	0.0319	0.0690	0.0934
		500	0.0975	0.0993	0.0789	0.0759	0.0302	0.0306	0.0275	0.0277	0.0380	0.0369	0.0118	0.0125	0.0177	0.0140
0.2	[-1; 3]	50	0.1587	0.1663	0.1040	0.1040	0.0689	0.0694	0.0447	0.0448	0.0867	0.0856	0.0377	0.0369	0.0632	0.0614
		100	0.1010	0.1028	0.0624	0.0621	0.0467	0.0467	0.0299	0.0298	0.0571	0.0550	0.0243	0.0238	0.0433	0.0417
		500	0.0429	0.0425	0.0253	0.0250	0.0204	0.0204	0.0131	0.0131	0.0228	0.0226	0.0119	0.0118	0.0185	0.0183
	[0; 2]	50	0.3556	0.3044	0.3427	0.3011	0.1096	0.1083	0.1086	0.1037	0.0940	0.0863	0.0447	0.0444	0.0813	0.0779
		100	0.1986	0.1775	0.1758	0.1520	0.0721	0.0716	0.0631	0.0614	0.0654	0.0583	0.0294	0.0275	0.0519	0.0454
		500	0.0732	0.0729	0.0613	0.0575	0.0295	0.0296	0.0258	0.0259	0.0307	0.0295	0.0112	0.0111	0.0214	0.0195
0.3	[-1; 3]	50	0.1260	0.1256	0.0812	0.0804	0.0750	0.0749	0.0467	0.0469	0.0626	0.0604	0.0366	0.0354	0.0739	0.0748
		100	0.0767	0.0778	0.0520	0.0523	0.0493	0.0492	0.0344	0.0343	0.0440	0.0439	0.0269	0.0266	0.0452	0.0465
		500	0.0335	0.0341	0.0230	0.0229	0.0217	0.0219	0.0139	0.0139	0.0187	0.0187	0.0127	0.0121	0.0230	0.0234
	[0; 2]	50	0.2170	0.1907	0.1995	0.1943	0.1151	0.1115	0.0967	0.0953	0.0775	0.0690	0.0437	0.0390	0.0869	0.0867
		100	0.1389	0.1290	0.1206	0.1113	0.0760	0.0756	0.0650	0.0639	0.0526	0.0507	0.0296	0.0277	0.0569	0.0573
		500	0.0563	0.0535	0.0470	0.0445	0.0344	0.0346	0.0285	0.0289	0.0239	0.0229	0.0136	0.0130	0.0240	0.0255
0.4	[-1; 3]	50	0.1074	0.1043	0.0642	0.0622	0.0715	0.0723	0.0470	0.0474	0.0573	0.0547	0.0404	0.0407	0.0728	0.0831
		100	0.0681	0.0678	0.0455	0.0452	0.0499	0.0493	0.0330	0.0329	0.0365	0.0360	0.0322	0.0311	0.0594	0.0691
		500	0.0280	0.0281	0.0178	0.0177	0.0263	0.0268	0.0166	0.0165	0.0148	0.0147	0.0135	0.0129	0.0240	0.0266
	[0; 2]	50	0.1682	0.1612	0.1321	0.1251	0.1338	0.1276	0.1151	0.1090	0.0572	0.0532	0.0519	0.0482	0.0937	0.1070
		100	0.1199	0.1109	0.1066	0.0962	0.0876	0.0845	0.0758	0.0721	0.0503	0.0460	0.0355	0.0319	0.0659	0.0767
		500	0.0427	0.0424	0.0365	0.0359	0.0390	0.0392	0.0313	0.0314	0.0195	0.0194	0.0147	0.0141	0.0259	0.0324
0.5	[-1; 3]	50	0.0859	0.0858	0.0537	0.0530	0.0906	0.0881	0.0585	0.0585	0.0497	0.0476	0.0545	0.0501	0.0801	0.0947
		100	0.0622	0.0614	0.0386	0.0383	0.0606	0.0609	0.0378	0.0377	0.0335	0.0329	0.0323	0.0322	0.0551	0.0714
		500	0.0264	0.0264	0.0156	0.0156	0.0254	0.0259	0.0164	0.0164	0.0147	0.0152	0.0140	0.0143	0.0252	0.0364
	[0; 2]	50	0.1497	0.1537	0.1270	0.1253	0.1351	0.1296	0.1177	0.1041	0.0619	0.0590	0.0562	0.0500	0.0985	0.1271
		100	0.0963	0.0930	0.0836	0.0798	0.0999	0.0965	0.0842	0.0813	0.0385	0.0379	0.0380	0.0374	0.0667	0.0981
		500	0.0412	0.0412	0.0358	0.0354	0.0424	0.0429	0.0361	0.0352	0.0174	0.0180	0.0176	0.0181	0.0306	0.0633
0.6	[-1; 3]	50	0.0775	0.0769	0.0469	0.0466	0.0957	0.0949	0.0636	0.0629	0.0430	0.0420	0.0524	0.0508	0.0773	0.0820
		100	0.0530	0.0533	0.0337	0.0334	0.0695	0.0710	0.0434	0.0434	0.0308	0.0302	0.0372	0.0367	0.0531	0.0627
		500	0.0247	0.0250	0.0157	0.0156	0.0263	0.0269	0.0177	0.0176	0.0116	0.0116	0.0159	0.0162	0.0237	0.0267
	[0; 2]	50	0.1127	0.1142	0.0964	0.1008	0.1711	0.1623	0.1548	0.1409	0.0473	0.0460	0.0604	0.0589	0.0920	0.1097
		100	0.0803	0.0804	0.0715	0.0710	0.1097	0.1053	0.0976	0.0900	0.0342	0.0327	0.0439	0.0412	0.0602	0.0705
		500	0.0381	0.0378	0.0330	0.0325	0.0520	0.0503	0.0426	0.0404	0.0163	0.0154	0.0189	0.0193	0.0285	0.0335
0.7	[-1; 3]	50	0.0713	0.0707	0.0462	0.0460	0.1165	0.1163	0.0718	0.0716	0.0387	0.0378	0.0601	0.0588	0.0695	0.0717
		100	0.0516	0.0521	0.0313	0.0314	0.0813	0.0821	0.0562	0.0558	0.0265	0.0241	0.0422	0.0396	0.0495	0.0504
		500	0.0211	0.0214	0.0138	0.0138	0.0330	0.0333	0.0227	0.0226	0.0118	0.0114	0.0178	0.0177	0.0225	0.0224
	[0; 2]	50	0.1068	0.1043	0.0893	0.0862	0.1944	0.1788	0.1675	0.1527	0.0410	0.0382	0.0807	0.0752	0.0926	0.0981
		100	0.0791	0.0770	0.0702	0.0685	0.1367	0.1321	0.1152	0.1064	0.0334	0.0311	0.0578	0.0549	0.0592	0.0596
		500	0.0335	0.0332	0.0283	0.0279	0.0536	0.0519	0.0451	0.0434	0.0126	0.0128	0.0207	0.0206	0.0255	0.0271
0.8	[-1; 3]	50	0.0675	0.0673	0.0442	0.0443	0.1659	0.1615	0.1086	0.1101	0.0377	0.0372	0.0794	0.0780	0.0613	0.0577
		100	0.0461	0.0458	0.0305	0.0302	0.0980	0.0977	0.0624	0.0621	0.0261	0.0256	0.0545	0.0538	0.0421	0.0404
		500	0.0195	0.0197	0.0140	0.0141	0.0404	0.0409	0.0276	0.0275	0.0112	0.0111	0.0261	0.0259	0.0189	0.0184
	[0; 2]	50	0.0984	0.0958	0.0848	0.0812	0.3516	0.3203	0.2655	0.2435	0.0370	0.0336	0.0981	0.0880	0.0728	0.0601
		100	0.0722	0.0722	0.0609	0.0613	0.1716	0.1578	0.1504	0.1290	0.0289	0.0281	0.0699	0.0619	0.0500	0.0467
		500	0.0321	0.0327	0.0260	0.0266	0.0717	0.0715	0.0636	0.0611	0.0119	0.0123	0.0279	0.0282	0.0219	0.0213
0.9	[-1; 3]	50	0.0726	0.1080	0.1121	0.0632	0.3572	0.3202	0.2631	0.2255	0.0337	0.0328	0.1047	0.1036	0.0857	0.0671
		100	0.0433	0.0431	0.0282	0.0281	0.1576	0.1561	0.0931	0.0992	0.0244	0.0238	0.0901	0.0857	0.0351	0.0312
		500	0.0190	0.0189	0.0123	0.0123	0.0675	0.0670	0.0379	0.0377	0.0100	0.0100	0.0360	0.0346	0.0149	0.0135
	[0; 2]	50	0.1054	0.5838	0.1150	0.2897	0.4748	0.5675	0.4041	0.5693	0.0431	0.0434	0.1113	0.0942	0.0893	0.1082
		100	0.0681	0.0660	0.0607	0.0591	0.3032	0.3639	0.2673	0.4965	0.0257	0.0236	0.1018	0.0910	0.0372	0.0268
		500	0.0272	0.0273	0.0244	0.0247	0.1166	0.1092	0.1010	0.0921	0.0113	0.0114	0.0440	0.0437	0.0174	0.0133

Tabela D.41: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EI

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.4402	0.6733	0.3257	0.3448	0.1072	0.1077	0.1467	0.0633	0.1741	0.1606	0.0669	0.0564	0.0876	0.0327
		100	0.4061	0.4443	0.3119	0.3011	0.0698	0.0707	0.0914	0.0884	0.1499	0.1372	0.0670	0.0429	0.0853	0.0692
		500	0.1079	0.1101	0.0619	0.0598	0.0356	0.0360	0.0218	0.0220	0.0662	0.0649	0.0176	0.0177	0.0151	0.0126
	[0; 2]	50	0.7212	0.8193	0.6513	0.9215	0.2075	0.6867	0.2053	0.2473	0.1897	0.1672	0.0944	0.0995	0.1328	0.1887
		100	0.5529	0.5738	0.5214	0.5789	0.1293	0.2104	0.1419	0.1096	0.1828	0.1447	0.0638	0.0520	0.1053	0.0933
		500	0.3380	0.3049	0.3181	0.2705	0.0636	0.0694	0.0588	0.0846	0.1119	0.1123	0.0239	0.0320	0.0455	0.0690
0.2	[-1; 3]	50	0.3340	0.3421	0.1924	0.2236	0.1185	0.2617	0.0741	0.0761	0.1625	0.1442	0.0606	0.0633	0.0677	0.0793
		100	0.1997	0.1942	0.1364	0.1199	0.0779	0.0787	0.0502	0.0497	0.1124	0.1032	0.0470	0.0463	0.0502	0.0442
		500	0.0701	0.0702	0.0459	0.0449	0.0342	0.0351	0.0210	0.0213	0.0465	0.0465	0.0200	0.0201	0.0200	0.0192
	[0; 2]	50	0.6464	0.6981	0.5676	0.6755	0.2351	0.3516	0.2318	0.1769	0.1872	0.1637	0.0859	0.0755	0.1381	0.1142
		100	0.4698	0.3605	0.4345	0.4614	0.1582	0.1525	0.1434	0.1339	0.1557	0.1445	0.0647	0.0539	0.1091	0.0516
		500	0.1805	0.2110	0.1685	0.1862	0.0641	0.0908	0.0564	0.0876	0.0642	0.0896	0.0269	0.0413	0.0396	0.0309
0.3	[-1; 3]	50	0.2900	0.2531	0.2278	0.1912	0.1167	0.1314	0.1165	0.0998	0.1242	0.1162	0.0764	0.0711	0.0896	0.0956
		100	0.1248	0.1273	0.0750	0.0730	0.0717	0.0709	0.0512	0.0510	0.0781	0.0765	0.0501	0.0472	0.0477	0.0500
		500	0.0620	0.0603	0.0364	0.0361	0.0354	0.0355	0.0239	0.0239	0.0355	0.0343	0.0221	0.0216	0.0223	0.0237
	[0; 2]	50	0.4855	0.3469	0.4556	0.3118	0.2619	0.2233	0.2472	0.2024	0.1684	0.1429	0.1121	0.0772	0.1464	0.1023
		100	0.3255	0.2820	0.2958	0.2584	0.1862	0.1767	0.1683	0.1605	0.1272	0.1233	0.0751	0.0661	0.1111	0.0826
		500	0.1444	0.1920	0.1331	0.1828	0.0705	0.1359	0.0622	0.1329	0.0485	0.0869	0.0287	0.0544	0.0417	0.0541
0.4	[-1; 3]	50	0.1723	0.1638	0.1070	0.1008	0.1382	0.1382	0.0877	0.0854	0.0943	0.0871	0.0799	0.0752	0.0849	0.0954
		100	0.1161	0.1175	0.0746	0.0722	0.0926	0.0939	0.0599	0.0590	0.0757	0.0716	0.0499	0.0477	0.0573	0.0696
		500	0.0513	0.0529	0.0308	0.0309	0.0415	0.0408	0.0257	0.0256	0.0302	0.0300	0.0229	0.0220	0.0253	0.0292
	[0; 2]	50	0.4599	0.3949	0.4130	0.3550	0.2849	0.2427	0.2639	0.2211	0.1474	0.1282	0.1094	0.0784	0.1467	0.1295
		100	0.2849	0.2444	0.2605	0.2094	0.2222	0.2014	0.2057	0.1884	0.1149	0.1024	0.0871	0.0777	0.1216	0.1242
		500	0.1147	0.1797	0.1032	0.1638	0.0859	0.1581	0.0739	0.1476	0.0405	0.0667	0.0312	0.0565	0.0435	0.0759
0.5	[-1; 3]	50	0.1526	0.1473	0.1002	0.0947	0.1487	0.1456	0.0962	0.0938	0.0908	0.0873	0.0902	0.0895	0.0811	0.1043
		100	0.1080	0.1058	0.0651	0.0632	0.0995	0.0986	0.0673	0.0646	0.0604	0.0589	0.0666	0.0606	0.0620	0.0879
		500	0.0417	0.0420	0.0275	0.0271	0.0459	0.0468	0.0297	0.0299	0.0257	0.0265	0.0255	0.0264	0.0260	0.0461
	[0; 2]	50	0.3577	0.2783	0.3506	0.2432	0.3781	0.3072	0.3622	0.2657	0.1297	0.1108	0.1215	0.1043	0.1493	0.1559
		100	0.2403	0.2308	0.2160	0.2136	0.2142	0.2222	0.1978	0.2202	0.0867	0.0802	0.0883	0.0811	0.1059	0.1565
		500	0.0986	0.1444	0.0897	0.1369	0.0968	0.1422	0.0904	0.1338	0.0359	0.0467	0.0345	0.0459	0.0440	0.1265
0.6	[-1; 3]	50	0.1396	0.1357	0.0914	0.0892	0.1715	0.1646	0.1073	0.1043	0.0809	0.0758	0.0986	0.0945	0.0745	0.0883
		100	0.0969	0.0969	0.0627	0.0620	0.1164	0.1161	0.0794	0.0772	0.0532	0.0510	0.0742	0.0718	0.0564	0.0662
		500	0.0415	0.0425	0.0257	0.0254	0.0521	0.0525	0.0325	0.0314	0.0244	0.0234	0.0301	0.0309	0.0269	0.0322
	[0; 2]	50	0.2698	0.4079	0.2759	0.2456	0.4316	0.3514	0.3764	0.3149	0.1203	0.0921	0.1497	0.1256	0.1656	0.1419
		100	0.2066	0.2175	0.1898	0.2022	0.2887	0.2508	0.2589	0.2206	0.0724	0.0773	0.0996	0.1122	0.1150	0.1299
		500	0.0832	0.1718	0.0780	0.1689	0.1201	0.1790	0.1109	0.1604	0.0331	0.0628	0.0412	0.0800	0.0498	0.0854
0.7	[-1; 3]	50	0.1197	0.1210	0.0802	0.0798	0.2183	0.2084	0.1271	0.1213	0.0655	0.0625	0.1136	0.1058	0.0815	0.0839
		100	0.0930	0.0929	0.0561	0.0561	0.1430	0.1458	0.0861	0.0817	0.0455	0.0432	0.0858	0.0810	0.0576	0.0589
		500	0.0357	0.0360	0.0229	0.0228	0.0582	0.0581	0.0376	0.0363	0.0210	0.0206	0.0342	0.0336	0.0233	0.0239
	[0; 2]	50	0.2872	0.4142	0.2672	0.2248	0.4598	0.3687	0.4472	0.3750	0.0944	0.0801	0.1605	0.1430	0.1452	0.1108
		100	0.2032	0.2107	0.1784	0.1846	0.3380	0.2748	0.3598	0.2659	0.0726	0.0653	0.1318	0.1255	0.1151	0.0789
		500	0.0747	0.1520	0.0646	0.1475	0.1394	0.2351	0.1264	0.2075	0.0278	0.0584	0.0484	0.0878	0.0397	0.0592
0.8	[-1; 3]	50	0.1051	0.1098	0.0758	0.1092	0.2895	0.2784	0.1858	0.2212	0.0609	0.0601	0.1454	0.1317	0.0645	0.0801
		100	0.0735	0.0730	0.0484	0.0484	0.2021	0.1954	0.1153	0.1086	0.0427	0.0437	0.1052	0.1026	0.0505	0.0466
		500	0.0370	0.0373	0.0232	0.0231	0.0809	0.0818	0.0474	0.0461	0.0232	0.0231	0.0433	0.0416	0.0234	0.0212
	[0; 2]	50	0.2469	0.2315	0.2056	0.1890	0.5992	0.5422	0.5612	0.5613	0.0911	0.0810	0.1896	0.1616	0.1298	0.1189
		100	0.1590	0.1375	0.1632	0.1276	0.4348	0.3819	0.3837	0.2823	0.0592	0.0536	0.1610	0.1406	0.0979	0.0480
		500	0.0641	0.0907	0.0573	0.0875	0.1860	0.2281	0.1649	0.2070	0.0241	0.0395	0.0670	0.0849	0.0403	0.0313
0.9	[-1; 3]	50	0.1169	0.1419	0.1244	0.1260	0.4938	0.9312	0.3607	0.5178	0.0665	0.0679	0.1974	0.1750	0.0873	0.1068
		100	0.0732	0.0708	0.0958	0.0461	0.3448	0.3081	0.2632	0.1867	0.0464	0.0428	0.1549	0.1388	0.0668	0.0305
		500	0.0283	0.0285	0.0201	0.0203	0.1134	0.1090	0.0695	0.0670	0.0188	0.0186	0.0613	0.0589	0.0160	0.0135
	[0; 2]	50	0.2137	1.0070	0.1952	0.5472	0.6048	0.7201	0.5422	0.6489	0.0857	0.0770	0.1877	0.1453	0.1249	0.1348
		100	0.1484	0.4518	0.1647	0.2011	0.6116	0.5465	0.5176	0.5834	0.0615	0.0629	0.1805	0.1543	0.1070	0.1132
		500	0.0575	0.0636	0.0536	0.0620	0.3255	0.3120	0.3118	0.2514	0.0238	0.0269	0.1212	0.1161	0.0387	0.0152

Tabela D.42: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.4801	0.5707	0.3069	0.6744	0.1752	0.2288	0.1173	0.1273	0.2058	0.1747	0.1000	0.1053	0.0651	0.0916
		100	0.4077	0.4901	0.2714	0.3457	0.1153	0.1911	0.1123	0.1320	0.1807	0.1660	0.0732	0.0959	0.0722	0.1128
		500	0.1238	0.1259	0.0856	0.0738	0.0546	0.0550	0.0373	0.0386	0.0846	0.0764	0.0322	0.0356	0.0186	0.0151
	[0; 2]	50	0.6193	0.7246	0.5828	1.0795	0.3785	1.2043	0.3687	0.7268	0.2161	0.1602	0.1608	0.1691	0.1704	0.1787
		100	0.5650	0.6688	0.5475	0.9529	0.2713	1.2947	0.2807	1.0956	0.2140	0.1762	0.1141	0.1745	0.1512	0.2083
		500	0.4215	0.5685	0.3672	0.6896	0.1240	0.5267	0.1221	0.1636	0.1746	0.1076	0.0434	0.1009	0.0817	0.1199
0.2	[-1; 3]	50	0.3277	0.3558	0.2700	0.2423	0.2009	0.2057	0.1580	0.1457	0.1976	0.1640	0.0990	0.1053	0.0905	0.0874
		100	0.2312	0.2238	0.1491	0.1185	0.1298	0.1372	0.0886	0.0951	0.1423	0.1167	0.0789	0.0723	0.0548	0.0510
		500	0.0803	0.0828	0.0486	0.0461	0.0551	0.0571	0.0377	0.0398	0.0515	0.0482	0.0333	0.0344	0.0217	0.0232
	[0; 2]	50	0.5803	0.5950	0.5173	0.5864	0.4189	0.6310	0.4056	0.3523	0.2184	0.1638	0.1507	0.1479	0.1601	0.1577
		100	0.5412	0.4229	0.4846	0.3793	0.3090	0.2741	0.3007	0.2055	0.2042	0.1406	0.1071	0.0907	0.1478	0.0845
		500	0.2641	0.5214	0.2303	0.4475	0.1319	0.7598	0.1232	0.2795	0.1056	0.1089	0.0359	0.1054	0.0662	0.1200
0.3	[-1; 3]	50	0.2564	0.2395	0.1392	0.1261	0.1947	0.1898	0.1343	0.1314	0.1518	0.1339	0.1079	0.0981	0.0839	0.0982
		100	0.1599	0.1527	0.1022	0.0925	0.1280	0.1252	0.0856	0.0832	0.1011	0.0884	0.0830	0.0769	0.0644	0.0777
		500	0.0677	0.0712	0.0404	0.0408	0.0625	0.0635	0.0390	0.0401	0.0419	0.0413	0.0367	0.0391	0.0278	0.0352
	[0; 2]	50	0.5153	0.4035	0.5463	0.3888	0.4930	0.4378	0.4826	0.3367	0.2000	0.1532	0.1810	0.1202	0.1898	0.1374
		100	0.4476	0.3596	0.4307	0.4553	0.3419	0.3314	0.3612	0.3196	0.1633	0.1434	0.1181	0.0995	0.1580	0.1347
		500	0.1578	0.4088	0.1498	0.5711	0.1607	0.2145	0.1498	0.2134	0.0717	0.1270	0.0410	0.0996	0.0623	0.1131
0.4	[-1; 3]	50	0.1992	0.1971	0.1211	0.1108	0.2275	0.2141	0.1583	0.1456	0.1235	0.1118	0.1300	0.1228	0.0922	0.1174
		100	0.1149	0.1157	0.0822	0.0779	0.1627	0.1580	0.1042	0.1005	0.0835	0.0770	0.0931	0.0906	0.0702	0.0951
		500	0.0595	0.0605	0.0332	0.0332	0.0676	0.0680	0.0451	0.0442	0.0361	0.0344	0.0410	0.0431	0.0283	0.0500
	[0; 2]	50	0.4418	0.3686	0.4896	0.3851	0.6289	0.4700	0.6019	0.4072	0.2047	0.1455	0.2000	0.1397	0.1991	0.1712
		100	0.3374	0.3441	0.3121	0.3118	0.4535	0.4516	0.4422	0.4204	0.1409	0.1480	0.1232	0.1241	0.1576	0.1939
		500	0.1273	0.3095	0.1194	0.3816	0.1738	0.5416	0.1652	0.5227	0.0588	0.1770	0.0456	0.1077	0.0657	0.2249
0.5	[-1; 3]	50	0.1584	0.1512	0.1213	0.1075	0.2704	0.2494	0.1820	0.1603	0.0999	0.0829	0.1499	0.1379	0.1035	0.1066
		100	0.1080	0.1066	0.0728	0.0704	0.2092	0.1944	0.1272	0.1141	0.0730	0.0659	0.1101	0.1044	0.0689	0.0793
		500	0.0469	0.0489	0.0325	0.0322	0.0702	0.0692	0.0488	0.0462	0.0278	0.0269	0.0422	0.0404	0.0306	0.0375
	[0; 2]	50	0.3401	0.2960	0.3324	0.2525	0.5692	0.5230	0.5338	0.4013	0.1446	0.1164	0.2254	0.1833	0.1756	0.1520
		100	0.2709	0.3501	0.2301	0.2346	0.4853	0.4734	0.4425	0.4406	0.1173	0.1132	0.1271	0.1450	0.1399	0.1496
		500	0.1078	0.2392	0.0950	0.2317	0.1892	0.4094	0.1723	0.3786	0.0454	0.1031	0.0577	0.1135	0.0616	0.1216
0.6	[-1; 3]	50	0.1565	0.1474	0.0895	0.0896	0.3164	0.3041	0.2119	0.1894	0.0901	0.0757	0.1752	0.1605	0.0947	0.0926
		100	0.0978	0.0953	0.0673	0.0641	0.2343	0.2099	0.1411	0.1119	0.0609	0.0527	0.1193	0.1079	0.0611	0.0606
		500	0.0462	0.0472	0.0279	0.0277	0.0859	0.0832	0.0592	0.0564	0.0245	0.0229	0.0471	0.0461	0.0271	0.0282
	[0; 2]	50	0.2977	0.2321	0.2939	0.2038	0.6634	0.5618	0.5959	0.5417	0.1403	0.1054	0.2159	0.2011	0.1777	0.1275
		100	0.2373	0.2235	0.2103	0.1996	0.5643	0.4578	0.5431	0.4250	0.1093	0.0914	0.1655	0.1736	0.1542	0.1150
		500	0.0884	0.1814	0.0820	0.1825	0.2179	0.3208	0.2206	0.3218	0.0391	0.0839	0.0645	0.1281	0.0600	0.0756
0.7	[-1; 3]	50	0.1246	0.1197	0.1176	0.0827	0.3945	0.3814	0.2864	0.2433	0.0818	0.0784	0.2038	0.1927	0.0870	0.0763
		100	0.0842	0.0838	0.0560	0.0549	0.2302	0.2274	0.1583	0.1354	0.0535	0.0514	0.1308	0.1198	0.0541	0.0529
		500	0.0406	0.0406	0.0247	0.0251	0.1052	0.1035	0.0646	0.0589	0.0203	0.0209	0.0586	0.0559	0.0232	0.0236
	[0; 2]	50	0.2590	0.2423	0.2463	0.2088	0.7870	0.6504	0.7292	0.6308	0.1207	0.0839	0.2716	0.2572	0.1582	0.1016
		100	0.1735	0.1975	0.1617	0.1726	0.5954	0.5401	0.5511	0.4903	0.0781	0.0839	0.1706	0.1929	0.1206	0.1009
		500	0.0831	0.1325	0.0716	0.1247	0.2510	0.3249	0.2357	0.2800	0.0329	0.0583	0.0745	0.1159	0.0562	0.0479
0.8	[-1; 3]	50	0.1178	0.1844	0.1118	0.0817	0.5212	0.4733	0.4094	0.3985	0.0742	0.0670	0.2358	0.2285	0.0869	0.0803
		100	0.0835	0.0808	0.0572	0.0544	0.3960	0.3483	0.2480	0.1976	0.0500	0.0458	0.1702	0.1540	0.0485	0.0395
		500	0.0338	0.0340	0.0207	0.0211	0.1241	0.1238	0.0796	0.0712	0.0213	0.0216	0.0672	0.0642	0.0235	0.0202
	[0; 2]	50	0.2409	0.2496	0.2178	0.2086	0.8533	0.8819	0.8070	0.7837	0.0992	0.0806	0.2817	0.2740	0.1532	0.1407
		100	0.1519	0.1906	0.2196	0.1645	0.8071	0.8319	0.6975	0.7102	0.0769	0.0784	0.2259	0.2467	0.1512	0.1374
		500	0.0631	0.0782	0.0588	0.0751	0.3431	0.3088	0.3272	0.3206	0.0292	0.0398	0.0918	0.1294	0.0471	0.0253
0.9	[-1; 3]	50	0.1073	0.1480	0.1724	0.1099	0.6967	0.6888	0.4939	0.5179	0.1036	0.0557	0.2917	0.2859	0.1123	0.0894
		100	0.0774	0.0747	0.1321	0.1047	0.5337	0.5173	0.3793	0.3219	0.0460	0.0414	0.2642	0.2395	0.0868	0.0672
		500	0.0333	0.0338	0.0217	0.0222	0.2047	0.1983	0.1205	0.1030	0.0190	0.0198	0.1043	0.0965	0.0169	0.0134
	[0; 2]	50	0.2090	0.5219	0.2289	0.1975	0.8969	1.1346	0.8481	1.3390	0.1074	0.0781	0.2661	0.2687	0.1622	0.1689
		100	0.1681	0.4252	0.2054	0.1838	0.9633	1.1298	0.8774	1.2386	0.0931	0.0784	0.2746	0.2510	0.1523	0.1797
		500	0.0554	0.0602	0.0494	0.0552	0.5407	0.4729	0.4924	0.3980	0.0273	0.0279	0.1437	0.1893	0.0465	0.0133

Tabela D.43: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EIII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.5208	0.4774	0.3753	0.4531	0.2332	0.3569	0.1942	0.1975	0.2161	0.1917	0.1567	0.1672	0.1031	0.1212
		100	0.4211	0.4724	0.2860	0.4547	0.1633	0.5026	0.1309	0.1793	0.2155	0.1880	0.0949	0.1388	0.0737	0.1280
		500	0.1388	0.1710	0.0875	0.0874	0.0660	0.0743	0.0438	0.0550	0.0968	0.1087	0.0431	0.0524	0.0220	0.0183
	[0; 2]	50	0.4893	0.6596	0.4208	2.0736	0.4885	1.6010	0.4348	0.7636	0.2293	0.1842	0.1743	0.2046	0.1541	0.1694
		100	0.5278	1.5335	0.4376	2.0210	0.3405	1.8134	0.3387	0.7864	0.2148	0.2603	0.1120	0.2672	0.1195	0.2489
		500	0.4141	2.3575	0.3645	2.2129	0.1600	0.5575	0.1476	0.1514	0.2076	0.2188	0.0802	0.2198	0.1028	0.2147
0.2	[-1; 3]	50	0.3345	0.3020	0.2580	0.1945	0.2236	0.2111	0.1606	0.1385	0.1884	0.1579	0.1266	0.1221	0.0873	0.0710
		100	0.2810	0.2732	0.1879	0.1982	0.1708	0.2450	0.1145	0.1153	0.1604	0.1309	0.0949	0.1083	0.0689	0.0843
		500	0.0884	0.0998	0.0562	0.0563	0.0724	0.0794	0.0519	0.0593	0.0607	0.0662	0.0433	0.0506	0.0274	0.0301
	[0; 2]	50	0.6121	0.7649	0.6014	0.9581	0.5268	0.3913	0.5476	0.3635	0.2208	0.1450	0.2055	0.1602	0.1774	0.1320
		100	0.5342	0.4121	0.5349	0.5270	0.4697	0.2607	0.4829	0.2497	0.2268	0.1076	0.1594	0.1037	0.1743	0.0854
		500	0.2307	0.4361	0.2118	0.4476	0.1724	0.2323	0.1634	0.0916	0.1192	0.0979	0.0449	0.1054	0.0693	0.0978
0.3	[-1; 3]	50	0.2455	0.2232	0.1581	0.1810	0.2700	0.2688	0.1615	0.1609	0.1697	0.1290	0.1449	0.1407	0.0953	0.1120
		100	0.2032	0.1844	0.1270	0.1051	0.1879	0.1867	0.1340	0.1338	0.1201	0.1064	0.1058	0.1057	0.0692	0.0948
		500	0.0704	0.0809	0.0421	0.0458	0.0846	0.0912	0.0567	0.0642	0.0449	0.0480	0.0433	0.0483	0.0305	0.0590
	[0; 2]	50	0.4731	0.3427	0.5147	0.4034	0.7103	0.4651	0.7568	0.4359	0.2187	0.1447	0.2285	0.1458	0.1955	0.1531
		100	0.3989	0.4478	0.3674	0.3587	0.4736	0.4633	0.4397	0.3779	0.1832	0.1378	0.1283	0.1313	0.1568	0.1434
		500	0.1519	0.5033	0.1394	0.8419	0.1743	0.3118	0.1680	0.2123	0.0789	0.1105	0.0469	0.1069	0.0676	0.1217
0.4	[-1; 3]	50	0.2300	0.2026	0.1273	0.1118	0.2740	0.2652	0.1910	0.1730	0.1317	0.1083	0.1600	0.1506	0.0944	0.1099
		100	0.1291	0.1272	0.0846	0.0786	0.1817	0.1897	0.1372	0.1327	0.0924	0.0763	0.1106	0.1089	0.0700	0.0876
		500	0.0551	0.0571	0.0338	0.0338	0.0829	0.0825	0.0569	0.0561	0.0334	0.0329	0.0462	0.0475	0.0266	0.0384
	[0; 2]	50	0.4352	0.3071	0.4428	0.3250	0.7755	0.5930	0.6838	0.5418	0.1963	0.1317	0.2108	0.1719	0.1910	0.1669
		100	0.3343	0.2819	0.3139	0.2715	0.5813	0.5077	0.5229	0.4595	0.1761	0.1407	0.1764	0.1269	0.1664	0.1802
		500	0.1255	0.2215	0.1090	0.2022	0.2110	0.6389	0.1966	0.6579	0.0620	0.1907	0.0556	0.0949	0.0685	0.2458
0.5	[-1; 3]	50	0.1688	0.1616	0.0995	0.0948	0.3615	0.3105	0.2236	0.1830	0.1128	0.0899	0.1769	0.1688	0.0976	0.0964
		100	0.1106	0.1051	0.0721	0.0690	0.2010	0.2026	0.1393	0.1228	0.0726	0.0640	0.1344	0.1244	0.0664	0.0759
		500	0.0478	0.0505	0.0299	0.0319	0.0976	0.0980	0.0695	0.0661	0.0318	0.0321	0.0558	0.0559	0.0311	0.0372
	[0; 2]	50	0.4026	0.3306	0.3863	0.2823	0.7341	0.5750	0.6948	0.5283	0.1864	0.1234	0.2596	0.2143	0.1792	0.1505
		100	0.2399	0.2269	0.2204	0.2019	0.6057	0.5381	0.5410	0.4889	0.1250	0.1167	0.1982	0.1754	0.1496	0.1359
		500	0.0997	0.2057	0.0864	0.1962	0.2203	0.4791	0.2081	0.4673	0.0435	0.1086	0.0573	0.1270	0.0582	0.1158
0.6	[-1; 3]	50	0.1599	0.1565	0.0992	0.0931	0.4237	0.3703	0.3165	0.2685	0.0914	0.0808	0.1954	0.1865	0.0990	0.0908
		100	0.1044	0.1042	0.0626	0.0606	0.2685	0.2503	0.1757	0.1448	0.0623	0.0568	0.1575	0.1514	0.0627	0.0642
		500	0.0429	0.0436	0.0271	0.0268	0.1150	0.1105	0.0784	0.0691	0.0274	0.0270	0.0632	0.0615	0.0292	0.0307
	[0; 2]	50	0.3082	0.2569	0.3293	0.2724	0.8635	0.7391	0.8704	0.6988	0.1490	0.1182	0.2566	0.2621	0.1632	0.1439
		100	0.2183	0.2166	0.1948	0.1956	0.6400	0.5981	0.5874	0.4973	0.0995	0.0929	0.1859	0.2309	0.1372	0.0980
		500	0.0817	0.1540	0.0729	0.1483	0.2465	0.4097	0.2289	0.3791	0.0437	0.0885	0.0707	0.1350	0.0595	0.0708
0.7	[-1; 3]	50	0.1325	0.1499	0.1559	0.1482	0.5195	0.4714	0.3929	0.3512	0.0847	0.0775	0.2424	0.2385	0.1041	0.1149
		100	0.0851	0.0856	0.0553	0.0533	0.2990	0.2676	0.2037	0.1664	0.0538	0.0460	0.1623	0.1475	0.0648	0.0547
		500	0.0416	0.0420	0.0261	0.0271	0.1367	0.1311	0.0904	0.0787	0.0238	0.0254	0.0732	0.0711	0.0253	0.0249
	[0; 2]	50	0.2810	0.4601	0.2857	0.2287	0.9849	0.8760	0.8878	0.7703	0.1195	0.0819	0.2696	0.3036	0.1702	0.1155
		100	0.1709	0.1806	0.1758	0.1824	0.7158	0.6192	0.6708	0.5700	0.0884	0.0863	0.2263	0.2667	0.1194	0.0888
		500	0.0766	0.0992	0.0660	0.0879	0.3402	0.3000	0.3222	0.2720	0.0366	0.0482	0.0884	0.1413	0.0556	0.0359
0.8	[-1; 3]	50	0.1310	0.1226	0.1430	0.0786	0.6833	0.6304	0.4951	0.3813	0.1016	0.0690	0.3245	0.3053	0.1096	0.0582
		100	0.0760	0.0738	0.0496	0.0482	0.4492	0.4114	0.2797	0.2286	0.0491	0.0482	0.2046	0.1879	0.0544	0.0464
		500	0.0366	0.0360	0.0212	0.0215	0.1683	0.1543	0.1090	0.0885	0.0210	0.0221	0.1000	0.0937	0.0211	0.0185
	[0; 2]	50	0.2411	0.5439	0.2394	0.2903	1.1082	5.1924	1.0150	2.8153	0.1260	0.1318	0.3474	0.3549	0.1612	0.1863
		100	0.1569	0.2886	0.1369	0.1293	0.9902	0.8359	0.8956	0.7694	0.0787	0.0689	0.2674	0.2974	0.1220	0.0959
		500	0.0605	0.0685	0.0518	0.0612	0.4072	0.3428	0.3763	0.2891	0.0290	0.0333	0.1165	0.1700	0.0466	0.0209
0.9	[-1; 3]	50	0.1372	0.4450	0.1268	0.2022	0.7390	0.7651	0.5771	0.6472	0.0758	0.0762	0.3656	0.3257	0.0935	0.1227
		100	0.0819	0.1628	0.1060	0.1237	0.6189	0.6158	0.4381	0.4851	0.0489	0.0522	0.3036	0.2892	0.0879	0.1104
		500	0.0317	0.0317	0.0211	0.0216	0.2404	0.2252	0.1612	0.1343	0.0183	0.0189	0.1425	0.1382	0.0170	0.0130
	[0; 2]	50	0.2078	1.1994	0.2782	0.4881	1.1978	1.3196	1.1357	1.3838	0.1028	0.0984	0.3064	0.3199	0.1745	0.2303
		100	0.1366	0.3690	0.1374	0.1733	1.2117	1.2455	1.0810	1.3935	0.0674	0.0620	0.3409	0.3547	0.1305	0.1797
		500	0.0533	0.0543	0.0487	0.0495	0.5615	0.5434	0.5472	0.4140	0.0235	0.0254	0.1767	0.2741	0.0381	0.0123

Tabela D.44: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EIV

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.2198	0.2389	0.1857	0.2122	0.0613	0.0616	0.0423	0.0420	0.1008	0.0982	0.0340	0.0332	0.0387	0.0350
		100	0.1834	0.1833	0.2297	0.2264	0.0417	0.0418	0.0301	0.0301	0.0810	0.0794	0.0245	0.0243	0.0359	0.0314
		500	0.0637	0.0639	0.0451	0.0447	0.0168	0.0168	0.0118	0.0117	0.0366	0.0363	0.0108	0.0108	0.0151	0.0134
	[0; 2]	50	0.3736	0.3804	0.3935	0.4021	0.0958	0.0956	0.0846	0.0830	0.1015	0.0958	0.0349	0.0336	0.0418	0.0363
		100	0.2734	0.2839	0.2862	0.2808	0.0629	0.0633	0.0542	0.0545	0.0801	0.0772	0.0232	0.0231	0.0341	0.0313
		500	0.0951	0.0972	0.1034	0.1078	0.0306	0.0305	0.0259	0.0257	0.0375	0.0357	0.0114	0.0115	0.0159	0.0143
0.2	[-1; 3]	50	0.1493	0.1497	0.1109	0.1130	0.0673	0.0668	0.0485	0.0480	0.0840	0.0830	0.0380	0.0373	0.0616	0.0598
		100	0.1111	0.1099	0.0773	0.0780	0.0450	0.0451	0.0313	0.0312	0.0528	0.0528	0.0264	0.0257	0.0468	0.0442
		500	0.0407	0.0408	0.0301	0.0303	0.0187	0.0188	0.0136	0.0137	0.0246	0.0245	0.0114	0.0112	0.0200	0.0196
	[0; 2]	50	0.2410	0.2459	0.2455	0.2536	0.0973	0.0972	0.0957	0.0931	0.0867	0.0777	0.0327	0.0323	0.0637	0.0591
		100	0.1414	0.1433	0.1608	0.1596	0.0583	0.0588	0.0577	0.0585	0.0552	0.0525	0.0256	0.0244	0.0457	0.0442
		500	0.0653	0.0664	0.0708	0.0710	0.0307	0.0314	0.0279	0.0301	0.0217	0.0211	0.0113	0.0112	0.0201	0.0211
0.3	[-1; 3]	50	0.1218	0.1196	0.0937	0.0925	0.0679	0.0677	0.0483	0.0490	0.0603	0.0590	0.0434	0.0413	0.0706	0.0704
		100	0.0742	0.0741	0.0527	0.0537	0.0488	0.0491	0.0340	0.0342	0.0439	0.0423	0.0278	0.0273	0.0515	0.0535
		500	0.0329	0.0328	0.0247	0.0247	0.0206	0.0206	0.0147	0.0151	0.0189	0.0188	0.0115	0.0112	0.0226	0.0232
	[0; 2]	50	0.1853	0.1804	0.1894	0.1748	0.1131	0.1122	0.1043	0.1025	0.0676	0.0618	0.0405	0.0393	0.0746	0.0727
		100	0.1134	0.1207	0.1121	0.1204	0.0723	0.0733	0.0673	0.0709	0.0402	0.0397	0.0256	0.0249	0.0494	0.0522
		500	0.0513	0.0508	0.0515	0.0492	0.0316	0.0326	0.0292	0.0315	0.0185	0.0178	0.0107	0.0102	0.0225	0.0255
0.4	[-1; 3]	50	0.0963	0.0951	0.0731	0.0739	0.0787	0.0787	0.0514	0.0516	0.0508	0.0488	0.0421	0.0403	0.0780	0.0855
		100	0.0706	0.0708	0.0482	0.0488	0.0523	0.0519	0.0360	0.0363	0.0374	0.0370	0.0298	0.0288	0.0575	0.0634
		500	0.0290	0.0292	0.0202	0.0201	0.0229	0.0230	0.0160	0.0163	0.0163	0.0163	0.0145	0.0143	0.0228	0.0257
	[0; 2]	50	0.1499	0.1482	0.1554	0.1483	0.1240	0.1205	0.1234	0.1163	0.0523	0.0477	0.0408	0.0382	0.0780	0.0859
		100	0.1027	0.1019	0.1012	0.0982	0.0935	0.0931	0.0900	0.0892	0.0385	0.0356	0.0314	0.0285	0.0598	0.0668
		500	0.0445	0.0443	0.0441	0.0428	0.0367	0.0376	0.0320	0.0336	0.0185	0.0178	0.0120	0.0118	0.0256	0.0312
0.5	[-1; 3]	50	0.0787	0.0788	0.0555	0.0567	0.0807	0.0807	0.0612	0.0586	0.0468	0.0460	0.0487	0.0473	0.0846	0.0982
		100	0.0604	0.0603	0.0420	0.0431	0.0566	0.0566	0.0385	0.0391	0.0342	0.0332	0.0357	0.0348	0.0590	0.0735
		500	0.0262	0.0263	0.0184	0.0184	0.0252	0.0250	0.0185	0.0188	0.0140	0.0143	0.0137	0.0139	0.0235	0.0346
	[0; 2]	50	0.1323	0.1316	0.1325	0.1248	0.1220	0.1204	0.1237	0.1190	0.0511	0.0468	0.0479	0.0456	0.0806	0.0888
		100	0.0921	0.0890	0.0932	0.0860	0.0870	0.0876	0.0820	0.0812	0.0321	0.0297	0.0357	0.0342	0.0544	0.0620
		500	0.0353	0.0348	0.0354	0.0356	0.0414	0.0412	0.0373	0.0371	0.0150	0.0140	0.0133	0.0126	0.0250	0.0306
0.6	[-1; 3]	50	0.0800	0.0799	0.0498	0.0494	0.0963	0.0961	0.0655	0.0654	0.0434	0.0415	0.0549	0.0534	0.0794	0.0876
		100	0.0532	0.0529	0.0358	0.0364	0.0625	0.0624	0.0452	0.0455	0.0307	0.0294	0.0367	0.0352	0.0540	0.0615
		500	0.0245	0.0246	0.0160	0.0157	0.0261	0.0260	0.0215	0.0219	0.0135	0.0132	0.0163	0.0166	0.0248	0.0272
	[0; 2]	50	0.1279	0.1267	0.1282	0.1266	0.1851	0.1594	0.1789	0.1652	0.0438	0.0424	0.0584	0.0530	0.0801	0.0889
		100	0.0812	0.0826	0.0835	0.0823	0.0977	0.0990	0.0984	0.0949	0.0303	0.0275	0.0398	0.0373	0.0531	0.0613
		500	0.0371	0.0370	0.0351	0.0353	0.0442	0.0443	0.0448	0.0434	0.0132	0.0125	0.0171	0.0160	0.0229	0.0261
0.7	[-1; 3]	50	0.0678	0.0678	0.0461	0.0462	0.1184	0.1175	0.0900	0.0873	0.0372	0.0357	0.0625	0.0611	0.0721	0.0732
		100	0.0443	0.0444	0.0337	0.0337	0.0797	0.0796	0.0549	0.0550	0.0266	0.0262	0.0483	0.0475	0.0488	0.0506
		500	0.0230	0.0230	0.0150	0.0150	0.0331	0.0332	0.0220	0.0229	0.0114	0.0112	0.0181	0.0179	0.0232	0.0237
	[0; 2]	50	0.1137	0.1134	0.1042	0.1022	0.1958	0.3649	0.1905	0.3988	0.0414	0.0395	0.0651	0.0610	0.0676	0.0713
		100	0.0795	0.0801	0.0748	0.0751	0.1126	0.1128	0.1164	0.1148	0.0273	0.0261	0.0433	0.0415	0.0530	0.0554
		500	0.0352	0.0358	0.0344	0.0351	0.0510	0.0514	0.0516	0.0508	0.0120	0.0117	0.0198	0.0181	0.0230	0.0255
0.8	[-1; 3]	50	0.0650	0.0649	0.0468	0.0455	0.1589	0.1546	0.1262	0.1125	0.0341	0.0320	0.0810	0.0796	0.0587	0.0575
		100	0.0428	0.0429	0.0296	0.0295	0.0884	0.0888	0.0794	0.0775	0.0255	0.0244	0.0560	0.0552	0.0445	0.0427
		500	0.0192	0.0192	0.0135	0.0136	0.0406	0.0406	0.0313	0.0319	0.0122	0.0121	0.0233	0.0226	0.0205	0.0206
	[0; 2]	50	0.0931	0.0924	0.0920	0.0901	0.2539	0.2488	0.2713	0.2700	0.0383	0.0366	0.0798	0.0763	0.0645	0.0592
		100	0.0724	0.0725	0.0666	0.0664	0.1597	0.1813	0.1714	0.1873	0.0244	0.0235	0.0585	0.0536	0.0485	0.0437
		500	0.0334	0.0336	0.0288	0.0294	0.0635	0.0653	0.0636	0.0639	0.0110	0.0110	0.0268	0.0258	0.0186	0.0189
0.9	[-1; 3]	50	0.0552	0.0552	0.0414	0.0406	0.2074	0.1993	0.1770	0.1974	0.0340	0.0326	0.1108	0.1081	0.0360	0.0324
		100	0.0408	0.0407	0.0282	0.0284	0.1612	0.1609	0.1304	0.1369	0.0229	0.0230	0.0880	0.0858	0.0336	0.0298
		500	0.0171	0.0171	0.0122	0.0123	0.0563	0.0566	0.0446	0.0427	0.0103	0.0103	0.0352	0.0346	0.0148	0.0136
	[0; 2]	50	0.0936	0.0930	0.0788	0.0778	0.3649	0.3714	0.3694	0.3913	0.0301	0.0292	0.0994	0.0965	0.0398	0.0356
		100	0.0669	0.0664	0.0613	0.0612	0.2470	0.2677	0.2583	0.2725	0.0238	0.0236	0.0860	0.0788	0.0358	0.0310
		500	0.0286	0.0286	0.0262	0.0264	0.1027	0.1095	0.1046	0.1144	0.0100	0.0101	0.0345	0.0324	0.0152	0.0140

Tabela D.45: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EV



$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.3550	0.3479	0.3117	0.4378	0.1051	0.1065	0.0708	0.0676	0.1562	0.1514	0.0653	0.0619	0.0408	0.0313
		100	0.2424	0.2485	0.2198	0.2419	0.0626	0.0626	0.0474	0.0469	0.1518	0.1547	0.0391	0.0386	0.0339	0.0280
		500	0.1063	0.1064	0.0882	0.0990	0.0293	0.0291	0.0189	0.0190	0.0602	0.0622	0.0155	0.0161	0.0183	0.0147
	[0; 2]	50	0.5530	0.6923	0.6152	0.8423	0.1683	0.1673	0.1457	0.1384	0.1683	0.1512	0.0577	0.0546	0.0493	0.0391
		100	0.3784	0.3940	0.4596	0.4891	0.1048	0.1003	0.0976	0.0901	0.1503	0.1307	0.0421	0.0411	0.0330	0.0255
		500	0.1614	0.1700	0.1885	0.1886	0.0490	0.0484	0.0450	0.0441	0.0749	0.0624	0.0177	0.0174	0.0170	0.0138
0.2	[-1; 3]	50	0.2646	0.2522	0.2122	0.2146	0.1101	0.1093	0.0742	0.0734	0.1525	0.1457	0.0646	0.0627	0.0650	0.0597
		100	0.1659	0.1667	0.1215	0.1326	0.0760	0.0753	0.0556	0.0541	0.1047	0.1026	0.0464	0.0454	0.0534	0.0487
		500	0.0682	0.0689	0.0517	0.0537	0.0341	0.0341	0.0247	0.0251	0.0399	0.0403	0.0203	0.0203	0.0205	0.0194
	[0; 2]	50	0.4684	0.4504	0.4857	0.5038	0.1706	0.1735	0.1652	0.1632	0.1530	0.1348	0.0612	0.0552	0.0713	0.0637
		100	0.2627	0.2602	0.2990	0.3113	0.1205	0.1185	0.1117	0.1101	0.1072	0.0953	0.0448	0.0437	0.0506	0.0490
		500	0.1049	0.1100	0.1138	0.1114	0.0495	0.0486	0.0480	0.0473	0.0459	0.0402	0.0180	0.0182	0.0222	0.0231
0.3	[-1; 3]	50	0.1987	0.2001	0.1620	0.1782	0.1108	0.1111	0.0928	0.0887	0.1238	0.1177	0.0683	0.0633	0.0810	0.0795
		100	0.1373	0.1387	0.1096	0.1200	0.0841	0.0836	0.0578	0.0564	0.0799	0.0805	0.0517	0.0490	0.0553	0.0558
		500	0.0576	0.0581	0.0461	0.0469	0.0358	0.0360	0.0272	0.0278	0.0344	0.0347	0.0223	0.0211	0.0244	0.0254
	[0; 2]	50	0.3184	0.3427	0.3505	0.3777	0.1653	0.1679	0.1639	0.1589	0.1317	0.1107	0.0769	0.0670	0.0952	0.0937
		100	0.2011	0.2026	0.2286	0.2277	0.1263	0.1274	0.1184	0.1263	0.0908	0.0744	0.0513	0.0480	0.0597	0.0659
		500	0.0950	0.0928	0.1005	0.0952	0.0566	0.0561	0.0536	0.0544	0.0380	0.0335	0.0214	0.0201	0.0250	0.0301
0.4	[-1; 3]	50	0.1628	0.1568	0.1207	0.1138	0.1299	0.1295	0.0942	0.0891	0.0946	0.0900	0.0791	0.0727	0.0830	0.0956
		100	0.1004	0.1002	0.0809	0.0845	0.0904	0.0893	0.0680	0.0707	0.0655	0.0676	0.0537	0.0530	0.0552	0.0672
		500	0.0513	0.0517	0.0364	0.0387	0.0402	0.0396	0.0265	0.0275	0.0297	0.0296	0.0229	0.0217	0.0231	0.0300
	[0; 2]	50	0.2564	0.2648	0.2562	0.2777	0.1973	0.1961	0.2024	0.1950	0.1049	0.0878	0.0739	0.0656	0.0815	0.0943
		100	0.1630	0.1599	0.1778	0.1589	0.1517	0.1510	0.1462	0.1456	0.0696	0.0634	0.0537	0.0463	0.0678	0.0788
		500	0.0771	0.0733	0.0842	0.0758	0.0611	0.0626	0.0585	0.0626	0.0318	0.0268	0.0253	0.0230	0.0279	0.0378
0.5	[-1; 3]	50	0.1457	0.1448	0.1100	0.1096	0.1374	0.1369	0.1045	0.1015	0.0758	0.0741	0.0909	0.0875	0.0848	0.1087
		100	0.1002	0.0999	0.0757	0.0753	0.1005	0.0997	0.0706	0.0690	0.0531	0.0538	0.0596	0.0605	0.0490	0.0765
		500	0.0434	0.0435	0.0308	0.0317	0.0447	0.0450	0.0331	0.0336	0.0236	0.0250	0.0268	0.0276	0.0264	0.0499
	[0; 2]	50	0.2306	0.2193	0.2371	0.2060	0.2338	0.2227	0.2422	0.2219	0.0865	0.0752	0.0841	0.0702	0.0900	0.0990
		100	0.1527	0.1480	0.1595	0.1490	0.1593	0.1515	0.1613	0.1467	0.0624	0.0528	0.0680	0.0547	0.0616	0.0785
		500	0.0665	0.0668	0.0674	0.0675	0.0650	0.0624	0.0666	0.0664	0.0259	0.0240	0.0255	0.0224	0.0279	0.0377
0.6	[-1; 3]	50	0.1288	0.1291	0.1022	0.1082	0.1658	0.1654	0.1236	0.1188	0.0768	0.0724	0.0908	0.0914	0.0881	0.1044
		100	0.0868	0.0869	0.0620	0.0590	0.1085	0.1067	0.0849	0.0866	0.0539	0.0514	0.0730	0.0716	0.0582	0.0675
		500	0.0385	0.0386	0.0282	0.0293	0.0478	0.0474	0.0343	0.0359	0.0232	0.0226	0.0318	0.0323	0.0266	0.0322
	[0; 2]	50	0.1949	0.1956	0.1981	0.1891	0.2575	0.2517	0.2783	0.2485	0.0803	0.0658	0.0934	0.0806	0.0871	0.0940
		100	0.1423	0.1405	0.1454	0.1379	0.1780	0.1740	0.1863	0.1728	0.0576	0.0508	0.0683	0.0609	0.0603	0.0739
		500	0.0646	0.0637	0.0619	0.0602	0.0762	0.0714	0.0823	0.0729	0.0249	0.0229	0.0325	0.0293	0.0274	0.0353
0.7	[-1; 3]	50	0.1087	0.1100	0.0810	0.0779	0.1861	0.1862	0.1523	0.1665	0.0706	0.0669	0.1222	0.1157	0.0812	0.0848
		100	0.0812	0.0810	0.0612	0.0614	0.1169	0.1167	0.1010	0.1098	0.0501	0.0466	0.0732	0.0735	0.0541	0.0551
		500	0.0351	0.0351	0.0237	0.0242	0.0580	0.0578	0.0453	0.0450	0.0224	0.0215	0.0385	0.0384	0.0232	0.0244
	[0; 2]	50	0.1858	0.1799	0.1834	0.1780	0.3621	0.3586	0.3643	0.3753	0.0747	0.0650	0.1296	0.1054	0.0845	0.0861
		100	0.1224	0.1249	0.1185	0.1236	0.1965	0.2016	0.2102	0.2071	0.0519	0.0440	0.0802	0.0648	0.0513	0.0557
		500	0.0546	0.0549	0.0515	0.0526	0.0887	0.0888	0.0853	0.0841	0.0236	0.0221	0.0393	0.0334	0.0257	0.0312
0.8	[-1; 3]	50	0.1150	0.1149	0.0807	0.0742	0.2506	0.2479	0.2073	0.2110	0.0639	0.0584	0.1443	0.1394	0.0684	0.0597
		100	0.0758	0.0760	0.0563	0.0569	0.1501	0.1490	0.1434	0.1475	0.0461	0.0454	0.1019	0.0977	0.0446	0.0420
		500	0.0300	0.0298	0.0231	0.0229	0.0677	0.0681	0.0515	0.0517	0.0200	0.0200	0.0448	0.0445	0.0214	0.0195
	[0; 2]	50	0.1815	0.1751	0.1614	0.1576	0.5094	0.4941	0.5230	0.6354	0.0667	0.0603	0.1535	0.1350	0.0800	0.0706
		100	0.0976	0.0998	0.0960	0.1032	0.2494	0.2555	0.2685	0.2864	0.0458	0.0435	0.0970	0.0824	0.0510	0.0505
		500	0.0516	0.0506	0.0462	0.0471	0.1184	0.1174	0.1310	0.1236	0.0205	0.0204	0.0493	0.0416	0.0236	0.0223
0.9	[-1; 3]	50	0.1035	0.1168	0.0671	0.2128	0.3445	0.4646	0.2725	0.4242	0.0604	0.0658	0.1617	0.1544	0.0459	0.0700
		100	0.0730	0.0726	0.0481	0.0484	0.2507	0.2528	0.2503	0.3747	0.0418	0.0404	0.1528	0.1457	0.0366	0.0291
		500	0.0320	0.0323	0.0194	0.0198	0.1055	0.1026	0.0861	0.1009	0.0171	0.0176	0.0546	0.0588	0.0184	0.0160
	[0; 2]	50	0.1454	0.1486	0.1401	0.2664	0.6454	0.7266	0.6578	0.9340	0.0639	0.0590	0.1801	0.1545	0.0489	0.0698
		100	0.1008	0.0980	0.0899	0.0861	0.3829	0.4720	0.4663	0.6437	0.0396	0.0386	0.1488	0.1260	0.0373	0.0283
		500	0.0466	0.0464	0.0410	0.0409	0.1740	0.1843	0.2018	0.2119	0.0169	0.0176	0.0720	0.0616	0.0165	0.0137

Tabela D.46: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EVI

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.2955	0.3222	0.3070	0.5797	0.1930	0.1901	0.1354	0.1263	0.1753	0.1604	0.1111	0.1029	0.0456	0.0357
		100	0.2842	0.2800	0.2706	0.4530	0.1430	0.1390	0.1041	0.1033	0.1871	0.1450	0.0796	0.0745	0.0419	0.0269
		500	0.1037	0.1232	0.1104	0.2595	0.0617	0.0637	0.0407	0.0447	0.0749	0.0810	0.0332	0.0352	0.0194	0.0138
	[0; 2]	50	0.5849	0.7395	0.6553	1.1763	0.3405	0.3184	0.3015	0.2813	0.2098	0.1361	0.1362	0.1153	0.0766	0.0438
		100	0.5240	0.5101	0.5757	0.9384	0.2478	0.2258	0.2122	0.1937	0.1917	0.1391	0.0874	0.0809	0.0658	0.0347
		500	0.2235	0.2462	0.3037	0.4197	0.0978	0.1076	0.0877	0.0878	0.0964	0.0792	0.0397	0.0448	0.0213	0.0189
0.2	[-1; 3]	50	0.3671	0.2635	0.2636	0.3291	0.2355	0.2200	0.1499	0.1550	0.1713	0.1485	0.1274	0.1110	0.0814	0.0838
		100	0.1739	0.1702	0.1743	0.2764	0.1540	0.1580	0.1106	0.1126	0.1227	0.1214	0.0902	0.0882	0.0567	0.0558
		500	0.0706	0.0730	0.0654	0.1801	0.0693	0.0739	0.0449	0.0583	0.0518	0.0557	0.0382	0.0399	0.0238	0.0257
	[0; 2]	50	0.5436	0.4976	0.5711	0.7427	0.3408	0.3515	0.2854	0.2842	0.1892	0.1409	0.1513	0.1336	0.0927	0.0797
		100	0.3647	0.3494	0.3972	0.5229	0.2371	0.2385	0.2129	0.2193	0.1435	0.1187	0.1029	0.1020	0.0647	0.0750
		500	0.1368	0.1661	0.1638	0.2706	0.1066	0.1153	0.0961	0.1056	0.0667	0.0605	0.0398	0.0539	0.0265	0.0403
0.3	[-1; 3]	50	0.2150	0.2151	0.1692	0.2236	0.2325	0.2337	0.1601	0.1689	0.1456	0.1312	0.1351	0.1337	0.0902	0.1185
		100	0.1286	0.1365	0.1136	0.1885	0.1613	0.1617	0.1093	0.1263	0.0926	0.0935	0.1018	0.1045	0.0596	0.0878
		500	0.0573	0.0566	0.0457	0.0873	0.0769	0.0790	0.0516	0.0618	0.0419	0.0439	0.0399	0.0420	0.0275	0.0571
	[0; 2]	50	0.3749	0.3240	0.4179	0.4239	0.3812	0.3455	0.3396	0.3402	0.1594	0.1170	0.1540	0.1378	0.1033	0.1056
		100	0.2633	0.2399	0.2932	0.3028	0.2735	0.2629	0.2342	0.2622	0.1105	0.0934	0.1017	0.1036	0.0713	0.1013
		500	0.0946	0.1157	0.0998	0.1567	0.1197	0.1183	0.1048	0.1351	0.0425	0.0480	0.0501	0.0592	0.0302	0.0577
0.4	[-1; 3]	50	0.1600	0.1571	0.1614	0.1626	0.2498	0.2494	0.1925	0.2111	0.1205	0.0932	0.1437	0.1415	0.0873	0.1078
		100	0.1102	0.1081	0.0956	0.0976	0.1585	0.1573	0.1248	0.1353	0.0792	0.0715	0.1008	0.1049	0.0598	0.0855
		500	0.0479	0.0493	0.0364	0.0418	0.0779	0.0778	0.0596	0.0655	0.0325	0.0321	0.0540	0.0596	0.0295	0.0392
	[0; 2]	50	0.2977	0.2843	0.3178	0.3027	0.4081	0.4124	0.3627	0.4324	0.1434	0.1103	0.1702	0.1525	0.1003	0.1152
		100	0.1901	0.2017	0.2077	0.2350	0.2728	0.2614	0.2714	0.2964	0.0961	0.0767	0.1130	0.1246	0.0723	0.0869
		500	0.0803	0.0991	0.0800	0.1137	0.1249	0.1233	0.1081	0.1537	0.0385	0.0490	0.0502	0.0618	0.0336	0.0580
0.5	[-1; 3]	50	0.1418	0.1454	0.1200	0.1155	0.2796	0.2761	0.1980	0.2174	0.1000	0.0885	0.1653	0.1653	0.0901	0.0984
		100	0.1044	0.1064	0.0767	0.0777	0.2187	0.2138	0.1524	0.1634	0.0619	0.0578	0.1131	0.1181	0.0632	0.0681
		500	0.0485	0.0483	0.0315	0.0343	0.1006	0.0957	0.0621	0.0680	0.0286	0.0272	0.0514	0.0540	0.0267	0.0316
	[0; 2]	50	0.2714	0.2703	0.2628	0.2482	0.4621	0.4659	0.4366	0.4865	0.1056	0.0927	0.1965	0.1892	0.1050	0.1068
		100	0.1782	0.1761	0.1649	0.1656	0.2986	0.2793	0.2756	0.3230	0.0744	0.0703	0.1244	0.1290	0.0761	0.0797
		500	0.0680	0.0745	0.0729	0.0767	0.1457	0.1373	0.1263	0.1505	0.0322	0.0376	0.0570	0.0651	0.0284	0.0361
0.6	[-1; 3]	50	0.1343	0.1316	0.1007	0.0986	0.3951	0.3688	0.2537	0.2906	0.0865	0.0754	0.1956	0.2007	0.0815	0.0780
		100	0.0974	0.0982	0.0665	0.0676	0.2175	0.2161	0.1683	0.2044	0.0620	0.0591	0.1280	0.1369	0.0633	0.0642
		500	0.0398	0.0400	0.0285	0.0289	0.0897	0.0900	0.0714	0.0821	0.0254	0.0255	0.0551	0.0586	0.0279	0.0298
	[0; 2]	50	0.2156	0.2026	0.2027	0.1873	0.6688	0.5256	0.6209	0.5560	0.1019	0.0742	0.2213	0.2012	0.1063	0.0846
		100	0.1447	0.1515	0.1407	0.1460	0.4117	0.3908	0.3588	0.4116	0.0621	0.0637	0.1596	0.1600	0.0684	0.0647
		500	0.0681	0.0711	0.0641	0.0648	0.1692	0.1580	0.1439	0.1739	0.0267	0.0345	0.0610	0.0659	0.0311	0.0346
0.7	[-1; 3]	50	0.1293	0.1274	0.0886	0.0869	0.3847	0.3861	0.2932	0.3808	0.0722	0.0679	0.2408	0.2447	0.0757	0.0728
		100	0.0738	0.0738	0.0586	0.0580	0.2775	0.2601	0.1921	0.2208	0.0541	0.0527	0.1589	0.1636	0.0581	0.0553
		500	0.0375	0.0380	0.0264	0.0273	0.1134	0.1081	0.0766	0.0889	0.0225	0.0233	0.0734	0.0765	0.0260	0.0247
	[0; 2]	50	0.2192	0.2080	0.2568	0.1854	0.7791	0.6462	0.7080	0.7257	0.0832	0.0749	0.2540	0.2203	0.0995	0.0726
		100	0.1337	0.1362	0.1203	0.1212	0.4109	0.3779	0.4235	0.4793	0.0566	0.0526	0.1825	0.1622	0.0662	0.0585
		500	0.0567	0.0579	0.0552	0.0527	0.1841	0.1764	0.1663	0.1874	0.0227	0.0261	0.0760	0.0806	0.0277	0.0253
0.8	[-1; 3]	50	0.1122	0.1125	0.0794	0.0773	0.5604	0.5630	0.5195	0.6598	0.0698	0.0641	0.2862	0.2813	0.0741	0.0549
		100	0.0828	0.0823	0.0544	0.0557	0.3349	0.3281	0.2841	0.3607	0.0441	0.0439	0.2128	0.2177	0.0453	0.0358
		500	0.0363	0.0364	0.0243	0.0245	0.1307	0.1225	0.1016	0.1212	0.0212	0.0210	0.0810	0.0858	0.0206	0.0177
	[0; 2]	50	0.1692	0.1642	0.1547	0.1454	0.8727	0.8892	0.8768	1.0755	0.0725	0.0624	0.3100	0.2761	0.0748	0.0531
		100	0.1242	0.1245	0.1170	0.1166	0.6017	0.5777	0.6002	0.6846	0.0533	0.0536	0.2252	0.2083	0.0601	0.0474
		500	0.0520	0.0504	0.0470	0.0449	0.2365	0.2220	0.2280	0.2394	0.0243	0.0271	0.0916	0.0912	0.0249	0.0199
0.9	[-1; 3]	50	0.0945	0.0935	0.0652	0.0654	0.6402	0.6940	0.5883	0.9261	0.0655	0.0630	0.3308	0.3075	0.0382	0.0311
		100	0.0752	0.0750	0.0513	0.0525	0.5716	0.5564	0.4476	0.6889	0.0410	0.0400	0.3003	0.2878	0.0399	0.0294
		500	0.0315	0.0317	0.0196	0.0200	0.1850	0.1782	0.1431	0.1922	0.0190	0.0196	0.1191	0.1315	0.0171	0.0138
	[0; 2]	50	0.1828	0.1680	0.3654	0.3272	1.2039	1.1854	1.2109	1.6630	0.0587	0.0509	0.3633	0.2902	0.0759	0.0675
		100	0.1119	0.1099	0.1022	0.0994	0.9292	1.0330	0.8662	1.4638	0.0427	0.0388	0.3310	0.2608	0.0410	0.0269
		500	0.0517	0.0521	0.0451	0.0436	0.3636	0.3228	0.3443	0.3516	0.0195	0.0203	0.1505	0.1262	0.0192	0.0128

Tabela D.47: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EVII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.3732	0.3791	0.3092	0.3212	0.1043	0.1042	0.0726	0.0714	0.1682	0.1614	0.0518	0.0495	0.0325	0.0313
		100	0.2523	0.2550	0.2308	0.2527	0.0737	0.0736	0.0487	0.0478	0.1347	0.1294	0.0403	0.0396	0.0299	0.0268
		500	0.0930	0.0930	0.0806	0.0835	0.0311	0.0312	0.0218	0.0224	0.0521	0.0505	0.0172	0.0170	0.0158	0.0151
	[0; 2]	50	0.5351	0.5238	0.5451	0.5134	0.1556	0.1558	0.1354	0.1336	0.1448	0.1384	0.0518	0.0515	0.0350	0.0344
		100	0.4933	0.4737	0.4510	0.4141	0.1099	0.1098	0.0996	0.0989	0.1319	0.1235	0.0364	0.0364	0.0280	0.0282
		500	0.1711	0.1688	0.1470	0.1418	0.0494	0.0494	0.0421	0.0421	0.0501	0.0474	0.0166	0.0165	0.0128	0.0127
0.2	[-1; 3]	50	0.2439	0.2475	0.2200	0.2284	0.0995	0.0992	0.0708	0.0696	0.1324	0.1298	0.0632	0.0615	0.0613	0.0596
		100	0.1800	0.1819	0.1346	0.1367	0.0808	0.0806	0.0518	0.0510	0.0971	0.0925	0.0445	0.0441	0.0426	0.0410
		500	0.0632	0.0636	0.0534	0.0538	0.0334	0.0334	0.0230	0.0238	0.0367	0.0356	0.0180	0.0177	0.0198	0.0199
	[0; 2]	50	0.4049	0.3871	0.4075	0.3450	0.1751	0.1746	0.1493	0.1489	0.1304	0.1247	0.0589	0.0575	0.0531	0.0532
		100	0.2590	0.2536	0.2534	0.2370	0.1119	0.1116	0.0969	0.0963	0.0858	0.0821	0.0420	0.0416	0.0380	0.0382
		500	0.1127	0.1122	0.0965	0.0953	0.0518	0.0520	0.0461	0.0463	0.0358	0.0344	0.0182	0.0178	0.0178	0.0178
0.3	[-1; 3]	50	0.2115	0.2125	0.1532	0.1558	0.1142	0.1144	0.0894	0.0897	0.1166	0.1096	0.0696	0.0673	0.0681	0.0700
		100	0.1248	0.1278	0.0983	0.1001	0.0812	0.0813	0.0563	0.0550	0.0725	0.0684	0.0415	0.0394	0.0496	0.0516
		500	0.0526	0.0538	0.0425	0.0433	0.0347	0.0347	0.0268	0.0279	0.0303	0.0295	0.0205	0.0198	0.0216	0.0229
	[0; 2]	50	0.3138	0.3075	0.2734	0.2568	0.1758	0.1737	0.1549	0.1493	0.1011	0.0968	0.0631	0.0601	0.0658	0.0655
		100	0.1948	0.1917	0.1773	0.1686	0.1274	0.1273	0.1080	0.1076	0.0735	0.0700	0.0410	0.0400	0.0442	0.0441
		500	0.0861	0.0854	0.0746	0.0723	0.0552	0.0550	0.0464	0.0460	0.0288	0.0276	0.0200	0.0195	0.0202	0.0202
0.4	[-1; 3]	50	0.1613	0.1605	0.1276	0.1249	0.1345	0.1344	0.0978	0.1003	0.0965	0.0877	0.0710	0.0694	0.0787	0.0810
		100	0.0987	0.0970	0.0847	0.0732	0.0863	0.0871	0.0559	0.0563	0.0668	0.0625	0.0496	0.0473	0.0541	0.0606
		500	0.0456	0.0457	0.0380	0.0366	0.0357	0.0356	0.0283	0.0278	0.0264	0.0262	0.0211	0.0196	0.0231	0.0263
	[0; 2]	50	0.2514	0.2499	0.2225	0.2115	0.1711	0.1695	0.1705	0.1676	0.0789	0.0763	0.0628	0.0611	0.0677	0.0677
		100	0.1696	0.1685	0.1533	0.1494	0.1401	0.1389	0.1243	0.1217	0.0592	0.0573	0.0459	0.0447	0.0480	0.0481
		500	0.0726	0.0723	0.0611	0.0603	0.0578	0.0577	0.0519	0.0514	0.0243	0.0236	0.0210	0.0205	0.0230	0.0231
0.5	[-1; 3]	50	0.1283	0.1292	0.0931	0.0961	0.1291	0.1311	0.0962	0.0990	0.0738	0.0715	0.0788	0.0746	0.0783	0.0858
		100	0.0874	0.0871	0.0690	0.0661	0.0950	0.0945	0.0680	0.0658	0.0552	0.0541	0.0520	0.0505	0.0533	0.0620
		500	0.0447	0.0443	0.0342	0.0329	0.0434	0.0434	0.0317	0.0304	0.0265	0.0257	0.0222	0.0217	0.0242	0.0273
	[0; 2]	50	0.2230	0.2218	0.1983	0.1919	0.2147	0.2128	0.1802	0.1749	0.0800	0.0762	0.0718	0.0693	0.0753	0.0749
		100	0.1479	0.1473	0.1324	0.1306	0.1452	0.1446	0.1308	0.1291	0.0534	0.0514	0.0522	0.0509	0.0490	0.0488
		500	0.0646	0.0643	0.0571	0.0565	0.0653	0.0652	0.0562	0.0556	0.0230	0.0225	0.0221	0.0217	0.0227	0.0227
0.6	[-1; 3]	50	0.1310	0.1301	0.0891	0.0834	0.1611	0.1622	0.1207	0.1196	0.0722	0.0665	0.0894	0.0828	0.0816	0.0860
		100	0.0871	0.0870	0.0624	0.0622	0.1126	0.1136	0.0850	0.0831	0.0515	0.0478	0.0612	0.0596	0.0554	0.0613
		500	0.0399	0.0402	0.0275	0.0288	0.0480	0.0484	0.0377	0.0359	0.0226	0.0218	0.0289	0.0283	0.0251	0.0290
	[0; 2]	50	0.1879	0.1872	0.1595	0.1578	0.2406	0.2403	0.2081	0.2033	0.0699	0.0685	0.0837	0.0812	0.0692	0.0686
		100	0.1341	0.1331	0.1166	0.1145	0.1623	0.1622	0.1399	0.1378	0.0470	0.0459	0.0634	0.0596	0.0505	0.0504
		500	0.0628	0.0627	0.0592	0.0590	0.0740	0.0738	0.0625	0.0621	0.0219	0.0213	0.0269	0.0261	0.0233	0.0233
0.7	[-1; 3]	50	0.1231	0.1235	0.0898	0.0921	0.2131	0.2157	0.1619	0.1714	0.0725	0.0699	0.1135	0.1065	0.0750	0.0767
		100	0.0855	0.0862	0.0548	0.0572	0.1152	0.1152	0.0960	0.0895	0.0452	0.0418	0.0700	0.0659	0.0519	0.0561
		500	0.0311	0.0312	0.0247	0.0256	0.0523	0.0529	0.0384	0.0383	0.0209	0.0205	0.0311	0.0287	0.0212	0.0229
	[0; 2]	50	0.1707	0.1704	0.1562	0.1514	0.3000	0.2980	0.2685	0.2616	0.0623	0.0596	0.1012	0.0912	0.0630	0.0632
		100	0.1141	0.1137	0.1040	0.1021	0.2016	0.1998	0.1715	0.1669	0.0416	0.0405	0.0685	0.0659	0.0467	0.0467
		500	0.0567	0.0566	0.0477	0.0475	0.0829	0.0821	0.0750	0.0732	0.0181	0.0177	0.0301	0.0290	0.0194	0.0194
0.8	[-1; 3]	50	0.1066	0.1068	0.0786	0.0776	0.2844	0.2751	0.2443	0.2092	0.0577	0.0551	0.1300	0.1252	0.0575	0.0556
		100	0.0820	0.0824	0.0547	0.0564	0.1587	0.1607	0.1208	0.1211	0.0421	0.0401	0.0995	0.0955	0.0466	0.0476
		500	0.0306	0.0305	0.0232	0.0237	0.0654	0.0663	0.0567	0.0580	0.0188	0.0186	0.0363	0.0352	0.0203	0.0208
	[0; 2]	50	0.1561	0.1551	0.1483	0.1457	0.3773	0.3774	0.3410	0.3319	0.0629	0.0616	0.1205	0.1141	0.0600	0.0598
		100	0.1066	0.1059	0.1015	0.1000	0.2604	0.2547	0.2414	0.2281	0.0444	0.0438	0.0859	0.0790	0.0434	0.0428
		500	0.0507	0.0505	0.0437	0.0434	0.0988	0.0986	0.0907	0.0890	0.0174	0.0172	0.0348	0.0333	0.0178	0.0179
0.9	[-1; 3]	50	0.1085	0.1084	0.0713	0.0692	0.3299	0.3410	0.2902	0.3291	0.0586	0.0575	0.1569	0.1483	0.0380	0.0348
		100	0.0713	0.0716	0.0478	0.0494	0.2242	0.2282	0.2069	0.2707	0.0383	0.0381	0.1313	0.1300	0.0316	0.0288
		500	0.0309	0.0309	0.0215	0.0218	0.0926	0.0958	0.0848	0.0852	0.0172	0.0172	0.0613	0.0591	0.0154	0.0143
	[0; 2]	50	0.1464	0.1462	0.1236	0.1225	0.6715	0.6373	0.5566	0.5240	0.0515	0.0517	0.1596	0.1553	0.0316	0.0310
		100	0.0990	0.0989	0.0934	0.0930	0.4481	0.4407	0.3819	0.3650	0.0372	0.0367	0.1368	0.1286	0.0315	0.0312
		500	0.0492	0.0491	0.0453	0.0453	0.1547	0.1526	0.1422	0.1359	0.0162	0.0161	0.0449	0.0434	0.0140	0.0140

Tabela D.48: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EVIII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.3805	0.4116	0.3566	0.8696	0.1707	0.1695	0.1189	0.1149	0.1778	0.1495	0.0851	0.0795	0.0413	0.0355
		100	0.2573	0.2725	0.2251	0.2593	0.1129	0.1131	0.0827	0.0820	0.1331	0.1251	0.0577	0.0557	0.0340	0.0297
		500	0.1050	0.1068	0.0956	0.1021	0.0485	0.0484	0.0329	0.0339	0.0632	0.0618	0.0275	0.0273	0.0157	0.0143
	[0; 2]	50	0.5879	0.5613	0.6214	0.5795	0.2301	0.2287	0.2095	0.2050	0.1647	0.1462	0.0837	0.0795	0.0336	0.0320
		100	0.4563	0.4408	0.4481	0.3667	0.1668	0.1656	0.1632	0.1569	0.1480	0.1238	0.0658	0.0634	0.0293	0.0287
		500	0.1613	0.1528	0.1521	0.1328	0.0720	0.0715	0.0629	0.0626	0.0596	0.0532	0.0278	0.0272	0.0137	0.0139
0.2	[-1; 3]	50	0.2639	0.2760	0.2502	0.2623	0.1733	0.1738	0.1323	0.1318	0.1498	0.1414	0.0958	0.0898	0.0713	0.0708
		100	0.1702	0.1711	0.1618	0.1673	0.1256	0.1254	0.0815	0.0867	0.0953	0.0874	0.0680	0.0665	0.0450	0.0494
		500	0.0691	0.0689	0.0573	0.0635	0.0523	0.0528	0.0384	0.0396	0.0385	0.0366	0.0286	0.0273	0.0200	0.0211
	[0; 2]	50	0.3756	0.3495	0.3633	0.3168	0.2687	0.2660	0.2300	0.2220	0.1234	0.1057	0.0914	0.0875	0.0542	0.0520
		100	0.2302	0.2223	0.2072	0.1839	0.1877	0.1873	0.1632	0.1600	0.0773	0.0708	0.0684	0.0648	0.0462	0.0460
		500	0.1011	0.1001	0.0951	0.0924	0.0768	0.0773	0.0674	0.0682	0.0404	0.0380	0.0309	0.0301	0.0175	0.0177
0.3	[-1; 3]	50	0.1836	0.1829	0.1577	0.1634	0.2034	0.2052	0.1406	0.1403	0.1240	0.1114	0.1154	0.1116	0.0852	0.0907
		100	0.1252	0.1296	0.1126	0.1164	0.1195	0.1198	0.0900	0.0913	0.0810	0.0736	0.0682	0.0655	0.0541	0.0610
		500	0.0551	0.0554	0.0447	0.0468	0.0542	0.0546	0.0415	0.0469	0.0377	0.0365	0.0327	0.0325	0.0229	0.0320
	[0; 2]	50	0.2933	0.2708	0.2979	0.2575	0.2966	0.2904	0.2684	0.2545	0.1055	0.0916	0.1041	0.0977	0.0681	0.0672
		100	0.1968	0.1889	0.1918	0.1766	0.1866	0.1847	0.1685	0.1628	0.0764	0.0679	0.0769	0.0727	0.0470	0.0478
		500	0.0857	0.0851	0.0790	0.0761	0.0915	0.0905	0.0823	0.0799	0.0306	0.0291	0.0317	0.0301	0.0216	0.0218
0.4	[-1; 3]	50	0.1639	0.1637	0.1340	0.1185	0.1983	0.2024	0.1443	0.1536	0.1053	0.0965	0.1097	0.1027	0.0833	0.0965
		100	0.1111	0.1113	0.0923	0.0939	0.1584	0.1572	0.1039	0.1024	0.0651	0.0598	0.0874	0.0836	0.0540	0.0617
		500	0.0423	0.0422	0.0351	0.0354	0.0654	0.0656	0.0436	0.0477	0.0292	0.0283	0.0370	0.0359	0.0234	0.0291
	[0; 2]	50	0.2368	0.2350	0.2017	0.1919	0.2965	0.2897	0.2927	0.2703	0.0923	0.0829	0.1188	0.1053	0.0698	0.0679
		100	0.1630	0.1620	0.1444	0.1406	0.2094	0.2059	0.1943	0.1818	0.0552	0.0516	0.0796	0.0726	0.0527	0.0532
		500	0.0701	0.0696	0.0659	0.0644	0.0937	0.0924	0.0835	0.0800	0.0275	0.0256	0.0363	0.0341	0.0227	0.0228
0.5	[-1; 3]	50	0.1373	0.1360	0.1133	0.1063	0.2205	0.2231	0.1631	0.1717	0.0797	0.0743	0.1270	0.1208	0.0778	0.0799
		100	0.0915	0.0915	0.0718	0.0704	0.1544	0.1543	0.1168	0.1179	0.0583	0.0536	0.0863	0.0832	0.0590	0.0628
		500	0.0424	0.0428	0.0302	0.0315	0.0665	0.0670	0.0473	0.0503	0.0250	0.0233	0.0372	0.0366	0.0249	0.0295
	[0; 2]	50	0.2235	0.2215	0.1933	0.1859	0.3407	0.3252	0.3381	0.2958	0.0741	0.0708	0.1339	0.1141	0.0791	0.0772
		100	0.1365	0.1348	0.1285	0.1226	0.2440	0.2400	0.2178	0.2045	0.0553	0.0521	0.0837	0.0743	0.0542	0.0536
		500	0.0667	0.0661	0.0599	0.0581	0.1040	0.1027	0.0920	0.0886	0.0249	0.0239	0.0403	0.0368	0.0225	0.0225
0.6	[-1; 3]	50	0.1229	0.1237	0.0924	0.0878	0.2299	0.2300	0.1905	0.1982	0.0659	0.0636	0.1366	0.1325	0.0715	0.0723
		100	0.0888	0.0885	0.0642	0.0640	0.1809	0.1818	0.1315	0.1386	0.0577	0.0546	0.1046	0.0998	0.0558	0.0541
		500	0.0386	0.0388	0.0260	0.0265	0.0769	0.0771	0.0500	0.0508	0.0220	0.0208	0.0406	0.0409	0.0227	0.0237
	[0; 2]	50	0.2030	0.2005	0.1901	0.1796	0.3941	0.3798	0.3805	0.3402	0.0671	0.0639	0.1525	0.1379	0.0726	0.0702
		100	0.1368	0.1353	0.1171	0.1144	0.2755	0.2716	0.2521	0.2379	0.0456	0.0439	0.0967	0.0890	0.0494	0.0496
		500	0.0585	0.0581	0.0534	0.0523	0.1146	0.1122	0.1088	0.1028	0.0216	0.0207	0.0446	0.0408	0.0245	0.0243
0.7	[-1; 3]	50	0.1194	0.1180	0.0824	0.0818	0.2944	0.2895	0.2562	0.2492	0.0682	0.0654	0.1796	0.1646	0.0710	0.0700
		100	0.0829	0.0827	0.0630	0.0640	0.2043	0.2055	0.1660	0.1641	0.0474	0.0465	0.1132	0.1105	0.0542	0.0533
		500	0.0416	0.0418	0.0271	0.0280	0.0758	0.0777	0.0650	0.0667	0.0233	0.0227	0.0486	0.0464	0.0223	0.0226
	[0; 2]	50	0.1681	0.1671	0.1519	0.1476	0.4419	0.4387	0.3721	0.3476	0.0660	0.0621	0.1581	0.1399	0.0677	0.0660
		100	0.1233	0.1226	0.1166	0.1148	0.3170	0.3043	0.3062	0.2720	0.0447	0.0426	0.1183	0.1046	0.0450	0.0448
		500	0.0528	0.0524	0.0470	0.0466	0.1295	0.1251	0.1308	0.1198	0.0203	0.0201	0.0534	0.0472	0.0218	0.0218
0.8	[-1; 3]	50	0.1167	0.1161	0.1025	0.0763	0.6119	0.4748	0.3791	0.3572	0.0746	0.0634	0.2207	0.2056	0.0795	0.0613
		100	0.0747	0.0748	0.0522	0.0509	0.2700	0.2654	0.2099	0.2083	0.0438	0.0415	0.1428	0.1382	0.0434	0.0398
		500	0.0320	0.0321	0.0214	0.0216	0.1172	0.1177	0.0831	0.0878	0.0195	0.0196	0.0709	0.0654	0.0210	0.0193
	[0; 2]	50	0.1696	0.1678	0.1551	0.1511	0.6489	0.6221	0.6008	0.5400	0.0615	0.0593	0.2172	0.1903	0.0549	0.0529
		100	0.1173	0.1170	0.1065	0.1058	0.4245	0.4127	0.3945	0.3604	0.0433	0.0427	0.1499	0.1333	0.0409	0.0403
		500	0.0461	0.0466	0.0417	0.0425	0.1689	0.1646	0.1572	0.1436	0.0180	0.0179	0.0597	0.0532	0.0177	0.0175
0.9	[-1; 3]	50	0.1091	0.1092	0.0764	0.0774	0.5431	0.6046	0.5189	0.5655	0.0628	0.0592	0.2553	0.2419	0.0390	0.0336
		100	0.0747	0.0749	0.0463	0.0461	0.3799	0.4386	0.3304	0.4346	0.0401	0.0395	0.2237	0.2073	0.0315	0.0288
		500	0.0301	0.0301	0.0242	0.0243	0.1623	0.1621	0.1173	0.1198	0.0176	0.0174	0.0866	0.0820	0.0157	0.0136
	[0; 2]	50	0.3543	0.3251	0.3346	0.3155	1.0536	1.0134	0.8848	0.7883	0.0573	0.0565	0.2577	0.2356	0.0649	0.0664
		100	0.1035	0.1033	0.0936	0.0926	0.6510	0.6050	0.7200	0.6278	0.0368	0.0358	0.2081	0.1762	0.0311	0.0308
		500	0.0485	0.0487	0.0446	0.0450	0.2416	0.2336	0.2313	0.2072	0.0177	0.0179	0.0859	0.0763	0.0131	0.0129

Tabela D.49: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EIX

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.5913	0.5853	0.6053	0.8271	0.2079	0.2065	0.1471	0.1466	0.3406	0.3091	0.1119	0.1084	0.0433	0.0352
		100	0.5197	0.4873	0.4883	0.5560	0.1407	0.1400	0.1048	0.1011	0.3409	0.2781	0.0793	0.0755	0.0362	0.0286
		500	0.2071	0.1990	0.1999	0.1983	0.0643	0.0640	0.0427	0.0430	0.1455	0.1231	0.0315	0.0331	0.0181	0.0144
	[0; 2]	50	1.3486	1.1248	1.2046	1.1291	0.3046	0.2906	0.3577	0.2707	0.3380	0.2567	0.1479	0.1145	0.0719	0.0383
		100	0.8613	0.7727	0.8903	0.7396	0.2257	0.2201	0.2111	0.2032	0.3610	0.2457	0.0869	0.0783	0.0450	0.0308
		500	0.3044	0.2917	0.3189	0.2762	0.1002	0.0999	0.0901	0.0923	0.1399	0.1026	0.0352	0.0372	0.0178	0.0158
0.2	[-1; 3]	50	0.4292	0.4446	0.4113	0.4476	0.2213	0.2203	0.1604	0.1533	0.3216	0.2942	0.1284	0.1215	0.0698	0.0624
		100	0.3390	0.3414	0.2880	0.2948	0.1539	0.1535	0.1182	0.1202	0.2187	0.1761	0.0868	0.0841	0.0458	0.0451
		500	0.1423	0.1405	0.1252	0.1133	0.0730	0.0738	0.0474	0.0460	0.0919	0.0852	0.0381	0.0382	0.0229	0.0220
	[0; 2]	50	0.9480	0.7967	0.8905	0.8152	0.3371	0.3256	0.3083	0.2919	0.3092	0.2199	0.1293	0.1136	0.0733	0.0626
		100	0.5300	0.4789	0.5293	0.4362	0.2300	0.2273	0.2270	0.2202	0.2305	0.1609	0.1085	0.0975	0.0494	0.0458
		500	0.2221	0.2053	0.2208	0.1881	0.1020	0.1038	0.0958	0.0989	0.0942	0.0703	0.0445	0.0445	0.0220	0.0207
0.3	[-1; 3]	50	0.3957	0.4060	0.3648	0.3454	0.2451	0.2480	0.1844	0.1706	0.2633	0.2067	0.1517	0.1261	0.0826	0.0816
		100	0.2441	0.2426	0.2156	0.2006	0.1804	0.1797	0.1179	0.1128	0.1669	0.1447	0.0976	0.0876	0.0578	0.0613
		500	0.1048	0.1056	0.0992	0.0894	0.0722	0.0736	0.0543	0.0571	0.0688	0.0649	0.0477	0.0466	0.0268	0.0322
	[0; 2]	50	0.6934	0.5868	0.7075	0.5385	0.3857	0.3715	0.3501	0.3352	0.2849	0.2118	0.1811	0.1421	0.0842	0.0765
		100	0.4077	0.3871	0.3856	0.3364	0.2438	0.2398	0.2320	0.2261	0.1794	0.1325	0.0978	0.0869	0.0553	0.0539
		500	0.1776	0.1766	0.1628	0.1614	0.1125	0.1136	0.1105	0.1162	0.0772	0.0633	0.0503	0.0487	0.0256	0.0261
0.4	[-1; 3]	50	0.3352	0.3328	0.2714	0.2587	0.2554	0.2499	0.1983	0.1942	0.1925	0.1657	0.1599	0.1345	0.0844	0.0938
		100	0.2290	0.2176	0.1887	0.1890	0.1824	0.1850	0.1314	0.1318	0.1384	0.1236	0.1129	0.0980	0.0595	0.0736
		500	0.0932	0.0926	0.0874	0.0737	0.0777	0.0765	0.0544	0.0643	0.0660	0.0563	0.0504	0.0444	0.0274	0.0363
	[0; 2]	50	0.5555	0.5163	0.5483	0.4671	0.4367	0.4237	0.4205	0.3897	0.2253	0.1705	0.1635	0.1364	0.0903	0.0793
		100	0.3512	0.3372	0.3490	0.3168	0.2620	0.2585	0.2610	0.2540	0.1489	0.1151	0.1134	0.0976	0.0556	0.0555
		500	0.1527	0.1455	0.1595	0.1488	0.1194	0.1227	0.1147	0.1216	0.0643	0.0554	0.0543	0.0484	0.0286	0.0284
0.5	[-1; 3]	50	0.3103	0.3098	0.2252	0.2204	0.2689	0.2597	0.2223	0.2077	0.1751	0.1485	0.1721	0.1465	0.0957	0.1020
		100	0.2079	0.2007	0.1597	0.1418	0.2025	0.1977	0.1601	0.1416	0.1252	0.1064	0.1226	0.1074	0.0603	0.0704
		500	0.0849	0.0853	0.0684	0.0684	0.0925	0.0929	0.0676	0.0739	0.0513	0.0441	0.0477	0.0433	0.0270	0.0374
	[0; 2]	50	0.4731	0.4594	0.4871	0.4135	0.4793	0.4544	0.4549	0.4096	0.2150	0.1453	0.2095	0.1613	0.0824	0.0791
		100	0.2876	0.2828	0.2909	0.2875	0.2935	0.2957	0.2768	0.2772	0.1424	0.1154	0.1344	0.1115	0.0571	0.0544
		500	0.1409	0.1412	0.1331	0.1347	0.1321	0.1301	0.1241	0.1221	0.0599	0.0521	0.0621	0.0544	0.0283	0.0293
0.6	[-1; 3]	50	0.2453	0.2410	0.1957	0.1900	0.3196	0.3179	0.2972	0.2694	0.1760	0.1509	0.1957	0.1691	0.0873	0.0917
		100	0.1826	0.1860	0.1486	0.1285	0.1982	0.1987	0.1847	0.1537	0.1088	0.0914	0.1463	0.1225	0.0571	0.0709
		500	0.0843	0.0861	0.0654	0.0678	0.0895	0.0887	0.0813	0.0739	0.0487	0.0443	0.0596	0.0510	0.0285	0.0383
	[0; 2]	50	0.3910	0.3868	0.3723	0.3627	0.5361	0.5146	0.5320	0.4883	0.1696	0.1429	0.2238	0.1675	0.0791	0.0730
		100	0.2832	0.2733	0.2667	0.2577	0.3710	0.3512	0.3383	0.3190	0.1115	0.0966	0.1494	0.1140	0.0618	0.0597
		500	0.1162	0.1169	0.1095	0.1126	0.1535	0.1509	0.1597	0.1483	0.0444	0.0401	0.0708	0.0575	0.0237	0.0244
0.7	[-1; 3]	50	0.2393	0.2325	0.1782	0.1693	0.3877	0.3839	0.3987	0.3674	0.1392	0.1342	0.2304	0.2080	0.0856	0.0838
		100	0.1641	0.1612	0.1206	0.1194	0.2842	0.2870	0.2583	0.2386	0.0903	0.0851	0.1760	0.1524	0.0574	0.0612
		500	0.0754	0.0757	0.0515	0.0521	0.1036	0.1020	0.0951	0.0841	0.0407	0.0391	0.0705	0.0599	0.0256	0.0299
	[0; 2]	50	0.3692	0.3657	0.3389	0.3305	0.7300	0.6606	0.6990	0.6106	0.1646	0.1395	0.2725	0.1971	0.0832	0.0779
		100	0.2707	0.2724	0.2523	0.2456	0.4561	0.4241	0.4280	0.3923	0.1169	0.1027	0.2024	0.1483	0.0611	0.0571
		500	0.1018	0.1016	0.1012	0.1056	0.1705	0.1669	0.1739	0.1683	0.0470	0.0464	0.0810	0.0677	0.0248	0.0256
0.8	[-1; 3]	50	0.2112	0.2108	0.1462	0.1402	0.6649	0.5981	0.5663	0.5580	0.1330	0.1177	0.3258	0.2764	0.0766	0.0722
		100	0.1567	0.1548	0.1119	0.1075	0.3382	0.3367	0.2980	0.3395	0.0993	0.0952	0.2236	0.2005	0.0485	0.0468
		500	0.0627	0.0632	0.0461	0.0468	0.1308	0.1309	0.1245	0.1157	0.0392	0.0374	0.0990	0.0840	0.0225	0.0231
	[0; 2]	50	0.3456	0.3393	0.3315	0.3115	0.7806	0.7132	0.7752	0.6615	0.1665	0.1322	0.3277	0.2371	0.0751	0.0550
		100	0.2288	0.2302	0.2184	0.2174	0.5533	0.5041	0.5534	0.4555	0.0932	0.0922	0.2277	0.1576	0.0494	0.0470
		500	0.0967	0.0973	0.0921	0.0961	0.2282	0.2151	0.2336	0.1941	0.0437	0.0449	0.1045	0.0753	0.0201	0.0200
0.9	[-1; 3]	50	0.2052	0.2028	0.1422	0.1368	0.6945	0.7267	0.6285	0.7567	0.1202	0.1092	0.3367	0.2882	0.0468	0.0367
		100	0.1426	0.1447	0.0950	0.0928	0.5069	0.5669	0.5082	0.7264	0.0874	0.0885	0.2975	0.2708	0.0351	0.0285
		500	0.0635	0.0637	0.0448	0.0445	0.1865	0.1837	0.1923	0.1883	0.0347	0.0359	0.1290	0.1140	0.0172	0.0145
	[0; 2]	50	0.2839	0.2623	0.4126	0.2393	1.4239	1.5000	1.3043	1.1573	0.1306	0.1154	0.4402	0.3050	0.0694	0.0355
		100	0.2290	0.2228	0.2046	0.1984	0.9809	0.8087	0.9919	0.8386	0.0898	0.0834	0.3221	0.2260	0.0428	0.0323
		500	0.0996	0.0992	0.0920	0.0950	0.3350	0.3059	0.3490	0.2726	0.0371	0.0392	0.1358	0.1050	0.0173	0.0167

Tabela D.50: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EX

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0627	0.0838	0.0373	0.1590	0.0035	0.0034	0.0017	0.0016	0.0205	0.0211	0.0013	0.0012	0.0026	0.0015
		100	0.0301	0.0271	0.0106	0.0146	0.0015	0.0015	0.0007	0.0007	0.0093	0.0098	0.0005	0.0005	0.0012	0.0012
		500	0.0042	0.0042	0.0016	0.0016	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0014	0.0014	0.0001	0.0001	0.0002	0.0004
	[0; 2]	50	0.1744	0.2185	0.1066	0.2345	0.0099	0.0391	0.0080	0.0147	0.0275	0.0271	0.0019	0.0019	0.0066	0.0083
		100	0.1192	0.1165	0.0880	0.0972	0.0043	0.0048	0.0064	0.0079	0.0185	0.0193	0.0008	0.0011	0.0048	0.0091
		500	0.0095	0.0141	0.0062	0.0100	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0016	0.0026	0.0001	0.0002	0.0003	0.0013
0.2	[-1; 3]	50	0.0251	0.0276	0.0108	0.0109	0.0047	0.0048	0.0020	0.0020	0.0113	0.0116	0.0015	0.0015	0.0040	0.0040
		100	0.0102	0.0105	0.0039	0.0039	0.0022	0.0022	0.0009	0.0009	0.0038	0.0039	0.0006	0.0007	0.0019	0.0022
		500	0.0018	0.0019	0.0006	0.0007	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0005	0.0006	0.0001	0.0002	0.0003	0.0009
	[0; 2]	50	0.1263	0.0939	0.1182	0.0908	0.0120	0.0117	0.0117	0.0107	0.0145	0.0158	0.0021	0.0021	0.0067	0.0073
		100	0.0392	0.0345	0.0308	0.0258	0.0054	0.0053	0.0042	0.0040	0.0054	0.0062	0.0009	0.0009	0.0027	0.0044
		500	0.0054	0.0096	0.0038	0.0073	0.0009	0.0009	0.0007	0.0007	0.0010	0.0016	0.0001	0.0002	0.0005	0.0029
0.3	[-1; 3]	50	0.0158	0.0157	0.0066	0.0065	0.0056	0.0056	0.0022	0.0022	0.0056	0.0058	0.0015	0.0016	0.0054	0.0062
		100	0.0059	0.0061	0.0027	0.0028	0.0024	0.0024	0.0012	0.0012	0.0023	0.0025	0.0008	0.0009	0.0020	0.0028
		500	0.0011	0.0012	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0005	0.0012
	[0; 2]	50	0.0470	0.0381	0.0396	0.0402	0.0133	0.0126	0.0094	0.0094	0.0075	0.0082	0.0022	0.0022	0.0075	0.0096
		100	0.0193	0.0199	0.0145	0.0148	0.0057	0.0058	0.0042	0.0041	0.0032	0.0039	0.0009	0.0011	0.0032	0.0065
		500	0.0032	0.0058	0.0023	0.0049	0.0012	0.0013	0.0008	0.0009	0.0006	0.0011	0.0002	0.0004	0.0006	0.0044
0.4	[-1; 3]	50	0.0115	0.0108	0.0041	0.0039	0.0051	0.0053	0.0022	0.0022	0.0039	0.0040	0.0018	0.0020	0.0053	0.0072
		100	0.0047	0.0046	0.0021	0.0020	0.0025	0.0024	0.0011	0.0011	0.0014	0.0016	0.0011	0.0012	0.0035	0.0051
		500	0.0008	0.0008	0.0003	0.0003	0.0007	0.0007	0.0003	0.0003	0.0002	0.0003	0.0002	0.0003	0.0006	0.0014
	[0; 2]	50	0.0282	0.0265	0.0175	0.0163	0.0178	0.0166	0.0132	0.0123	0.0041	0.0049	0.0033	0.0039	0.0089	0.0120
		100	0.0144	0.0134	0.0115	0.0100	0.0077	0.0078	0.0058	0.0058	0.0027	0.0032	0.0014	0.0017	0.0043	0.0084
		500	0.0018	0.0033	0.0013	0.0027	0.0015	0.0019	0.0010	0.0014	0.0004	0.0009	0.0002	0.0006	0.0007	0.0037
0.5	[-1; 3]	50	0.0073	0.0073	0.0029	0.0028	0.0082	0.0077	0.0034	0.0034	0.0027	0.0028	0.0036	0.0037	0.0066	0.0091
		100	0.0039	0.0038	0.0015	0.0015	0.0037	0.0037	0.0014	0.0014	0.0012	0.0014	0.0011	0.0013	0.0030	0.0051
		500	0.0007	0.0007	0.0002	0.0002	0.0006	0.0007	0.0003	0.0003	0.0002	0.0004	0.0002	0.0003	0.0006	0.0014
	[0; 2]	50	0.0225	0.0253	0.0161	0.0169	0.0184	0.0168	0.0139	0.0110	0.0045	0.0052	0.0036	0.0040	0.0098	0.0162
		100	0.0092	0.0096	0.0070	0.0070	0.0100	0.0097	0.0071	0.0074	0.0015	0.0022	0.0015	0.0021	0.0045	0.0098
		500	0.0017	0.0028	0.0013	0.0023	0.0018	0.0027	0.0013	0.0023	0.0003	0.0008	0.0003	0.0008	0.0009	0.0040
0.6	[-1; 3]	50	0.0060	0.0059	0.0022	0.0022	0.0091	0.0090	0.0040	0.0040	0.0020	0.0022	0.0031	0.0034	0.0060	0.0072
		100	0.0028	0.0029	0.0011	0.0011	0.0049	0.0050	0.0019	0.0019	0.0010	0.0011	0.0015	0.0017	0.0028	0.0043
		500	0.0006	0.0006	0.0002	0.0003	0.0007	0.0007	0.0003	0.0003	0.0001	0.0002	0.0003	0.0004	0.0006	0.0013
	[0; 2]	50	0.0127	0.0132	0.0093	0.0102	0.0292	0.0291	0.0238	0.0218	0.0029	0.0035	0.0048	0.0061	0.0086	0.0150
		100	0.0064	0.0067	0.0051	0.0053	0.0120	0.0125	0.0095	0.0095	0.0012	0.0017	0.0021	0.0026	0.0036	0.0078
		500	0.0014	0.0018	0.0011	0.0014	0.0027	0.0045	0.0018	0.0039	0.0003	0.0007	0.0004	0.0008	0.0008	0.0038
0.7	[-1; 3]	50	0.0051	0.0050	0.0021	0.0021	0.0135	0.0136	0.0052	0.0053	0.0016	0.0018	0.0045	0.0048	0.0048	0.0056
		100	0.0027	0.0027	0.0010	0.0010	0.0066	0.0067	0.0031	0.0031	0.0008	0.0008	0.0021	0.0022	0.0024	0.0031
		500	0.0004	0.0005	0.0002	0.0002	0.0011	0.0011	0.0005	0.0005	0.0001	0.0002	0.0003	0.0004	0.0005	0.0013
	[0; 2]	50	0.0115	0.0113	0.0081	0.0080	0.0377	0.0330	0.0279	0.0253	0.0018	0.0020	0.0081	0.0087	0.0086	0.0110
		100	0.0063	0.0059	0.0049	0.0047	0.0187	0.0208	0.0132	0.0139	0.0011	0.0012	0.0038	0.0044	0.0035	0.0065
		500	0.0011	0.0011	0.0008	0.0009	0.0029	0.0049	0.0020	0.0044	0.0002	0.0003	0.0004	0.0010	0.0006	0.0042
0.8	[-1; 3]	50	0.0045	0.0045	0.0020	0.0019	0.0277	0.0266	0.0119	0.0124	0.0016	0.0017	0.0096	0.0100	0.0037	0.0037
		100	0.0021	0.0021	0.0009	0.0009	0.0096	0.0095	0.0039	0.0039	0.0007	0.0008	0.0036	0.0038	0.0018	0.0023
		500	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0016	0.0017	0.0008	0.0008	0.0001	0.0002	0.0007	0.0008	0.0004	0.0010
	[0; 2]	50	0.0096	0.0091	0.0072	0.0066	0.1249	0.1040	0.0710	0.0615	0.0016	0.0014	0.0137	0.0146	0.0055	0.0048
		100	0.0052	0.0052	0.0037	0.0037	0.0293	0.0282	0.0225	0.0203	0.0009	0.0009	0.0062	0.0068	0.0025	0.0045
		500	0.0010	0.0011	0.0007	0.0007	0.0051	0.0083	0.0040	0.0070	0.0001	0.0002	0.0008	0.0014	0.0005	0.0034
0.9	[-1; 3]	50	0.0052	0.0116	0.0129	0.0041	0.1271	0.1020	0.0690	0.0507	0.0012	0.0012	0.0196	0.0206	0.0081	0.0046
		100	0.0019	0.0019	0.0008	0.0008	0.0249	0.0243	0.0087	0.0098	0.0006	0.0006	0.0109	0.0109	0.0012	0.0136
		500	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0046	0.0046	0.0015	0.0016	0.0001	0.0001	0.0014	0.0014	0.0002	0.0004
	[0; 2]	50	0.0111	0.3420	0.0132	0.0838	0.2244	0.3310	0.1628	0.3269	0.0021	0.0021	0.0244	0.0260	0.0096	0.0117
		100	0.0046	0.0043	0.0037	0.0035	0.0915	0.1401	0.0711	0.2479	0.0007	0.0006	0.0166	0.0185	0.0014	0.0016
		500	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0135	0.0172	0.0101	0.0135	0.0001	0.0001	0.0020	0.0029	0.0003	0.0014

Tabela D.51: Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EI

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.1933	0.4594	0.1058	0.1233	0.0114	0.0115	0.0218	0.0040	0.0623	0.0650	0.0056	0.0041	0.0086	0.0011
		100	0.1656	0.1981	0.0974	0.0914	0.0048	0.0050	0.0084	0.0078	0.0340	0.0370	0.0045	0.0020	0.0074	0.0051
		500	0.0117	0.0142	0.0038	0.0048	0.0013	0.0013	0.0005	0.0005	0.0053	0.0068	0.0003	0.0003	0.0002	0.0008
	[0; 2]	50	0.5176	0.7108	0.4222	0.8615	0.0462	0.4900	0.0430	0.0619	0.0847	0.1021	0.0106	0.0117	0.0261	0.0368
		100	0.3049	0.4249	0.2706	0.3992	0.0175	0.0441	0.0207	0.0120	0.0680	0.0965	0.0048	0.0029	0.0122	0.0098
		500	0.1142	0.3149	0.1010	0.2931	0.0040	0.0074	0.0035	0.0101	0.0148	0.0501	0.0006	0.0013	0.0021	0.0087
0.2	[-1; 3]	50	0.1137	0.1168	0.0376	0.0498	0.0140	0.0686	0.0055	0.0058	0.0395	0.0378	0.0039	0.0045	0.0046	0.0072
		100	0.0397	0.0389	0.0185	0.0159	0.0060	0.0062	0.0025	0.0025	0.0151	0.0159	0.0022	0.0023	0.0025	0.0038
		500	0.0049	0.0059	0.0021	0.0028	0.0012	0.0013	0.0004	0.0005	0.0022	0.0030	0.0004	0.0006	0.0004	0.0022
	[0; 2]	50	0.4170	0.5660	0.3230	0.4947	0.0560	0.1232	0.0549	0.0312	0.0555	0.0798	0.0099	0.0071	0.0225	0.0152
		100	0.2196	0.2483	0.1880	0.3156	0.0265	0.0235	0.0214	0.0187	0.0320	0.0566	0.0047	0.0030	0.0126	0.0105
		500	0.0325	0.2591	0.0283	0.2469	0.0041	0.0164	0.0032	0.0156	0.0042	0.0282	0.0007	0.0023	0.0016	0.0164
0.3	[-1; 3]	50	0.0843	0.0638	0.0524	0.0364	0.0137	0.0176	0.0135	0.0100	0.0203	0.0217	0.0063	0.0064	0.0080	0.0103
		100	0.0155	0.0174	0.0057	0.0066	0.0051	0.0051	0.0026	0.0027	0.0070	0.0083	0.0026	0.0031	0.0023	0.0049
		500	0.0038	0.0043	0.0013	0.0021	0.0013	0.0013	0.0006	0.0006	0.0013	0.0020	0.0005	0.0009	0.0005	0.0028
	[0; 2]	50	0.2369	0.1964	0.2087	0.1784	0.0689	0.0497	0.0612	0.0408	0.0422	0.0549	0.0144	0.0074	0.0216	0.0189
		100	0.1056	0.1389	0.0872	0.1366	0.0349	0.0311	0.0283	0.0258	0.0193	0.0349	0.0060	0.0049	0.0124	0.0191
		500	0.0209	0.1748	0.0179	0.1750	0.0050	0.0256	0.0039	0.0255	0.0025	0.0259	0.0008	0.0031	0.0018	0.0269
0.4	[-1; 3]	50	0.0296	0.0271	0.0114	0.0105	0.0199	0.0193	0.0079	0.0073	0.0107	0.0119	0.0071	0.0080	0.0072	0.0099
		100	0.0136	0.0153	0.0055	0.0058	0.0085	0.0090	0.0036	0.0037	0.0065	0.0078	0.0026	0.0035	0.0033	0.0061
		500	0.0026	0.0032	0.0009	0.0016	0.0017	0.0018	0.0007	0.0008	0.0009	0.0017	0.0005	0.0014	0.0006	0.0026
	[0; 2]	50	0.2128	0.2091	0.1719	0.1750	0.0811	0.0603	0.0694	0.0502	0.0300	0.0374	0.0145	0.0109	0.0214	0.0244
		100	0.0808	0.0912	0.0676	0.0793	0.0493	0.0419	0.0422	0.0365	0.0156	0.0228	0.0083	0.0089	0.0147	0.0248
		500	0.0131	0.0974	0.0106	0.0918	0.0074	0.0249	0.0054	0.0217	0.0016	0.0120	0.0010	0.0042	0.0019	0.0219
0.5	[-1; 3]	50	0.0232	0.0223	0.0100	0.0092	0.0220	0.0212	0.0092	0.0089	0.0089	0.0104	0.0094	0.0114	0.0065	0.0109
		100	0.0116	0.0112	0.0042	0.0042	0.0098	0.0100	0.0045	0.0043	0.0039	0.0051	0.0047	0.0058	0.0038	0.0077
		500	0.0017	0.0021	0.0008	0.0011	0.0021	0.0025	0.0009	0.0011	0.0007	0.0019	0.0006	0.0015	0.0007	0.0021
	[0; 2]	50	0.1274	0.0871	0.1223	0.0693	0.1438	0.1211	0.1308	0.0911	0.0212	0.0218	0.0184	0.0224	0.0222	0.0243
		100	0.0575	0.0673	0.0464	0.0599	0.0463	0.0658	0.0399	0.0673	0.0077	0.0109	0.0094	0.0146	0.0113	0.0244
		500	0.0097	0.0394	0.0080	0.0379	0.0093	0.0329	0.0081	0.0298	0.0013	0.0062	0.0012	0.0064	0.0019	0.0161
0.6	[-1; 3]	50	0.0194	0.0183	0.0083	0.0080	0.0293	0.0272	0.0115	0.0112	0.0073	0.0084	0.0120	0.0133	0.0056	0.0091
		100	0.0094	0.0096	0.0039	0.0040	0.0136	0.0136	0.0063	0.0062	0.0032	0.0044	0.0059	0.0069	0.0032	0.0056
		500	0.0017	0.0021	0.0007	0.0008	0.0027	0.0032	0.0011	0.0016	0.0006	0.0015	0.0009	0.0016	0.0007	0.0027
	[0; 2]	50	0.0725	0.1707	0.0759	0.0637	0.1853	0.1520	0.1409	0.1308	0.0175	0.0144	0.0296	0.0346	0.0275	0.0238
		100	0.0426	0.0473	0.0359	0.0409	0.0831	0.1061	0.0668	0.0915	0.0056	0.0086	0.0121	0.0262	0.0132	0.0255
		500	0.0069	0.0296	0.0061	0.0286	0.0144	0.1031	0.0123	0.0935	0.0011	0.0047	0.0017	0.0146	0.0025	0.0246
0.7	[-1; 3]	50	0.0143	0.0146	0.0064	0.0064	0.0479	0.0433	0.0161	0.0150	0.0046	0.0052	0.0178	0.0193	0.0066	0.0081
		100	0.0087	0.0086	0.0031	0.0032	0.0203	0.0217	0.0074	0.0075	0.0021	0.0026	0.0080	0.0086	0.0033	0.0055
		500	0.0013	0.0014	0.0005	0.0006	0.0034	0.0041	0.0014	0.0021	0.0004	0.0009	0.0012	0.0017	0.0005	0.0029
	[0; 2]	50	0.0856	0.1720	0.0743	0.0509	0.2105	0.1836	0.1996	0.1814	0.0118	0.0090	0.0386	0.0583	0.0215	0.0204
		100	0.0415	0.0455	0.0321	0.0350	0.1141	0.1773	0.1288	0.1710	0.0057	0.0046	0.0200	0.0396	0.0134	0.0201
		500	0.0055	0.0300	0.0041	0.0282	0.0193	0.2064	0.0159	0.1840	0.0008	0.0034	0.0024	0.0231	0.0016	0.0256
0.8	[-1; 3]	50	0.0112	0.0123	0.0058	0.0119	0.0834	0.0784	0.0345	0.0488	0.0042	0.0045	0.0336	0.0353	0.0042	0.0070
		100	0.0054	0.0053	0.0023	0.0023	0.0407	0.0385	0.0133	0.0124	0.0019	0.0022	0.0133	0.0155	0.0025	0.0038
		500	0.0014	0.0014	0.0005	0.0006	0.0065	0.0075	0.0022	0.0031	0.0005	0.0007	0.0019	0.0026	0.0005	0.0022
	[0; 2]	50	0.0613	0.0534	0.0423	0.0358	0.3613	0.3456	0.3156	0.3637	0.0099	0.0081	0.0662	0.0799	0.0180	0.0166
		100	0.0253	0.0195	0.0266	0.0168	0.1881	0.2225	0.1465	0.1655	0.0039	0.0030	0.0362	0.0574	0.0098	0.0100
		500	0.0041	0.0149	0.0033	0.0148	0.0344	0.2612	0.0271	0.2468	0.0006	0.0021	0.0045	0.0273	0.0016	0.0160
0.9	[-1; 3]	50	0.0136	0.0202	0.0155	0.0160	0.2464	0.8638	0.1315	0.2668	0.0050	0.0051	0.0710	0.0740	0.0090	0.0115
		100	0.0053	0.0050	0.0092	0.0021	0.1192	0.0995	0.0692	0.0358	0.0022	0.0019	0.0398	0.0421	0.0045	0.0014
		500	0.0008	0.0008	0.0004	0.0004	0.0130	0.0122	0.0049	0.0052	0.0004	0.0004	0.0044	0.0057	0.0003	0.0008
	[0; 2]	50	0.0469	1.0137	0.0390	0.2993	0.3660	0.5830	0.2926	0.4666	0.0084	0.0064	0.0872	0.1133	0.0221	0.0182
		100	0.0234	0.2044	0.0279	0.0403	0.3728	0.4069	0.2665	0.4050	0.0043	0.0041	0.0634	0.0972	0.0130	0.0137
		500	0.0033	0.0068	0.0029	0.0065	0.1054	0.3533	0.0968	0.3144	0.0006	0.0012	0.0156	0.0551	0.0015	0.0050

Tabela D.52: Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EH

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.2294	0.3270	0.0939	0.4586	0.0306	0.0521	0.0137	0.0161	0.0846	0.0950	0.0118	0.0130	0.0057	0.0084
		100	0.1657	0.2502	0.0733	0.1227	0.0133	0.0367	0.0126	0.0175	0.0557	0.0656	0.0056	0.0098	0.0053	0.0130
		500	0.0152	0.0203	0.0074	0.0102	0.0030	0.0030	0.0014	0.0015	0.0076	0.0128	0.0010	0.0013	0.0003	0.0019
	[0; 2]	50	0.3854	0.6051	0.3401	1.1794	0.1726	1.4844	0.1560	0.5379	0.0879	0.1461	0.0372	0.0348	0.0476	0.0327
		100	0.3212	0.5238	0.3010	0.9351	0.0812	1.6853	0.0855	1.1984	0.1012	0.1769	0.0155	0.0336	0.0267	0.0432
		500	0.1931	0.7185	0.1507	0.8009	0.0153	0.2829	0.0149	0.0428	0.0491	0.2093	0.0020	0.0103	0.0066	0.0200
0.2	[-1; 3]	50	0.1070	0.1308	0.0725	0.0626	0.0403	0.0422	0.0249	0.0211	0.0551	0.0625	0.0107	0.0127	0.0083	0.0088
		100	0.0534	0.0529	0.0227	0.0175	0.0168	0.0190	0.0079	0.0090	0.0227	0.0298	0.0067	0.0061	0.0030	0.0057
		500	0.0067	0.0120	0.0024	0.0055	0.0030	0.0032	0.0014	0.0016	0.0029	0.0068	0.0011	0.0016	0.0005	0.0041
	[0; 2]	50	0.3371	0.4057	0.2668	0.4040	0.1937	0.4016	0.1794	0.1239	0.0811	0.1307	0.0316	0.0279	0.0301	0.0265
		100	0.2916	0.3796	0.2340	0.3336	0.0998	0.0843	0.0969	0.0509	0.0602	0.1529	0.0137	0.0088	0.0231	0.0204
		500	0.0699	0.7093	0.0538	0.6226	0.0176	0.6324	0.0153	0.1717	0.0132	0.2206	0.0013	0.0133	0.0044	0.0438
0.3	[-1; 3]	50	0.0655	0.0580	0.0193	0.0175	0.0378	0.0364	0.0179	0.0175	0.0307	0.0361	0.0130	0.0136	0.0070	0.0109
		100	0.0255	0.0251	0.0104	0.0104	0.0163	0.0163	0.0073	0.0071	0.0121	0.0168	0.0070	0.0077	0.0041	0.0081
		500	0.0046	0.0069	0.0016	0.0039	0.0039	0.0047	0.0015	0.0020	0.0018	0.0048	0.0014	0.0033	0.0008	0.0041
	[0; 2]	50	0.2673	0.2422	0.3032	0.2377	0.2531	0.1910	0.2362	0.1129	0.0524	0.0945	0.0450	0.0212	0.0395	0.0241
		100	0.1995	0.2680	0.1846	0.3451	0.1182	0.1189	0.1320	0.1116	0.0334	0.1141	0.0166	0.0113	0.0258	0.0336
		500	0.0251	0.5811	0.0228	0.6916	0.0257	0.2780	0.0224	0.2889	0.0057	0.2182	0.0017	0.0134	0.0039	0.0809
0.4	[-1; 3]	50	0.0406	0.0418	0.0149	0.0140	0.0515	0.0478	0.0249	0.0225	0.0182	0.0220	0.0182	0.0203	0.0085	0.0139
		100	0.0134	0.0150	0.0068	0.0075	0.0264	0.0266	0.0108	0.0119	0.0072	0.0109	0.0092	0.0111	0.0051	0.0097
		500	0.0035	0.0043	0.0011	0.0021	0.0046	0.0064	0.0020	0.0036	0.0013	0.0052	0.0017	0.0035	0.0008	0.0030
	[0; 2]	50	0.2027	0.1591	0.2503	0.1695	0.4113	0.2728	0.3708	0.2098	0.0517	0.0543	0.0539	0.0320	0.0397	0.0293
		100	0.1145	0.1583	0.0977	0.1396	0.2180	0.2357	0.2091	0.2083	0.0218	0.0561	0.0179	0.0216	0.0259	0.0377
		500	0.0161	0.1457	0.0142	0.1851	0.0305	0.3011	0.0276	0.2809	0.0036	0.0714	0.0021	0.0131	0.0043	0.0504
0.5	[-1; 3]	50	0.0250	0.0234	0.0147	0.0120	0.0730	0.0629	0.0330	0.0285	0.0129	0.0153	0.0252	0.0253	0.0107	0.0132
		100	0.0117	0.0121	0.0053	0.0053	0.0438	0.0397	0.0161	0.0156	0.0056	0.0085	0.0126	0.0142	0.0047	0.0081
		500	0.0023	0.0031	0.0011	0.0015	0.0049	0.0089	0.0024	0.0053	0.0008	0.0030	0.0018	0.0033	0.0009	0.0047
	[0; 2]	50	0.1156	0.1052	0.1101	0.0745	0.3401	0.4144	0.3021	0.3030	0.0239	0.0256	0.0747	0.0668	0.0311	0.0306
		100	0.0731	0.1273	0.0528	0.0577	0.2349	0.3735	0.1963	0.3624	0.0158	0.0220	0.0189	0.0347	0.0195	0.0347
		500	0.0116	0.0570	0.0090	0.0535	0.0356	0.4655	0.0295	0.4323	0.0021	0.0121	0.0035	0.0261	0.0038	0.0434
0.6	[-1; 3]	50	0.0245	0.0216	0.0080	0.0080	0.1002	0.1014	0.0449	0.0424	0.0094	0.0093	0.0372	0.0394	0.0090	0.0122
		100	0.0095	0.0093	0.0045	0.0042	0.0550	0.0456	0.0198	0.0164	0.0040	0.0054	0.0150	0.0150	0.0037	0.0069
		500	0.0021	0.0024	0.0008	0.0009	0.0073	0.0115	0.0035	0.0078	0.0006	0.0016	0.0022	0.0036	0.0007	0.0046
	[0; 2]	50	0.0888	0.0550	0.0867	0.0429	0.4578	0.5844	0.3711	0.5781	0.0257	0.0184	0.0732	0.0846	0.0317	0.0272
		100	0.0560	0.0499	0.0441	0.0400	0.3231	0.5411	0.2982	0.5118	0.0133	0.0103	0.0351	0.0592	0.0239	0.0320
		500	0.0078	0.0448	0.0067	0.0456	0.0473	0.6516	0.0485	0.6654	0.0016	0.0074	0.0042	0.0387	0.0036	0.0479
0.7	[-1; 3]	50	0.0156	0.0143	0.0140	0.0068	0.1549	0.1499	0.0817	0.0631	0.0072	0.0078	0.0546	0.0592	0.0076	0.0084
		100	0.0071	0.0070	0.0031	0.0030	0.0530	0.0593	0.0249	0.0250	0.0029	0.0033	0.0212	0.0249	0.0029	0.0060
		500	0.0016	0.0017	0.0006	0.0006	0.0112	0.0184	0.0042	0.0096	0.0004	0.0010	0.0036	0.0057	0.0005	0.0041
	[0; 2]	50	0.0668	0.0585	0.0607	0.0434	0.6333	0.7795	0.5469	0.7452	0.0160	0.0084	0.1181	0.1351	0.0253	0.0210
		100	0.0300	0.0401	0.0261	0.0312	0.3611	0.7113	0.3069	0.6545	0.0066	0.0073	0.0425	0.0896	0.0146	0.0263
		500	0.0069	0.0299	0.0051	0.0288	0.0630	0.8308	0.0555	0.7875	0.0011	0.0049	0.0061	0.0410	0.0032	0.0341
0.8	[-1; 3]	50	0.0138	0.0340	0.0124	0.0066	0.2713	0.2270	0.1686	0.1597	0.0066	0.0058	0.0879	0.0989	0.0080	0.0071
		100	0.0070	0.0065	0.0033	0.0030	0.1561	0.1258	0.0612	0.0455	0.0026	0.0023	0.0418	0.0450	0.0023	0.0040
		500	0.0011	0.0012	0.0004	0.0005	0.0156	0.0204	0.0063	0.0123	0.0005	0.0006	0.0048	0.0074	0.0006	0.0027
	[0; 2]	50	0.0590	0.0623	0.0474	0.0443	0.7592	1.2177	0.6902	1.0036	0.0120	0.0074	0.1576	0.1931	0.0254	0.0225
		100	0.0230	0.0366	0.0483	0.0296	0.6541	1.1679	0.4931	0.9762	0.0063	0.0061	0.0841	0.1465	0.0234	0.0259
		500	0.0040	0.0147	0.0035	0.0138	0.1192	0.9424	0.1075	0.9510	0.0009	0.0028	0.0094	0.0474	0.0022	0.0176
0.9	[-1; 3]	50	0.0116	0.0220	0.0299	0.0120	0.4858	0.4740	0.2455	0.2699	0.0107	0.0032	0.1726	0.1828	0.0147	0.0080
		100	0.0060	0.0056	0.0176	0.0110	0.2866	0.2668	0.1432	0.1134	0.0022	0.0018	0.0980	0.1019	0.0076	0.0050
		500	0.0011	0.0011	0.0005	0.0005	0.0419	0.0486	0.0145	0.0198	0.0004	0.0004	0.0116	0.0147	0.0003	0.0010
	[0; 2]	50	0.0480	0.2791	0.0548	0.0389	0.8083	1.6306	0.7173	2.0243	0.0155	0.0071	0.1905	0.2611	0.0393	0.0287
		100	0.0289	0.1823	0.0420	0.0346	0.9355	1.7082	0.7687	1.8351	0.0091	0.0064	0.1776	0.2364	0.0264	0.0322
		500	0.0031	0.0058	0.0024	0.0054	0.2912	1.0945	0.2417	1.0606	0.0008	0.0013	0.0280	0.1060	0.0022	0.0050

Tabela D.53: Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EIII



$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.2723	0.2307	0.1424	0.2049	0.0557	0.1284	0.0381	0.0388	0.0858	0.1104	0.0279	0.0314	0.0152	0.0149
		100	0.1772	0.2243	0.0824	0.2069	0.0272	0.2547	0.0171	0.0320	0.0657	0.0890	0.0098	0.0206	0.0058	0.0166
		500	0.0192	0.0437	0.0077	0.0198	0.0043	0.0060	0.0019	0.0037	0.0103	0.0370	0.0019	0.0028	0.0005	0.0034
	[0; 2]	50	0.2743	0.5362	0.2107	4.3038	0.2755	2.5625	0.2296	0.5803	0.0901	0.1838	0.0426	0.0492	0.0444	0.0291
		100	0.2881	2.5111	0.2050	4.2592	0.1531	3.4092	0.1510	0.6267	0.0886	0.1991	0.0150	0.0810	0.0190	0.0621
		500	0.1775	5.9916	0.1443	5.0019	0.0275	0.3100	0.0228	0.0429	0.0586	0.2360	0.0069	0.0501	0.0108	0.0475
0.2	[-1; 3]	50	0.1113	0.0948	0.0670	0.0399	0.0499	0.0444	0.0258	0.0196	0.0588	0.0714	0.0174	0.0181	0.0077	0.0061
		100	0.0788	0.0806	0.0356	0.0438	0.0290	0.0597	0.0131	0.0132	0.0278	0.0398	0.0093	0.0125	0.0049	0.0102
		500	0.0078	0.0163	0.0031	0.0096	0.0052	0.0063	0.0027	0.0035	0.0039	0.0150	0.0019	0.0030	0.0007	0.0063
	[0; 2]	50	0.3728	0.7103	0.3623	0.9987	0.3191	0.1523	0.3243	0.1327	0.0784	0.1629	0.0554	0.0330	0.0402	0.0205
		100	0.2848	0.3456	0.2847	0.4269	0.2425	0.0885	0.2598	0.0818	0.0649	0.1896	0.0307	0.0122	0.0336	0.0214
		500	0.0537	0.4643	0.0451	0.5134	0.0321	0.1551	0.0287	0.1251	0.0165	0.2397	0.0022	0.0111	0.0049	0.0407
0.3	[-1; 3]	50	0.0601	0.0519	0.0251	0.0334	0.0727	0.0723	0.0259	0.0266	0.0374	0.0427	0.0243	0.0271	0.0090	0.0128
		100	0.0412	0.0360	0.0164	0.0129	0.0358	0.0347	0.0180	0.0180	0.0161	0.0286	0.0120	0.0139	0.0048	0.0103
		500	0.0050	0.0103	0.0018	0.0054	0.0071	0.0099	0.0032	0.0053	0.0021	0.0096	0.0020	0.0049	0.0009	0.0052
	[0; 2]	50	0.2297	0.1609	0.2748	0.2150	0.5792	0.2316	0.6341	0.2024	0.0581	0.1153	0.0725	0.0320	0.0442	0.0251
		100	0.1584	0.3198	0.1345	0.2364	0.2344	0.2169	0.2013	0.1483	0.0432	0.1387	0.0176	0.0193	0.0248	0.0333
		500	0.0230	0.4549	0.0194	0.8448	0.0303	0.3329	0.0282	0.3019	0.0078	0.2310	0.0022	0.0114	0.0046	0.0773
0.4	[-1; 3]	50	0.0529	0.0425	0.0163	0.0143	0.0748	0.0720	0.0364	0.0338	0.0207	0.0246	0.0325	0.0357	0.0089	0.0127
		100	0.0166	0.0170	0.0071	0.0071	0.0335	0.0374	0.0187	0.0212	0.0088	0.0137	0.0134	0.0160	0.0049	0.0095
		500	0.0030	0.0042	0.0011	0.0021	0.0068	0.0125	0.0032	0.0090	0.0011	0.0073	0.0021	0.0037	0.0007	0.0042
	[0; 2]	50	0.1891	0.1197	0.1962	0.1307	0.6375	0.4563	0.5018	0.3994	0.0483	0.0613	0.0616	0.0423	0.0376	0.0299
		100	0.1112	0.1271	0.0985	0.1174	0.3526	0.3132	0.2864	0.2652	0.0337	0.0655	0.0366	0.0211	0.0277	0.0324
		500	0.0157	0.0821	0.0118	0.0738	0.0460	0.4168	0.0405	0.4428	0.0039	0.0926	0.0033	0.0111	0.0047	0.0617
0.5	[-1; 3]	50	0.0284	0.0262	0.0099	0.0095	0.1300	0.1051	0.0497	0.0412	0.0149	0.0164	0.0352	0.0377	0.0095	0.0118
		100	0.0122	0.0119	0.0052	0.0053	0.0402	0.0500	0.0193	0.0228	0.0054	0.0081	0.0187	0.0202	0.0044	0.0101
		500	0.0023	0.0028	0.0009	0.0013	0.0097	0.0218	0.0049	0.0147	0.0010	0.0036	0.0033	0.0061	0.0010	0.0058
	[0; 2]	50	0.1613	0.1190	0.1491	0.0873	0.5598	0.5948	0.5072	0.5534	0.0418	0.0368	0.0840	0.0610	0.0320	0.0286
		100	0.0579	0.0536	0.0490	0.0427	0.3996	0.7144	0.3135	0.6223	0.0162	0.0206	0.0492	0.0493	0.0227	0.0365
		500	0.0102	0.0427	0.0076	0.0388	0.0506	0.8511	0.0449	0.8300	0.0019	0.0129	0.0035	0.0263	0.0034	0.0467
0.6	[-1; 3]	50	0.0255	0.0244	0.0098	0.0087	0.1788	0.1436	0.0999	0.0850	0.0106	0.0119	0.0468	0.0515	0.0099	0.0106
		100	0.0108	0.0109	0.0039	0.0037	0.0718	0.0750	0.0308	0.0340	0.0040	0.0052	0.0271	0.0307	0.0039	0.0089
		500	0.0018	0.0020	0.0007	0.0008	0.0133	0.0274	0.0062	0.0191	0.0008	0.0019	0.0041	0.0071	0.0008	0.0059
	[0; 2]	50	0.0945	0.0667	0.1090	0.0739	0.7737	1.0317	0.7883	0.9615	0.0243	0.0186	0.1131	0.1247	0.0265	0.0355
		100	0.0474	0.0467	0.0379	0.0383	0.4466	1.1217	0.3801	0.9746	0.0101	0.0092	0.0461	0.0796	0.0190	0.0370
		500	0.0067	0.0334	0.0053	0.0317	0.0615	1.2286	0.0538	1.2150	0.0019	0.0089	0.0054	0.0387	0.0035	0.0494
0.7	[-1; 3]	50	0.0175	0.0225	0.0243	0.0220	0.2732	0.2248	0.1556	0.1301	0.0080	0.0078	0.0782	0.0896	0.0110	0.0149
		100	0.0072	0.0073	0.0031	0.0028	0.0891	0.0847	0.0414	0.0424	0.0029	0.0029	0.0337	0.0375	0.0042	0.0069
		500	0.0017	0.0018	0.0007	0.0007	0.0187	0.0378	0.0082	0.0247	0.0006	0.0010	0.0056	0.0092	0.0006	0.0051
	[0; 2]	50	0.0793	0.2131	0.0815	0.0521	0.9812	1.3766	0.8057	1.1819	0.0177	0.0083	0.1443	0.2001	0.0293	0.0257
		100	0.0291	0.0334	0.0310	0.0347	0.5565	1.1810	0.4765	1.0626	0.0081	0.0075	0.0766	0.1303	0.0142	0.0255
		500	0.0058	0.0153	0.0043	0.0134	0.1162	1.2123	0.1044	1.2187	0.0013	0.0035	0.0081	0.0355	0.0031	0.0310
0.8	[-1; 3]	50	0.0171	0.0151	0.0208	0.0062	0.4681	0.4342	0.2445	0.1768	0.0108	0.0055	0.1643	0.1683	0.0121	0.0056
		100	0.0057	0.0054	0.0025	0.0023	0.2008	0.1905	0.0781	0.0775	0.0025	0.0027	0.0566	0.0639	0.0030	0.0042
		500	0.0013	0.0013	0.0004	0.0005	0.0283	0.0426	0.0118	0.0299	0.0004	0.0006	0.0102	0.0138	0.0004	0.0031
	[0; 2]	50	0.0590	0.3019	0.0570	0.0842	1.2387	28.1462	1.0506	8.7973	0.0178	0.0181	0.2397	0.2923	0.0284	0.0359
		100	0.0247	0.0829	0.0187	0.0172	1.0304	1.6399	0.8531	1.5205	0.0066	0.0047	0.1296	0.1895	0.0151	0.0178
		500	0.0036	0.0087	0.0027	0.0080	0.1660	1.4470	0.1422	1.4002	0.0008	0.0022	0.0152	0.0548	0.0022	0.0162
0.9	[-1; 3]	50	0.0189	0.1988	0.0160	0.0408	0.5442	0.6000	0.3318	0.4262	0.0061	0.0061	0.3180	0.3286	0.0107	0.0152
		100	0.0067	0.0266	0.0112	0.0154	0.3838	0.4175	0.1912	0.2546	0.0024	0.0028	0.1404	0.1571	0.0080	0.0122
		500	0.0010	0.0010	0.0004	0.0005	0.0579	0.0860	0.0260	0.0530	0.0003	0.0004	0.0212	0.0269	0.0003	0.0012
	[0; 2]	50	0.0447	1.4979	0.0770	0.2394	1.4939	2.4115	1.3433	2.4439	0.0117	0.0106	0.3316	0.4002	0.0423	0.0556
		100	0.0211	0.1408	0.0200	0.0303	1.4812	2.4069	1.1893	2.7035	0.0051	0.0038	0.2733	0.3795	0.0198	0.0322
		500	0.0029	0.0048	0.0024	0.0045	0.3166	1.7956	0.3005	1.7387	0.0005	0.0012	0.0344	0.1139	0.0015	0.0046

Tabela D.54: Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EIV

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0481	0.0568	0.0344	0.0452	0.0038	0.0038	0.0018	0.0018	0.0182	0.0189	0.0013	0.0012	0.0020	0.0013
		100	0.0339	0.0339	0.0527	0.0513	0.0017	0.0017	0.0009	0.0009	0.0117	0.0123	0.0006	0.0006	0.0013	0.0012
		500	0.0040	0.0041	0.0020	0.0021	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0014	0.0016	0.0001	0.0001	0.0002	0.0004
	[0; 2]	50	0.1396	0.1446	0.1544	0.1655	0.0092	0.0092	0.0072	0.0069	0.0179	0.0185	0.0014	0.0013	0.0023	0.0013
		100	0.0746	0.0824	0.0816	0.0881	0.0040	0.0040	0.0030	0.0030	0.0083	0.0086	0.0006	0.0006	0.0012	0.0011
		500	0.0090	0.0131	0.0106	0.0233	0.0009	0.0009	0.0007	0.0007	0.0014	0.0016	0.0001	0.0001	0.0003	0.0004
0.2	[-1; 3]	50	0.0225	0.0228	0.0123	0.0129	0.0045	0.0045	0.0024	0.0024	0.0094	0.0096	0.0016	0.0017	0.0038	0.0040
		100	0.0124	0.0123	0.0060	0.0064	0.0020	0.0021	0.0010	0.0010	0.0033	0.0035	0.0007	0.0007	0.0022	0.0025
		500	0.0017	0.0017	0.0009	0.0010	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0006	0.0007	0.0001	0.0002	0.0004	0.0009
	[0; 2]	50	0.0582	0.0612	0.0607	0.0685	0.0094	0.0094	0.0091	0.0087	0.0096	0.0088	0.0012	0.0013	0.0040	0.0039
		100	0.0199	0.0224	0.0258	0.0326	0.0034	0.0036	0.0033	0.0037	0.0039	0.0042	0.0007	0.0007	0.0021	0.0023
		500	0.0043	0.0082	0.0050	0.0155	0.0009	0.0011	0.0008	0.0011	0.0005	0.0007	0.0001	0.0002	0.0004	0.0010
0.3	[-1; 3]	50	0.0148	0.0143	0.0087	0.0086	0.0046	0.0046	0.0023	0.0024	0.0048	0.0050	0.0019	0.0019	0.0050	0.0053
		100	0.0055	0.0055	0.0028	0.0029	0.0024	0.0024	0.0012	0.0012	0.0021	0.0021	0.0008	0.0009	0.0026	0.0034
		500	0.0011	0.0011	0.0006	0.0007	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0004	0.0004	0.0001	0.0002	0.0005	0.0013
	[0; 2]	50	0.0346	0.0371	0.0357	0.0385	0.0127	0.0127	0.0108	0.0112	0.0058	0.0058	0.0018	0.0018	0.0056	0.0055
		100	0.0128	0.0166	0.0125	0.0220	0.0053	0.0054	0.0045	0.0056	0.0019	0.0023	0.0007	0.0009	0.0024	0.0030
		500	0.0026	0.0055	0.0027	0.0120	0.0010	0.0012	0.0009	0.0014	0.0004	0.0005	0.0001	0.0002	0.0005	0.0012
0.4	[-1; 3]	50	0.0092	0.0090	0.0053	0.0054	0.0062	0.0062	0.0026	0.0026	0.0031	0.0033	0.0021	0.0023	0.0061	0.0075
		100	0.0050	0.0050	0.0023	0.0024	0.0027	0.0027	0.0013	0.0013	0.0014	0.0016	0.0010	0.0011	0.0033	0.0044
		500	0.0008	0.0009	0.0004	0.0004	0.0005	0.0005	0.0003	0.0003	0.0004	0.0004	0.0002	0.0003	0.0005	0.0012
	[0; 2]	50	0.0224	0.0229	0.0240	0.0262	0.0154	0.0148	0.0152	0.0151	0.0032	0.0032	0.0018	0.0020	0.0061	0.0074
		100	0.0106	0.0118	0.0102	0.0150	0.0087	0.0092	0.0081	0.0094	0.0016	0.0018	0.0010	0.0012	0.0036	0.0046
		500	0.0020	0.0039	0.0020	0.0081	0.0013	0.0020	0.0010	0.0031	0.0003	0.0005	0.0001	0.0003	0.0007	0.0011
0.5	[-1; 3]	50	0.0062	0.0063	0.0031	0.0033	0.0065	0.0065	0.0037	0.0034	0.0025	0.0027	0.0028	0.0030	0.0071	0.0096
		100	0.0036	0.0036	0.0018	0.0019	0.0032	0.0032	0.0015	0.0015	0.0013	0.0015	0.0013	0.0015	0.0035	0.0054
		500	0.0007	0.0007	0.0003	0.0004	0.0006	0.0006	0.0003	0.0004	0.0002	0.0003	0.0002	0.0003	0.0006	0.0012
	[0; 2]	50	0.0174	0.0186	0.0176	0.0188	0.0158	0.0145	0.0159	0.0158	0.0030	0.0030	0.0026	0.0029	0.0065	0.0078
		100	0.0084	0.0092	0.0086	0.0109	0.0077	0.0099	0.0068	0.0120	0.0013	0.0016	0.0013	0.0016	0.0029	0.0038
		500	0.0013	0.0023	0.0013	0.0050	0.0017	0.0033	0.0014	0.0064	0.0002	0.0004	0.0002	0.0004	0.0006	0.0009
0.6	[-1; 3]	50	0.0064	0.0064	0.0025	0.0024	0.0092	0.0092	0.0043	0.0043	0.0021	0.0023	0.0034	0.0035	0.0063	0.0081
		100	0.0028	0.0028	0.0013	0.0013	0.0039	0.0040	0.0020	0.0021	0.0010	0.0011	0.0015	0.0016	0.0029	0.0042
		500	0.0006	0.0006	0.0003	0.0003	0.0007	0.0007	0.0005	0.0005	0.0002	0.0003	0.0003	0.0004	0.0006	0.0012
	[0; 2]	50	0.0163	0.0165	0.0164	0.0171	0.0341	0.0273	0.0319	0.0321	0.0021	0.0024	0.0041	0.0041	0.0064	0.0080
		100	0.0066	0.0073	0.0070	0.0083	0.0097	0.0111	0.0098	0.0145	0.0010	0.0011	0.0017	0.0019	0.0028	0.0041
		500	0.0014	0.0020	0.0012	0.0031	0.0020	0.0039	0.0020	0.0081	0.0002	0.0004	0.0003	0.0005	0.0005	0.0008
0.7	[-1; 3]	50	0.0046	0.0046	0.0021	0.0021	0.0140	0.0138	0.0081	0.0076	0.0015	0.0016	0.0049	0.0051	0.0052	0.0056
		100	0.0020	0.0020	0.0011	0.0011	0.0063	0.0064	0.0030	0.0030	0.0007	0.0008	0.0026	0.0027	0.0024	0.0032
		500	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0011	0.0011	0.0005	0.0006	0.0001	0.0002	0.0004	0.0005	0.0005	0.0012
	[0; 2]	50	0.0129	0.0129	0.0108	0.0108	0.0383	0.1328	0.0362	0.1605	0.0018	0.0018	0.0058	0.0063	0.0046	0.0055
		100	0.0063	0.0065	0.0057	0.0059	0.0129	0.0139	0.0138	0.0182	0.0008	0.0009	0.0021	0.0024	0.0028	0.0034
		500	0.0012	0.0015	0.0012	0.0018	0.0026	0.0052	0.0027	0.0114	0.0001	0.0002	0.0004	0.0006	0.0005	0.0013
0.8	[-1; 3]	50	0.0043	0.0042	0.0022	0.0021	0.0259	0.0244	0.0163	0.0126	0.0013	0.0013	0.0098	0.0101	0.0034	0.0037
		100	0.0018	0.0018	0.0009	0.0009	0.0078	0.0080	0.0063	0.0060	0.0007	0.0007	0.0039	0.0043	0.0020	0.0025
		500	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0016	0.0017	0.0010	0.0011	0.0001	0.0002	0.0006	0.0006	0.0004	0.0011
	[0; 2]	50	0.0086	0.0085	0.0084	0.0082	0.0641	0.0637	0.0733	0.0777	0.0016	0.0015	0.0103	0.0107	0.0041	0.0038
		100	0.0052	0.0053	0.0044	0.0045	0.0255	0.0348	0.0293	0.0427	0.0006	0.0007	0.0041	0.0043	0.0023	0.0024
		500	0.0011	0.0012	0.0008	0.0010	0.0040	0.0069	0.0040	0.0145	0.0001	0.0002	0.0007	0.0009	0.0003	0.0007
0.9	[-1; 3]	50	0.0031	0.0031	0.0017	0.0016	0.0428	0.0395	0.0316	0.0389	0.0012	0.0011	0.0206	0.0202	0.0017	0.0011
		100	0.0017	0.0017	0.0008	0.0008	0.0259	0.0258	0.0170	0.0189	0.0005	0.0006	0.0108	0.0111	0.0011	0.0010
		500	0.0003	0.0003	0.0001	0.0002	0.0032	0.0032	0.0020	0.0018	0.0001	0.0001	0.0013	0.0014	0.0002	0.0004
	[0; 2]	50	0.0087	0.0086	0.0062	0.0061	0.1325	0.1379	0.1363	0.1538	0.0011	0.0010	0.0195	0.0202	0.0023	0.0014
		100	0.0045	0.0044	0.0038	0.0037	0.0608	0.0725	0.0666	0.0786	0.0006	0.0006	0.0124	0.0122	0.0013	0.0011
		500	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007	0.0108	0.0171	0.0111	0.0265	0.0001	0.0001	0.0013	0.0014	0.0002	0.0005

Tabela D.55: Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EV

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.1283	0.1214	0.0993	0.1910	0.0110	0.0113	0.0050	0.0046	0.0550	0.0602	0.0045	0.0040	0.0026	0.0010
		100	0.0595	0.0651	0.0482	0.0582	0.0039	0.0039	0.0022	0.0022	0.0374	0.0416	0.0016	0.0016	0.0012	0.0013
		500	0.0113	0.0116	0.0078	0.0109	0.0009	0.0008	0.0004	0.0004	0.0047	0.0062	0.0002	0.0003	0.0003	0.0009
	[0; 2]	50	0.3045	0.4826	0.3773	0.7489	0.0282	0.0279	0.0212	0.0191	0.0599	0.0690	0.0038	0.0033	0.0036	0.0015
		100	0.1426	0.1665	0.2103	0.3140	0.0111	0.0101	0.0096	0.0081	0.0361	0.0422	0.0019	0.0018	0.0011	0.0012
		500	0.0260	0.0432	0.0354	0.1457	0.0024	0.0023	0.0020	0.0020	0.0065	0.0098	0.0003	0.0004	0.0003	0.0007
	[-1; 3]	50	0.0697	0.0637	0.0461	0.0461	0.0121	0.0119	0.0055	0.0054	0.0372	0.0377	0.0045	0.0047	0.0042	0.0050
		100	0.0276	0.0291	0.0147	0.0186	0.0058	0.0056	0.0031	0.0029	0.0138	0.0151	0.0023	0.0026	0.0029	0.0036
		500	0.0047	0.0057	0.0027	0.0042	0.0012	0.0012	0.0006	0.0007	0.0016	0.0020	0.0004	0.0006	0.0004	0.0020
	[0; 2]	50	0.2185	0.2135	0.2348	0.3022	0.0290	0.0303	0.0273	0.0270	0.0375	0.0403	0.0043	0.0040	0.0051	0.0050
		100	0.0687	0.0830	0.0893	0.1817	0.0145	0.0143	0.0124	0.0126	0.0158	0.0209	0.0021	0.0023	0.0026	0.0037
		500	0.0110	0.0320	0.0129	0.1107	0.0024	0.0028	0.0023	0.0032	0.0022	0.0047	0.0003	0.0007	0.0005	0.0018
0.3	[-1; 3]	50	0.0395	0.0408	0.0263	0.0318	0.0122	0.0124	0.0086	0.0079	0.0208	0.0220	0.0050	0.0051	0.0065	0.0077
		100	0.0188	0.0194	0.0120	0.0150	0.0071	0.0070	0.0033	0.0032	0.0071	0.0086	0.0027	0.0028	0.0030	0.0050
		500	0.0033	0.0037	0.0021	0.0028	0.0013	0.0014	0.0007	0.0008	0.0012	0.0017	0.0005	0.0009	0.0006	0.0028
	[0; 2]	50	0.1028	0.1227	0.1236	0.1916	0.0276	0.0316	0.0268	0.0302	0.0212	0.0225	0.0064	0.0061	0.0091	0.0094
		100	0.0403	0.0540	0.0521	0.1237	0.0159	0.0175	0.0140	0.0194	0.0088	0.0107	0.0028	0.0035	0.0035	0.0054
		500	0.0090	0.0254	0.0101	0.0889	0.0032	0.0042	0.0029	0.0064	0.0015	0.0041	0.0005	0.0011	0.0006	0.0024
	[-1; 3]	50	0.0264	0.0246	0.0147	0.0129	0.0169	0.0172	0.0089	0.0083	0.0115	0.0129	0.0070	0.0077	0.0069	0.0098
		100	0.0100	0.0103	0.0065	0.0077	0.0082	0.0079	0.0046	0.0051	0.0047	0.0061	0.0030	0.0041	0.0030	0.0059
		500	0.0026	0.0029	0.0013	0.0022	0.0016	0.0018	0.0007	0.0010	0.0009	0.0014	0.0005	0.0013	0.0005	0.0026
	[0; 2]	50	0.0658	0.0774	0.0660	0.1116	0.0388	0.0414	0.0411	0.0477	0.0122	0.0138	0.0062	0.0072	0.0067	0.0092
		100	0.0265	0.0348	0.0317	0.0669	0.0230	0.0279	0.0213	0.0348	0.0058	0.0096	0.0031	0.0044	0.0046	0.0067
		500	0.0059	0.0167	0.0070	0.0557	0.0037	0.0074	0.0034	0.0155	0.0011	0.0038	0.0006	0.0019	0.0008	0.0020
0.5	[-1; 3]	50	0.0211	0.0212	0.0120	0.0123	0.0189	0.0187	0.0109	0.0103	0.0064	0.0078	0.0096	0.0112	0.0072	0.0118
		100	0.0100	0.0103	0.0057	0.0060	0.0101	0.0104	0.0050	0.0055	0.0031	0.0046	0.0037	0.0050	0.0024	0.0059
		500	0.0019	0.0021	0.0010	0.0013	0.0020	0.0022	0.0011	0.0015	0.0006	0.0013	0.0007	0.0018	0.0007	0.0025
	[0; 2]	50	0.0532	0.0538	0.0562	0.0673	0.0544	0.0579	0.0585	0.0766	0.0097	0.0117	0.0085	0.0100	0.0081	0.0098
		100	0.0232	0.0288	0.0253	0.0495	0.0253	0.0305	0.0260	0.0500	0.0041	0.0056	0.0050	0.0068	0.0038	0.0061
		500	0.0044	0.0107	0.0045	0.0304	0.0042	0.0110	0.0044	0.0319	0.0007	0.0029	0.0007	0.0027	0.0008	0.0014
	[-1; 3]	50	0.0165	0.0166	0.0105	0.0116	0.0274	0.0274	0.0153	0.0143	0.0067	0.0078	0.0104	0.0130	0.0078	0.0112
		100	0.0075	0.0077	0.0038	0.0036	0.0120	0.0126	0.0072	0.0080	0.0031	0.0042	0.0056	0.0064	0.0034	0.0059
		500	0.0015	0.0016	0.0008	0.0009	0.0023	0.0025	0.0012	0.0019	0.0005	0.0014	0.0010	0.0015	0.0007	0.0031
	[0; 2]	50	0.0382	0.0398	0.0399	0.0438	0.0666	0.0691	0.0777	0.0948	0.0068	0.0069	0.0122	0.0147	0.0076	0.0090
		100	0.0202	0.0243	0.0210	0.0316	0.0320	0.0474	0.0347	0.0862	0.0035	0.0047	0.0051	0.0080	0.0036	0.0058
		500	0.0041	0.0072	0.0038	0.0149	0.0058	0.0170	0.0067	0.0556	0.0006	0.0022	0.0011	0.0032	0.0007	0.0017
0.7	[-1; 3]	50	0.0118	0.0121	0.0066	0.0061	0.0345	0.0347	0.0235	0.0276	0.0051	0.0051	0.0196	0.0212	0.0066	0.0083
		100	0.0067	0.0066	0.0037	0.0038	0.0137	0.0136	0.0103	0.0123	0.0026	0.0029	0.0064	0.0077	0.0029	0.0049
		500	0.0012	0.0013	0.0006	0.0007	0.0034	0.0040	0.0020	0.0032	0.0005	0.0009	0.0015	0.0019	0.0005	0.0028
	[0; 2]	50	0.0345	0.0329	0.0340	0.0332	0.1306	0.1423	0.1321	0.1947	0.0063	0.0061	0.0218	0.0228	0.0071	0.0090
		100	0.0149	0.0170	0.0142	0.0185	0.0386	0.0519	0.0447	0.0987	0.0027	0.0029	0.0076	0.0107	0.0026	0.0043
		500	0.0030	0.0042	0.0026	0.0065	0.0079	0.0225	0.0073	0.0804	0.0006	0.0013	0.0016	0.0040	0.0007	0.0023
	[-1; 3]	50	0.0132	0.0132	0.0065	0.0055	0.0626	0.0620	0.0429	0.0452	0.0049	0.0048	0.0317	0.0333	0.0047	0.0044
		100	0.0057	0.0058	0.0032	0.0032	0.0225	0.0223	0.0208	0.0218	0.0022	0.0023	0.0121	0.0128	0.0020	0.0031
		500	0.0009	0.0009	0.0005	0.0005	0.0046	0.0052	0.0027	0.0043	0.0004	0.0006	0.0020	0.0024	0.0005	0.0019
	[0; 2]	50	0.0350	0.0313	0.0276	0.0248	0.2608	0.2528	0.2764	0.4501	0.0047	0.0042	0.0384	0.0433	0.0064	0.0057
		100	0.0096	0.0100	0.0092	0.0113	0.0622	0.0784	0.0721	0.1625	0.0021	0.0022	0.0121	0.0157	0.0026	0.0039
		500	0.0027	0.0030	0.0021	0.0034	0.0141	0.0346	0.0171	0.1181	0.0004	0.0007	0.0024	0.0049	0.0006	0.0017
0.9	[-1; 3]	50	0.0107	0.0136	0.0045	0.0453	0.1183	0.2160	0.0747	0.1791	0.0041	0.0050	0.0618	0.0663	0.0034	0.0050
		100	0.0053	0.0053	0.0023	0.0023	0.0626	0.0643	0.0636	0.1397	0.0018	0.0018	0.0361	0.0388	0.0013	0.0015
		500	0.0010	0.0010	0.0004	0.0004	0.0111	0.0111	0.0075	0.0109	0.0003	0.0003	0.0032	0.0043	0.0003	0.0009
	[0; 2]	50	0.0211	0.0220	0.0195	0.0708	0.4159	0.5577	0.4329	0.9294	0.0047	0.0041	0.0655	0.0705	0.0030	0.0049
		100	0.0101	0.0096	0.0081	0.0076	0.1459	0.2348	0.2164	0.4751	0.0016	0.0015	0.0389	0.0432	0.0014	0.0012
		500	0.0022	0.0022	0.0017	0.0017	0.0302	0.0484	0.0406	0.1501	0.0003	0.0004	0.0059	0.0096	0.0003	0.0008

Tabela D.56: Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EVI

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0870	0.1052	0.0940	0.3398	0.0371	0.0360	0.0183	0.0159	0.0662	0.0867	0.0148	0.0133	0.0040	0.0013
		100	0.0804	0.0813	0.0729	0.2090	0.0203	0.0194	0.0108	0.0107	0.0564	0.0601	0.0072	0.0063	0.0020	0.0018
		500	0.0107	0.0221	0.0121	0.0805	0.0038	0.0043	0.0017	0.0025	0.0065	0.0126	0.0011	0.0012	0.0004	0.0025
	[0; 2]	50	0.3404	0.5484	0.4276	1.4646	0.1158	0.1010	0.0909	0.0794	0.0778	0.0944	0.0243	0.0185	0.0105	0.0019
		100	0.2732	0.2593	0.3298	1.0171	0.0611	0.0530	0.0454	0.0391	0.0548	0.0826	0.0087	0.0075	0.0052	0.0020
		500	0.0506	0.0632	0.0925	0.5474	0.0095	0.0137	0.0077	0.0081	0.0096	0.0327	0.0016	0.0021	0.0005	0.0027
0.2	[-1; 3]	50	0.1347	0.0702	0.0701	0.1112	0.0553	0.0484	0.0224	0.0239	0.0425	0.0524	0.0195	0.0177	0.0070	0.0076
		100	0.0302	0.0305	0.0306	0.0771	0.0238	0.0252	0.0123	0.0128	0.0179	0.0273	0.0092	0.0104	0.0032	0.0061
		500	0.0050	0.0081	0.0043	0.0326	0.0048	0.0054	0.0020	0.0034	0.0027	0.0064	0.0015	0.0021	0.0006	0.0058
	[0; 2]	50	0.2947	0.2512	0.3246	0.6191	0.1167	0.1230	0.0810	0.0815	0.0573	0.0716	0.0268	0.0242	0.0092	0.0071
		100	0.1325	0.1299	0.1570	0.4451	0.0568	0.0567	0.0457	0.0486	0.0266	0.0481	0.0111	0.0137	0.0042	0.0079
		500	0.0187	0.0409	0.0267	0.3430	0.0114	0.0142	0.0092	0.0135	0.0046	0.0170	0.0016	0.0058	0.0007	0.0051
0.3	[-1; 3]	50	0.0463	0.0461	0.0287	0.0498	0.0538	0.0550	0.0260	0.0308	0.0270	0.0358	0.0199	0.0222	0.0081	0.0141
		100	0.0165	0.0203	0.0128	0.0354	0.0268	0.0261	0.0120	0.0161	0.0108	0.0201	0.0108	0.0136	0.0035	0.0085
		500	0.0033	0.0043	0.0021	0.0085	0.0059	0.0072	0.0027	0.0044	0.0018	0.0054	0.0017	0.0039	0.0008	0.0055
	[0; 2]	50	0.1405	0.1078	0.1745	0.2448	0.1447	0.1209	0.1148	0.1311	0.0333	0.0400	0.0282	0.0334	0.0107	0.0113
		100	0.0690	0.0643	0.0859	0.1908	0.0746	0.0712	0.0546	0.0934	0.0133	0.0226	0.0108	0.0197	0.0051	0.0103
		500	0.0089	0.0290	0.0100	0.1673	0.0143	0.0181	0.0109	0.0526	0.0018	0.0094	0.0025	0.0149	0.0009	0.0033
0.4	[-1; 3]	50	0.0255	0.0254	0.0264	0.0263	0.0622	0.0630	0.0374	0.0448	0.0171	0.0192	0.0234	0.0247	0.0077	0.0118
		100	0.0121	0.0121	0.0092	0.0097	0.0254	0.0295	0.0155	0.0203	0.0067	0.0118	0.0106	0.0123	0.0036	0.0086
		500	0.0023	0.0029	0.0013	0.0023	0.0060	0.0096	0.0035	0.0070	0.0011	0.0057	0.0030	0.0042	0.0009	0.0039
	[0; 2]	50	0.0882	0.0852	0.1005	0.1209	0.1658	0.1798	0.1316	0.2770	0.0244	0.0246	0.0326	0.0424	0.0101	0.0148
		100	0.0360	0.0481	0.0430	0.0943	0.0749	0.0708	0.0740	0.1556	0.0101	0.0126	0.0145	0.0342	0.0052	0.0095
		500	0.0066	0.0193	0.0064	0.0631	0.0162	0.0251	0.0119	0.1394	0.0015	0.0049	0.0025	0.0239	0.0011	0.0061
0.5	[-1; 3]	50	0.0200	0.0212	0.0144	0.0138	0.0797	0.0759	0.0395	0.0479	0.0118	0.0152	0.0365	0.0385	0.0081	0.0123
		100	0.0109	0.0116	0.0059	0.0061	0.0476	0.0489	0.0231	0.0299	0.0043	0.0077	0.0160	0.0190	0.0040	0.0081
		500	0.0024	0.0024	0.0010	0.0014	0.0101	0.0154	0.0038	0.0091	0.0008	0.0028	0.0028	0.0038	0.0007	0.0053
	[0; 2]	50	0.0742	0.0779	0.0688	0.0727	0.2165	0.2170	0.1897	0.3341	0.0123	0.0127	0.0516	0.0757	0.0116	0.0180
		100	0.0316	0.0350	0.0271	0.0407	0.0891	0.0893	0.0764	0.2720	0.0063	0.0079	0.0165	0.0401	0.0058	0.0120
		500	0.0046	0.0135	0.0054	0.0282	0.0212	0.0266	0.0159	0.2195	0.0011	0.0019	0.0033	0.0304	0.0008	0.0083
0.6	[-1; 3]	50	0.0180	0.0174	0.0101	0.0097	0.1554	0.1419	0.0641	0.0873	0.0081	0.0088	0.0435	0.0485	0.0066	0.0089
		100	0.0094	0.0097	0.0044	0.0046	0.0473	0.0547	0.0282	0.0450	0.0041	0.0056	0.0183	0.0221	0.0040	0.0083
		500	0.0016	0.0018	0.0008	0.0010	0.0080	0.0154	0.0051	0.0125	0.0006	0.0016	0.0031	0.0040	0.0008	0.0055
	[0; 2]	50	0.0462	0.0424	0.0409	0.0400	0.4462	0.2883	0.3983	0.5462	0.0109	0.0071	0.0612	0.0861	0.0118	0.0137
		100	0.0210	0.0268	0.0198	0.0288	0.1688	0.1602	0.1293	0.3622	0.0041	0.0050	0.0288	0.0593	0.0047	0.0096
		500	0.0046	0.0104	0.0041	0.0142	0.0287	0.0352	0.0207	0.3056	0.0007	0.0012	0.0038	0.0381	0.0010	0.0087
0.7	[-1; 3]	50	0.0167	0.0162	0.0078	0.0075	0.1474	0.1562	0.0856	0.1465	0.0053	0.0055	0.0817	0.0885	0.0057	0.0084
		100	0.0055	0.0056	0.0034	0.0034	0.0766	0.0760	0.0371	0.0517	0.0031	0.0037	0.0276	0.0313	0.0034	0.0062
		500	0.0014	0.0015	0.0007	0.0008	0.0129	0.0185	0.0058	0.0145	0.0005	0.0012	0.0059	0.0070	0.0007	0.0041
	[0; 2]	50	0.0480	0.0436	0.0664	0.0354	0.6113	0.4303	0.5170	0.7657	0.0079	0.0069	0.0934	0.1223	0.0099	0.0094
		100	0.0178	0.0202	0.0144	0.0171	0.1681	0.1507	0.1806	0.5108	0.0032	0.0029	0.0394	0.0697	0.0044	0.0084
		500	0.0032	0.0049	0.0030	0.0056	0.0337	0.0432	0.0276	0.3568	0.0005	0.0007	0.0062	0.0432	0.0008	0.0062
0.8	[-1; 3]	50	0.0125	0.0126	0.0063	0.0060	0.3128	0.3197	0.2699	0.4332	0.0054	0.0048	0.1487	0.1573	0.0055	0.0050
		100	0.0068	0.0068	0.0030	0.0031	0.1125	0.1209	0.0806	0.1308	0.0020	0.0022	0.0550	0.0609	0.0021	0.0039
		500	0.0013	0.0013	0.0006	0.0006	0.0171	0.0272	0.0103	0.0218	0.0004	0.0005	0.0068	0.0079	0.0004	0.0028
	[0; 2]	50	0.0285	0.0271	0.0239	0.0212	0.7864	0.7900	0.7661	1.3077	0.0060	0.0046	0.1529	0.1916	0.0056	0.0057
		100	0.0154	0.0157	0.0137	0.0138	0.3607	0.3448	0.3611	0.8296	0.0028	0.0029	0.0682	0.1112	0.0036	0.0050
		500	0.0027	0.0032	0.0022	0.0026	0.0599	0.0539	0.0519	0.4201	0.0006	0.0007	0.0095	0.0493	0.0006	0.0037
0.9	[-1; 3]	50	0.0090	0.0088	0.0043	0.0043	0.4099	0.5026	0.3445	0.8605	0.0048	0.0044	0.2227	0.2258	0.0022	0.0010
		100	0.0056	0.0056	0.0026	0.0028	0.3259	0.3164	0.1995	0.4724	0.0018	0.0017	0.1478	0.1593	0.0016	0.0015
		500	0.0010	0.0010	0.0004	0.0004	0.0343	0.0418	0.0204	0.0446	0.0004	0.0004	0.0147	0.0181	0.0003	0.0011
	[0; 2]	50	0.0337	0.0281	0.1341	0.1070	1.4422	1.4078	1.4718	3.0735	0.0040	0.0028	0.2882	0.3273	0.0068	0.0045
		100	0.0125	0.0122	0.0104	0.0099	0.8616	1.0752	0.7760	2.4788	0.0018	0.0015	0.2065	0.2410	0.0017	0.0016
		500	0.0027	0.0029	0.0020	0.0020	0.1324	0.1235	0.1223	0.6570	0.0004	0.0004	0.0243	0.0678	0.0004	0.0012

Tabela D.57: Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EVII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.1386	0.1434	0.0951	0.1060	0.0109	0.0108	0.0053	0.0051	0.0502	0.0511	0.0031	0.0029	0.0014	0.0010
		100	0.0635	0.0647	0.0531	0.0687	0.0054	0.0054	0.0024	0.0023	0.0283	0.0290	0.0017	0.0016	0.0009	0.0009
		500	0.0088	0.0087	0.0065	0.0100	0.0010	0.0010	0.0005	0.0005	0.0032	0.0038	0.0003	0.0003	0.0002	0.0004
	[0; 2]	50	0.2851	0.2741	0.2956	0.2631	0.0241	0.0242	0.0184	0.0179	0.0411	0.0404	0.0028	0.0028	0.0016	0.0015
		100	0.2424	0.2233	0.2029	0.1707	0.0121	0.0121	0.0099	0.0098	0.0221	0.0211	0.0014	0.0014	0.0008	0.0008
		500	0.0291	0.0284	0.0215	0.0203	0.0024	0.0024	0.0018	0.0018	0.0027	0.0028	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002
0.2	[-1; 3]	50	0.0595	0.0610	0.0484	0.0558	0.0099	0.0099	0.0051	0.0051	0.0289	0.0302	0.0044	0.0044	0.0038	0.0038
		100	0.0323	0.0330	0.0182	0.0213	0.0066	0.0066	0.0027	0.0027	0.0107	0.0110	0.0020	0.0021	0.0018	0.0021
		500	0.0040	0.0042	0.0028	0.0071	0.0011	0.0011	0.0005	0.0006	0.0015	0.0019	0.0003	0.0004	0.0004	0.0007
	[0; 2]	50	0.1634	0.1491	0.1655	0.1185	0.0305	0.0303	0.0224	0.0223	0.0225	0.0216	0.0035	0.0033	0.0028	0.0029
		100	0.0669	0.0645	0.0639	0.0565	0.0125	0.0124	0.0093	0.0092	0.0088	0.0086	0.0018	0.0018	0.0014	0.0015
		500	0.0127	0.0125	0.0093	0.0091	0.0027	0.0027	0.0021	0.0021	0.0013	0.0013	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
0.3	[-1; 3]	50	0.0447	0.0454	0.0233	0.0266	0.0130	0.0130	0.0080	0.0082	0.0164	0.0162	0.0053	0.0054	0.0046	0.0051
		100	0.0156	0.0167	0.0096	0.0145	0.0066	0.0066	0.0032	0.0031	0.0059	0.0062	0.0018	0.0020	0.0024	0.0030
		500	0.0028	0.0030	0.0018	0.0062	0.0012	0.0012	0.0007	0.0012	0.0009	0.0012	0.0004	0.0007	0.0005	0.0008
	[0; 2]	50	0.0980	0.0942	0.0747	0.0666	0.0309	0.0302	0.0240	0.0223	0.0119	0.0115	0.0042	0.0038	0.0043	0.0043
		100	0.0379	0.0366	0.0313	0.0283	0.0162	0.0162	0.0117	0.0116	0.0059	0.0057	0.0018	0.0018	0.0020	0.0020
		500	0.0074	0.0074	0.0055	0.0054	0.0030	0.0030	0.0022	0.0021	0.0008	0.0008	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004
0.4	[-1; 3]	50	0.0259	0.0257	0.0166	0.0171	0.0180	0.0180	0.0095	0.0107	0.0108	0.0108	0.0054	0.0058	0.0062	0.0068
		100	0.0097	0.0095	0.0072	0.0080	0.0074	0.0077	0.0031	0.0043	0.0047	0.0050	0.0025	0.0026	0.0029	0.0040
		500	0.0021	0.0022	0.0014	0.0043	0.0013	0.0014	0.0008	0.0019	0.0007	0.0011	0.0004	0.0007	0.0005	0.0008
	[0; 2]	50	0.0630	0.0623	0.0493	0.0447	0.0293	0.0289	0.0290	0.0281	0.0077	0.0075	0.0043	0.0042	0.0046	0.0046
		100	0.0293	0.0291	0.0236	0.0227	0.0195	0.0192	0.0154	0.0148	0.0039	0.0038	0.0022	0.0021	0.0023	0.0023
		500	0.0052	0.0052	0.0037	0.0037	0.0033	0.0033	0.0027	0.0026	0.0006	0.0006	0.0004	0.0004	0.0005	0.0005
0.5	[-1; 3]	50	0.0164	0.0166	0.0087	0.0104	0.0166	0.0172	0.0092	0.0120	0.0066	0.0075	0.0070	0.0074	0.00931	0.0073
		100	0.0080	0.0077	0.0049	0.0053	0.0090	0.0090	0.0046	0.0063	0.0032	0.0037	0.0031	0.0039	0.0028	0.0038
		500	0.0020	0.0020	0.0012	0.0033	0.0019	0.0020	0.0010	0.0031	0.0007	0.0010	0.0005	0.0009	0.0006	0.0007
	[0; 2]	50	0.0496	0.0492	0.0391	0.0367	0.0459	0.0451	0.0325	0.0305	0.0071	0.0066	0.0058	0.0056	0.0057	0.0056
		100	0.0218	0.0216	0.0175	0.0170	0.0210	0.0208	0.0171	0.0168	0.0028	0.0027	0.0030	0.0030	0.0024	0.0024
		500	0.0042	0.0042	0.0032	0.0033	0.0043	0.0043	0.0031	0.0032	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005
0.6	[-1; 3]	50	0.0171	0.0168	0.0079	0.0080	0.0260	0.0262	0.0146	0.0161	0.0058	0.0057	0.0091	0.0091	0.0068	0.0074
		100	0.0076	0.0076	0.0039	0.0052	0.0126	0.0129	0.0072	0.0094	0.0026	0.0026	0.0042	0.0047	0.0031	0.0039
		500	0.0016	0.0017	0.0008	0.0018	0.0023	0.0025	0.0014	0.0046	0.0005	0.0008	0.0008	0.0011	0.0006	0.0010
	[0; 2]	50	0.0352	0.0349	0.0254	0.0249	0.0581	0.0582	0.0434	0.0419	0.0055	0.0054	0.0082	0.0080	0.0049	0.0048
		100	0.0179	0.0176	0.0135	0.0131	0.0264	0.0265	0.0195	0.0191	0.0023	0.0023	0.0042	0.0039	0.0026	0.0025
		500	0.0039	0.0039	0.0035	0.0035	0.0055	0.0054	0.0039	0.0039	0.0005	0.0005	0.0007	0.0007	0.0005	0.0005
0.7	[-1; 3]	50	0.0152	0.0152	0.0082	0.0084	0.0453	0.0463	0.0264	0.0305	0.0056	0.0055	0.0174	0.0180	0.0057	0.0068
		100	0.0073	0.0074	0.0030	0.0036	0.0133	0.0132	0.0092	0.0108	0.0020	0.0019	0.0060	0.0066	0.0027	0.0033
		500	0.0010	0.0010	0.0006	0.0010	0.0027	0.0029	0.0015	0.0057	0.0004	0.0006	0.0010	0.0011	0.0004	0.0008
	[0; 2]	50	0.0292	0.0290	0.0247	0.0231	0.0898	0.0885	0.0719	0.0681	0.0044	0.0041	0.0123	0.0108	0.0040	0.0040
		100	0.0130	0.0129	0.0108	0.0105	0.0409	0.0404	0.0297	0.0285	0.0018	0.0018	0.0050	0.0048	0.0022	0.0022
		500	0.0032	0.0032	0.0023	0.0023	0.0068	0.0067	0.0056	0.0054	0.0003	0.0003	0.0009	0.0009	0.0004	0.0004
0.8	[-1; 3]	50	0.0113	0.0114	0.0062	0.0061	0.0827	0.0796	0.0594	0.0484	0.0039	0.0038	0.0248	0.0255	0.0033	0.0034
		100	0.0067	0.0068	0.0030	0.0032	0.0251	0.0257	0.0146	0.0173	0.0019	0.0019	0.0123	0.0129	0.0022	0.0025
		500	0.0009	0.0009	0.0005	0.0007	0.0043	0.0045	0.0032	0.0077	0.0004	0.0004	0.0015	0.0019	0.0004	0.0008
	[0; 2]	50	0.0242	0.0239	0.0219	0.0212	0.1418	0.1418	0.1164	0.1097	0.0046	0.0044	0.0180	0.0173	0.0036	0.0036
		100	0.0115	0.0113	0.0104	0.0100	0.0682	0.0658	0.0582	0.0528	0.0020	0.0020	0.0088	0.0082	0.0019	0.0018
		500	0.0026	0.0025	0.0019	0.0019	0.0102	0.0098	0.0086	0.0079	0.0003	0.0003	0.0012	0.0013	0.0003	0.0003
0.9	[-1; 3]	50	0.0118	0.0117	0.0051	0.0048	0.1085	0.1157	0.0869	0.1078	0.0036	0.0036	0.0471	0.0465	0.0021	0.0013
		100	0.0052	0.0052	0.0023	0.0025	0.0506	0.0521	0.0428	0.0745	0.0015	0.0015	0.0251	0.0265	0.0010	0.0009
		500	0.0009	0.0010	0.0005	0.0005	0.0088	0.0096	0.0073	0.0135	0.0003	0.0003	0.0042	0.0047	0.0002	0.0004
	[0; 2]	50	0.0213	0.0213	0.0152	0.0149	0.4493	0.4057	0.3100	0.2775	0.0030	0.0030	0.0456	0.0456	0.0012	0.0012
		100	0.0100	0.0099	0.0091	0.0091	0.1998	0.1934	0.1456	0.1346	0.0015	0.0015	0.0225	0.0212	0.0010	0.0010
		500	0.0024	0.0024	0.0020	0.0020	0.0239	0.0232	0.0201	0.0187	0.0003	0.0003	0.0022	0.0024	0.0002	0.0002

Tabela D.58: Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EVIII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.1447	0.1712	0.1266	0.7700	0.0291	0.0287	0.0143	0.0134	0.0596	0.0595	0.0086	0.0076	0.0025	0.0013
		100	0.0659	0.0739	0.0504	0.0727	0.0127	0.0127	0.0068	0.0067	0.0301	0.0326	0.0034	0.0033	0.0012	0.0011
		500	0.0110	0.0113	0.0093	0.0166	0.0024	0.0024	0.0011	0.0013	0.0042	0.0052	0.0008	0.0009	0.0002	0.0005
	[0; 2]	50	0.3441	0.3137	0.3845	0.3367	0.0527	0.0521	0.0437	0.0419	0.0489	0.0478	0.0083	0.0077	0.0014	0.0012
		100	0.2087	0.1934	0.2013	0.1372	0.0277	0.0273	0.0265	0.0245	0.0267	0.0237	0.0044	0.0041	0.0009	0.0008
		500	0.0259	0.0241	0.0232	0.0206	0.0052	0.0052	0.0039	0.0041	0.0036	0.0041	0.0008	0.0009	0.0002	0.0002
0.2	[-1; 3]	50	0.0695	0.0767	0.0623	0.0741	0.0307	0.0310	0.0178	0.0184	0.0324	0.0355	0.0108	0.0106	0.0051	0.0053
		100	0.0289	0.0292	0.0269	0.0294	0.0158	0.0157	0.0068	0.0075	0.0110	0.0118	0.0047	0.0051	0.0020	0.0029
		500	0.0048	0.0048	0.0033	0.0100	0.0027	0.0028	0.0015	0.0022	0.0016	0.0023	0.0008	0.0012	0.0004	0.0008
	[0; 2]	50	0.1409	0.1215	0.1319	0.1004	0.0718	0.0704	0.0529	0.0497	0.0188	0.0167	0.0091	0.0088	0.0030	0.0027
		100	0.0529	0.0503	0.0427	0.0352	0.0353	0.0355	0.0265	0.0261	0.0073	0.0075	0.0050	0.0050	0.0021	0.0021
		500	0.0102	0.0104	0.0091	0.0106	0.0060	0.0065	0.0046	0.0055	0.0018	0.0022	0.0010	0.0011	0.0003	0.0003
0.3	[-1; 3]	50	0.0336	0.0334	0.0249	0.0297	0.0412	0.0419	0.0197	0.0208	0.0182	0.0183	0.0140	0.0148	0.0074	0.0082
		100	0.0157	0.0171	0.0126	0.0189	0.0142	0.0144	0.0081	0.0108	0.0072	0.0079	0.0050	0.0063	0.0029	0.0039
		500	0.0030	0.0032	0.0020	0.0081	0.0030	0.0030	0.0017	0.0045	0.0014	0.0021	0.0011	0.0023	0.0005	0.0012
	[0; 2]	50	0.0857	0.0730	0.0884	0.0663	0.0880	0.0851	0.0724	0.0666	0.0138	0.0123	0.0116	0.0109	0.0046	0.0045
		100	0.0395	0.0376	0.0370	0.0332	0.0347	0.0340	0.0283	0.0271	0.0063	0.0058	0.0062	0.0061	0.0022	0.0023
		500	0.0074	0.0077	0.0063	0.0070	0.0083	0.0084	0.0067	0.0071	0.0010	0.0013	0.0010	0.0011	0.0005	0.0005
0.4	[-1; 3]	50	0.0268	0.0269	0.0182	0.0162	0.0399	0.0423	0.0207	0.0278	0.0122	0.0127	0.0136	0.0142	0.0069	0.0093
		100	0.0123	0.0124	0.0085	0.0125	0.0250	0.0247	0.0108	0.0167	0.0046	0.0053	0.0082	0.0098	0.0029	0.0039
		500	0.0018	0.0019	0.0012	0.0053	0.0043	0.0044	0.0019	0.0094	0.0009	0.0016	0.0014	0.0028	0.0005	0.0010
	[0; 2]	50	0.0560	0.0550	0.0405	0.0368	0.0887	0.0837	0.0878	0.0727	0.0097	0.0086	0.0151	0.0135	0.0049	0.0046
		100	0.0265	0.0265	0.0211	0.0209	0.0437	0.0427	0.0376	0.0342	0.0036	0.0037	0.0067	0.0065	0.0028	0.0028
		500	0.0049	0.0048	0.0044	0.0043	0.0087	0.0088	0.0069	0.0075	0.0008	0.0010	0.0013	0.0015	0.0005	0.0005
0.5	[-1; 3]	50	0.0188	0.0185	0.0128	0.0124	0.0487	0.0495	0.0265	0.0362	0.0078	0.0085	0.0183	0.0195	0.0060	0.0069
		100	0.0084	0.0084	0.0052	0.0059	0.0237	0.0239	0.0136	0.0219	0.0036	0.0041	0.0080	0.0097	0.0035	0.0041
		500	0.0018	0.0019	0.0009	0.0029	0.0044	0.0046	0.0022	0.0138	0.0007	0.0014	0.0014	0.0031	0.0006	0.0012
	[0; 2]	50	0.0498	0.0491	0.0373	0.0350	0.1155	0.1060	0.1141	0.0880	0.0063	0.0060	0.0194	0.0166	0.0062	0.0060
		100	0.0186	0.0183	0.0164	0.0150	0.0599	0.0602	0.0479	0.0472	0.0032	0.0030	0.0071	0.0064	0.0030	0.0030
		500	0.0045	0.0043	0.0036	0.0034	0.0108	0.0113	0.0084	0.0097	0.0006	0.0007	0.0017	0.0021	0.0005	0.0005
0.6	[-1; 3]	50	0.0153	0.0153	0.0085	0.0080	0.0526	0.0530	0.0362	0.0510	0.0048	0.0052	0.0217	0.0238	0.0051	0.0057
		100	0.0078	0.0078	0.0041	0.0047	0.0327	0.0329	0.0173	0.0280	0.0034	0.0036	0.0113	0.0122	0.0031	0.0036
		500	0.0015	0.0015	0.0007	0.0016	0.0059	0.0059	0.0025	0.0166	0.0005	0.0007	0.0016	0.0031	0.0005	0.0015
	[0; 2]	50	0.0410	0.0400	0.0360	0.0321	0.1547	0.1438	0.1441	0.1173	0.0051	0.0050	0.0260	0.0237	0.0053	0.0050
		100	0.0187	0.0182	0.0138	0.0130	0.0756	0.0747	0.0635	0.0606	0.0022	0.0022	0.0100	0.0100	0.0024	0.0025
		500	0.0034	0.0034	0.0028	0.0028	0.0132	0.0140	0.0119	0.0141	0.0005	0.0005	0.0020	0.0022	0.0006	0.0006
0.7	[-1; 3]	50	0.0142	0.0140	0.0068	0.0070	0.0870	0.0850	0.0655	0.0772	0.0051	0.0050	0.0406	0.0421	0.0052	0.0061
		100	0.0068	0.0068	0.0040	0.0043	0.0416	0.0421	0.0274	0.0392	0.0024	0.0027	0.0140	0.0161	0.0029	0.0035
		500	0.0017	0.0017	0.0007	0.0010	0.0057	0.0061	0.0043	0.0190	0.0005	0.0006	0.0024	0.0038	0.0005	0.0012
	[0; 2]	50	0.0284	0.0282	0.0230	0.0217	0.1944	0.1931	0.1379	0.1235	0.0049	0.0046	0.0321	0.0289	0.0046	0.0043
		100	0.0151	0.0150	0.0135	0.0131	0.1001	0.0943	0.0933	0.0778	0.0020	0.0019	0.0147	0.0134	0.0020	0.0020
		500	0.0028	0.0027	0.0022	0.0022	0.0167	0.0164	0.0172	0.0170	0.0004	0.0004	0.0029	0.0031	0.0005	0.0005
0.8	[-1; 3]	50	0.0136	0.0134	0.0105	0.0059	0.3730	0.2245	0.1430	0.1382	0.0060	0.0048	0.0619	0.0619	0.0063	0.0040
		100	0.0056	0.0056	0.0027	0.0026	0.0731	0.0710	0.0439	0.0601	0.0020	0.0020	0.0240	0.0272	0.0019	0.0021
		500	0.0010	0.0010	0.0005	0.0005	0.0138	0.0143	0.0069	0.0284	0.0004	0.0005	0.0052	0.0068	0.0004	0.0009
	[0; 2]	50	0.0286	0.0280	0.0239	0.0227	0.4191	0.3880	0.3591	0.2964	0.0040	0.0038	0.0614	0.0556	0.0030	0.0029
		100	0.0138	0.0137	0.0113	0.0112	0.1830	0.1782	0.1580	0.1442	0.0019	0.0018	0.0284	0.0280	0.0017	0.0016
		500	0.0021	0.0022	0.0017	0.0018	0.0285	0.0293	0.0246	0.0268	0.0003	0.0003	0.0037	0.0045	0.0003	0.0003
0.9	[-1; 3]	50	0.0118	0.0119	0.0058	0.0060	0.2948	0.3667	0.2689	0.3447	0.0043	0.0038	0.1225	0.1286	0.0019	0.0011
		100	0.0056	0.0056	0.0021	0.0021	0.1441	0.1915	0.1093	0.2022	0.0017	0.0017	0.0690	0.0711	0.0010	0.0010
		500	0.0009	0.0009	0.0006	0.0006	0.0262	0.0263	0.0137	0.0364	0.0003	0.0003	0.0084	0.0106	0.0002	0.0004
	[0; 2]	50	0.1250	0.1052	0.1114	0.0990	1.1076	1.0332	0.7790	0.6303	0.0040	0.0039	0.1239	0.1219	0.0049	0.0049
		100	0.0107	0.0106	0.0088	0.0086	0.4259	0.3642	0.5254	0.3928	0.0014	0.0013	0.0591	0.0555	0.0010	0.0009
		500	0.0024	0.0024	0.0020	0.0020	0.0582	0.0558	0.0534	0.0497	0.0003	0.0003	0.0079	0.0090	0.0002	0.0002

Tabela D.59: Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EIX

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.3523	0.3469	0.3679	0.7382	0.0430	0.0424	0.0216	0.0215	0.2448	0.2624	0.0137	0.0131	0.0027	0.0012
		100	0.2704	0.2363	0.2423	0.4155	0.0197	0.0197	0.0109	0.0103	0.1790	0.1895	0.0067	0.0061	0.0013	0.0013
		500	0.0427	0.0463	0.0400	0.1655	0.0041	0.0041	0.0018	0.0019	0.0225	0.0350	0.0010	0.0012	0.0003	0.0010
	[0; 2]	50	1.8317	1.2613	1.5009	1.3155	0.0923	0.0850	0.1275	0.0751	0.2205	0.2553	0.0224	0.0139	0.0067	0.0017
		100	0.7394	0.6015	0.8029	0.6548	0.0507	0.0486	0.0444	0.0411	0.1678	0.1612	0.0077	0.0064	0.0021	0.0010
		500	0.0922	0.1010	0.1012	0.2615	0.0100	0.0100	0.0081	0.0085	0.0208	0.0475	0.0012	0.0014	0.0003	0.0004
0.2	[-1; 3]	50	0.1833	0.1967	0.1687	0.2558	0.0487	0.0484	0.0256	0.0239	0.1584	0.1705	0.0187	0.0187	0.0048	0.0053
		100	0.1144	0.1179	0.0826	0.1686	0.0236	0.0237	0.0139	0.0152	0.0569	0.0665	0.0077	0.0083	0.0021	0.0032
		500	0.0203	0.0209	0.0157	0.1119	0.0053	0.0055	0.0022	0.0030	0.0087	0.0212	0.0015	0.0026	0.0005	0.0019
	[0; 2]	50	0.8948	0.6494	0.7894	0.7881	0.1131	0.1066	0.0946	0.0854	0.1281	0.1294	0.0191	0.0170	0.0057	0.0039
		100	0.2806	0.2330	0.2807	0.2564	0.0527	0.0514	0.0513	0.0490	0.0623	0.0683	0.0118	0.0101	0.0024	0.0022
		500	0.0491	0.0512	0.0487	0.1226	0.0104	0.0108	0.0093	0.0103	0.0089	0.0244	0.0020	0.0025	0.0005	0.0006
0.3	[-1; 3]	50	0.1580	0.1648	0.1326	0.1896	0.0610	0.0616	0.0344	0.0315	0.0857	0.0871	0.0266	0.0252	0.0070	0.0070
		100	0.0595	0.0595	0.0463	0.1069	0.0326	0.0326	0.0139	0.0164	0.0325	0.0460	0.0101	0.0124	0.0033	0.0046
		500	0.0110	0.0122	0.0098	0.0865	0.0052	0.0054	0.0029	0.0071	0.0047	0.0143	0.0023	0.0050	0.0007	0.0022
	[0; 2]	50	0.4796	0.3463	0.5031	0.3187	0.1483	0.1404	0.1220	0.1187	0.0990	0.0866	0.0345	0.0271	0.0071	0.0059
		100	0.1665	0.1517	0.1490	0.1556	0.0593	0.0588	0.0536	0.0533	0.0345	0.0406	0.0097	0.0098	0.0031	0.0029
		500	0.0318	0.0340	0.0264	0.0783	0.0126	0.0132	0.0121	0.0153	0.0060	0.0171	0.0025	0.0034	0.0007	0.0009
0.4	[-1; 3]	50	0.1121	0.1104	0.0736	0.1072	0.0649	0.0621	0.0392	0.0476	0.0429	0.0502	0.0296	0.0326	0.0072	0.0089
		100	0.0523	0.0474	0.0362	0.0766	0.0333	0.0341	0.0177	0.0268	0.0217	0.0351	0.0132	0.0174	0.0035	0.0058
		500	0.0087	0.0086	0.0076	0.0578	0.0060	0.0059	0.0031	0.0136	0.0043	0.0126	0.0025	0.0071	0.0008	0.0022
	[0; 2]	50	0.3074	0.2720	0.2992	0.2474	0.1899	0.1797	0.1763	0.1563	0.0561	0.0521	0.0289	0.0269	0.0082	0.0065
		100	0.1227	0.1174	0.1213	0.1301	0.0683	0.0685	0.0678	0.0702	0.0231	0.0273	0.0141	0.0161	0.0031	0.0031
		500	0.0233	0.0255	0.0254	0.0541	0.0142	0.0160	0.0131	0.0205	0.0042	0.0126	0.0029	0.0053	0.0008	0.0009
0.5	[-1; 3]	50	0.0959	0.0955	0.0509	0.0724	0.0740	0.0683	0.0498	0.0636	0.0335	0.0375	0.0402	0.0479	0.0091	0.0104
		100	0.0431	0.0403	0.0254	0.0466	0.0409	0.0391	0.0255	0.0491	0.0177	0.0257	0.0159	0.0231	0.0036	0.0049
		500	0.0072	0.0073	0.0047	0.0335	0.0085	0.0086	0.0046	0.0298	0.0026	0.0104	0.0024	0.0113	0.0007	0.0014
	[0; 2]	50	0.2227	0.2129	0.2361	0.1921	0.2312	0.2058	0.2136	0.1714	0.0518	0.0411	0.0458	0.0373	0.0068	0.0063
		100	0.0823	0.0814	0.0843	0.0980	0.0858	0.0908	0.0762	0.0906	0.0205	0.0215	0.0199	0.0226	0.0033	0.0030
		500	0.0198	0.0226	0.0177	0.0348	0.0174	0.0187	0.0154	0.0270	0.0038	0.0098	0.0039	0.0084	0.0008	0.0009
0.6	[-1; 3]	50	0.0599	0.0578	0.0385	0.0444	0.1022	0.1009	0.0881	0.1171	0.0336	0.0340	0.0439	0.0515	0.0076	0.0088
		100	0.0333	0.0344	0.0222	0.0274	0.0392	0.0393	0.0343	0.0721	0.0121	0.0152	0.0226	0.0317	0.0032	0.0056
		500	0.0071	0.0075	0.0044	0.0141	0.0080	0.0079	0.0066	0.0552	0.0024	0.0079	0.0037	0.0136	0.0008	0.0021
	[0; 2]	50	0.1530	0.1540	0.1379	0.1396	0.2957	0.2639	0.2909	0.2465	0.0319	0.0319	0.0535	0.0454	0.0062	0.0053
		100	0.0803	0.0746	0.0715	0.0684	0.1375	0.1242	0.1139	0.1351	0.0134	0.0146	0.0229	0.0265	0.0038	0.0036
		500	0.0135	0.0153	0.0119	0.0195	0.0235	0.0254	0.0254	0.0491	0.0020	0.0046	0.0051	0.0123	0.0006	0.0007
0.7	[-1; 3]	50	0.0581	0.0544	0.0318	0.0293	0.1499	0.1481	0.1584	0.1832	0.0225	0.0250	0.0734	0.0890	0.0073	0.0089
		100	0.0268	0.0259	0.0145	0.0187	0.0815	0.0826	0.0673	0.1437	0.0092	0.0125	0.0341	0.0440	0.0033	0.0047
		500	0.0057	0.0057	0.0026	0.0064	0.0107	0.0110	0.0090	0.0800	0.0016	0.0042	0.0052	0.0161	0.0007	0.0022
	[0; 2]	50	0.1362	0.1333	0.1153	0.1099	0.5304	0.4394	0.4864	0.4200	0.0300	0.0263	0.0834	0.0738	0.0069	0.0062
		100	0.0730	0.0743	0.0634	0.0618	0.2070	0.1856	0.1823	0.2118	0.0150	0.0149	0.0423	0.0434	0.0037	0.0035
		500	0.0105	0.0113	0.0104	0.0147	0.0290	0.0345	0.0302	0.0753	0.0022	0.0037	0.0066	0.0174	0.0006	0.0008
0.8	[-1; 3]	50	0.0454	0.0446	0.0218	0.0197	0.4405	0.3566	0.3199	0.3625	0.0201	0.0178	0.1633	0.1687	0.0058	0.0064
		100	0.0245	0.0241	0.0125	0.0120	0.1143	0.1162	0.0887	0.1930	0.0099	0.0100	0.0549	0.0674	0.0024	0.0037
		500	0.0039	0.0040	0.0021	0.0028	0.0171	0.0195	0.0155	0.1180	0.0015	0.0024	0.0098	0.0184	0.0005	0.0019
	[0; 2]	50	0.1197	0.1146	0.1094	0.0973	0.6072	0.5191	0.5999	0.5406	0.0291	0.0199	0.1360	0.1247	0.0058	0.0030
		100	0.0521	0.0529	0.0475	0.0475	0.3067	0.2547	0.3053	0.2851	0.0087	0.0091	0.0599	0.0685	0.0024	0.0023
		500	0.0093	0.0095	0.0085	0.0093	0.0518	0.0551	0.0543	0.1360	0.0019	0.0023	0.0110	0.0253	0.0004	0.0006
0.9	[-1; 3]	50	0.0419	0.0409	0.0201	0.0186	0.4828	0.5263	0.3936	0.6202	0.0165	0.0135	0.2552	0.2968	0.0034	0.0013
		100	0.0203	0.0211	0.0090	0.0086	0.2601	0.3248	0.2578	0.5831	0.0077	0.0080	0.1647	0.2049	0.0012	0.0013
		500	0.0041	0.0040	0.0020	0.0020	0.0346	0.0380	0.0370	0.1443	0.0012	0.0015	0.0188	0.0331	0.0003	0.0008
	[0; 2]	50	0.0809	0.0685	0.1712	0.0570	2.0233	1.3292	1.6930	1.4502	0.0181	0.0146	0.2750	0.2421	0.0056	0.0013
		100	0.0543	0.0503	0.0432	0.0400	0.9645	0.6801	0.9804	0.8741	0.0082	0.0072	0.1520	0.1696	0.0018	0.0011
		500	0.0101	0.0099	0.0085	0.0091	0.1117	0.1070	0.1216	0.2420	0.0014	0.0015	0.0197	0.0472	0.0003	0.0004

Tabela D.60: Estimativas do erro quadratico médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso EX

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0292	0.0273	0.0081	0.0139	0.0016	0.0137	0.0032	0.0038	0.1204	0.1302	0.0155	0.0159	0.0341	0.0063
		100	0.0277	0.0360	0.0017	0.0037	0.0005	0.0023	0.0021	0.0030	0.0727	0.0805	0.0070	0.0080	0.0017	0.0288
		500	0.0025	0.0282	0.0011	0.0229	0.0000	0.0002	0.0009	0.0009	0.0096	0.0200	0.0011	0.0028	0.0001	0.0317
	[0; 2]	50	0.0012	0.1724	0.0075	0.1404	0.0222	0.0816	0.0065	0.0128	0.1232	0.1492	0.0162	0.0207	0.0461	0.0468
		100	0.0197	0.2774	0.0156	0.1702	0.0269	0.0239	0.0113	0.0067	0.0883	0.1177	0.0069	0.0073	0.0144	0.0180
		500	0.0159	0.4568	0.0113	0.2726	0.0000	0.0044	0.0012	0.0043	0.0100	0.0551	0.0008	0.0030	0.0002	0.0309
0.2	[-1; 3]	50	0.0182	0.0025	0.0005	0.0171	0.0005	0.0025	0.0003	0.0010	0.0680	0.0810	0.0133	0.0171	0.0034	0.0415
		100	0.0179	0.0103	0.0089	0.0146	0.0010	0.0037	0.0013	0.0008	0.0290	0.0401	0.0088	0.0144	0.0045	0.0445
		500	0.0006	0.0319	0.0010	0.0259	0.0012	0.0014	0.0006	0.0018	0.0017	0.0127	0.0018	0.0085	0.0004	0.0510
	[0; 2]	50	0.0281	0.2288	0.0245	0.1437	0.0256	0.0057	0.0168	0.0020	0.0786	0.1033	0.0156	0.0224	0.0120	0.0267
		100	0.0102	0.2943	0.0086	0.1785	0.0012	0.0213	0.0008	0.0167	0.0364	0.0713	0.0099	0.0163	0.0022	0.0406
		500	0.0011	0.3639	0.0010	0.2208	0.0006	0.0215	0.0002	0.0175	0.0102	0.0508	0.0015	0.0102	0.0018	0.0481
0.3	[-1; 3]	50	0.0042	0.0064	0.0021	0.0126	0.0006	0.0042	0.0061	0.0093	0.0444	0.0579	0.0172	0.0261	0.0065	0.0443
		100	0.0170	0.0053	0.0014	0.0179	0.0020	0.0039	0.0008	0.0047	0.0168	0.0290	0.0054	0.0176	0.0024	0.0497
		500	0.0003	0.0301	0.0004	0.0245	0.0012	0.0080	0.0002	0.0062	0.0023	0.0141	0.0007	0.0139	0.0002	0.0570
	[0; 2]	50	0.0367	0.2825	0.0210	0.1805	0.0028	0.0545	0.0029	0.0375	0.0531	0.0793	0.0166	0.0299	0.0006	0.0385
		100	0.0037	0.2909	0.0044	0.1772	0.0077	0.0478	0.0058	0.0334	0.0205	0.0563	0.0068	0.0209	0.0034	0.0482
		500	0.0008	0.3137	0.0025	0.1965	0.0014	0.0573	0.0002	0.0393	0.0014	0.0426	0.0018	0.0190	0.0017	0.0441
0.4	[-1; 3]	50	0.0164	0.0003	0.0146	0.0003	0.0138	0.0035	0.0070	0.0023	0.0343	0.0472	0.0200	0.0344	0.0022	0.0316
		100	0.0087	0.0152	0.0038	0.0157	0.0054	0.0055	0.0042	0.0050	0.0143	0.0292	0.0096	0.0246	0.0042	0.0501
		500	0.0024	0.0300	0.0011	0.0228	0.0008	0.0125	0.0001	0.0100	0.0021	0.0147	0.0019	0.0205	0.0013	0.0542
	[0; 2]	50	0.0113	0.2322	0.0031	0.1536	0.0203	0.0934	0.0128	0.0643	0.0301	0.0607	0.0149	0.0353	0.0012	0.0239
		100	0.0072	0.2292	0.0017	0.1478	0.0009	0.1110	0.0019	0.0741	0.0149	0.0499	0.0114	0.0328	0.0030	0.0228
		500	0.0048	0.2461	0.0042	0.1549	0.0037	0.1001	0.0017	0.0674	0.0020	0.0395	0.0019	0.0247	0.0015	0.0330
0.5	[-1; 3]	50	0.0194	0.0046	0.0074	0.0050	0.0017	0.0169	0.0048	0.0105	0.0305	0.0433	0.0124	0.0283	0.0105	0.0094
		100	0.0014	0.0191	0.0029	0.0178	0.0038	0.0272	0.0021	0.0197	0.0099	0.0275	0.0071	0.0239	0.0070	0.0128
		500	0.0007	0.0211	0.0014	0.0153	0.0057	0.0136	0.0033	0.0128	0.0009	0.0190	0.0004	0.0190	0.0002	0.0010
	[0; 2]	50	0.0001	0.1725	0.0059	0.1186	0.0040	0.1636	0.0005	0.1062	0.0218	0.0479	0.0267	0.0502	0.0043	0.0040
		100	0.0095	0.1736	0.0054	0.1141	0.0183	0.1660	0.0105	0.1111	0.0140	0.0431	0.0106	0.0425	0.0039	0.0021
		500	0.0040	0.1643	0.0033	0.1060	0.0006	0.1737	0.0008	0.1129	0.0023	0.0349	0.0008	0.0346	0.0015	0.0009
0.6	[-1; 3]	50	0.0002	0.0062	0.0046	0.0116	0.0174	0.0132	0.0120	0.0103	0.0162	0.0304	0.0335	0.0435	0.0003	0.0360
		100	0.0025	0.0150	0.0016	0.0087	0.0016	0.0279	0.0013	0.0219	0.0062	0.0233	0.0117	0.0251	0.0025	0.0461
		500	0.0042	0.0144	0.0016	0.0110	0.0002	0.0249	0.0010	0.0213	0.0020	0.0204	0.0019	0.0149	0.0018	0.0493
	[0; 2]	50	0.0071	0.0963	0.0016	0.0670	0.0028	0.2382	0.0053	0.1502	0.0217	0.0394	0.0244	0.0562	0.0010	0.0275
		100	0.0183	0.0975	0.0151	0.0640	0.0226	0.2408	0.0179	0.1501	0.0065	0.0292	0.0135	0.0493	0.0018	0.0298
		500	0.0003	0.1054	0.0033	0.0741	0.0036	0.2439	0.0017	0.1535	0.0015	0.0278	0.0020	0.0401	0.0001	0.0286
0.7	[-1; 3]	50	0.0029	0.0059	0.0013	0.0053	0.0202	0.0024	0.0155	0.0004	0.0150	0.0260	0.0441	0.0544	0.0014	0.0446
		100	0.0041	0.0019	0.0033	0.0018	0.0102	0.0099	0.0007	0.0173	0.0080	0.0197	0.0235	0.0338	0.0008	0.0551
		500	0.0005	0.0068	0.0009	0.0066	0.0022	0.0263	0.0002	0.0236	0.0020	0.0147	0.0018	0.0129	0.0013	0.0571
	[0; 2]	50	0.0221	0.0239	0.0150	0.0258	0.0009	0.2665	0.0030	0.1703	0.0129	0.0242	0.0484	0.0799	0.0008	0.0450
		100	0.0070	0.0528	0.0063	0.0356	0.0149	0.2802	0.0128	0.1719	0.0085	0.0231	0.0233	0.0560	0.0015	0.0454
		500	0.0042	0.0542	0.0030	0.0380	0.0058	0.3061	0.0049	0.1886	0.0000	0.0174	0.0048	0.0444	0.0004	0.0446
0.8	[-1; 3]	50	0.0067	0.0036	0.0002	0.0020	0.0258	0.0234	0.0135	0.0039	0.0121	0.0170	0.0727	0.0853	0.0008	0.0426
		100	0.0015	0.0030	0.0011	0.0026	0.0144	0.0006	0.0035	0.0124	0.0051	0.0110	0.0370	0.0493	0.0018	0.0454
		500	0.0015	0.0042	0.0006	0.0029	0.0009	0.0336	0.0012	0.0254	0.0026	0.0091	0.0085	0.0185	0.0009	0.0498
	[0; 2]	50	0.0053	0.0107	0.0029	0.0055	0.0339	0.2664	0.0256	0.1780	0.0151	0.0201	0.0823	0.1100	0.0031	0.0311
		100	0.0106	0.0117	0.0104	0.0084	0.0034	0.3511	0.0034	0.2118	0.0070	0.0126	0.0375	0.0765	0.0013	0.0455
		500	0.0030	0.0183	0.0011	0.0162	0.0079	0.3675	0.0049	0.2217	0.0026	0.0108	0.0046	0.0462	0.0022	0.0464
0.9	[-1; 3]	50	0.0088	0.0459	0.0058	0.0101	0.0506	0.0017	0.0191	0.0065	0.0135	0.0173	0.1182	0.1287	0.0339	0.0165
		100	0.0028	0.0036	0.0013	0.0019	0.0024	0.0247	0.0057	0.0070	0.0037	0.0046	0.0778	0.0915	0.0023	0.0282
		500	0.0011	0.0009	0.0003	0.0001	0.0117	0.0137	0.0028	0.0212	0.0008	0.0028	0.0102	0.0188	0.0009	0.0312
	[0; 2]	50	0.0099	0.0648	0.0016	0.0178	0.0196	0.1986	0.0195	0.1270	0.0163	0.0155	0.1041	0.1368	0.0442	0.0198
		100	0.0099	0.0145	0.0059	0.0031	0.0337	0.3212	0.0286	0.1910	0.0083	0.0085	0.0702	0.1089	0.0065	0.0233
		500	0.0029	0.0002	0.0023	0.0026	0.0023	0.4428	0.0002	0.2630	0.0021	0.0037	0.0112	0.0559	0.0010	0.0319

Tabela D.61: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CI



$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0739	0.1855	0.0211	0.0927	0.0048	0.2408	0.0043	0.0543	0.2103	0.2576	0.0370	0.0392	0.0526	0.0261
		100	0.0393	0.2305	0.0064	0.0796	0.0018	0.1164	0.0022	0.0209	0.1754	0.2226	0.0181	0.0288	0.0092	0.0065
		500	0.0155	0.4965	0.0037	0.1554	0.0031	0.0170	0.0026	0.0176	0.0312	0.1170	0.0009	0.0048	0.0023	0.0543
	[0; 2]	50	0.1087	0.4227	0.0998	0.4027	0.0508	0.6625	0.0371	0.1967	0.2027	0.2623	0.0624	0.0987	0.1155	0.1908
		100	0.0471	0.6639	0.0330	0.4425	0.0444	0.4115	0.0230	0.0813	0.1817	0.2707	0.0287	0.0619	0.0545	0.1018
		500	0.0190	1.0588	0.0264	0.4918	0.0048	0.1243	0.0015	0.0122	0.0566	0.2283	0.0058	0.0066	0.0008	0.0149
0.2	[-1; 3]	50	0.0351	0.1758	0.0071	0.0685	0.0060	0.0481	0.0017	0.0061	0.1487	0.1936	0.0276	0.0375	0.0207	0.0317
		100	0.0706	0.3324	0.0308	0.1044	0.0153	0.0276	0.0052	0.0194	0.0600	0.1317	0.0210	0.0211	0.0022	0.0798
		500	0.0016	0.2325	0.0005	0.0531	0.0001	0.0187	0.0018	0.0190	0.0162	0.0719	0.0038	0.0061	0.0014	0.0917
	[0; 2]	50	0.0030	0.5821	0.0477	0.4022	0.0369	0.2669	0.0314	0.0474	0.1504	0.2443	0.0646	0.0707	0.0758	0.0338
		100	0.0215	0.8120	0.0176	0.4454	0.0088	0.1187	0.0116	0.0155	0.0770	0.2095	0.0254	0.0399	0.0368	0.0217
		500	0.0190	0.9993	0.0225	0.4738	0.0045	0.0442	0.0028	0.0402	0.0262	0.1888	0.0056	0.0058	0.0033	0.0853
0.3	[-1; 3]	50	0.0718	0.2167	0.0305	0.0701	0.0109	0.0002	0.0050	0.0064	0.1012	0.1460	0.0251	0.0420	0.0033	0.0806
		100	0.0190	0.0500	0.0020	0.0056	0.0110	0.0169	0.0017	0.0075	0.0489	0.0983	0.0148	0.0313	0.0065	0.0925
		500	0.0059	0.1172	0.0009	0.0066	0.0038	0.0205	0.0000	0.0110	0.0084	0.0554	0.0016	0.0199	0.0001	0.1081
	[0; 2]	50	0.0574	0.5587	0.0146	0.3284	0.0160	0.0406	0.0012	0.0519	0.1495	0.2212	0.0416	0.0709	0.0079	0.0395
		100	0.0157	0.7292	0.0043	0.3868	0.0565	0.0367	0.0277	0.0645	0.0566	0.1798	0.0247	0.0520	0.0124	0.0699
		500	0.0100	0.8719	0.0108	0.4070	0.0080	0.0462	0.0053	0.0690	0.0189	0.1774	0.0038	0.0165	0.0043	0.1265
0.4	[-1; 3]	50	0.0303	0.0879	0.0089	0.0062	0.0186	0.0185	0.0059	0.0025	0.0703	0.1089	0.0442	0.0719	0.0058	0.0636
		100	0.0291	0.0783	0.0229	0.0149	0.0162	0.0037	0.0054	0.0062	0.0385	0.0817	0.0187	0.0517	0.0052	0.0757
		500	0.0004	0.0042	0.0031	0.0408	0.0003	0.0063	0.0012	0.0093	0.0071	0.0433	0.0044	0.0429	0.0048	0.1068
	[0; 2]	50	0.0674	0.5682	0.0302	0.3184	0.0166	0.1696	0.0289	0.1127	0.0955	0.1670	0.0603	0.1014	0.0043	0.0465
		100	0.0004	0.6237	0.0119	0.3089	0.0082	0.1728	0.0100	0.1213	0.0556	0.1688	0.0232	0.0655	0.0065	0.0841
		500	0.0027	0.6206	0.0012	0.3096	0.0102	0.1639	0.0055	0.1202	0.0093	0.1427	0.0065	0.0585	0.0020	0.0906
0.5	[-1; 3]	50	0.0138	0.0040	0.0084	0.0178	0.0264	0.0249	0.0027	0.0155	0.0395	0.0754	0.0481	0.0798	0.0020	0.0012
		100	0.0017	0.0054	0.0028	0.0152	0.0068	0.0047	0.0069	0.0225	0.0284	0.0676	0.0095	0.0544	0.0027	0.0113
		500	0.0039	0.0606	0.0013	0.0507	0.0003	0.0483	0.0035	0.0422	0.0028	0.0479	0.0064	0.0493	0.0005	0.0049
	[0; 2]	50	0.0393	0.3413	0.0325	0.1942	0.0218	0.3925	0.0288	0.2298	0.0648	0.1269	0.0826	0.1338	0.0055	0.0051
		100	0.0153	0.3522	0.0074	0.2036	0.0179	0.3994	0.0026	0.2258	0.0356	0.1155	0.0433	0.1222	0.0147	0.0138
		500	0.0015	0.3598	0.0030	0.2051	0.0013	0.3694	0.0053	0.2030	0.0044	0.1016	0.0125	0.1096	0.0006	0.0034
0.6	[-1; 3]	50	0.0313	0.0226	0.0105	0.0061	0.0587	0.0995	0.0250	0.0271	0.0390	0.0654	0.0600	0.1030	0.0026	0.0598
		100	0.0032	0.0123	0.0064	0.0203	0.0246	0.0554	0.0095	0.0086	0.0164	0.0508	0.0368	0.0793	0.0028	0.0816
		500	0.0021	0.0001	0.0013	0.0058	0.0092	0.0349	0.0021	0.0219	0.0032	0.0425	0.0030	0.0387	0.0019	0.1025
	[0; 2]	50	0.0012	0.2196	0.0175	0.1384	0.0163	0.5273	0.0071	0.2887	0.0658	0.1014	0.0812	0.1680	0.0256	0.0432
		100	0.0208	0.1388	0.0210	0.1164	0.0201	0.6212	0.0139	0.3325	0.0284	0.0726	0.0426	0.1591	0.0038	0.0765
		500	0.0034	0.1559	0.0023	0.1148	0.0100	0.6319	0.0039	0.3168	0.0056	0.0584	0.0141	0.1446	0.0028	0.0906
0.7	[-1; 3]	50	0.0158	0.0205	0.0039	0.0012	0.0899	0.1196	0.0293	0.0172	0.0392	0.0533	0.0905	0.1273	0.0120	0.0662
		100	0.0077	0.0150	0.0019	0.0049	0.0315	0.1462	0.0115	0.0237	0.0182	0.0336	0.0376	0.0903	0.0029	0.0954
		500	0.0042	0.0204	0.0023	0.0132	0.0156	0.1295	0.0051	0.0127	0.0023	0.0209	0.0059	0.0474	0.0002	0.1100
	[0; 2]	50	0.0031	0.0130	0.0205	0.0529	0.0539	0.5844	0.0419	0.3256	0.0496	0.0699	0.1113	0.2043	0.0235	0.0451
		100	0.0013	0.0404	0.0050	0.0670	0.0381	0.7118	0.0120	0.3665	0.0322	0.0558	0.0702	0.1875	0.0110	0.0692
		500	0.0125	0.0416	0.0100	0.0698	0.0206	0.8242	0.0061	0.3927	0.0043	0.0221	0.0111	0.1703	0.0037	0.1152
0.8	[-1; 3]	50	0.0016	0.0797	0.0013	0.0017	0.0657	0.1352	0.0055	0.0319	0.0310	0.0332	0.1573	0.2008	0.0086	0.0451
		100	0.0070	0.0122	0.0004	0.0075	0.0071	0.1946	0.0010	0.0521	0.0154	0.0190	0.0784	0.1370	0.0021	0.0689
		500	0.0018	0.0220	0.0011	0.0165	0.0002	0.2377	0.0029	0.0589	0.0038	0.0063	0.0138	0.0692	0.0025	0.0913
	[0; 2]	50	0.0116	0.1643	0.0056	0.0155	0.0051	0.5015	0.0050	0.3214	0.0429	0.0602	0.1770	0.2480	0.0436	0.0151
		100	0.0119	0.1188	0.0178	0.0109	0.0028	0.7616	0.0110	0.4079	0.0220	0.0354	0.1032	0.2255	0.0132	0.0302
		500	0.0040	0.0392	0.0030	0.0423	0.0104	0.9984	0.0041	0.4633	0.0041	0.0029	0.0223	0.1929	0.0030	0.0872
0.9	[-1; 3]	50	0.0164	0.2442	0.0018	0.0501	0.0631	0.1852	0.0201	0.0993	0.0386	0.0404	0.1910	0.2491	0.0608	0.0368
		100	0.0087	0.0930	0.0030	0.0129	0.0871	0.2386	0.0329	0.0852	0.0177	0.0171	0.1503	0.2089	0.0182	0.0109
		500	0.0033	0.0019	0.0007	0.0137	0.0453	0.4912	0.0217	0.1674	0.0021	0.0012	0.0422	0.1126	0.0006	0.0487
	[0; 2]	50	0.0537	0.4264	0.0187	0.0966	0.0218	0.2077	0.0118	0.2021	0.0479	0.0789	0.2232	0.2725	0.1031	0.1307
		100	0.0136	0.4087	0.0208	0.0868	0.0053	0.5513	0.0068	0.3550	0.0315	0.0648	0.1837	0.2774	0.0406	0.0824
		500	0.0044	0.0931	0.0043	0.0130	0.0076	1.1280	0.0079	0.5183	0.0044	0.0040	0.0414	0.2275	0.0060	0.0291

Tabela D.62: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0562	0.2972	0.0061	0.1872	0.0078	0.5230	0.0316	0.0829	0.1935	0.2543	0.0602	0.1168	0.0922	0.1013
		100	0.0669	0.7468	0.0431	0.3130	0.0013	0.1847	0.0207	0.0033	0.1720	0.2956	0.0394	0.0659	0.0460	0.0104
		500	0.0591	1.3217	0.0200	0.4343	0.0001	0.0901	0.0026	0.0368	0.0546	0.2464	0.0057	0.0094	0.0024	0.0438
	[0; 2]	50	0.0866	0.1003	0.1387	0.0999	0.0599	1.2213	0.0074	0.3629	0.2071	0.1727	0.0868	0.2521	0.1327	0.2551
		100	0.0006	0.4299	0.0191	0.3427	0.0404	0.7790	0.0433	0.1469	0.2072	0.2265	0.0695	0.2160	0.0855	0.1873
		500	0.0367	0.9152	0.0626	0.4600	0.0160	0.6583	0.0034	0.0206	0.0989	0.2603	0.0148	0.1580	0.0198	0.1357
0.2	[-1; 3]	50	0.0815	0.4934	0.0422	0.2261	0.0345	0.1565	0.0160	0.0171	0.1391	0.2332	0.0641	0.0972	0.0531	0.0105
		100	0.0347	0.7220	0.0064	0.2455	0.0002	0.0233	0.0187	0.0370	0.1017	0.2376	0.0363	0.0494	0.0143	0.0798
		500	0.0335	1.2412	0.0163	0.4067	0.0065	0.0191	0.0014	0.0829	0.0172	0.2013	0.0047	0.0051	0.0016	0.1181
	[0; 2]	50	0.0042	0.4655	0.0607	0.3597	0.0581	0.5210	0.0719	0.1237	0.1441	0.2168	0.1325	0.2140	0.1127	0.0903
		100	0.0654	0.7927	0.0612	0.4169	0.0169	0.3251	0.0522	0.0136	0.1387	0.2744	0.0638	0.1395	0.0461	0.0048
		500	0.0086	1.1376	0.0057	0.4265	0.0128	0.2010	0.0012	0.1315	0.0352	0.3552	0.0166	0.0390	0.0177	0.0862
0.3	[-1; 3]	50	0.0631	0.2784	0.0369	0.1052	0.0317	0.0925	0.0097	0.0046	0.0934	0.1889	0.0727	0.1067	0.0459	0.0359
		100	0.0145	0.3445	0.0048	0.0788	0.0177	0.0460	0.0001	0.0486	0.0551	0.1938	0.0292	0.0499	0.0043	0.1121
		500	0.0036	0.9497	0.0021	0.3090	0.0063	0.0569	0.0063	0.1044	0.0090	0.1664	0.0098	0.0331	0.0000	0.1621
	[0; 2]	50	0.0604	0.5152	0.0187	0.2733	0.0020	0.0073	0.0206	0.0686	0.1445	0.2380	0.1166	0.1635	0.0484	0.0123
		100	0.0773	0.7110	0.0232	0.3406	0.0526	0.0718	0.0780	0.0538	0.0611	0.2218	0.0748	0.1426	0.0541	0.0498
		500	0.0059	1.0167	0.0129	0.4791	0.0260	0.1998	0.0045	0.1692	0.0140	0.2381	0.0211	0.1271	0.0148	0.0662
0.4	[-1; 3]	50	0.0199	0.0573	0.0254	0.0086	0.0171	0.0428	0.0300	0.0438	0.0816	0.1662	0.0784	0.0876	0.0115	0.0048
		100	0.0085	0.0703	0.0088	0.0034	0.0064	0.0204	0.0011	0.0214	0.0233	0.1351	0.0359	0.0656	0.0103	0.0169
		500	0.0101	0.0603	0.0035	0.0130	0.0052	0.0021	0.0017	0.0355	0.0115	0.1293	0.0040	0.0283	0.0000	0.0269
	[0; 2]	50	0.0277	0.4086	0.0039	0.2219	0.0045	0.3773	0.0902	0.1421	0.0825	0.1681	0.1631	0.2182	0.0486	0.0421
		100	0.0213	0.4308	0.0033	0.2334	0.0370	0.4637	0.0365	0.2166	0.0443	0.1394	0.0676	0.2019	0.0458	0.0561
		500	0.0204	0.5283	0.0219	0.3325	0.0188	0.5591	0.0048	0.2260	0.0056	0.0947	0.0184	0.2248	0.0155	0.0768
0.5	[-1; 3]	50	0.0039	0.0104	0.0097	0.0212	0.0120	0.0756	0.0053	0.0221	0.0640	0.1168	0.0907	0.1252	0.0029	0.0747
		100	0.0293	0.0208	0.0033	0.0055	0.0430	0.0671	0.0204	0.0362	0.0294	0.0814	0.0512	0.0933	0.0062	0.1067
		500	0.0027	0.0174	0.0013	0.0033	0.0012	0.0291	0.0032	0.0690	0.0051	0.0673	0.0098	0.0531	0.0020	0.1135
	[0; 2]	50	0.0015	0.1305	0.0253	0.1331	0.0193	0.5639	0.0776	0.2207	0.0633	0.1115	0.1747	0.2638	0.0456	0.0924
		100	0.0068	0.2493	0.0110	0.1934	0.0149	0.7146	0.0390	0.2736	0.0378	0.0718	0.0685	0.2590	0.0192	0.1182
		500	0.0122	0.1386	0.0130	0.2098	0.0366	1.0244	0.0040	0.3650	0.0019	0.0057	0.0277	0.3124	0.0109	0.2022
0.6	[-1; 3]	50	0.0104	0.0404	0.0052	0.0008	0.0355	0.1266	0.0186	0.0132	0.0425	0.0701	0.1249	0.1631	0.0016	0.0817
		100	0.0237	0.0154	0.0123	0.0147	0.0202	0.1010	0.0070	0.0407	0.0233	0.0571	0.0523	0.1019	0.0054	0.1027
		500	0.0014	0.0002	0.0020	0.0019	0.0012	0.0621	0.0038	0.0738	0.0031	0.0296	0.0091	0.0590	0.0012	0.1336
	[0; 2]	50	0.0502	0.0501	0.0004	0.0847	0.0452	0.6678	0.0049	0.3277	0.0727	0.0778	0.1846	0.3283	0.0019	0.0702
		100	0.0201	0.0323	0.0127	0.1169	0.0744	0.8500	0.0140	0.3131	0.0183	0.0324	0.1125	0.3081	0.0161	0.1237
		500	0.0090	0.0701	0.0031	0.1387	0.0132	1.2214	0.0104	0.4407	0.0050	0.0278	0.0276	0.3299	0.0029	0.2022
0.7	[-1; 3]	50	0.0184	0.0939	0.0131	0.0032	0.0158	0.1163	0.0328	0.0150	0.0306	0.0479	0.1973	0.2512	0.0053	0.0559
		100	0.0038	0.0112	0.0006	0.0122	0.0197	0.1858	0.0122	0.0377	0.0155	0.0228	0.0784	0.1503	0.0049	0.1135
		500	0.0040	0.0075	0.0046	0.0122	0.0119	0.1342	0.0141	0.0715	0.0022	0.0022	0.0186	0.0840	0.0005	0.1278
	[0; 2]	50	0.1081	0.3272	0.0222	0.0102	0.0088	0.6120	0.0084	0.3409	0.0600	0.0661	0.2397	0.3537	0.0578	0.0170
		100	0.0320	0.0670	0.0060	0.0742	0.0311	0.8627	0.0609	0.3084	0.0185	0.0129	0.1563	0.3461	0.0028	0.0871
		500	0.0103	0.0022	0.0103	0.0938	0.0477	1.3365	0.0047	0.4925	0.0053	0.0289	0.0281	0.3381	0.0035	0.1579
0.8	[-1; 3]	50	0.0115	0.2278	0.0019	0.0229	0.1075	0.2418	0.0402	0.0710	0.0367	0.0422	0.2288	0.3018	0.0225	0.0094
		100	0.0041	0.0801	0.0027	0.0038	0.0012	0.2208	0.0299	0.0054	0.0085	0.0095	0.1520	0.2358	0.0038	0.0664
		500	0.0034	0.0072	0.0008	0.0167	0.0013	0.3028	0.0073	0.0063	0.0022	0.0078	0.0296	0.1195	0.0015	0.0965
	[0; 2]	50	0.1436	0.5972	0.0583	0.1044	0.0268	0.6108	0.0644	0.3743	0.0487	0.0573	0.3237	0.4355	0.0621	0.0995
		100	0.0576	0.4293	0.0028	0.0343	0.1827	0.8253	0.0178	0.3934	0.0165	0.0385	0.2442	0.3821	0.0098	0.0379
		500	0.0029	0.1221	0.0045	0.0434	0.0473	1.3368	0.0052	0.5082	0.0018	0.0249	0.0551	0.3557	0.0047	0.0807
0.9	[-1; 3]	50	0.0284	0.6835	0.0087	0.1244	0.0875	0.0647	0.0255	0.0765	0.0424	0.0510	0.3225	0.3974	0.0795	0.1346
		100	0.0000	0.1703	0.0029	0.0156	0.0675	0.1503	0.0064	0.0211	0.0195	0.0178	0.2799	0.3562	0.0204	0.0083
		500	0.0029	0.0045	0.0015	0.0122	0.0166	0.4449	0.0107	0.0381	0.0011	0.0121	0.0464	0.1635	0.0027	0.0548
	[0; 2]	50	0.2322	0.8213	0.0702	0.1971	0.0342	0.3374	0.0347	0.2721	0.0791	0.1062	0.3881	0.4709	0.1710	0.2357
		100	0.1021	0.8157	0.0306	0.1914	0.0465	0.7287	0.0428	0.4261	0.0336	0.0577	0.2904	0.4561	0.0732	0.1816
		500	0.0043	0.2973	0.0017	0.0002	0.0528	1.2290	0.0388	0.4903	0.0037	0.0011	0.0719	0.3495	0.0045	0.0462

Tabela D.63: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CIII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0145	0.0316	0.0174	0.0220	0.0025	0.0060	0.0022	0.0063	0.1049	0.1398	0.0281	0.0266	0.0528	0.0053
		100	0.0091	0.0508	0.0373	0.0987	0.0025	0.0068	0.0023	0.0065	0.0774	0.1171	0.0158	0.0128	0.0113	0.0392
		500	0.0066	0.0652	0.0102	0.1142	0.0019	0.0118	0.0025	0.0142	0.0189	0.0566	0.0014	0.0014	0.0003	0.0518
	[0; 2]	50	0.0365	0.0417	0.0000	0.2536	0.0115	0.0058	0.0117	0.0016	0.1196	0.1685	0.0327	0.0302	0.0601	0.0037
		100	0.0104	0.0736	0.0233	0.3388	0.0201	0.0061	0.0032	0.0051	0.0856	0.1604	0.0214	0.0191	0.0243	0.0283
		500	0.0031	0.0045	0.0158	0.3564	0.0110	0.0216	0.0064	0.0088	0.0237	0.1120	0.0048	0.0037	0.0050	0.0513
0.2	[-1; 3]	50	0.0029	0.0213	0.0039	0.0016	0.0001	0.0008	0.0012	0.0018	0.0878	0.1135	0.0232	0.0310	0.0142	0.0433
		100	0.0005	0.0424	0.0070	0.0204	0.0036	0.0000	0.0014	0.0049	0.0255	0.0620	0.0171	0.0239	0.0030	0.0724
		500	0.0020	0.0442	0.0000	0.0251	0.0008	0.0023	0.0007	0.0068	0.0076	0.0360	0.0018	0.0094	0.0001	0.0797
	[0; 2]	50	0.0355	0.0471	0.0444	0.2341	0.0195	0.0197	0.0009	0.0312	0.0710	0.1296	0.0374	0.0455	0.0406	0.0306
		100	0.0129	0.0162	0.0229	0.2216	0.0070	0.0312	0.0007	0.0379	0.0475	0.1191	0.0160	0.0294	0.0105	0.0560
		500	0.0063	0.0573	0.0039	0.3421	0.0066	0.0322	0.0013	0.0320	0.0047	0.0831	0.0044	0.0232	0.0021	0.0703
0.3	[-1; 3]	50	0.0076	0.0305	0.0157	0.0328	0.0015	0.0055	0.0068	0.0080	0.0425	0.0808	0.0362	0.0452	0.0056	0.0378
		100	0.0026	0.0192	0.0076	0.0075	0.0053	0.0160	0.0003	0.0103	0.0283	0.0620	0.0135	0.0309	0.0043	0.0521
		500	0.0036	0.0305	0.0025	0.0237	0.0018	0.0134	0.0010	0.0109	0.0026	0.0291	0.0041	0.0250	0.0015	0.0794
	[0; 2]	50	0.0184	0.0596	0.0122	0.1893	0.0171	0.0215	0.0078	0.0669	0.0625	0.1066	0.0336	0.0631	0.0142	0.0240
		100	0.0119	0.0680	0.0051	0.2183	0.0202	0.0223	0.0032	0.0855	0.0196	0.0730	0.0240	0.0640	0.0086	0.0247
		500	0.0068	0.0798	0.0087	0.2531	0.0064	0.0279	0.0022	0.0851	0.0052	0.0592	0.0069	0.0602	0.0029	0.0248
0.4	[-1; 3]	50	0.0078	0.0102	0.0164	0.0057	0.0102	0.0110	0.0131	0.0022	0.0331	0.0676	0.0378	0.0498	0.0065	0.0020
		100	0.0062	0.0250	0.0058	0.0176	0.0026	0.0288	0.0028	0.0284	0.0153	0.0514	0.0131	0.0272	0.0031	0.0260
		500	0.0027	0.0201	0.0003	0.0214	0.0042	0.0379	0.0014	0.0345	0.0025	0.0419	0.0030	0.0178	0.0009	0.0422
	[0; 2]	50	0.0097	0.0453	0.0177	0.1228	0.0241	0.0156	0.0183	0.1177	0.0348	0.0712	0.0327	0.0779	0.0004	0.0206
		100	0.0011	0.0556	0.0020	0.1345	0.0171	0.0481	0.0243	0.1647	0.0224	0.0555	0.0200	0.0824	0.0053	0.0374
		500	0.0017	0.0734	0.0022	0.1660	0.0017	0.0387	0.0028	0.1654	0.0018	0.0372	0.0044	0.0841	0.0021	0.0367
0.5	[-1; 3]	50	0.0121	0.0001	0.0085	0.0006	0.0222	0.0107	0.0066	0.0169	0.0254	0.0513	0.0389	0.0516	0.0074	0.0447
		100	0.0034	0.0089	0.0066	0.0050	0.0065	0.0322	0.0073	0.0237	0.0091	0.0389	0.0200	0.0327	0.0037	0.0606
		500	0.0038	0.0086	0.0065	0.0074	0.0016	0.0428	0.0018	0.0385	0.0007	0.0301	0.0061	0.0166	0.0043	0.0750
	[0; 2]	50	0.0039	0.0430	0.0235	0.0745	0.0375	0.0151	0.0253	0.1827	0.0293	0.0467	0.0460	0.1021	0.0165	0.0743
		100	0.0046	0.0543	0.0036	0.0951	0.0139	0.0307	0.0003	0.1934	0.0142	0.0395	0.0319	0.1002	0.0053	0.0607
		500	0.0004	0.0555	0.0029	0.1007	0.0002	0.0443	0.0022	0.2313	0.0033	0.0222	0.0039	0.0951	0.0016	0.0780
0.6	[-1; 3]	50	0.0006	0.0062	0.0109	0.0020	0.0037	0.0405	0.0014	0.0452	0.0235	0.0406	0.0608	0.0683	0.0120	0.0531
		100	0.0097	0.0030	0.0077	0.0012	0.0129	0.0554	0.0044	0.0248	0.0076	0.0283	0.0348	0.0441	0.0017	0.0675
		500	0.0008	0.0081	0.0008	0.0081	0.0089	0.0392	0.0058	0.0406	0.0047	0.0252	0.0044	0.0152	0.0031	0.0730
	[0; 2]	50	0.0117	0.0242	0.0102	0.0477	0.0192	0.0363	0.0086	0.2410	0.0219	0.0314	0.0667	0.1298	0.0146	0.0804
		100	0.0065	0.0332	0.0110	0.0556	0.0311	0.0177	0.0213	0.2226	0.0075	0.0214	0.0347	0.1073	0.0064	0.0789
		500	0.0031	0.0431	0.0076	0.0538	0.0046	0.0459	0.0016	0.2926	0.0014	0.0064	0.0057	0.1080	0.0020	0.0978
0.7	[-1; 3]	50	0.0015	0.0053	0.0010	0.0054	0.0072	0.0437	0.0120	0.0041	0.0122	0.0219	0.0755	0.0899	0.0034	0.0596
		100	0.0033	0.0061	0.0010	0.0014	0.0214	0.0668	0.0029	0.0337	0.0059	0.0173	0.0376	0.0472	0.0012	0.0667
		500	0.0013	0.0023	0.0009	0.0040	0.0083	0.0603	0.0026	0.0530	0.0007	0.0132	0.0087	0.0180	0.0009	0.0697
	[0; 2]	50	0.0008	0.0195	0.0001	0.0292	0.0340	0.0365	0.0092	0.2585	0.0146	0.0212	0.0961	0.1469	0.0045	0.0685
		100	0.0045	0.0287	0.0021	0.0343	0.0044	0.0589	0.0243	0.2987	0.0079	0.0126	0.0584	0.1340	0.0074	0.0760
		500	0.0002	0.0315	0.0019	0.0366	0.0052	0.0529	0.0093	0.3318	0.0019	0.0024	0.0040	0.1104	0.0007	0.0845
0.8	[-1; 3]	50	0.0029	0.0034	0.0008	0.0262	0.0144	0.0545	0.0136	0.0432	0.0125	0.0169	0.1117	0.1249	0.0050	0.0417
		100	0.0005	0.0014	0.0006	0.0008	0.0357	0.0911	0.0133	0.0390	0.0057	0.0089	0.0648	0.0829	0.0003	0.0542
		500	0.0002	0.0012	0.0009	0.0005	0.0013	0.0577	0.0041	0.0433	0.0022	0.0078	0.0089	0.0160	0.0021	0.0581
	[0; 2]	50	0.0066	0.0177	0.0089	0.0177	0.0294	0.0751	0.0389	0.3388	0.0207	0.0137	0.1233	0.2003	0.0165	0.0554
		100	0.0051	0.0246	0.0025	0.0218	0.0038	0.0609	0.0287	0.3424	0.0077	0.0058	0.0762	0.1549	0.0018	0.0598
		500	0.0058	0.0267	0.0043	0.0218	0.0244	0.0205	0.0029	0.3443	0.0003	0.0029	0.0167	0.1243	0.0024	0.0674
0.9	[-1; 3]	50	0.0044	0.0036	0.0004	0.0254	0.0032	0.0211	0.0422	0.0203	0.0102	0.0094	0.1946	0.2213	0.0333	0.0002
		100	0.0014	0.0031	0.0003	0.0013	0.0185	0.0427	0.0503	0.0757	0.0041	0.0030	0.1033	0.1289	0.0024	0.0302
		500	0.0016	0.0008	0.0002	0.0006	0.0058	0.0747	0.0010	0.0301	0.0005	0.0000	0.0237	0.0337	0.0001	0.0341
	[0; 2]	50	0.0025	0.0148	0.0052	0.0024	0.0053	0.0461	0.0293	0.2950	0.0162	0.0094	0.2120	0.2648	0.0450	0.0024
		100	0.0019	0.0104	0.0024	0.0076	0.0322	0.0422	0.0488	0.4021	0.0065	0.0024	0.1476	0.2238	0.0005	0.0341
		500	0.0032	0.0151	0.0021	0.0101	0.0125	0.0392	0.0141	0.3797	0.0027	0.0014	0.0277	0.1377	0.0014	0.0375

Tabela D.64: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CIV

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0168	0.0814	0.0392	0.1987	0.0144	0.0023	0.0054	0.0056	0.2212	0.2730	0.0295	0.0222	0.0531	0.0131
		100	0.0283	0.1399	0.0289	0.1140	0.0007	0.0125	0.0036	0.0124	0.1580	0.2132	0.0159	0.0109	0.0125	0.0406
		500	0.0148	0.1886	0.0211	0.1825	0.0014	0.0138	0.0005	0.0146	0.0343	0.1023	0.0028	0.0023	0.0002	0.0531
	[0; 2]	50	0.0186	0.0642	0.0093	0.2727	0.0648	0.0076	0.0330	0.0145	0.2273	0.3420	0.0521	0.0247	0.0802	0.0143
		100	0.0348	0.0057	0.0627	0.5096	0.0299	0.0257	0.0072	0.0159	0.1704	0.3118	0.0285	0.0107	0.0397	0.0429
		500	0.0112	0.1461	0.0060	0.5805	0.0086	0.0483	0.0055	0.0204	0.0364	0.2351	0.0058	0.0117	0.0041	0.0635
0.2	[-1; 3]	50	0.0156	0.0693	0.0028	0.0074	0.0053	0.0105	0.0014	0.0310	0.1572	0.2004	0.0341	0.0370	0.0130	0.0588
		100	0.0196	0.1229	0.0014	0.0309	0.0016	0.0104	0.0039	0.0121	0.0718	0.1306	0.0256	0.0283	0.0038	0.0766
		500	0.0080	0.1421	0.0026	0.0818	0.0044	0.0119	0.0023	0.0165	0.0120	0.0698	0.0034	0.0060	0.0014	0.0891
	[0; 2]	50	0.0593	0.0564	0.0713	0.4218	0.0350	0.0327	0.0158	0.0315	0.1595	0.2709	0.0565	0.0421	0.0506	0.0592
		100	0.0290	0.0254	0.0101	0.4700	0.0367	0.0388	0.0324	0.0286	0.1110	0.2442	0.0229	0.0209	0.0146	0.0814
		500	0.0200	0.1163	0.0248	0.4634	0.0069	0.0799	0.0085	0.0414	0.0129	0.1941	0.0017	0.0068	0.0020	0.1079
0.3	[-1; 3]	50	0.0384	0.1175	0.0081	0.0313	0.0048	0.0014	0.0047	0.0120	0.1041	0.1473	0.0339	0.0471	0.0008	0.0868
		100	0.0037	0.0885	0.0065	0.0152	0.0006	0.0039	0.0008	0.0061	0.0474	0.0945	0.0168	0.0355	0.0035	0.0915
		500	0.0061	0.0938	0.0075	0.0334	0.0074	0.0022	0.0019	0.0136	0.0017	0.0478	0.0051	0.0251	0.0065	0.1025
	[0; 2]	50	0.0317	0.0352	0.0344	0.3805	0.0331	0.0382	0.0128	0.0688	0.1396	0.2223	0.0459	0.0577	0.0150	0.0781
		100	0.0265	0.0184	0.0233	0.3923	0.0008	0.0861	0.0027	0.0861	0.0607	0.1938	0.0256	0.0395	0.0082	0.1029
		500	0.0240	0.0546	0.0104	0.3942	0.0044	0.0866	0.0010	0.0684	0.0151	0.1676	0.0022	0.0213	0.0030	0.1190
0.4	[-1; 3]	50	0.0326	0.0885	0.0013	0.0153	0.0001	0.0124	0.0083	0.0047	0.0727	0.1056	0.0459	0.0725	0.0011	0.0699
		100	0.0049	0.0636	0.0082	0.0160	0.0092	0.0021	0.0013	0.0092	0.0286	0.0734	0.0191	0.0512	0.0001	0.0845
		500	0.0056	0.0780	0.0038	0.0509	0.0020	0.0132	0.0036	0.0095	0.0079	0.0415	0.0011	0.0390	0.0035	0.1086
	[0; 2]	50	0.0511	0.0149	0.0348	0.2672	0.0068	0.0848	0.0071	0.1471	0.0801	0.1759	0.0536	0.0813	0.0022	0.0687
		100	0.0284	0.0277	0.0126	0.3186	0.0224	0.0509	0.0211	0.1198	0.0450	0.1505	0.0287	0.0791	0.0003	0.0623
		500	0.0071	0.0047	0.0034	0.3087	0.0042	0.0807	0.0064	0.1216	0.0153	0.1471	0.0037	0.0554	0.0000	0.0919
0.5	[-1; 3]	50	0.0009	0.0343	0.0087	0.0147	0.0129	0.0523	0.0059	0.0193	0.0539	0.0837	0.0411	0.0786	0.0145	0.0138
		100	0.0029	0.0406	0.0042	0.0260	0.0039	0.0304	0.0073	0.0122	0.0190	0.0637	0.0286	0.0701	0.0076	0.0003
		500	0.0076	0.0507	0.0030	0.0464	0.0014	0.0456	0.0002	0.0480	0.0109	0.0570	0.0021	0.0385	0.0014	0.0080
	[0; 2]	50	0.0228	0.0406	0.0386	0.1910	0.0589	0.0340	0.0605	0.1974	0.0589	0.1276	0.0871	0.1447	0.0210	0.0123
		100	0.0104	0.0628	0.0022	0.2209	0.0333	0.0275	0.0152	0.2039	0.0398	0.1169	0.0361	0.1216	0.0031	0.0075
		500	0.0008	0.0393	0.0014	0.2118	0.0107	0.0436	0.0062	0.1997	0.0047	0.1073	0.0048	0.1002	0.0043	0.0067
0.6	[-1; 3]	50	0.0068	0.0187	0.0031	0.0124	0.0238	0.0865	0.0045	0.0119	0.0377	0.0633	0.0668	0.1110	0.0005	0.0635
		100	0.0006	0.0104	0.0110	0.0055	0.0025	0.0658	0.0131	0.0069	0.0115	0.0483	0.0357	0.0788	0.0065	0.0896
		500	0.0002	0.0143	0.0012	0.0085	0.0037	0.0754	0.0021	0.0348	0.0033	0.0417	0.0075	0.0431	0.0021	0.1075
	[0; 2]	50	0.0367	0.0529	0.0352	0.1175	0.0339	0.0221	0.0121	0.3100	0.0543	0.0843	0.0963	0.1813	0.0008	0.0662
		100	0.0215	0.0858	0.0224	0.1340	0.0024	0.0004	0.0195	0.3034	0.0369	0.0721	0.0364	0.1639	0.0069	0.0806
		500	0.0113	0.0701	0.0130	0.1157	0.0025	0.0044	0.0057	0.3158	0.0059	0.0585	0.0046	0.1424	0.0020	0.0873
0.7	[-1; 3]	50	0.0120	0.0076	0.0026	0.0017	0.0015	0.0878	0.0029	0.0063	0.0316	0.0445	0.0821	0.1277	0.0053	0.0854
		100	0.0074	0.0159	0.0082	0.0147	0.0087	0.1022	0.0170	0.0332	0.0142	0.0303	0.0436	0.0968	0.0001	0.0993
		500	0.0014	0.0107	0.0008	0.0149	0.0002	0.1044	0.0003	0.0109	0.0010	0.0162	0.0085	0.0571	0.0013	0.1133
	[0; 2]	50	0.0349	0.0491	0.0174	0.0824	0.0317	0.0300	0.0044	0.3833	0.0557	0.0660	0.1243	0.2222	0.0188	0.0684
		100	0.0094	0.0669	0.0013	0.0765	0.0249	0.0138	0.0126	0.3885	0.0232	0.0411	0.0691	0.1944	0.0053	0.0897
		500	0.0056	0.0839	0.0086	0.0602	0.0203	0.0584	0.0137	0.4082	0.0069	0.0189	0.0111	0.1684	0.0030	0.1270
0.8	[-1; 3]	50	0.0077	0.0027	0.0043	0.0020	0.0341	0.1197	0.0048	0.0417	0.0312	0.0345	0.1505	0.2025	0.0135	0.0622
		100	0.0071	0.0062	0.0018	0.0075	0.0121	0.1135	0.0162	0.0556	0.0140	0.0169	0.0952	0.1488	0.0036	0.0821
		500	0.0007	0.0179	0.0025	0.0247	0.0117	0.1516	0.0006	0.1066	0.0016	0.0040	0.0101	0.0704	0.0013	0.0921
	[0; 2]	50	0.0300	0.0419	0.0075	0.0046	0.0516	0.0196	0.0452	0.3346	0.0600	0.0447	0.1700	0.2765	0.0423	0.0587
		100	0.0351	0.0416	0.0199	0.0329	0.0409	0.0729	0.0266	0.4089	0.0293	0.0214	0.1026	0.2328	0.0201	0.0829
		500	0.0002	0.0803	0.0033	0.0420	0.0326	0.1089	0.0252	0.4654	0.0022	0.0053	0.0267	0.2004	0.0018	0.1068
0.9	[-1; 3]	50	0.0085	0.0029	0.0023	0.0224	0.0588	0.0833	0.0331	0.0070	0.0263	0.0212	0.1895	0.2369	0.0514	0.0034
		100	0.0198	0.0078	0.0042	0.0027	0.0620	0.1578	0.0209	0.0974	0.0171	0.0124	0.1720	0.2329	0.0061	0.0431
		500	0.0018	0.0152	0.0002	0.0152	0.0051	0.1790	0.0185	0.1813	0.0013	0.0044	0.0285	0.1091	0.0003	0.0536
	[0; 2]	50	0.0316	0.0176	0.0038	0.0228	0.0270	0.0109	0.0324	0.3725	0.0430	0.0249	0.2287	0.3257	0.0801	0.0075
		100	0.0281	0.0236	0.0122	0.0077	0.0106	0.0004	0.0354	0.4205	0.0260	0.0132	0.1943	0.3297	0.0342	0.0382
		500	0.0106	0.0453	0.0083	0.0196	0.0027	0.1439	0.0101	0.5135	0.0083	0.0069	0.0402	0.2249	0.0073	0.0611

Tabela D.65: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CV

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0285	0.0896	0.0141	0.1112	0.0180	0.0065	0.0037	0.0191	0.1197	0.1838	0.0397	0.0423	0.0671	0.0043
		100	0.0229	0.0801	0.0214	0.2108	0.0301	0.0001	0.0114	0.0226	0.0829	0.1656	0.0250	0.0271	0.0275	0.0414
		500	0.0021	0.1995	0.0007	0.2340	0.0101	0.1020	0.0052	0.0260	0.0185	0.1125	0.0077	0.0121	0.0039	0.0495
	[0; 2]	50	0.0319	0.0313	0.0115	0.2225	0.0882	0.0208	0.0065	0.0093	0.1211	0.2184	0.0662	0.0584	0.0994	0.0047
		100	0.0166	0.0695	0.0019	0.2062	0.0470	0.0212	0.0014	0.0125	0.1044	0.2383	0.0409	0.0324	0.0409	0.0440
		500	0.0166	0.1388	0.0061	0.2838	0.0121	0.1357	0.0020	0.0714	0.0454	0.2732	0.0091	0.0156	0.0083	0.0811
0.2	[-1; 3]	50	0.0000	0.0380	0.0041	0.0290	0.0173	0.0127	0.0180	0.0096	0.0973	0.1553	0.0362	0.0456	0.0179	0.0389
		100	0.0180	0.0774	0.0309	0.1131	0.0333	0.0032	0.0139	0.0127	0.0313	0.1209	0.0311	0.0378	0.0134	0.0716
		500	0.0024	0.1628	0.0036	0.1729	0.0009	0.0604	0.0025	0.0481	0.0057	0.0954	0.0017	0.0061	0.0034	0.1179
	[0; 2]	50	0.0026	0.0249	0.0130	0.1590	0.0727	0.0191	0.0252	0.0056	0.0912	0.1908	0.0531	0.0631	0.0439	0.0381
		100	0.0206	0.0426	0.0043	0.1716	0.0676	0.0270	0.0311	0.0286	0.0526	0.1836	0.0320	0.0445	0.0361	0.0570
		500	0.0223	0.1264	0.0236	0.1938	0.0185	0.2462	0.0105	0.1249	0.0027	0.2494	0.0062	0.0201	0.0065	0.1468
0.3	[-1; 3]	50	0.0018	0.0436	0.0124	0.0068	0.0412	0.0534	0.0078	0.0178	0.0424	0.1128	0.0693	0.0580	0.0151	0.0182
		100	0.0055	0.0556	0.0068	0.0043	0.0122	0.0318	0.0085	0.0180	0.0241	0.1026	0.0262	0.0238	0.0003	0.0040
		500	0.0007	0.0364	0.0024	0.0122	0.0009	0.0351	0.0000	0.0193	0.0072	0.0921	0.0042	0.0013	0.0014	0.0211
	[0; 2]	50	0.0436	0.0333	0.0215	0.0600	0.0708	0.0199	0.0035	0.0733	0.0537	0.1366	0.0793	0.0802	0.0415	0.0241
		100	0.0324	0.0133	0.0340	0.0873	0.0437	0.0261	0.0170	0.0635	0.0309	0.1214	0.0326	0.0633	0.0220	0.0210
		500	0.0053	0.0079	0.0047	0.1269	0.0192	0.0499	0.0061	0.1220	0.0001	0.1167	0.0087	0.0561	0.0082	0.0186
0.4	[-1; 3]	50	0.0001	0.0287	0.0002	0.0159	0.0349	0.0886	0.0183	0.0495	0.0290	0.0774	0.0529	0.0540	0.0087	0.0547
		100	0.0008	0.0227	0.0043	0.0085	0.0176	0.0805	0.0048	0.0361	0.0169	0.0715	0.0235	0.0235	0.0025	0.0547
		500	0.0019	0.0262	0.0016	0.0125	0.0009	0.0697	0.0057	0.0361	0.0032	0.0625	0.0053	0.0011	0.0022	0.0608
	[0; 2]	50	0.0435	0.0131	0.0322	0.0596	0.1141	0.1111	0.1111	0.0404	0.0740	0.0252	0.0788	0.0855	0.1093	0.0345
		100	0.0119	0.0209	0.0049	0.0696	0.0454	0.1099	0.0166	0.1147	0.0137	0.0523	0.0411	0.1173	0.0204	0.0923
		500	0.0023	0.0327	0.0009	0.0930	0.0067	0.0926	0.0003	0.1591	0.0040	0.0365	0.0093	0.1088	0.0044	0.0946
0.5	[-1; 3]	50	0.0130	0.0019	0.0070	0.0006	0.0500	0.1242	0.0275	0.0718	0.0227	0.0538	0.0824	0.0841	0.0094	0.0740
		100	0.0065	0.0186	0.0007	0.0066	0.0048	0.0901	0.0075	0.0371	0.0111	0.0468	0.0227	0.0237	0.0056	0.0679
		500	0.0041	0.0163	0.0020	0.0098	0.0054	0.1064	0.0035	0.0634	0.0015	0.0375	0.0093	0.0074	0.0020	0.0807
	[0; 2]	50	0.0007	0.0009	0.0004	0.0308	0.0781	0.1393	0.0247	0.0973	0.0341	0.0556	0.0844	0.1326	0.0073	0.0838
		100	0.0049	0.0178	0.0032	0.0488	0.0088	0.1006	0.0183	0.1694	0.0111	0.0321	0.0547	0.1365	0.0090	0.0995
		500	0.0005	0.0468	0.0001	0.0749	0.0052	0.1334	0.0081	0.2212	0.0024	0.0003	0.0041	0.1351	0.0000	0.1284
0.6	[-1; 3]	50	0.0088	0.0007	0.0109	0.0090	0.0300	0.1227	0.0080	0.0243	0.0111	0.0330	0.1076	0.1022	0.0175	0.0827
		100	0.0046	0.0080	0.0018	0.0017	0.0079	0.1061	0.0049	0.0496	0.0112	0.0305	0.0449	0.0499	0.0009	0.0805
		500	0.0020	0.0073	0.0004	0.0052	0.0089	0.1272	0.0056	0.0776	0.0044	0.0255	0.0101	0.0067	0.0029	0.0796
	[0; 2]	50	0.0084	0.0160	0.0027	0.0299	0.0101	0.0883	0.0746	0.2013	0.0261	0.0335	0.1267	0.1908	0.0006	0.0802
		100	0.0189	0.0438	0.0088	0.0459	0.0332	0.1492	0.0155	0.2242	0.0041	0.0059	0.0628	0.1692	0.0190	0.1173
		500	0.0016	0.0476	0.0036	0.0559	0.0237	0.1767	0.0130	0.2557	0.0003	0.0162	0.0079	0.1597	0.0023	0.1304
0.7	[-1; 3]	50	0.0074	0.0059	0.0060	0.0041	0.0428	0.1517	0.0304	0.0974	0.0104	0.0195	0.1284	0.1353	0.0118	0.0745
		100	0.0018	0.0012	0.0016	0.0005	0.0059	0.1249	0.0029	0.0659	0.0042	0.0150	0.0547	0.0578	0.0007	0.0706
		500	0.0025	0.0045	0.0011	0.0025	0.0044	0.1447	0.0037	0.0752	0.0020	0.0128	0.0104	0.0065	0.0017	0.0739
	[0; 2]	50	0.0130	0.0274	0.0062	0.0146	0.0761	0.1761	0.0344	0.1820	0.0206	0.0173	0.1852	0.2436	0.0007	0.0787
		100	0.0111	0.0308	0.0081	0.0313	0.0679	0.2111	0.0079	0.1677	0.0071	0.0033	0.0965	0.1866	0.0038	0.0916
		500	0.0003	0.0388	0.0014	0.0392	0.0191	0.1754	0.0028	0.3157	0.0004	0.0191	0.0109	0.1829	0.0036	0.1115
0.8	[-1; 3]	50	0.0091	0.0099	0.0024	0.0030	0.0630	0.1898	0.0284	0.0668	0.0134	0.0138	0.2231	0.2303	0.0021	0.0513
		100	0.0008	0.0017	0.0016	0.0033	0.0019	0.1560	0.0283	0.0077	0.0092	0.0100	0.0808	0.1012	0.0045	0.0539
		500	0.0001	0.0005	0.0015	0.0017	0.0105	0.1683	0.0038	0.0895	0.0004	0.0032	0.0155	0.0154	0.0009	0.0591
	[0; 2]	50	0.0100	0.0006	0.0166	0.0051	0.1523	0.1927	0.0000	0.2134	0.0112	0.0076	0.2999	0.3445	0.0085	0.0584
		100	0.0119	0.0272	0.0020	0.0207	0.0652	0.2017	0.0234	0.2418	0.0044	0.0009	0.1253	0.2330	0.0072	0.0728
		500	0.0025	0.0265	0.0023	0.0248	0.0083	0.1602	0.0050	0.3545	0.0003	0.0148	0.0208	0.1955	0.0022	0.0797
0.9	[-1; 3]	50	0.0005	0.0020	0.0038	0.0044	0.0895	0.1933	0.0355	0.0466	0.0186	0.0144	0.3123	0.3349	0.0342	0.0063
		100	0.0013	0.0003	0.0013	0.0028	0.0057	0.1595	0.0050	0.0061	0.0070	0.0058	0.1909	0.2159	0.0095	0.0241
		500	0.0022	0.0035	0.0026	0.0035	0.0001	0.1704	0.0105	0.0588	0.0002	0.0006	0.0366	0.0371	0.0003	0.0339
	[0; 2]	50	0.0092	0.0028	0.0270	0.0385	0.0188	0.0951	0.1428	0.2477	0.0208	0.0109	0.3711	0.4201	0.0538	0.0120
		100	0.0097	0.0102	0.0057	0.0045	0.0575	0.0873	0.0528	0.3830	0.0077	0.0018	0.2738	0.3639	0.0065	0.0294
		500	0.0008	0.0126	0.0015	0.0107	0.0300	0.2063	0.0066	0.3173	0.0008	0.0086	0.0487	0.1985	0.0012	0.0419

Tabela D.66: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CVI

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.3232	0.4848	0.1872	0.2708	0.0696	0.1774	0.0440	0.0469	0.1022	0.0985	0.0353	0.0363	0.0461	0.0912
		100	0.2616	0.4320	0.1467	0.2425	0.0456	0.0450	0.0283	0.0281	0.0881	0.0883	0.0232	0.0224	0.0350	0.0260
		500	0.1059	0.1516	0.0541	0.0719	0.0202	0.0203	0.0131	0.0130	0.0437	0.0453	0.0111	0.0114	0.0178	0.0138
	[0; 2]	50	0.4983	0.6470	0.4237	0.5412	0.1897	0.3908	0.1011	0.1480	0.1124	0.0958	0.0430	0.0538	0.1102	0.1933
		100	0.3652	0.5287	0.2886	0.3607	0.2058	0.2045	0.0821	0.0799	0.0979	0.0833	0.0328	0.0304	0.0934	0.0913
		500	0.1867	0.1647	0.1279	0.1172	0.0324	0.0322	0.0269	0.0264	0.0454	0.0358	0.0113	0.0115	0.0181	0.0143
0.2	[-1; 3]	50	0.2262	0.2888	0.1266	0.1593	0.0753	0.0724	0.0448	0.0440	0.0944	0.0930	0.0389	0.0371	0.0654	0.0587
		100	0.1510	0.2248	0.0857	0.1065	0.0527	0.0519	0.0332	0.0333	0.0660	0.0639	0.0263	0.0259	0.0484	0.0440
		500	0.0556	0.0727	0.0324	0.0384	0.0229	0.0239	0.0148	0.0153	0.0255	0.0263	0.0109	0.0110	0.0221	0.0208
	[0; 2]	50	0.3870	0.4836	0.2656	0.3453	0.1128	0.1439	0.0908	0.0882	0.0954	0.0773	0.0389	0.0347	0.0790	0.0874
		100	0.2521	0.2906	0.1988	0.2262	0.0896	0.0903	0.0731	0.0721	0.0712	0.0584	0.0311	0.0298	0.0520	0.0513
		500	0.1125	0.1060	0.0816	0.0809	0.0367	0.0398	0.0303	0.0309	0.0301	0.0248	0.0117	0.0124	0.0241	0.0251
0.3	[-1; 3]	50	0.1492	0.1752	0.0908	0.1013	0.0801	0.0792	0.0494	0.0496	0.0738	0.0729	0.0440	0.0425	0.0780	0.0758
		100	0.1256	0.1462	0.0703	0.0790	0.0602	0.0609	0.0347	0.0348	0.0511	0.0503	0.0305	0.0288	0.0556	0.0570
		500	0.0481	0.0548	0.0253	0.0274	0.0242	0.0250	0.0135	0.0139	0.0196	0.0189	0.0135	0.0132	0.0251	0.0270
	[0; 2]	50	0.2518	0.2592	0.2114	0.2140	0.1367	0.1367	0.1044	0.1040	0.0741	0.0610	0.0480	0.0406	0.0828	0.0880
		100	0.1981	0.1628	0.1446	0.1224	0.0973	0.0929	0.0745	0.0707	0.0553	0.0446	0.0300	0.0276	0.0603	0.0649
		500	0.0848	0.0738	0.0631	0.0530	0.0429	0.0466	0.0328	0.0350	0.0261	0.0200	0.0154	0.0140	0.0237	0.0339
0.4	[-1; 3]	50	0.1533	0.1748	0.0944	0.1044	0.1076	0.1190	0.0624	0.0669	0.0616	0.0610	0.0537	0.0514	0.0873	0.1058
		100	0.0938	0.1102	0.0558	0.0609	0.0684	0.0699	0.0420	0.0421	0.0457	0.0451	0.0363	0.0355	0.0603	0.0756
		500	0.0388	0.0432	0.0211	0.0224	0.0272	0.0280	0.0176	0.0179	0.0168	0.0172	0.0130	0.0124	0.0267	0.0316
	[0; 2]	50	0.2344	0.2183	0.1695	0.1649	0.1638	0.1549	0.1269	0.1215	0.0661	0.0526	0.0580	0.0476	0.0928	0.1061
		100	0.1772	0.1413	0.1292	0.1073	0.1157	0.0994	0.0913	0.0797	0.0477	0.0349	0.0343	0.0316	0.0641	0.0732
		500	0.0675	0.0675	0.0502	0.0498	0.0491	0.0507	0.0385	0.0377	0.0196	0.0169	0.0162	0.0149	0.0319	0.0410
0.5	[-1; 3]	50	0.1266	0.1295	0.0730	0.0746	0.1173	0.1207	0.0686	0.0701	0.0554	0.0543	0.0559	0.0549	0.0895	0.1157
		100	0.0774	0.0797	0.0442	0.0435	0.0838	0.0879	0.0465	0.0483	0.0346	0.0348	0.0379	0.0384	0.0601	0.0880
		500	0.0296	0.0330	0.0183	0.0192	0.0303	0.0336	0.0184	0.0193	0.0146	0.0161	0.0151	0.0160	0.0259	0.0584
	[0; 2]	50	0.1759	0.1838	0.1402	0.1410	0.1744	0.1611	0.1308	0.1286	0.0619	0.0481	0.0582	0.0484	0.0929	0.1025
		100	0.1258	0.1126	0.0922	0.0831	0.1338	0.1289	0.1033	0.0939	0.0439	0.0315	0.0376	0.0328	0.0648	0.0855
		500	0.0543	0.0617	0.0403	0.0438	0.0554	0.0600	0.0437	0.0442	0.0182	0.0145	0.0161	0.0137	0.0304	0.0468
0.6	[-1; 3]	50	0.0905	0.0923	0.0581	0.0586	0.1587	0.1468	0.0902	0.0852	0.0457	0.0423	0.0673	0.0638	0.0858	0.0999
		100	0.0667	0.0663	0.0421	0.0414	0.0896	0.1011	0.0503	0.0521	0.0308	0.0290	0.0401	0.0392	0.0610	0.0802
		500	0.0284	0.0299	0.0176	0.0181	0.0342	0.0367	0.0208	0.0216	0.0141	0.0139	0.0183	0.0187	0.0247	0.0308
	[0; 2]	50	0.1697	0.1946	0.1300	0.1199	0.2258	0.2262	0.1813	0.1905	0.0537	0.0430	0.0654	0.0506	0.0939	0.1061
		100	0.1112	0.1071	0.0838	0.0817	0.1602	0.1414	0.1132	0.1026	0.0328	0.0303	0.0462	0.0362	0.0628	0.0746
		500	0.0473	0.0559	0.0372	0.0397	0.0674	0.0664	0.0491	0.0470	0.0150	0.0137	0.0206	0.0163	0.0289	0.0411
0.7	[-1; 3]	50	0.0878	0.0857	0.0538	0.0512	0.1911	0.2694	0.1048	0.1298	0.0415	0.0390	0.0752	0.0723	0.0795	0.0837
		100	0.0536	0.0546	0.0317	0.0320	0.1216	0.1572	0.0658	0.0800	0.0284	0.0276	0.0544	0.0538	0.0608	0.0615
		500	0.0242	0.0252	0.0148	0.0153	0.0448	0.0534	0.0243	0.0280	0.0122	0.0122	0.0209	0.0215	0.0244	0.0275
	[0; 2]	50	0.1342	0.1961	0.1091	0.1097	0.2671	0.2831	0.2072	0.2366	0.0447	0.0409	0.0815	0.0691	0.0843	0.0890
		100	0.0924	0.0976	0.0744	0.0770	0.2053	0.1740	0.1500	0.1325	0.0339	0.0290	0.0579	0.0461	0.0609	0.0631
		500	0.0415	0.0471	0.0341	0.0356	0.0846	0.0753	0.0613	0.0543	0.0136	0.0133	0.0249	0.0210	0.0289	0.0361
0.8	[-1; 3]	50	0.0785	0.0773	0.0477	0.0471	0.2194	0.2922	0.1347	0.1593	0.0364	0.0338	0.0868	0.0798	0.0637	0.0537
		100	0.0495	0.0515	0.0308	0.0317	0.1548	0.2053	0.0863	0.1077	0.0262	0.0268	0.0632	0.0623	0.0513	0.0465
		500	0.0230	0.0236	0.0153	0.0157	0.0594	0.0715	0.0332	0.0383	0.0116	0.0114	0.0254	0.0264	0.0222	0.0200
	[0; 2]	50	0.1188	0.2888	0.0954	0.1253	0.3475	0.3996	0.2781	0.2968	0.0419	0.0381	0.1020	0.0814	0.0734	0.0980
		100	0.0826	0.0807	0.0637	0.0618	0.2532	0.2868	0.1850	0.2051	0.0284	0.0284	0.0725	0.0555	0.0522	0.0496
		500	0.0366	0.0376	0.0292	0.0286	0.1121	0.1050	0.0823	0.0786	0.0132	0.0131	0.0301	0.0249	0.0260	0.0244
0.9	[-1; 3]	50	0.0650	0.2890	0.0423	0.0613	0.3354	0.4941	0.1959	0.3018	0.0349	0.0402	0.1015	0.0968	0.0483	0.1209
		100	0.0465	0.0472	0.0295	0.0299	0.2522	0.3540	0.1523	0.1936	0.0231	0.0227	0.0934	0.0894	0.0348	0.0266
		500	0.0209	0.0208	0.0126	0.0127	0.0908	0.1356	0.0472	0.0666	0.0110	0.0113	0.0384	0.0385	0.0173	0.0139
	[0; 2]	50	0.1322	0.5037	0.0865	0.2902	0.4816	0.6679	0.3708	0.4900	0.0369	0.0369	0.1086	0.0832	0.0745	0.1308
		100	0.0828	0.1573	0.0612	0.0632	0.3754	0.4916	0.2767	0.3558	0.0268	0.0251	0.1063	0.0826	0.0623	0.0681
		500	0.0340	0.0346	0.0293	0.0292	0.1739	0.1765	0.1230	0.1245	0.0106	0.0108	0.0469	0.0379	0.0184	0.0143

Tabela D.67: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CI

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.5016	1.0210	0.2777	0.5412	0.1140	1.8534	0.0763	0.5729	0.1723	0.1577	0.0592	0.0715	0.0608	0.1764
		100	0.4145	1.0175	0.2261	0.5120	0.0805	0.7180	0.0539	0.1772	0.1556	0.1515	0.0440	0.0772	0.0393	0.1685
		500	0.2111	0.6794	0.1123	0.3141	0.0344	0.0379	0.0230	0.0250	0.0919	0.0917	0.0180	0.0200	0.0203	0.0124
	[0; 2]	50	0.5906	0.9281	0.4892	0.6896	0.4861	1.4962	0.2299	0.6160	0.1755	0.1672	0.1043	0.1574	0.1800	0.3543
		100	0.6004	0.6185	0.4973	0.4694	0.2655	1.0631	0.1176	0.3569	0.1701	0.1563	0.0786	0.1381	0.1557	0.3303
		500	0.4052	0.4319	0.2684	0.2550	0.0574	0.5353	0.0495	0.0822	0.1177	0.0970	0.0215	0.0681	0.0345	0.2062
0.2	[-1; 3]	50	0.3801	0.6637	0.2096	0.3559	0.1453	0.3928	0.0846	0.0886	0.1717	0.1683	0.0756	0.0748	0.0862	0.1490
		100	0.3571	0.6656	0.1952	0.3186	0.0943	0.1014	0.0550	0.0596	0.1367	0.1325	0.0503	0.0491	0.0608	0.0439
		500	0.1184	0.5291	0.0624	0.2388	0.0394	0.0577	0.0249	0.0367	0.0548	0.0653	0.0204	0.0251	0.0296	0.0248
	[0; 2]	50	0.5533	0.6402	0.4831	0.4848	0.3302	1.0590	0.1789	0.4058	0.1828	0.1465	0.1024	0.1072	0.1589	0.2434
		100	0.4399	0.4406	0.3554	0.3302	0.1561	0.7122	0.1402	0.2040	0.1568	0.1136	0.0649	0.0914	0.1034	0.1973
		500	0.2465	0.2952	0.1636	0.1669	0.0705	0.3359	0.0602	0.0518	0.0760	0.0648	0.0265	0.0524	0.0403	0.1387
0.3	[-1; 3]	50	0.3742	0.6315	0.2136	0.3162	0.1641	0.1971	0.1029	0.1044	0.1513	0.1402	0.0795	0.0846	0.1017	0.1026
		100	0.2349	0.4713	0.1288	0.2248	0.1153	0.1328	0.0682	0.0783	0.0981	0.1075	0.0519	0.0524	0.0717	0.0680
		500	0.0915	0.4339	0.0486	0.1993	0.0430	0.0840	0.0250	0.0528	0.0394	0.0506	0.0231	0.0260	0.0308	0.0338
	[0; 2]	50	0.4969	0.5648	0.3807	0.4284	0.2977	0.6393	0.1888	0.2256	0.1490	0.1141	0.0894	0.0891	0.1368	0.1790
		100	0.3741	0.3713	0.3032	0.2646	0.2478	0.3640	0.1591	0.1357	0.1236	0.0921	0.0759	0.0680	0.1112	0.1227
		500	0.1859	0.2487	0.1337	0.1126	0.0853	0.0853	0.0680	0.0558	0.0576	0.0489	0.0282	0.0470	0.0406	0.0616
0.4	[-1; 3]	50	0.2717	0.4530	0.1585	0.2336	0.2024	0.2285	0.1113	0.1266	0.1268	0.1175	0.0848	0.0778	0.1040	0.1234
		100	0.1861	0.4145	0.1056	0.1958	0.1273	0.1557	0.0761	0.0945	0.0829	0.0871	0.0632	0.0658	0.0734	0.1035
		500	0.0794	0.2745	0.0432	0.1317	0.0539	0.1021	0.0321	0.0599	0.0349	0.0417	0.0278	0.0292	0.0308	0.0422
	[0; 2]	50	0.4686	0.3322	0.3452	0.2580	0.2922	0.3669	0.2251	0.1930	0.1411	0.0873	0.1090	0.0740	0.1510	0.1299
		100	0.3066	0.3127	0.2312	0.1998	0.2028	0.2010	0.1712	0.1443	0.1137	0.0742	0.0843	0.0644	0.1145	0.1126
		500	0.1386	0.1648	0.1087	0.0843	0.0888	0.1051	0.0735	0.0604	0.0478	0.0396	0.0366	0.0402	0.0520	0.0767
0.5	[-1; 3]	50	0.2079	0.2715	0.1275	0.1446	0.2262	0.2984	0.1377	0.1615	0.1054	0.1015	0.1031	0.0964	0.1066	0.1492
		100	0.1468	0.2409	0.0867	0.1281	0.1370	0.2524	0.0786	0.1288	0.0707	0.0739	0.0770	0.0775	0.0759	0.1377
		500	0.0609	0.1089	0.0351	0.0567	0.0592	0.1174	0.0323	0.0575	0.0300	0.0356	0.0313	0.0376	0.0330	0.1013
	[0; 2]	50	0.3964	0.2954	0.2829	0.2076	0.3872	0.2903	0.3071	0.2229	0.1309	0.0776	0.1429	0.0829	0.1656	0.1328
		100	0.2503	0.2548	0.1861	0.1663	0.2882	0.2514	0.2249	0.1746	0.0946	0.0634	0.1075	0.0694	0.1232	0.1186
		500	0.1087	0.1609	0.0860	0.0828	0.1143	0.1634	0.0827	0.0798	0.0347	0.0356	0.0382	0.0336	0.0409	0.0921
0.6	[-1; 3]	50	0.1705	0.3647	0.1059	0.1191	0.2664	0.4398	0.1492	0.2454	0.0960	0.0894	0.1176	0.1128	0.1042	0.1392
		100	0.1286	0.1719	0.0730	0.0976	0.1795	0.3767	0.1033	0.1772	0.0631	0.0620	0.0814	0.0889	0.0709	0.0971
		500	0.0532	0.1143	0.0321	0.0691	0.0758	0.3197	0.0408	0.1477	0.0242	0.0257	0.0350	0.0411	0.0287	0.0423
	[0; 2]	50	0.3300	0.2419	0.2511	0.1900	0.4205	0.3720	0.3005	0.2466	0.1201	0.0780	0.1371	0.0849	0.1544	0.1337
		100	0.2284	0.3462	0.1681	0.1471	0.3310	0.2924	0.2447	0.2075	0.0743	0.0624	0.1122	0.0795	0.1013	0.1250
		500	0.0992	0.1253	0.0756	0.0720	0.1507	0.2080	0.1076	0.0986	0.0306	0.0435	0.0390	0.0394	0.0388	0.0803
0.7	[-1; 3]	50	0.1529	0.3501	0.0926	0.0975	0.3216	0.5235	0.1910	0.2923	0.0850	0.0708	0.1670	0.1402	0.1021	0.1033
		100	0.1149	0.1324	0.0631	0.0752	0.2211	0.5174	0.1246	0.2444	0.0517	0.0520	0.0956	0.1055	0.0654	0.0689
		500	0.0423	0.0790	0.0267	0.0531	0.0857	0.4235	0.0488	0.1958	0.0245	0.0286	0.0400	0.0539	0.0301	0.0332
	[0; 2]	50	0.2661	0.4154	0.2129	0.1766	0.4652	0.5253	0.3830	0.3573	0.0984	0.0917	0.1665	0.1231	0.1327	0.1639
		100	0.1712	0.3618	0.1437	0.1338	0.3647	0.3884	0.2872	0.2952	0.0698	0.0740	0.1320	0.0895	0.1079	0.1319
		500	0.0873	0.1718	0.0685	0.0609	0.1638	0.2195	0.1219	0.1076	0.0292	0.0469	0.0530	0.0547	0.0450	0.0780
0.8	[-1; 3]	50	0.1372	0.5528	0.0777	0.1124	0.4772	0.7427	0.2886	0.4060	0.0747	0.0790	0.1755	0.1599	0.0892	0.1359
		100	0.0870	0.2620	0.0592	0.0676	0.3000	0.6149	0.1755	0.3187	0.0462	0.0450	0.1214	0.1204	0.0654	0.0943
		500	0.0390	0.0612	0.0243	0.0384	0.1340	0.5508	0.0681	0.2473	0.0196	0.0219	0.0520	0.0613	0.0264	0.0230
	[0; 2]	50	0.2726	0.6762	0.1832	0.2122	0.6089	0.6971	0.4675	0.5240	0.0906	0.0984	0.1799	0.1434	0.1496	0.2371
		100	0.1597	0.6124	0.1447	0.1654	0.4640	0.4677	0.3329	0.3185	0.0641	0.0784	0.1650	0.1185	0.0949	0.1995
		500	0.0736	0.3329	0.0593	0.0519	0.2348	0.2788	0.1611	0.1449	0.0242	0.0600	0.0734	0.0704	0.0400	0.1273
0.9	[-1; 3]	50	0.1247	1.5709	0.0788	0.5039	0.4467	0.8900	0.2684	0.4804	0.0682	0.0943	0.1842	0.1686	0.0739	0.1965
		100	0.0810	0.6621	0.0510	0.1577	0.4557	0.8441	0.2610	0.4376	0.0450	0.0595	0.1723	0.1559	0.0552	0.1548
		500	0.0363	0.2026	0.0233	0.0269	0.2182	0.6643	0.1215	0.3095	0.0190	0.0300	0.0949	0.0912	0.0214	0.0674
	[0; 2]	50	0.3887	1.0360	0.1748	0.3839	0.6159	1.9546	0.4798	1.2365	0.0991	0.1424	0.1847	0.1695	0.1725	0.3172
		100	0.1853	1.1686	0.1202	0.4088	0.5730	0.7574	0.4494	0.6060	0.0608	0.1358	0.1825	0.1615	0.1120	0.3146
		500	0.0598	0.4979	0.0492	0.0977	0.4412	0.4266	0.2946	0.2577	0.0235	0.0471	0.1223	0.0931	0.0387	0.1738

Tabela D.68: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.5103	1.5967	0.2759	0.8231	0.2229	1.6790	0.1409	0.4507	0.1867	0.2293	0.1149	0.2130	0.0907	0.2878
		100	0.5396	0.9892	0.2667	0.4830	0.1594	1.1251	0.1064	0.3110	0.1971	0.1908	0.0937	0.1702	0.0947	0.2162
		500	0.3344	0.7922	0.1618	0.3354	0.0668	0.6639	0.0448	0.0774	0.1354	0.1378	0.0299	0.1110	0.0351	0.1649
	[0; 2]	50	0.7139	1.8381	0.5050	1.2183	0.3924	2.5037	0.3111	1.2776	0.1886	0.3141	0.1481	0.3220	0.1496	0.3954
		100	0.6559	1.2637	0.4489	0.8315	0.3107	1.5726	0.2292	0.5997	0.2077	0.3066	0.1378	0.3072	0.1746	0.3991
		500	0.4893	1.3646	0.3770	0.7700	0.1157	1.4502	0.1027	0.4024	0.1700	0.3198	0.0434	0.3237	0.0774	0.4076
0.2	[-1; 3]	50	0.4743	0.8100	0.2707	0.4362	0.2661	1.1895	0.1581	0.4459	0.1953	0.1913	0.1493	0.1716	0.1325	0.1984
		100	0.4261	0.7882	0.2151	0.3702	0.1595	0.5137	0.0978	0.1054	0.1492	0.1449	0.0873	0.1238	0.0764	0.1410
		500	0.1709	0.5690	0.0894	0.2390	0.0687	0.5221	0.0467	0.0635	0.0782	0.1146	0.0343	0.1022	0.0347	0.1321
	[0; 2]	50	0.6265	0.8914	0.4788	0.6128	0.5172	1.2705	0.3197	0.4955	0.2083	0.2579	0.1717	0.2453	0.1942	0.3085
		100	0.5819	0.8010	0.4329	0.5190	0.3199	1.0339	0.2492	0.3668	0.1989	0.2378	0.1244	0.2290	0.1679	0.2959
		500	0.3274	1.0118	0.2459	0.5749	0.1229	0.7595	0.1052	0.1768	0.1137	0.2321	0.0508	0.2265	0.0832	0.2683
0.3	[-1; 3]	50	0.3441	0.6868	0.2138	0.3569	0.3027	1.0169	0.1643	0.3233	0.1707	0.1676	0.1561	0.1634	0.1372	0.1777
		100	0.2698	1.0227	0.1416	0.4380	0.1756	0.2648	0.1123	0.1311	0.1384	0.1270	0.0934	0.0988	0.0915	0.1239
		500	0.1085	0.7008	0.0602	0.2906	0.0719	0.3131	0.0496	0.0849	0.0487	0.1064	0.0397	0.0955	0.0359	0.1047
	[0; 2]	50	0.5968	0.6009	0.4605	0.4140	0.4668	0.6189	0.3640	0.2956	0.2042	0.1810	0.1968	0.1732	0.1895	0.1882
		100	0.4747	0.6251	0.3695	0.4256	0.3818	0.7618	0.2798	0.2826	0.1486	0.1656	0.1155	0.1586	0.1563	0.2122
		500	0.2159	0.5389	0.1689	0.1931	0.1558	0.8868	0.1100	0.2020	0.0747	0.2712	0.0558	0.2657	0.0792	0.3072
0.4	[-1; 3]	50	0.2885	0.4106	0.1756	0.2250	0.2993	0.4203	0.1825	0.1910	0.1509	0.1171	0.1640	0.1579	0.1415	0.1631
		100	0.2117	0.4160	0.1145	0.1953	0.1987	0.3118	0.1273	0.1815	0.0974	0.0951	0.0941	0.1094	0.0846	0.1402
		500	0.0851	0.3365	0.0481	0.1514	0.0828	0.2248	0.0544	0.1284	0.0477	0.0702	0.0389	0.0727	0.0379	0.1076
	[0; 2]	50	0.5493	0.4774	0.3953	0.2938	0.5168	0.4612	0.4584	0.3266	0.1804	0.1170	0.1933	0.1567	0.1937	0.1582
		100	0.3617	0.3551	0.2817	0.2139	0.3681	0.4812	0.2619	0.2179	0.1272	0.1265	0.1369	0.1393	0.1467	0.1698
		500	0.1522	0.4236	0.1280	0.1242	0.1451	0.3844	0.1092	0.1224	0.0554	0.1270	0.0601	0.1117	0.0718	0.1866
0.5	[-1; 3]	50	0.2358	0.3633	0.1436	0.1385	0.3365	0.5500	0.2002	0.2819	0.1170	0.1007	0.1632	0.1689	0.1274	0.1322
		100	0.1743	0.2776	0.1083	0.1237	0.2218	0.4802	0.1511	0.2473	0.0985	0.0877	0.1311	0.1422	0.0995	0.1159
		500	0.0704	0.1840	0.0429	0.1018	0.0959	0.3698	0.0608	0.1708	0.0345	0.0515	0.0441	0.0846	0.0399	0.0744
	[0; 2]	50	0.4027	0.7599	0.2932	0.3561	0.5518	0.5623	0.4993	0.4086	0.1563	0.1051	0.2124	0.1726	0.1752	0.1590
		100	0.2717	0.3712	0.2275	0.1800	0.3874	0.5333	0.3193	0.3165	0.1080	0.0906	0.1453	0.1447	0.1443	0.1459
		500	0.1208	0.3835	0.0938	0.0832	0.1521	0.3728	0.1204	0.1465	0.0481	0.0870	0.0632	0.0886	0.0648	0.1390
0.6	[-1; 3]	50	0.1939	0.4858	0.1160	0.1269	0.3610	0.6564	0.2156	0.3524	0.1055	0.0872	0.2003	0.1923	0.1234	0.1375
		100	0.1532	0.2801	0.0885	0.1093	0.2746	0.5923	0.1593	0.2841	0.0815	0.0778	0.1400	0.1617	0.0939	0.1008
		500	0.0627	0.1087	0.0377	0.0712	0.1055	0.4673	0.0640	0.2055	0.0332	0.0512	0.0557	0.1053	0.0385	0.0527
	[0; 2]	50	0.3790	0.6459	0.2648	0.2280	0.6309	0.6710	0.5028	0.4845	0.1376	0.0895	0.2213	0.1858	0.1794	0.1844
		100	0.2881	0.6571	0.1879	0.2074	0.5158	0.5629	0.3477	0.3650	0.1011	0.0957	0.1964	0.1735	0.1409	0.1612
		500	0.1004	0.2373	0.0827	0.0681	0.1861	0.3230	0.1416	0.1649	0.0378	0.0611	0.0672	0.0682	0.0614	0.0948
0.7	[-1; 3]	50	0.2179	0.6251	0.1029	0.1394	0.6863	0.9984	0.3868	0.5290	0.0921	0.0874	0.2169	0.2046	0.1172	0.1633
		100	0.1099	0.1295	0.0708	0.0826	0.3739	0.8035	0.2054	0.3880	0.0619	0.0647	0.1724	0.1912	0.0810	0.0653
		500	0.0462	0.0749	0.0278	0.0501	0.1153	0.5985	0.0774	0.2676	0.0252	0.0384	0.0638	0.1111	0.0326	0.0353
	[0; 2]	50	0.5168	1.0268	0.2290	0.3516	0.7101	0.8151	0.6028	0.5978	0.1319	0.1088	0.2221	0.1941	0.2003	0.2631
		100	0.2876	0.5947	0.1640	0.1488	0.6205	0.7740	0.4562	0.5320	0.0791	0.0783	0.2020	0.1602	0.1517	0.1896
		500	0.0816	0.3684	0.0695	0.0699	0.2247	0.3128	0.1572	0.1642	0.0316	0.0479	0.0856	0.0704	0.0525	0.1080
0.8	[-1; 3]	50	0.1342	0.9328	0.0873	0.1871	0.5944	0.9842	0.3475	0.5274	0.0742	0.0958	0.2691	0.2380	0.1026	0.2121
		100	0.0948	0.5414	0.0596	0.1073	0.4914	0.9437	0.2827	0.4764	0.0566	0.0682	0.2137	0.2062	0.0727	0.1385
		500	0.0459	0.0606	0.0252	0.0378	0.1749	0.7752	0.0969	0.3400	0.0241	0.0330	0.0758	0.1240	0.0303	0.0251
	[0; 2]	50	0.5299	1.2925	0.2357	0.4088	0.8768	0.8742	0.6615	0.6485	0.1038	0.1218	0.2570	0.1922	0.2033	0.3274
		100	0.3958	1.1132	0.1591	0.3275	0.7346	1.1122	0.5334	0.7636	0.0772	0.1075	0.2420	0.2121	0.1635	0.3161
		500	0.0687	0.6047	0.0584	0.1044	0.3075	0.5161	0.2228	0.2954	0.0289	0.0455	0.1105	0.0933	0.0492	0.1928
0.9	[-1; 3]	50	0.3134	1.7908	0.0868	0.4647	0.6678	1.3440	0.4161	0.8045	0.0828	0.1173	0.2793	0.2581	0.1290	0.3223
		100	0.2250	0.8458	0.0573	0.1660	0.6591	1.1738	0.3995	0.6490	0.0581	0.0828	0.2591	0.2546	0.0886	0.2049
		500	0.0334	0.0380	0.0228	0.0253	0.2653	0.9753	0.1597	0.4376	0.0208	0.0235	0.1180	0.1586	0.0240	0.0131
	[0; 2]	50	0.7084	1.6667	0.2584	0.6708	0.7932	1.2414	0.7544	0.9529	0.1246	0.1628	0.2347	0.1800	0.2665	0.3846
		100	0.5048	1.6716	0.1879	0.6123	0.8530	0.9590	0.6425	0.6859	0.1001	0.1475	0.2681	0.1931	0.2036	0.3938
		500	0.0581	0.8181	0.0515	0.0977	0.4808	0.7684	0.3445	0.4366	0.0239	0.0657	0.1747	0.1538	0.0378	0.3057

Tabela D.69: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CIII



$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.1863	0.2146	0.1802	0.8005	0.1091	0.1056	0.0753	0.0721	0.1018	0.0926	0.0543	0.0488	0.0520	0.0348
		100	0.1718	0.1699	0.1659	0.3602	0.0751	0.0699	0.0485	0.0462	0.1130	0.0951	0.0429	0.0390	0.0401	0.0226
		500	0.0633	0.0774	0.0728	0.1732	0.0322	0.0343	0.0227	0.0254	0.0503	0.0502	0.0195	0.0200	0.0192	0.0131
	[0; 2]	50	0.2991	0.3756	0.3306	0.6057	0.1711	0.1578	0.1484	0.1414	0.1048	0.0822	0.0639	0.0511	0.0687	0.0451
		100	0.2977	0.3387	0.3377	0.5608	0.1270	0.1203	0.1075	0.1899	0.1182	0.0841	0.0467	0.0536	0.0642	0.0708
		500	0.1286	0.1520	0.1673	0.2536	0.0531	0.0558	0.0448	0.0436	0.0622	0.0465	0.0201	0.0226	0.0254	0.0184
0.2	[-1; 3]	50	0.1382	0.1853	0.1494	0.2655	0.1136	0.1141	0.0824	0.0796	0.0952	0.0950	0.0660	0.0608	0.0763	0.0668
		100	0.1119	0.1081	0.1156	0.2246	0.0798	0.0820	0.0549	0.0564	0.0767	0.0666	0.0449	0.0432	0.0523	0.0476
		500	0.0464	0.0550	0.0385	0.1241	0.0336	0.0378	0.0239	0.0343	0.0289	0.0308	0.0200	0.0225	0.0257	0.0272
	[0; 2]	50	0.3021	0.3177	0.2935	0.4524	0.2041	0.1796	0.1772	0.1560	0.1203	0.0782	0.0756	0.0589	0.1131	0.0837
		100	0.2024	0.2068	0.2280	0.2762	0.1192	0.1202	0.1062	0.1058	0.0881	0.0684	0.0482	0.0484	0.0652	0.0652
		500	0.0857	0.0947	0.0992	0.1227	0.0563	0.0692	0.0483	0.0525	0.0403	0.0399	0.0236	0.0320	0.0306	0.0434
0.3	[-1; 3]	50	0.1410	0.1320	0.1234	0.1828	0.1292	0.1244	0.0974	0.1017	0.0939	0.0780	0.0765	0.0664	0.0868	0.1112
		100	0.0833	0.0827	0.0771	0.1160	0.0915	0.0937	0.0610	0.0683	0.0561	0.0561	0.0487	0.0484	0.0555	0.0769
		500	0.0370	0.0395	0.0259	0.0627	0.0384	0.0398	0.0259	0.0340	0.0240	0.0267	0.0236	0.0249	0.0241	0.0396
	[0; 2]	50	0.2177	0.2064	0.2499	0.2891	0.1998	0.1886	0.1849	0.1789	0.1028	0.0760	0.0829	0.0685	0.1114	0.1153
		100	0.1570	0.1392	0.1655	0.1541	0.1376	0.1304	0.1152	0.1296	0.0703	0.0529	0.0650	0.0584	0.0764	0.0969
		500	0.0677	0.0665	0.0700	0.0816	0.0620	0.0588	0.0552	0.0630	0.0293	0.0264	0.0246	0.0284	0.0300	0.0606
0.4	[-1; 3]	50	0.1048	0.1003	0.0951	0.1100	0.1232	0.1215	0.1014	0.1093	0.0694	0.0628	0.0761	0.0719	0.1004	0.1334
		100	0.0639	0.0632	0.0553	0.0713	0.0938	0.0935	0.0686	0.0809	0.0456	0.0424	0.0561	0.0599	0.0649	0.0974
		500	0.0310	0.0311	0.0234	0.0279	0.0391	0.0395	0.0248	0.0275	0.0193	0.0196	0.0230	0.0256	0.0276	0.0471
	[0; 2]	50	0.1749	0.1616	0.1796	0.1890	0.2353	0.2112	0.2062	0.2148	0.0848	0.0651	0.0945	0.0814	0.1155	0.1302
		100	0.1200	0.1149	0.1274	0.1235	0.1605	0.1478	0.1427	0.1590	0.0534	0.0464	0.0663	0.0633	0.0811	0.1026
		500	0.0475	0.0479	0.0548	0.0564	0.0682	0.0619	0.0640	0.0736	0.0202	0.0208	0.0256	0.0252	0.0289	0.0570
0.5	[-1; 3]	50	0.0866	0.0879	0.0711	0.0766	0.1259	0.1185	0.1006	0.1218	0.0587	0.0515	0.0837	0.0822	0.0913	0.1083
		100	0.0600	0.0598	0.0453	0.0535	0.1157	0.1117	0.0776	0.0949	0.0408	0.0375	0.0699	0.0704	0.0654	0.0821
		500	0.0294	0.0294	0.0206	0.0220	0.0496	0.0485	0.0339	0.0384	0.0174	0.0159	0.0272	0.0296	0.0271	0.0328
	[0; 2]	50	0.1561	0.1512	0.1532	0.1502	0.2919	0.2301	0.2641	0.2335	0.0681	0.0512	0.1058	0.0927	0.1193	0.1163
		100	0.1196	0.1137	0.1107	0.1096	0.1737	0.1638	0.1592	0.1805	0.0467	0.0424	0.0710	0.0662	0.0843	0.0934
		500	0.0444	0.0439	0.0455	0.0492	0.0721	0.0661	0.0687	0.0742	0.0215	0.0217	0.0318	0.0286	0.0335	0.0524
0.6	[-1; 3]	50	0.0773	0.0771	0.0674	0.0612	0.1798	0.1771	0.1214	0.1443	0.0544	0.0494	0.1015	0.1014	0.0956	0.0971
		100	0.0515	0.0522	0.0388	0.0428	0.1239	0.1219	0.0792	0.0983	0.0368	0.0346	0.0644	0.0692	0.0664	0.0698
		500	0.0246	0.0249	0.0170	0.0178	0.0556	0.0533	0.0325	0.0376	0.0142	0.0148	0.0317	0.0324	0.0302	0.0330
	[0; 2]	50	0.1444	0.1241	0.1430	0.1308	0.2988	0.2522	0.2594	0.2794	0.0593	0.0458	0.1243	0.1071	0.1048	0.0931
		100	0.0947	0.0892	0.0920	0.0809	0.2091	0.1781	0.1942	0.1977	0.0400	0.0340	0.0849	0.0752	0.0755	0.0760
		500	0.0389	0.0407	0.0389	0.0392	0.0756	0.0704	0.0732	0.0790	0.0167	0.0191	0.0345	0.0288	0.0327	0.0388
0.7	[-1; 3]	50	0.0723	0.0718	0.0536	0.0505	0.2082	0.1952	0.1559	0.2036	0.0483	0.0420	0.1307	0.1302	0.0941	0.0822
		100	0.0490	0.0486	0.0362	0.0388	0.1330	0.1267	0.0982	0.1338	0.0326	0.0315	0.0877	0.0905	0.0550	0.0507
		500	0.0224	0.0225	0.0151	0.0153	0.0548	0.0538	0.0416	0.0518	0.0142	0.0138	0.0328	0.0348	0.0275	0.0272
	[0; 2]	50	0.1206	0.1185	0.1089	0.1021	0.3544	0.3599	0.3385	0.3858	0.0513	0.0457	0.1363	0.1247	0.1013	0.0865
		100	0.0837	0.0832	0.0825	0.0798	0.2361	0.2110	0.2174	0.2374	0.0361	0.0351	0.1020	0.0866	0.0732	0.0606
		500	0.0378	0.0374	0.0357	0.0344	0.1029	0.0911	0.0907	0.0875	0.0141	0.0159	0.0401	0.0323	0.0323	0.0296
0.8	[-1; 3]	50	0.0693	0.0695	0.0464	0.4152	0.2980	0.3179	0.2449	0.3341	0.0436	0.0426	0.1486	0.1507	0.0812	0.0828
		100	0.0488	0.0485	0.0325	0.0331	0.1800	0.1689	0.1321	0.1769	0.0277	0.0278	0.1104	0.1101	0.0534	0.0443
		500	0.0187	0.0188	0.0138	0.0147	0.0693	0.0666	0.0562	0.0838	0.0130	0.0134	0.0415	0.0452	0.0206	0.0179
	[0; 2]	50	0.1219	0.1060	0.1397	0.0984	0.5196	0.4668	0.4784	0.6123	0.0508	0.0402	0.1590	0.1367	0.1056	0.0588
		100	0.0811	0.0759	0.0778	0.0713	0.3111	0.2635	0.3125	0.3116	0.0319	0.0291	0.1228	0.1008	0.0633	0.0431
		500	0.0322	0.0320	0.0311	0.0292	0.1168	0.1046	0.1031	0.0997	0.0130	0.0139	0.0542	0.0441	0.0292	0.0224
0.9	[-1; 3]	50	0.0648	0.0649	0.0440	0.3584	0.3130	0.3400	0.2984	0.4600	0.0375	0.0348	0.1835	0.1660	0.0479	0.0690
		100	0.0453	0.0453	0.0297	0.0296	0.2900	0.3010	0.2414	0.3899	0.0241	0.0240	0.1678	0.1625	0.0349	0.0252
		500	0.0191	0.0189	0.0126	0.0131	0.1122	0.1095	0.0791	0.1405	0.0114	0.0115	0.0669	0.0696	0.0166	0.0124
	[0; 2]	50	0.1042	0.0965	0.1140	0.1153	0.5234	0.5867	0.4648	0.6942	0.0451	0.0322	0.1738	0.1396	0.0842	0.0674
		100	0.0687	0.0678	0.0632	0.0615	0.4753	0.4557	0.4658	0.6161	0.0312	0.0300	0.1816	0.1401	0.0462	0.0286
		500	0.0292	0.0298	0.0271	0.0264	0.1936	0.1597	0.1871	0.1904	0.0102	0.0122	0.0788	0.0613	0.0208	0.0146

Tabela D.70: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CIV

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.1166	0.1170	0.0842	0.9709	0.0144	0.0099	0.0054	0.0043	0.0767	0.0935	0.0057	0.0034	0.0094	0.0010
		100	0.0854	0.1081	0.0653	0.4641	0.0065	0.0065	0.0030	0.0030	0.0577	0.0683	0.0021	0.0016	0.0030	0.0022
		500	0.0132	0.0516	0.0134	0.1141	0.0011	0.0013	0.0005	0.0008	0.0093	0.0192	0.0004	0.0004	0.0005	0.0030
	[0; 2]	50	0.2981	0.3048	0.3174	1.1973	0.0399	0.0231	0.0305	0.0187	0.0787	0.1299	0.0087	0.0044	0.0168	0.0012
		100	0.2534	0.1834	0.2422	0.7696	0.0240	0.0132	0.0130	0.0081	0.0625	0.1114	0.0043	0.0016	0.0119	0.0024
		500	0.0719	0.0656	0.0629	0.4593	0.0031	0.0050	0.0023	0.0021	0.0140	0.0623	0.0006	0.0009	0.0014	0.0043
0.2	[-1; 3]	50	0.0807	0.0989	0.0511	0.1917	0.0153	0.0178	0.0075	0.1297	0.0518	0.0632	0.0060	0.0055	0.0069	0.0100
		100	0.0525	0.0608	0.0311	0.1255	0.0069	0.0078	0.0037	0.0041	0.0220	0.0314	0.0033	0.0034	0.0040	0.0082
		500	0.0063	0.0294	0.0038	0.0708	0.0013	0.0020	0.0006	0.0018	0.0028	0.0092	0.0004	0.0007	0.0007	0.0086
	[0; 2]	50	0.2465	0.1913	0.2354	0.5418	0.0450	0.0319	0.0386	0.0209	0.0607	0.0887	0.0112	0.0057	0.0200	0.0082
		100	0.1555	0.0845	0.1256	0.4972	0.0293	0.0170	0.0200	0.0121	0.0403	0.0707	0.0052	0.0035	0.0120	0.0093
		500	0.0304	0.0413	0.0276	0.2385	0.0040	0.0124	0.0035	0.0046	0.0059	0.0402	0.0005	0.0011	0.0015	0.0127
0.3	[-1; 3]	50	0.0595	0.0612	0.0407	0.0955	0.0212	0.0182	0.0101	0.0095	0.0311	0.0369	0.0078	0.0072	0.0106	0.0149
		100	0.0231	0.0287	0.0160	0.0609	0.0071	0.0076	0.0038	0.0053	0.0154	0.0208	0.0030	0.0044	0.0047	0.0139
		500	0.0042	0.0138	0.0026	0.0430	0.0014	0.0021	0.0008	0.0039	0.0018	0.0049	0.0007	0.0014	0.0010	0.0117
	[0; 2]	50	0.2280	0.1315	0.1720	0.3732	0.0572	0.0382	0.0529	0.0295	0.0444	0.0615	0.0140	0.0087	0.0217	0.0156
		100	0.1178	0.0656	0.0847	0.2415	0.0344	0.0352	0.0239	0.0257	0.0179	0.0461	0.0048	0.0044	0.0114	0.0166
		500	0.0185	0.0168	0.0154	0.1673	0.0059	0.0141	0.0041	0.0076	0.0026	0.0296	0.0009	0.0019	0.0022	0.0169
0.4	[-1; 3]	50	0.0366	0.0399	0.0231	0.0419	0.0251	0.0247	0.0129	0.0138	0.0205	0.0257	0.0111	0.0127	0.0127	0.0198
		100	0.0173	0.0200	0.0100	0.0323	0.0130	0.0137	0.0068	0.0100	0.0091	0.0141	0.0051	0.0066	0.0065	0.0167
		500	0.0028	0.0092	0.0015	0.0150	0.0019	0.0026	0.0009	0.0030	0.0013	0.0036	0.0006	0.0023	0.0010	0.0138
	[0; 2]	50	0.1479	0.0839	0.1167	0.1642	0.0723	0.0545	0.0636	0.0597	0.0293	0.0397	0.0153	0.0119	0.0203	0.0202
		100	0.0734	0.0441	0.0575	0.1459	0.0366	0.0280	0.0281	0.0351	0.0126	0.0272	0.0065	0.0095	0.0125	0.0165
		500	0.0134	0.0112	0.0104	0.1054	0.0080	0.0168	0.0062	0.0200	0.0024	0.0233	0.0011	0.0047	0.0023	0.0147
0.5	[-1; 3]	50	0.0259	0.0279	0.0194	0.0305	0.0277	0.0250	0.0150	0.0215	0.0125	0.0151	0.0108	0.0142	0.0113	0.0228
		100	0.0133	0.0158	0.0080	0.0192	0.0139	0.0171	0.0074	0.0178	0.0052	0.0089	0.0057	0.0099	0.0059	0.0185
		500	0.0020	0.0048	0.0012	0.0063	0.0024	0.0048	0.0010	0.0061	0.0009	0.0045	0.0008	0.0029	0.0011	0.0107
	[0; 2]	50	0.0941	0.0534	0.0709	0.0871	0.1045	0.1186	0.0912	0.1119	0.0191	0.0232	0.0244	0.0287	0.0235	0.0218
		100	0.0458	0.0322	0.0361	0.0730	0.0470	0.0316	0.0336	0.0660	0.0084	0.0173	0.0092	0.0189	0.0124	0.0160
		500	0.0081	0.0113	0.0072	0.0530	0.0070	0.0106	0.0067	0.0456	0.0012	0.0129	0.0012	0.0116	0.0024	0.0098
0.6	[-1; 3]	50	0.0218	0.0234	0.0106	0.0176	0.0383	0.0473	0.0226	0.0559	0.0083	0.0102	0.0201	0.0236	0.0108	0.0222
		100	0.0119	0.0146	0.0054	0.0089	0.0147	0.0191	0.0115	0.0401	0.0040	0.0064	0.0071	0.0138	0.0052	0.0171
		500	0.0016	0.0023	0.0008	0.0035	0.0027	0.0086	0.0014	0.0181	0.0007	0.0025	0.0011	0.0034	0.0011	0.0135
	[0; 2]	50	0.0702	0.0476	0.0544	0.0488	0.1334	0.0767	0.1188	0.1777	0.0152	0.0117	0.0290	0.0418	0.0222	0.0219
		100	0.0415	0.0440	0.0312	0.0404	0.0723	0.0448	0.0608	0.1301	0.0075	0.0098	0.0127	0.0325	0.0105	0.0189
		500	0.0059	0.0124	0.0053	0.0184	0.0119	0.0099	0.0112	0.1120	0.0011	0.0051	0.0022	0.0216	0.0017	0.0143
0.7	[-1; 3]	50	0.0200	0.0178	0.0086	0.0092	0.0603	0.0549	0.0356	0.0849	0.0076	0.0066	0.0284	0.0333	0.0101	0.0141
		100	0.0085	0.0097	0.0042	0.0063	0.0235	0.0323	0.0170	0.0689	0.0035	0.0038	0.0120	0.0194	0.0039	0.0134
		500	0.0017	0.0028	0.0008	0.0033	0.0038	0.0166	0.0024	0.0391	0.0006	0.0013	0.0021	0.0065	0.0011	0.0142
	[0; 2]	50	0.0612	0.0489	0.0491	0.0423	0.1800	0.1073	0.1560	0.2690	0.0136	0.0104	0.0411	0.0626	0.0201	0.0164
		100	0.0279	0.0252	0.0218	0.0189	0.0878	0.0619	0.0792	0.2357	0.0052	0.0054	0.0178	0.0454	0.0102	0.0158
		500	0.0041	0.0137	0.0042	0.0067	0.0147	0.0200	0.0154	0.1792	0.0009	0.0020	0.0031	0.0298	0.0016	0.0188
0.8	[-1; 3]	50	0.0115	0.0117	0.0071	0.0071	0.0693	0.0829	0.0544	0.1720	0.0054	0.0050	0.0522	0.0645	0.0061	0.0070
		100	0.0064	0.0067	0.0034	0.0036	0.0511	0.0548	0.0327	0.1225	0.0029	0.0030	0.0268	0.0370	0.0040	0.0089
		500	0.0015	0.0025	0.0007	0.0022	0.0068	0.0322	0.0046	0.0797	0.0004	0.0005	0.0028	0.0091	0.0007	0.0090
	[0; 2]	50	0.0472	0.0431	0.0379	0.1829	0.2761	0.2445	0.2545	0.5127	0.0105	0.0064	0.0612	0.0920	0.0184	0.0138
		100	0.0264	0.0195	0.0192	0.0139	0.1888	0.1202	0.1577	0.3897	0.0053	0.0033	0.0365	0.0672	0.0138	0.0102
		500	0.0045	0.0116	0.0037	0.0045	0.0314	0.0357	0.0285	0.2386	0.0007	0.0014	0.0065	0.0441	0.0017	0.0126
0.9	[-1; 3]	50	0.0134	0.0168	0.0062	0.1275	0.1433	0.1593	0.0801	0.5423	0.0047	0.0041	0.0743	0.0861	0.0061	0.0083
		100	0.0051	0.0048	0.0023	0.0023	0.0854	0.1020	0.0602	0.1751	0.0022	0.0018	0.0568	0.0748	0.0021	0.0024
		500	0.0010	0.0013	0.0005	0.0009	0.0150	0.0519	0.0122	0.1265	0.0003	0.0004	0.0082	0.0202	0.0004	0.0030
	[0; 2]	50	0.0407	0.0248	0.0292	0.0199	0.3547	0.3445	0.3543	1.9888	0.0080	0.0032	0.0818	0.1205	0.0193	0.0013
		100	0.0233	0.0158	0.0137	0.1131	0.2358	0.2403	0.2309	0.8924	0.0033	0.0030	0.0679	0.1205	0.0099	0.0064
		500	0.0038	0.0047	0.0028	0.0019	0.0829	0.0751	0.0759	0.3831	0.0006	0.0008	0.0127	0.0559	0.0015	0.0041

Tabela D.71: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CV

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.1778	0.2331	0.1953	0.4479	0.2052	0.1911	0.1297	0.1126	0.1137	0.0862	0.0906	0.0832	0.0646	0.0417
		100	0.2210	0.2899	0.1896	0.6411	0.1351	0.1522	0.0827	0.5806	0.1302	0.1047	0.0817	0.0905	0.0624	0.0692
		500	0.0838	0.3380	0.0970	0.2719	0.0584	0.4124	0.0340	0.0464	0.0639	0.1156	0.0292	0.0960	0.0243	0.1350
	[0; 2]	50	0.3048	0.3824	0.2986	0.8781	0.3250	0.2549	0.2743	0.2297	0.1319	0.0698	0.1239	0.0889	0.1157	0.0418
		100	0.3325	0.3524	0.3314	0.7532	0.2379	0.1945	0.1845	0.1631	0.1406	0.0571	0.0863	0.0613	0.0834	0.0265
		500	0.1877	0.2086	0.2130	0.5804	0.0944	0.0877	0.0704	0.0689	0.0947	0.0269	0.0300	0.0282	0.0415	0.0125
0.2	[-1; 3]	50	0.1638	0.1842	0.1484	0.3135	0.1934	0.1901	0.1444	0.1405	0.1116	0.0819	0.0977	0.0944	0.0817	0.0756
		100	0.1278	0.1521	0.1330	0.3536	0.1338	0.1458	0.0853	0.0887	0.0861	0.0785	0.0771	0.0741	0.0591	0.0682
		500	0.0519	0.1081	0.0415	0.1807	0.0594	0.0875	0.0385	0.0454	0.0405	0.0529	0.0334	0.0419	0.0279	0.0296
	[0; 2]	50	0.3233	0.2741	0.3348	0.4969	0.3273	0.2748	0.2687	0.2387	0.1316	0.0715	0.1071	0.0921	0.1219	0.0779
		100	0.2874	0.2473	0.2776	0.4036	0.2476	0.2218	0.1983	0.1677	0.1176	0.0805	0.0881	0.0831	0.1099	0.0897
		500	0.1093	0.2074	0.1050	0.3921	0.1019	0.1814	0.0763	0.0975	0.0536	0.0672	0.0360	0.0565	0.0416	0.0608
0.3	[-1; 3]	50	0.1597	0.1400	0.1350	0.1273	0.2178	0.2047	0.1429	0.1507	0.1066	0.0803	0.1209	0.1151	0.1076	0.1271
		100	0.0963	0.1106	0.0806	0.1225	0.1669	0.1764	0.1017	0.1180	0.0737	0.0657	0.0808	0.0856	0.0682	0.1090
		500	0.0377	0.0400	0.0294	0.0486	0.0647	0.0784	0.0386	0.0486	0.0288	0.0298	0.0339	0.0378	0.0311	0.0529
	[0; 2]	50	0.2926	0.2184	0.3026	0.2223	0.3918	0.3443	0.3175	0.2998	0.1181	0.0811	0.1472	0.1250	0.1339	0.1227
		100	0.1938	0.1717	0.1754	0.1725	0.2862	0.2700	0.2183	0.2103	0.0918	0.0771	0.0931	0.1084	0.1061	0.1122
		500	0.0738	0.1364	0.0709	0.1527	0.1139	0.2605	0.0845	0.1186	0.0379	0.1049	0.0367	0.0979	0.0410	0.1425
0.4	[-1; 3]	50	0.1137	0.1063	0.0865	0.0773	0.2595	0.2265	0.1457	0.1638	0.0859	0.0648	0.1309	0.1323	0.1023	0.1039
		100	0.0715	0.0716	0.0646	0.0769	0.1545	0.1596	0.1042	0.1269	0.0568	0.0483	0.0857	0.0924	0.0720	0.0881
		500	0.0322	0.0328	0.0268	0.0313	0.0706	0.0775	0.0474	0.0604	0.0236	0.0252	0.0351	0.0383	0.0302	0.0452
	[0; 2]	50	0.2156	0.1755	0.2204	0.1765	0.4343	0.3521	0.3441	0.3642	0.0950	0.0785	0.1558	0.1515	0.1359	0.1379
		100	0.1445	0.1517	0.1321	0.1464	0.3065	0.2593	0.2322	0.2438	0.0781	0.0814	0.0983	0.1355	0.0961	0.1173
		500	0.0561	0.0941	0.0518	0.0829	0.1266	0.1559	0.0952	0.1550	0.0282	0.0701	0.0403	0.0965	0.0403	0.1037
0.5	[-1; 3]	50	0.0999	0.0913	0.0806	0.0727	0.2671	0.2484	0.1701	0.1982	0.0685	0.0565	0.1398	0.1402	0.1007	0.1022
		100	0.0684	0.0678	0.0469	0.0482	0.1874	0.1817	0.1190	0.1405	0.0463	0.0411	0.0847	0.0914	0.0701	0.0743
		500	0.0262	0.0270	0.0222	0.0252	0.0726	0.0716	0.0512	0.0656	0.0179	0.0203	0.0380	0.0400	0.0307	0.0404
	[0; 2]	50	0.1638	0.1498	0.1641	0.1594	0.4243	0.3844	0.3520	0.4190	0.0800	0.0631	0.1546	0.1638	0.1221	0.1092
		100	0.1224	0.1219	0.1051	0.1067	0.3204	0.2658	0.2390	0.2945	0.0627	0.0616	0.1101	0.1377	0.0995	0.1006
		500	0.0466	0.0740	0.0445	0.0640	0.1382	0.1161	0.1038	0.1856	0.0218	0.0494	0.0437	0.1076	0.0384	0.0588
0.6	[-1; 3]	50	0.0910	0.0841	0.0704	0.0705	0.3179	0.2728	0.2502	0.2604	0.0652	0.0522	0.1666	0.1764	0.0966	0.0876
		100	0.0619	0.0635	0.0428	0.0464	0.2090	0.1932	0.1331	0.1888	0.0370	0.0385	0.1106	0.1246	0.0668	0.0689
		500	0.0233	0.0235	0.0181	0.0196	0.0896	0.0803	0.0596	0.0731	0.0177	0.0185	0.0465	0.0513	0.0286	0.0308
	[0; 2]	50	0.1334	0.1336	0.1313	0.1261	0.5095	0.4387	0.4751	0.5256	0.0777	0.0631	0.1799	0.1871	0.1286	0.1053
		100	0.0984	0.1005	0.0888	0.0871	0.3545	0.3082	0.2835	0.3814	0.0496	0.0555	0.1302	0.1651	0.0874	0.0774
		500	0.0420	0.0607	0.0384	0.0512	0.1380	0.1173	0.1138	0.2077	0.0195	0.0395	0.0524	0.1129	0.0361	0.0425
0.7	[-1; 3]	50	0.0750	0.0754	0.0573	0.0539	0.3556	0.3115	0.2445	0.3200	0.0560	0.0505	0.1964	0.1999	0.0818	0.0670
		100	0.0528	0.0526	0.0385	0.0383	0.2489	0.2102	0.1618	0.2070	0.0357	0.0342	0.1370	0.1472	0.0639	0.0560
		500	0.0216	0.0218	0.0148	0.0160	0.1031	0.0942	0.0648	0.0864	0.0152	0.0157	0.0561	0.0608	0.0259	0.0240
	[0; 2]	50	0.1326	0.1197	0.2053	0.1922	0.7596	0.6318	0.6518	0.6566	0.0623	0.0464	0.2229	0.2136	0.1314	0.1004
		100	0.0919	0.0925	0.0845	0.0825	0.4373	0.3415	0.3498	0.4216	0.0426	0.0404	0.1554	0.1788	0.0840	0.0554
		500	0.0360	0.0439	0.0323	0.0373	0.2122	0.1596	0.1528	0.2347	0.0158	0.0286	0.0572	0.1096	0.0351	0.0306
0.8	[-1; 3]	50	0.0723	0.0705	0.0511	0.0492	0.5171	0.4290	0.3505	0.4505	0.0507	0.0455	0.2535	0.2400	0.0809	0.0523
		100	0.0502	0.0504	0.0374	0.0371	0.3325	0.2816	0.2270	0.3121	0.0291	0.0294	0.1644	0.1825	0.0598	0.0458
		500	0.0205	0.0208	0.0132	0.0141	0.1144	0.1041	0.0878	0.1322	0.0133	0.0142	0.0671	0.0759	0.0212	0.0181
	[0; 2]	50	0.1163	0.1099	0.1258	0.1178	0.7437	0.8005	0.7088	0.8474	0.0588	0.0613	0.2311	0.2152	0.1116	0.0913
		100	0.0749	0.0735	0.1458	0.0652	0.5911	0.5255	0.5101	0.6048	0.0343	0.0320	0.1914	0.2174	0.0834	0.0426
		500	0.0333	0.0351	0.0319	0.0328	0.2225	0.2072	0.1640	0.2757	0.0160	0.0198	0.0720	0.1245	0.0296	0.0210
0.9	[-1; 3]	50	0.0662	0.0627	0.0442	0.0423	0.5709	0.5020	0.4716	0.5940	0.0345	0.0328	0.2787	0.2778	0.0578	0.0326
		100	0.0451	0.0448	0.0308	0.0310	0.4556	0.5100	0.3407	0.4707	0.0279	0.0266	0.2282	0.2321	0.0408	0.0268
		500	0.0167	0.0167	0.0124	0.0125	0.1934	0.1638	0.1301	0.2013	0.0116	0.0123	0.1080	0.1278	0.0170	0.0122
	[0; 2]	50	0.1106	0.1207	0.2258	0.3404	0.9671	0.9042	0.8965	1.0733	0.0474	0.0465	0.2769	0.2801	0.1285	0.1341
		100	0.0712	0.1563	0.0731	0.2022	0.7440	0.6790	0.6575	0.8677	0.0375	0.0314	0.2595	0.2615	0.0853	0.0927
		500	0.0312	0.0322	0.0268	0.0274	0.3037	0.2538	0.2386	0.3584	0.0127	0.0139	0.1124	0.1603	0.0220	0.0132

Tabela D.72: Estimativas do desvio padrão dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CVI

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.1048	0.2346	0.0349	0.0732	0.0048	0.0315	0.0019	0.0022	0.0249	0.0266	0.0015	0.0016	0.0033	0.0083
		100	0.0689	0.1870	0.0214	0.0585	0.0021	0.0020	0.0008	0.0008	0.0130	0.0142	0.0006	0.0006	0.0012	0.0015
		500	0.0112	0.0237	0.0029	0.0057	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0020	0.0024	0.0001	0.0001	0.0003	0.0012
	[0; 2]	50	0.2471	0.4462	0.1787	0.3111	0.0363	0.1586	0.0102	0.0220	0.0277	0.0314	0.0021	0.0033	0.0142	0.0394
		100	0.1331	0.3550	0.0831	0.1584	0.0429	0.0422	0.0068	0.0064	0.0173	0.0208	0.0011	0.0010	0.0089	0.0086
		500	0.0349	0.2357	0.0164	0.0880	0.0010	0.0011	0.0007	0.0007	0.0022	0.0043	0.0001	0.0001	0.0003	0.0012
0.2	[-1; 3]	50	0.0513	0.0830	0.0160	0.0256	0.0056	0.0052	0.0020	0.0019	0.0135	0.0152	0.0017	0.0017	0.0043	0.0051
		100	0.0230	0.0504	0.0074	0.0115	0.0028	0.0027	0.0011	0.0011	0.0052	0.0057	0.0008	0.0009	0.0024	0.0039
		500	0.0031	0.0063	0.0010	0.0021	0.0005	0.0006	0.0002	0.0002	0.0006	0.0009	0.0001	0.0002	0.0005	0.0030
	[0; 2]	50	0.1498	0.2851	0.0708	0.1393	0.0133	0.0206	0.0085	0.0077	0.0152	0.0166	0.0018	0.0017	0.0064	0.0083
		100	0.0634	0.1706	0.0394	0.0828	0.0080	0.0086	0.0053	0.0055	0.0064	0.0085	0.0011	0.0012	0.0027	0.0043
		500	0.0126	0.1436	0.0066	0.0553	0.0013	0.0020	0.0009	0.0013	0.0010	0.0032	0.0001	0.0003	0.0006	0.0029
0.3	[-1; 3]	50	0.0222	0.0306	0.0082	0.0104	0.0064	0.0063	0.0025	0.0025	0.0074	0.0086	0.0022	0.0025	0.0061	0.0077
		100	0.0160	0.0213	0.0049	0.0065	0.0036	0.0037	0.0012	0.0012	0.0029	0.0034	0.0010	0.0011	0.0031	0.0057
		500	0.0023	0.0039	0.0006	0.0014	0.0006	0.0007	0.0002	0.0002	0.0004	0.0006	0.0002	0.0004	0.0006	0.0040
	[0; 2]	50	0.0644	0.1467	0.0449	0.0782	0.0186	0.0216	0.0108	0.0122	0.0083	0.0100	0.0026	0.0025	0.0068	0.0092
		100	0.0391	0.1110	0.0208	0.0463	0.0095	0.0109	0.0056	0.0061	0.0035	0.0051	0.0009	0.0012	0.0036	0.0065
		500	0.0072	0.1039	0.0040	0.0414	0.0018	0.0054	0.0011	0.0028	0.0007	0.0022	0.0002	0.0006	0.0006	0.0031
0.4	[-1; 3]	50	0.0236	0.0304	0.0091	0.0108	0.0117	0.0141	0.0039	0.0045	0.0050	0.0059	0.0033	0.0038	0.0076	0.0121
		100	0.0088	0.0123	0.0031	0.0039	0.0047	0.0049	0.0018	0.0018	0.0023	0.0029	0.0014	0.0019	0.0036	0.0082
		500	0.0015	0.0028	0.0004	0.0010	0.0007	0.0009	0.0003	0.0004	0.0003	0.0005	0.0002	0.0006	0.0007	0.0039
	[0; 2]	50	0.0548	0.1013	0.0286	0.0506	0.0271	0.0326	0.0162	0.0188	0.0053	0.0064	0.0036	0.0035	0.0086	0.0118
		100	0.0313	0.0724	0.0166	0.0333	0.0133	0.0222	0.0083	0.0118	0.0025	0.0037	0.0013	0.0021	0.0041	0.0058
		500	0.0046	0.0651	0.0025	0.0265	0.0024	0.0126	0.0015	0.0060	0.0004	0.0018	0.0003	0.0008	0.0010	0.0028
0.5	[-1; 3]	50	0.0163	0.0167	0.0054	0.0056	0.0137	0.0148	0.0047	0.0050	0.0040	0.0048	0.0033	0.0038	0.0081	0.0134
		100	0.0060	0.0067	0.0020	0.0022	0.0070	0.0084	0.0022	0.0027	0.0013	0.0020	0.0015	0.0020	0.0036	0.0079
		500	0.0009	0.0015	0.0003	0.0006	0.0009	0.0013	0.0003	0.0005	0.0002	0.0006	0.0002	0.0006	0.0007	0.0034
	[0; 2]	50	0.0308	0.0634	0.0196	0.0339	0.0303	0.0526	0.0170	0.0277	0.0043	0.0046	0.0041	0.0049	0.0086	0.0105
		100	0.0158	0.0428	0.0085	0.0199	0.0181	0.0441	0.0107	0.0211	0.0021	0.0028	0.0015	0.0029	0.0042	0.0073
		500	0.0029	0.0308	0.0016	0.0131	0.0030	0.0337	0.0019	0.0147	0.0003	0.0014	0.0003	0.0014	0.0009	0.0022
0.6	[-1; 3]	50	0.0081	0.0085	0.0034	0.0035	0.0254	0.0216	0.0082	0.0073	0.0023	0.0027	0.0056	0.0059	0.0073	0.0112
		100	0.0044	0.0046	0.0018	0.0018	0.0080	0.0109	0.0025	0.0032	0.0010	0.0014	0.0017	0.0022	0.0037	0.0085
		500	0.0008	0.0011	0.0003	0.0004	0.0012	0.0020	0.0004	0.0009	0.0002	0.0006	0.0003	0.0006	0.0006	0.0034
	[0; 2]	50	0.0287	0.0470	0.0168	0.0188	0.0507	0.1077	0.0327	0.0587	0.0033	0.0034	0.0048	0.0057	0.0088	0.0120
		100	0.0126	0.0209	0.0072	0.0107	0.0260	0.0779	0.0131	0.0330	0.0011	0.0018	0.0023	0.0037	0.0039	0.0064
		500	0.0022	0.0142	0.0014	0.0071	0.0045	0.0639	0.0024	0.0258	0.0002	0.0010	0.0004	0.0019	0.0008	0.0025
0.7	[-1; 3]	50	0.0077	0.0073	0.0029	0.0026	0.0367	0.0722	0.0112	0.0168	0.0019	0.0022	0.0076	0.0082	0.0063	0.0090
		100	0.0029	0.0030	0.0010	0.0010	0.0148	0.0247	0.0043	0.0067	0.0009	0.0011	0.0035	0.0040	0.0037	0.0068
		500	0.0006	0.0007	0.0002	0.0003	0.0020	0.0035	0.0006	0.0013	0.0002	0.0004	0.0004	0.0006	0.0006	0.0040
	[0; 2]	50	0.0184	0.0388	0.0121	0.0126	0.0710	0.1508	0.0427	0.0847	0.0022	0.0022	0.0090	0.0111	0.0071	0.0099
		100	0.0085	0.0123	0.0056	0.0072	0.0422	0.1087	0.0226	0.0470	0.0012	0.0014	0.0039	0.0052	0.0037	0.0060
		500	0.0017	0.0051	0.0012	0.0027	0.0072	0.0994	0.0038	0.0385	0.0002	0.0005	0.0006	0.0024	0.0008	0.0033
0.8	[-1; 3]	50	0.0062	0.0060	0.0023	0.0022	0.0486	0.0855	0.0182	0.0253	0.0015	0.0014	0.0128	0.0136	0.0040	0.0047
		100	0.0024	0.0026	0.0009	0.0010	0.0240	0.0419	0.0074	0.0117	0.0007	0.0008	0.0053	0.0063	0.0026	0.0042
		500	0.0005	0.0006	0.0002	0.0003	0.0035	0.0062	0.0011	0.0021	0.0001	0.0002	0.0007	0.0010	0.0005	0.0029
	[0; 2]	50	0.0141	0.0831	0.0091	0.0156	0.1213	0.2299	0.0776	0.1194	0.0020	0.0019	0.0171	0.0187	0.0054	0.0105
		100	0.0069	0.0066	0.0042	0.0039	0.0638	0.2051	0.0341	0.0867	0.0008	0.0010	0.0066	0.0089	0.0027	0.0045
		500	0.0013	0.0017	0.0008	0.0011	0.0126	0.1460	0.0068	0.0553	0.0002	0.0003	0.0009	0.0028	0.0007	0.0027
0.9	[-1; 3]	50	0.0043	0.0852	0.0018	0.0038	0.1145	0.2429	0.0385	0.0906	0.0014	0.0019	0.0242	0.0259	0.0035	0.0148
		100	0.0022	0.0022	0.0009	0.0009	0.0633	0.1253	0.0231	0.0373	0.0005	0.0005	0.0147	0.0163	0.0012	0.0015
		500	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0083	0.0185	0.0022	0.0049	0.0001	0.0001	0.0016	0.0018	0.0003	0.0012
	[0; 2]	50	0.0175	0.2567	0.0074	0.0841	0.2312	0.4833	0.1372	0.2550	0.0016	0.0016	0.0226	0.0256	0.0075	0.0174
		100	0.0069	0.0248	0.0038	0.0040	0.1413	0.3436	0.0770	0.1625	0.0008	0.0007	0.0162	0.0187	0.0039	0.0052
		500	0.0012	0.0012	0.0009	0.0009	0.0301	0.2271	0.0151	0.0846	0.0001	0.0001	0.0023	0.0045	0.0003	0.0012

Tabela D.73: Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CI

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.2558	1.0717	0.0772	0.3000	0.0130	3.4760	0.0058	0.3295	0.0738	0.0911	0.0049	0.0066	0.0064	0.0317
		100	0.1725	1.0833	0.0509	0.2671	0.0065	0.5265	0.0029	0.0317	0.0549	0.0724	0.0023	0.0068	0.0016	0.0283
		500	0.0446	0.7058	0.0126	0.1223	0.0012	0.0017	0.0005	0.0009	0.0094	0.0221	0.0003	0.0004	0.0004	0.0031
	[0; 2]	50	0.3589	1.0357	0.2481	0.6353	0.2377	2.6664	0.0540	0.4162	0.0717	0.0966	0.0147	0.0344	0.0456	0.1613
		100	0.3610	0.8214	0.2471	0.4151	0.0721	1.2940	0.0143	0.1333	0.0618	0.0976	0.0070	0.0228	0.0271	0.1189
		500	0.1637	1.3067	0.0724	0.3066	0.0033	0.3006	0.0024	0.0069	0.0170	0.0615	0.0005	0.0047	0.0012	0.0425
0.2	[-1; 3]	50	0.1450	0.4692	0.0438	0.1307	0.0210	0.1558	0.0071	0.0079	0.0514	0.0656	0.0064	0.0070	0.0078	0.0231
		100	0.1318	0.5513	0.0389	0.1119	0.0091	0.0110	0.0030	0.0039	0.0222	0.0348	0.0030	0.0028	0.0037	0.0083
		500	0.0139	0.3326	0.0039	0.0596	0.0015	0.0037	0.0006	0.0017	0.0032	0.0094	0.0004	0.0007	0.0009	0.0090
	[0; 2]	50	0.3046	0.7466	0.2345	0.3957	0.1098	1.1871	0.0328	0.1661	0.0559	0.0810	0.0146	0.0164	0.0309	0.0601
		100	0.1930	0.8524	0.1260	0.3068	0.0243	0.5187	0.0197	0.0417	0.0304	0.0567	0.0048	0.0099	0.0120	0.0392
		500	0.0608	1.0853	0.0271	0.2522	0.0050	0.1142	0.0036	0.0043	0.0064	0.0398	0.0007	0.0028	0.0016	0.0264
0.3	[-1; 3]	50	0.1445	0.4438	0.0463	0.1044	0.0269	0.0387	0.0106	0.0109	0.0330	0.0409	0.0069	0.0089	0.0103	0.0170
		100	0.0553	0.2235	0.0165	0.0503	0.0133	0.0178	0.0046	0.0062	0.0120	0.0212	0.0029	0.0037	0.0052	0.0132
		500	0.0084	0.2011	0.0024	0.0396	0.0019	0.0074	0.0006	0.0029	0.0016	0.0056	0.0005	0.0011	0.0009	0.0128
	[0; 2]	50	0.2489	0.6296	0.1444	0.2904	0.0884	0.4083	0.0355	0.0533	0.0445	0.0619	0.0097	0.0129	0.0187	0.0334
		100	0.1395	0.6688	0.0915	0.2192	0.0643	0.1332	0.0259	0.0225	0.0184	0.0408	0.0063	0.0073	0.0125	0.0199
		500	0.0345	0.8218	0.0179	0.1783	0.0073	0.0094	0.0046	0.0079	0.0037	0.0339	0.0008	0.0025	0.0017	0.0198
0.4	[-1; 3]	50	0.0744	0.2119	0.0251	0.0544	0.0411	0.0523	0.0124	0.0159	0.0209	0.0256	0.0091	0.0112	0.0108	0.0192
		100	0.0353	0.1771	0.0116	0.0383	0.0164	0.0241	0.0058	0.0089	0.0083	0.0142	0.0043	0.0070	0.0054	0.0164
		500	0.0063	0.0750	0.0019	0.0189	0.0029	0.0104	0.0010	0.0037	0.0013	0.0036	0.0008	0.0027	0.0010	0.0132
	[0; 2]	50	0.2231	0.4326	0.1194	0.1676	0.0852	0.1627	0.0513	0.0497	0.0289	0.0355	0.0154	0.0157	0.0227	0.0190
		100	0.0935	0.4863	0.0533	0.1351	0.0410	0.0701	0.0293	0.0354	0.0160	0.0340	0.0076	0.0084	0.0131	0.0197
		500	0.0191	0.4121	0.0118	0.1029	0.0079	0.0378	0.0054	0.0181	0.0024	0.0219	0.0014	0.0050	0.0027	0.0141
0.5	[-1; 3]	50	0.0432	0.0734	0.0162	0.0211	0.0516	0.0892	0.0189	0.0262	0.0126	0.0159	0.0129	0.0156	0.0113	0.0221
		100	0.0214	0.0578	0.0075	0.0166	0.0187	0.0634	0.0062	0.0170	0.0058	0.0100	0.0060	0.0089	0.0057	0.0190
		500	0.0037	0.0155	0.0012	0.0058	0.0035	0.0160	0.0010	0.0051	0.0009	0.0036	0.0010	0.0038	0.0011	0.0102
	[0; 2]	50	0.1579	0.2033	0.0807	0.0806	0.1496	0.2379	0.0946	0.1023	0.0213	0.0221	0.0271	0.0248	0.0273	0.0176
		100	0.0626	0.1886	0.0345	0.0690	0.0830	0.2224	0.0503	0.0813	0.0102	0.0173	0.0134	0.0197	0.0153	0.0142
		500	0.0118	0.1552	0.0074	0.0489	0.0130	0.1630	0.0068	0.0476	0.0012	0.0116	0.0016	0.0131	0.0017	0.0085
0.6	[-1; 3]	50	0.0299	0.1329	0.0113	0.0142	0.0741	0.2024	0.0228	0.0607	0.0107	0.0122	0.0174	0.0233	0.0108	0.0229
		100	0.0165	0.0296	0.0053	0.0099	0.0327	0.1443	0.0107	0.0313	0.0042	0.0064	0.0079	0.0142	0.0050	0.0160
		500	0.0028	0.0130	0.0010	0.0048	0.0058	0.1029	0.0017	0.0222	0.0006	0.0025	0.0012	0.0032	0.0008	0.0123
	[0; 2]	50	0.1084	0.1064	0.0631	0.0551	0.1762	0.4157	0.0899	0.1438	0.0187	0.0163	0.0253	0.0354	0.0244	0.0197
		100	0.0523	0.1385	0.0286	0.0351	0.1094	0.4710	0.0597	0.1534	0.0063	0.0092	0.0143	0.0316	0.0102	0.0214
		500	0.0098	0.0399	0.0057	0.0183	0.0227	0.4423	0.0115	0.1101	0.0010	0.0053	0.0017	0.0225	0.0015	0.0146
0.7	[-1; 3]	50	0.0235	0.1224	0.0085	0.0095	0.1110	0.2870	0.0372	0.0853	0.0087	0.0078	0.0359	0.0358	0.0105	0.0150
		100	0.0132	0.0177	0.0040	0.0056	0.0496	0.2878	0.0156	0.0600	0.0030	0.0038	0.0105	0.0192	0.0043	0.0138
		500	0.0018	0.0066	0.0007	0.0030	0.0076	0.1952	0.0024	0.0383	0.0006	0.0012	0.0016	0.0051	0.0009	0.0132
	[0; 2]	50	0.0705	0.1718	0.0455	0.0338	0.2182	0.6161	0.1477	0.2331	0.0121	0.0132	0.0400	0.0568	0.0181	0.0288
		100	0.0292	0.1319	0.0206	0.0223	0.1338	0.6568	0.0822	0.2211	0.0059	0.0086	0.0223	0.0431	0.0117	0.0221
		500	0.0077	0.0311	0.0048	0.0086	0.0271	0.7272	0.0148	0.1657	0.0009	0.0027	0.0029	0.0320	0.0020	0.0193
0.8	[-1; 3]	50	0.0187	0.3104	0.0060	0.0126	0.2309	0.5671	0.0829	0.1650	0.0065	0.0073	0.0554	0.0658	0.0080	0.0204
		100	0.0076	0.0684	0.0035	0.0046	0.0896	0.4141	0.0306	0.1038	0.0024	0.0024	0.0208	0.0332	0.0043	0.0136
		500	0.0015	0.0042	0.0006	0.0017	0.0179	0.3584	0.0046	0.0643	0.0004	0.0005	0.0029	0.0085	0.0007	0.0089
	[0; 2]	50	0.0740	0.4819	0.0334	0.0450	0.3689	0.7350	0.2175	0.3765	0.0100	0.0133	0.0635	0.0820	0.0242	0.0562
		100	0.0255	0.3873	0.0212	0.0273	0.2142	0.7977	0.1104	0.2673	0.0046	0.0074	0.0377	0.0648	0.0091	0.0405
		500	0.0054	0.1118	0.0035	0.0045	0.0550	1.0742	0.0259	0.2356	0.0006	0.0036	0.0059	0.0422	0.0016	0.0237
0.9	[-1; 3]	50	0.0157	2.5150	0.0062	0.2551	0.2025	0.8224	0.0721	0.2395	0.0061	0.0105	0.0702	0.0903	0.0091	0.0398
		100	0.0066	0.4448	0.0026	0.0249	0.2142	0.7659	0.0688	0.1978	0.0023	0.0038	0.0521	0.0678	0.0034	0.0240
		500	0.0013	0.0409	0.0005	0.0009	0.0494	0.6804	0.0152	0.1233	0.0004	0.0009	0.0107	0.0209	0.0005	0.0069
	[0; 2]	50	0.1532	1.2497	0.0307	0.1560	0.3779	3.8445	0.2291	1.5622	0.0121	0.0264	0.0838	0.1028	0.0402	0.1172
		100	0.0343	1.5258	0.0148	0.1738	0.3267	0.8748	0.2010	0.4914	0.0047	0.0226	0.0669	0.1029	0.0141	0.1053
		500	0.0036	0.2553	0.0024	0.0097	0.1938	1.4535	0.0864	0.3348	0.0006	0.0022	0.0166	0.0604	0.0015	0.0309

Tabela D.74: Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.2622	2.6250	0.0758	0.7091	0.0495	3.0784	0.0208	0.2090	0.0722	0.1170	0.0168	0.0588	0.0167	0.0927
		100	0.2942	1.5314	0.0726	0.3300	0.0253	1.2935	0.0117	0.0963	0.0682	0.1236	0.0103	0.0331	0.0110	0.0466
		500	0.1148	2.3712	0.0265	0.3005	0.0044	0.4467	0.0020	0.0073	0.0212	0.0796	0.0009	0.0123	0.0012	0.0290
	[0; 2]	50	0.5146	3.3718	0.2730	1.4869	0.1568	7.7284	0.0963	1.7558	0.0783	0.1280	0.0294	0.1668	0.0399	0.2206
		100	0.4281	1.7738	0.2008	0.8054	0.0977	3.0676	0.0542	0.3794	0.0858	0.1449	0.0237	0.1406	0.0376	0.1935
		500	0.2396	2.6903	0.1454	0.8015	0.0136	2.5258	0.0105	0.1615	0.0386	0.1695	0.0021	0.1292	0.0063	0.1837
0.2	[-1; 3]	50	0.2305	0.8964	0.0747	0.2404	0.0716	1.4322	0.0251	0.1982	0.0573	0.0908	0.0263	0.0388	0.0203	0.0393
		100	0.1818	1.1394	0.0461	0.1966	0.0253	0.2631	0.0099	0.0124	0.0325	0.0773	0.0089	0.0177	0.0060	0.0262
		500	0.0302	1.8627	0.0082	0.2222	0.0047	0.2716	0.0022	0.0109	0.0064	0.0536	0.0012	0.0104	0.0012	0.0313
	[0; 2]	50	0.3905	1.0073	0.2318	0.5030	0.2696	1.8775	0.1069	0.2596	0.0639	0.1132	0.0469	0.1057	0.0502	0.1029
		100	0.3412	1.2667	0.1902	0.4419	0.1021	1.1693	0.0645	0.1341	0.0586	0.1315	0.0195	0.0716	0.0302	0.0871
		500	0.1067	2.3129	0.0602	0.5108	0.0152	0.6144	0.0110	0.0484	0.0141	0.1798	0.0028	0.0526	0.0072	0.0791
0.3	[-1; 3]	50	0.1218	0.5469	0.0469	0.1378	0.0922	1.0374	0.0270	0.1040	0.0377	0.0636	0.0295	0.0380	0.0208	0.0327
		100	0.0726	1.1593	0.0200	0.1971	0.0310	0.0719	0.0126	0.0195	0.0221	0.0536	0.0095	0.0122	0.0084	0.0278
		500	0.0117	1.3905	0.0036	0.1795	0.0052	0.1008	0.0025	0.0181	0.0024	0.0389	0.0017	0.0102	0.0013	0.0372
	[0; 2]	50	0.3580	0.6246	0.2114	0.2452	0.2168	0.3811	0.1322	0.0916	0.0624	0.0892	0.0522	0.0566	0.0381	0.0354
		100	0.2302	0.8943	0.1364	0.2963	0.1478	0.5826	0.0840	0.0824	0.0257	0.0765	0.0189	0.0454	0.0272	0.0473
		500	0.0464	1.3227	0.0286	0.2667	0.0248	0.8225	0.0121	0.0692	0.0058	0.1299	0.0035	0.0864	0.0065	0.0983
0.4	[-1; 3]	50	0.0832	0.1710	0.0313	0.0504	0.0894	0.1776	0.0340	0.0382	0.0293	0.0413	0.0329	0.0325	0.0201	0.0265
		100	0.0447	0.1771	0.0131	0.0380	0.0393	0.0972	0.0161	0.0333	0.0100	0.0273	0.0101	0.0162	0.0072	0.0198
		500	0.0073	0.1163	0.0023	0.0230	0.0068	0.0503	0.0029	0.0177	0.0024	0.0216	0.0015	0.0061	0.0014	0.0122
	[0; 2]	50	0.3009	0.3938	0.1555	0.1351	0.2658	0.3540	0.2172	0.1263	0.0392	0.0419	0.0638	0.0720	0.0397	0.0267
		100	0.1306	0.3110	0.0790	0.1000	0.1362	0.4454	0.0696	0.0942	0.0181	0.0354	0.0232	0.0601	0.0235	0.0318
		500	0.0234	0.4577	0.0168	0.1259	0.0213	0.4596	0.0119	0.0660	0.0031	0.0250	0.0039	0.0629	0.0054	0.0405
0.5	[-1; 3]	50	0.0554	0.1314	0.0206	0.0195	0.1128	0.3067	0.0399	0.0796	0.0177	0.0237	0.0347	0.0441	0.0162	0.0230
		100	0.0311	0.0771	0.0117	0.0153	0.0508	0.2340	0.0231	0.0622	0.0105	0.0143	0.0197	0.0288	0.0099	0.0247
		500	0.0049	0.0340	0.0018	0.0103	0.0091	0.1369	0.0037	0.0338	0.0012	0.0072	0.0020	0.0100	0.0016	0.0184
	[0; 2]	50	0.1613	0.5915	0.0862	0.1439	0.3033	0.6326	0.2540	0.2148	0.0283	0.0234	0.0754	0.0992	0.0326	0.0337
		100	0.0735	0.1993	0.0516	0.0697	0.1496	0.7936	0.1030	0.1745	0.0130	0.0133	0.0257	0.0879	0.0211	0.0351
		500	0.0147	0.1655	0.0089	0.0509	0.0244	1.1877	0.0144	0.1546	0.0023	0.0076	0.0047	0.1054	0.0043	0.0601
0.6	[-1; 3]	50	0.0375	0.2364	0.0134	0.0160	0.1309	0.4447	0.0466	0.1237	0.0129	0.0125	0.0555	0.0634	0.0152	0.0255
		100	0.0239	0.0783	0.0079	0.0121	0.0754	0.3593	0.0253	0.0820	0.0072	0.0093	0.0222	0.0364	0.0088	0.0207
		500	0.0039	0.0118	0.0014	0.0050	0.0111	0.2211	0.0041	0.0475	0.0011	0.0035	0.0032	0.0145	0.0015	0.0206
	[0; 2]	50	0.1454	0.4176	0.0698	0.0589	0.3981	0.8940	0.2516	0.3410	0.0241	0.0140	0.0828	0.1421	0.0320	0.0388
		100	0.0830	0.4307	0.0353	0.0565	0.2702	1.0378	0.1205	0.2306	0.0105	0.0102	0.0510	0.1249	0.0200	0.0412
		500	0.0101	0.0609	0.0068	0.0239	0.0346	1.5957	0.0201	0.2213	0.0014	0.0045	0.0052	0.1135	0.0038	0.0498
0.7	[-1; 3]	50	0.0476	0.3977	0.0107	0.0193	0.4688	1.0053	0.1499	0.2787	0.0094	0.0099	0.0858	0.1048	0.0137	0.0297
		100	0.0120	0.0168	0.0050	0.0069	0.1395	0.6770	0.0421	0.1512	0.0041	0.0047	0.0357	0.0590	0.0065	0.0171
		500	0.0021	0.0056	0.0008	0.0026	0.0134	0.3744	0.0062	0.0764	0.0006	0.0015	0.0044	0.0193	0.0011	0.0176
	[0; 2]	50	0.2775	1.1562	0.0527	0.1231	0.5018	1.0357	0.3616	0.4718	0.0209	0.0161	0.1065	0.1626	0.0433	0.0692
		100	0.0833	0.3564	0.0268	0.0275	0.3840	1.3404	0.2108	0.3768	0.0066	0.0063	0.0650	0.1453	0.0229	0.0434
		500	0.0067	0.1351	0.0049	0.0137	0.0525	1.8836	0.0246	0.2693	0.0010	0.0031	0.0081	0.1193	0.0028	0.0365
0.8	[-1; 3]	50	0.0180	0.9177	0.0076	0.0354	0.3631	1.0223	0.1217	0.2818	0.0068	0.0109	0.1244	0.1475	0.0110	0.0449
		100	0.0090	0.2981	0.0035	0.0115	0.2403	0.9350	0.0804	0.2258	0.0033	0.0047	0.0685	0.0979	0.0053	0.0235
		500	0.0021	0.0037	0.0006	0.0017	0.0304	0.6896	0.0094	0.1150	0.0006	0.0011	0.0066	0.0296	0.0009	0.0099
	[0; 2]	50	0.3000	2.0189	0.0587	0.1772	0.7657	1.1334	0.4395	0.5585	0.0131	0.0181	0.1705	0.2264	0.0450	0.1166
		100	0.1592	1.4172	0.0252	0.1079	0.5703	1.9118	0.2835	0.7349	0.0062	0.0130	0.1179	0.1908	0.0267	0.1008
		500	0.0047	0.3788	0.0034	0.0127	0.0963	2.0521	0.0494	0.3451	0.0008	0.0027	0.0152	0.1352	0.0024	0.0435
0.9	[-1; 3]	50	0.0986	3.6581	0.0076	0.2303	0.4513	1.8015	0.1729	0.6499	0.0086	0.0163	0.1816	0.2242	0.0229	0.1215
		100	0.0504	0.7407	0.0033	0.0277	0.4368	1.3936	0.1589	0.4196	0.0037	0.0071	0.1451	0.1914	0.0082	0.0419
		500	0.0011	0.0015	0.0005	0.0008	0.0703	1.1444	0.0255	0.1920	0.0004	0.0007	0.0160	0.0517	0.0006	0.0032
	[0; 2]	50	0.5533	3.4387	0.0714	0.4866	0.6272	1.6472	0.5674	0.9775	0.0217	0.0377	0.2054	0.2539	0.0999	0.2028
		100	0.2640	3.4457	0.0361	0.4097	0.7261	1.4460	0.4125	0.6497	0.0111	0.0250	0.1558	0.2451	0.0466	0.1873
		500	0.0034	0.7542	0.0026	0.0095	0.2328	2.0980	0.1196	0.4300	0.0006	0.0043	0.0355	0.1457	0.0014	0.0951

Tabela D.75: Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CIII

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0347	0.0468	0.0326	0.6380	0.0118	0.0111	0.0056	0.0052	0.0213	0.0281	0.0037	0.0031	0.0055	0.0012
		100	0.0294	0.0313	0.0288	0.1388	0.0056	0.0049	0.0023	0.0022	0.0187	0.0227	0.0021	0.0017	0.0017	0.0020
		500	0.0040	0.0102	0.0054	0.0429	0.0010	0.0013	0.0005	0.0008	0.0029	0.0057	0.0004	0.0004	0.0004	0.0029
	[0; 2]	50	0.0904	0.1421	0.1088	0.4294	0.0293	0.0248	0.0221	0.0199	0.0252	0.0351	0.0051	0.0035	0.0083	0.0020
		100	0.0883	0.1196	0.1140	0.4278	0.0165	0.0144	0.0115	0.0359	0.0212	0.0328	0.0026	0.0032	0.0047	0.0058
		500	0.0165	0.0230	0.0281	0.1910	0.0029	0.0036	0.0020	0.0020	0.0044	0.0147	0.0004	0.0005	0.0007	0.0030
0.2	[-1; 3]	50	0.0190	0.0346	0.0222	0.0701	0.0128	0.0129	0.0068	0.0063	0.0167	0.0219	0.0049	0.0046	0.0060	0.0063
		100	0.0125	0.0134	0.0133	0.0506	0.0064	0.0067	0.0030	0.0032	0.0065	0.0082	0.0023	0.0024	0.0027	0.0075
		500	0.0021	0.0050	0.0015	0.0160	0.0011	0.0014	0.0006	0.0012	0.0009	0.0022	0.0004	0.0006	0.0007	0.0071
	[0; 2]	50	0.0921	0.1026	0.0877	0.2585	0.0418	0.0325	0.0313	0.0252	0.0194	0.0229	0.0071	0.0055	0.0144	0.0079
		100	0.0409	0.0428	0.0522	0.1250	0.0142	0.0153	0.0112	0.0126	0.0100	0.0189	0.0026	0.0032	0.0043	0.0074
		500	0.0073	0.0122	0.0098	0.1320	0.0032	0.0058	0.0023	0.0038	0.0016	0.0085	0.0006	0.0016	0.0009	0.0068
0.3	[-1; 3]	50	0.0198	0.0183	0.0154	0.0343	0.0166	0.0154	0.0095	0.0104	0.0106	0.0126	0.0071	0.0064	0.0075	0.0137
		100	0.0069	0.0072	0.0060	0.0134	0.0084	0.0090	0.0037	0.0047	0.0039	0.0070	0.0025	0.0033	0.0031	0.0086
		500	0.0014	0.0025	0.0007	0.0045	0.0015	0.0018	0.0007	0.0013	0.0006	0.0016	0.0006	0.0012	0.0006	0.0079
	[0; 2]	50	0.0475	0.0459	0.0623	0.1190	0.0400	0.0358	0.0341	0.0363	0.0144	0.0171	0.0080	0.0086	0.0125	0.0138
		100	0.0247	0.0239	0.0273	0.0713	0.0192	0.0174	0.0132	0.0240	0.0053	0.0081	0.0048	0.0075	0.0059	0.0099
		500	0.0046	0.0108	0.0050	0.0707	0.0039	0.0042	0.0030	0.0112	0.0009	0.0042	0.0007	0.0044	0.0009	0.0043
0.4	[-1; 3]	50	0.0110	0.0101	0.0093	0.0121	0.0152	0.0148	0.0104	0.0119	0.0059	0.0085	0.0072	0.0076	0.0101	0.0177
		100	0.0041	0.0046	0.0031	0.0054	0.0088	0.0095	0.0047	0.0073	0.0023	0.0044	0.0033	0.0043	0.0042	0.0101
		500	0.0010	0.0014	0.0005	0.0012	0.0015	0.0030	0.0006	0.0019	0.0004	0.0021	0.0005	0.0010	0.0008	0.0040
	[0; 2]	50	0.0305	0.0280	0.0324	0.0506	0.0557	0.0446	0.0426	0.0598	0.0084	0.0093	0.0100	0.0127	0.0133	0.0173
		100	0.0143	0.0162	0.0162	0.0333	0.0259	0.0241	0.0208	0.0523	0.0033	0.0052	0.0048	0.0108	0.0066	0.0119
		500	0.0022	0.0077	0.0030	0.0307	0.0046	0.0053	0.0041	0.0328	0.0004	0.0018	0.0007	0.0077	0.0008	0.0046
0.5	[-1; 3]	50	0.0076	0.0077	0.0051	0.0058	0.0163	0.0141	0.0101	0.0150	0.0041	0.0053	0.0085	0.0094	0.0084	0.0137
		100	0.0036	0.0036	0.0021	0.0029	0.0134	0.0135	0.0060	0.0095	0.0017	0.0029	0.0053	0.0060	0.0043	0.0104
		500	0.0009	0.0009	0.0005	0.0005	0.0025	0.0042	0.0011	0.0029	0.0003	0.0012	0.0008	0.0011	0.0007	0.0067
	[0; 2]	50	0.0243	0.0246	0.0239	0.0280	0.0862	0.0529	0.0701	0.0876	0.0055	0.0048	0.0132	0.0190	0.0144	0.0190
		100	0.0142	0.0158	0.0122	0.0210	0.0302	0.0276	0.0252	0.0698	0.0024	0.0033	0.0060	0.0144	0.0071	0.0124
		500	0.0020	0.0050	0.0021	0.0125	0.0052	0.0063	0.0047	0.0590	0.0005	0.0010	0.0010	0.0099	0.0011	0.0088
0.6	[-1; 3]	50	0.0059	0.0060	0.0046	0.0037	0.0322	0.0328	0.0147	0.0228	0.0035	0.0041	0.0140	0.0149	0.0092	0.0122
		100	0.0027	0.0027	0.0016	0.0018	0.0154	0.0179	0.0063	0.0102	0.0014	0.0020	0.0053	0.0067	0.0044	0.0094
		500	0.0006	0.0007	0.0003	0.0004	0.0032	0.0044	0.0011	0.0031	0.0002	0.0009	0.0010	0.0013	0.0009	0.0064
	[0; 2]	50	0.0209	0.0159	0.0205	0.0193	0.0892	0.0646	0.0670	0.1357	0.0040	0.0031	0.0198	0.0283	0.0111	0.0151
		100	0.0090	0.0090	0.0085	0.0096	0.0445	0.0319	0.0380	0.0884	0.0017	0.0016	0.0084	0.0171	0.0057	0.0120
		500	0.0015	0.0035	0.0016	0.0044	0.0057	0.0070	0.0053	0.0918	0.0003	0.0004	0.0012	0.0125	0.0011	0.0111
0.7	[-1; 3]	50	0.0052	0.0052	0.0029	0.0026	0.0432	0.0398	0.0243	0.0413	0.0025	0.0022	0.0227	0.0249	0.0088	0.0103
		100	0.0024	0.0024	0.0013	0.0015	0.0181	0.0204	0.0096	0.0190	0.0011	0.0013	0.0091	0.0104	0.0030	0.0070
		500	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0031	0.0065	0.0017	0.0055	0.0002	0.0004	0.0011	0.0015	0.0008	0.0056
	[0; 2]	50	0.0145	0.0144	0.0118	0.0112	0.1261	0.1302	0.1141	0.2150	0.0028	0.0025	0.0277	0.0370	0.0102	0.0121
		100	0.0070	0.0077	0.0068	0.0075	0.0555	0.0478	0.0476	0.1453	0.0014	0.0014	0.0138	0.0254	0.0054	0.0094
		500	0.0014	0.0024	0.0013	0.0025	0.0106	0.0111	0.0083	0.1177	0.0002	0.0003	0.0016	0.0132	0.0010	0.0080
0.8	[-1; 3]	50	0.0048	0.0048	0.0021	0.1722	0.0886	0.1035	0.0599	0.1129	0.0021	0.0021	0.0345	0.0382	0.0060	0.0086
		100	0.0024	0.0023	0.0011	0.0011	0.0335	0.0367	0.0176	0.0327	0.0008	0.0009	0.0163	0.0189	0.0028	0.0049
		500	0.0003	0.0004	0.0002	0.0002	0.0048	0.0077	0.0032	0.0089	0.0002	0.0002	0.0018	0.0023	0.0004	0.0037
	[0; 2]	50	0.0148	0.0115	0.0195	0.0100	0.2695	0.2225	0.2293	0.4878	0.0030	0.0018	0.0403	0.0587	0.0114	0.0065
		100	0.0066	0.0063	0.0060	0.0055	0.0963	0.0728	0.0980	0.2139	0.0011	0.0009	0.0208	0.0341	0.0040	0.0054
		500	0.0011	0.0017	0.0010	0.0013	0.0142	0.0113	0.0106	0.1284	0.0002	0.0002	0.0032	0.0174	0.0009	0.0050
0.9	[-1; 3]	50	0.0042	0.0042	0.0019	0.1285	0.0975	0.1155	0.0904	0.2110	0.0015	0.0013	0.0714	0.0764	0.0034	0.0047
		100	0.0020	0.0021	0.0009	0.0009	0.0840	0.0920	0.0605	0.1570	0.0006	0.0006	0.0387	0.0429	0.0012	0.0015
		500	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0126	0.0175	0.0062	0.0206	0.0001	0.0001	0.0050	0.0059	0.0003	0.0013
	[0; 2]	50	0.0108	0.0095	0.0130	0.0132	0.2726	0.3446	0.2159	0.5665	0.0023	0.0011	0.0750	0.0895	0.0091	0.0045
		100	0.0047	0.0047	0.0040	0.0038	0.2258	0.2084	0.2182	0.5394	0.0010	0.0009	0.0546	0.0696	0.0021	0.0020
		500	0.0009	0.0011	0.0007	0.0008	0.0374	0.0269	0.0350	0.1802	0.0001	0.0002	0.0069	0.0227	0.0004	0.0016

Tabela D.76: Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CIV

$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.3419	0.3331	0.2883	0.9675	0.1194	0.0997	0.0735	0.0653	0.1671	0.1381	0.0699	0.0538	0.0811	0.0294
		100	0.2916	0.2982	0.2545	0.6733	0.0809	0.0797	0.0552	0.0538	0.1813	0.1514	0.0430	0.0380	0.0532	0.0225
		500	0.1144	0.1269	0.1141	0.2849	0.0325	0.0330	0.0230	0.0248	0.0904	0.0935	0.0193	0.0205	0.0221	0.0127
	[0; 2]	50	0.5471	0.5497	0.5647	1.0624	0.1894	0.1523	0.1718	0.1365	0.1648	0.1143	0.0779	0.0617	0.1022	0.0314
		100	0.5035	0.4293	0.4894	0.7159	0.1524	0.1125	0.1139	0.0887	0.1833	0.1195	0.0591	0.0391	0.1018	0.0243
		500	0.2687	0.2108	0.2514	0.3507	0.0552	0.0518	0.0478	0.0407	0.1129	0.0842	0.0242	0.0286	0.0371	0.0167
0.2	[-1; 3]	50	0.2844	0.3074	0.2267	0.4389	0.1239	0.1334	0.0869	0.3597	0.1650	0.1523	0.0695	0.0648	0.0825	0.0814
		100	0.2289	0.2143	0.1767	0.3538	0.0833	0.0880	0.0607	0.0633	0.1300	0.1201	0.0513	0.0511	0.0632	0.0483
		500	0.0791	0.0962	0.0619	0.2539	0.0363	0.0430	0.0251	0.0389	0.0512	0.0660	0.0204	0.0258	0.0272	0.0253
	[0; 2]	50	0.4941	0.4348	0.4811	0.6048	0.2097	0.1760	0.1964	0.1414	0.1883	0.1240	0.0895	0.0632	0.1324	0.0687
		100	0.3942	0.2904	0.3551	0.5269	0.1677	0.1248	0.1378	0.1064	0.1677	0.1054	0.0686	0.0551	0.1091	0.0519
		500	0.1735	0.1670	0.1646	0.1545	0.0630	0.0778	0.0585	0.0535	0.0757	0.0503	0.0223	0.0332	0.0392	0.0320
0.3	[-1; 3]	50	0.2415	0.2183	0.2022	0.3083	0.1460	0.1353	0.1007	0.0971	0.1428	0.1235	0.0815	0.0709	0.1032	0.0859
		100	0.1523	0.1448	0.1267	0.2468	0.0846	0.0873	0.0620	0.0728	0.1152	0.1093	0.0527	0.0561	0.0685	0.0746
		500	0.0649	0.0707	0.0501	0.2052	0.0371	0.0460	0.0288	0.0610	0.0421	0.0512	0.0258	0.0282	0.0308	0.0346
	[0; 2]	50	0.4776	0.3618	0.4144	0.4792	0.2374	0.1921	0.2302	0.1577	0.1584	0.1101	0.1094	0.0734	0.1469	0.0977
		100	0.3431	0.2561	0.2908	0.2967	0.1859	0.1671	0.1548	0.1354	0.1194	0.0928	0.0642	0.0530	0.1069	0.0780
		500	0.1344	0.1181	0.1239	0.1096	0.0770	0.0815	0.0644	0.0543	0.0488	0.0387	0.0292	0.0383	0.0470	0.0525
0.4	[-1; 3]	50	0.1889	0.1796	0.1522	0.2047	0.1588	0.1572	0.1136	0.1175	0.1236	0.1209	0.0949	0.0868	0.1131	0.1225
		100	0.1317	0.1268	0.0997	0.1794	0.1141	0.1173	0.0829	0.0997	0.0915	0.0933	0.0687	0.0635	0.0806	0.0981
		500	0.0529	0.0563	0.0391	0.1117	0.0434	0.0492	0.0307	0.0541	0.0352	0.0433	0.0250	0.0284	0.0311	0.0449
	[0; 2]	50	0.3822	0.2900	0.3407	0.3054	0.2695	0.2180	0.2526	0.1956	0.1515	0.0940	0.1118	0.0730	0.1430	0.1246
		100	0.2702	0.2086	0.2401	0.2114	0.1904	0.1599	0.1666	0.1443	0.1033	0.0680	0.0752	0.0571	0.1120	0.1127
		500	0.1156	0.1058	0.1020	0.1007	0.0897	0.1015	0.0784	0.0720	0.0464	0.0408	0.0328	0.0409	0.0482	0.0791
0.5	[-1; 3]	50	0.1614	0.1638	0.1394	0.1744	0.1664	0.1497	0.1225	0.1456	0.0984	0.0903	0.0958	0.0896	0.1054	0.1508
		100	0.1157	0.1192	0.0898	0.1365	0.1180	0.1276	0.0858	0.1331	0.0695	0.0699	0.0702	0.0705	0.0765	0.1365
		500	0.0436	0.0477	0.0339	0.0646	0.0494	0.0520	0.0322	0.0615	0.0284	0.0359	0.0287	0.0380	0.0334	0.1033
	[0; 2]	50	0.3067	0.2281	0.2641	0.2255	0.3187	0.3436	0.2967	0.2708	0.1253	0.0835	0.1301	0.0886	0.1523	0.1476
		100	0.2143	0.1685	0.1905	0.1560	0.2148	0.1762	0.1830	0.1569	0.0827	0.0602	0.0892	0.0640	0.1116	0.1266
		500	0.0903	0.0990	0.0853	0.0903	0.0831	0.0935	0.0816	0.0760	0.0351	0.0372	0.0345	0.0389	0.0490	0.0993
0.6	[-1; 3]	50	0.1477	0.1521	0.1031	0.1323	0.1946	0.2001	0.1505	0.2368	0.0830	0.0792	0.1252	0.1065	0.1041	0.1350
		100	0.1093	0.1205	0.0731	0.0945	0.1217	0.1218	0.1065	0.2006	0.0622	0.0637	0.0768	0.0872	0.0721	0.0955
		500	0.0400	0.0460	0.0290	0.0586	0.0516	0.0542	0.0381	0.1303	0.0267	0.0283	0.0317	0.0398	0.0332	0.0440
	[0; 2]	50	0.2631	0.2122	0.2312	0.1876	0.3646	0.2768	0.3454	0.2864	0.1109	0.0681	0.1406	0.0950	0.1493	0.1328
		100	0.2031	0.1918	0.1756	0.1502	0.2696	0.2122	0.2463	0.1957	0.0782	0.0680	0.1068	0.0752	0.1024	0.1116
		500	0.0764	0.0867	0.0719	0.0708	0.1092	0.0999	0.1061	0.1109	0.0327	0.0405	0.0470	0.0359	0.0418	0.0817
0.7	[-1; 3]	50	0.1411	0.1335	0.0931	0.0960	0.2462	0.2178	0.1891	0.2921	0.0817	0.0682	0.1476	0.1306	0.1007	0.0826
		100	0.0921	0.0976	0.0644	0.0785	0.1533	0.1481	0.1295	0.2611	0.0580	0.0535	0.1007	0.1002	0.0623	0.0600
		500	0.0414	0.0518	0.0286	0.0553	0.0619	0.0755	0.0493	0.1979	0.0252	0.0321	0.0450	0.0567	0.0333	0.0363
	[0; 2]	50	0.2456	0.2162	0.2213	0.1889	0.4241	0.3270	0.3960	0.3502	0.1026	0.0780	0.1605	0.1152	0.1407	0.1085
		100	0.1671	0.1442	0.1479	0.1144	0.2959	0.2491	0.2819	0.2920	0.0686	0.0612	0.1145	0.0873	0.1014	0.0882
		500	0.0638	0.0817	0.0642	0.0559	0.1199	0.1291	0.1235	0.1124	0.0295	0.0405	0.0547	0.0380	0.0400	0.0521
0.8	[-1; 3]	50	0.1071	0.1084	0.0845	0.0844	0.2616	0.2624	0.2339	0.4136	0.0665	0.0616	0.1723	0.1537	0.0768	0.0563
		100	0.0796	0.0818	0.0584	0.0594	0.2263	0.2051	0.1807	0.3465	0.0517	0.0527	0.1335	0.1223	0.0631	0.0471
		500	0.0391	0.0465	0.0267	0.0399	0.0817	0.0964	0.0681	0.2620	0.0191	0.0230	0.0516	0.0646	0.0265	0.0230
	[0; 2]	50	0.2158	0.2039	0.1951	0.4287	0.5242	0.4953	0.5037	0.6346	0.0832	0.0669	0.1801	0.1250	0.1293	0.1019
		100	0.1592	0.1336	0.1375	0.1135	0.4337	0.3398	0.3972	0.4729	0.0667	0.0536	0.1615	0.1144	0.1162	0.0576
		500	0.0670	0.0721	0.0606	0.0523	0.1746	0.1549	0.1673	0.1488	0.0272	0.0367	0.0765	0.0627	0.0408	0.0345
0.9	[-1; 3]	50	0.1156	0.1298	0.0790	0.3573	0.3748	0.3913	0.2818	0.7382	0.0636	0.0604	0.1963	0.1735	0.0586	0.0912
		100	0.0687	0.0688	0.0483	0.0476	0.2863	0.2784	0.2450	0.4080	0.0434	0.0403	0.1655	0.1438	0.0460	0.0225
		500	0.0309	0.0332	0.0225	0.0254	0.1227	0.1411	0.1092	0.3068	0.0183	0.0197	0.0863	0.0914	0.0209	0.0124
	[0; 2]	50	0.1999	0.1568	0.1714	0.1394	0.5965	0.5883	0.5959	1.3636	0.0789	0.0507	0.1721	0.1204	0.1136	0.0359
		100	0.1504	0.1238	0.1168	0.3371	0.4867	0.4914	0.4804	0.8481	0.0512	0.0536	0.1742	0.1086	0.0936	0.0705
		500	0.0611	0.0514	0.0522	0.0397	0.2886	0.2338	0.2759	0.3464	0.0230	0.0272	0.1055	0.0733	0.0384	0.0183

Tabela D.77: Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CV



$\pi_1$	$x$	$n$	$\alpha_1$ EM	$\alpha_1$ CEM	$\beta_1$ EM	$\beta_1$ CEM	$\alpha_2$ EM	$\alpha_2$ CEM	$\beta_2$ EM	$\beta_2$ CEM	$\sigma_1$ EM	$\sigma_1$ CEM	$\sigma_2$ EM	$\sigma_2$ CEM	$\pi_1$ EM	$\pi_1$ CEM
0.1	[-1; 3]	50	0.0323	0.0621	0.0382	0.2120	0.0422	0.0364	0.0167	0.0130	0.0272	0.0412	0.0097	0.0087	0.0087	0.0017
		100	0.0491	0.0900	0.0362	0.4533	0.0191	0.0230	0.0069	0.3360	0.0237	0.0383	0.0073	0.0089	0.0046	0.0065
		500	0.0070	0.1535	0.0094	0.1283	0.0035	0.1796	0.0012	0.0028	0.0044	0.0260	0.0009	0.0093	0.0006	0.0206
	[0; 2]	50	0.0935	0.1465	0.0888	0.8166	0.1129	0.0651	0.0749	0.0526	0.0320	0.0526	0.0197	0.0113	0.0232	0.0018
		100	0.1103	0.1284	0.1093	0.6069	0.0585	0.0381	0.0339	0.0266	0.0306	0.0600	0.0091	0.0048	0.0086	0.0026
		500	0.0353	0.0625	0.0452	0.4157	0.0090	0.0261	0.0049	0.0098	0.0110	0.0754	0.0010	0.0010	0.0018	0.0067
0.2	[-1; 3]	50	0.0267	0.0352	0.0219	0.0987	0.0375	0.0361	0.0211	0.0197	0.0219	0.0308	0.0108	0.0109	0.0070	0.0072
		100	0.0166	0.0290	0.0186	0.1372	0.0189	0.0212	0.0074	0.0080	0.0084	0.0208	0.0069	0.0069	0.0037	0.0097
		500	0.0027	0.0381	0.0017	0.0624	0.0035	0.0113	0.0015	0.0044	0.0017	0.0119	0.0011	0.0018	0.0008	0.0148
	[0; 2]	50	0.1040	0.0754	0.1117	0.2710	0.1118	0.0755	0.0725	0.0567	0.0256	0.0415	0.0142	0.0124	0.0167	0.0075
		100	0.0826	0.0627	0.0767	0.1915	0.0656	0.0497	0.0401	0.0288	0.0165	0.0401	0.0088	0.0088	0.0133	0.0113
		500	0.0124	0.0588	0.0115	0.1905	0.0107	0.0934	0.0059	0.0251	0.0029	0.0667	0.0013	0.0036	0.0018	0.0252
0.3	[-1; 3]	50	0.0254	0.0214	0.0183	0.0162	0.0489	0.0446	0.0204	0.0229	0.0131	0.0191	0.0193	0.0166	0.0118	0.0164
		100	0.0092	0.0153	0.0065	0.0149	0.0279	0.0320	0.0104	0.0142	0.0060	0.0148	0.0072	0.0079	0.0046	0.0118
		500	0.0014	0.0029	0.0009	0.0025	0.0042	0.0073	0.0015	0.0027	0.0009	0.0094	0.0012	0.0014	0.0010	0.0032
	[0; 2]	50	0.0871	0.0486	0.0916	0.0528	0.1577	0.1183	0.1003	0.0948	0.0168	0.0252	0.0278	0.0220	0.0196	0.0156
		100	0.0384	0.0295	0.0318	0.0372	0.0834	0.0732	0.0477	0.0480	0.0093	0.0207	0.0097	0.0157	0.0117	0.0130
		500	0.0054	0.0186	0.0050	0.0393	0.0133	0.0700	0.0071	0.0289	0.0014	0.0246	0.0014	0.0127	0.0017	0.0206
0.4	[-1; 3]	50	0.0129	0.0121	0.0074	0.0062	0.0682	0.0589	0.0214	0.0292	0.0082	0.0102	0.0199	0.0203	0.0105	0.0137
		100	0.0051	0.0056	0.0042	0.0060	0.0241	0.0318	0.0108	0.0173	0.0035	0.0074	0.0079	0.0090	0.0052	0.0107
		500	0.0010	0.0018	0.0007	0.0011	0.0050	0.0108	0.0023	0.0049	0.0006	0.0045	0.0013	0.0015	0.0009	0.0057
	[0; 2]	50	0.0481	0.0308	0.0494	0.0346	0.2007	0.1357	0.1195	0.1374	0.0096	0.0123	0.0315	0.0348	0.0196	0.0236
		100	0.0209	0.0233	0.0174	0.0262	0.0956	0.0790	0.0539	0.0723	0.0063	0.0093	0.0113	0.0320	0.0096	0.0222
		500	0.0031	0.0099	0.0027	0.0155	0.0160	0.0328	0.0090	0.0492	0.0008	0.0062	0.0017	0.0211	0.0016	0.0196
0.5	[-1; 3]	50	0.0101	0.0083	0.0065	0.0053	0.0735	0.0768	0.0295	0.0442	0.0052	0.0061	0.0262	0.0266	0.0102	0.0159
		100	0.0047	0.0049	0.0022	0.0024	0.0350	0.0410	0.0141	0.0210	0.0023	0.0039	0.0077	0.0089	0.0049	0.0101
		500	0.0007	0.0010	0.0005	0.0007	0.0053	0.0164	0.0026	0.0083	0.0003	0.0018	0.0015	0.0017	0.0009	0.0081
	[0; 2]	50	0.0267	0.0223	0.0268	0.0262	0.1853	0.1664	0.1239	0.1842	0.0075	0.0071	0.0309	0.0443	0.0149	0.0189
		100	0.0149	0.0151	0.0110	0.0137	0.1022	0.0804	0.0572	0.1150	0.0040	0.0048	0.0151	0.0375	0.0099	0.0200
		500	0.0022	0.0076	0.0020	0.0097	0.0190	0.0312	0.0108	0.0832	0.0005	0.0024	0.0019	0.0298	0.0015	0.0199
0.6	[-1; 3]	50	0.0083	0.0070	0.0050	0.0050	0.1014	0.0891	0.0624	0.0681	0.0044	0.0038	0.0392	0.0414	0.0096	0.0145
		100	0.0038	0.0041	0.0018	0.0021	0.0435	0.0484	0.0176	0.0379	0.0015	0.0024	0.0142	0.0179	0.0044	0.0112
		500	0.0005	0.0006	0.0003	0.0004	0.0081	0.0226	0.0036	0.0113	0.0003	0.0010	0.0022	0.0027	0.0008	0.0073
	[0; 2]	50	0.0178	0.0180	0.0172	0.0167	0.2584	0.1993	0.2301	0.3154	0.0067	0.0051	0.0482	0.0712	0.0165	0.0175
		100	0.0100	0.0120	0.0079	0.0096	0.1262	0.1168	0.0802	0.1950	0.0025	0.0031	0.0208	0.0558	0.0080	0.0197
		500	0.0018	0.0059	0.0015	0.0057	0.0195	0.0449	0.0131	0.1083	0.0004	0.0018	0.0028	0.0382	0.0013	0.0188
0.7	[-1; 3]	50	0.0057	0.0057	0.0033	0.0029	0.1277	0.1196	0.0604	0.1114	0.0032	0.0029	0.0549	0.0581	0.0068	0.0100
		100	0.0028	0.0028	0.0015	0.0015	0.0617	0.0596	0.0260	0.0470	0.0013	0.0014	0.0217	0.0249	0.0041	0.0081
		500	0.0005	0.0005	0.0002	0.0003	0.0106	0.0298	0.0042	0.0131	0.0002	0.0004	0.0032	0.0037	0.0007	0.0060
	[0; 2]	50	0.0177	0.0150	0.0420	0.0370	0.5798	0.4282	0.4240	0.4621	0.0043	0.0024	0.0837	0.1048	0.0172	0.0162
		100	0.0085	0.0095	0.0072	0.0077	0.1948	0.1606	0.1218	0.2050	0.0019	0.0016	0.0333	0.0666	0.0070	0.0114
		500	0.0013	0.0034	0.0010	0.0029	0.0452	0.0561	0.0232	0.1545	0.0002	0.0012	0.0034	0.0454	0.0012	0.0134
0.8	[-1; 3]	50	0.0053	0.0050	0.0026	0.0024	0.2701	0.2191	0.1230	0.2064	0.0027	0.0022	0.1137	0.1104	0.0065	0.0054
		100	0.0025	0.0025	0.0014	0.0014	0.1100	0.1032	0.0521	0.0970	0.0009	0.0010	0.0334	0.0434	0.0036	0.0050
		500	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0131	0.0391	0.0077	0.0254	0.0002	0.0002	0.0047	0.0060	0.0004	0.0038
	[0; 2]	50	0.0136	0.0120	0.0160	0.0138	0.5735	0.6747	0.4999	0.7599	0.0036	0.0038	0.1431	0.1648	0.0125	0.0117
		100	0.0057	0.0061	0.0212	0.0047	0.3519	0.3154	0.2594	0.4224	0.0012	0.0010	0.0522	0.1013	0.0070	0.0071
		500	0.0011	0.0019	0.0010	0.0017	0.0493	0.0684	0.0268	0.2013	0.0003	0.0006	0.0056	0.0536	0.0009	0.0068
0.9	[-1; 3]	50	0.0044	0.0039	0.0020	0.0018	0.3323	0.2881	0.2226	0.3532	0.0015	0.0013	0.1748	0.1890	0.0045	0.0011
		100	0.0020	0.0020	0.0009	0.0010	0.2066	0.2842	0.1155	0.2205	0.0008	0.0007	0.0883	0.1002	0.0017	0.0013
		500	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0372	0.0557	0.0170	0.0438	0.0001	0.0002	0.0130	0.0176	0.0003	0.0013
	[0; 2]	50	0.0123	0.0145	0.0514	0.1168	0.9310	0.8225	0.8201	1.2076	0.0027	0.0023	0.2140	0.2545	0.0193	0.0180
		100	0.0051	0.0244	0.0054	0.0407	0.5540	0.4664	0.4330	0.8959	0.0015	0.0010	0.1420	0.2005	0.0073	0.0094
		500	0.0010	0.0012	0.0007	0.0009	0.0927	0.1066	0.0567	0.2285	0.0002	0.0003	0.0149	0.0650	0.0005	0.0019

Tabela D.78: Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de duas regressões lineares no caso CVI

				$\alpha_1$	$\beta_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\alpha_2$	$\beta_2$	$\beta_2$	$\alpha_3$	$\alpha_3$	$\beta_3$	$\beta_3$	$\sigma_1$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_3$	$\pi_1$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_2$	$\pi_3$	$\pi_3$	
$\pi_1$	$\pi_2$	$x$	$n$	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	
0.2	0.2	[-1; 3]	100	0.0110	0.0110	0.0059	0.0059	0.0105	0.0106	0.0105	0.0095	0.0092	0.0093	0.0017	0.0018	0.0294	0.0294	0.0298	0.0304	0.0124	0.0123	0.0038	0.0038	0.0007	0.0008	0.0031	0.0031
			500	0.0023	0.0024	0.0035	0.0035	0.0049	0.0048	0.0010	0.0010	0.0027	0.0027	0.0006	0.0006	0.0054	0.0057	0.0091	0.0093	0.0035	0.0036	0.0002	0.0002	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001
			100	0.0120	0.0134	0.0047	0.0051	0.0037	0.0037	0.0057	0.0055	0.0017	0.0013	0.0016	0.0017	0.0259	0.0277	0.0426	0.0423	0.0083	0.0079	0.0014	0.0013	0.0007	0.0007	0.0021	0.0021
0.2	0.3	[-1; 3]	100	0.0022	0.0022	0.0026	0.0026	0.0040	0.0040	0.0021	0.0021	0.0014	0.0014	0.0008	0.0008	0.0340	0.0340	0.0253	0.0253	0.0118	0.0119	0.0001	0.0001	0.0012	0.0012	0.0014	0.0014
			500	0.0098	0.0097	0.0057	0.0057	0.0022	0.0022	0.0003	0.0003	0.0020	0.0020	0.0070	0.0070	0.0008	0.0038	0.0040	0.0005	0.0005	0.0007	0.0007	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	
			100	0.0050	0.0025	0.0015	0.0014	0.0110	0.0109	0.0143	0.0136	0.0044	0.0047	0.0000	0.0001	0.0414	0.0418	0.0210	0.0219	0.0156	0.0150	0.0004	0.0004	0.0012	0.0011	0.0017	0.0016
0.2	0.4	[-1; 3]	100	0.0003	0.0003	0.0043	0.0042	0.0008	0.0008	0.0045	0.0044	0.0018	0.0017	0.0007	0.0007	0.0019	0.0021	0.0018	0.0019	0.0021	0.0021	0.0010	0.0010	0.0002	0.0002	0.0008	0.0008
			100	0.0038	0.0044	0.0070	0.0072	0.0019	0.0019	0.0042	0.0042	0.0088	0.0086	0.0022	0.0023	0.0408	0.0414	0.0153	0.0154	0.0180	0.0178	0.0005	0.0005	0.0056	0.0050	0.0051	
			500	0.0074	0.0073	0.0033	0.0033	0.0013	0.0013	0.0012	0.0008	0.0026	0.0025	0.0008	0.0009	0.0097	0.0098	0.0050	0.0051	0.0026	0.0028	0.0014	0.0014	0.0001	0.0001	0.0015	0.0015
0.2	0.5	[-1; 3]	100	0.0246	0.0268	0.0138	0.0151	0.0030	0.0032	0.0065	0.0067	0.0145	0.0147	0.0062	0.0062	0.0379	0.0388	0.0151	0.0153	0.0222	0.0218	0.0034	0.0033	0.0000	0.0000	0.0034	0.0033
			500	0.0156	0.0155	0.0174	0.0174	0.0028	0.0029	0.0058	0.0057	0.0056	0.0055	0.0037	0.0036	0.0049	0.0050	0.0028	0.0031	0.0023	0.0025	0.0001	0.0001	0.0005	0.0005	0.0006	0.0006
			100	0.0010	0.0026	0.0010	0.0020	0.0025	0.0025	0.0025	0.0025	0.0180	0.0176	0.0079	0.0077	0.0308	0.0317	0.0092	0.0092	0.0092	0.0177	0.0177	0.0000	0.0001	0.0012	0.0012	0.0012
0.2	0.6	[-1; 3]	100	0.0060	0.0060	0.0031	0.0031	0.0016	0.0016	0.0001	0.0001	0.0025	0.0025	0.0025	0.0025	0.0049	0.0049	0.0076	0.0076	0.0040	0.0041	0.0061	0.0063	0.0005	0.0005	0.0007	0.0007
			100	0.0042	0.0041	0.0017	0.0019	0.0010	0.0008	0.0041	0.0038	0.0007	0.0003	0.0049	0.0039	0.0352	0.0354	0.0174	0.0171	0.0126	0.0131	0.0014	0.0015	0.0020	0.0020	0.0005	0.0006
			500	0.0040	0.0041	0.0055	0.0056	0.0030	0.0030	0.0054	0.0054	0.0051	0.0050	0.0027	0.0026	0.0086	0.0086	0.0052	0.0053	0.0051	0.0054	0.0020	0.0020	0.0001	0.0001	0.0021	0.0021
0.2	0.6	[-1; 3]	100	0.0104	0.0099	0.0048	0.0039	0.0001	0.0004	0.0003	0.0001	0.0076	0.0061	0.0074	0.0062	0.0309	0.0299	0.0091	0.0089	0.0257	0.0273	0.0018	0.0018	0.0003	0.0004	0.0015	0.0014
			500	0.0036	0.0037	0.0011	0.0010	0.0055	0.0055	0.0019	0.0019	0.0020	0.0005	0.0005	0.0005	0.0043	0.0045	0.0001	0.0001	0.0046	0.0046	0.0002	0.0002	0.0009	0.0009	0.0007	0.0007
			100	0.0085	0.0085	0.0000	0.0000	0.0009	0.0009	0.0009	0.0040	0.0040	0.0273	0.0273	0.0128	0.0128	0.0402	0.0402	0.0166	0.0167	0.0255	0.0255	0.0031	0.0031	0.0034	0.0034	0.0004
0.3	0.2	[-1; 3]	100	0.0031	0.0031	0.0005	0.0005	0.0073	0.0073	0.0061	0.0057	0.0059	0.0007	0.0009	0.0007	0.0009	0.0076	0.0076	0.0006	0.0051	0.0005	0.0008	0.0008	0.0002	0.0002	0.0005	0.0006
			500	0.0176	0.0181	0.0089	0.0093	0.0161	0.0156	0.0070	0.0072	0.0056	0.0049	0.0007	0.0004	0.0142	0.0138	0.0394	0.0405	0.0101	0.0103	0.0036	0.0036	0.0020	0.0021	0.0016	0.0016
			100	0.0009	0.0009	0.0020	0.0020	0.0050	0.0056	0.0003	0.0003	0.0025	0.0024	0.0024	0.0023	0.0058	0.0058	0.0096	0.0098	0.0023	0.0025	0.0016	0.0016	0.0010	0.0010	0.0006	0.0006
0.3	0.3	[-1; 3]	100	0.0032	0.0032	0.0013	0.0013	0.0105	0.0113	0.0147	0.0152	0.0096	0.0092	0.0074	0.0073	0.0279	0.0280	0.0400	0.0393	0.0137	0.0141	0.0007	0.0007	0.0002	0.0002	0.0009	0.0009
			500	0.0066	0.0065	0.0006	0.0006	0.0025	0.0025	0.0017	0.0017	0.0115	0.0114	0.0079	0.0078	0.0012	0.0014	0.0027	0.0028	0.0023	0.0024	0.0019	0.0019	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005
			100	0.0114	0.0114	0.0077	0.0077	0.0097	0.0096	0.0011	0.0011	0.0036	0.0035	0.0015	0.0014	0.0192	0.0192	0.0205	0.0206	0.0159	0.0162	0.0057	0.0056	0.0008	0.0008	0.0049	0.0049
0.3	0.3	[-1; 3]	100	0.0032	0.0032	0.0012	0.0012	0.0035	0.0034	0.0023	0.0024	0.0011	0.0011	0.0004	0.0004	0.0021	0.0023	0.0031	0.0032	0.0026	0.0028	0.0023	0.0023	0.0008	0.0008	0.0014	0.0014
			500	0.0055	0.0054	0.0026	0.0027	0.0069	0.0068	0.0033	0.0033	0.0182	0.0182	0.0154	0.0153	0.0200	0.0201	0.0209	0.0209	0.0141	0.0141	0.0013	0.0013	0.0009	0.0009	0.0002	0.0002
			100	0.0013	0.0012	0.0020	0.0021	0.0013	0.0012	0.0041	0.0041	0.0092	0.0092	0.0049	0.0049	0.0015	0.0019	0.0039	0.0041	0.0038	0.0038	0.0009	0.0009	0.0011	0.0011	0.0015	0.0001
0.3	0.4	[-1; 3]	100	0.0184	0.0185	0.0092	0.0092	0.0048	0.0049	0.0009	0.0009	0.0134	0.0133	0.0021	0.0021	0.0276	0.0277	0.0145	0.0145	0.0169	0.0169	0.0047	0.0047	0.0002	0.0002	0.0049	0.0049
			500	0.0012	0.0012	0.0023	0.0023	0.0016	0.0015	0.0014	0.0013	0.0043	0.0042	0.0025	0.0025	0.0029	0.0030	0.0054	0.0055	0.0011	0.0011	0.0003	0.0003	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008
			100	0.0000	0.0002	0.0080	0.0084	0.0147	0.0147	0.0166	0.0166	0.0059	0.0060	0.0077	0.0078	0.0202	0.0201	0.0198	0.0199	0.0258	0.0263	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0001	0.0010
0.3	0.5	[-1; 3]	100	0.0042	0.0041	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0027	0.0026	0.0009	0.0009	0.0030	0.0030	0.0026	0.0028	0.0010	0.0011	0.0058	0.0060	0.0000	0.0000	0.0010	0.0010	0.0010	0.0010
			500	0.0000	0.0000	0.0076	0.0076	0.0051	0.0053	0.0027	0.0026	0.0062	0.0056	0.0093	0.0090	0.0205	0.0205	0.0135	0.0132	0.0360	0.0369	0.0026	0.0026	0.0020	0.0020	0.0006	0.0007
			100	0.0002	0.0002	0.0008	0.0009	0.0002	0.0002	0.0004	0.0004	0.0023	0.0024	0.0000	0.0001	0.0002	0.0005	0.0058	0.0058	0.0053	0.0057	0.0016	0.0016	0.0004	0.0004	0.0012	0.0012
0.4	0.2	[-1; 3]	100	0.0001	0.0000	0.0067	0.0067	0.0010	0.0016	0.0018	0.0021	0.0061	0.0043	0.0039	0.0029	0.0209	0.0210	0.0151	0.0147	0.0381	0.0392	0.0041	0.0041	0.0038	0.0037	0.0002	0.0003
			500	0.0004	0.0003	0.0002	0.0002	0.0035	0.0035	0.0050	0.0050	0.0064	0.0064	0.0050	0.0051	0.0060	0.0061	0.0047	0.0047	0.0023	0.0023	0.0007	0.0007	0.0016	0.0016	0.0016	0.0016
			100	0.0109	0.0106	0.0052	0.0051	0.0010	0.0011	0.0060	0.0059	0.0100	0.0095	0.0098	0.0096	0.0194	0.0191	0.0398	0.0398	0.0153	0.0159	0.0006	0.0006	0.0001	0.0001	0.0008	0.0008
0.4	0.2	[-1; 3]	100	0.0001	0.0001	0.0003	0.0004	0.0017	0.0017	0.0034	0.0034	0.0018	0.0017	0.0003	0.0003	0.0008	0.0009	0.0016	0.0013	0.0004	0.0004	0.0015					

$\pi_1$	$\pi_2$	$x$	$n$	$\alpha_1$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\alpha_2$	$\beta_2$	$\beta_2$	$\alpha_3$	$\alpha_3$	$\beta_3$	$\beta_3$	$\sigma_1$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_3$	$\pi_1$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_2$	$\pi_3$	$\pi_3$
EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM
0.2	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0017	0.0076	0.0003	0.0006	0.0085	0.0018	0.0017	0.0005	0.0021	0.0011	0.0000	0.0000	0.0152	0.0206	0.0110	0.0202	0.0046	0.0073	0.0019	0.0027	0.0072	0.0041	0.0053	0.0015
		$[0; 2]$	500	0.0007	0.0072	0.0002	0.0000	0.0005	0.0057	0.0009	0.0010	0.0010	0.0009	0.0007	0.0006	0.0011	0.0088	0.0031	0.0104	0.0007	0.0050	0.0015	0.0023	0.0017	0.0007	0.0002	0.0016
			100	0.0067	0.0004	0.0042	0.0025	0.0051	0.0096	0.0119	0.0054	0.0019	0.0023	0.0022	0.0017	0.0170	0.0226	0.0089	0.0177	0.0075	0.0096	0.0013	0.0008	0.0018	0.0010	0.0032	0.0001
			500	0.0001	0.0067	0.0015	0.0015	0.0013	0.0043	0.0019	0.0024	0.0018	0.0018	0.0013	0.0014	0.3001	0.3077	0.3031	0.3101	0.3054	0.0008	0.0000	0.0007	0.0012	0.0001	0.0001	0.0012
0.2	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0025	0.0047	0.0049	0.0043	0.0023	0.0011	0.0011	0.0014	0.0002	0.0019	0.0017	0.0012	0.0025	0.0089	0.0140	0.0066	0.0114	0.0014	0.0022	0.0032	0.0032	0.0046	0.0054	
		$[0; 2]$	500	0.0005	0.0059	0.0012	0.0018	0.0018	0.0024	0.0005	0.0005	0.0003	0.0004	0.0001	0.0000	0.0025	0.0009	0.0019	0.0072	0.0055	0.0063	0.0032	0.0037	0.0010	0.0009	0.0022	0.0028
			100	0.0061	0.0006	0.0064	0.0073	0.0069	0.0119	0.0063	0.0075	0.0016	0.0016	0.0019	0.0005	0.0138	0.0201	0.0113	0.0155	0.0054	0.0083	0.0053	0.0037	0.0022	0.0025	0.0031	0.0013
			500	0.0009	0.0046	0.0018	0.0022	0.0003	0.0042	0.0006	0.0005	0.0016	0.0016	0.0020	0.0024	0.3007	0.3075	0.3011	0.3065	0.3010	0.3069	0.0013	0.0018	0.0013	0.0011	0.0000	0.0008
0.2	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0026	0.0074	0.0047	0.0037	0.0012	0.0040	0.0002	0.0004	0.0024	0.0044	0.0000	0.0001	0.0168	0.0215	0.0043	0.0081	0.0043	0.0104	0.0017	0.0011	0.0022	0.0021	0.0038	0.0032
		$[0; 2]$	500	0.0009	0.0053	0.0006	0.0008	0.0018	0.0046	0.0004	0.0003	0.0004	0.0011	0.0004	0.0005	0.0025	0.0081	0.0014	0.0051	0.0009	0.0084	0.0017	0.0019	0.0032	0.0034	0.0015	0.0015
			100	0.0061	0.0001	0.0017	0.0016	0.0062	0.0088	0.0077	0.0080	0.0012	0.0010	0.0002	0.0001	0.0057	0.0117	0.0063	0.0093	0.0048	0.0115	0.0032	0.0026	0.0067	0.0062	0.0035	0.0036
			500	0.0015	0.0058	0.0002	0.0001	0.0033	0.0059	0.0016	0.0013	0.0022	0.0002	0.0014	0.0007	0.3032	0.3084	0.3008	0.3046	0.3019	0.3093	0.0001	0.0000	0.0000	0.0002	0.0001	0.0002
0.2	0.5	$[-1; 3]$	100	0.0044	0.0057	0.0042	0.0037	0.0005	0.0021	0.0009	0.0019	0.0001	0.0000	0.0002	0.0001	0.0178	0.0196	0.0031	0.0055	0.0069	0.0166	0.0044	0.0035	0.0015	0.0026	0.0029	0.0009
		$[0; 2]$	500	0.0036	0.0069	0.0011	0.0012	0.0004	0.0014	0.0001	0.0001	0.0027	0.0010	0.0007	0.0007	0.0185	0.0058	0.0011	0.0058	0.0011	0.0127	0.0008	0.0007	0.0010	0.0017	0.0002	0.0010
			100	0.0056	0.0021	0.0079	0.0084	0.0047	0.0056	0.0035	0.0031	0.0000	0.0034	0.0016	0.0135	0.0180	0.0051	0.0071	0.0104	0.0179	0.0046	0.0049	0.0030	0.0038	0.0016	0.0011	0.0011
			500	0.0049	0.0009	0.0035	0.0034	0.0036	0.0051	0.0019	0.0017	0.0043	0.0015	0.0026	0.0020	0.3010	0.3059	0.3016	0.3042	0.3019	0.3115	0.0011	0.0010	0.0001	0.0008	0.0012	0.0018
0.2	0.6	$[-1; 3]$	100	0.0050	0.0048	0.0007	0.0012	0.0006	0.0010	0.0019	0.0020	0.0080	0.0015	0.0007	0.0019	0.0144	0.0145	0.0050	0.0052	0.0135	0.0287	0.0003	0.0013	0.0058	0.0031	0.0061	0.0018
		$[0; 2]$	500	0.0034	0.0011	0.0010	0.0009	0.0018	0.0007	0.0011	0.0011	0.0042	0.0068	0.0029	0.0029	0.0025	0.0056	0.0011	0.0029	0.0043	0.0167	0.0016	0.0013	0.0012	0.0019	0.0004	0.0006
			100	0.0027	0.0015	0.0036	0.0022	0.0023	0.0019	0.0026	0.0030	0.0152	0.0117	0.0136	0.0074	0.0127	0.0154	0.0034	0.0047	0.0175	0.0276	0.0002	0.0006	0.0015	0.0003	0.0013	0.0003
			500	0.0042	0.0063	0.0029	0.0028	0.0006	0.0003	0.0005	0.0005	0.0002	0.0043	0.0015	0.0015	0.3033	0.3065	0.3019	0.3035	0.3015	0.3147	0.0005	0.0003	0.0004	0.0007	0.0009	0.0005
0.3	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0017	0.0007	0.0014	0.0016	0.0004	0.0049	0.0050	0.0055	0.0059	0.0036	0.0020	0.0036	0.0095	0.0125	0.0147	0.0204	0.0001	0.0069	0.0032	0.0046	0.0002	0.0001	0.0034	0.0045
		$[0; 2]$	500	0.0006	0.0045	0.0002	0.0004	0.0024	0.0034	0.0025	0.0024	0.0012	0.0020	0.0004	0.0003	0.0004	0.0055	0.0024	0.0091	0.0006	0.0056	0.0010	0.0007	0.0002	0.0017	0.0018	0.0012
			100	0.0038	0.0009	0.0004	0.0005	0.0163	0.0198	0.0146	0.0120	0.0036	0.0023	0.0062	0.0053	0.0089	0.0146	0.0165	0.0228	0.0068	0.0098	0.0007	0.0021	0.0011	0.0021	0.0018	0.0041
			500	0.0006	0.0037	0.0008	0.0008	0.0026	0.0075	0.0006	0.0006	0.0027	0.0032	0.0025	0.0025	0.3028	0.3080	0.3033	0.3092	0.3013	0.3072	0.0006	0.0008	0.0011	0.0013	0.0017	0.0021
0.3	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0031	0.0058	0.0054	0.0050	0.0026	0.0049	0.0030	0.0018	0.0076	0.0072	0.0003	0.0004	0.0084	0.0122	0.0104	0.0126	0.0017	0.0112	0.0015	0.0012	0.0002	0.0021	0.0013	0.0009
		$[0; 2]$	500	0.0007	0.0042	0.0007	0.0005	0.0001	0.0034	0.0009	0.0010	0.0016	0.0014	0.0004	0.0001	0.0022	0.0065	0.0015	0.0057	0.0008	0.0088	0.0003	0.0002	0.0000	0.0002	0.0004	0.0000
			100	0.0038	0.0080	0.0068	0.0069	0.0018	0.0049	0.0104	0.0090	0.0046	0.0039	0.0038	0.0031	0.0070	0.0117	0.0082	0.0131	0.0080	0.0137	0.0008	0.0005	0.0029	0.0023	0.0038	0.0027
			500	0.0004	0.0031	0.0000	0.0001	0.0004	0.0032	0.0002	0.0001	0.0011	0.0013	0.0005	0.0005	0.3005	0.3050	0.3024	0.3068	0.3022	0.3096	0.0002	0.0022	0.0013	0.0013	0.0009	0.0009
0.3	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0015	0.0031	0.0023	0.0020	0.0009	0.0033	0.0033	0.0031	0.0008	0.0010	0.0036	0.0023	0.0143	0.0162	0.0042	0.0072	0.0082	0.0174	0.0025	0.0017	0.0017	0.0021	0.0008	0.0003
		$[0; 2]$	500	0.0004	0.0022	0.0000	0.0001	0.0012	0.0006	0.0004	0.0003	0.0018	0.0021	0.0017	0.0016	0.0019	0.0053	0.0022	0.0050	0.0027	0.0131	0.0021	0.0025	0.0017	0.0003	0.0013	0.0003
			100	0.0067	0.0072	0.0037	0.0030	0.0041	0.0044	0.0019	0.0017	0.0059	0.0052	0.0015	0.0006	0.0090	0.0108	0.0051	0.0118	0.0067	0.0185	0.0003	0.0012	0.0003	0.0021	0.0006	0.0033
			500	0.0051	0.0024	0.0041	0.0041	0.0019	0.0037	0.0031	0.0028	0.0000	0.0011	0.0000	0.0003	0.3000	0.3037	0.3010	0.3040	0.3027	0.3128	0.0006	0.0004	0.0038	0.0043	0.0032	0.0039
0.3	0.5	$[-1; 3]$	100	0.0007	0.0007	0.0006	0.0013	0.0027	0.0026	0.0005	0.0006	0.0046	0.0051	0.0010	0.0010	0.0030	0.0141	0.0058	0.0066	0.0109	0.0259	0.0007	0.0008	0.0001	0.0026	0.0005	0.0033
		$[0; 2]$	500	0.0011	0.0004	0.0008	0.0009	0.0009	0.0033	0.0073	0.0006	0.0000	0.0031	0.0018	0.0024	0.0028	0.3022	0.3059	0.3032	0.3088	0.3019	0.3090	0.0002	0.0005	0.0010	0.0014	0.0008
			100	0.0037	0.0033	0.0034	0.0029	0.0020	0.0017	0.0046	0.0039	0.0045	0.0065	0.0025	0.0059	0.0111	0.0123	0.0087	0.0091	0.0090	0.0233	0.0043	0.0027	0.0006	0.0018	0.0049	0.0009
			500	0.0014	0.0006	0.0028	0.0024	0.0014	0.0002	0.0011	0.0010	0.0026	0.0007	0.0023	0.0021	0.3022	0.3046	0.3006	0.3025	0.3052	0.3179	0.0018	0.0013	0.0021	0.0028	0.0003	0.0014
0.4	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0019	0.0037	0.0016	0.0010	0.0057	0.0022	0.0013	0.0025	0.0078	0.0040	0.0018	0.0015	0.0066	0.0097	0.0141	0.0211	0.0077	0.0125	0.0017	0.0013	0.0024	0.0007	0.0007	0.0006
		$[0; 2]$	500	0.0022	0.0007	0.0016	0.0015	0.0010	0.0053	0.0006	0.0006	0.0009	0.0021	0.0008	0.0006	0.0018	0.0057	0.0028	0.0081	0.0001	0.0079	0.0001	0.0002	0.0006	0.0007	0.0007	0.0005
			100	0.0041	0.0021	0.0045	0.0049	0.0079	0.0002	0.0037	0.0021	0.0043	0.0051	0.0060	0.0049	0.0035	0.0065	0.0145	0.0196	0.0091	0.0157	0.0042	0.0038	0.0003	0.0005	0.0039	0.0042
			500	0.0014	0.0044	0.0006	0.0009	0.0009	0.0033	0.0073	0.0006	0.0000	0.0031	0.0018	0.0024	0.0028	0.3022	0.3059									

$\pi_1$	$\pi_2$	$x$	$n$	$\alpha_1$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\alpha_2$	$\beta_2$	$\alpha_3$	$\alpha_3$	$\beta_3$	$\sigma_1$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\pi_1$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_2$	$\pi_3$	$\pi_3$						
EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM						
0.2	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0000	0.0087	0.0140	0.0057	0.0936	0.2308	0.0355	0.1876	0.0004	0.0040	0.0004	0.0021	0.0423	0.0673	0.1341	0.1756	0.0054	0.0083	0.0013	0.0249	0.0072	0.0593	0.0059	0.0346	
			500	0.0002	0.0039	0.0043	0.0090	0.0002	0.1863	0.0053	0.2079	0.0015	0.0031	0.0000	0.0005	0.0025	0.0321	0.0224	0.0747	0.0008	0.0023	0.0016	0.0352	0.0023	0.0684	0.0007	0.0332	
		$[0; 2]$	100	0.0059	0.0574	0.0390	0.0616	0.1407	0.6826	0.1255	0.9549	0.0014	0.0115	0.0051	0.0146	0.0491	0.0691	0.2066	0.3498	0.0090	0.0075	0.0055	0.0295	0.0111	0.0633	0.0056	0.0337	
			500	0.0105	0.0586	0.0089	0.0829	0.0281	0.8863	0.0330	0.9769	0.0011	0.0168	0.0009	0.0142	0.0133	0.0288	0.3610	0.0076	0.0093	0.0035	0.0433	0.0009	0.0793	0.0026	0.0362		
0.2	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0070	0.0033	0.0125	0.0093	0.0075	0.1198	0.0023	0.1299	0.0005	0.0047	0.0030	0.0055	0.0475	0.0908	0.0963	0.1338	0.0062	0.0150	0.0010	0.0245	0.0035	0.0660	0.0045	0.0415	
		$[0; 2]$	100	0.0078	0.0039	0.0015	0.0247	0.0058	0.1019	0.0019	0.1641	0.0002	0.0028	0.0006	0.0020	0.0233	0.0639	0.0109	0.0554	0.0018	0.0098	0.0004	0.0348	0.0003	0.0767	0.0007	0.0420	
			500	0.0367	0.0876	0.0144	0.1488	0.1183	0.6712	0.1089	0.6593	0.0073	0.0168	0.0079	0.0089	0.0655	0.1019	0.1361	0.3000	0.0064	0.0076	0.0069	0.0303	0.0130	0.0738	0.0062	0.0435	
0.2	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0025	0.0216	0.0034	0.0239	0.0404	0.1354	0.0240	0.1244	0.0019	0.0078	0.0011	0.0035	0.0530	0.0982	0.0649	0.1134	0.0135	0.0310	0.0034	0.0151	0.0052	0.0519	0.0018	0.0368	
		$[0; 2]$	100	0.0021	0.0209	0.0006	0.0343	0.0019	0.1263	0.0050	0.1387	0.0037	0.0027	0.0012	0.0072	0.0659	0.0111	0.0610	0.0017	0.0180	0.0006	0.0246	0.0016	0.0686	0.0010	0.0440		
			500	0.0066	0.0830	0.0092	0.2263	0.0609	0.5261	0.0432	0.4932	0.0077	0.0048	0.0090	0.0266	0.0611	0.1188	0.0651	0.2112	0.0094	0.0243	0.0041	0.0189	0.0014	0.0545	0.0027	0.0356	
0.2	0.5	$[-1; 3]$	100	0.0033	0.1223	0.0010	0.3038	0.0183	0.5829	0.0169	0.5761	0.0054	0.0771	0.0034	0.0520	0.0030	0.0635	0.0179	0.2362	0.0015	0.0068	0.0021	0.0209	0.0035	0.0699	0.0013	0.0431	
		$[0; 2]$	100	0.0011	0.0263	0.0078	0.0053	0.0064	0.0518	0.0008	0.0687	0.0003	0.0150	0.0027	0.0133	0.0622	0.1145	0.0432	0.0814	0.0146	0.0462	0.0043	0.0090	0.0078	0.0183	0.0035	0.0272	
			500	0.0010	0.0267	0.0018	0.0400	0.0075	0.0087	0.0080	0.0863	0.0066	0.0048	0.0010	0.0070	0.0134	0.0660	0.0053	0.0631	0.0005	0.0319	0.0015	0.0172	0.0006	0.0176	0.0021	0.0348	
0.2	0.6	$[-1; 3]$	100	0.0077	0.0776	0.0364	0.2459	0.0156	0.3999	0.0076	0.3623	0.0084	0.0950	0.0080	0.0624	0.0598	0.1401	0.0601	0.1819	0.0189	0.0424	0.0094	0.0001	0.0118	0.0368	0.0024	0.0369	
		$[0; 2]$	100	0.0003	0.1249	0.0000	0.3870	0.0021	0.4534	0.0006	0.4248	0.0057	0.1191	0.0022	0.0776	0.0074	0.0889	0.0122	0.1854	0.0021	0.0176	0.0017	0.0014	0.0032	0.0454	0.0049	0.0468	
0.2	0.6	$[-1; 3]$	100	0.0152	0.0232	0.0145	0.0312	0.0315	0.0867	0.0236	0.0682	0.0242	0.0065	0.0116	0.0082	0.0577	0.1046	0.0390	0.0821	0.0252	0.0626	0.0072	0.0238	0.0111	0.0168	0.0039	0.0069	
		$[0; 2]$	100	0.0009	0.0371	0.0049	0.0198	0.0002	0.0457	0.0003	0.0461	0.0013	0.0159	0.0003	0.0126	0.0165	0.0617	0.0087	0.0629	0.0029	0.0411	0.0004	0.0496	0.0013	0.0521	0.0009	0.0024	
0.3	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0084	0.0943	0.0159	0.3128	0.0019	0.2192	0.0277	0.1902	0.0023	0.1858	0.0020	0.1131	0.0677	0.1400	0.0675	0.1581	0.0216	0.0674	0.0101	0.0084	0.0237	0.0079	0.0136	0.0162	
		$[0; 2]$	100	0.0024	0.1278	0.0040	0.4433	0.0112	0.2503	0.0086	0.2307	0.0047	0.2092	0.0038	0.1250	0.0139	0.1051	0.0094	0.1371	0.0046	0.0465	0.0033	0.0255	0.0045	0.0127	0.0012	0.0128	
0.3	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0055	0.0033	0.0093	0.0022	0.0621	0.2014	0.0405	0.1900	0.0009	0.0020	0.0014	0.0007	0.0297	0.0463	0.1499	0.1925	0.0102	0.0128	0.0009	0.0312	0.0080	0.0681	0.0089	0.0369	
		$[0; 2]$	100	0.0124	0.0180	0.0135	0.0452	0.1325	0.6546	0.1603	0.7507	0.0135	0.0048	0.0123	0.0016	0.0295	0.0434	0.2171	0.3896	0.0085	0.0068	0.0040	0.0044	0.0360	0.0026	0.0709	0.0018	0.0348
0.3	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0009	0.0550	0.0064	0.0560	0.0236	0.8103	0.0152	0.9769	0.0072	0.0145	0.0045	0.0130	0.0005	0.0054	0.0412	0.3620	0.0014	0.0101	0.0002	0.0489	0.0002	0.0873	0.0001	0.0386	
		$[0; 2]$	100	0.0058	0.0152	0.0087	0.0118	0.0141	0.1509	0.0033	0.1375	0.0006	0.0040	0.0001	0.0025	0.0207	0.0550	0.0806	0.1166	0.0193	0.0213	0.0041	0.0432	0.0047	0.0793	0.0006	0.0357	
0.3	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0003	0.0055	0.0011	0.0128	0.0014	0.1562	0.0047	0.1741	0.0031	0.0021	0.0018	0.0048	0.0104	0.0442	0.0171	0.0628	0.0021	0.0111	0.0027	0.0454	0.0010	0.0855	0.0017	0.0405	
		$[0; 2]$	100	0.0198	0.0649	0.0154	0.1150	0.0964	0.5580	0.1175	0.6909	0.0059	0.0433	0.0086	0.0333	0.0317	0.0577	0.1366	0.3104	0.0114	0.0183	0.0069	0.0422	0.0014	0.0933	0.0080	0.0414	
0.3	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0048	0.0854	0.0018	0.1125	0.0318	0.6820	0.0262	0.8331	0.0025	0.0419	0.0009	0.0333	0.0039	0.0273	0.3199	0.0017	0.0056	0.0015	0.0603	0.0015	0.1072	0.0000	0.0469		
		$[0; 2]$	100	0.0073	0.0080	0.0102	0.0144	0.0047	0.1258	0.0083	0.1301	0.0052	0.0032	0.0055	0.0037	0.0192	0.0704	0.0673	0.1012	0.0134	0.0339	0.0050	0.0408	0.0102	0.0792	0.0003	0.0354	
0.3	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0029	0.0094	0.0039	0.0184	0.0094	0.1539	0.0064	0.1592	0.0021	0.0066	0.0028	0.0064	0.0023	0.0501	0.0084	0.0532	0.0014	0.0211	0.0451	0.0019	0.0902	0.0033	0.0370		
		$[0; 2]$	100	0.0069	0.0499	0.0107	0.1461	0.0391	0.4914	0.0379	0.5679	0.0306	0.0615	0.0222	0.0302	0.0366	0.0803	0.0897	0.2480	0.0084	0.0283	0.0070	0.0426	0.0083	0.0793	0.0012	0.0338	
0.3	0.5	$[-1; 3]$	100	0.0031	0.1001	0.0130	0.1808	0.0106	0.5725	0.0050	0.7100	0.0005	0.0091	0.0161	0.0636	0.0036	0.0209	0.0185	0.2833	0.0034	0.0065	0.0036	0.0614	0.0038	0.1069	0.0002	0.0455	
		$[0; 2]$	100	0.0026	0.0217	0.0131	0.0404	0.0143	0.0938	0.0321	0.1189	0.0001	0.0127	0.0020	0.0090	0.0297	0.0814	0.0654	0.1018	0.0240	0.0600	0.0011	0.0262	0.0082	0.0747	0.0071	0.0236	
0.4	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0012	0.0190	0.0044	0.0239	0.0044	0.1192	0.0041	0.1170	0.0050	0.0113	0.0018	0.0096	0.0054	0.0631	0.0081	0.0507	0.0058	0.0420	0.0047	0.0509	0.0051	0.0812	0.0004	0.0302	
		$[0; 2]$	100	0.0291	0.0713	0.0215	0.2009	0.0566	0.3224	0.0519	0.4206	0.0094	0.1448	0.0126	0.0394	0.0340	0.0897	0.0830	0.2034	0.0305	0.0698	0.0038	0.0270	0.0105	0.0474	0.0067	0.0204	
0.4	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0091	0.1046	0.0096	0.2500	0.0006	0.3719	0.0040	0.4788	0.0088	0.2093	0.0052	0.1302	0.0064	0.0544	0.0122	0.2139	0.0026	0.0332	0.0006	0.0340	0.0016	0.0591	0.0010	0.0252	
		$[0; 2]$	100	0.0107	0.0081	0.0075	0.0016	0.0550	0.1802	0.0501	0.1930	0.0004	0.0044	0.0002	0.0019	0.0254	0.0369	0.1773	0.2099	0.0156	0.0207	0.0051	0.0417	0.0006	0.0633	0.0045	0.0217	
0.4	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0143	0.0393	0.0086	0.0403	0.0055	0.4752	0.0319	0.6104	0.0035	0.0093	0.0014	0.0106	0.0111	0.0158	0.2619	0.4233	0.0114	0.0115	0.0082	0.0459	0.0181	0.0807	0.0099	0.0349	
		$[0; 2]$	100	0.0028	0.0064	0.0028	0.0466	0.0134	0.8010	0.0153	1.0020	0.0013	0.0244	0.0004	0.0187	0.0024	0.0095	0.3586	0.0020	0.0085	0.0004	0.0523	0.0021	0.0896	0.0017	0.0373		
0.4	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0056	0.0094	0.0147	0.0247	0.0337	0.1705	0.0147	0.1521	0.0180	0.0038	0.0110	0.0025	0.0249	0.0467	0.1036	0.1339	0.0109	0.0258	0.0024	0.0507	0.0055	0.0838	0.0031	0.0352	
		$[0; 2]$	100	0.0071	0.0037	0.0040	0.0050	0.0034	0.1769	0.0022	0.1893	0.0013	0.0066	0.0007	0.0038	0.0049	0.0274	0.0041	0.0547	0.0037	0.0144	0.0000	0.0566	0.0007	0.0940	0.0008	0.0374	
0.4	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0132	0.0319	0.0160	0.0637	0.1462	0.5996	0.1510	0.7237																	

$\pi_1$	$\pi_2$	$x$	$n$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\alpha_3$	$\beta_3$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_3$
EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM
0.2	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0191	0.0283	0.0104	0.1033	0.0113	0.3742	0.0231	0.1414	0.0052	0.0144	0.0231	0.0123
			500	0.0066	0.0044	0.0039	0.1045	0.0127	0.4257	0.0024	0.1613	0.0014	0.0137	0.0010	0.0149
		$[0; 2]$	100	0.0588	0.0008	0.0539	0.0415	0.0334	0.4687	0.1494	0.0313	0.0043	0.1423	0.0021	0.0449
			500	0.0085	0.0371	0.0047	0.0787	0.0058	0.5416	0.0044	0.2677	0.0030	0.0049	0.0040	0.0102
0.2	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0133	0.0037	0.0011	0.0847	0.0078	0.3523	0.0143	0.1527	0.0058	0.0285	0.0029	0.0229
			500	0.0024	0.0096	0.0040	0.1040	0.0003	0.3650	0.0116	0.1545	0.0008	0.0252	0.0010	0.0830
		$[0; 2]$	100	0.0141	0.0340	0.0102	0.0879	0.0683	0.4802	0.0898	0.2505	0.0047	0.0183	0.0357	0.0183
			500	0.0085	0.0389	0.0115	0.0703	0.0100	0.4769	0.0069	0.2527	0.0000	0.0155	0.0001	0.0149
0.2	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0140	0.0230	0.0105	0.0817	0.0229	0.2779	0.0166	0.1113	0.0022	0.0377	0.0020	0.0298
			500	0.0066	0.0133	0.0046	0.0980	0.0006	0.2961	0.0022	0.1172	0.0006	0.0405	0.0003	0.0335
		$[0; 2]$	100	0.0092	0.0483	0.0028	0.0678	0.0709	0.3878	0.0601	0.1777	0.0092	0.0317	0.0311	0.0272
			500	0.0106	0.0541	0.0135	0.0862	0.0093	0.4411	0.0078	0.2250	0.0008	0.0331	0.0029	0.0259
0.2	0.5	$[-1; 3]$	100	0.0063	0.0009	0.0184	0.0592	0.0134	0.1716	0.0032	0.0606	0.0036	0.0735	0.0027	0.0517
			500	0.0019	0.0054	0.0028	0.0803	0.0070	0.2180	0.0034	0.0582	0.0058	0.0787	0.0048	0.0593
		$[0; 2]$	100	0.0053	0.0413	0.0076	0.0571	0.0070	0.3033	0.0437	0.1435	0.0043	0.0838	0.0315	0.0596
			500	0.0101	0.0295	0.0069	0.0546	0.0032	0.3647	0.0032	0.1805	0.0003	0.0640	0.0005	0.0512
0.2	0.6	$[-1; 3]$	100	0.0134	0.0089	0.0076	0.0548	0.0295	0.1307	0.0158	0.0488	0.0056	0.1018	0.0008	0.0700
			500	0.0060	0.0010	0.0047	0.0494	0.0071	0.1126	0.0018	0.0451	0.0080	0.1396	0.0047	0.0989
		$[0; 2]$	100	0.0147	0.0433	0.0047	0.0389	0.0264	0.1986	0.0798	0.1006	0.0142	0.1199	0.0704	0.0913
			500	0.0021	0.0261	0.0055	0.0342	0.0093	0.2505	0.0001	0.1170	0.0205	0.1229	0.0156	0.0897
0.3	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0145	0.0074	0.0048	0.0806	0.0583	0.3898	0.0348	0.1584	0.0045	0.1005	0.0307	0.0180
			500	0.0036	0.0091	0.0031	0.0962	0.0103	0.4121	0.0037	0.1627	0.0026	0.0216	0.0024	0.0279
		$[0; 2]$	100	0.0348	0.0074	0.0249	0.0402	0.1158	0.5236	0.2093	0.2788	0.0008	0.0022	0.1210	0.0159
			500	0.0035	0.0319	0.0008	0.0673	0.0130	0.5081	0.0063	0.2537	0.0030	0.0162	0.0041	0.0206
0.3	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0050	0.0103	0.0008	0.0668	0.0044	0.2248	0.0029	0.0800	0.0083	0.0487	0.0011	0.0462
			500	0.0087	0.0008	0.0010	0.0706	0.0019	0.2374	0.0001	0.0908	0.0031	0.0639	0.0049	0.0579
		$[0; 2]$	100	0.0180	0.0445	0.0131	0.0560	0.0132	0.3149	0.0351	0.1475	0.0146	0.0520	0.0275	0.0506
			500	0.0060	0.0292	0.0096	0.0485	0.0146	0.4070	0.0011	0.1999	0.0007	0.0524	0.0002	0.0468
0.3	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0050	0.0103	0.0008	0.0668	0.0044	0.2248	0.0029	0.0800	0.0083	0.0487	0.0011	0.0462
			500	0.0087	0.0008	0.0010	0.0706	0.0019	0.2374	0.0001	0.0908	0.0031	0.0639	0.0049	0.0579
		$[0; 2]$	100	0.0180	0.0445	0.0131	0.0560	0.0132	0.3149	0.0351	0.1475	0.0146	0.0520	0.0275	0.0506
			500	0.0060	0.0292	0.0096	0.0485	0.0146	0.4070	0.0011	0.1999	0.0007	0.0524	0.0002	0.0468
0.3	0.5	$[-1; 3]$	100	0.0033	0.0036	0.0090	0.0451	0.0295	0.1405	0.0229	0.0648	0.0135	0.1127	0.0094	0.0999
			500	0.0011	0.0071	0.0004	0.0456	0.0007	0.1079	0.0054	0.0382	0.0029	0.1348	0.0024	0.1114
		$[0; 2]$	100	0.0045	0.0172	0.0030	0.0275	0.0270	0.2353	0.0526	0.1150	0.0072	0.0918	0.0277	0.0700
			500	0.0033	0.0271	0.0093	0.0450	0.0273	0.3109	0.0173	0.1567	0.0079	0.0995	0.0066	0.0789
0.4	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0092	0.0146	0.0035	0.0660	0.0083	0.2807	0.0373	0.1076	0.0019	0.0142	0.0439	0.0446
			500	0.0003	0.0061	0.0018	0.0789	0.0090	0.3673	0.0101	0.1478	0.0003	0.0269	0.0006	0.0411
		$[0; 2]$	100	0.0002	0.0318	0.0058	0.0496	0.1121	0.4922	0.1194	0.2317	0.0013	0.0165	0.0704	0.0223
			500	0.0064	0.0220	0.0054	0.0472	0.0338	0.4872	0.0123	0.2395	0.0059	0.0150	0.0035	0.0226
0.4	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0031	0.0092	0.0014	0.0513	0.0373	0.2557	0.0198	0.0944	0.0106	0.0384	0.0040	0.0593
			500	0.0027	0.0094	0.0019	0.0656	0.0077	0.2566	0.0069	0.0959	0.0016	0.0507	0.0029	0.0592
		$[0; 2]$	100	0.0001	0.0281	0.0017	0.0385	0.0384	0.3727	0.0994	0.1946	0.0078	0.0376	0.0993	0.0643
			500	0.0037	0.0313	0.0035	0.0492	0.0219	0.4407	0.0178	0.2263	0.0031	0.0396	0.0011	0.0444
0.4	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0029	0.0016	0.0010	0.0278	0.0342	0.1597	0.0088	0.0571	0.0114	0.0788	0.0087	0.0785
			500	0.0025	0.0046	0.0027	0.0374	0.0036	0.1368	0.0028	0.0496	0.0059	0.1239	0.0037	0.1167
		$[0; 2]$	100	0.0054	0.0228	0.0038	0.0403	0.0109	0.3707	0.1432	0.1690	0.0102	0.0432	0.0073	0.0218
			500	0.0075	0.0266	0.0140	0.0379	0.0421	0.2670	0.0664	0.1314	0.0368	0.0933	0.0248	0.0963
0.5	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0076	0.0018	0.0078	0.0237	0.0106	0.1575	0.0297	0.0547	0.0071	0.0623	0.0248	0.0814
			500	0.0033	0.0032	0.0039	0.0267	0.0154	0.1924	0.0016	0.0667	0.0029	0.0914	0.0011	0.1110
		$[0; 2]$	100	0.0244	0.0030	0.0049	0.0055	0.0730	0.3184	0.1139	0.1587	0.0460	0.0448	0.0197	0.0508
			500	0.0030	0.0150	0.0003	0.0291	0.0162	0.3526	0.0074	0.1717	0.0029	0.0704	0.0003	0.0721
0.6	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0041	0.0017	0.0015	0.0258	0.0902	0.2432	0.0921	0.1129	0.0044	0.0442	0.0159	0.0752
			500	0.0063	0.0111	0.0033	0.0302	0.0073	0.2411	0.0017	0.0883	0.0035	0.0673	0.0033	0.1026
		$[0; 2]$	100	0.0043	0.0257	0.0013	0.0279	0.1099	0.4103	0.2860	0.2682	0.0248	0.0527	0.1741	0.0799
			500	0.0040	0.0128	0.0006	0.0271	0.0449	0.4141	0.0217	0.2032	0.0035	0.0554	0.0006	0.0672

Tabela D.82: Estimativas do valor absoluto do enviesamento médio dos parâmetros da mistura de três regressões lineares no caso IV

$\pi_1$	$\pi_2$	$x$	$n$	$\alpha_1$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\alpha_2$	$\beta_2$	$\beta_2$	$\alpha_3$	$\alpha_3$	$\beta_3$	$\beta_3$	$\sigma_1$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_3$	$\pi_1$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_2$	$\pi_3$	$\pi_3$	
0.2	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0151	0.0094	0.0171	0.1088	0.0966	0.4253	0.0456	0.2489	0.0005	0.0019	0.0066	0.0067	0.0561	0.0855	0.2045	0.2495	0.0007	0.0095	0.0003	0.0041	0.0022	0.0855	0.0019	0.0817	
			500	0.0046	0.0007	0.0022	0.1508	0.0064	0.4852	0.0014	0.3186	0.0005	0.0048	0.0018	0.0013	0.0047	0.0400	0.0242	0.0797	0.0019	0.0064	0.0000	0.0074	0.0009	0.1069	0.0010	0.0994	
		$[0; 2]$	100	0.0327	0.0747	0.0591	0.0893	0.4230	0.9972	0.2401	0.2131	0.0241	0.0219	0.0233	0.0339	0.0593	0.0631	0.3138	0.4819	0.0094	0.0214	0.0001	0.0277	0.0323	0.1113	0.0324	0.0838	
			500	0.0106	0.1434	0.0127	0.1802	0.0633	0.9731	0.0289	0.3925	0.0056	0.0362	0.0047	0.0330	0.0071	0.0051	0.0338	0.4435	0.0002	0.0360	0.0008	0.0360	0.0000	0.0012	0.1570	0.0004	0.1243
0.2	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0110	0.0112	0.0322	0.1152	0.0533	0.3449	0.0409	0.2471	0.0135	0.0058	0.0047	0.0087	0.0734	0.1095	0.1205	0.1598	0.0040	0.0113	0.0034	0.0130	0.0114	0.1107	0.0080	0.0977	
		$[0; 2]$	500	0.0003	0.0074	0.0066	0.1459	0.0100	0.3956	0.0133	0.3295	0.0013	0.0034	0.0020	0.0057	0.0069	0.0632	0.0180	0.0667	0.0021	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0008	0.1356	0.0007	0.1178
			100	0.0321	0.1075	0.0267	0.1065	0.3316	0.8565	0.1157	0.0367	0.0277	0.0028	0.0093	0.0008	0.0619	0.0784	0.2493	0.4173	0.0032	0.0180	0.0133	0.0507	0.0012	0.1834	0.0121	0.1327	
			500	0.0197	0.1802	0.0062	0.1941	0.0345	0.9270	0.0072	0.3415	0.0049	0.0378	0.0091	0.0351	0.0018	0.0002	0.0754	0.1030	0.0049	0.0005	0.0489	0.0024	0.0352	0.0000	0.2280	0.0023	0.1737
0.2	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0024	0.0127	0.0136	0.0709	0.0865	0.2976	0.0626	0.2075	0.0019	0.0156	0.0130	0.0129	0.0654	0.1191	0.0267	0.1031	0.0112	0.0459	0.0053	0.0085	0.0167	0.1015	0.0113	0.0930	
		$[0; 2]$	500	0.0067	0.0154	0.0170	0.1316	0.0175	0.3032	0.0193	0.2867	0.0021	0.0039	0.0032	0.0158	0.0099	0.0805	0.0151	0.0594	0.0046	0.0218	0.0036	0.0009	0.0099	0.0058	0.0095	0.1197	
			100	0.0393	0.0521	0.0158	0.1603	0.3108	0.6290	0.1820	0.1960	0.0169	0.0191	0.0003	0.0118	0.0789	0.1215	0.1443	0.1837	0.0090	0.0515	0.0068	0.0310	0.0098	0.1366	0.0030	0.1056	
			500	0.0012	0.1673	0.0241	0.2336	0.0062	0.7326	0.0158	0.7326	0.2909	0.0023	0.0338	0.0020	0.0446	0.0099	0.0162	0.0254	0.3251	0.0076	0.0192	0.0003	0.0568	0.0064	0.2297	0.0061	0.1729
0.2	0.5	$[-1; 3]$	100	0.0138	0.0416	0.0199	0.0638	0.0618	0.1552	0.0341	0.1292	0.0171	0.0137	0.0165	0.0255	0.0764	0.1287	0.0514	0.0738	0.0243	0.1062	0.0018	0.0210	0.0176	0.0308	0.0194	0.0518	
		$[0; 2]$	500	0.0084	0.0429	0.0098	0.1134	0.0238	0.0936	0.0141	0.0830	0.0006	0.0134	0.0036	0.0450	0.0095	0.0724	0.0148	0.0575	0.0060	0.1138	0.0022	0.0321	0.0021	0.1191	0.0001	0.0130	
			100	0.0295	0.0593	0.0300	0.2287	0.2001	0.1216	0.0904	0.0780	0.0139	0.0866	0.0251	0.0610	0.0607	0.1269	0.1330	0.1571	0.0099	0.1531	0.0140	0.0101	0.0512	0.0099	0.0372	0.0002	
			500	0.0028	0.1514	0.0044	0.4341	0.0197	0.1921	0.0129	0.3747	0.0055	0.0093	0.0010	0.0674	0.0192	0.0954	0.0045	0.1932	0.0076	0.2352	0.0045	0.0152	0.0009	0.1880	0.0036	0.1729	
0.2	0.6	$[-1; 3]$	100	0.0104	0.0355	0.0355	0.1050	0.0805	0.0258	0.0427	0.0127	0.0181	0.0451	0.0430	0.0448	0.0705	0.1284	0.0790	0.0823	0.0332	0.0189	0.0023	0.0398	0.0456	0.0492	0.0433	0.0094	
		$[0; 2]$	500	0.0069	0.0783	0.0038	0.0936	0.0082	0.1728	0.0079	0.1677	0.0109	0.0737	0.0123	0.0499	0.0121	0.0691	0.0108	0.0213	0.0030	0.2624	0.0002	0.0753	0.0086	0.2070	0.0089	0.1737	
0.3	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0097	0.1583	0.1085	0.3968	0.1939	0.1184	0.1065	0.1838	0.0332	0.1285	0.0084	0.1170	0.0918	0.1742	0.0709	0.1164	0.0640	0.2683	0.0038	0.0244	0.0460	0.1220	0.0422	0.0976	
		$[0; 2]$	500	0.0159	0.1354	0.0291	0.4965	0.0112	0.2887	0.0129	0.3129	0.0241	0.0887	0.0291	0.0863	0.0195	0.1141	0.0107	0.1477	0.0014	0.2964	0.0008	0.0366	0.0176	0.2185	0.0168	0.1819	
0.3	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0002	0.0073	0.0173	0.1163	0.0948	0.4879	0.0282	0.1704	0.0113	0.0071	0.0149	0.0100	0.0269	0.0575	0.2036	0.2893	0.0011	0.0113	0.0000	0.0066	0.0027	0.0931	0.0027	0.0865	
		$[0; 2]$	500	0.0047	0.0013	0.0017	0.1271	0.0301	0.4564	0.0154	0.3096	0.0030	0.0001	0.0011	0.0117	0.0071	0.0372	0.0388	0.0882	0.0028	0.0001	0.0002	0.0064	0.0001	0.1050	0.0001	0.0987	
0.3	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0166	0.0604	0.0319	0.0680	0.3728	0.9435	0.2121	0.1280	0.0321	0.0189	0.0056	0.0265	0.0391	0.0437	0.2933	0.5097	0.0009	0.0089	0.0017	0.0303	0.0119	0.1194	0.0102	0.0892	
		$[0; 2]$	500	0.0040	0.1079	0.0007	0.1327	0.0575	0.8803	0.0106	0.5197	0.0011	0.0342	0.0066	0.0350	0.0060	0.0031	0.0528	0.4974	0.0055	0.0208	0.0023	0.0367	0.0032	0.1553	0.0009	0.1188	
0.3	0.5	$[-1; 3]$	100	0.0135	0.0123	0.0185	0.0964	0.0335	0.3065	0.0218	0.2086	0.0006	0.0097	0.0040	0.0270	0.0404	0.0772	0.0872	0.1018	0.0206	0.0432	0.0012	0.0233	0.0034	0.1092	0.0022	0.0860	
		$[0; 2]$	500	0.0028	0.0051	0.0004	0.1171	0.0053	0.3668	0.0069	0.2940	0.0013	0.0025	0.0004	0.0202	0.0083	0.0558	0.0442	0.0479	0.0043	0.0098	0.0012	0.0223	0.0013	0.1347	0.0000	0.1125	
0.3	0.6	$[-1; 3]$	100	0.0129	0.0781	0.0242	0.0887	0.2620	0.7112	0.0897	0.0871	0.0156	0.0158	0.0116	0.0110	0.0071	0.0476	0.0499	0.2123	0.3705	0.0019	0.0012	0.0013	0.0480	0.0087	0.1723	0.0075	0.1235
		$[0; 2]$	500	0.0121	0.1423	0.0047	0.1652	0.0769	0.9428	0.0444	0.4129	0.0036	0.0577	0.0010	0.0546	0.0010	0.0056	0.0249	0.4520	0.0057	0.0537	0.0062	0.0580	0.0012	0.2922	0.0003	0.1732	
0.3	0.7	$[-1; 3]$	100	0.0036	0.0154	0.0219	0.0708	0.1468	0.2645	0.0995	0.2102	0.0043	0.0312	0.0183	0.0347	0.0360	0.0896	0.1137	0.0995	0.0173	0.0774	0.0044	0.0212	0.0213	0.0990	0.0257	0.0778	
		$[0; 2]$	500	0.0056	0.0099	0.0038	0.0883	0.0140	0.2467	0.0113	0.2240	0.0025	0.0128	0.0048	0.0432	0.0030	0.0547	0.0009	0.0346	0.0001	0.0013	0.0115	0.0004	0.0875	0.0000	0.0818		
0.4	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0021	0.0849	0.0058	0.1244	0.2768	0.4399	0.1097	0.1752	0.0114	0.0346	0.0219	0.0426	0.0415	0.0571	0.1713	0.2767	0.0002	0.0546	0.0100	0.0642	0.0378	0.1455	0.0278	0.0818	
		$[0; 2]$	500	0.0008	0.1364	0.0028	0.1786	0.0237	0.5774	0.0006	0.4893	0.0176	0.0148	0.0113	0.0038	0.0039	0.0048	0.0276	0.3765	0.0131	0.0072	0.0028	0.0735	0.0000	0.1523	0.0027	0.1155	
0.4	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0027	0.0303	0.0070	0.0332	0.0687	0.1053	0.0584	0.0979	0.0134	0.0350	0.0013	0.0744	0.0420	0.1079	0.0712	0.0760	0.0510	0.1666	0.0036	0.0184	0.0127	0.0260	0.0163	0.0035	
		$[0; 2]$	500	0.0029	0.0296	0.0021	0.0159	0.0116	0.0249	0.0098	0.0406	0.0016	0.0456	0.0041	0.0941	0.0058	0.0809	0.0159	0.0372	0.0104	0.1780	0.0007	0.0253	0.0003	0.0097	0.0010	0.0330	
0.4	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0159	0.0893	0.0158	0.2357	0.1638	0.1105	0.0877	0.2530	0.0030	0.0820	0.0220	0.0722	0.0398	0.1030	0.1290	0.1683	0.0468	0.2335	0.0008	0.0104	0.0320	0.0511	0.0312	0.0615	
		$[0; 2]$	500	0.0008	0.1364	0.0027	0.3433	0.0526	0.2817	0.0277	0.4146	0.0024	0.0950	0.0042	0.0792	0.0034	0.0581	0.0210	0.1111	0.0231	0.2918	0.0013	0.0054	0.0009	0.1173	0.0004	0.1735	
0.4	0.5	$[-1; 3]$	100	0.0197	0.0247	0.0061	0.0946	0.1240	0.4639	0.0165	0.1852	0.0062	0.0064	0.0181	0.0221	0.0263	0.0547	0.1942	0.2278	0.0069	0.0290	0.0003	0.0146	0.0018	0.0900	0.0021	0.0754	
		$[0; 2]$	500	0.0032	0.0049	0.0017	0.1051	0.0246	0.4514	0.0105	0.3023	0.0013	0.0024	0.0017	0.0238	0.0049	0.0334	0.0432	0.0912	0.0031	0.0058	0.0038	0.0138	0.0008	0.1050	0.0001	0.0917	
0.4	0.6	$[-1; 3]$	100	0.0010	0.0665	0.0012	0.0765	0.2206	0.8045	0.0227	0.0399	0.0411	0.0246	0.0215	0.0077	0.0265	0.0286	0.3321	0.5085	0.0192	0.0032	0.0047	0.0427	0.0222	0.1187	0.0269	0.0760	
		$[0; 2]$	500	0.0004	0.0785	0.0033	0.1008	0.1123	0.8831	0.0384	0.4252	0.0027	0.0289	0.0043	0.0245	0.0034												

	$\alpha_1$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\alpha_2$	$\beta_2$	$\beta_2$	$\alpha_3$	$\alpha_3$	$\beta_3$	$\beta_3$	$\sigma_1$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_3$	$\pi_1$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_2$	$\pi_3$	$\pi_3$	
	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	
0.2	100	0.1571	0.1571	0.1002	0.1001	0.1551	0.1549	0.1006	0.1002	0.0859	0.0858	0.0592	0.0589	0.0755	0.0754	0.0830	0.0815	0.0478	0.0478	0.0370	0.0370	0.0388	0.0388	0.0475	0.0475
0.2	500	0.0642	0.0642	0.0438	0.0437	0.0732	0.0732	0.0435	0.0435	0.0359	0.0360	0.0252	0.0252	0.0377	0.0373	0.0389	0.0386	0.0428	0.0416	0.0375	0.0375	0.0388	0.0386	0.0447	0.0447
0.2	100	0.2410	0.2416	0.2040	0.2041	0.2443	0.2442	0.2159	0.2150	0.1339	0.1338	0.1113	0.1113	0.0813	0.0793	0.0786	0.0786	0.0428	0.0416	0.0375	0.0375	0.0388	0.0386	0.0447	0.0447
0.2	500	0.1090	0.1088	0.0978	0.0977	0.1049	0.1050	0.0963	0.0963	0.0578	0.0577	0.0516	0.0516	0.0323	0.0322	0.0353	0.0352	0.0219	0.0219	0.0173	0.0173	0.0171	0.0172	0.0213	0.0213
0.2	100	0.1582	0.1582	0.0966	0.0966	0.1308	0.1307	0.0927	0.0927	0.0902	0.0902	0.0605	0.0605	0.0797	0.0796	0.0608	0.0608	0.0501	0.0500	0.0415	0.0415	0.0450	0.0450	0.0501	0.0501
0.2	500	0.0627	0.0627	0.0419	0.0419	0.0494	0.0493	0.0335	0.0335	0.0449	0.0449	0.0287	0.0286	0.0381	0.0378	0.0277	0.0275	0.0223	0.0221	0.0163	0.0163	0.0215	0.0215	0.0210	0.0210
0.2	100	0.2360	0.2360	0.2103	0.2021	0.2015	0.2014	0.1751	0.1760	0.1546	0.1549	0.1387	0.1394	0.0855	0.0842	0.0621	0.0608	0.0516	0.0514	0.0400	0.0400	0.0437	0.0435	0.0495	0.0494
0.2	500	0.1092	0.1092	0.0950	0.0949	0.0811	0.0811	0.0692	0.0691	0.0645	0.0645	0.0560	0.0561	0.0350	0.0351	0.0273	0.0272	0.0208	0.0208	0.0175	0.0175	0.0216	0.0216	0.0227	0.0227
0.2	100	0.1644	0.1630	0.1092	0.1090	0.0994	0.0994	0.0716	0.0716	0.1124	0.1123	0.0699	0.0700	0.0758	0.0742	0.0594	0.0594	0.0594	0.0596	0.0424	0.0424	0.0525	0.0525	0.0539	0.0539
0.2	500	0.0711	0.0711	0.0444	0.0444	0.0470	0.0470	0.0303	0.0304	0.0519	0.0519	0.0301	0.0301	0.0374	0.0373	0.0253	0.0252	0.0268	0.0267	0.0180	0.0180	0.0219	0.0219	0.0213	0.0213
0.2	100	0.2547	0.2501	0.2177	0.2156	0.1662	0.1659	0.1445	0.1443	0.1852	0.1852	0.1615	0.1616	0.0864	0.0854	0.0586	0.0585	0.0561	0.0554	0.0400	0.0401	0.0492	0.0492	0.0479	0.0479
0.2	500	0.1006	0.1005	0.0897	0.0896	0.0740	0.0740	0.0632	0.0632	0.0744	0.0743	0.0650	0.0649	0.0337	0.0337	0.0242	0.0241	0.0240	0.0237	0.0183	0.0183	0.0239	0.0239	0.0219	0.0219
0.2	100	0.1607	0.1602	0.1022	0.1022	0.0973	0.0973	0.0608	0.0608	0.1406	0.1406	0.0775	0.0775	0.0834	0.0825	0.0494	0.0494	0.0614	0.0610	0.0394	0.0394	0.0513	0.0513	0.0427	0.0428
0.2	500	0.0678	0.0678	0.0463	0.0463	0.0461	0.0461	0.0289	0.0289	0.0547	0.0547	0.0347	0.0347	0.0341	0.0341	0.0211	0.0210	0.0291	0.0290	0.0177	0.0177	0.0219	0.0219	0.0209	0.0209
0.2	100	0.2410	0.2410	0.2090	0.2090	0.1448	0.1447	0.1279	0.1279	0.1807	0.1811	0.1582	0.1583	0.0814	0.0812	0.0474	0.0474	0.0618	0.0611	0.0413	0.0413	0.0498	0.0498	0.0440	0.0440
0.2	500	0.1056	0.1056	0.0871	0.0870	0.0655	0.0655	0.0557	0.0557	0.0842	0.0842	0.0721	0.0721	0.0330	0.0330	0.0222	0.0222	0.0284	0.0282	0.0169	0.0169	0.0211	0.0211	0.0198	0.0198
0.2	100	0.1609	0.1616	0.1011	0.1021	0.0851	0.0854	0.0574	0.0575	0.1680	0.1666	0.0996	0.0991	0.0843	0.0839	0.0463	0.0464	0.0819	0.0800	0.0417	0.0416	0.0477	0.0478	0.0427	0.0427
0.2	500	0.0732	0.0732	0.0476	0.0475	0.0351	0.0351	0.0226	0.0226	0.0594	0.0593	0.0404	0.0404	0.0361	0.0361	0.0218	0.0218	0.0365	0.0365	0.0173	0.0173	0.0203	0.0203	0.0180	0.0180
0.2	100	0.2439	0.2439	0.2184	0.2184	0.1243	0.1243	0.1129	0.1129	0.2597	0.2596	0.2186	0.2185	0.0721	0.0721	0.0473	0.0473	0.0856	0.0854	0.0371	0.0371	0.0485	0.0485	0.0402	0.0402
0.2	500	0.1086	0.1087	0.0927	0.0927	0.0624	0.0624	0.0582	0.0582	0.0915	0.0916	0.0799	0.0801	0.0354	0.0353	0.0208	0.0208	0.0347	0.0344	0.0167	0.0167	0.0224	0.0224	0.0182	0.0182
0.3	100	0.1259	0.1258	0.0759	0.0764	0.1565	0.1564	0.1043	0.1043	0.0924	0.0914	0.0591	0.0590	0.0692	0.0682	0.0875	0.0852	0.0535	0.0527	0.0421	0.0422	0.0422	0.0422	0.0527	0.0527
0.3	500	0.0532	0.0532	0.0358	0.0358	0.0662	0.0662	0.0441	0.0441	0.0416	0.0415	0.0268	0.0267	0.0296	0.0295	0.0349	0.0349	0.0213	0.0213	0.0190	0.0190	0.0162	0.0162	0.0205	0.0205
0.3	100	0.1919	0.1919	0.1753	0.1753	0.2396	0.2389	0.2067	0.2067	0.1520	0.1519	0.1325	0.1325	0.0682	0.0682	0.0784	0.0783	0.0524	0.0518	0.0481	0.0481	0.0386	0.0386	0.0474	0.0474
0.3	500	0.0895	0.0896	0.0719	0.0720	0.0974	0.0975	0.0830	0.0830	0.0632	0.0631	0.0561	0.0560	0.0288	0.0288	0.0327	0.0326	0.0236	0.0235	0.0223	0.0223	0.0200	0.0200	0.0248	0.0248
0.3	100	0.1218	0.1217	0.0785	0.0785	0.1255	0.1254	0.0773	0.0773	0.1111	0.1110	0.0710	0.0710	0.0663	0.0660	0.0663	0.0662	0.0585	0.0582	0.0463	0.0463	0.0461	0.0461	0.0477	0.0477
0.3	500	0.0541	0.0540	0.0365	0.0364	0.0517	0.0517	0.0345	0.0345	0.0473	0.0474	0.0300	0.0300	0.0295	0.0296	0.0285	0.0284	0.0245	0.0240	0.0209	0.0209	0.0209	0.0209	0.0228	0.0228
0.3	100	0.2059	0.2060	0.1761	0.1762	0.1814	0.1814	0.1543	0.1543	0.1766	0.1766	0.1522	0.1522	0.0620	0.0619	0.0639	0.0638	0.0584	0.0584	0.0459	0.0459	0.0484	0.0484	0.0522	0.0522
0.3	500	0.0849	0.0847	0.0741	0.0742	0.0859	0.0860	0.0719	0.0719	0.0724	0.0723	0.0636	0.0636	0.0279	0.0278	0.0308	0.0307	0.0232	0.0228	0.0202	0.0202	0.0203	0.0203	0.0218	0.0217
0.3	100	0.1281	0.1281	0.0834	0.0833	0.1046	0.1046	0.0734	0.0734	0.1208	0.1207	0.0811	0.0811	0.0706	0.0704	0.0517	0.0516	0.0592	0.0591	0.0426	0.0426	0.0477	0.0477	0.0439	0.0440
0.3	500	0.0560	0.0560	0.0387	0.0388	0.0467	0.0466	0.0322	0.0322	0.0523	0.0523	0.0363	0.0363	0.0341	0.0340	0.0248	0.0247	0.0311	0.0310	0.0209	0.0209	0.0216	0.0216	0.0192	0.0192
0.3	100	0.1821	0.1820	0.1647	0.1639	0.1640	0.1639	0.1354	0.1354	0.2063	0.2062	0.1767	0.1768	0.0720	0.0720	0.0592	0.0592	0.0693	0.0681	0.0455	0.0455	0.0496	0.0496	0.0451	0.0450
0.3	500	0.0855	0.0856	0.0700	0.0699	0.0720	0.0720	0.0651	0.0651	0.0821	0.0819	0.0714	0.0714	0.0306	0.0305	0.0261	0.0261	0.0279	0.0279	0.0221	0.0221	0.0233	0.0233	0.0207	0.0207
0.3	100	0.1250	0.1250	0.0814	0.0813	0.0996	0.0996	0.0588	0.0589	0.1621	0.1614	0.1065	0.1064	0.0664	0.0664	0.0462	0.0460	0.0823	0.0807	0.0481	0.0481	0.0474	0.0474	0.0411	0.0411
0.3	500	0.0477	0.0477	0.0351	0.0351	0.0425	0.0425	0.0269	0.0269	0.0694	0.0691	0.0438	0.0437	0.0300	0.0299	0.0237	0.0236	0.0363	0.0363	0.0200	0.0200	0.0204	0.0204	0.0173	0.0173
0.3	100	0.1941	0.1941	0.1708	0.1708	0.1442	0.1443	0.1295	0.1291	0.2456	0.2441	0.2026	0.2018	0.0651	0.0651	0.0505	0.0509	0.0793	0.0780	0.0485	0.0485	0.0514	0.0514	0.0402	0.0402
0.3	500	0.0861	0.0860	0.0742	0.0742	0.0577	0.0577	0.0507	0.0506	0.0947	0.0946	0.0807	0.0806	0.0313	0.0312	0.0220	0.0220	0.0351	0.0351	0.0218	0.0218	0.0237	0.0237	0.0168	0.0168
0.4	100	0.1049	0.1047	0.0700	0.0700	0.1504	0.1502	0.0999	0.0998	0.1031	0.1031	0.0662	0.0661	0.0570	0.0566	0.0773	0.0773	0.0578	0.0564	0.0493	0.0493	0.0401	0.0401	0.0533	0.0533
0.4	500	0.0467	0.0467	0.0309	0.0309	0.0527	0.0527	0.0349	0.0349	0.0556	0.0554	0.0361	0.0361	0.0242	0.0242	0.0308	0.0306	0.0263	0.0262	0.0210	0.0210	0.0188	0.0188	0.0207	0.0207
0.4	100	0.1614	0.1614	0.1450	0.1450	0.1994</																			

$\pi_1$	$\pi_2$	$x$	$n$	$\alpha_1$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\alpha_2$	$\beta_2$	$\beta_2$	$\alpha_3$	$\alpha_3$	$\beta_3$	$\beta_3$	$\sigma_1$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_3$	$\pi_1$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_2$	$\pi_3$	$\pi_3$
EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM
0.2	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0283	0.0610	0.0478	0.0450	0.0767	0.0666	0.0471	0.0420	0.0397	0.0368	0.0273	0.0263	0.0455	0.0347	0.0491	0.0363	0.0286	0.0225	0.0420	0.0404	0.0457	0.0406	0.0580	0.0517
			500	0.0283	0.0263	0.0194	0.0184	0.0274	0.0265	0.0193	0.0186	0.0163	0.0161	0.0103	0.0101	0.0166	0.0140	0.0169	0.0151	0.0095	0.0085	0.0177	0.0178	0.0182	0.0183	0.0216	0.0217
		$[0; 2]$	100	0.1005	0.0938	0.0886	0.0811	0.0975	0.0926	0.1014	0.0825	0.0609	0.0584	0.0496	0.0475	0.0392	0.0339	0.0492	0.0354	0.0237	0.0203	0.0430	0.0426	0.0447	0.0404	0.0587	0.0551
			500	0.0453	0.0378	0.0375	0.0357	0.0435	0.0422	0.0378	0.0366	0.0268	0.0235	0.0201	0.0197	0.0168	0.0139	0.0171	0.0147	0.0099	0.0091	0.0185	0.0184	0.0203	0.0202	0.0233	0.0235
0.2	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0854	0.0750	0.0587	0.0522	0.0550	0.0517	0.0368	0.0351	0.0431	0.0406	0.0256	0.0244	0.0406	0.0323	0.0286	0.0251	0.0287	0.0212	0.0404	0.0402	0.0445	0.0443	0.0526	0.0519
			500	0.0279	0.0263	0.0178	0.0175	0.0215	0.0213	0.0149	0.0146	0.0172	0.0166	0.0114	0.0111	0.0133	0.0114	0.0130	0.0117	0.0091	0.0091	0.0187	0.0186	0.0209	0.0209	0.0233	0.0236
		$[0; 2]$	100	0.0094	0.0912	0.0847	0.0767	0.0899	0.0827	0.0739	0.0686	0.0678	0.0651	0.0551	0.0521	0.0361	0.0295	0.0305	0.0264	0.0273	0.0210	0.0419	0.0406	0.0499	0.0488	0.0573	0.0554
			500	0.0488	0.0469	0.0442	0.0427	0.0343	0.0330	0.0303	0.0292	0.0285	0.0279	0.0236	0.0232	0.0175	0.0152	0.0132	0.0120	0.0101	0.0092	0.0176	0.0176	0.0204	0.0204	0.0234	0.0235
0.2	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0778	0.0712	0.0445	0.0423	0.0430	0.0413	0.0288	0.0277	0.0493	0.0464	0.0324	0.0301	0.0366	0.0289	0.0236	0.0203	0.0332	0.0262	0.0381	0.0382	0.0472	0.0469	0.0471	0.0463
			500	0.0299	0.0293	0.0195	0.0193	0.0191	0.0192	0.0120	0.0120	0.0207	0.0206	0.0132	0.0132	0.0146	0.0107	0.0100	0.0132	0.0117	0.0175	0.0175	0.0200	0.0222	0.0233	0.0236	
		$[0; 2]$	100	0.1071	0.0996	0.0866	0.0807	0.0892	0.0869	0.0616	0.0602	0.0759	0.0696	0.0664	0.0596	0.0383	0.0358	0.0255	0.0229	0.0333	0.0251	0.0406	0.0397	0.0468	0.0460	0.0510	0.0505
			500	0.0402	0.0387	0.0369	0.0356	0.0302	0.0298	0.0254	0.0249	0.0284	0.0276	0.0267	0.0258	0.0161	0.0145	0.0119	0.0110	0.0131	0.0113	0.0168	0.0169	0.0205	0.0207	0.0222	0.0222
0.2	0.5	$[-1; 3]$	100	0.0667	0.0631	0.0448	0.0416	0.0403	0.0372	0.0275	0.0261	0.0553	0.0509	0.0401	0.0346	0.0358	0.0309	0.0239	0.0212	0.0398	0.0264	0.0410	0.0407	0.0479	0.0471	0.0498	0.0452
			500	0.0289	0.0280	0.0176	0.0171	0.0171	0.0169	0.0116	0.0113	0.0237	0.0229	0.0156	0.0149	0.0158	0.0139	0.0102	0.0099	0.0144	0.0115	0.0192	0.0191	0.0217	0.0222	0.0198	0.0198
		$[0; 2]$	100	0.1143	0.1103	0.0959	0.0896	0.0626	0.0617	0.0533	0.0534	0.0871	0.0766	0.0736	0.0650	0.0403	0.0357	0.0240	0.0216	0.0385	0.0272	0.0360	0.0364	0.0518	0.0514	0.0460	0.0456
			500	0.0484	0.0476	0.0408	0.0402	0.0260	0.0259	0.0238	0.0234	0.0400	0.0379	0.0330	0.0312	0.0170	0.0152	0.0103	0.0096	0.0167	0.0128	0.0186	0.0186	0.0224	0.0223	0.0205	0.0199
0.2	0.6	$[-1; 3]$	100	0.0267	0.0262	0.0171	0.0169	0.0169	0.0168	0.0108	0.0107	0.0291	0.0267	0.0180	0.0171	0.0162	0.0148	0.0092	0.0089	0.0195	0.0148	0.0201	0.0200	0.0224	0.0223	0.0186	0.0187
			500	0.1199	0.1141	0.1089	0.1005	0.0584	0.0574	0.0478	0.0470	0.1253	0.0926	0.1182	0.0835	0.0408	0.0328	0.0212	0.0197	0.0521	0.0317	0.0415	0.0397	0.0454	0.0459	0.0413	0.0391
		$[0; 2]$	100	0.0422	0.0418	0.0359	0.0358	0.0235	0.0234	0.0202	0.0200	0.0416	0.0396	0.0350	0.0332	0.0175	0.0162	0.0086	0.0084	0.0194	0.0143	0.0172	0.0171	0.0221	0.0217	0.0179	0.0176
			500	0.0556	0.0544	0.0396	0.0380	0.0715	0.0661	0.0453	0.0423	0.0423	0.0409	0.0337	0.0277	0.0312	0.0271	0.0388	0.0325	0.0345	0.0234	0.0444	0.0438	0.0404	0.0404	0.0525	0.0516
0.3	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0219	0.0216	0.0150	0.0147	0.0290	0.0283	0.0179	0.0176	0.0201	0.0194	0.0127	0.0135	0.0121	0.0171	0.0148	0.0121	0.0102	0.0229	0.0229	0.0193	0.0193	0.0233	0.0233	
			500	0.0775	0.0728	0.0663	0.0617	0.1084	0.1047	0.0981	0.0932	0.0704	0.0619	0.0607	0.0533	0.0343	0.0283	0.0405	0.0330	0.0281	0.0219	0.0493	0.0470	0.0387	0.0386	0.0525	0.0509
		$[0; 2]$	100	0.0353	0.0339	0.0293	0.0287	0.0407	0.0392	0.0342	0.0337	0.0290	0.0282	0.0259	0.0253	0.0144	0.0124	0.0179	0.0157	0.0110	0.0098	0.0219	0.0220	0.0183	0.0181	0.0239	0.0235
			500	0.0550	0.0509	0.0331	0.0315	0.0504	0.0489	0.0366	0.0364	0.0513	0.0431	0.0341	0.0276	0.0318	0.0268	0.0315	0.0280	0.0373	0.0255	0.0464	0.0455	0.0466	0.0470	0.0487	0.0468
0.3	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0245	0.0233	0.0139	0.0135	0.0217	0.0210	0.0131	0.0147	0.0188	0.0181	0.0117	0.0113	0.0146	0.0133	0.0132	0.0121	0.0128	0.0109	0.0206	0.0207	0.0210	0.0210	0.0217	0.0217
			500	0.0810	0.0768	0.0661	0.0627	0.0781	0.0725	0.0747	0.0678	0.0708	0.0678	0.0581	0.0542	0.0285	0.0304	0.0253	0.0330	0.0247	0.0458	0.0451	0.0474	0.0470	0.0496	0.0486	0.0482
		$[0; 2]$	100	0.0357	0.0347	0.0301	0.0295	0.0358	0.0350	0.0298	0.0292	0.0305	0.0262	0.0261	0.0271	0.0134	0.0121	0.0137	0.0124	0.0134	0.0110	0.0194	0.0193	0.0214	0.0214	0.0216	0.0224
			500	0.0494	0.0468	0.0341	0.0328	0.0434	0.0419	0.0277	0.0269	0.0527	0.0489	0.0385	0.0346	0.0285	0.0231	0.0207	0.0372	0.0286	0.0490	0.0484	0.0540	0.0536	0.0502	0.0495	
0.3	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0214	0.0210	0.0136	0.0133	0.0181	0.0117	0.0115	0.0234	0.0224	0.0153	0.0145	0.0122	0.0116	0.0129	0.0122	0.0222	0.0223	0.0222	0.0223	0.0222	0.0223	0.0222	0.0231	
			500	0.0850	0.0817	0.0756	0.0726	0.0647	0.0652	0.0575	0.0575	0.1021	0.0902	0.0825	0.0739	0.0306	0.0271	0.0250	0.0233	0.0439	0.0283	0.0452	0.0442	0.0517	0.0516	0.0462	0.0457
		$[0; 2]$	100	0.0356	0.0349	0.0305	0.0298	0.0329	0.0297	0.0247	0.0247	0.0348	0.0337	0.0287	0.0280	0.0119	0.0122	0.0116	0.0162	0.0133	0.0216	0.0219	0.0211	0.0211	0.0204	0.0207	
			500	0.0626	0.0526	0.0354	0.0336	0.0369	0.0379	0.0253	0.0246	0.0578	0.0666	0.0679	0.0448	0.0307	0.0238	0.0262	0.0236	0.0602	0.0310	0.0475	0.0458	0.0522	0.0504	0.0446	0.0401
0.3	0.5	$[-1; 3]$	100	0.0236	0.0232	0.0146	0.0144	0.0162	0.0161	0.0115	0.0113	0.0320	0.0289	0.0205	0.0193	0.0129	0.0122	0.0105	0.0100	0.0209	0.0160	0.0195	0.0196	0.0226	0.0224	0.0181	0.0179
			500	0.0781	0.0737	0.0676	0.0636	0.0618	0.0597	0.0546	0.0528	0.1240	0.0808	0.1200	0.0914	0.0296	0.0259	0.0226	0.0216	0.0531	0.0330	0.0471	0.0455	0.0529	0.0519	0.0414	0.0397
		$[0; 2]$	100	0.0363	0.0355	0.0309	0.0302	0.0259	0.0255	0.0228	0.0226	0.0400	0.0325	0.0321	0.0302	0.0183	0.0183	0.0157	0.0151	0.0183	0.0183	0.0227	0.0227	0.0167	0.0167	0.0167	
			500	0.0491	0.0453	0.0308	0.0292	0.0748	0.0686	0.0443	0.0408	0.0505	0.0447	0.0328	0.0292	0.0274	0.0238	0.0389	0.0298	0.0325	0.0248	0.0493	0.0489	0.0414	0.0405	0.0498	0.0489
0.4	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0190	0.0186	0.0127	0.0123	0.0274	0.0265	0.0167	0.0164	0.0217	0.0211	0.0128	0.0124	0.0117	0.0161	0.0143	0.0127	0.0109	0.0220	0.0222	0.0182	0.0182	0.0231	0.0232	
			500	0.0720	0.0681	0.0601	0.0572	0.1266	0.1016	0.0973	0.0855	0.0722	0.0660	0.0626	0.0560	0.0258	0.0220	0.0420	0.0321	0.0331	0.0242	0.0522	0.0516	0.0403	0.0399	0.0526	0.0526
		$[0; 2]$	100	0.0274	0.0271	0.0239	0.0237	0.0408	0.0455	0.0383	0.0370	0.0296	0.0292	0.0264	0.0259	0.0109	0.0103	0.0154	0.0136	0.0135	0.0113	0.0222	0.0222	0.0182	0.0182	0.0223	0.0226
			500	0.0536	0.0506	0.0317	0.0309	0.0527	0.0494	0.0345	0.0328	0.0700	0.0586	0.0427	0.0374	0.0268	0.0232	0.0291	0.0246	0.0455	0.0267	0.0478	0.0470	0.0460	0.04		



$\pi_1$	$\pi_2$	$x$	$n$	$\alpha_1$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\alpha_2$	$\beta_2$	$\alpha_3$	$\alpha_3$	$\beta_3$	$\beta_3$	$\sigma_1$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_3$	$\pi_1$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_2$	$\pi_3$	$\pi_3$	
EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	
0.2	0.2	$[-1; 3]$	100	0.1767	0.1696	0.1449	0.1194	0.4767	0.5214	0.2889	0.3150	0.0562	0.0547	0.0359	0.0348	0.1129	0.1010	0.2603	0.2617	0.0362	0.0338	0.0501	0.0532	0.0586	0.0518	0.0593
			500	0.0712	0.0731	0.0502	0.0488	0.1802	0.1993	0.1076	0.1244	0.0258	0.0257	0.0166	0.0168	0.0460	0.0481	0.1009	0.1193	0.0134	0.0148	0.0210	0.0238	0.0258	0.0241	0.0244
		$[0; 2]$	100	0.3858	0.3547	0.3133	0.2653	0.8139	0.8210	0.7031	0.7705	0.0881	0.0888	0.0722	0.0723	0.1273	0.1026	0.2896	0.2872	0.0358	0.0336	0.0577	0.0561	0.0653	0.0514	0.0605
			500	0.1246	0.1228	0.1128	0.1104	0.2530	0.2530	0.2324	0.2324	0.0433	0.0449	0.0352	0.0354	0.0481	0.0731	0.1049	0.2874	0.0321	0.0316	0.0211	0.0250	0.0321	0.0272	0.0331
0.2	0.3	$[-1; 3]$	100	0.1706	0.1671	0.1356	0.1278	0.2945	0.3113	0.2294	0.2561	0.0636	0.0637	0.0402	0.0398	0.1222	0.1082	0.1775	0.1960	0.0384	0.0379	0.0519	0.0615	0.0649	0.0631	0.0558
			500	0.0649	0.0649	0.0518	0.0521	0.1477	0.1573	0.0968	0.1001	0.0324	0.0331	0.0195	0.0198	0.0477	0.0450	0.0718	0.0825	0.0160	0.0163	0.0208	0.0257	0.0289	0.0310	0.0246
		$[0; 2]$	100	0.4865	0.4530	0.3926	0.3348	0.6608	0.7417	0.5337	0.6365	0.1110	0.1151	0.0894	0.0918	0.1321	0.1057	0.2218	0.2383	0.0413	0.0459	0.0544	0.0572	0.0696	0.0665	0.0622
			500	0.1262	0.1465	0.1373	0.1766	0.2031	0.3849	0.1749	0.3701	0.0467	0.0541	0.0395	0.0438	0.0558	0.0743	0.0832	0.1763	0.0166	0.0281	0.0228	0.0413	0.0280	0.0471	0.0258
0.2	0.4	$[-1; 3]$	100	0.1696	0.1652	0.1353	0.1324	0.2375	0.2472	0.1693	0.1786	0.0805	0.0803	0.0442	0.0448	0.1144	0.0943	0.1466	0.1515	0.0491	0.0423	0.0505	0.0690	0.0661	0.0807	0.0541
			500	0.0648	0.0678	0.0588	0.0615	0.1243	0.1301	0.0847	0.0899	0.0346	0.0366	0.0204	0.0219	0.0501	0.0523	0.0635	0.0635	0.0166	0.0167	0.0201	0.0397	0.0279	0.0489	0.0245
		$[0; 2]$	100	0.2834	0.3544	0.3192	0.2820	0.4093	0.5611	0.3512	0.4778	0.1237	0.1332	0.0984	0.1045	0.1387	0.1130	0.1778	0.1988	0.0453	0.0452	0.0580	0.0693	0.0758	0.0829	0.0571
			500	0.1083	0.1287	0.1218	0.1559	0.1784	0.3264	0.1567	0.3056	0.0590	0.0649	0.0449	0.0483	0.0535	0.0666	0.0739	0.1367	0.0215	0.0332	0.0254	0.0484	0.0343	0.0618	0.0267
0.2	0.5	$[-1; 3]$	100	0.1931	0.1907	0.1497	0.2009	0.2382	0.2541	0.1673	0.1830	0.1193	0.1087	0.0684	0.0622	0.1165	0.1090	0.1238	0.1279	0.0549	0.0466	0.0322	0.0524	0.0751	0.0788	0.1080
			500	0.0748	0.0782	0.0583	0.0820	0.1045	0.1167	0.0693	0.0833	0.0487	0.0568	0.0272	0.0302	0.0474	0.0523	0.0576	0.0656	0.0218	0.0213	0.0244	0.0482	0.0292	0.0575	0.0249
		$[0; 2]$	100	0.3447	0.3217	0.3979	0.4030	0.3462	0.4167	0.3182	0.3710	0.1725	0.1627	0.1275	0.1427	0.1565	0.1265	0.1596	0.1811	0.0574	0.0573	0.0644	0.0729	0.0832	0.0964	0.0535
			500	0.1298	0.1437	0.1444	0.1767	0.1485	0.2647	0.1166	0.2238	0.0710	0.0882	0.0549	0.0693	0.0555	0.0637	0.0632	0.1135	0.0232	0.0366	0.0256	0.0527	0.0336	0.0680	0.0243
0.2	0.6	$[-1; 3]$	100	0.1921	0.1891	0.1650	0.1933	0.2093	0.2259	0.1465	0.1586	0.1681	0.1898	0.0919	0.0911	0.1243	0.1151	0.1086	0.1085	0.0685	0.0603	0.0538	0.0712	0.0749	0.1090	0.0505
			500	0.0708	0.0764	0.0650	0.1246	0.0873	0.1067	0.0618	0.0846	0.0580	0.0324	0.0447	0.0485	0.0544	0.0490	0.0555	0.0301	0.0323	0.0216	0.0333	0.0275	0.0600	0.0202	0.0418
		$[0; 2]$	100	0.4266	0.4824	0.3939	0.4089	0.3858	0.4696	0.3145	0.3479	0.2935	0.2928	0.2119	0.2123	0.1330	0.1207	0.1436	0.1515	0.0874	0.0690	0.0630	0.0903	0.0808	0.1134	0.0567
			500	0.1252	0.1637	0.1604	0.1962	0.1235	0.2114	0.1074	0.1844	0.1019	0.1566	0.0765	0.1134	0.0560	0.0645	0.0595	0.0935	0.0302	0.0361	0.0257	0.0498	0.0335	0.0692	0.0223
0.3	0.2	$[-1; 3]$	100	0.1408	0.1407	0.1144	0.1080	0.4827	0.5063	0.2898	0.2911	0.0574	0.0548	0.0370	0.0358	0.0953	0.0879	0.2426	0.2421	0.0347	0.0338	0.0520	0.0535	0.0558	0.0443	0.0561
			500	0.0575	0.0588	0.0445	0.0453	0.1701	0.1827	0.1275	0.1342	0.0262	0.0267	0.0166	0.0168	0.0360	0.0382	0.1018	0.1170	0.0168	0.0181	0.0240	0.0259	0.0254	0.0228	0.0246
		$[0; 2]$	100	0.2324	0.2030	0.2438	0.2024	0.7488	0.9276	0.7122	0.8702	0.0994	0.0950	0.0797	0.0769	0.0921	0.0799	0.2749	0.2786	0.0419	0.0422	0.0608	0.0543	0.0688	0.0503	0.0614
			500	0.0906	0.0929	0.0846	0.0838	0.2795	0.4525	0.2295	0.4374	0.0446	0.0490	0.0349	0.0395	0.0414	0.0547	0.1158	0.2235	0.0174	0.0270	0.0253	0.0280	0.0264	0.0277	0.0255
0.3	0.3	$[-1; 3]$	100	0.1330	0.1316	0.1015	0.0973	0.3239	0.4010	0.2234	0.2550	0.0765	0.0760	0.0488	0.0478	0.0872	0.0804	0.1779	0.1887	0.0439	0.0399	0.0530	0.0586	0.0666	0.0616	0.0559
			500	0.0552	0.0553	0.0446	0.0439	0.1356	0.1494	0.0903	0.0976	0.0330	0.0342	0.0197	0.0200	0.0373	0.0401	0.0661	0.0804	0.0181	0.0184	0.0267	0.0297	0.0293	0.0309	0.0244
		$[0; 2]$	100	0.2588	0.2394	0.2484	0.2337	0.6555	0.6714	0.5460	0.6186	0.1319	0.1300	0.1020	0.0998	0.1090	0.0871	0.2386	0.2574	0.0477	0.0479	0.0633	0.0656	0.0736	0.0703	0.0588
			500	0.0917	0.1029	0.0922	0.1032	0.2080	0.4312	0.1646	0.4039	0.0535	0.0572	0.0458	0.0486	0.0433	0.0689	0.0913	0.2076	0.0209	0.0381	0.0289	0.0417	0.0337	0.0492	0.0243
0.3	0.4	$[-1; 3]$	100	0.1320	0.1286	0.1120	0.0981	0.2664	0.2762	0.1676	0.1921	0.1205	0.0961	0.0669	0.0556	0.0908	0.0787	0.1440	0.1417	0.0545	0.0453	0.0615	0.0733	0.0754	0.0819	0.0582
			500	0.0630	0.0643	0.0448	0.0497	0.0971	0.1031	0.0634	0.0724	0.0629	0.0660	0.0341	0.0351	0.0398	0.0379	0.0541	0.0628	0.0304	0.0270	0.0238	0.0307	0.0306	0.0450	0.0216
		$[0; 2]$	100	0.4506	0.2704	0.3205	0.2756	0.4593	0.4699	0.3525	0.4317	0.2874	0.2446	0.1988	0.1765	0.1083	0.0895	0.1568	0.1679	0.0779	0.0676	0.0658	0.0859	0.0782	0.1079	0.0512
			500	0.0936	0.1082	0.0994	0.1281	0.1608	0.2811	0.1372	0.2579	0.1048	0.1559	0.0781	0.1119	0.0438	0.0542	0.0628	0.0732	0.0312	0.0509	0.0289	0.0510	0.0331	0.0696	0.0232
0.3	0.5	$[-1; 3]$	100	0.1133	0.1147	0.0836	0.0801	0.4881	0.4793	0.3247	0.3290	0.0833	0.0770	0.0503	0.0473	0.0707	0.0699	0.2329	0.2526	0.0465	0.0422	0.0567	0.0538	0.0575	0.0449	0.0513
			500	0.0496	0.0509	0.0376	0.0384	0.1664	0.1958	0.1191	0.1292	0.0358	0.0357	0.0215	0.0215	0.0313	0.0341	0.1038	0.1265	0.0185	0.0200	0.0251	0.0259	0.0255	0.0239	0.0234
		$[0; 2]$	100	0.1891	0.1806	0.1836	0.1694	0.8121	1.0842	0.6747	1.0717	0.1219	0.1208	0.0979	0.0977	0.0775	0.0659	0.2661	0.2839	0.0411	0.0439	0.0643	0.0557	0.0619	0.0453	0.0525
			500	0.0753	0.0842	0.0724	0.0809	0.2783	0.4948	0.2415	0.4617	0.0483	0.0505	0.0387	0.0405	0.0323	0.0405	0.1041	0.2300	0.0181	0.0304	0.0279	0.0277	0.0289	0.0275	0.0266
0.4	0.3	$[-1; 3]$	100	0.1143	0.1162	0.0840	0.0843	0.3127	0.3234	0.2231	0.2406	0.1150	0.1048	0.0683	0.0638	0.0731	0.0687	0.1950	0.1925	0.0552	0.0462	0.0603	0.0624	0.0673	0.0629	0.0579
			500	0.0546	0.0556	0.0384	0.0391	0.1310	0.1423	0.1001	0.1129	0.0379	0.0407	0.0227	0.0236	0.0330	0.0340	0.0728	0.0870	0.0237	0.0244	0.0282	0.0307	0.0307	0.029	

$\pi_1$	$\pi_2$	$x$	$n$	$\alpha_1$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\alpha_2$	$\beta_2$	$\beta_2$	$\alpha_3$	$\alpha_3$	$\beta_3$	$\beta_3$	$\sigma_1$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_3$	$\pi_1$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_2$	$\pi_3$	$\pi_3$
EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM
0.2	0.2	$[-1; 3]$	100	0.1689	0.1550	0.1299	0.1334	0.4235	0.4267	0.2830	0.2657	0.0794	0.0657	0.1932	0.0416	0.1079	0.0950	0.2184	0.1681	0.1483	0.0366	0.0488	0.0442	0.0802	0.0433	0.0850	0.0599
			500	0.0718	0.0708	0.0492	0.0520	0.1765	0.2203	0.1029	0.1199	0.0249	0.0261	0.0180	0.0183	0.0415	0.0374	0.0901	0.0938	0.0169	0.0201	0.0206	0.0192	0.0220	0.0200	0.0288	0.0280
		$[0; 2]$	100	0.2697	0.2364	0.2635	0.2060	0.6741	0.5045	0.3608	0.4305	0.1965	0.0888	0.5324	0.0743	0.0998	0.0821	0.2643	0.1471	0.2298	0.0334	0.0430	0.0417	0.1129	0.0401	0.1198	0.0254
			500	0.1046	0.1046	0.0971	0.0895	0.3019	0.2115	0.2224	0.1804	0.0379	0.0382	0.0334	0.0414	0.0345	0.1073	0.0676	0.0185	0.0190	0.0190	0.0190	0.0190	0.0190	0.0190	0.0190	0.0190
0.2	0.3	$[-1; 3]$	100	0.1368	0.1573	0.1265	0.1331	0.3130	0.3363	0.1731	0.2070	0.0776	0.0737	0.0477	0.1051	0.0928	0.1643	0.1467	0.0536	0.0481	0.0458	0.0431	0.0644	0.0584	0.0656	0.0654	
			500	0.0721	0.0733	0.0577	0.0593	0.1378	0.1859	0.0825	0.1040	0.0336	0.0351	0.0209	0.0272	0.0407	0.0379	0.0733	0.0775	0.0209	0.0241	0.0207	0.0194	0.0246	0.0242	0.0305	0.0312
		$[0; 2]$	100	0.2535	0.2459	0.2657	0.2108	0.5186	0.4188	0.3991	0.3351	0.1266	0.1132	0.2794	0.0912	0.1077	0.0859	0.2103	0.1349	0.1726	0.0379	0.0416	0.0393	0.0654	0.0480	0.0692	0.0552
			500	0.1080	0.1042	0.1001	0.0895	0.2314	0.1710	0.1704	0.1466	0.0403	0.0391	0.0363	0.0364	0.0364	0.0364	0.0364	0.0364	0.0364	0.0364	0.0364	0.0364	0.0364	0.0364	0.0364	0.0364
0.2	0.4	$[-1; 3]$	100	0.1772	0.1675	0.1467	0.1335	0.3103	0.3390	0.1828	0.1928	0.0974	0.0939	0.1164	0.0629	0.1131	0.0957	0.1603	0.1394	0.0820	0.0475	0.0459	0.0463	0.0580	0.0599	0.0688	0.0727
			500	0.0683	0.0690	0.0503	0.0515	0.1223	0.1622	0.0681	0.0880	0.0372	0.0427	0.0237	0.0646	0.0427	0.0621	0.0659	0.0234	0.0252	0.0195	0.0195	0.0270	0.0300	0.0270	0.0312	
		$[0; 2]$	100	0.2804	0.2730	0.2510	0.2250	0.4371	0.3446	0.3702	0.2923	0.1365	0.1275	0.2688	0.1103	0.1146	0.0864	0.1947	0.1262	0.1715	0.0480	0.0454	0.0421	0.0600	0.0296	0.0380	0.0611
			500	0.1159	0.1133	0.1002	0.0925	0.1931	0.1667	0.1526	0.1365	0.0582	0.0600	0.0495	0.0506	0.0422	0.0374	0.0757	0.0560	0.0242	0.0251	0.0202	0.0202	0.0206	0.0293	0.0274	0.0316
0.2	0.5	$[-1; 3]$	100	0.1798	0.1613	0.1321	0.1295	0.2920	0.2677	0.1570	0.1713	0.1388	0.1264	0.0944	0.0831	0.1178	0.0924	0.1313	0.1186	0.0866	0.0612	0.0462	0.0453	0.0657	0.0663	0.0676	0.0749
			500	0.0688	0.0696	0.0566	0.0603	0.1036	0.1398	0.0597	0.0736	0.0492	0.0659	0.0340	0.0424	0.0485	0.0439	0.0576	0.0578	0.0317	0.0331	0.0206	0.0233	0.0268	0.0336	0.0281	0.0403
		$[0; 2]$	100	0.2999	0.2805	0.2698	0.2267	0.4125	0.3405	0.3753	0.2737	0.1992	0.1485	0.2762	0.1236	0.1181	0.0879	0.2013	0.1131	0.1535	0.0531	0.0460	0.0421	0.0828	0.0604	0.0814	0.0616
			500	0.1110	0.1102	0.1076	0.0995	0.1655	0.1611	0.1260	0.1234	0.0683	0.0708	0.0569	0.0614	0.0439	0.0398	0.0607	0.0509	0.0297	0.0307	0.0183	0.0180	0.0296	0.0293	0.0298	0.0305
0.2	0.6	$[-1; 3]$	100	0.2805	0.1916	0.1657	0.1377	0.1933	0.2151	0.1516	0.1246	0.1802	0.1427	0.1469	0.0977	0.1110	0.0857	0.1123	0.0986	0.1095	0.0655	0.0507	0.0478	0.0666	0.0688	0.0630	0.0676
			500	0.0728	0.0726	0.0486	0.0569	0.0971	0.1321	0.0531	0.0596	0.0809	0.1208	0.0496	0.0771	0.0426	0.0395	0.0509	0.0553	0.0446	0.0247	0.0200	0.0229	0.0286	0.0388	0.0264	0.0475
		$[0; 2]$	100	0.2883	0.2581	0.2814	0.2370	0.3342	0.3350	0.3751	0.2701	0.2577	0.1791	0.3852	0.1906	0.1051	0.0857	0.1865	0.1144	0.2021	0.0804	0.0447	0.0439	0.1051	0.0675	0.1045	0.0633
			500	0.1103	0.1106	0.1027	0.0970	0.1468	0.11581	0.1139	0.1127	0.0937	0.0942	0.0789	0.0790	0.0428	0.0380	0.0580	0.0510	0.0451	0.0381	0.0184	0.0192	0.0299	0.0363	0.0280	0.0331
0.3	0.2	$[-1; 3]$	100	0.1260	0.1275	0.1125	0.1121	0.4497	0.4739	0.2659	0.2890	0.0675	0.0725	0.0502	0.0490	0.0770	0.0741	0.2323	0.1973	0.0466	0.0444	0.0493	0.0470	0.0545	0.0467	0.0662	0.0615
			500	0.0543	0.0547	0.0412	0.0411	0.1664	0.2134	0.1005	0.1243	0.0284	0.0294	0.0211	0.0211	0.0353	0.0342	0.0908	0.0849	0.0199	0.0216	0.0250	0.0247	0.0202	0.0193	0.0281	0.0298
		$[0; 2]$	100	0.1905	0.1800	0.1882	0.1686	0.6979	0.5262	0.6081	0.4695	0.1304	0.0988	0.4950	0.1657	0.0725	0.0586	0.2722	0.1618	0.2227	0.0405	0.0516	0.0514	0.0880	0.0452	0.0925	0.0583
			500	0.0828	0.0831	0.0777	0.0729	0.2871	0.2078	0.2165	0.1750	0.0413	0.0412	0.0386	0.0381	0.0368	0.0313	0.1028	0.0680	0.0196	0.0188	0.0222	0.0221	0.0222	0.0177	0.0299	0.0272
0.3	0.3	$[-1; 3]$	100	0.1322	0.1318	0.1094	0.1048	0.2631	0.2847	0.1705	0.1464	0.1285	0.1133	0.1118	0.0729	0.0926	0.0843	0.1336	0.1158	0.0831	0.0564	0.0534	0.0548	0.0582	0.0580	0.0630	0.0710
			500	0.0512	0.0517	0.0414	0.0460	0.1164	0.1573	0.0692	0.0843	0.0439	0.0630	0.0324	0.0432	0.0332	0.0341	0.0628	0.0646	0.0278	0.0333	0.0235	0.0284	0.0265	0.0332	0.0276	0.0428
		$[0; 2]$	100	0.1975	0.1948	0.1868	0.1668	0.4213	0.3903	0.3685	0.3215	0.1885	0.1555	0.3455	0.1786	0.0790	0.0653	0.1882	0.1292	0.1501	0.0749	0.0498	0.0480	0.0667	0.0583	0.0739	0.0624
			500	0.0903	0.0898	0.0840	0.0784	0.1936	0.1665	0.1476	0.1300	0.0673	0.0686	0.0584	0.0591	0.0360	0.0310	0.0717	0.0521	0.0272	0.0247	0.0192	0.0198	0.0276	0.0292	0.0291	0.0291
0.3	0.4	$[-1; 3]$	100	0.1324	0.1276	0.0980	0.0976	0.2265	0.2584	0.1453	0.1489	0.0217	0.2017	0.1246	0.1200	0.0823	0.0757	0.1320	0.1107	0.0671	0.0541	0.0563	0.0628	0.0648	0.0625	0.0710	
			500	0.0591	0.0604	0.0434	0.0514	0.1075	0.1444	0.0596	0.0714	0.0753	0.1108	0.0484	0.0771	0.0337	0.0342	0.0556	0.0594	0.0430	0.0473	0.0238	0.0297	0.0259	0.0366	0.0264	0.0488
		$[0; 2]$	100	0.2134	0.2078	0.1949	0.1792	0.3717	0.3389	0.3792	0.2645	0.2334	0.1921	0.2830	0.1485	0.0897	0.0701	0.1617	0.1111	0.1552	0.0625	0.0455	0.0431	0.0723	0.0370	0.0794	0.0527
			500	0.0832	0.0807	0.0782	0.0738	0.1713	0.1754	0.1233	0.1209	0.0870	0.0921	0.0730	0.0780	0.0371	0.0348	0.0675	0.0550	0.0445	0.0400	0.0325	0.0320	0.0298	0.0339	0.0329	0.0329
0.4	0.2	$[-1; 3]$	100	0.1087	0.1099	0.0946	0.0926	0.4370	0.4556	0.3049	0.2898	0.0987	0.0784	0.3132	0.1705	0.0690	0.0611	0.2464	0.1919	0.1570	0.1238	0.0559	0.0585	0.0590	0.0486	0.0761	0.0703
			500	0.0476	0.0482	0.0319	0.0340	0.1652	0.2025	0.0900	0.1067	0.0362	0.0378	0.0253	0.0274	0.0313	0.0299	0.0965	0.0929	0.0245	0.0234	0.0269	0.0195	0.0280	0.0268	0.0330	
		$[0; 2]$	100	0.1617	0.1582	0.1596	0.1398	0.6059	0.4638	0.5375	0.4095	0.1300	0.1118	0.3638	0.0926	0.0654	0.0566	0.2502	0.1580	0.1844	0.0429	0.0488	0.0472	0.0606	0.0410	0.0733	0.0552
			500	0.0781	0.0766	0.0744	0.0703	0.2685	0.2047	0.2009	0.1734	0.0514	0.0538	0.0456	0.0485	0.0308	0.0268	0.1053	0.0702	0.0213	0.0199	0.0223	0.0225	0.0223	0.0185	0.0276	0.0276
0.4	0.3	$[-1; 3]$	100	0.1123	0.1107	0.0766	0.0793	0.3381	0.3592	0.2228	0.2019	0.1044	0.0961	0.1314	0.0798	0.0733	0.0675	0.1906	0.1520	0.0824	0.0620	0.0567	0.0626	0.0566	0.0667	0.0776	
			500	0.0493	0.0497	0.0337	0.0330	0.1386	0.1838	0.0781	0.0976	0.0428	0.0495	0.0332	0.0404	0.0308	0.0313	0.0726	0.0726	0.0337	0.0356	0.0244	0.0280	0.0238	0.0267	0.0300	0.0392
		$[0; 2]$	100	0.1658	0.1574	0.1545	0.1382	0.5056	0.4222	0.4610	0.3639	0.2007	0.1336	0.4409	0.2223	0.0701	0.0624	0.2459	0.1574	0.2597	0.0708	0.0511	0.0482	0.0581	0.0487	0.0640	0.0531
			500	0.0781	0.0755	0.0719	0.0682	0.2171	0.1892	0.1580	0.1474	0.0682	0.0713	0.0598	0.0608	0.0315	0.0286	0.0875	0.0614	0.0307	0.0279						

$\pi_1$	$\pi_2$	$x$	$n$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\alpha_3$	$\beta_3$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_3$												
EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM												
0.2	0.2	$[-1; 3]$	100	0.1767	0.1677	0.1670	0.1585	0.4955	0.4726	0.3688	0.4352	0.0570	0.0560	0.0754	0.0399	0.1121	0.1044	0.2905	0.3282	0.0839	0.0404	0.0517	0.0523	0.0851	0.0503	0.0859	0.0578
			500	0.0624	0.0667	0.0646	0.0767	0.2079	0.2071	0.1285	0.1856	0.0267	0.0281	0.0189	0.0200	0.0487	0.0506	0.0989	0.1465	0.0205	0.0237	0.0232	0.0226	0.0299	0.0227	0.0344	0.0294
		$[0; 2]$	100	0.2505	0.2483	0.2723	0.1999	1.0525	1.4138	0.8318	1.9041	0.1159	0.1827	0.1798	0.3039	0.1267	0.0725	0.2814	0.3642	0.1652	0.1301	0.0539	0.0460	0.1382	0.1125	0.1339	0.1207
			500	0.1273	0.1195	0.1351	0.1113	0.4061	0.4657	0.3156	0.0435	0.0475	0.0430	0.0396	0.0495	0.0400	0.1276	0.2624	0.0240	0.0272	0.0275	0.0250	0.0503	0.0135	0.0454	0.0295	
0.2	0.3	$[-1; 3]$	100	0.1693	0.1766	0.1697	0.1617	0.3665	0.3485	0.2663	0.3228	0.0776	0.0794	0.0701	0.0657	0.1164	0.1009	0.1956	0.2200	0.0892	0.1102	0.0560	0.0268	0.0395	0.0856	0.0864	0.0814
			500	0.0752	0.0772	0.0680	0.0747	0.1579	0.1578	0.1092	0.1344	0.0292	0.0314	0.0195	0.0211	0.0543	0.0520	0.0764	0.1080	0.0223	0.0285	0.0228	0.0252	0.0389	0.0377	0.0378	0.0356
		$[0; 2]$	100	0.2715	0.2831	0.3060	0.2200	0.8491	0.8061	0.6812	1.1510	0.1405	0.1197	0.1342	0.1208	0.1284	0.0993	0.2677	0.3571	0.1180	0.0885	0.0564	0.0574	0.1446	0.0776	0.1320	0.0891
			500	0.1153	0.1223	0.1236	0.1086	0.3063	0.4001	0.2507	0.7962	0.0586	0.0601	0.0468	0.0510	0.0634	0.0590	0.0914	0.2563	0.0279	0.0406	0.0260	0.0270	0.0534	0.0267	0.0449	0.0379
0.2	0.4	$[-1; 3]$	100	0.1754	0.1726	0.1834	0.2266	0.3533	0.3460	0.2472	0.2632	0.1095	0.0998	0.0667	0.0605	0.1374	0.1187	0.1517	0.1903	0.0774	0.0640	0.0533	0.0680	0.1005	0.1104	0.0898	0.0929
			500	0.0768	0.0807	0.0693	0.0884	0.1323	0.1551	0.0960	0.1173	0.0406	0.0423	0.0278	0.0301	0.0565	0.0565	0.0634	0.0894	0.0294	0.0375	0.0237	0.0437	0.0432	0.0664	0.0400	0.1391
		$[0; 2]$	100	0.3259	0.3194	0.3657	0.3158	0.6973	0.6926	0.5338	0.8230	0.1466	0.1233	0.1459	0.1146	0.1345	0.1218	0.2437	0.3338	0.1588	0.0994	0.0695	0.0767	0.1442	0.1689	0.1249	0.1439
			500	0.1182	0.1370	0.1396	0.1318	0.2187	0.4683	0.1824	0.6036	0.0716	0.1054	0.0585	0.0882	0.0601	0.0847	0.0929	0.3138	0.0362	0.0940	0.0267	0.0499	0.0604	0.1633	0.0534	0.1348
0.2	0.5	$[-1; 3]$	100	0.1620	0.1628	0.1906	0.2541	0.2764	0.2806	0.2108	0.2324	0.1263	0.1150	0.0907	0.0775	0.1255	0.1233	0.1531	0.1450	0.1076	0.0983	0.0566	0.0774	0.1011	0.1179	0.0930	0.1187
			500	0.0701	0.0758	0.0701	0.1372	0.1229	0.2426	0.0852	0.2215	0.0473	0.0690	0.0315	0.0417	0.0587	0.0702	0.0590	0.0779	0.0384	0.0892	0.0236	0.0543	0.0392	0.1657	0.0371	0.1349
		$[0; 2]$	100	0.3295	0.3415	0.3675	0.3804	0.6533	0.5491	0.5883	0.5911	0.2280	0.2013	0.2601	0.1710	0.1256	0.1234	0.2317	0.2261	0.1857	0.1440	0.0685	0.0906	0.1631	0.2128	0.1498	0.1767
			500	0.1279	0.1528	0.1559	0.2150	0.2334	0.4155	0.1701	0.2134	0.0747	0.1630	0.0731	0.1365	0.0547	0.0679	0.0581	0.1404	0.0507	0.1199	0.0262	0.0588	0.0639	0.2345	0.0585	0.1925
0.2	0.6	$[-1; 3]$	100	0.1835	0.1941	0.1828	0.3731	0.2758	0.2365	0.2170	0.1948	0.1896	0.1475	0.1598	0.0865	0.1306	0.1241	0.1444	0.1158	0.1511	0.0741	0.0576	0.0712	0.1249	0.1247	0.1101	0.0960
			500	0.0717	0.0865	0.0717	0.2086	0.0988	0.1462	0.0751	0.1396	0.0677	0.1172	0.0521	0.0798	0.0499	0.0531	0.0487	0.0429	0.0663	0.0538	0.0241	0.0316	0.0493	0.0924	0.0466	0.0766
		$[0; 2]$	100	0.4626	0.3766	0.4331	0.5180	0.6000	0.2922	0.4728	0.2865	0.3101	0.1866	0.2556	0.1499	0.1694	0.1187	0.1877	0.1174	0.1834	0.0339	0.0716	0.0743	0.1542	0.1083	0.1438	0.0657
			500	0.1326	0.1653	0.1544	0.2064	0.1934	0.0984	0.1690	0.0980	0.1342	0.1078	0.1263	0.0972	0.0609	0.0637	0.0889	0.0676	0.1119	0.0025	0.0291	0.0457	0.0839	0.0453	0.0705	0.0077
0.3	0.2	$[-1; 3]$	100	0.1320	0.1338	0.1311	0.1245	0.5186	0.5219	0.3628	0.5153	0.1014	0.0686	0.0903	0.0476	0.0943	0.0823	0.2793	0.3285	0.1034	0.0479	0.0541	0.0544	0.0866	0.0482	0.0913	0.0645
			500	0.0563	0.0580	0.0479	0.0560	0.2006	0.2022	0.1307	0.1751	0.0288	0.0297	0.0220	0.0229	0.0387	0.0422	0.1013	0.1441	0.0242	0.0273	0.0272	0.0282	0.0338	0.0226	0.0354	0.0334
		$[0; 2]$	100	0.2335	0.2151	0.2438	0.1800	0.8693	0.9382	0.8187	1.4568	0.2042	0.1853	0.1326	0.3222	0.0946	0.0759	0.3302	0.3505	0.1424	0.0898	0.0599	0.0500	0.1219	0.0936	0.1060	0.0997
			500	0.0881	0.0883	0.0980	0.0823	0.3781	0.3623	0.2925	0.6036	0.0586	0.0482	0.0459	0.0442	0.0431	0.0358	0.1553	0.1923	0.0983	0.0277	0.0263	0.0239	0.0569	0.0135	0.0519	0.0303
0.3	0.3	$[-1; 3]$	100	0.1346	0.1326	0.1136	0.1132	0.4180	0.3633	0.2797	0.3067	0.0879	0.0849	0.0667	0.0641	0.0880	0.0785	0.2085	0.2520	0.0730	0.0555	0.0578	0.0627	0.0911	0.0676	0.0890	0.0812
			500	0.0609	0.0635	0.0509	0.0577	0.1564	0.1920	0.1116	0.1489	0.0367	0.0405	0.0264	0.0313	0.0397	0.0425	0.0798	0.1095	0.0291	0.0377	0.0263	0.0298	0.0403	0.0418	0.0373	0.0452
		$[0; 2]$	100	0.2302	0.2233	0.2679	0.2019	0.7104	0.6532	0.6526	1.0176	0.1834	0.2072	0.1577	0.3091	0.1067	0.0928	0.2904	0.3483	0.1706	0.1216	0.0677	0.0651	0.1383	0.0865	0.1200	0.0888
			500	0.0961	0.1051	0.0888	0.0840	0.2783	0.3748	0.2348	0.6467	0.0642	0.0740	0.0507	0.0615	0.0435	0.0397	0.1009	0.1973	0.0315	0.0406	0.0343	0.0288	0.0560	0.0224	0.0446	0.0361
0.3	0.4	$[-1; 3]$	100	0.1380	0.1322	0.1337	0.1196	0.3836	0.3168	0.2740	0.2177	0.1191	0.1005	0.0926	0.0700	0.0934	0.0842	0.1887	0.1868	0.1070	0.0670	0.0570	0.0699	0.1037	0.0908	0.0952	0.0925
			500	0.0584	0.0615	0.0498	0.0655	0.1324	0.1768	0.0931	0.1288	0.0440	0.0468	0.0342	0.0408	0.0382	0.0397	0.0727	0.0977	0.0399	0.0568	0.0280	0.0339	0.0434	0.0795	0.0398	0.0725
		$[0; 2]$	100	0.2294	0.2294	0.2384	0.2175	0.8065	0.6659	0.6474	0.8171	0.1999	0.2000	0.1897	0.3184	0.1055	0.0971	0.2842	0.3130	0.1874	0.1636	0.0680	0.0757	0.1532	0.1580	0.1358	0.1358
			500	0.0915	0.1196	0.0958	0.1034	0.2441	0.4820	0.1908	0.4582	0.0832	0.0997	0.0687	0.1022	0.0424	0.0626	0.0864	0.2407	0.0535	0.1111	0.0279	0.0399	0.0657	0.1705	0.0568	0.1475
0.3	0.5	$[-1; 3]$	100	0.1293	0.1362	0.1164	0.1314	0.2628	0.2268	0.1845	0.1740	0.1742	0.1411	0.1322	0.0937	0.0934	0.0790	0.1589	0.1441	0.1299	0.0710	0.0582	0.0816	0.1070	0.1219	0.0906	0.0887
			500	0.0618	0.0640	0.0543	0.0938	0.1159	0.1949	0.0816	0.1627	0.0611	0.0986	0.0511	0.0702	0.0399	0.0405	0.0569	0.0664	0.0531	0.0845	0.0240	0.0578	0.0422	0.1372	0.0395	0.1026
		$[0; 2]$	100	0.2492	0.2435	0.2752	0.2814	0.5484	0.3374	0.4526	0.3509	0.2821	0.1903	0.3200	0.1675	0.1083	0.0996	0.2225	0.1689	0.1910	0.1023	0.0657	0.0892	0.1595	0.1378	0.1408	0.0889
			500	0.1084	0.1203	0.1245	0.1713	0.2703	0.1394	0.1922	0.1473	0.1242	0.1478	0.1229	0.1258	0.0459	0.0496	0.0802	0.0658	0.0804	0.0210	0.0307	0.0506	0.0755	0.0674	0.0640	0.0363
0.4	0.2	$[-1; 3]$	100	0.1129	0.1120	0.0927	0.0913	0.5151	0.5023	0.3596	0.5305	0.0804	0.0777	0.0912	0.0607	0.0731	0.0702	0.2674	0.2977	0.1174	0.0493	0.0611	0.0654	0.0820	0.0481	0.0901	0.0746
			500	0.0469	0.0495	0.0414	0.0484	0.2288	0.1979	0.1523	0.1878	0.0364	0.0383	0.0260	0.0273	0.0332	0.0360	0.1054	0.1535	0.0282	0.0302	0.0298	0.0338	0.0352	0.0231	0.0376	0.0383
		$[0; 2]$	100	0.2016	0.1865	0.1933	0.1560	0.8464	0.8768	0.8023	1.3886	0.2502	0.2773	0.2207	0.3322	0.0843	0.0697	0.3098	0.3582	0.2071	0.0796	0.0661	0.0563	0.1215	0.0819	0.1100	0.0924
			500	0.0841	0.0793	0.0829	0.0718	0.4862	0.4343	0.4032	0.7356	0.0565	0.0635	0.0527	0.0551	0.0327	0.0253	0.1505	0.2514	0.0330	0.0313	0.0280	0.0248	0.0588	0.0147	0.0482	0.0281
0.4	0.3	$[-1; 3]$	100	0.1141	0.1143	0.0930	0.0980	0.4192	0.3692	0.2942																	

$\pi_1$	$\pi_2$	$x$	$n$	$\alpha_1$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\alpha_2$	$\beta_2$	$\beta_2$	$\alpha_3$	$\alpha_3$	$\beta_3$	$\beta_3$	$\sigma_1$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_3$	$\pi_1$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_2$	$\pi_3$	$\pi_3$	
0.2	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0247	0.0247	0.0100	0.0100	0.0240	0.0240	0.0102	0.0101	0.0074	0.0074	0.0035	0.0035	0.0065	0.0065	0.0077	0.0075	0.0024	0.0024	0.0014	0.0014	0.0015	0.0015	0.1621	0.1621	
			500	0.0041	0.0041	0.0019	0.0019	0.0053	0.0053	0.0019	0.0019	0.0013	0.0013	0.0006	0.0006	0.0014	0.0014	0.0016	0.0016	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.1601	0.1601	
		$[0; 2]$	100	0.0579	0.0583	0.0414	0.0415	0.0594	0.0593	0.0464	0.0460	0.0178	0.0178	0.0123	0.0073	0.0070	0.0080	0.0079	0.0019	0.0018	0.0014	0.0014	0.0015	0.0015	0.1609	0.1609		
			500	0.0118	0.0118	0.0095	0.0095	0.0110	0.0092	0.0092	0.0091	0.0012	0.0012	0.0005	0.0005	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.1618	0.1618	
0.2	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0249	0.0249	0.0093	0.0093	0.0170	0.0170	0.0086	0.0086	0.0081	0.0081	0.0036	0.0036	0.0075	0.0075	0.0043	0.0043	0.0026	0.0026	0.0017	0.0017	0.0020	0.0020	0.0415	0.0415	
		$[0; 2]$	100	0.0040	0.0040	0.0018	0.0018	0.0024	0.0024	0.0001	0.0001	0.0020	0.0020	0.0008	0.0008	0.0015	0.0015	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0005	0.0005	0.0402	0.0402			
			500	0.0555	0.0553	0.0440	0.0440	0.0405	0.0405	0.0307	0.0310	0.0238	0.0239	0.0191	0.0193	0.0090	0.0088	0.0043	0.0042	0.0029	0.0029	0.0016	0.0016	0.0019	0.0019	0.0414	0.0414	
0.2	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0119	0.0119	0.0090	0.0090	0.0065	0.0065	0.0048	0.0048	0.0041	0.0041	0.0031	0.0031	0.0012	0.0012	0.0007	0.0007	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0005	0.0005	0.0404	0.0404	
		$[0; 2]$	100	0.0269	0.0264	0.0119	0.0119	0.0098	0.0098	0.0051	0.0051	0.0127	0.0126	0.0049	0.0049	0.0074	0.0072	0.0037	0.0037	0.0038	0.0038	0.0018	0.0018	0.0028	0.0028	0.0028	0.0028	
			500	0.0051	0.0051	0.0020	0.0020	0.0022	0.0022	0.0009	0.0009	0.0027	0.0027	0.0009	0.0009	0.0015	0.0015	0.0007	0.0007	0.0007	0.0007	0.0003	0.0003	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	
			100	0.0652	0.0630	0.0473	0.0465	0.0275	0.0274	0.0208	0.0208	0.0343	0.0344	0.0260	0.0260	0.0080	0.0080	0.0036	0.0036	0.0035	0.0035	0.0016	0.0016	0.0024	0.0024	0.0024	0.0024	
			500	0.0103	0.0103	0.0083	0.0083	0.0083	0.0083	0.0055	0.0055	0.0040	0.0040	0.0055	0.0055	0.0042	0.0042	0.0012	0.0012	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	
0.2	0.5	$[-1; 3]$	100	0.0257	0.0255	0.0104	0.0104	0.0094	0.0094	0.0037	0.0037	0.0030	0.0030	0.0060	0.0060	0.0079	0.0078	0.0025	0.0025	0.0041	0.0040	0.0015	0.0015	0.0026	0.0026	0.0431	0.0431	
		$[0; 2]$	100	0.0046	0.0046	0.0021	0.0021	0.0021	0.0021	0.0008	0.0008	0.0030	0.0030	0.0012	0.0012	0.0012	0.0012	0.0005	0.0005	0.0009	0.0009	0.0003	0.0003	0.0005	0.0005	0.0402	0.0402	
			500	0.0578	0.0578	0.0435	0.0434	0.0209	0.0208	0.0163	0.0163	0.0325	0.0326	0.0249	0.0249	0.0078	0.0078	0.0025	0.0025	0.0040	0.0039	0.0017	0.0017	0.0025	0.0025	0.0433	0.0433	
			100	0.0111	0.0111	0.0076	0.0076	0.0043	0.0043	0.0031	0.0031	0.0071	0.0071	0.0052	0.0052	0.0012	0.0012	0.0005	0.0005	0.0008	0.0008	0.0003	0.0003	0.0004	0.0004	0.0405	0.0405	
0.2	0.6	$[-1; 3]$	100	0.0259	0.0261	0.0102	0.0102	0.0072	0.0072	0.0073	0.0073	0.0033	0.0033	0.0281	0.0287	0.0099	0.0098	0.0080	0.0079	0.0022	0.0022	0.0073	0.0071	0.0017	0.0017	0.0023	0.0023	
		$[0; 2]$	100	0.0053	0.0053	0.0023	0.0023	0.0013	0.0013	0.0005	0.0005	0.0035	0.0035	0.0016	0.0016	0.0013	0.0013	0.0005	0.0005	0.0013	0.0013	0.0003	0.0003	0.0004	0.0004	0.1597	0.1597	
			500	0.0593	0.0593	0.0475	0.0474	0.0154	0.0154	0.0127	0.0127	0.0678	0.0678	0.0477	0.0477	0.0068	0.0068	0.0025	0.0025	0.0079	0.0079	0.0014	0.0014	0.0024	0.0024	0.1596	0.1596	
0.3	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0117	0.0118	0.0086	0.0086	0.0039	0.0039	0.0034	0.0034	0.0084	0.0084	0.0063	0.0064	0.0013	0.0013	0.0004	0.0004	0.0012	0.0012	0.0003	0.0003	0.0005	0.0005	0.1603	0.1603	
		$[0; 2]$	100	0.0161	0.0161	0.0058	0.0058	0.0246	0.0246	0.0109	0.0109	0.0085	0.0085	0.0035	0.0035	0.0050	0.0048	0.0092	0.0089	0.0030	0.0029	0.0018	0.0018	0.0018	0.0018	0.0930	0.0930	
			500	0.0028	0.0028	0.0013	0.0013	0.0044	0.0044	0.0019	0.0019	0.0017	0.0017	0.0007	0.0007	0.0009	0.0009	0.0009	0.0009	0.0013	0.0005	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0897	0.0897	
0.3	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0367	0.0367	0.0306	0.0306	0.0572	0.0569	0.0427	0.0428	0.0231	0.0230	0.0175	0.0175	0.0054	0.0054	0.0077	0.0076	0.0029	0.0029	0.0023	0.0023	0.0015	0.0015	0.0916	0.0916	
		$[0; 2]$	100	0.0080	0.0080	0.0051	0.0051	0.0052	0.0095	0.0069	0.0069	0.0041	0.0041	0.0032	0.0032	0.0008	0.0008	0.0011	0.0011	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0892	0.0892	
0.3	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0149	0.0149	0.0062	0.0062	0.0158	0.0157	0.0060	0.0060	0.0123	0.0123	0.0051	0.0050	0.0047	0.0047	0.0048	0.0048	0.0037	0.0036	0.0022	0.0022	0.0021	0.0021	0.0130	0.0130	
		$[0; 2]$	100	0.0029	0.0029	0.0013	0.0013	0.0027	0.0027	0.0012	0.0012	0.0022	0.0022	0.0009	0.0009	0.0009	0.0009	0.0009	0.0009	0.0006	0.0006	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0123	0.0123	
			500	0.0422	0.0422	0.0309	0.0309	0.0328	0.0328	0.0237	0.0237	0.0314	0.0314	0.0053	0.0053	0.0041	0.0041	0.0008	0.0008	0.0042	0.0042	0.0045	0.0045	0.0036	0.0036	0.0021	0.0021	
0.3	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0072	0.0071	0.0055	0.0055	0.0073	0.0074	0.0052	0.0052	0.0053	0.0053	0.0041	0.0041	0.0008	0.0008	0.0010	0.0010	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0106	0.0106	
		$[0; 2]$	100	0.0167	0.0167	0.0070	0.0070	0.0109	0.0109	0.0054	0.0054	0.0147	0.0147	0.0066	0.0066	0.0057	0.0057	0.0029	0.0029	0.0038	0.0038	0.0018	0.0018	0.0023	0.0023	0.0122	0.0122	
			500	0.0031	0.0031	0.0015	0.0015	0.0022	0.0022	0.0010	0.0010	0.0027	0.0027	0.0013	0.0012	0.0006	0.0006	0.0010	0.0010	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0005	0.0005	0.0105	0.0105	
0.3	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0330	0.0330	0.0271	0.0268	0.0270	0.0270	0.0185	0.0185	0.0424	0.0423	0.0311	0.0312	0.0056	0.0056	0.0038	0.0038	0.0054	0.0053	0.0021	0.0021	0.0025	0.0025	0.0125	0.0125	
		$[0; 2]$	100	0.0073	0.0074	0.0049	0.0049	0.0052	0.0052	0.0042	0.0042	0.0067	0.0067	0.0051	0.0051	0.0009	0.0009	0.0007	0.0007	0.0008	0.0008	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0107	0.0107	
			500	0.0156	0.0156	0.0066	0.0066	0.0099	0.0099	0.0034	0.0035	0.0282	0.0282	0.0114	0.0113	0.0048	0.0048	0.0078	0.0078	0.0080	0.0078	0.0023	0.0023	0.0022	0.0022	0.0910	0.0911	
0.3	0.5	$[-1; 3]$	100	0.0023	0.0023	0.0012	0.0012	0.0018	0.0018	0.0007	0.0007	0.0007	0.0007	0.0048	0.0048	0.0019	0.0019	0.0009	0.0009	0.0006	0.0006	0.0013	0.0013	0.0004	0.0004	0.0901	0.0902	
		$[0; 2]$	100	0.0375	0.0375	0.0291	0.0291	0.0207	0.0204	0.0167	0.0166	0.0600	0.0593	0.0405	0.0405	0.0047	0.0047	0.0028	0.0028	0.0077	0.0076	0.0024	0.0024	0.0026	0.0026	0.0904	0.0904	
			500	0.0074	0.0074	0.0055	0.0055	0.0033	0.0033	0.0026	0.0026	0.0080	0.0080	0.0056	0.0056	0.0010	0.0010	0.0005	0.0005	0.0012	0.0013	0.0005	0.0005	0.0006	0.0006	0.0901	0.0901	
0.4	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0111	0.0110	0.0049	0.0049	0.0225	0.0225	0.0100	0.0099	0.0107	0.0107	0.0045	0.0044	0.0036	0.0036	0.0075	0.0075	0.0036	0.0034	0.0024	0.0024	0.0016	0.0016	0.0415	0.0415	
		$[0; 2]$	100	0.0022	0.0022	0.0009	0.0009	0.0042	0.0042	0.0022	0.0022	0.0023	0.0023	0.0010	0.0010	0.0006	0.0006	0.0013	0.0013	0.0007	0.0007	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0409	0.0409	
			500	0.0304	0.0304	0.0209	0.0209	0.0505	0.0505	0.0426	0.0426	0.0251	0.0251	0.0189	0.0189	0.0035	0.0035	0.0080	0.0080	0.0035	0.0035	0.0025	0.0025	0.0015	0.0015	0.0427	0.0427	
0.4	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0055	0.0055	0.0039	0.0039	0.0115	0.0115	0.0085	0.0085	0.0057	0.0056	0.0042	0.0042	0.0013	0.0013	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0003	0.0003	0.0406	0.0406	

$\pi_1$	$\pi_2$	$x$	$n$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\beta_2$	$\alpha_3$	$\beta_3$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_3$	
EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM
0.2	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0048	0.0038	0.0023	0.0020	0.0059	0.0037	0.0022	0.0018	0.0016	0.0013	0.0007	0.0007	0.0007
			500	0.0008	0.0008	0.0004	0.0003	0.0007	0.0004	0.0003	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003
		$[0; 2]$	100	0.0101	0.0088	0.0078	0.0065	0.0096	0.0104	0.0068	0.0037	0.0034	0.0025	0.0022	0.0018	0.0020
			500	0.0020	0.0018	0.0019	0.0018	0.0019	0.0014	0.0013	0.0006	0.0006	0.0004	0.0003	0.0003	0.0004
0.2	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0073	0.0056	0.0034	0.0027	0.0030	0.0027	0.0014	0.0012	0.0018	0.0016	0.0007	0.0006	0.0006
			500	0.0008	0.0007	0.0003	0.0003	0.0005	0.0002	0.0003	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004
		$[0; 2]$	100	0.0099	0.0083	0.0072	0.0059	0.0081	0.0070	0.0035	0.0047	0.0046	0.0042	0.0030	0.0027	0.0015
			500	0.0024	0.0022	0.0020	0.0018	0.0012	0.0011	0.0009	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007	0.0006	0.0003
0.2	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0060	0.0051	0.0020	0.0018	0.0018	0.0017	0.0008	0.0008	0.0024	0.0022	0.0011	0.0009	0.0003
			500	0.0009	0.0009	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0001	0.0001	0.0004	0.0002	0.0002	0.0003	0.0003
		$[0; 2]$	100	0.0114	0.0099	0.0075	0.0065	0.0048	0.0045	0.0038	0.0037	0.0057	0.0048	0.0044	0.0035	0.0019
			500	0.0016	0.0015	0.0014	0.0013	0.0009	0.0009	0.0006	0.0006	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007	0.0003
0.2	0.5	$[-1; 3]$	100	0.0044	0.0040	0.0020	0.0017	0.0016	0.0014	0.0008	0.0007	0.0034	0.0026	0.0016	0.0012	0.0016
			500	0.0008	0.0008	0.0003	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0006	0.0005	0.0002	0.0002	0.0003	0.0003
		$[0; 2]$	100	0.0130	0.0121	0.0092	0.0081	0.0039	0.0038	0.0029	0.0028	0.0075	0.0059	0.0054	0.0042	0.0018
			500	0.0024	0.0023	0.0017	0.0016	0.0007	0.0007	0.0006	0.0005	0.0016	0.0014	0.0011	0.0010	0.0003
0.2	0.6	$[-1; 3]$	100	0.0046	0.0042	0.0020	0.0018	0.0016	0.0014	0.0006	0.0005	0.0050	0.0031	0.0028	0.0019	0.0017
			500	0.0007	0.0007	0.0003	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0009	0.0008	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
		$[0; 2]$	100	0.0143	0.0129	0.0118	0.0100	0.0034	0.0033	0.0023	0.0022	0.0158	0.0087	0.0141	0.0070	0.0018
			500	0.0018	0.0018	0.0013	0.0013	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0017	0.0016	0.0012	0.0011	0.0003
0.3	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0031	0.0029	0.0016	0.0014	0.0051	0.0044	0.0021	0.0018	0.0018	0.0017	0.0011	0.0008	0.0011
			500	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0008	0.0003	0.0003	0.0003	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0003
		$[0; 2]$	100	0.0060	0.0053	0.0044	0.0038	0.0119	0.0113	0.0098	0.0088	0.0049	0.0038	0.0037	0.0029	0.0012
			500	0.0013	0.0012	0.0009	0.0008	0.0008	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006
0.3	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0030	0.0026	0.0011	0.0010	0.0025	0.0024	0.0013	0.0013	0.0027	0.0019	0.0012	0.0008	0.0011
			500	0.0006	0.0006	0.0002	0.0002	0.0005	0.0004	0.0002	0.0002	0.0004	0.0003	0.0001	0.0001	0.0001
		$[0; 2]$	100	0.0066	0.0059	0.0044	0.0040	0.0061	0.0053	0.0037	0.0047	0.0050	0.0041	0.0046	0.0034	0.0012
			500	0.0013	0.0012	0.0009	0.0009	0.0013	0.0012	0.0009	0.0008	0.0009	0.0009	0.0008	0.0007	0.0002
0.3	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0024	0.0022	0.0012	0.0011	0.0019	0.0017	0.0008	0.0007	0.0028	0.0024	0.0015	0.0012	0.0010
			500	0.0005	0.0004	0.0002	0.0002	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0003
		$[0; 2]$	100	0.0061	0.0054	0.0046	0.0040	0.0038	0.0036	0.0030	0.0028	0.0153	0.0081	0.0143	0.0083	0.0010
			500	0.0013	0.0013	0.0010	0.0009	0.0007	0.0006	0.0005	0.0005	0.0018	0.0016	0.0012	0.0010	0.0002
0.3	0.5	$[-1; 3]$	100	0.0024	0.0021	0.0009	0.0009	0.0056	0.0047	0.0020	0.0017	0.0026	0.0020	0.0011	0.0009	0.0008
			500	0.0004	0.0003	0.0002	0.0002	0.0007	0.0007	0.0003	0.0003	0.0005	0.0004	0.0002	0.0002	0.0003
		$[0; 2]$	100	0.0052	0.0046	0.0036	0.0033	0.0160	0.0103	0.0094	0.0073	0.0052	0.0044	0.0039	0.0031	0.0007
			500	0.0007	0.0008	0.0006	0.0006	0.0022	0.0021	0.0015	0.0014	0.0009	0.0009	0.0009	0.0007	0.0007
0.4	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0029	0.0026	0.0010	0.0010	0.0028	0.0024	0.0012	0.0011	0.0049	0.0034	0.0018	0.0014	0.0008
			500	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0006	0.0006	0.0002	0.0002	0.0003
		$[0; 2]$	100	0.0047	0.0044	0.0035	0.0034	0.0073	0.0065	0.0052	0.0048	0.0087	0.0058	0.0068	0.0050	0.0007
			500	0.0010	0.0010	0.0008	0.0007	0.0012	0.0011	0.0009	0.0009	0.0011	0.0010	0.0010	0.0009	0.0009
0.4	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0019	0.0018	0.0008	0.0008	0.0023	0.0022	0.0010	0.0009	0.0085	0.0043	0.0027	0.0018	0.0008
			500	0.0004	0.0004	0.0002	0.0002	0.0004	0.0004	0.0001	0.0001	0.0008	0.0007	0.0004	0.0003	0.0001
		$[0; 2]$	100	0.0031	0.0029	0.0022	0.0020	0.0113	0.0104	0.0091	0.0076	0.0089	0.0066	0.0064	0.0047	0.0006
			500	0.0008	0.0008	0.0006	0.0006	0.0009	0.0009	0.0007	0.0007	0.0023	0.0019	0.0017	0.0014	0.0001
0.5	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0017	0.0016	0.0008	0.0007	0.0046	0.0035	0.0020	0.0016	0.0035	0.0029	0.0015	0.0011	0.0005
			500	0.0004	0.0004	0.0001	0.0001	0.0008	0.0008	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0003
		$[0; 2]$	100	0.0031	0.0029	0.0022	0.0020	0.0113	0.0104	0.0091	0.0076	0.0089	0.0066	0.0064	0.0047	0.0006
			500	0.0007	0.0007	0.0005	0.0005	0.0018	0.0016	0.0014	0.0013	0.0012	0.0011	0.0009	0.0008	0.0001
0.5	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0016	0.0016	0.0006	0.0006	0.0026	0.0023	0.0012	0.0011	0.0054	0.0038	0.0030	0.0018	0.0006
			500	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001	0.0005	0.0005	0.0002	0.0002	0.0008	0.0007	0.0004	0.0003	0.0001
		$[0; 2]$	100	0.0039	0.0037	0.0029	0.0028	0.0064	0.0055	0.0044	0.0040	0.0040	0.0031	0.0027	0.0017	0.0007
			500	0.0007	0.0007	0.0005	0.0005	0.0012	0.0012	0.0009	0.0009	0.0009	0.0009	0.0009	0.0009	0.0009
0.6	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0014	0.0013	0.0005	0.0005	0.0046	0.0040	0.0019	0.0017	0.0082	0.0045	0.0027	0.0017	0.0004
			500	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0008	0.0008	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
		$[0; 2]$	100	0.0030	0.0030	0.0024	0.0024	0.0126	0.0084	0.0085	0.0064	0.0182	0.0099	0.0163	0.0071	0.0004
			500	0.0006	0.0006	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002

Tabela D.90: Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de três regressões lineares no caso II

$\pi_1$	$\pi_2$	$x$	$n$	$\alpha_1$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\alpha_2$	$\beta_2$	$\beta_2$	$\alpha_3$	$\alpha_3$	$\beta_3$	$\beta_3$	$\sigma_1$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_3$	$\pi_1$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_2$	$\pi_3$	$\pi_3$	
EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	
0.2	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0311	0.0287	0.0211	0.0142	0.2348	0.3338	0.0843	0.1339	0.0031	0.0030	0.0013	0.0012	0.0145	0.0147	0.0584	0.0990	0.0013	0.0012	0.0025	0.0034	0.0035	0.0063	0.1692	0.2138	
			500	0.0050	0.0053	0.0025	0.0024	0.0323	0.0742	0.0116	0.0586	0.0007	0.0007	0.0003	0.0003	0.0021	0.0033	0.0107	0.0197	0.0002	0.0002	0.0004	0.0018	0.0007	0.0053	0.1625	0.2199	
		$[0; 2]$	100	0.1481	0.1285	0.0992	0.0738	0.6789	1.0631	0.5076	0.1917	0.0077	0.0080	0.0052	0.0054	0.0185	0.0183	0.1261	0.2044	0.0014	0.0012	0.0033	0.0040	0.0044	0.0066	0.1733	0.2171	
			500	0.0156	0.0184	0.0151	0.0190	0.0645	0.0548	1.1624	0.0019	0.0023	0.0002	0.0002	0.0012	0.0118	0.0155	0.1181	0.1791	0.0002	0.0005	0.0006	0.0029	0.0007	0.0073	0.1614	0.2310	
0.2	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0290	0.0278	0.0185	0.0163	0.0864	0.1108	0.0524	0.0382	0.0040	0.0041	0.0016	0.0016	0.0171	0.0199	0.0406	0.0561	0.0015	0.0017	0.0027	0.0014	0.0042	0.0073	0.0456	0.0747	
		$[0; 2]$	100	0.0043	0.0043	0.0027	0.0023	0.0363	0.0217	0.0093	0.0369	0.0010	0.0011	0.0004	0.0004	0.0061	0.0052	0.0098	0.0003	0.0004	0.0004	0.0004	0.0019	0.0008	0.0068	0.0410	0.0775	
			500	0.2369	0.2119	0.1538	0.1331	0.4484	0.9978	0.2952	0.8377	0.0123	0.0135	0.0080	0.0085	0.0216	0.0215	0.0675	0.1465	0.0017	0.0022	0.0030	0.0042	0.0050	0.0098	0.0502	0.0733	
0.2	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0286	0.0276	0.0182	0.0150	0.0578	0.0792	0.0291	0.0472	0.0065	0.0065	0.0023	0.0024	0.0185	0.0194	0.0256	0.0357	0.0026	0.0027	0.0028	0.0005	0.0027	0.0044	0.0413	0.0818	
		$[0; 2]$	100	0.0042	0.0050	0.0034	0.0049	0.0154	0.0328	0.0077	0.0274	0.0012	0.0013	0.0004	0.0004	0.0025	0.0071	0.0094	0.0003	0.0006	0.0004	0.0022	0.0008	0.0007	0.0057	0.0008	0.0071	
			500	0.0800	0.1319	0.1015	0.1303	0.1704	0.5901	0.1246	0.4704	0.0153	0.0200	0.0097	0.0116	0.0229	0.0268	0.0357	0.0839	0.0021	0.0026	0.0034	0.0051	0.0057	0.0098	0.0057	0.0098	
			500	0.0117	0.0314	0.0148	0.1164	0.0320	0.4458	0.0247	0.4248	0.0035	0.0101	0.0020	0.0050	0.0029	0.0085	0.0058	0.0744	0.0005	0.0011	0.0006	0.0028	0.0012	0.0087	0.0012	0.0087	
0.2	0.5	$[-1; 3]$	100	0.0371	0.0367	0.0223	0.0142	0.0365	0.0669	0.0278	0.0381	0.0042	0.0042	0.0047	0.0040	0.0074	0.0249	0.0171	0.0229	0.0032	0.0043	0.0027	0.0037	0.0062	0.0119	0.0431	0.0436	
		$[0; 2]$	100	0.0056	0.0069	0.0034	0.0083	0.0109	0.0206	0.0048	0.0143	0.0024	0.0032	0.0007	0.0010	0.0024	0.0071	0.0033	0.0083	0.0005	0.0015	0.0005	0.0026	0.0008	0.0033	0.0406	0.0366	
			500	0.1183	0.1090	0.1588	0.2220	0.1195	0.3326	0.1008	0.2682	0.0297	0.0354	0.0162	0.0194	0.0279	0.0355	0.0290	0.0687	0.0036	0.0051	0.0042	0.0053	0.0070	0.0106	0.0423	0.0359	
			500	0.0168	0.0361	0.0207	0.1808	0.0219	0.2753	0.0135	0.2303	0.0050	0.0219	0.0030	0.0108	0.0031	0.0120	0.0041	0.0472	0.0005	0.0016	0.0007	0.0028	0.0011	0.0067	0.0398	0.0285	
0.2	0.6	$[-1; 3]$	100	0.0369	0.0361	0.0273	0.0381	0.0446	0.0583	0.0219	0.0297	0.0287	0.0359	0.0085	0.0083	0.0187	0.0241	0.0133	0.0185	0.0053	0.0075	0.0029	0.0056	0.0057	0.0121	0.1568	0.1855	
		$[0; 2]$	100	0.0050	0.0072	0.0042	0.0158	0.0076	0.0134	0.0038	0.0092	0.0033	0.0082	0.0010	0.0026	0.0067	0.0025	0.0070	0.0009	0.0027	0.0005	0.0036	0.0008	0.0063	0.1618	0.2079		
			100	0.1811	0.2405	0.1546	0.2642	0.1481	0.2674	0.0992	0.1566	0.0857	0.1198	0.0447	0.0576	0.0222	0.0341	0.0251	0.0479	0.0081	0.0093	0.0041	0.0082	0.0071	0.0129	0.1481	0.1666	
			500	0.0156	0.0430	0.0256	0.2348	0.0153	0.1071	0.0116	0.0871	0.0103	0.0682	0.0058	0.0033	0.0152	0.0036	0.0275	0.0008	0.0035	0.0007	0.0031	0.0011	0.0048	0.1575	0.1751		
0.3	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0197	0.0197	0.0131	0.0116	0.2357	0.2956	0.0852	0.1204	0.0033	0.0030	0.0014	0.0013	0.0099	0.0098	0.0810	0.0954	0.0013	0.0013	0.0027	0.0038	0.0032	0.0068	0.0980	0.1374	
		$[0; 2]$	100	0.0033	0.0034	0.0020	0.0021	0.0288	0.0786	0.0164	0.0567	0.0003	0.0003	0.0014	0.0022	0.0106	0.0182	0.0026	0.0104	0.0003	0.0003	0.0006	0.0020	0.0006	0.0055	0.0891	0.1381	
			500	0.0539	0.0413	0.0593	0.0428	0.5785	1.2845	0.5303	1.3169	0.0100	0.0090	0.0065	0.0059	0.0093	0.0082	0.1223	0.2290	0.0018	0.0018	0.0038	0.0045	0.0048	0.0071	0.1015	0.1378	
			500	0.0082	0.0116	0.0072	0.0101	0.0783	0.8603	0.0526	1.1447	0.0020	0.0026	0.0012	0.0017	0.0017	0.0030	0.0150	0.1807	0.0003	0.0008	0.0006	0.0032	0.0007	0.0084	0.0908	0.1509	
0.3	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0176	0.0175	0.0103	0.0096	0.1046	0.1828	0.0497	0.0836	0.0058	0.0058	0.0024	0.0023	0.0080	0.0095	0.0380	0.0490	0.0020	0.0028	0.0053	0.0044	0.0100	0.0154	0.0358		
		$[0; 2]$	100	0.0030	0.0031	0.0020	0.0021	0.0185	0.0466	0.0081	0.0398	0.0011	0.0012	0.0004	0.0004	0.0015	0.0036	0.0046	0.0140	0.0003	0.0005	0.0007	0.0029	0.0009	0.0043	0.0107	0.0355	
			500	0.0670	0.0613	0.0616	0.0675	0.4368	0.7850	0.3104	0.8582	0.0174	0.0187	0.0104	0.0111	0.0128	0.0109	0.0750	0.1622	0.0024	0.0026	0.0040	0.0061	0.0056	0.0119	0.0186	0.0386	
			500	0.0084	0.0178	0.0085	0.0233	0.0440	0.6501	0.0276	0.8563	0.0029	0.0050	0.0021	0.0033	0.0019	0.0047	0.0090	0.0452	0.0004	0.0015	0.0008	0.0054	0.0011	0.0139	0.0114	0.0453	
0.3	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0174	0.0165	0.0126	0.0098	0.0706	0.0917	0.0351	0.0536	0.0145	0.0092	0.0045	0.0012	0.0013	0.0086	0.0111	0.0252	0.0302	0.0031	0.0032	0.0038	0.0070	0.0058	0.0129	0.0137	0.0071
		$[0; 2]$	100	0.0032	0.0034	0.0020	0.0023	0.0133	0.0389	0.0054	0.0321	0.0016	0.0018	0.0006	0.0007	0.0017	0.0039	0.0038	0.0080	0.0005	0.0009	0.0007	0.0038	0.0009	0.0095	0.0113	0.0015	
			500	0.0499	0.0468	0.0589	0.0761	0.1914	0.5364	0.1423	0.5681	0.0505	0.0395	0.0269	0.0230	0.0121	0.0135	0.0382	0.1030	0.0033	0.0038	0.0043	0.0070	0.0070	0.0133	0.0153	0.0086	
			500	0.0105	0.0215	0.0106	0.0458	0.0284	0.4501	0.0202	0.6067	0.0038	0.0179	0.0039	0.0097	0.0018	0.0038	0.0064	0.1087	0.0006	0.0025	0.0008	0.0061	0.0011	0.0155	0.0133	0.0041	
0.3	0.5	$[-1; 3]$	100	0.0213	0.0217	0.0132	0.0163	0.0626	0.0746	0.0250	0.0427	0.0035	0.00219	0.0089	0.0061	0.0090	0.0139	0.0253	0.0333	0.0053	0.0068	0.0038	0.0074	0.0059	0.0910	0.0730		
		$[0; 2]$	100	0.0039	0.0045	0.0020	0.0030	0.0094	0.0248	0.0040	0.0189	0.0040	0.0045	0.0012	0.0013	0.0016	0.0054	0.0030	0.0065	0.0010	0.0025	0.0006	0.0039	0.0010	0.0086	0.0879	0.0499	
			100	0.2029	0.0778	0.1027	0.1159	0.2131	0.3337	0.1263	0.2623	0.0833	0.0805	0.0395	0.0390	0.0128	0.0160	0.0314	0.0694	0.0070	0.0094	0.0043	0.0081	0.0062	0.0133	0.0899	0.0734	
			500	0.0008	0.0226	0.0099	0.0788	0.0257	0.2169	0.0188	0.2954	0.0110	0.0680	0.0061	0.0094	0.0019	0.0059	0.0041	0.0606	0.0010	0.0037	0.0008	0.0037	0.0011	0.0083	0.0901	0.0629	
0.4	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0129	0.0133	0.0070	0.0064	0.2400	0.2610	0.1074	0.1450	0.0069	0.0059	0.0025	0.0022	0.0056	0.0062	0.0384	0.1075	0.0024	0.0022	0.0032	0.0046	0.0033	0.0060	0.0435	0.0713	
		$[0; 2]$	100	0.0358	0.0340	0.0336	0.0302	0.6562	1.3954	0.4540	1.5154	0.0148	0.0146	0.0095	0.0096	0.0061	0.0046	0.1390	0.2594	0.0018	0.0021	0.0042	0.0052	0.0041	0.0086	0.0514	0.0808	
			500	0.0056	0.0092	0.0052	0.0087	0.0772	0.8852	0.0583	1.2161	0.0023	0.0031	0.0015	0.0020	0.0010	0.0017	0.0115	0.1812	0.0003	0.0010	0.0008	0.0035	0.0008	0.0086	0.0417	0.0846	
0.4	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0130	0.0135	0.0072	0.0077	0.0984	0.1331	0.0497	0.0807	0.0135	0.0109	0.0048	0.0041	0.0059	0.0069	0.0486	0.0548	0.0032	0.0028	0.0036	0.0064	0.0045	0.0110	0.0045	0.0810	
		$[0; 2]$	100	0.0030	0.0031	0.0015	0.0015	0.0171	0.0514	0.0100	0.0485	0.0014	0.0017	0.0005	0.0006	0.0011	0.0019	0.0053										

$\pi_1$	$\pi_2$	$x$	$n$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\alpha_3$	$\beta_3$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_3$	
EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM
0.2	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0288	0.0247	0.0169	0.0284	0.1786	0.3211	0.0803	0.0902	0.0063	0.0045	0.0377	0.0019	0.0148
			500	0.0051	0.0050	0.0024	0.0136	0.0311	0.2295	0.0105	0.0403	0.0006	0.0009	0.0003	0.0006	0.0018
		$[0; 2]$	100	0.0758	0.0556	0.0732	0.0439	0.4532	0.4730	0.3353	0.2403	0.0394	0.0079	0.0110	0.1031	0.0766
			500	0.0110	0.0123	0.0094	0.0142	0.0907	0.3378	0.0492	0.1041	0.0014	0.0015	0.0012	0.0018	0.0024
0.2	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0253	0.0246	0.0159	0.0248	0.0976	0.2554	0.0300	0.0660	0.0062	0.0024	0.0318	0.0418	0.0030
			500	0.0052	0.0054	0.0033	0.0143	0.0189	0.1676	0.0069	0.0346	0.0011	0.0019	0.0004	0.0010	0.0035
		$[0; 2]$	100	0.0641	0.0613	0.0703	0.0558	0.2722	0.4051	0.1665	0.1745	0.0165	0.0131	0.0789	0.0086	0.0153
			500	0.0117	0.0123	0.0101	0.0129	0.0534	0.2760	0.0289	0.0852	0.0016	0.0018	0.0013	0.0013	0.0018
0.2	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0314	0.0285	0.0215	0.0241	0.0963	0.1916	0.0335	0.0494	0.0094	0.0102	0.0135	0.0048	0.0150
			500	0.0047	0.0049	0.0025	0.0122	0.0149	0.1139	0.0046	0.0215	0.0014	0.0035	0.0006	0.0018	0.0021
		$[0; 2]$	100	0.0783	0.0765	0.0627	0.0550	0.1951	0.2685	0.1400	0.1166	0.0186	0.0172	0.0729	0.0129	0.0442
			500	0.0135	0.0157	0.0102	0.0159	0.0372	0.2222	0.0232	0.0692	0.0034	0.0047	0.0025	0.0032	0.0018
0.2	0.5	$[-1; 3]$	100	0.0322	0.0259	0.0177	0.0202	0.0524	0.1008	0.0245	0.0329	0.0192	0.0213	0.0089	0.0096	0.0154
			500	0.0047	0.0048	0.0032	0.0101	0.0107	0.0670	0.0036	0.0126	0.0024	0.0105	0.0012	0.0053	0.0024
		$[0; 2]$	100	0.0895	0.0800	0.0725	0.0544	0.1694	0.2074	0.1425	0.0951	0.0395	0.0290	0.0769	0.0188	0.0448
			500	0.0124	0.0130	0.0116	0.0128	0.0273	0.1588	0.0158	0.0477	0.0046	0.0091	0.0032	0.0064	0.0020
0.2	0.6	$[-1; 3]$	100	0.0785	0.0366	0.0274	0.0219	0.0381	0.0631	0.0231	0.0178	0.0324	0.0306	0.0215	0.0144	0.0139
			500	0.0053	0.0052	0.0024	0.0057	0.0094	0.0300	0.0028	0.0036	0.0066	0.0040	0.0025	0.0148	0.0019
		$[0; 2]$	100	0.0829	0.0682	0.0788	0.0574	0.1119	0.1511	0.1463	0.0827	0.0663	0.0463	0.1526	0.0445	0.0129
			500	0.0121	0.0129	0.0105	0.0105	0.0215	0.0876	0.0129	0.0263	0.0092	0.0239	0.0064	0.0142	0.0019
0.3	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0160	0.0162	0.0126	0.0190	0.2046	0.3754	0.0715	0.1082	0.0046	0.0053	0.0025	0.0027	0.0071
			500	0.0029	0.0030	0.0017	0.0109	0.0277	0.2151	0.0101	0.0418	0.0008	0.0013	0.0004	0.0012	0.0013
		$[0; 2]$	100	0.0373	0.0323	0.0359	0.0299	0.4980	0.5497	0.4117	0.2971	0.0169	0.0097	0.2584	0.0076	0.0064
			500	0.0068	0.0079	0.0060	0.0098	0.0822	0.3012	0.0467	0.0948	0.0017	0.0019	0.0015	0.0019	0.0014
0.3	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0174	0.0174	0.0119	0.0154	0.0689	0.1312	0.0289	0.0277	0.0165	0.0152	0.0124	0.0074	0.0093
			500	0.0027	0.0027	0.0017	0.0071	0.0135	0.0810	0.0048	0.0153	0.0019	0.0080	0.0100	0.0053	0.0012
		$[0; 2]$	100	0.0391	0.0397	0.0349	0.0308	0.1767	0.2507	0.1363	0.1246	0.0356	0.0268	0.1195	0.0343	0.0073
			500	0.0081	0.0089	0.0071	0.0085	0.0375	0.1901	0.0217	0.0568	0.0045	0.0074	0.0034	0.0057	0.0013
0.3	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0174	0.0162	0.0098	0.0115	0.0365	0.0862	0.0215	0.0263	0.0406	0.0532	0.0155	0.0243	0.0079
			500	0.0035	0.0037	0.0019	0.0039	0.0115	0.0324	0.0036	0.0065	0.0056	0.0034	0.0023	0.0183	0.0012
		$[0; 2]$	100	0.0453	0.0433	0.0378	0.0327	0.1382	0.1696	0.1459	0.0828	0.0543	0.0451	0.0805	0.0268	0.0088
			500	0.0069	0.0072	0.0062	0.0074	0.0299	0.1273	0.0154	0.0391	0.0076	0.0183	0.0053	0.0123	0.0014
0.4	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0118	0.0122	0.0089	0.0129	0.1900	0.2853	0.0939	0.0951	0.0097	0.0063	0.0095	0.0309	0.0053
			500	0.0023	0.0024	0.0010	0.0074	0.0272	0.1757	0.0082	0.0332	0.0013	0.0021	0.0006	0.0024	0.0010
		$[0; 2]$	100	0.0260	0.0259	0.0254	0.0219	0.3779	0.4563	0.3018	0.2205	0.0168	0.0127	0.1367	0.0090	0.0045
			500	0.0061	0.0063	0.0055	0.0072	0.0729	0.2791	0.0403	0.0872	0.0027	0.0031	0.0021	0.0029	0.0010
0.4	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0126	0.0123	0.0058	0.0089	0.1151	0.1937	0.0498	0.0495	0.0110	0.0107	0.0172	0.0099	0.0059
			500	0.0024	0.0025	0.0011	0.0058	0.0192	0.0995	0.0061	0.0187	0.0018	0.0050	0.0011	0.0051	0.0009
		$[0; 2]$	100	0.0274	0.0254	0.0238	0.0205	0.2558	0.3162	0.2214	0.1696	0.0401	0.0192	0.2033	0.0533	0.0053
			500	0.0061	0.0067	0.0052	0.0070	0.0474	0.2298	0.0252	0.0728	0.0046	0.0066	0.0036	0.0056	0.0010
0.4	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0122	0.0118	0.0075	0.0084	0.0770	0.1040	0.0290	0.0330	0.0277	0.0312	0.0145	0.0172	0.0054
			500	0.0026	0.0027	0.0013	0.0033	0.0139	0.0420	0.0043	0.0077	0.0047	0.0304	0.0025	0.0202	0.0008
		$[0; 2]$	100	0.0217	0.0214	0.0190	0.0171	0.3776	0.3828	0.2923	0.1933	0.0373	0.0196	0.2932	0.0382	0.0104
			500	0.0069	0.0076	0.0053	0.0063	0.0344	0.1229	0.0177	0.0388	0.0090	0.0186	0.0062	0.0134	0.0059
0.5	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0088	0.0086	0.0043	0.0080	0.2034	0.3116	0.0883	0.0837	0.0099	0.0097	0.0574	0.0072	0.0039
			500	0.0017	0.0019	0.0009	0.0048	0.0312	0.1530	0.0106	0.0303	0.0033	0.0013	0.0036	0.0009	0.0056
		$[0; 2]$	100	0.0217	0.0214	0.0190	0.0171	0.3776	0.3828	0.2923	0.1933	0.0373	0.0196	0.2932	0.0382	0.0104
			500	0.0044	0.0044	0.0035	0.0045	0.0547	0.1733	0.0307	0.0578	0.0074	0.0127	0.0054	0.0106	0.0008
0.6	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0082	0.0085	0.0038	0.0053	0.2182	0.2540	0.1012	0.0726	0.0207	0.0213	0.0588	0.0195	0.0034
			500	0.0014	0.0015	0.0007	0.0019	0.0305	0.1053	0.0141	0.0231	0.0034	0.0108	0.0021	0.0145	0.0004
		$[0; 2]$	100	0.0204	0.0200	0.0180	0.0163	0.4975	0.4524	0.4508	0.2812	0.0931	0.0343	0.3783	0.0521	0.0036
			500	0.0040	0.0042	0.0032	0.0040	0.0814	0.2207	0.0430	0.0728	0.0066	0.0095	0.0052	0.0092	0.0005

Tabela D.92: Estimativas do erro quadrático médio dos parâmetros da mistura de três regressões lineares no caso IV

$\pi_1$	$\pi_2$	$x$	$n$	$\alpha_1$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\alpha_2$	$\beta_2$	$\alpha_3$	$\alpha_3$	$\beta_3$	$\sigma_1$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\pi_1$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_2$	$\pi_3$	$\pi_3$				
EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM	EM	CEM				
0.2	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0313	0.0281	0.0280	0.0368	0.2537	0.4031	0.1374	0.2504	0.0032	0.0031	0.0057	0.0016	0.0156	0.0182	0.1258	0.1694	0.0070	0.0017	0.0027	0.0072	0.0099	0.1655	0.2385	
			500	0.0039	0.0044	0.0042	0.0286	0.0430	0.2781	0.0164	0.1385	0.0007	0.0008	0.0004	0.0004	0.0024	0.0041	0.0103	0.0277	0.0004	0.0006	0.0005	0.0006	0.0009	0.0119	0.1616	0.2574
		$[0; 2]$	100	0.0632	0.0666	0.0769	0.0475	1.2756	2.9732	0.7426	3.6346	0.0139	0.0335	0.0325	0.0930	0.0194	0.0092	0.1768	0.2638	0.0271	0.0172	0.0029	0.0029	0.0020	0.0250	0.1541	0.3742
			500	0.0162	0.0347	0.0182	0.0448	0.1681	1.1615	0.0994	0.7931	0.0035	0.0014	0.0025	0.0026	0.0016	0.0177	0.2645	0.0006	0.0020	0.0008	0.0017	0.0025	0.0245	0.1616	0.3105	
0.2	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0286	0.0311	0.0297	0.0537	0.1365	0.2398	0.0722	0.1647	0.0062	0.0063	0.0049	0.0044	0.0189	0.0221	0.0526	0.0737	0.0079	0.0122	0.0031	0.0042	0.0086	0.0179	0.0533	0.1038
		$[0; 2]$	500	0.0065	0.0060	0.0046	0.0268	0.0249	0.1813	0.0121	0.1266	0.0008	0.0010	0.0004	0.0005	0.0067	0.0130	0.0061	0.0160	0.0005	0.0008	0.0005	0.0009	0.0042	0.0198	0.0418	0.1140
			100	0.0740	0.0909	0.0934	0.0592	0.8237	1.3769	0.4728	1.3129	0.0203	0.0142	0.0179	0.0144	0.0201	0.0159	0.1331	0.3004	0.0138	0.0081	0.0033	0.0058	0.0207	0.0396	0.0612	0.1530
0.2	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0136	0.0475	0.0152	0.0494	0.0941	1.0179	0.0023	0.7443	0.0029	0.0030	0.0022	0.0038	0.0040	0.0034	0.0096	0.0040	0.0038	0.0040	0.0007	0.0003	0.0028	0.0531	0.0428	0.1847
		$[0; 2]$	500	0.0036	0.0298	0.0337	0.0561	0.1317	0.2077	0.0647	0.1119	0.0119	0.0102	0.0046	0.0038	0.0231	0.0032	0.0286	0.0467	0.0059	0.0062	0.0029	0.0047	0.0103	0.0223	0.0103	0.0844
			100	0.0059	0.0067	0.0051	0.0251	0.0177	0.1159	0.0096	0.0956	0.0016	0.0018	0.0008	0.0011	0.0033	0.0094	0.0042	0.0145	0.0009	0.0019	0.0006	0.0020	0.0019	0.0212	0.0019	0.0212
			500	0.1067	0.1037	0.1327	0.1244	0.5780	0.8705	0.3152	0.7080	0.0216	0.0154	0.0211	0.0130	0.0241	0.0294	0.0766	0.1441	0.0251	0.0124	0.0048	0.0068	0.0207	0.0469	0.0207	0.0469
0.2	0.5	$[-1; 3]$	100	0.0138	0.0466	0.0199	0.0727	0.0474	0.7538	0.0332	0.4453	0.0051	0.0121	0.0034	0.0097	0.0037	0.0074	0.0092	0.2031	0.0014	0.0091	0.0007	0.0057	0.0037	0.0791	0.0037	0.0791
		$[0; 2]$	500	0.0263	0.0281	0.0365	0.0690	0.0799	0.1024	0.0454	0.0704	0.0162	0.0134	0.0085	0.0066	0.0215	0.0317	0.0260	0.0264	0.0015	0.0209	0.0032	0.0064	0.0105	0.0227	0.0434	0.0504
			100	0.0050	0.0075	0.0050	0.0316	0.0156	0.0673	0.0074	0.0557	0.0022	0.0061	0.0010	0.0038	0.0035	0.0101	0.0037	0.0093	0.0015	0.0209	0.0006	0.0040	0.0015	0.0277	0.0407	0.0753
			500	0.1084	0.1190	0.1346	0.1956	0.4625	0.3133	0.3508	0.3520	0.0517	0.0476	0.0676	0.0327	0.0193	0.0312	0.0708	0.0753	0.0342	0.0440	0.0048	0.0082	0.0290	0.0449	0.0485	0.0810
0.2	0.6	$[-1; 3]$	100	0.0162	0.0460	0.0241	0.2342	0.0543	0.2078	0.0288	0.1854	0.0056	0.0345	0.0053	0.0230	0.0033	0.0137	0.0034	0.0568	0.0026	0.0065	0.0007	0.0037	0.0040	0.0898	0.0448	0.2050
		$[0; 2]$	500	0.0336	0.0387	0.0345	0.1495	0.0821	0.0563	0.0487	0.0379	0.0361	0.0237	0.0094	0.0219	0.0318	0.0270	0.0201	0.0238	0.0412	0.0033	0.0066	0.0176	0.0179	0.0141	0.0212	0.2172
0.3	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0052	0.0136	0.0175	0.0530	0.0098	0.0511	0.0057	0.0475	0.0047	0.0191	0.0028	0.0112	0.0026	0.0076	0.0025	0.0023	0.0044	0.0720	0.0006	0.0067	0.0025	0.0514	0.1556	0.3770
		$[0; 2]$	500	0.2213	0.1655	0.1975	0.4230	0.0985	0.2327	0.1150	0.0963	0.0510	0.0648	0.0360	0.0368	0.0443	0.0399	0.0272	0.0374	0.0731	0.0051	0.0061	0.0257	0.0265	0.1488	0.2841	0.3846
			100	0.0177	0.0454	0.0244	0.2887	0.0772	0.0930	0.0285	0.1075	0.0184	0.0194	0.0167	0.0166	0.0041	0.0170	0.0079	0.0263	0.0124	0.0878	0.0008	0.0034	0.0073	0.0498	0.1532	0.3846
			500	0.0173	0.0179	0.0174	0.0290	0.2765	0.5091	0.1317	0.2932	0.0104	0.0047	0.0083	0.0024	0.0096	0.0100	0.1191	0.1746	0.0106	0.0024	0.0029	0.0030	0.0075	0.0110	0.0958	0.1568
0.3	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0032	0.0034	0.0023	0.0193	0.0410	0.2490	0.0172	0.1264	0.0008	0.0009	0.0005	0.0007	0.0015	0.0032	0.0117	0.0284	0.0006	0.0007	0.0008	0.0011	0.0115	0.0912	0.1645	
		$[0; 2]$	500	0.0545	0.0497	0.0601	0.0369	0.8909	1.7659	0.7119	2.1282	0.0425	0.0345	0.0175	0.1040	0.0104	0.0076	0.1945	0.3821	0.0202	0.0081	0.0036	0.0034	0.0149	0.0230	0.0978	0.1846
			100	0.0077	0.0194	0.0095	0.0243	0.1448	0.9048	0.0848	0.6307	0.0034	0.0035	0.0021	0.0030	0.0019	0.0013	0.0267	0.2840	0.0096	0.0013	0.0007	0.0019	0.0032	0.0243	0.0951	0.2076
0.3	0.3	$[-1; 3]$	100	0.0182	0.0177	0.0132	0.0220	0.1750	0.2253	0.0783	0.1371	0.0077	0.0073	0.0044	0.0048	0.0083	0.0121	0.0509	0.0057	0.0049	0.0033	0.0045	0.0068	0.0165	0.0190	0.0433	
		$[0; 2]$	500	0.0037	0.0040	0.0026	0.0170	0.0244	0.1712	0.0124	0.1085	0.0013	0.0016	0.0007	0.0014	0.0016	0.0049	0.0065	0.0132	0.0009	0.0015	0.0007	0.0014	0.0016	0.0170	0.0144	0.0568
			100	0.0829	0.0557	0.0720	0.0484	0.5709	0.9304	0.4318	1.0380	0.0337	0.0049	0.0025	0.0136	0.0111	0.1290	0.2580	0.0290	0.0147	0.0046	0.0066	0.0191	0.0371	0.0308	0.0816	
			500	0.0093	0.0312	0.0078	0.0343	0.0826	0.1280	0.0565	0.5845	0.0041	0.0087	0.0031	0.0067	0.0019	0.0016	0.0107	0.2429	0.0010	0.0045	0.0012	0.0043	0.0033	0.0544	0.0158	0.1109
0.3	0.4	$[-1; 3]$	100	0.0190	0.0176	0.0183	0.0193	0.1679	0.1698	0.0846	0.0914	0.0141	0.0110	0.0089	0.0061	0.0103	0.0151	0.0454	0.0446	0.0117	0.0105	0.0032	0.0053	0.0013	0.0112	0.0180	0.0082
		$[0; 2]$	500	0.0034	0.0033	0.0025	0.0121	0.0177	0.0920	0.0087	0.0667	0.0019	0.0023	0.0012	0.0034	0.0015	0.0069	0.0056	0.0113	0.0016	0.0062	0.0007	0.0028	0.0049	0.0196	0.0116	0.0065
			100	0.0524	0.0596	0.0566	0.0625	0.7238	0.6347	0.4291	0.6950	0.0399	0.0410	0.0363	0.1027	0.0125	0.1097	0.1740	0.0349	0.0086	0.0047	0.0093	0.00248	0.0014	0.0272	0.0270	0.0270
			500	0.0083	0.0357	0.0091	0.0425	0.0566	0.5634	0.0361	0.4473	0.0072	0.0101	0.0048	0.0114	0.0018	0.0039	0.0081	0.1991	0.0030	0.0123	0.0008	0.0070	0.0043	0.0766	0.0139	0.0429
0.3	0.5	$[-1; 3]$	100	0.0166	0.0140	0.0135	0.0183	0.0734	0.0623	0.0373	0.0397	0.0304	0.0210	0.0174	0.0143	0.0108	0.0179	0.0302	0.0264	0.0194	0.0328	0.0034	0.0070	0.0115	0.0135	0.0940	0.0804
		$[0; 2]$	500	0.0038	0.0049	0.0029	0.0090	0.0135	0.0384	0.0067	0.0280	0.0037	0.0118	0.0026	0.0137	0.0016	0.0082	0.0035	0.0058	0.0029	0.0388	0.0006	0.0040	0.0018	0.0188	0.0920	0.1147
			100	0.0620	0.0670	0.0756	0.1343	0.3261	1.1255	0.2115	1.1865	0.0732	0.0427	0.1024	0.0239	0.0132	0.0265	0.0659	0.0647	0.0385	0.0649	0.0043	0.0080	0.0263	0.0215	0.0972	0.1422
			500	0.0116	0.0329	0.0154	0.1469	0.0751	0.0986	0.0378	0.1933	0.0193	0.0307	0.0150	0.0219	0.0085	0.0068	0.0489	0.0069	0.0856	0.0009	0.0026	0.0056	0.0328	0.0951	0.2236	
0.4	0.2	$[-1; 3]$	100	0.0131	0.0131	0.0086	0.0172	0.2793	0.4662	0.1290	0.3143	0.0065	0.0060	0.0086	0.0042	0.0060	0.0079	0.1089	0.1401	0.0138	0.0033	0.0037	0.0045	0.0067	0.0104	0.0460	0.0864
		$[0; 2]$	500	0.0022	0.0025	0.0017	0.0134	0.0527	0.2427	0.0232	0.1265	0.0013	0.0015	0.0007	0.0013	0.0011	0.0024	0.0129	0.0318	0.0008	0.0009	0.0009	0.0013	0.0012	0.0117	0.0416	0.0939
			100	0.0405	0.0390	0.0372	0.0301	0.7615	1.4122	0.6411	1.9201	0.0640	0.0771	0.0489	0.1038	0.0078	0.0057	0.2058	0.3862	0.0431	0.0063	0.0044	0.0050	0.0152	0.0208	0.0463	0.1082
			500	0.0070	0.0124	0.0068	0.0152	0.2466	0.9666	0.1624	0.7165	0.0032	0.0048	0.0028	0.0036	0.0011	0.0007	0.0269	0.2757	0.0011	0.0018	0.0008	0.0020	0.0034	0.0234	0.0442	0.1



## Apêndice E

# Aplicação do Novo Teste de Alteração da Estrutura: resultados

$n$	$A$	$L$	observação	Valor de $\pi_1$						
				0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
50	1	1	Outlier	2.23E-14	2.19E-12	8.37E-13	1.52E-13	1.51E-12	1.11E-14	1.11E-16
		2	Outlier	0	4.44E-16	6.66E-16	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.5254	0.3393	1.0000	0.7642	0.8232	0.9611	0.0957
		2	Nova	0.3257	0.4389	0.5052	0.4477	0.9199	0.5589	0.2685
		2	Outlier+Nova	3.14E-13	4.38E-11	5.26E-12	4.84E-13	3.35E-12	1.04E-13	2.22E-16
	2	1	Outlier	3.31E-12	2.58E-13	1.34E-13	2.91E-14	1.55E-15	2.45E-14	1.74E-13
		2	Outlier	5.55E-16	4.31E-13	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.3659	0.0821	0.1805	0.7506	0.7161	0.7492	0.7689
		2	Nova	0.0946	0.0791	0.1833	0.8532	0.4702	0.2909	0.6280
	3	2	Outlier+Nova	1.75E-11	1.20E-12	7.05E-12	8.69E-14	1.04E-13	5.95E-14	9.87E-13
		1	Outlier	1.13E-11	4.57E-12	2.84E-11	3.38E-10	7.77E-16	4.83E-14	4.16E-13
		2	Outlier	3.33E-16	7.33E-15	5.97E-13	5.77E-15	0	0	3.33E-16
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.9433	0.5365	0.8289	0.7184	0.7129	0.0875	0.9604
		2	Nova	0.3806	0.2367	0.4605	0.2453	0.1608	0.2382	0.1214
		2	Outlier+Nova	1.59E-13	1.48E-11	2.02E-12	1.79E-10	5.77E-15	2.86E-14	3.17E-12
100	1	1	Outlier	3.55E-15	1.67E-13	0	0	0	0	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.5716	0.7798	0.1935	0.4602	0.7407	0.6436	0.9272
		2	Nova	0.8884	0.1909	0.1621	0.2515	0.7432	0.0913	0.6269
		2	Outlier+Nova	6.22E-15	4.66E-12	0	0	0	0	0
	2	1	Outlier	1.72E-12	0	1.10E-14	5.55E-16	4.61E-14	0	3.33E-15
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.2127	0.0913	0.6063	0.0007	0.3792	0.8296	0.1272
		2	Nova	0.6844	0.2601	0.8615	0.1188	0.5395	0.6629	0.8422
	3	2	Outlier+Nova	2.41E-10	0	2.99E-14	2.22E-15	1.31E-13	0	2.75E-14
		1	Outlier	1.54E-12	0	0	2.98E-14	0	0	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.0309	0.6164	0.8693	0.2519	0.7873	0.2867	1.0000
		2	Nova	0.6770	0.0860	0.4271	0.9864	0.2945	0.9628	0.7232
		2	Outlier+Nova	3.50E-13	0	0	2.56E-13	0	4.44E-16	0
500	1	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.8426	0.1688	0.1875	0.7958	0.4955	0.3101	0.3645
		2	Nova	0.1239	0.2496	0.1596	0.4195	0.5303	0.5035	0.7314
		2	Outlier+Nova	0	0	0	0	0	0	0
	2	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.3025	0.5875	0.6616	1.0000	0.4050	0.1845	0.2783
		2	Nova	0.6084	0.3526	0.9378	0.6307	0.5414	0.5824	0.2744
	3	2	Outlier+Nova	3.33E-16	0	0	0	0	0	0
		1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.4640	0.0736	0.5173	0.3524	0.0628	0.1445	0.2514
		2	Nova	0.6770	0.2474	0.5445	0.6329	0.0396	0.9128	0.0675
		2	Outlier+Nova	0	0	0	0	0	0	0

Tabela E.1: Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso PIII, em que  $x \in [-1; 3]$

$n$	$A$	$L$	observação	Valor de $\pi_1$						
				0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
50	1	1	Outlier	4.26E-09	4.59E-12	4.20E-11	3.00E-11	7.37E-13	3.08E-10	4.22E-15
		2	Outlier	7.80E-13	4.44E-16	5.11E-15	3.22E-15	1.11E-15	2.22E-16	0
		5	Outlier	3.77E-12	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.4572	0.2137	0.7935	0.4645	0.5397	0.0614	0.4749
		2	Nova	0.1879	0.9978	0.1205	0.9341	0.1554	0.9171	0.1393
		2	Outlier+Nova	1.47E-07	7.49E-12	2.27E-10	5.65E-11	1.35E-12	2.08E-11	6.88E-15
	2	1	Outlier	6.10E-12	4.36E-09	1.94E-14	9.97E-11	5.46E-14	5.55E-16	1.11E-16
		2	Outlier	0	6.18E-12	0	3.44E-15	0	0	0
		5	Outlier	0	3.33E-16	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.2951	0.1779	0.4739	0.8064	0.7848	0.9555	0.3018
		2	Nova	0.6382	0.2193	0.4579	0.4435	0.0509	0.0791	0.0874
	3	2	Outlier+Nova	1.69E-12	2.91E-08	3.52E-14	3.67E-11	4.19E-13	2.66E-15	6.66E-16
		1	Outlier	1.86E-11	8.88E-16	2.07E-11	6.88E-15	1.40E-14	2.56E-11	8.88E-16
		2	Outlier	1.20E-14	0	1.22E-14	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.4561	0.1170	0.9679	0.1481	0.9807	0.2715	0.9116
		2	Nova	0.4101	0.2854	0.7850	0.3574	0.8590	0.2587	0.1929
		2	Outlier+Nova	5.02E-10	5.82E-14	1.11E-10	2.12E-14	1.28E-13	6.86E-13	6.33E-15
100	1	1	Outlier	0	8.88E-16	7.88E-15	2.33E-13	0	0	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.0258	1.0000	0.8900	0.5837	0.2775	0.3136	0.1773
		2	Nova	0.0403	0.7845	1.0000	0.4418	0.0203	0.2140	0.8338
		2	Outlier+Nova	0	4.44E-16	5.51E-14	2.04E-13	3.33E-16	0	0
	2	1	Outlier	1.14E-13	7.83E-13	0	1.33E-15	0	0	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.7183	0.6726	0.4095	0.5977	0.8994	0.2996	0.1004
		2	Nova	0.9516	0.0781	0.0734	0.7765	0.1871	0.3186	0.1833
	3	2	Outlier+Nova	5.55E-16	5.79E-12	1.99E-14	9.99E-16	0	0	0
		1	Outlier	1.11E-16	8.88E-16	0	0	0	0	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.4070	0.6210	0.8620	0.2155	0.0598	0.2814	0.6027
		2	Nova	0.6674	0.4156	0.0438	0.7950	0.2971	0.6784	0.1715
		2	Outlier+Nova	2.22E-16	2.22E-15	0	0	3.33E-16	1.11E-16	4.44E-16
500	1	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	1.0000	1.0000	0.8833	0.4075	0.8851	0.2303	0.4861
		2	Nova	0.4838	0.8633	0.8647	0.2542	0.0471	0.0539	0.6255
		2	Outlier+Nova	1.11E-16	0	0	0	0	0	0
	2	1	Outlier	0	1.11E-16	0	0	0	0	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.4314	0.3888	0.3681	0.4856	0.4886	0.1719	0.3531
		2	Nova	0.2334	0.8008	0.4003	0.1591	0.8775	0.3589	0.9066
	3	2	Outlier+Nova	0	1.22E-15	0	0	0	0	0
		1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.0933	0.6488	0.1835	0.8983	0.8026	0.1753	0.9247
		2	Nova	0.6403	0.2006	0.6130	0.7703	0.6029	0.3723	0.3333
		2	Outlier+Nova	0	0	0	0	0	0	0

Tabela E.2: Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso PIII, em que  $x \in [0, 2]$

$n$	$A$	$L$	observação	Valor de $\pi_1$						
				0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
50	1	1	Outlier	5.11E-07	9.17E-07	1.64E-09	4.66E-09	1.50E-10	4.67E-08	5.26E-09
		2	Outlier	1.55E-10	1.68E-09	2.82E-12	5.91E-13	3.92E-13	6.50E-11	6.26E-12
		5	Outlier	4.13E-13	2.01E-11	7.11E-15	1.11E-16	0	8.88E-16	5.55E-16
		1	Nova	0.2356	0.2553	0.6588	0.5393	0.4225	0.7675	0.4723
		2	Nova	0.9308	0.9903	0.6663	0.8095	0.4311	0.3058	0.9637
		2	Outlier+Nova	2.71E-07	1.60E-05	2.18E-08	2.57E-08	6.04E-10	1.66E-07	2.18E-08
		2	1	Outlier	1.28E-07	1.44E-09	5.48E-08	9.17E-09	1.95E-06	6.30E-07
			2	Outlier	4.26E-10	1.64E-12	1.84E-11	1.71E-10	4.21E-09	2.26E-09
			5	Outlier	1.59E-12	4.44E-16	2.44E-15	2.01E-13	2.34E-13	2.33E-12
			1	Nova	0.3719	0.2365	0.8182	0.7460	0.7406	0.2703
			2	Nova	0.6418	0.5994	0.2949	0.7739	0.9616	0.4193
		3	2	Outlier+Nova	2.48E-07	9.12E-09	1.00E-07	4.91E-07	9.66E-06	8.83E-07
			1	Outlier	4.98E-09	7.66E-09	2.25E-09	1.97E-07	3.13E-07	1.09E-07
			2	Outlier	2.67E-09	1.34E-12	2.83E-12	3.43E-10	4.18E-08	1.43E-10
			5	Outlier	1.68E-12	2.55E-15	2.22E-16	7.65E-14	8.58E-14	0
			1	Nova	1.0000	0.4878	0.1729	0.4221	0.8676	0.5426
			2	Nova	1.0000	0.2992	0.6915	0.6583	0.9771	0.6230
			2	Outlier+Nova	3.51E-06	1.32E-06	2.08E-08	2.57E-07	2.10E-07	9.69E-07
										7.56E-06
100	1	1	Outlier	3.48E-09	1.13E-10	3.13E-10	3.45E-08	1.18E-09	6.46E-10	9.26E-09
		2	Outlier	1.25E-13	1.33E-15	3.03E-14	1.76E-12	3.44E-15	1.89E-15	2.90E-13
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.4952	0.8364	0.7243	0.3445	0.0859	0.0853	0.4202
		2	Nova	0.1255	0.1263	0.6924	0.6694	0.2496	0.3489	0.8623
		2	Outlier+Nova	8.96E-09	1.37E-09	4.20E-09	5.25E-08	3.83E-09	4.87E-09	4.70E-08
		2	1	Outlier	6.65E-09	7.80E-09	5.46E-09	1.04E-09	2.90E-08	8.54E-09
			2	Outlier	2.89E-15	3.74E-13	1.07E-13	4.79E-13	2.12E-12	6.23E-14
			5	Outlier	0	0	0	0	0	0
			1	Nova	0.9129	0.4796	0.1387	0.6480	0.5577	0.7876
			2	Nova	0.5389	0.3263	0.7552	0.4512	0.3815	0.6481
		3	2	Outlier+Nova	2.85E-09	4.70E-08	2.58E-09	3.17E-09	1.80E-07	1.13E-09
			1	Outlier	9.71E-09	1.10E-08	2.20E-08	1.14E-09	1.19E-08	1.22E-09
			2	Outlier	4.53E-13	2.07E-13	3.00E-12	4.86E-14	6.06E-14	7.08E-14
			5	Outlier	0	0	0	0	0	0
			1	Nova	0.5191	0.5086	0.8022	0.6682	0.3835	0.8636
			2	Nova	0.5320	0.8408	0.7947	0.8158	0.6705	0.8562
			2	Outlier+Nova	7.43E-09	1.03E-07	1.13E-07	1.21E-08	1.22E-07	6.43E-09
										7.15E-12
500	1	1	Outlier	2.41E-12	1.10E-12	1.67E-10	1.20E-10	1.57E-11	3.65E-11	5.26E-11
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.2209	0.4282	1.0000	0.2871	0.1579	0.6864	0.8838
		2	Nova	0.2349	0.6008	0.5416	0.6770	0.1073	0.8736	0.6318
		2	Outlier+Nova	1.82E-11	1.05E-11	4.98E-10	1.00E-09	3.13E-11	1.16E-10	2.76E-10
		2	1	Outlier	2.03E-10	1.38E-11	6.95E-12	7.18E-10	1.66E-11	2.85E-10
			2	Outlier	0	0	0	1.11E-16	0	0
			5	Outlier	0	0	0	0	0	0
			1	Nova	0.5153	0.5718	0.4355	0.2382	0.8540	0.5453
			2	Nova	0.3662	0.6673	0.5580	0.0789	0.1468	0.8620
		3	2	Outlier+Nova	2.21E-09	9.38E-11	5.01E-11	5.45E-09	9.29E-11	1.84E-09
			1	Outlier	1.33E-09	2.73E-10	1.03E-10	3.16E-11	1.31E-12	5.44E-12
			2	Outlier	1.11E-16	0	0	0	0	1.11E-15
			5	Outlier	0	0	0	0	0	0
			1	Nova	0.0551	0.6939	0.5631	0.0797	0.1548	0.9807
			2	Nova	0.2997	0.9547	0.9372	0.3359	0.4896	0.3010
			2	Outlier+Nova	8.41E-09	1.89E-09	5.77E-10	1.16E-10	7.41E-11	4.35E-11
										7.44E-09

Tabela E.3: Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso PV, em que  $x \in [-1; 3]$

$n$	$A$	$L$	observação	Valor de $\pi_1$						
				0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
50	1	1	Outlier	5.32E-10	6.05E-12	7.92E-10	2.59E-07	6.20E-08	1.03E-08	2.59E-08
		2	Outlier	6.37E-13	6.78E-14	5.21E-13	2.64E-09	3.40E-11	3.57E-12	2.27E-11
		5	Outlier	1.11E-16	0	0	9.66E-15	2.66E-15	0	9.99E-16
		1	Nova	0.8809	0.3434	0.4295	0.2923	0.1398	0.9445	0.8280
		2	Nova	0.4097	0.0788	0.1411	0.6871	0.9418	0.3429	0.3261
		2	Outlier+Nova	4.00E-09	3.11E-09	2.02E-09	7.94E-07	1.65E-07	1.15E-07	1.02E-07
		2	1	Outlier	3.09E-08	6.69E-08	1.31E-07	1.01E-09	9.42E-09	1.66E-07
			2	Outlier	2.97E-10	1.45E-10	1.27E-10	3.13E-13	1.55E-12	5.15E-11
			5	Outlier	8.13E-12	1.89E-14	2.58E-14	0	7.77E-16	1.94E-14
			1	Nova	0.9571	0.5538	0.0150	0.0690	0.8938	0.7386
			2	Nova	0.4643	0.8957	0.5899	0.0209	0.1602	0.0657
			2	Outlier+Nova	7.37E-06	2.35E-07	3.92E-07	1.37E-08	1.40E-08	1.23E-07
	3	1	Outlier	3.68E-08	2.27E-06	1.20E-08	1.06E-07	1.10E-06	5.62E-08	2.75E-08
		2	Outlier	2.94E-09	4.21E-11	1.75E-10	1.52E-10	4.66E-11	1.28E-10	2.71E-11
		5	Outlier	4.55E-08	1.69E-14	3.89E-15	2.55E-15	3.22E-15	5.55E-16	4.33E-15
		1	Nova	0.1424	0.9089	0.5742	0.4352	0.4237	0.9518	0.1443
		2	Nova	0.7973	0.2372	0.2494	0.7091	0.9626	0.4895	0.8174
		2	Outlier+Nova	6.68E-06	1.19E-05	6.46E-08	3.33E-07	2.21E-06	4.83E-08	1.88E-07
100	1	1	Outlier	4.98E-09	8.72E-10	4.61E-09	1.14E-11	9.82E-10	5.13E-11	6.32E-09
		2	Outlier	5.08E-13	1.93E-14	4.91E-14	2.22E-16	2.22E-16	4.44E-16	1.63E-14
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.6844	0.3428	0.3115	0.6888	0.8518	0.4401	0.1590
		2	Nova	0.9881	0.4991	0.2691	0.9376	0.1647	0.8855	0.6006
		2	Outlier+Nova	2.96E-08	6.33E-08	1.44E-08	7.40E-11	3.47E-09	4.92E-10	1.26E-08
		2	1	Outlier	8.54E-10	2.58E-10	4.30E-09	3.40E-07	1.18E-08	7.08E-10
			2	Outlier	1.57E-14	7.11E-15	3.72E-14	1.34E-11	2.75E-13	2.28E-14
			5	Outlier	0	0	0	0	0	0
			1	Nova	0.3772	0.0530	0.2439	0.6975	0.0729	0.8354
			2	Nova	0.3397	0.2035	0.8412	0.7235	0.2504	0.5702
			2	Outlier+Nova	4.36E-08	2.47E-09	1.12E-08	3.94E-07	3.53E-08	3.58E-09
	3	1	Outlier	4.33E-09	2.72E-10	6.21E-11	8.63E-10	1.68E-08	1.41E-10	3.05E-11
		2	Outlier	3.85E-13	5.44E-15	4.44E-16	6.66E-16	1.99E-14	8.88E-16	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.7580	0.6380	0.0190	0.0932	0.1714	0.7808	0.9236
		2	Nova	0.4784	0.9412	0.5331	0.0914	0.8390	0.9324	0.1589
		2	Outlier+Nova	5.54E-09	1.10E-09	3.49E-10	4.52E-10	2.44E-09	8.05E-10	5.74E-10
500	1	1	Outlier	1.43E-09	4.19E-11	1.37E-12	5.63E-12	3.51E-13	6.29E-11	7.53E-11
		2	Outlier	1.22E-15	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.8166	0.0519	0.9659	0.0624	0.7615	0.1653	0.9375
		2	Nova	0.3272	0.9366	0.1253	0.1810	0.7418	0.6055	0.2503
		2	Outlier+Nova	8.40E-09	2.12E-10	2.83E-11	2.15E-11	6.74E-14	2.24E-09	2.35E-10
		2	1	Outlier	3.79E-12	2.24E-11	4.91E-12	1.17E-12	8.41E-12	1.79E-11
			2	Outlier	0	0	0	0	0	0
			5	Outlier	0	0	0	0	0	0
			1	Nova	0.1073	0.6157	0.0949	0.1659	0.1351	0.4429
			2	Nova	0.5202	0.6514	0.6170	0.0907	0.4489	0.4899
		2	Outlier+Nova	1.53E-11	2.71E-11	2.08E-11	1.42E-11	2.50E-11	6.85E-11	5.37E-10
	3	1	Outlier	1.11E-11	4.42E-12	2.04E-12	1.38E-11	7.09E-11	5.01E-11	4.67E-11
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.8663	0.8855	0.2451	0.0951	0.7746	0.8206	0.7093
		2	Nova	0.6854	0.1898	0.5303	0.4291	0.6422	0.7218	0.0818
		2	Outlier+Nova	7.48E-11	3.87E-11	2.42E-11	4.25E-11	3.23E-10	1.02E-10	2.16E-10

Tabela E.4: Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso PV, em que  $x \in [0; 2]$

$n$	$A$	$L$	observação	Valor de $\pi_1$						
				0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
50	1	1	Outlier	0.0022	4.97E-05	0.0007	0.0005	0.0001	0.0003	0.0002
		2	Outlier	0.0013	1.70E-05	3.83E-05	1.33E-05	2.21E-06	2.52E-05	2.98E-06
		5	Outlier	2.66E-05	4.07E-11	3.75E-07	5.22E-08	7.98E-09	5.12E-08	5.88E-09
		1	Nova	0.3166	0.3855	0.9289	0.7697	0.7601	0.2031	0.6293
		2	Nova	0.5230	0.3027	0.6616	0.4202	0.6455	0.6549	0.3045
		2	Outlier+Nova	0.0067	8.40E-06	0.0083	0.0004	0.0004	0.0025	0.0007
		2	1	Outlier	0.0160	0.0002	0.0002	0.0003	0.0008	3.56E-05
			2	Outlier	4.69E-05	1.64E-06	5.49E-07	9.13E-07	1.13E-05	4.84E-07
			5	Outlier	3.18E-06	1.09E-08	2.38E-09	1.50E-09	3.74E-07	6.00E-10
			1	Nova	0.0663	0.1187	0.3772	0.4357	0.0405	0.2483
			2	Nova	0.5897	0.9082	0.8657	0.0848	0.6210	0.1198
			2	Outlier+Nova	0.0007	0.0002	0.0002	0.0003	0.0009	5.59E-05
		3	1	Outlier	5.00E-05	2.89E-05	0.0002	0.0003	0.0003	4.63E-05
			2	Outlier	3.94E-06	7.70E-07	5.97E-06	0.0001	2.63E-06	5.42E-07
			5	Outlier	4.22E-09	8.05E-10	2.87E-08	2.60E-07	9.25E-09	2.26E-10
			1	Nova	0.4089	0.6747	0.2167	0.5640	0.3758	0.7201
			2	Nova	0.7317	0.0880	0.0488	0.7480	0.3670	0.0032
			2	Outlier+Nova	9.76E-05	5.67E-05	0.0013	0.0035	0.0015	8.71E-05
	100	1	1	Outlier	0.0006	0.0013	0.0007	0.0005	2.33E-05	2.41E-05
			2	Outlier	1.74E-05	9.24E-06	3.10E-05	2.69E-06	1.50E-07	2.28E-07
			5	Outlier	5.60E-09	5.28E-09	1.24E-08	1.23E-09	5.52E-13	1.56E-12
			1	Nova	0.2419	0.9648	0.2249	0.0109	0.9308	0.4093
			2	Nova	0.0685	0.9354	0.5438	0.6145	0.0296	0.7621
			2	Outlier+Nova	0.0009	0.0032	0.0026	0.0027	0.0002	5.82E-05
		2	1	Outlier	0.0001	0.0002	0.0035	0.0001	0.0003	0.0026
			2	Outlier	1.00E-06	2.40E-06	0.0002	6.68E-07	1.79E-06	6.01E-06
			5	Outlier	9.22E-10	6.03E-10	8.03E-08	3.41E-11	1.24E-09	1.17E-09
			1	Nova	0.9409	0.6985	0.1343	0.7583	0.0160	0.9441
			2	Nova	0.8671	0.9808	0.8967	0.4495	0.2474	0.8282
			2	Outlier+Nova	0.0001	0.0004	0.0041	0.0004	0.0008	0.0011
		3	1	Outlier	0.0022	0.0001	0.0004	5.21E-05	0.0001	2.00E-05
			2	Outlier	3.11E-05	1.57E-06	1.06E-05	1.06E-08	1.82E-06	3.88E-07
			5	Outlier	1.33E-08	6.86E-11	8.12E-09	1.09E-14	1.49E-10	2.39E-12
			1	Nova	0.1932	0.6581	0.1181	0.1588	0.9304	0.2791
			2	Nova	0.9265	0.3611	0.2369	0.8429	0.5719	0.3318
			2	Outlier+Nova	0.0009	0.0005	0.0016	0.0011	0.0023	0.0004
500	1	1	1	Outlier	2.75E-05	0.0001	4.07E-05	3.48E-05	0.0001	5.40E-05
			2	Outlier	2.58E-08	7.66E-07	1.26E-07	5.21E-08	5.42E-07	1.24E-07
			5	Outlier	4.44E-16	5.49E-13	1.58E-14	7.77E-16	2.03E-14	1.20E-14
			1	Nova	0.9802	0.3064	0.5617	0.1439	0.6414	0.9709
			2	Nova	0.0032	0.6726	0.1979	0.5757	0.5319	0.8696
			2	Outlier+Nova	3.19E-05	0.0007	0.0002	6.05E-05	0.0006	0.0003
		2	1	Outlier	3.89E-05	3.39E-05	6.35E-05	5.71E-05	6.73E-05	0.0002
			2	Outlier	7.95E-08	1.20E-07	1.52E-07	8.82E-08	6.82E-07	6.47E-07
			5	Outlier	6.88E-15	1.02E-14	1.20E-14	5.33E-15	2.44E-13	6.14E-13
			1	Nova	0.5862	0.1067	0.2308	0.0713	0.1537	0.8232
			2	Nova	0.1351	0.2085	0.4858	0.8871	0.8357	0.5940
			2	Outlier+Nova	0.0002	0.0002	0.0003	0.0003	0.0003	1.30E-05
		3	1	Outlier	0.0001	5.86E-05	0.0003	5.38E-05	0.0002	0.0001
			2	Outlier	4.45E-07	1.47E-07	1.26E-06	2.63E-07	1.77E-06	7.39E-07
			5	Outlier	2.04E-13	3.35E-14	1.35E-11	5.33E-15	1.39E-12	4.28E-13
			1	Nova	0.0709	0.7184	0.7386	0.6845	0.1190	0.6180
			2	Nova	0.5545	0.2457	0.5546	0.9132	0.5884	0.0641
			2	Outlier+Nova	7.40E-05	0.0005	0.0011	3.62E-05	0.0010	0.0002

Tabela E.5: Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso PVIII, em que  $x \in [-1; 3]$

$n$	$A$	$L$	observação	Valor de $\pi_1$						
				0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
50	1	1	Outlier	0.0061	0.0007	0.0011	1.07E-05	0.0002	0.0003	4.28E-05
		2	Outlier	0.0020	6.91E-05	1.22E-05	9.05E-08	3.67E-06	2.87E-05	2.85E-06
		5	Outlier	0.0004	5.41E-07	6.40E-08	8.25E-11	1.25E-08	3.92E-08	6.55E-09
		1	Nova	0.5420	0.4686	0.5308	0.1018	0.6213	0.4401	0.0665
		2	Nova	0.4542	0.9085	0.4495	0.6153	0.7224	0.4163	0.0583
		2	Outlier+Nova	0.0173	0.0072	0.0032	0.0004	0.0010	0.0020	0.0002
	2	1	Outlier	7.63E-05	0.0006	0.0012	7.55E-06	2.20E-05	0.0003	0.0015
		2	Outlier	4.13E-06	0.0018	9.42E-05	1.18E-07	5.99E-07	4.57E-06	8.15E-05
		5	Outlier	4.77E-09	5.40E-06	9.65E-07	4.26E-09	2.59E-10	1.06E-08	1.06E-06
		1	Nova	0.1389	0.7760	1.0000	0.2092	0.2865	0.1986	0.1378
		2	Nova	0.7187	0.9564	0.6665	0.3683	0.7647	0.3971	0.4518
		2	Outlier+Nova	0.0003	0.0041	0.0046	2.54E-05	0.0003	0.0005	0.0048
	3	1	Outlier	0.0052	0.0015	0.0011	6.48E-06	0.0001	0.0004	4.16E-05
		2	Outlier	0.0012	3.56E-05	1.24E-05	1.78E-07	4.23E-06	1.61E-05	1.72E-06
		5	Outlier	0.0003	4.49E-07	5.26E-08	2.27E-10	2.34E-08	3.82E-08	6.67E-09
		1	Nova	0.3699	0.3497	0.4668	0.0781	0.0766	0.2687	0.0730
100	1	2	Nova	0.2129	0.3484	0.6717	0.6536	0.9497	0.4670	0.0770
		2	Outlier+Nova	0.0068	0.0036	0.0008	0.0008	0.0007	0.0012	0.0001
	2	1	Outlier	0.0010	0.0002	0.0016	9.68E-05	0.0005	0.0002	0.0005
		2	Outlier	1.91E-05	4.34E-06	5.93E-05	4.01E-07	2.32E-06	2.46E-06	2.09E-05
		5	Outlier	3.26E-08	8.49E-13	2.10E-08	2.24E-11	4.33E-10	3.35E-10	3.19E-09
		1	Nova	0.6877	1.0000	0.7722	0.8603	0.0585	0.4109	0.2782
		2	Nova	0.3640	0.4776	0.0810	0.2709	0.1319	0.9841	0.6664
		2	Outlier+Nova	0.0017	0.0024	0.0031	0.0003	0.0011	0.0005	0.0019
		1	Outlier	0.0009	0.0002	0.0007	4.53E-05	0.0002	0.0002	0.0005
		2	Outlier	1.79E-05	6.39E-06	3.63E-05	7.22E-06	2.30E-06	2.49E-06	2.37E-05
		5	Outlier	4.27E-08	7.47E-13	1.96E-08	1.64E-10	1.09E-09	3.15E-10	3.53E-09
		1	Nova	0.9313	0.2732	0.1267	0.9690	0.5485	0.0583	0.3696
500	1	2	Nova	0.4888	0.8453	0.0610	0.5264	0.1098	0.9142	0.2684
		2	Outlier+Nova	0.0024	0.0008	0.0052	0.0012	0.0007	0.0004	0.0016
	2	1	Outlier	6.93E-05	6.58E-05	0.0006	0.0002	0.0001	9.15E-05	2.85E-05
		2	Outlier	8.45E-07	5.03E-07	6.03E-06	3.53E-06	1.12E-06	6.92E-07	1.91E-07
		5	Outlier	1.10E-10	1.00E-11	1.29E-09	5.25E-10	2.57E-11	2.13E-11	5.97E-12
		1	Nova	0.1054	0.8867	0.8759	0.1515	0.4068	0.2078	0.5985
		2	Nova	0.0842	0.4501	0.1708	0.8668	0.8623	0.3964	0.5792
		2	Outlier+Nova	0.0004	0.0003	0.0011	0.0004	0.0002	0.0005	0.0002
	3	1	Outlier	0.0002	0.0001	4.66E-05	2.02E-05	5.61E-05	4.83E-05	6.65E-05
		2	Outlier	1.00E-06	2.87E-07	9.15E-08	4.59E-08	1.10E-07	1.44E-07	8.95E-08
		5	Outlier	4.34E-13	4.90E-14	7.11E-15	4.44E-16	6.99E-15	1.24E-14	3.77E-15
		1	Nova	0.2657	0.8051	0.1349	0.8411	0.5694	0.2148	0.8344
		2	Nova	0.4819	0.7930	0.7003	0.4975	0.7237	0.4979	0.5457
		2	Outlier+Nova	0.0005	0.0002	0.0003	0.0002	0.0003	0.0002	4.13E-05
		1	Outlier	7.29E-05	0.0001	4.57E-05	7.51E-05	9.81E-05	2.01E-05	9.20E-05
		2	Outlier	4.38E-07	1.06E-06	1.08E-07	1.16E-07	3.39E-07	1.90E-09	2.26E-07
		5	Outlier	1.30E-13	2.65E-13	3.11E-15	7.22E-15	6.15E-14	0	3.08E-14
		1	Nova	0.0856	0.3192	1.0000	0.7783	0.7045	0.9040	0.1817
500	3	2	Nova	0.6230	0.5117	0.0842	0.3030	0.6090	0.6347	0.1785
		2	Outlier+Nova	4.27E-05	0.0001	0.0002	0.0003	0.0005	9.22E-05	0.0005
		1	Outlier	7.46E-05	0.0001	5.47E-05	5.02E-05	9.69E-05	1.76E-05	0.0001
		2	Outlier	2.57E-07	8.09E-07	7.45E-08	1.80E-07	4.10E-07	1.52E-08	2.26E-07
		5	Outlier	7.72E-14	3.73E-13	2.89E-15	1.37E-14	6.14E-14	0	3.42E-14
		1	Nova	0.0695	0.4597	0.0895	0.9105	0.3590	0.0862	0.2253
		2	Nova	0.0734	0.1710	0.2918	0.8769	0.9073	0.5894	0.5970
		2	Outlier+Nova	0.0002	0.0006	1.03E-05	0.0003	4.62E-05	8.81E-05	0.0001

Tabela E.6: Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso PVIII, em que  $x \in [0; 2]$

$n$	$A$	$L$	observação	Valor de $\pi_1$						
				0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
50	1	1	Outlier	1.07E-10	2.04E-12	1.03E-10	7.91E-08	3.33E-12	1.53E-12	1.52E-14
		2	Outlier	8.28E-12	1.44E-15	6.66E-16	2.29E-11	3.00E-15	1.11E-16	0
		5	Outlier	2.33E-15	0	0	1.31E-14	0	0	0
		1	Nova	0.4614	0.8961	0.7682	0.5373	0.0872	0.8189	0.0760
		2	Nova	0.7711	0.3416	0.7728	0.2769	0.6924	0.0233	0.0704
		2	Outlier+Nova	6.24E-11	2.04E-11	6.22E-10	4.00E-08	1.34E-11	1.88E-12	1.13E-13
	2	1	Outlier	6.78E-10	6.00E-12	3.65E-11	1.05E-12	1.57E-11	2.00E-15	1.31E-11
		2	Outlier	2.64E-10	1.94E-13	6.22E-15	3.33E-16	7.33E-15	0	8.99E-15
		5	Outlier	9.77E-15	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	1.0000	1.0000	0.5804	0.2354	0.1764	0.1887	0.2711
		2	Nova	1.0000	1.0000	0.6826	0.9684	0.8519	0.4394	0.2977
		2	Outlier+Nova	4.69E-10	8.78E-10	1.26E-10	8.76E-12	3.35E-11	1.77E-14	6.57E-11
	3	1	Outlier	9.40E-11	1.23E-12	1.53E-11	3.26E-12	1.84E-10	1.30E-14	4.44E-14
		2	Outlier	4.28E-12	2.22E-16	2.83E-14	7.88E-15	1.15E-14	0	0
		5	Outlier	1.11E-16	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.1241	1.0000	0.7461	0.7085	0.2114	0.1455	0.7651
		2	Nova	0.6165	0.4140	0.4849	0.7227	0.8385	0.2000	0.4094
		2	Outlier+Nova	1.70E-11	1.10E-11	6.76E-11	3.69E-11	1.44E-10	4.80E-14	2.89E-13
100	1	1	Outlier	4.44E-16	0	0	0	0	2.22E-16	4.33E-15
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.4418	0.7100	0.0122	0.5279	0.1119	0.1955	0.0874
		2	Nova	0.3170	0.9838	0.7703	0.5797	0.2010	0.5793	0.3090
		2	Outlier+Nova	0.0015	0.0027	0.0067	0.0235	0.0326	0.0292	0.1441
	2	1	Outlier	0	2.34E-14	5.55E-16	1.11E-15	2.00E-15	4.55E-15	0
		2	Outlier	0	1.11E-16	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.3259	0.5187	0.5860	0.3667	0.0502	0.0694	0.8786
		2	Nova	0.0861	0.4098	0.9451	0.4019	0.5876	0.1118	0.5079
		2	Outlier+Nova	0	9.89E-12	3.75E-14	2.66E-15	6.44E-15	9.21E-15	1.11E-16
	3	1	Outlier	0	0	3.33E-16	0	0	0	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.2831	1.0000	0.6441	0.6387	0.2755	0.2912	0.2749
		2	Nova	0.9583	0.3070	0.5740	0.2790	0.3293	0.0177	0.6850
		2	Outlier+Nova	0	1.11E-16	3.66E-15	2.22E-16	0	2.22E-16	0
500	1	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.8061	0.2749	0.6932	0.0084	0.2970	0.8494	0.8971
		2	Nova	0.1112	0.8251	0.2629	0.3352	0.4676	0.9632	0.3737
		2	Outlier+Nova	0.0083	0.0065	0.0156	0.0070	0.0152	0.0012	0.0068
	2	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.6555	0.4044	0.4273	0.2170	0.7963	0.4279	0.5482
		2	Nova	0.5337	0.1613	0.0305	0.3314	0.3594	0.1243	0.8795
		2	Outlier+Nova	0	0	0	0	0	0	0
	3	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.0868	0.3098	0.5202	0.3162	0.3324	0.8512	0.2900
		2	Nova	0.2572	0.5265	0.9307	0.0825	0.0538	0.8365	0.8252
		2	Outlier+Nova	0	0	0	0	0	0	0

Tabela E.7: Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso EI, em que  $x \in [-1; 3]$



$n$	$A$	$L$	observação	Valor de $\pi_1$						
				0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
50	1	1	Outlier	0	4.43E-14	2.16E-13	3.28E-13	2.55E-15	4.46E-14	1.94E-12
		2	Outlier	0	0	0	1.33E-15	0	0	2.22E-16
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.4030	0.0274	0.1794	0.8273	0.6561	0.5537	0.9438
		2	Nova	0.6972	0.9643	0.8000	0.1508	0.1153	0.2999	0.4699
		2	Outlier+Nova	0.0000	0.0041	0.0028	0.0994	0.0026	3.08E-05	0.0066
	2	1	Outlier	4.82E-11	1.24E-11	2.91E-14	1.11E-16	2.42E-14	0	2.22E-15
		2	Outlier	1.18E-14	7.12E-14	0	0	0	0	0
		5	Outlier	1.11E-16	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.8798	0.5726	0.9277	0.7745	1.0000	0.1087	0.9680
		2	Nova	0.6392	0.5200	0.5933	0.3843	1.0000	0.0980	0.3175
		2	Outlier+Nova	9.68E-11	7.76E-11	2.55E-15	0	2.74E-13	9.30E-14	1.55E-13
	3	1	Outlier	9.91E-14	1.61E-14	3.95E-14	0	2.74E-14	3.74E-14	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.0055	0.8758	0.9848	0.5799	0.2786	0.7608	0.0547
		2	Nova	0.0436	0.7321	0.0296	1.0000	0.4850	0.7470	0.9068
		2	Outlier+Nova	1.87E-05	4.42E-05	7.81E-07	3.11E-06	2.44E-06	8.08E-05	1.69E-05
100	1	1	Outlier	5.55E-16	3.41E-13	1.11E-16	0	0	1.79E-14	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.8900	1.0000	0.5875	0.9629	0.1826	0.1601	0.6279
		2	Nova	1.0000	0.8510	0.3164	0.6107	0.6923	1.0000	0.1600
		2	Outlier+Nova	0.0001	0.0003	0.0019	0.0008	0.0008	0.0075	0.0003
	2	1	Outlier	1.35E-12	0	3.44E-15	0	0	0	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.1828	0.2701	0.2573	0.4778	0.6289	0.5345	0.4933
		2	Nova	0.4829	0.7015	0.1426	0.9898	0.0170	0.9729	0.0893
		2	Outlier+Nova	0.0001	1.55E-05	1.39E-05	2.23E-06	7.66E-06	2.66E-05	0.0004
	3	1	Outlier	8.88E-16	0	1.11E-16	2.22E-16	0	0	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.1938	0.9146	0.9526	0.4764	0.1528	0.7679	0.5820
		2	Nova	0.1185	0.6839	0.3892	0.2967	0.0734	0.6793	0.3727
		2	Outlier+Nova	5.55E-16	5.55E-16	1.11E-16	5.55E-16	0	0	0
500	1	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.5189	0.8492	0.3907	0.6906	0.6173	0.8484	0.3211
		2	Nova	0.2494	0.1058	0.3533	0.4232	0.1140	0.1301	0.3515
		2	Outlier+Nova	0.0014	0.0004	2.40E-07	0.0002	0.0012	0.0009	0.0015
	2	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.0341	0.3366	0.4029	0.1467	0.9433	0.0042	0.4956
		2	Nova	0.7805	0.6713	0.8956	0.0519	0.6970	0.1941	0.7001
		2	Outlier+Nova	5.34E-10	1.22E-10	1.37E-08	6.60E-08	0.0016	1.80E-08	1.35E-06
	3	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.2413	0.7046	0.4089	0.6475	0.8714	0.1777	0.4583
		2	Nova	0.8882	0.7399	0.9648	0.8486	0.8078	0.2405	0.6448
		2	Outlier+Nova	0	0	0	0	0	0	0

Tabela E.8: Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso EI, em que  $x \in [0; 2]$

$n$	$A$	$L$	observação	Valor de $\pi_1$						
				0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
50	1	1	Outlier	1.09E-05	1.19E-06	1.40E-08	9.24E-09	1.09E-10	1.22E-05	4.12E-10
		2	Outlier	1.46E-07	2.31E-08	4.13E-10	1.43E-11	1.13E-12	1.16E-07	8.11E-13
		5	Outlier	2.85E-09	6.79E-11	1.50E-12	2.22E-15	1.33E-15	1.90E-11	1.67E-15
		1	Nova	0.2172	0.3794	0.0335	0.1952	0.9500	0.6797	0.8070
		2	Nova	0.6499	0.1691	0.8562	0.7226	0.1339	0.7743	0.6134
		2	Outlier+Nova	1.19E-06	2.62E-05	6.69E-08	3.19E-08	3.12E-10	1.70E-05	2.44E-08
	2	1	Outlier	5.38E-12	2.13E-10	1.33E-08	6.35E-06	9.82E-09	1.47E-07	2.07E-07
		2	Outlier	1.52E-14	1.04E-11	1.89E-11	2.54E-08	2.08E-11	8.62E-09	7.10E-10
		5	Outlier	1.11E-16	1.51E-14	5.55E-16	6.12E-12	1.84E-14	2.54E-12	4.01E-14
		1	Nova	0.0619	0.5526	0.1812	0.0802	0.9873	0.6399	0.3177
		2	Nova	0.0603	0.3799	0.9602	0.1559	0.8758	0.5272	0.5900
		2	Outlier+Nova	1.21E-11	1.06E-10	4.60E-08	6.04E-07	5.09E-08	3.99E-07	1.14E-06
	3	1	Outlier	1.86E-08	2.51E-08	5.37E-07	1.48E-08	6.07E-08	5.20E-08	1.84E-07
		2	Outlier	8.74E-11	2.33E-10	4.92E-09	1.28E-12	5.05E-10	5.21E-10	9.73E-10
		5	Outlier	1.76E-12	1.84E-13	7.40E-12	1.11E-15	1.09E-13	1.83E-13	8.02E-13
		1	Nova	0.3763	0.7776	0.8169	0.3656	0.2768	0.1929	0.5991
		2	Nova	0.8124	0.7957	0.9489	0.6294	0.6299	0.2776	0.8608
		2	Outlier+Nova	3.25E-06	1.10E-07	2.31E-06	1.02E-07	1.85E-07	4.91E-07	7.84E-07
100	1	1	Outlier	1.10E-09	1.29E-09	2.38E-09	5.75E-10	5.77E-14	8.76E-08	8.03E-09
		2	Outlier	4.29E-14	4.57E-13	1.11E-16	5.55E-15	0	8.03E-12	1.71E-14
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.5432	0.9255	0.5081	0.6568	0.1919	0.6579	0.6522
		2	Nova	0.7365	1.0000	0.4284	0.2093	0.9879	0.6979	0.5358
		2	Outlier+Nova	9.87E-09	6.52E-08	1.43E-08	2.38E-09	1.99E-13	4.15E-07	2.01E-08
	2	1	Outlier	4.45E-06	1.22E-07	4.12E-09	1.17E-09	7.31E-10	1.39E-10	6.41E-10
		2	Outlier	9.10E-09	4.87E-10	3.98E-13	3.89E-15	1.17E-14	1.47E-14	6.66E-16
		5	Outlier	2.06E-10	2.10E-12	0	0	0	0	0
		1	Nova	1.0000	1.0000	0.1948	0.0837	0.0863	0.8583	0.8696
		2	Nova	1.0000	0.9565	0.1915	0.0831	0.6091	0.4214	0.6453
		2	Outlier+Nova	7.32E-06	8.70E-09	2.31E-08	8.32E-09	5.60E-09	3.41E-10	1.56E-09
	3	1	Outlier	1.45E-07	3.89E-09	3.60E-09	1.35E-09	1.20E-08	1.66E-08	2.43E-06
		2	Outlier	1.73E-10	2.02E-13	1.21E-13	9.04E-13	1.01E-13	1.52E-13	3.29E-09
		5	Outlier	1.13E-14	0	0	0	0	0	2.00E-15
		1	Nova	0.0852	0.5554	0.0844	0.7484	0.1559	0.5584	0.7580
		2	Nova	1.0000	0.0165	0.5173	0.7150	0.3122	0.6101	0.9707
		2	Outlier+Nova	3.42E-08	1.28E-08	7.08E-09	1.16E-08	1.38E-07	7.09E-08	1.29E-05
500	1	1	Outlier	4.60E-09	1.56E-13	1.23E-11	1.18E-10	5.32E-10	7.89E-09	2.95E-13
		2	Outlier	2.22E-16	0	0	0	0	9.77E-15	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.5880	1.0000	0.2893	0.2593	0.8957	0.4891	0.7360
		2	Nova	0.0826	0.3653	0.5390	0.5950	0.9641	0.7453	0.6588
		2	Outlier+Nova	8.06E-09	1.32E-12	3.79E-12	1.98E-09	4.11E-09	3.18E-08	1.37E-12
	2	1	Outlier	4.48E-11	3.26E-08	4.79E-11	5.22E-11	4.34E-11	2.84E-10	3.44E-09
		2	Outlier	0	2.89E-15	0	0	0	1.11E-16	1.20E-14
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.2545	0.9851	0.0846	0.6308	0.9772	0.4369	0.6119
		2	Nova	0.4776	0.8607	0.1414	0.0821	0.2956	0.2912	0.1262
		2	Outlier+Nova	2.30E-10	2.63E-07	8.63E-11	4.63E-10	3.14E-10	8.19E-10	1.51E-08
	3	1	Outlier	3.91E-10	7.37E-11	1.56E-12	2.88E-10	9.88E-12	5.49E-12	2.00E-09
		2	Outlier	7.77E-16	0	0	0	0	0	2.22E-16
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.6125	0.6929	0.0817	0.5587	0.7732	0.9401	0.4143
		2	Nova	0.8772	1.0000	0.2095	0.3646	0.0912	0.7872	1.0000
		2	Outlier+Nova	2.76E-09	5.22E-10	3.15E-11	2.13E-09	2.78E-11	4.27E-11	1.50E-08

Tabela E.9: Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso EVI, em que  $x \in [-1; 3]$

$n$	$A$	$L$	observação	Valor de $\pi_1$						
				0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
50	1	1	Outlier	7.13E-06	1.11E-05	3.14E-06	5.98E-09	1.31E-06	1.25E-09	3.38E-08
		2	Outlier	1.13E-07	3.63E-08	1.33E-08	2.35E-10	3.37E-09	4.14E-13	3.58E-11
		5	Outlier	4.02E-09	6.03E-08	5.99E-12	3.24E-13	1.92E-12	2.22E-16	3.44E-15
		1	Nova	0.2976	0.1444	1.0000	0.0948	0.3046	0.3505	0.6411
		2	Nova	0.0943	0.9004	1.0000	0.0923	0.6841	0.7073	0.3728
		2	Outlier+Nova	5.58E-05	2.68E-05	2.12E-05	9.36E-08	3.24E-06	8.88E-10	1.21E-07
	2	1	Outlier	4.44E-08	0.0013	3.64E-08	5.03E-10	3.86E-08	1.27E-07	1.36E-05
		2	Outlier	1.44E-10	2.71E-06	1.81E-10	5.22E-13	7.44E-11	1.11E-11	2.51E-08
		5	Outlier	5.11E-13	6.04E-07	1.78E-11	0	2.15E-14	1.09E-14	1.66E-10
		1	Nova	0.6650	0.9967	1.0000	0.0927	0.6148	0.2209	0.8513
		2	Nova	0.2068	1.0000	0.5481	0.7017	0.6823	0.3180	0.7547
	3	2	Outlier+Nova	4.42E-07	0.0050	5.40E-06	3.21E-10	2.92E-07	4.55E-07	1.15E-05
		1	Outlier	0.0031	6.20E-09	4.37E-07	1.46E-08	6.97E-08	3.81E-09	1.52E-10
		2	Outlier	5.91E-05	1.48E-11	1.27E-10	8.84E-11	2.37E-10	2.01E-12	3.29E-13
		5	Outlier	0.0003	7.11E-15	2.01E-13	1.67E-12	4.31E-14	1.11E-16	0
		1	Nova	0.3205	0.5124	1.0000	0.0594	0.2471	0.6328	0.1546
100	1	2	Nova	1.0000	0.4635	0.0992	0.9523	0.3400	0.4062	0.5004
		2	Outlier+Nova	0.0022	4.13E-08	2.49E-06	6.21E-08	2.98E-07	1.51E-08	1.12E-09
	2	1	Outlier	1.60E-06	7.39E-09	3.98E-09	1.23E-10	5.37E-10	2.18E-13	3.67E-11
		2	Outlier	5.14E-09	2.93E-13	1.51E-12	5.55E-16	1.35E-13	0	1.33E-15
		5	Outlier	4.91E-12	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	1.0000	1.0000	0.7623	0.1021	0.7884	0.1808	0.7175
		2	Nova	0.6360	0.0804	0.2408	0.7997	0.4199	0.3955	0.8131
		2	Outlier+Nova	5.28E-06	5.47E-08	2.87E-08	4.24E-10	4.79E-09	1.49E-12	1.67E-10
	2	1	Outlier	5.06E-06	1.70E-07	3.91E-09	4.60E-10	6.97E-11	7.78E-08	6.23E-07
		2	Outlier	2.87E-09	1.88E-10	5.77E-13	2.32E-14	5.07E-13	2.49E-11	9.98E-13
		5	Outlier	4.76E-12	2.22E-16	0	0	0	0	0
		1	Nova	1.0000	1.0000	0.9459	0.6077	0.5758	0.5424	0.3278
		2	Nova	1.0000	1.0000	0.5240	0.9249	0.5646	0.4002	0.4716
	3	2	Outlier+Nova	0.0099	1.41E-06	4.27E-08	6.98E-08	5.23E-10	4.71E-07	2.30E-06
		1	Outlier	8.55E-12	8.90E-10	1.65E-09	1.40E-12	1.26E-08	1.26E-09	3.00E-07
		2	Outlier	1.48E-14	4.55E-15	3.28E-14	0	2.16E-12	1.67E-15	6.00E-10
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	6.66E-16
		1	Nova	0.6505	0.6609	0.5051	0.2664	1.0000	0.3166	0.8585
500	1	2	Nova	0.0804	1.0000	0.0953	0.6570	0.5455	0.3052	0.5084
		2	Outlier+Nova	4.28E-10	8.17E-11	2.99E-09	3.78E-12	8.51E-08	2.54E-09	8.25E-07
	2	1	Outlier	9.79E-11	6.27E-08	6.54E-11	9.36E-11	2.39E-13	6.90E-09	2.81E-10
		2	Outlier	1.55E-15	9.34E-14	0	0	0	1.11E-16	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.5189	1.0000	0.6026	0.7868	0.6899	0.8443	0.0181
		2	Nova	1.0000	1.0000	0.6723	0.8700	0.2037	0.1002	0.1674
		2	Outlier+Nova	1.31E-08	3.93E-07	4.49E-10	1.07E-09	5.78E-13	5.10E-08	2.18E-09
	2	1	Outlier	5.49E-12	5.22E-15	9.24E-12	5.78E-12	7.83E-11	1.81E-11	3.22E-09
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	3.33E-16
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.7691	0.2455	0.4267	0.4650	0.8800	0.7237	0.3390
		2	Nova	0.2621	0.3009	0.1565	0.8821	0.0815	0.1528	0.1500
	3	2	Outlier+Nova	3.27E-10	4.73E-14	7.23E-11	5.98E-11	5.17E-10	1.87E-10	2.74E-08
		1	Outlier	7.24E-12	1.21E-09	2.54E-10	6.28E-11	1.49E-10	2.81E-11	1.01E-10
		2	Outlier	0	4.44E-16	1.11E-16	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.0181	1.0000	0.7563	0.0848	0.8157	0.0913	0.5219
	2	2	Nova	0.1072	0.1300	0.3249	0.0858	0.6873	0.6624	0.7982
		2	Outlier+Nova	3.80E-10	2.92E-09	1.70E-09	8.56E-10	3.69E-09	5.13E-11	5.37E-10

Tabela E.10: Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso EVI, em que  $x \in [0; 2]$

$n$	$A$	$L$	observação	Valor de $\pi_1$						
				0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
50	1	1	Outlier	2.86E-06	2.56E-06	3.48E-07	4.88E-12	3.29E-08	2.34E-06	8.96E-05
		2	Outlier	3.12E-08	1.34E-08	1.88E-10	7.77E-16	6.61E-12	9.58E-09	2.41E-06
		5	Outlier	1.25E-09	3.48E-10	1.63E-12	0	1.78E-15	1.91E-13	9.79E-10
		1	Nova	0.9053	1.0000	0.5643	0.0810	1.0000	0.9311	0.6409
		2	Nova	0.5111	0.7923	0.0597	0.8680	0.0373	0.2128	0.9974
		2	Outlier+Nova	1.36E-05	6.90E-06	1.81E-07	1.14E-11	1.62E-07	7.83E-06	0.0005
	2	1	Outlier	1.66E-05	9.42E-10	3.31E-07	7.25E-11	6.91E-08	3.15E-07	7.76E-08
		2	Outlier	3.17E-06	4.04E-12	4.49E-09	6.47E-14	9.91E-11	9.09E-10	8.58E-11
		5	Outlier	6.13E-08	7.77E-16	1.02E-14	0	7.65E-14	1.94E-13	7.77E-16
		1	Nova	1.0000	0.5156	0.0351	0.9139	0.3565	0.8153	0.8275
		2	Nova	0.2939	0.0518	0.0412	0.0044	0.2116	0.2681	0.3039
	3	2	Outlier+Nova	1.80E-04	1.27E-08	5.36E-07	4.72E-10	3.70E-07	6.59E-07	3.94E-07
		1	Outlier	8.90E-09	4.10E-08	0.0001	3.60E-07	1.24E-06	1.47E-06	2.64E-11
		2	Outlier	1.99E-11	1.54E-10	1.33E-05	7.17E-10	8.20E-09	1.21E-08	4.67E-14
		5	Outlier	1.11E-16	1.67E-14	3.27E-06	3.39E-14	9.05E-12	6.83E-13	0
		1	Nova	0.2734	0.3762	0.8447	0.7961	0.9345	0.6926	0.6026
100	1	2	Nova	0.5264	0.5217	0.1012	0.7806	0.7035	0.8959	0.3216
		2	Outlier+Nova	1.07E-06	1.88E-07	4.71E-05	3.87E-07	2.06E-06	9.78E-06	1.45E-10
	2	1	Outlier	3.74E-06	1.62E-07	3.34E-10	5.72E-09	4.27E-09	1.03E-08	4.29E-09
		2	Outlier	2.63E-07	1.03E-09	6.66E-15	1.78E-13	1.02E-14	1.48E-12	2.09E-13
		5	Outlier	1.63E-11	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	1.0000	0.5462	0.5866	0.7619	0.1713	0.5955	0.8638
		2	Nova	0.8361	1.0000	0.0230	0.6675	0.5688	0.9206	0.4678
		2	Outlier+Nova	7.48E-06	6.02E-07	2.25E-09	1.97E-08	2.53E-08	6.90E-08	6.15E-08
	3	1	Outlier	2.00E-07	1.45E-08	2.68E-12	1.49E-09	5.43E-11	3.98E-09	4.72E-09
		2	Outlier	2.01E-09	7.36E-13	0	7.86E-14	1.11E-16	4.13E-13	2.64E-12
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.3987	0.0343	0.8617	0.1195	0.4510	0.1694	0.9301
		2	Nova	0.9082	0.7546	0.0668	0.7845	0.9364	0.1002	0.7866
500	1	2	Outlier+Nova	2.66E-07	7.58E-08	4.83E-11	1.09E-08	3.48E-10	1.18E-08	2.35E-08
		3	1	Outlier	2.14E-07	5.76E-08	0.0001	2.21E-08	1.03E-09	1.33E-07
		2	Outlier	2.78E-11	1.39E-10	1.01E-07	5.41E-13	5.88E-15	2.91E-11	7.56E-13
		5	Outlier	1.57E-14	5.55E-16	8.17E-14	0	0	0	0
		1	Nova	1.0000	1.0000	0.7818	0.4711	0.5714	0.1736	0.9285
		2	Nova	1.0000	0.0947	1.0000	0.4850	0.1475	0.0980	0.0985
		2	Outlier+Nova	1.31E-06	4.97E-07	0.0043	1.21E-07	5.74E-09	6.45E-07	1.07E-07
	2	1	Outlier	2.80E-10	2.83E-08	1.32E-09	2.35E-09	2.05E-10	3.47E-09	1.01E-10
		2	Outlier	0	3.03E-13	1.11E-16	0	0	1.11E-16	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.3378	0.6117	0.9308	0.6844	0.7304	0.9222	0.9935
		2	Nova	0.6983	0.6110	0.1601	0.0897	0.0926	0.0947	0.7786
		2	Outlier+Nova	1.55E-10	1.91E-07	2.34E-09	3.95E-12	3.32E-10	6.26E-09	6.96E-10
	3	1	Outlier	9.72E-09	7.56E-10	4.69E-11	7.44E-09	1.12E-09	1.75E-10	5.14E-09
		2	Outlier	2.22E-15	2.22E-16	0	9.55E-15	3.33E-16	0	1.11E-16
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.2186	0.4125	0.1848	0.5573	0.4451	0.2202	0.9689
		2	Nova	0.5569	0.7935	0.6703	0.3095	0.9548	0.8282	0.7062
500	3	2	Outlier+Nova	5.55E-08	3.95E-10	1.03E-10	3.83E-08	3.47E-09	1.13E-09	3.20E-08
		1	Outlier	5.12E-11	1.09E-09	9.48E-10	5.25E-10	3.81E-09	1.89E-12	3.08E-11
		2	Outlier	0	1.11E-15	1.11E-16	3.33E-16	4.44E-16	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.9433	1.0000	0.2409	0.2030	0.8992	0.9505	0.0868
		2	Nova	0.7991	1.0000	0.7687	0.7044	0.3513	0.8347	0.6316
		2	Outlier+Nova	1.70E-07	1.44E-08	5.44E-09	3.34E-09	2.41E-08	1.75E-11	2.62E-10

Tabela E.11: Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso EIV, em que  $x \in [-1; 3]$

$n$	$A$	$L$	observação	Valor de $\pi_1$						
				0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
50	1	1	Outlier	6.63E-06	3.17E-07	1.77E-08	2.28E-06	1.19E-07	4.03E-07	4.59E-09
		2	Outlier	5.51E-09	5.12E-10	3.50E-11	1.30E-09	2.11E-09	2.83E-09	8.29E-12
		5	Outlier	7.61E-09	6.99E-15	3.82E-14	1.47E-12	4.50E-14	6.17E-12	1.11E-16
		1	Nova	0.7088	0.8235	0.7452	0.0261	0.6906	0.2326	1.0000
		2	Nova	0.8114	0.7186	0.0595	0.9107	0.2441	0.3511	0.1310
		2	Outlier+Nova	3.93E-06	9.23E-08	1.30E-07	4.68E-06	1.23E-06	1.24E-06	3.34E-08
		2	1	Outlier	0.0002	4.30E-05	3.38E-08	5.54E-07	1.89E-08	1.68E-07
			2	Outlier	0.0004	5.05E-07	2.43E-10	1.22E-09	4.67E-11	4.33E-10
			5	Outlier	2.41E-05	4.82E-09	2.51E-12	2.35E-13	8.33E-15	3.60E-13
			1	Nova	1.0000	0.7302	0.5051	0.1942	0.9362	0.5935
	3	2	Nova	1.0000	0.7427	0.8472	0.9262	0.1799	0.1896	0.9000
		2	Outlier+Nova	0.0008	0.0002	2.65E-07	4.07E-07	2.70E-07	8.56E-07	3.47E-06
		1	1	Outlier	4.66E-07	5.31E-06	6.65E-09	3.06E-07	3.69E-07	7.67E-08
			2	Outlier	2.22E-09	1.80E-07	6.82E-11	3.71E-09	1.63E-10	7.62E-11
			5	Outlier	3.26E-10	5.25E-11	7.44E-15	3.17E-11	1.15E-14	5.46E-14
			1	Nova	0.9821	0.5934	0.2426	0.7594	0.5628	0.0852
		2	Nova	0.6131	0.4855	0.7903	0.4510	0.2791	0.9388	0.5439
			2	Outlier+Nova	5.12E-07	2.79E-05	1.75E-08	7.44E-07	3.17E-06	3.12E-07
		2	1	Outlier	6.48E-08	2.98E-11	6.24E-08	3.80E-07	3.71E-09	1.56E-11
			2	Outlier	4.40E-11	1.33E-15	3.90E-12	1.20E-10	4.00E-15	2.22E-16
100	1	5	Outlier	1.11E-16	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.0948	0.6665	0.8791	0.0932	0.4644	0.5862	0.7623
		2	Nova	0.5766	0.4840	0.0880	0.8167	0.1175	0.6592	0.4384
		2	Outlier+Nova	1.03E-06	2.34E-10	1.59E-07	1.01E-06	2.41E-08	7.78E-11	2.99E-09
		2	1	Outlier	4.25E-10	3.97E-08	7.85E-09	1.08E-08	1.77E-09	2.59E-07
			2	Outlier	3.77E-15	1.64E-12	4.16E-13	3.90E-13	7.56E-14	4.92E-11
			5	Outlier	0	0	0	0	0	0
			1	Nova	0.0979	0.7423	0.8489	0.4606	0.2495	0.8927
		3	2	Nova	0.4330	0.4013	0.5383	0.0762	0.1516	0.9992
			2	Outlier+Nova	3.74E-09	1.26E-07	5.22E-08	2.12E-08	1.09E-08	1.52E-06
	2	1	1	Outlier	1.72E-09	5.80E-09	3.78E-08	6.89E-08	4.81E-08	3.09E-08
			2	Outlier	1.26E-13	4.32E-13	3.98E-12	1.97E-11	1.15E-11	4.00E-12
			5	Outlier	0	0	0	0	0	0
			1	Nova	0.2034	0.8691	0.2479	0.8524	0.0987	0.3794
		2	Nova	0.3476	0.0755	0.7220	0.9811	0.1488	0.6177	0.5494
			2	Outlier+Nova	1.48E-08	3.79E-08	1.77E-07	3.55E-07	3.33E-07	1.67E-07
	3	1	1	Outlier	2.27E-09	6.73E-10	2.78E-09	1.85E-09	1.06E-09	7.63E-09
			2	Outlier	1.44E-15	1.11E-16	1.33E-15	1.11E-15	2.22E-16	6.22E-15
			5	Outlier	0	0	0	0	0	0
			1	Nova	0.5513	0.3735	0.3054	0.4142	0.4656	0.1082
		2	2	Nova	0.6896	0.1858	0.2885	0.6450	0.3352	0.9172
			2	Outlier+Nova	7.59E-09	1.54E-09	1.89E-08	9.04E-09	5.41E-09	3.60E-08
			1	Outlier	1.41E-09	1.12E-08	8.37E-09	3.40E-09	7.01E-10	4.89E-09
			2	Outlier	1.33E-15	4.88E-15	3.44E-15	2.44E-15	8.88E-16	4.44E-15
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
			1	Nova	0.8360	0.3306	1.0000	0.3060	0.2434	0.8006
500	1	2	Nova	0.7621	0.5630	0.8553	0.8225	0.2064	0.1994	0.1967
		2	Outlier+Nova	1.07E-08	6.31E-08	2.60E-08	1.60E-08	1.36E-09	3.73E-08	1.45E-08
	2	1	1	Outlier	5.13E-10	2.69E-08	1.24E-08	3.98E-09	4.96E-10	5.00E-09
			2	Outlier	0	2.14E-13	8.77E-15	7.66E-15	0	3.33E-15
			5	Outlier	0	0	0	0	0	0
			1	Nova	0.0905	0.4300	0.9021	0.2492	0.6932	0.7062
		3	2	Nova	0.4428	0.9617	0.4943	0.8773	0.3884	0.7025
			2	Outlier+Nova	2.47E-09	8.29E-08	4.14E-08	1.81E-08	9.13E-11	1.68E-08
			2	Outlier+Nova	2.47E-09	8.29E-08	4.14E-08	1.81E-08	9.13E-11	1.68E-08
			2	Outlier+Nova	2.47E-09	8.29E-08	4.14E-08	1.81E-08	9.13E-11	1.68E-08
			2	Outlier+Nova	2.47E-09	8.29E-08	4.14E-08	1.81E-08	9.13E-11	1.68E-08
			2	Outlier+Nova	2.47E-09	8.29E-08	4.14E-08	1.81E-08	9.13E-11	1.68E-08

Tabela E.12: Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso EIV, em que  $x \in [0; 2]$

$n$	$A$	$L$	observação	Valor de $\pi_1$						
				0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
50	1	1	Outlier	6.23E-08	1.37E-08	3.86E-08	3.67E-08	1.22E-09	1.42E-07	1.42E-06
		2	Outlier	1.84E-09	1.67E-10	3.29E-10	5.60E-10	2.07E-12	4.49E-10	1.11E-08
		5	Outlier	1.38E-10	1.37E-12	3.26E-13	3.04E-13	0	2.87E-13	8.65E-13
		1	Nova	0.1527	1.0000	0.8491	1.0000	0.7344	0.7785	0.3662
		2	Nova	0.9856	0.3207	0.0502	1.0000	0.5091	0.9683	0.6677
		2	Outlier+Nova	5.87E-06	2.06E-07	5.40E-07	4.53E-08	7.80E-09	9.36E-07	1.04E-05
	2	1	Outlier	0.05337661	8.39E-07	1.17E-09	4.13E-09	1.54E-07	1.37E-11	1.62E-06
		2	Outlier	0.08032865	3.28E-08	7.17E-13	7.23E-12	8.07E-12	4.44E-15	2.43E-08
		5	Outlier	0.0012829693	5.2E-09	4.44E-16	1.38E-13	1.89E-15	0	2.91E-11
		1	Nova	0.9370	1.0000	0.7232	0.7011	0.7883	0.1002	0.1982
		2	Nova	1.0000	0.3756	0.7728	0.9671	0.4164	0.1933	0.5442
		2	Outlier+Nova	0.07059534	5.60E-06	7.89E-09	1.86E-08	7.91E-07	1.74E-11	1.78E-05
	3	1	Outlier	0.5903585	3.23E-10	2.14E-07	1.68E-10	3.41E-10	8.96E-08	2.16E-09
		2	Outlier	0.0022514665	1.7E-13	5.30E-11	5.43E-14	3.31E-13	4.04E-10	2.78E-12
		5	Outlier	2.34E-05	3.66E-15	3.56E-13	0	0	1.33E-13	4.44E-16
		1	Nova	1.0000	0.2939	0.3593	0.8637	0.0728	0.5337	0.5351
		2	Nova	1.0000	0.7956	0.5003	0.5015	0.6001	0.1632	0.7910
		2	Outlier+Nova	0.1957362	1.73E-09	3.25E-07	7.61E-10	1.40E-09	3.83E-07	1.05E-08
100	1	1	Outlier	2.61E-05	1.81E-05	9.11E-09	2.47E-12	4.44E-16	7.20E-11	6.00E-09
		2	Outlier	2.21E-06	4.03E-09	2.65E-13	0	0	1.01E-14	2.29E-12
		5	Outlier	1.41E-09	4.15E-12	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.8903	0.8952	1.0000	0.3820	0.1001	0.1660	0.9595
		2	Nova	0.3900	1.0000	0.5362	0.3058	0.8239	0.1994	0.6152
		2	Outlier+Nova	0.0001062850	0.0001467943	6.0E-08	9.26E-12	1.67E-15	4.29E-10	4.42E-08
	2	1	Outlier	4.40E-10	6.07E-07	4.41E-08	1.25E-09	2.23E-11	3.46E-08	9.95E-08
		2	Outlier	3.88E-13	4.90E-09	1.73E-11	7.41E-14	9.21E-15	3.18E-12	3.69E-11
		5	Outlier	0	1.06E-11	0	0	0	0	1.11E-16
		1	Nova	0.7361	0.8660	0.3340	1.0000	0.8774	0.8003	0.2490
		2	Nova	0.0145	0.4134	1.0000	0.0380	0.1787	0.9909	0.4626
		2	Outlier+Nova	7.30E-09	2.48E-06	2.83E-07	1.14E-08	1.77E-10	2.08E-07	2.34E-06
	3	1	Outlier	0.0079673925	7.3E-09	1.30E-07	3.69E-12	1.70E-11	1.23E-13	7.43E-09
		2	Outlier	5.47E-05	2.67E-13	1.15E-10	8.88E-16	2.44E-15	0	4.23E-13
		5	Outlier	4.89E-05	0	1.11E-16	0	0	0	0
		1	Nova	1.0000	0.9088	0.3455	0.0826	0.0630	0.6682	0.9897
		2	Nova	1.0000	0.9198	0.4296	0.9612	0.5664	0.4726	0.3331
		2	Outlier+Nova	0.0018485374	8.8E-08	1.30E-06	3.93E-11	2.16E-11	9.73E-13	2.88E-08
500	1	1	Outlier	6.00E-07	1.01E-09	7.13E-07	1.33E-15	6.73E-11	4.03E-11	7.19E-11
		2	Outlier	1.04E-12	2.22E-16	9.33E-15	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	1.0000	0.4858	1.0000	0.6279	0.0943	0.0943	0.3401
		2	Nova	1.0000	0.0583	0.7395	0.0972	0.2591	0.8726	0.0476
		2	Outlier+Nova	1.82E-06	1.49E-07	5.87E-06	7.22E-15	3.80E-10	1.57E-10	1.45E-10
	2	1	Outlier	3.24E-08	9.90E-08	1.11E-10	1.02E-13	1.40E-14	2.66E-14	0
		2	Outlier	5.08E-13	2.16E-14	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.0406	0.2132	1.0000	1.0000	0.7509	0.1966	1.0000
		2	Nova	0.9692	0.9358	0.8198	0.1439	0.0917	0.0913	0.1012
		2	Outlier+Nova	6.48E-08	1.59E-06	9.62E-10	3.99E-12	1.25E-13	1.96E-13	0
	3	1	Outlier	2.15E-10	6.36E-10	1.48E-08	1.13E-11	5.40E-09	0	7.77E-15
		2	Outlier	0	1.11E-15	0	0	0	0	0
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.4196	0.1274	0.6387	0.4218	0.7589	0.6298	0.0179
		2	Nova	0.0496	0.5612	0.5405	1.0000	0.5492	0.0985	0.9918
		2	Outlier+Nova	1.18E-11	3.70E-09	8.28E-08	5.47E-11	3.87E-08	3.33E-16	7.16E-14

Tabela E.13: Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso CII, em que  $x \in [-1; 3]$

$n$	$A$	$L$	observação	Valor de $\pi_1$						
				0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
50	1	1	Outlier	0.0001	2.84E-05	7.61E-07	1.98E-09	6.92E-09	4.19E-10	3.72E-09
		2	Outlier	7.12E-07	2.45E-05	7.69E-09	1.01E-11	2.74E-11	1.32E-14	4.18E-12
		5	Outlier	2.22E-08	2.06E-04	6.82E-11	3.22E-14	6.08E-14	4.17E-14	5.00E-15
		1	Nova	0.2437	1.0000	1.0000	0.3926	0.1095	0.8159	0.2625
		2	Nova	0.0898	0.2931	1.0000	0.2465	0.8964	0.3028	0.8553
		2	Outlier+Nova	1.40E-04	7.64E-05	5.63E-07	2.40E-08	3.04E-08	3.54E-07	1.31E-08
		2	1	Outlier	2.09E-10	2.33E-07	5.01E-07	2.69E-14	8.46E-09	7.27E-07
			2	Outlier	2.24E-12	2.53E-07	8.51E-08	0	4.28E-11	1.91E-09
			5	Outlier	1.04E-13	3.30E-08	1.41E-07	0	1.85E-13	1.36E-12
			1	Nova	0.1430	0.8220	0.3714	0.3858	0.3145	0.5161
			2	Nova	0.5148	0.2012	0.8266	0.0445	0.1595	0.9793
		3	2	Outlier+Nova	1.31E-10	1.88E-05	7.16E-06	1.79E-13	5.67E-08	4.39E-06
			1	Outlier	0.0003	9.63E-09	6.15E-09	2.02E-09	1.10E-07	2.33E-12
			2	Outlier	0.0013	1.36E-11	9.03E-12	1.22E-12	7.16E-13	7.77E-16
			5	Outlier	0.0042	2.33E-15	4.00E-15	1.19E-14	1.44E-15	0
			1	Nova	0.3525	0.3382	0.8701	0.6222	0.8143	0.7905
			2	Nova	0.3318	0.4298	0.3652	0.1858	0.6389	0.0726
			2	Outlier+Nova	4.23E-05	7.71E-08	5.65E-08	2.53E-09	1.77E-07	9.84E-12
	100	1	1	Outlier	1.02E-10	1.27E-09	4.90E-11	2.30E-10	8.84E-12	1.31E-11
			2	Outlier	4.33E-15	1.01E-13	0	3.33E-16	1.11E-16	4.22E-15
			5	Outlier	0	0	0	0	0	0
			1	Nova	0.3564	0.1758	0.2593	1.0000	0.0588	0.3284
			2	Nova	0.9804	0.7896	0.4318	0.4223	0.0038	0.5475
			2	Outlier+Nova	1.44E-10	9.99E-09	4.94E-12	2.09E-10	6.81E-11	4.95E-11
		2	1	Outlier	8.54E-06	4.29E-09	4.59E-10	0	4.96E-10	0
			2	Outlier	3.07E-08	9.60E-13	1.11E-16	0	7.22E-15	0
			5	Outlier	5.76E-12	0	1.11E-16	0	0	0
			1	Nova	1.0000	0.2069	0.4391	0.8163	0.6023	1.0000
			2	Nova	0.1205	0.9282	0.4870	0.5115	0.7992	0.2447
		3	2	Outlier+Nova	2.01E-05	1.33E-08	1.25E-09	1.11E-16	3.10E-09	2.22E-16
			1	Outlier	6.85E-13	8.92E-11	3.09E-08	2.37E-12	2.40E-09	1.04E-07
			2	Outlier	2.44E-15	4.44E-16	1.92E-13	0	1.39E-13	2.60E-11
			5	Outlier	0	0	0	0	0	1.73E-14
			1	Nova	0.8139	0.7337	0.2836	0.0483	0.5575	1.0000
			2	Nova	0.8330	0.5056	0.9595	0.4666	0.8146	1.0000
			2	Outlier+Nova	7.00E-11	6.02E-10	1.45E-07	3.25E-12	2.50E-08	2.05E-07
	500	1	1	Outlier	1.72E-10	1	1.20E-11	5.75E-12	0	3.77E-09
			2	Outlier	0	0	1.11E-16	0	0	0
			5	Outlier	0	0	0	0	0	0
			1	Nova	0.0146	1.0000	0.2326	0.0145	0.2605	0.7961
			2	Nova	0.9096	0.9495	0.9307	0.9869	0.3743	0.6278
			2	Outlier+Nova	1.02E-08	1	1.66E-11	2.42E-11	0	1.55E-15
		2	1	Outlier	5.00E-15	9.90E-11	1.77E-09	2.38E-14	0	1.99E-12
			2	Outlier	0	0	0	0	0	0
			5	Outlier	0	0	0	0	0	0
			1	Nova	0.6870	0.5526	0.4527	0.7915	0.3924	1.0000
			2	Nova	0.8177	0.9791	0.8889	0.7690	0.0123	0.4907
		3	2	Outlier+Nova	9.10E-15	1.09E-09	1.11E-09	1.01E-13	0	1.44E-11
			1	Outlier	6.18E-06	0	9.69E-13	1.11E-16	0	0
			2	Outlier	2.66E-15	0	0	0	0	0
			5	Outlier	0	0	0	0	0	0
			1	Nova	0.0706	1.0000	0.5556	0.6959	0.0311	0.8145
			2	Nova	0.3127	1.0000	0.2027	0.8950	0.0814	0.2691
			2	Outlier+Nova	8.44E-06	0	7.97E-12	9.99E-16	0	0

Tabela E.14: Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso CII, em que  $x \in [0; 2]$

$n$	$A$	$L$	observação	Valor de $\pi_1$							
				0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	
50	1	1	Outlier	1.16E-13	2.90E-14	7.77E-13	5.77E-15	1.47E-13	9.77E-15	4.10E-13	
		2	Outlier	0	5.55E-16	0	0	1.11E-16	0	0	
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	
		1	Nova	0.1572	0.0908	0.5358	0.5212	0.6845	0.5701	0.8728	
		2	Nova	0.8896	1.0000	1.0000	0.4016	0.3486	0.7877	0.1627	
		2	Outlier+Nova	2.11E-15	1.65E-13	2.61E-12	1.55E-15	1.38E-12	6.20E-12	1.67E-12	
		2	1	Outlier	2.20E-12	2.40E-13	0	7.11E-15	3.49E-13	0	1.11E-15
		2	2	Outlier	9.31E-07	1.11E-16	0	0	0	0	0.02661228
		2	5	Outlier	5.28E-08	0	0	0	0	0	1.11E-16
	2	1	Nova	0.3819	0.3075	0.1491	0.3311	0.5028	1.0000	0.8956	
		2	Nova	0.0875	0.3068	0.0458	0.1925	0.1923	0.1664	0.1928	
		2	2	Outlier+Nova	0.0006	1.21E-12	0	6.88E-15	4.86E-13	0	1.03E-14
		3	1	Outlier	1.25E-13	0	3.59E-14	6.99E-15	2.22E-16	1.12E-13	0.0046
		3	2	Outlier	0	0	0	0	0	1.11E-16	2.52E-06
		3	5	Outlier	0	0	0	0	0	2.83E-14	2.55E-15
		3	1	Nova	0.7222	0.0314	0.1789	0.5314	0.5844	0.4718	0.8958
		3	2	Nova	0.0880	0.1675	0.9220	0.7648	0.4814	0.9430	0.2010
		3	2	Outlier+Nova	5.00E-13	3.89E-15	1.23E-12	9.77E-14	8.88E-16	2.14E-09	2.31E-09
100	1	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	
		1	Nova	0.1741	1.0000	0.1755	0.1334	0.1919	0.2424	0.0763	
		2	Nova	0.0830	1.0000	0.0766	0.8378	0.0974	0.6549	0.7074	
		2	2	Outlier+Nova	0	0	0	1.11E-13	0	0	0
		2	1	Outlier	1.11E-16	0	0	0	0	0	2.22E-16
		2	2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		2	5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
	2	1	Nova	0.1746	0.3794	0.1815	0.4670	0.0310	0.6708	0.6938	
		2	Nova	0.5324	0.0964	0.1823	0.4076	0.1668	0.0954	0.9123	
		2	2	Outlier+Nova	4.00E-15	0	0	0	0	0	1.89E-15
		3	1	Outlier	2.22E-16	0	2.22E-16	0	1.11E-16	0	1.31E-13
		3	2	Outlier	0	0	0	0	0	0	1
		3	5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		3	1	Nova	0.2346	0.6190	0.2999	0.7209	0.4353	0.6318	0.6734
		3	2	Nova	0.7559	0.8213	0.7563	0.0850	0.6992	0.2998	0.8320
		3	2	Outlier+Nova	6.66E-16	1.11E-16	2.00E-15	0	0	0	2.57E-13
500	1	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	
		1	Nova	0.0801	0.7839	0.4778	0.8792	0.9595	0.3703	0.8393	
		2	Nova	0.0805	0.0733	0.7447	0.4802	0.6096	0.4923	0.7484	
		2	2	Outlier+Nova	0	0	0	0	1.11E-16	0	0
		2	1	Outlier	2.21E-14	0	0	0	0	0	0
		2	2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		2	5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
	2	1	Nova	1.0000	1.0000	0.9048	0.2560	0.6193	0.3409	0.6680	
		2	Nova	0.5170	1.0000	0.4278	0.1185	0.9777	0.0012	0.3450	
		2	2	Outlier+Nova	4.89E-12	0	0	0	0	0	0
		3	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		3	2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		3	5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
		3	1	Nova	0.3245	1.0000	0.7566	0.9191	0.1993	0.3012	0.1667
		3	2	Nova	0.9170	1.0000	0.4428	0.0000	0.0904	0.0282	0.8473
		3	2	Outlier+Nova	0	0	0	0	0	0	0

Tabela E.15: Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso CIV, em que  $x \in [-1; 3]$



$n$	$A$	$L$	observação	Valor de $\pi_1$							
				0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	
50	1	1	Outlier	3.80E-13	1.33E-15	6.66E-16	4.44E-16	0	1.55E-15	0	
		2	Outlier	3.33E-16	0	0	0	0	0	0	
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	
		1	Nova	0.0941	0.5330	0.1380	0.2063	0.6060	0.7068	0.3041	
		2	Nova	0.8046	0.9874	0.1565	0.8928	0.1054	0.6507	0.9276	
		2	Outlier+Nova	5.98E-12	6.77E-15	4.33E-15	3.77E-15	0	1.08E-14	0	
	2	1	Outlier	8.55E-14	1.11E-16	1.65E-13	0	1.83E-14	2.35E-12	1.11E-16	
		2	Outlier	0	0	0	0	0	3.33E-15	0	
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	
		1	Nova	0.1093	0.1585	0.5168	0.1093	0.7024	0.5563	0.9331	
		2	Nova	0.7818	0.6789	0.6770	0.0908	0.5419	0.9789	0.8474	
		2	Outlier+Nova	1.26E-12	4.66E-15	7.18E-13	2.22E-13	0	4.86E-12	2.22E-16	
	3	1	Outlier	3.01E-13	2.33E-15	1.42E-13	3.84E-14	0	2.68E-14	4.11E-15	
		2	Outlier	9.99E-16	0	5.55E-16	0	0	0	9.77E-15	
		5	Outlier	0	0	0	0	0	7.87E-14	7.77E-16	
		1	Nova	1.0000	1.0000	0.6838	0.7184	0.2355	0.3432	0.5149	
		2	Nova	1.0000	0.8197	0.5839	0.0972	0.6294	0.8647	0.7664	
		2	Outlier+Nova	1.01E-12	9.99E-16	8.58E-13	4.02E-14	0	2.21E-11	4.72E-13	
	100	1	1	Outlier	1.49E-14	0	1.11E-16	2.22E-16	1.11E-16	0	0
			2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
			5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
			1	Nova	0.4693	0.2090	1.0000	0.4376	0.7414	0.8776	0.6427
			2	Nova	0.1034	1.0000	1.0000	0.6646	0.7539	0.3084	0.1078
			2	Outlier+Nova	5.55E-15	0	3.33E-16	6.55E-15	1.44E-15	0	0
		2	1	Outlier	0	0	0	5.55E-16	0	0	6.20E-14
			2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
			5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0
			1	Nova	1.0000	0.2566	1.0000	0.8561	0.5479	0.1107	0.9287
2			Nova	1.0000	0.5536	0.8673	0.8922	0.0000	0.0784	0.6130	
2			Outlier+Nova	0	0	0	6.66E-16	1.20E-13	0	1.78E-15	
3	1	Outlier	0	0	0	0	3.89E-15	6.66E-15	1.11E-16		
	2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0		
	5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0		
	1	Nova	1.0000	0.2226	0.5933	0.7832	1.0000	1.0000	0.9588		
	2	Nova	0.6920	0.7892	0.9444	0.6723	0.5398	0.3349	0.9475		
	2	Outlier+Nova	0	0	0	0	6.27E-14	0	0		
500	1	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	7.82E-14	
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	
		1	Nova	0.5309	1.0000	0.6168	0.2438	0.0435	1.0000	0.2426	
		2	Nova	1.0000	1.0000	0.3632	0.5567	0.5364	0.9016	0.1515	
		2	Outlier+Nova	0	0	0	1.11E-16	0	0	0	
	2	1	Outlier	2.22E-16	0	0	0	0	0	0	
		2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	
		1	Nova	0.5214	0.1867	0.3688	0.0099	0.3376	0.5137	0.1405	
		2	Nova	0.0666	0.1998	0.3096	0.6732	0.3541	0.6843	0.2288	
		2	Outlier+Nova	5.55E-16	0	0	0	0	0	0	
3	1	Outlier	0	0	0	0	5.95E-11	0	0		
	2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0		
	5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0		
	1	Nova	0.1000	0.3917	0.4924	0.5480	1.0000	0.9069	0.1633		
	2	Nova	0.3001	1.0000	0.5527	0.2296	0.0049	0.0549	0.2557		
	2	Outlier+Nova	0	0	0	0	1.47E-09	0	0		

Tabela E.16: Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de duas regressões lineares no caso CIV, em que  $x \in [0; 2]$

n	A	L	observação	$\pi_1$																	
				0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2								
100	1	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	1	Nova	0.2157	0.5633	0.1332	0.7389	0.3279	0.9234	0.3064	0.2498	0.8642	1.0000	0.7191	0.7484	0.2438	0.4070	0.9560	0.9560	6.66E-16	0.2
	2	2	Nova	0.6853	0.8678	0.0500	0.7571	0.9667	0.1075	0.0290	0.3713	0.0414	0.7509	0.8577	0.9240	0.1417	0.5099	0.9528	0.9528	7.43E-10	0.3
2	2	2	Outlier+Nova	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	1	Nova	0.2540	0.5051	0.1284	0.2497	0.0041	0.4453	0.7956	0.5571	0.7611	0.8572	0.8612	0.8274	0.3893	0.4240	0.7813	0.7813	0.9678	0.2
3	2	2	Outlier+Nova	0.1382	0.8285	0.2333	0.5166	0.2450	0.4478	0.6912	0.6317	0.2575	0.0513	0.8191	0.7972	0.4386	0.7573	1.95E-09	2.55E-11	7.77E-16	0.3
	1	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	1	Nova	0.5628	0.8715	0.2819	0.4435	0.3423	0.7807	0.4266	0.1624	0.4397	0.1778	0.6078	0.8330	0.9434	0.8396	0.8259	0.9109	1.93E-10	0.2
500	2	2	Outlier+Nova	0.5555	0.0089	0.0211	0.5561	0.4803	0.6781	0.4129	0.2489	0.7531	0.0395	0.9544	0.9403	0.2824	0.8179	0.9109	1.93E-10	1.93E-10	0.3
	1	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	1	Nova	0.0131	0.4406	0.4158	0.5460	0.6134	0.6471	0.4529	0.1027	0.4285	0.4748	0.5369	0.6861	0.7445	0.7844	0.6903	0.6903	0.6903	0.2
2	2	2	Nova	0.6961	0.6347	0.9319	0.5747	0.8997	0.6936	0.8448	0.5875	0.8091	0.1071	0.2666	0.6392	0.2165	0.1924	0.5867	0.5867	0.5867	0.3
	1	1	Outlier+Nova	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	1	Nova	0.5703	0.7042	0.1929	0.6139	0.4120	0.3097	0.2485	0.9567	0.3300	0.1359	0.7702	0.0159	0.5392	0.0690	0.0917	0.0917	0.0917	0.2
3	2	2	Outlier+Nova	1.0000	0.9272	0.3780	0.6915	0.4078	0.6532	0.9207	0.3796	0.1867	0.3557	0.9349	0.5721	0.3277	0.2438	0.9839	0.9839	0.9839	0.3
	1	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	1	Nova	0.2464	0.2923	0.9891	0.2033	0.2152	0.5646	0.5414	0.0977	0.8258	0.8679	0.4992	0.2161	0.4600	1.0000	0.1661	0.1661	0.1661	0.2
2	2	2	Nova	0.2100	0.6378	0.8664	0.3045	0.9334	0.0854	0.6151	0.8206	0.3495	0.6992	0.7172	0.5094	0.2999	0.5779	0.9062	0.9062	0.9062	0.3
	1	1	Outlier+Nova	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	2	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	1	Nova	0.2464	0.2923	0.9891	0.2033	0.2152	0.5646	0.5414	0.0977	0.8258	0.8679	0.4992	0.2161	0.4600	1.0000	0.1661	0.1661	0.1661	0.2

Tabela E.17: Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de três regressões lineares no caso II, em que  $x \in [-1, 3]$

n	A	L	observação	$\pi_1$																	
				0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
100	1	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			1 Nova	0.0244	0.8252	0.9779	0.8999	0.0546	0.9203	0.8175	0.0499	0.0628	0.2325	0.0948	0.5915	0.6128	0.1632	0.3253	0.9828	0.3253	0.3253
			2 Nova	0.4396	0.5591	0.0505	1.0000	0.0541	0.2573	0.4063	0.7881	0.1063	0.6265	0.8234	0.4175	0.8653	0.5887	0.9828	0.9828	0.9828	0.9828
	2	1	Outlier+Nova	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			5 Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
500	1	1	1 Nova	0.7480	0.7795	0.6996	0.2574	0.9163	0.8998	0.3225	1.0000	0.1854	0.1415	0.1590	0.6099	0.1666	0.6610	0.6499	0.6499	0.6499	0.6499
			2 Nova	0.3843	0.6835	0.5777	0.1183	0.7765	0.3843	0.2271	0.0428	0.5184	1.0000	0.1944	0.3852	0.3375	0.6023	0.3330	0.3330	0.3330	0.3330
			Outlier+Nova	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			5 Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
500	1	1	1 Nova	0.5928	0.2989	0.6389	0.4692	0.4356	0.4115	0.0540	0.5776	0.4554	0.8561	0.4363	0.2321	0.6129	0.1792	0.6209	0.6209	0.6209	0.6209
			2 Nova	0.0346	0.3520	0.1922	0.3452	0.7297	0.4569	0.4268	0.6023	0.0184	0.6490	0.2599	0.1707	0.3235	0.4265	0.2710	0.2710	0.2710	0.2710
			Outlier+Nova	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			5 Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
500	1	1	1 Nova	0.8362	0.4055	0.8127	0.2373	0.2729	0.8509	0.3120	0.2078	0.5333	0.3468	0.3758	0.7008	0.4839	0.5355	0.1464	0.1464	0.1464	0.1464
			2 Nova	0.1596	0.4132	0.3625	0.9711	0.5831	0.7590	0.6834	0.5657	0.2765	0.5704	0.5748	0.4396	0.4283	0.2534	0.0286	0.0286	0.0286	0.0286
			Outlier+Nova	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			5 Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
500	1	1	1 Nova	0.3275	0.5706	0.1498	0.8658	0.8347	0.7080	0.5139	0.7898	0.0809	0.9901	0.6542	0.0169	0.4220	0.7757	0.9274	0.9274	0.9274	0.9274
			2 Nova	0.5777	0.4902	0.4832	0.8704	0.8539	0.6716	0.1578	0.9486	0.2314	0.6322	0.9674	0.1893	0.4653	0.4309	0.1163	0.1163	0.1163	0.1163
			Outlier+Nova	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	1	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			5 Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela E.18: Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de três regressões lineares no caso II, em que  $x \in [0; 2]$

Tabela E.19: Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de três regressões lineares no caso III, em que  $x \in [-1, 3]$

$n$	$A$	$L$	observação	$\pi_1$												
				0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.3	$\pi_2$	0.3	0.3	0.3	
100	1	1	Outlier	1.61E-09	4.36E-08	3.87E-10	1.96E-08	1.18E-12	6.89E-07	9.51E-09	2.38E-07	1.61E-09	8.14E-10	1.68E-08	2.22E-16	1.42E-11
		2	Outlier	2.24E-12	5.78E-11	3.40E-14	1.07E-10	1.44E-15	0	2.15E-10	2.22E-15	8.32E-11	1.14E-12	3.35E-12	0	1.44E-14
		5	Outlier	1.11E-16	3.00E-15	0	0.0162	0	0	0	0	0	0	1.11E-16	0	0
		1	Nova	1.0000	0.9987	1.0000	0.9925	0.3249	0.0053	0.0001	0.4719	0.0832	0.2228	0.3102	0.4335	1.0000
		2	Nova	0.5023	0.0351	0.9925	0.3249	0.0053	0.8830	0.0001	0.4719	0.0832	0.2228	0.3102	0.4335	1.0000
2	2	2	Outlier+Nova	1.23E-08	2.85E-07	2.16E-09	1.51E-08	1.46E-12	7.83E-07	1.19E-11	7.47E-07	1.33E-09	1.34E-09	6.27E-08	8.88E-16	8.07E-11
		1	Outlier	2.32E-06	4.44E-16	1.24E-05	1.29E-09	3.80E-08	2.72E-14	2.79E-09	6.16E-10	7.13E-13	1.38E-12	4.84E-10	4.54E-09	1.11E-09
		2	Outlier	6.32E-08	0	1.23E-06	6.69E-11	3.81E-12	0	1.04E-12	0	1.67E-15	4.44E-15	2.40E-14	9.15E-14	1.29E-13
		5	Outlier	9.99E-11	0	1.27E-09	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		1	Nova	0.1824	1.0000	0.9465	1.0000	0.0640	0.5388	0.9301	1.0000	0.0454	0.5397	0.0035	0.0560	0.1001
3	2	2	Outlier+Nova	0.4493	0.7581	1.0000	1.0000	0.4010	0.3070	0.2547	0.9333	0.0866	0.1237	0.3636	0.1984	1.0000
		1	Outlier	6.38E-06	1.71E-12	0.0002	2.82E-07	8.86E-08	1.19E-09	1.40E-07	4.69E-10	7.85E-12	1.62E-11	3.01E-09	3.79E-09	5.01E-09
		2	Outlier	7.41E-10	1.08E-07	2.79E-07	8.62E-10	1.04E-07	2.85E-12	7.43E-10	1.95E-12	5.96E-08	1.20E-12	2.65E-13	1.67E-10	9.90E-11
		5	Outlier	1.58E-12	3.52E-09	8.24E-11	4.75E-13	2.40E-12	0	9.55E-15	1.11E-16	7.20E-12	0	3.33E-15	2.83E-14	2.04E-14
		1	Nova	0	5.75E-14	4.04E-14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
500	1	1	Nova	0.3884	0.5099	0.0822	1.0000	0.5637	0.9478	0.6535	0.1308	0.6735	0.0686	0.9828	0.8715	0.8021
		2	Nova	1.0000	0.9774	0.6913	0.2755	0.5867	0.1744	0.1536	0.6719	0.0037	0.3851	0.6012	0.5245	0.2713
		2	Outlier+Nova	3.66E-09	2.41E-07	1.67E-06	1.67E-07	1.29E-08	1.24E-11	3.56E-09	7.65E-12	1.76E-08	1.34E-11	1.94E-12	1.17E-09	3.23E-10
		1	Outlier	3.77E-15	2.01E-10	0	2.61E-11	4.87E-07	7.12E-14	3.64E-10	8.55E-14	3.71E-11	7.39E-09	5.15E-13	4.37E-10	6.60E-08
		2	Outlier	0	1.11E-16	0	0	3.33E-15	0	0	0	0	1.55E-15	0	0	3.33E-16

n	A	L	observação	$\pi_1$															
				0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
100	1	1	Outlier	2.58E-12	7.13E-07	1.10E-08	5.14E-06	5.22E-06	3.07E-09	1.54E-06	7.01E-11	2.37E-05	2.83E-07	4.62E-12	0.0001	6.89E-08	0.0001	0.0002	0.0002
				6.58E-09	1.00E-10	1.40E-13	9.96E-13	4.88E-10	2.32E-09	6.74E-08	2.65E-12	1.06E-09	5.89E-08	8.77E-15	0	4.35E-12	2.78E-15	0	0
				1.78E-10	0	0	2.89E-08	0	0	0	0	0	0.0001	7.63E-14	0	0	0	0	0
				1.0000	0.0083	1.0000	1.0000	0.7999	0.8400	0.4812	0.4571	0.5347	0.0900	0.4765	1.0000	0.0050	0.0357	0.1125	0
				1.0000	0.0763	0.6558	1.0000	0.6779	0.0362	0.4308	0.7722	0.8992	0.7791	0.5226	0.2073	0.0000	0.0324	0.6421	0
	2	2	Outlier+Nova	6.40E-07	8.86E-14	1.23E-09	2.95E-08	4.53E-08	4.36E-09	7.81E-08	0	2.95E-12	1.87E-08	3.20E-06	5.17E-11	6.41E-12	7.46E-11	3.28E-10	0
				3.47E-07	2.81E-09	5.58E-10	4.23E-05	1.19E-12	1.65E-10	2.17E-10	1.32E-07	1.66E-10	5.59E-09	9.78E-07	3.61E-05	4.17E-08	2.58E-05	1.43E-11	0
				1.70E-08	5.11E-15	3.72E-13	3.33E-15	3.66E-15	0	3.59E-10	2.46E-12	1.69E-09	5.96E-05	0.1402	0	0.0279	7.20E-12	4.77E-13	0
				0	0	1.44E-15	7.41E-09	0	2.22E-11	5.93E-13	0	1.14E-05	3.86E-09	0	7.28E-14	0	0	0	0
				0.7055	0.0000	0.6579	0.5032	0.4542	0.5807	0.8967	0.7419	0.4632	1.0000	0.9717	0.1883	0.2044	0.9314	0.6836	0
500	1	1	Outlier	0.4653	0.1734	0.3738	0.8101	1.0000	0.2271	0.8636	0.9522	0.9909	0.3367	0.0868	0.0787	0.6817	0.2184	0.3882	0
				1.07E-06	2.59E-14	4.36E-08	1.62E-05	2.36E-11	7.09E-10	1.34E-09	1.98E-09	2.09E-10	1.98E-08	9.69E-07	0	1.79E-07	4.20E-10	5.87E-10	0
				0	0.0005	3.34E-10	9.30E-12	1.64E-07	0.0070	3.23E-08	1.69E-11	9.52E-12	3.38E-10	4.39E-09	1.91E-06	0	0.1281	0	0
				0	0.0001	5.61E-11	3.84E-14	1.58E-08	2.26E-13	1.63E-07	8.97E-13	2.19E-09	7.53E-05	3.29E-10	1.11E-16	5.40E-11	2.07E-12	1.29E-09	0
				5.93E-12	0	2.96E-14	1.45E-14	0	2.22E-16	1.71E-14	7.75E-14	0	3.33E-16	7.11E-11	1.11E-16	0	6.66E-16	7.16E-13	0
	2	2	Outlier+Nova	0.2418	0.2775	1.0000	1.0000	0.1290	0.1477	0.6065	1.0000	0.0743	0.6845	0.1743	0.6035	0.3568	0.4369	0.5727	0
				0.4316	0.8614	0.0084	0.6112	1.0000	0.9064	0.2637	0.5403	0.2131	0.0670	0.4802	0.0845	0.0887	0.4004	0.3637	0
				2.86E-07	1.55E-10	8.83E-09	7.25E-11	3.43E-10	6.42E-07	6.36E-08	1.30E-10	5.44E-11	3.96E-10	8.85E-11	6.37E-10	0	1.07E-09	0	0
				0	0	0.0360	2.88E-06	1.93E-11	1.93E-08	0	0.006	1.16E-10	3.48E-08	0	0.0005	8.40E-08	8.88E-16	0	0
				0	0.0519	0.0008	1.29E-13	1.11E-16	0	1	3.33E-16	5.08E-14	1.78E-15	0	1.20E-10	6.17E-09	1.24E-12	0.0018	0
3	1	1	Outlier	0	0	0	1.11E-16	0	1.11E-16	1	0	0	0.0016	0	0	0	0	2.85E-13	0
				0.7950	1.0000	1.0000	0.9439	0.3757	0.9131	0.0981	0.1681	0.3431	0.5345	0.6101	0.7405	0.1308	0.0002	0.0680	0
				0.5313	0.2421	0.4403	0.3915	0.2028	0.2036	0.7314	0.0892	0.0008	0.2241	0.5843	0.0520	0.4777	1.0000	0.4887	0
				2.51E-13	0	0	5.40E-10	6.61E-14	1.83E-08	6.64E-11	8.22E-10	1.33E-15	3.07E-08	1.11E-16	1.40E-12	5.02E-07	8.55E-15	2.30E-07	0
				1.35E-10	1.42E-06	0	0	3.44E-08	9.22E-05	1.43E-08	3.23E-05	2.43E-06	4.96E-06	1.00E-10	2.78E-15	7.44E-15	3.33E-16	1.46E-11	0
	2	2	Outlier	0	0.61E-09	0.0015	1.03E-11	9.99E-16	0	0	0	5.48E-13	1.75E-09	0	0	7.26E-08	0	1	0
				0.0236	0	0	0	0	0	7.96E-08	0	0	0	0	0	0	0	0	0
				0.6616	0.3840	1.0000	1.0000	0.1754	0.7997	0.2047	0.6301	0.4751	0.9354	0.9308	0.3088	0.2862	0.9296	0.7494	0
				1.0000	0.6935	0.6127	0.5450	0.0176	0.4345	0.0714	0.7881	1.0000	0.9733	0.1603	0.2808	0.0051	0.0482	0.3452	0
				1.09E-09	1.93E-11	2.80E-11	1	9.83E-10	1.30E-11	3.49E-09	0	1.18E-11	4.44E-09	6.46E-10	4.44E-16	5.33E-15	3.00E-15	6.39E-11	0
5	1	1	Outlier+Nova	0	1.15E-14	7.05E-11	2.84E-07	2.95E-09	4.64E-10	1.24E-11	1.44E-15	1.80E-05	2.11E-07	0	1.13E-06	0	0	1.47E-11	0
				0	0	0	1.32E-08	5.54E-10	0	0	2.59E-14	0	0	0	0	1.17E-07	0	1.09E-08	0
				0.0027	0	0	0	0	1.31E-10	0	0	0	0	0.3453	0	0	0	0	0
				0.8799	0.5887	0.2786	0.3751	0.0468	0.5017	0.5892	0.6439	0.2139	0.1303	0.0279	0.3842	0.2913	0.2123	0.8655	0
				0.5661	1.0000	0.1615	0.5992	0.2979	1.0000	0.6705	0.9898	1.0000	0.4966	0.2190	0.8729	0.1614	0.8543	0.9186	0
	2	2	Outlier+Nova	0	3.66E-15	1.08E-12	5.71E-13	0.0006	6.03E-10	5.50E-12	8.55E-15	0	3.55E-15	3.10E-08	3.72E-11	5.33E-11	0	1.17E-10	0

Tabela E.20: Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de três regressões lineares no caso III, em que  $x \in [0; 2]$

n	A	L	observação	$\pi_1$																			
				0.2	0.3	0.2	0.4	0.2	0.5	0.2	0.3	0.2	0.3	0.4	0.3	0.5	0.4	0.3	0.4	0.5	0.3	0.2	0.6
100	1	1	Outlier	6.51E-12	5.38E-08	6.35E-09	5.82E-07	1.25E-08	3.58E-08	7.78E-10	4.48E-12	2.70E-09	9.70E-10	4.53E-08	3.91E-09	3.46E-10	1.12E-07	3.28E-13					
		2	Outlier	5.33E-15	5.71E-12	6.68E-12	8.17E-14	4.68E-13	3.24E-12	1.42E-14	2.78E-15	1.99E-13	5.33E-13	8.89E-12	5.85E-13	2.55E-15	1.11E-12	1.11E-16					
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
		1	Nova	0.3666	0.6548	0.1733	0.7366	0.1729	0.0223	0.1163	0.1193	0.8622	1.0000	0.0916	0.1286	0.3381	0.8950	0.0951					
		2	Nova	0.2648	0.3829	0.2273	0.4216	0.9048	0.0090	0.4226	0.1843	0.4216	0.1130	0.9457	0.9383	0.4823	0.9892	0.3773					
2	2	2	Outlier+Nova	1.01E-09	6.23E-07	6.43E-08	8.71E-07	7.50E-08	4.02E-07	5.98E-09	1.60E-11	1.92E-08	1.35E-08	2.96E-07	2.35E-07	1.29E-09	3.03E-07	5.75E-13					
		1	Outlier	2.90E-09	1.16E-07	1.72E-06	1.03E-09	4.80E-11	1.75E-08	3.97E-14	4.29E-10	4.10E-09	8.44E-08	3.16E-10	5.79E-09	1.80E-10	2.18E-09	3.52E-12					
		2	Outlier	9.08E-14	5.84E-11	1.09E-08	3.16E-14	2.22E-16	3.13E-12	0	1.11E-16	0	1.11E-16	0	0	0	0	0					
		5	Outlier	0	0	0.0858	0.7460	0.9826	0.6967	0.4146	0.3904	0.3300	0.7039	0.4391	0.3718	0.7167	1.0000	0.7875					
		1	Nova	0.7591	1.0000	0.0509	0.0901	0.7588	0.7024	0.1113	0.9102	1.0000	0.2480	0.9338	0.8765	0.8413	0.1823	0.7310					
3	2	2	Outlier+Nova	4.87E-09	4.22E-06	3.30E-08	8.55E-08	2.48E-10	2.15E-08	5.41E-14	9.12E-09	9.77E-15	2.95E-07	5.73E-10	4.91E-08	1.04E-09	5.34E-09	1.96E-11					
		1	Outlier	2.99E-11	1.34E-09	2.51E-10	7.43E-07	3.08E-09	1.03E-08	4.25E-09	1.14E-09	1.84E-12	6.22E-08	7.75E-10	1.26E-10	2.16E-08	1.12E-12	1.10E-09					
		2	Outlier	5.11E-15	2.11E-15	2.32E-14	6.01E-10	9.62E-11	8.61E-13	2.22E-15	6.06E-14	0	1.91E-11	2.84E-13	0	3.13E-14	6.66E-16	2.56E-14					
		5	Outlier	0	0	0	3.55E-15	2.86E-14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
		1	Nova	0.1169	0.5773	0.4906	1.0000	0.2620	0.3281	0.5376	0.4315	0.8885	0.0126	0.9422	0.5788	0.6213	0.0239	0.0682					
500	2	2	Nova	0.4462	0.9474	1.0000	0.2786	0.5521	0.7970	0.1798	0.8753	1.0000	0.3270	0.8572	0.1175	0.2360	0.0672	0.0024					
		2	Outlier+Nova	2.22E-10	1.69E-09	1.57E-09	1.14E-06	2.28E-08	7.23E-08	1.73E-08	6.31E-09	1.35E-11	1.45E-07	1.24E-08	1.84E-12	9.43E-08	5.82E-12	4.46E-09					
		1	Outlier	9.43E-10	1.13E-13	4.51E-09	1.52E-11	9.90E-12	1.62E-10	1.26E-10	3.38E-06	5.82E-11	2.46E-11	2.93E-12	7.69E-11	3.01E-14	2.16E-11	5.31E-10					
		2	Outlier	1.11E-15	0	1.55E-15	0	0	0	0	1.83E-13	0	0	0	0	0	0	0					
		5	Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					

Tabela E.21: Valores-p do teste de alteração da estrutura mistura de três regressões lineares no caso IV, em que  $x \in [-1, 3]$

n	A	L	observação	$\pi_1$															
				0.2	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.2	0.2	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4
100	1	1	Outlier	8.38E-07	5.28E-10	3.14E-07	4.34E-08	1.19E-08	1.08E-06	2.49E-09	4.08E-10	2.78E-15	2.98E-09	1.73E-06	1.40E-09	5.67E-08	4.06E-09	1.46E-10	0.6
			Outlier	2.04E-11	2.14E-14	3.52E-10	3.26E-11	1.43E-12	1.40E-08	2.68E-13	1.24E-14	0	2.59E-13	2.18E-12	1.17E-13	2.47E-12	1.95E-13	4.44E-16	0.2
			Outlier	7.35E-12	0	8.33E-15	3.00E-15	0	1.17E-14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Nova	0.4913	0.9618	0.6122	0.2251	0.1364	0.8138	0.1521	0.1342	0.8845	0.7779	0.2079	0.8210	0.0428	0.0050	0.7224	0
			Nova	0.0724	0.0890	0.7706	0.1523	1.0000	0.5384	0.6059	0.2416	0.7932	0.3897	0.2573	0.4420	0.0009	0.0419	0.2740	0
	2	2	Outlier+Nova	4.79E-06	4.94E-09	1.05E-06	3.57E-07	9.65E-08	4.04E-06	1.51E-08	1.24E-09	4.47E-14	2.87E-08	6.99E-06	9.32E-09	8.81E-08	1.31E-08	5.78E-10	0
			Outlier	1.29E-06	3.13E-06	1.96E-07	3.23E-09	2.44E-09	3.17E-09	1.65E-09	6.94E-08	1.66E-09	2.15E-07	1.68E-08	6.93E-09	0	2.41E-08	9.05E-11	0
			Outlier	7.49E-09	1.05E-08	3.55E-10	1.24E-13	1.12E-14	3.33E-13	8.80E-14	2.34E-11	2.94E-14	7.39E-10	2.92E-12	6.54E-13	0	2.96E-12	1.11E-15	0
			Outlier	8.14E-14	3.54E-14	2.63E-14	0	0	0	0	2.22E-16	0	2.22E-16	0	0	0	0	0	0
			Nova	0.6410	0.7889	0.8572	0.3796	0.4684	0.1712	0.5581	0.4662	0.5203	0.2534	0.5670	0.7751	0.5551	0.3731	0.9362	0
500	1	2	Nova	0.9772	1.0000	0.0792	0.0748	0.5855	0.9560	0.3125	0.8153	0.4177	0.3489	0.4978	0.4711	0.6071	0.9657	0.2822	0
			Outlier+Nova	2.24E-06	1.55E-05	1.11E-06	2.66E-08	8.07E-09	1.46E-08	1.11E-08	4.17E-07	6.81E-09	9.02E-07	1.33E-07	2.43E-08	0	1.77E-07	4.67E-10	0
			Outlier	1.42E-05	6.48E-09	3.01E-08	5.33E-15	4.56E-08	1.36E-05	1.18E-08	1.47E-08	2.24E-08	1.32E-09	2.81E-10	3.08E-09	2.26E-07	5.47E-09	2.15E-09	0
			Outlier	5.19E-07	1.25E-12	2.22E-15	0	2.18E-11	1.38E-07	1.29E-12	5.39E-12	8.90E-13	7.46E-14	4.00E-15	9.75E-14	8.98E-11	4.72E-13	2.78E-14	0
			Outlier	3.38E-07	0	0	0	0	6.71E-11	0	0	0	0	0	0	2.22E-16	0	0	0
	2	2	Nova	0.2684	0.1576	0.7781	0.4103	0.6348	1.0000	0.2310	0.7014	0.2865	0.1778	0.4525	0.0821	0.7893	0.3196	0.4926	0
			Nova	0.0060	0.9294	0.8870	0.2298	0.4188	1.0000	0.1271	0.0879	0.8341	0.3052	0.9002	0.9095	0.4970	0.7853	0.7524	0
			Outlier+Nova	2.79E-06	3.95E-08	1.79E-07	4.60E-14	1.13E-07	0.0001	5.13E-08	6.39E-08	3.66E-08	1.57E-08	1.02E-09	2.29E-08	1.16E-06	2.10E-08	2.86E-08	0
			Outlier	2.61E-10	5.46E-09	7.11E-07	1.32E-10	3.69E-10	2.87E-09	1.44E-07	1.03E-10	5.21E-12	2.14E-09	1.80E-09	2.83E-10	4.76E-11	5.92E-10	6.05E-10	0
			Outlier	0	6.02E-13	6.99E-14	0	1.11E-16	5.88E-15	1.66E-13	0	0	1.22E-15	1.22E-15	1.11E-16	0	1.11E-16	2.22E-16	0
500	1	1	Nova	0.7230	0.5984	1.0000	0.1346	0.2179	0.5372	0.3429	0.4949	0.5862	0.6075	0.9689	0.9370	0.0885	0.8278	0.3923	0
			Nova	0.4383	0.0563	1.0000	0.7186	0.4730	0.2862	0.3143	0.6965	0.1294	0.5107	0.8942	0.2245	0.0484	0.2796	0.5435	0
			Outlier+Nova	4.86E-10	2.27E-08	4.25E-06	4.05E-10	2.19E-09	1.04E-08	8.68E-07	7.63E-10	2.41E-11	1.42E-08	3.13E-10	1.79E-09	5.05E-10	4.11E-09	4.55E-09	0
			Outlier	1.68E-10	3.67E-09	4.14E-10	3.13E-10	3.94E-10	4.32E-05	2.18E-09	4.60E-09	9.20E-10	7.11E-10	6.57E-09	2.78E-10	5.74E-10	1.49E-10	1.18E-10	0
			Outlier	0	1.91E-14	1.11E-16	1.11E-16	3.33E-16	1.06E-11	1.67E-15	8.88E-16	0	3.30E-13	2.11E-14	0	1.11E-16	0	1.11E-16	0
	2	2	Nova	0.8392	0.7587	0.7718	0.2717	0.2695	0.1147	0.1559	1.0000	0.3323	0.7437	0.1166	1.0000	0.4509	0.1474	0.7228	0
			Nova	0.8629	0.4691	0.8176	0.0296	0.5544	0.6506	0.8866	0.2161	0.1285	0.5107	0.8942	0.2012	0.8849	0.0199	0.8147	0
			Outlier+Nova	6.30E-10	1.48E-08	1.02E-09	1.21E-10	4.30E-09	6.46E-05	1.14E-08	1.06E-08	6.76E-09	2.96E-09	4.05E-08	2.36E-09	3.53E-09	6.71E-10	5.77E-10	0
			Outlier	4.84E-11	1.64E-05	5.35E-07	2.58E-10	2.49E-10	1.29E-09	2.88E-07	2.36E-10	2.45E-10	2.68E-07	3.75E-09	2.98E-11	4.45E-10	2.43E-09	6.30E-10	0
			Outlier	0	1.42E-11	1.20E-12	0	0	9.99E-16	1.51E-12	1.11E-16	0	3.54E-13	9.75E-10	0	1.11E-16	5.55E-16	2.55E-15	0
500	2	2	Nova	0.8377	0.9201	0.1326	0.0622	0.8725	0.1599	0.4775	0.3539	0.8299	0.9452	0.6784	0.8619	0.7436	1.0000	0.6801	0
			Nova	0.2001	0.8712	1.0000	0.2917	0.3887	0.2457	0.9071	0.7247	0.3543	0.4889	0.6423	0.3071	0.5269	0.6734	0.6734	0
			Outlier+Nova	3.85E-10	0.0001	3.52E-06	1.65E-10	1.95E-09	7.73E-09	5.84E-07	3.26E-09	2.03E-09	1.37E-06	2.17E-08	2.47E-10	3.44E-09	1.41E-08	1.49E-09	0
			Outlier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela E.22: Valores-p do teste de alteração da estrutura na mistura de três regressões lineares no caso IV, em que  $x \in [0; 2]$





# Bibliografia

- Agha, M. and Ibrahim, M. (1984). Algorithm as 203: Maximum likelihood estimation of mixtures of distributions. *Applied Statistics*, 33:327–332.
- Aitkin, M. (1999). Meta-analysis by random effect modelling in generalized linear models. *Statistics in Medicine*, 18:2343–2351.
- Aitkin, M., Finch, S., Mendell, N., and Thode, H. (1996). A new test for the presence of a normal mixture distribution based on the posterior bayes factor. *Statistics and Computing*, 6:121–126.
- Aitkin, M. and Wilson, G. (1980). Mixture models, outliers, and the em algorithm. *Technometrics*, 22(3):325–331.
- Anderberg, M. (1973). *Cluster analysis for Applications*. Academic Press, New York.
- Banfield, J. and Raftery, A. (1993). Model-based gaussian and non gaussian clustering. *Biometrics*, 49:803–821.
- Basford, K. and McLachlan, G. (1985). Likelihood estimation with normal mixture models. *Applied Statistics*, 34:282–289.
- Behboodian, J. (1970). On a mixture of normal distributions. *Biometrika*, 57:215–217.
- Böhning, D. (1999). *Computer-Assisted Analysis of Mixtures and Applications: Meta-analysis, Disease Mapping and Others*. Chapman & Hall, New York.
- Böhning, D., Dietz, E., Schaub, R., Schlattman, P., and Lindsay, B. (1994). The distribution of the likelihood ratio for mixtures of densities from the one parameter exponential family. *Annals of Institute of Mathematical Statistics*, 46:373–388.
- Böhning, D. and Seidel, W. (2003). Editorial: recent developments in mixture models. *Computational Statistics & Data Analysis*, 41:349–357.
- Biernacki, C., Celeux, G., and Govaert, G. (2003). Choosing starting values for the em algorithm for getting the highest likelihood in multivariate gaussian mixture models. *Computational Statistics & Data Analysis*, 41:561–575.
- Billor, N., Hadi, A. S., and Velleman, P. (2001). Bacon: Blocked adaptive computationally efficient outlier nominators. *Computational Statistics & Data Analysis*, 34:279–298.
- Birkes, D. and Dodge, Y. (1993). *Alternatives Methods of Regression*. John Wiley & Sons, New York.

- Boiteau, G., Singh, M., Singh, R., Tai, G., and T., T. (1998). Rate of spread of pvyn by alate myzus persicae(sulzer) from infected to healthy plants under laboratory conditions. *Computational Statistics & Data Analysis*, 41:335–344.
- Bowman, K. and Shenton, L. (1973). Space of solutions for a normal mixture. *Biometrika*, 60(3):629–636.
- Bowman, K. and Shenton, L. (1975). Omnibus test contours for departures from normality based on  $\sqrt{b_1}$  and  $b_2$ . *Biometrika*, 62(2):243–250.
- Bryant, J. and Paulson, A. (1983). Estimation of mixing proportions via distance between characteristic functions. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 12:1009–1029.
- Calheiros, F. and Faria, S. (2000). Sobre a assimetria e achatamento de misturas de distribuições. *Actas do VIII Congresso Anual da Sociedade Portuguesa de Estatística*, pages 171–178.
- Calot, G. (1969). *Cours de Statistique Descriptive*. Dunod.
- Campbell, J., Fraley, C., Stanford, D., Murtagh, F., and Raftery, A. (1999). Model-based methods for real-time textile fault detection. *International Journal of Imaging Systems and Technology*, 10:339–346.
- Cassie, R. (1954). Some uses of probability paper in the analysis of size frequency distributions. *Australian Journal of Marine and Freshwater research*, 5:513–522.
- Celeux, G. and Govaert, G. (1992). A classification em algorithm and two stochastic versions. *Computational Statistics & Data Analysis*, 14:315–332.
- Celeux, G. and Govaert, G. (1995). Gaussian parsimonious clustering models. *Pattern Recognition*, 28:781–793.
- Celeux, G. and Soromenho, G. (1996). An entropy criterion for assessing the number of clusters in a mixture model. *Journal Classification*, 13:195–212.
- Chambers, J., Cleveland, S., Kleiner, B., and Tukey, A. (1983). *Graphical Methods for Data Analysis*. Boston:Duxbury.
- Charlier, C. and Wicksell, S. (1924). On the dissection of frequency functions. *Arkiv for Matematik Astronomi och Fysik*, 18(6).
- Chatterjee, S. and Hadi, A. (1988). *Sensitivity Analysis in Linear Regression*. John Wiley & Sons.
- Chatterjee, S., Hadi, A., and Price, B. (2000). *Regression Analysis by Example*. John Wiley & Sons, third edition.
- Chhikara, R. and Register, D. (1979). A numerical classification method for partitioning of a large dimensional mixed data set. *Technometrics*, 21:531–538.
- Chuang, R. and Mendell, N. (1997). The approximate null distribution of the likelihood ratio test for a mixture of two bivariate normal distributions with equal variances. *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, 26:631–648.

- Clarke, B. and Heathcote, C. (1994). Robust estimation of k-component univariate normal mixtures. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 46:83–93.
- Cohen, A. (1967). Estimation in mixtures of two normal distributions. *Technometrics*, 9:15–28.
- Cohen, E. (1980). *Inharmonic tone perception*. PhD thesis, Stanford University.
- Cook, R. and Weisberg, S. (1982). *Residuals and Influence in Regression*. Chapman and Hall, New York.
- Cormack, R. (1971). a review of classification. *Journal of the Royal Statistical Society A*, 134:321–367.
- Cramér, H. (1946). *Mathematical Methods of Statistics*. Princeton University Press, New Jersey.
- Crawford, S. (1994). An application of the laplace method to finite mixture distributions. *Journal of the American Statistical Association*, 89:259–267.
- D’Agostino, R. (1986). Tests for normal distribution. In D’Agostino, R. and Stephens, M., editors, *Goodness-of-fit Techniques*, pages 367–420. New York: Marcel Dekker.
- D’Agostino, R. and Pearson, E. (1973). Tests for departure from normality. empirical results for the distributions of  $b_2$  and  $\sqrt{b_1}$ . *Biometrika*, 60(3):613–622.
- Dasgupta, A. and Raftery, A. (1998). Detecting features in spatial point processes with clutter via model-based clustering. *Journal of the American Statistical Association*, 93:294–302.
- Day, N. (1969). Estimating the components of a mixture of normal distributions. *Biometrika*, 56:463–474.
- De Veaux, R. (1989). Mixtures of linear regressions. *Computational Statistics & Data Analysis*, 8:227–245.
- Deely, J. and Kruse, R. (1968). Construction of sequences estimating the mixture distribution. *Annals of Mathematical Statistics*, 39:286–288.
- Dempster, A., Laird, N., and Rubin, D. (1977). Maximum likelihood from incomplete data via the em algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society B*, 39:1–38.
- Dias, R. and Gamerman, D. (2002). A bayesian approach to hybrid splines non-parametric regression. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 72(4):285–297.
- Doerge, R., Zeng, Z., and Weir, B. (1997). Statistical issues in the search for gene affecting quantitative traits in experimental populations. *Statistical Science*, 12:195–219.
- Eubank, R. (2002). *NonParametric Regression and Spline Smoothing*. Marcel Dekker, Inc, New York, second edition.
- Everitt, B. and Hand, D. (1981). *Finite Mixture Distributions*. Chapman and Hall, London.
- Everitt, B., Landau, S., and Leese, M. (2001). *Cluster analysis*. Arnold, fourth edition.

- Faria, S. (1998). Elementos de modelação, simulação e tratamento estatístico de dados. Master's thesis, FCUP.
- Finch, S., Mendell, N., and Thode, H. (1989). Probabilistic measures of adequacy of a numerical search for a global maximum. *Journal of the American Statistical Association*, 84:1020–1023.
- Fowlkes, E. (1979). Some methods for studying the mixture of two normal distributions. *Journal of the American Statistical Association*, 79:561–575.
- Fraley, C. (1998). Algorithms for model-based gaussian hierarchical clustering. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 20(1):270–281.
- Fraley, C. and Raftery, A. (1998). How many clusters? which clustering method? answers via model-based cluster analysis. *The Computer Journal*, 41(8):578–588.
- Fraley, C. and Raftery, A. (1999). Mclust: Software for model-based cluster analysis. *Journal of Classification*, 16:297–306.
- Fraley, C. and Raftery, A. (2002). Model-based clustering, discriminant analysis and density estimation. *Journal of the American Statistical Association*, 97:611–631.
- Fraley, C. and Raftery, A. (2003). Enhanced model-based clustering, density estimation and discriminant analysis software: Mclust. *Journal of Classification*, 20:263–286.
- Furman, W. and Lindsay, B. (1994). Measuring the relative effectiveness of moment estimators as starting values in maximizing likelihoods. *Computational Statistics & Data Analysis*, 17:493–508.
- Gan, L. and Jiang, J. (1999). A test for global maximum. *Journal of the American Statistical Association*, 94:847–854.
- Ganesalingam, S. and McLachlan, G. (1979). A case study of two clustering methods based on maximum likelihood. *Statistical Neerlandica*, 33:81–90.
- Ganesalingam, S. and McLachlan, G. (1980). A comparison of the mixture and classification approaches to cluster analysis. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 9:923–933.
- Gordon, A. (1999). *Classification*. Chapman & Hall/CRC, 2 edition.
- Gower, J. and Legendre, P. (1986). Metric and euclidean properties of dissimilarity coefficients. *Journal of Classification*, 5:5–48.
- Grais, B. (1982). *Méthodes Statistiques*. Dunod.
- Hadi, A. and Simonoff, J. (1993). Procedures for the identification of multiple outliers in linear models. *Journal of the American Statistical Association*, 88(424):1264–1272.
- Hadi, A. S. (1992). A new measure of overall potential influence in linear regression. *Computational Statistics & Data Analysis*, 14:1–27.
- Hadi, A. S. and Simonoff, J. S. (1997). A more robust outlier identifier for regression data. *Bulletin of the International Statistical Institute*, 14:281–282.

- Hasselblad, V. (1966). Estimation of parameters for a mixture of normal distributions. *Technometrics*, 8(3):431–444.
- Hasselblad, V. (1969). Estimation of finite mixtures of distributions from the exponential family. *Journal of the American Statistical Association*, 64:1459–1471.
- Hastie, T. and Tibshirani, R. (1996). Discriminant analysis by gaussian mixtures. *Journal of the Royal Statistical Society B*, 58:155–176.
- Hathaway, R. and Bezdek, J. (1993). Switching regression models and fuzzy clustering. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1(3):195–204.
- Hawkins, D., Allen, D., and Stomber, A. (2001). Determining the number of components in mixtures of linear models. *Computational Statistics & Data Analysis*, 38:15–48.
- Henriques, A. (1998). *Aplicação de Novos Conceitos de Segurança no Dimensionamento do Betão Estrutural*. PhD thesis, FEUP.
- Henriques, A. A., Calheiros, F., and Figueiras, J. (2002). Safety format for the design of concrete frames. *Engineering Computations: International Journal for Computer-Aided Engineering and Software*, 19(3):346–363.
- Henriques, L. (2000). Caos em repartições públicas. Master’s thesis, U. Évora.
- Jamshidian, M. and Jennrich, R. (1997). Acceleration of the em algorithm by using quasi-newton methods. *Journal of the Royal Statistical Society B*, 59(3):569–587.
- Jansen, R. (1993). Maximum likelihood in a generalized linear finite mixture model by using the em algorithm. *Biometrics*, 49:227–231.
- Jewell, N. P. (1982). Mixtures of exponential distributions. *Annals of Statistics*, 10:479–484.
- Johnson, N., Kotz, S., and Balakrishnan (1994). *Continuous Univariate Distributions*, volume 1. John Wiley & Sons.
- Johnston, J. (1991). *Econometric Methods*. McGraw-Hill International Editions, 3 edition.
- Jones, G., Lai, C. D., and Rayner, J. (2000). A bivariate gamma mixture distribution. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 29(12):2775–2790.
- Jones, P. and McLachlan, G. (1990). Laplace-normal mixtures fitted to wind shear data. *Journal of Applied Statistics*, 17:271–276.
- Jones, P. and McLachlan, G. (1992). Fitting finite mixture models in a regression context. *Australian Journal of Statistics*, 34(2):233–240.
- Kao, C. and Zeng, Z. (1997). General formulas for obtaining the mles and the asymptotic variance-covariance matrix in mapping quantitative trait loci when using the em algorithm. *Biometrics*, 53:653–665.
- Karlis, D. and Xekalaki, E. (1998). Minimum hellinger distance estimation for finite poisson mixtures. *Computational Statistics & Data Analysis*, 29:81–103.
- Karlis, D. and Xekalaki, E. (2003). Choosing initial values for the em algorithm for finite mixtures. *Computational Statistics & Data Analysis*, 41:577–590.

- Kaufman, L. and Rousseeuw, P. (1990). *Finding Groups in Data*. Wiley.
- Kiefer, J. and Wolfowitz, J. (1956). Consistency of the maximum likelihood estimates in the presence of infinitely many incidental parameters. *Annals of Mathematical Statistics*, 27:887–906.
- Kiefer, N. (1978). Discrete parameter variation: efficient estimation of a switching regression model. *Econometrica*, 46:427–434.
- Lange, K. (1995). A quasi newton acceleration of the em algorithm. *Statistics Sinica*, 5:1–18.
- Lehmann, E. (1983). *Theory of Point estimation*. Wiley, New York.
- Lindsay, B. (1995a). The geometry of mixture likelihood. a general theory. *Annals of Statistics*, 11:86–94.
- Lindsay, B. (1995b). *Mixture Models: Theory, Geometry and Applications*. NSF-CMBS Regional Conference Series in Probability and Statistics Volume 5, Virginia.
- Lindsay, B. and Basak, P. (1993). Multivariate normal mixtures: a fast, consistent method of moments. *Journal of the American Statistical Association*, 88:468–476.
- Lindsay, B. and Roeder, K. (1992). Residual diagnostics for mixture models. *Journal of the American Statistical Association*, 87:785–795.
- Liu, C. (1997). ML estimation of the multivariate  $t$  distribution and the em algorithm. *Journal of Multivariate Analysis*, 63:296–312.
- Louis, T. (1982). Finding the observed information matrix when using the em algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society B*, 44:226–233.
- Mardia, K. V. (1970). Measures of multivariate skewness and kurtosis with applications. *Biometrika*, 57(3):519–530.
- Marron, J. and Wand, M. (1992). Exact mean integrated squared error. *Annals of Statistics*, 20:712–736.
- McLachlan, G. (1987). On bootstrapping the likelihood ratio test statistic for the number of components in a normal mixture. *Applied Statistics*, 36:318–324.
- McLachlan, G. (1988). On the choice of initial values for the em algorithm in fitting mixture models. *The American Statistician*, 37:417–425.
- McLachlan, G. (1992). *Discriminant analysis and Statistical Pattern Recognition*. Wiley, New York.
- McLachlan, G. and Basford, K. (1988). *Mixture Models: Inference and Applications to Clustering*. Marcel Dekker, New York.
- McLachlan, G. and Krishnan, T. (1997). *The EM algorithm and Extensions*. Wiley, New York.
- McLachlan, G. and McGiffin, D. (1994). On the role of finite mixture models in survival analysis. *Statistical Methods in Medical Research*, 3:211–226.

- McLachlan, G. and Peel, D. (2000). *Finite Mixture Models*. John Wiley & Sons.
- Mendell, N., Finch, S., and H.C., T. (1993). Where is the likelihood ratio test powerful for detecting 2-component normal mixtures. *Biometrics*, 49:907–915.
- Müller, P., Erkanli, A., and West, M. (1996). Bayesian curve fitting using multivariate normal mixtures. *Biometrika*, 83(1):67–79.
- Mood, A., Graybill, F., and Boes, D. (1974). *Introduction to the Theory of Statistics*. McGraw-Hill International Editions, third edition.
- Murteira, B. (1992). *Probabilidades e Estatística*, volume I. McGraw-Hill.
- Murteira, B., Silva Ribeiro, C., Andrade e Silva, J., and Pimenta, C. (2001). *Introdução à Estatística*. McGraw-Hill.
- Narula, S., Saldiva, P., Andre, C. Elian, S., Ferreira, A., and Capelozzi, V. (1999). The minimum sum of absolute errors regression: a robust alternative to the least squares regression. *Statistics in Medicine*, 18:1401–1417.
- Nguyen, T. and Dinh, K. (1998). Characterizations of normal distributions supporting goodness-of-fit tests based on sample skewness and sample kurtosis. *Metrika*, 48:21–30.
- O’Neill, T. (1978). Normal discrimination with unclassified observations. *Journal of the American Statistical Association*, 33:218–250.
- Pearson, K. (1894). Contributions to the mathematical theory of evolution. *Philosophical Transactions, A*, 185:71–110.
- Pestana, D. and Velosa, S. (2002). *Introdução à Probabilidade e à Estatística*. Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa.
- Peters, B. and Walker, H. (1978). An iterative procedure for obtaining maximum-likelihood estimators of the parameters for a mixture of normal distributions. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 35:362–378.
- Pilla, R. and Lindsay, B. (2001). Alternative em methods for nonparametric finite mixture models. *Biometrika*, 88:535–550.
- Preston, E. (1953). A graphical method for the analysis of statistical distributions into two normal components. *Biometrika*, 40:460–464.
- Quandt, R. (1972). A new approach to estimating switching regressions. *Journal of the American Statistical Association*, 67:306–310.
- Quandt, R. and Ramsey, J. (1978). Estimating mixtures of normal distributions and switching regression. *Journal of the American Statistical Association*, 73:730–738.
- Rahmatullah Imon, A. (2003). Regression residuals, moments and their use in tests for normality. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 32(5):1021–1034.
- Rao, C. R. (1948). The utilization of multiple measurements in problems of biological classification. *Journal of the Royal Statistical Society B*, 10:159–203.
- Redner, R. and Walker, H. (1984). Mixture densities, maximum likelihood and the em algorithm. *SIAM Review*, 26:195–239.

- Roeder, K. (1990). Density estimation with confidence data sets exemplified by superclusters and voids in the galaxies. *Journal of the American Statistical Association*, 85:617–624.
- Roeder, K. (1994). A graphical technique for determining the number of components in a mixture of normals. *Journal of the American Statistical Association*, 89:487–495.
- Rousseeuw, P. (1984). Least median of squares regression. *Journal of the American Statistical Association*, 79:871–880.
- Rousseeuw, P. and Leroy, A. (1987). *Robust regression and Outlier Detection*. John Wiley & Sons, New York.
- Ruppert, D. and Carroll, R. (1980). Trimmed least squares estimation in the linear model. *Journal of the American Statistical Association*, 75:828–838.
- Schwarz, G. (1977). Estimating the dimension of a model. *Annals of Statistics*, 6(2):461–464.
- Scott, D. (1992). *Multivariate Density Estimation*. Wiley, New York.
- Silverman, B. (1986). *Density Estimation for Statistics and Data analysis*. Chapman and Hall, London.
- Späth, H. (1980). *Cluster analysis Algorithms*. Ellis Horwood, Chichester.
- Srivastava, M. and Awan, H. (1982). On the robustness of hotelling  $t^2$ -test and distribution of linear and quadratic forms in sampling from a mixture of two multivariate normal populations. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 11(1):81–107.
- Srivastava, M. and Awan, H. (1984). On the robustness of the correlation coefficient in a sampling from mixture of two bivariate normals. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 13(3):371–382.
- Stanford, D. and Raftery, A. (2000). Finding curvilinear features in spatial point patterns: Principal curve clustering with noise. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(6):601–609.
- Tarter, M. and Lock, M. (1993). *Model-Free Curve Estimation*. Chapman & Hall, London.
- Tarter, M. and Silvers, A. (1975). Implementation and applications of bivariate gaussian mixture decomposition. *Journal of the American Statistical Association*, 70:47–55.
- Tassi, P. (1986). *Méthodes Statistiques*. Economica, Paris, 2<sup>o</sup>Édition edition.
- Teicher, H. (1963). Identifiability of finite mixtures. *Annals of Mathematical Statistics*, 34:1265–1269.
- Thode, H., Finch, S., and Mendell, N. (1988). Simulated percentage points for the null distribution of the likelihood ratio test for a mixture of two normals. *Biometrics*, 44:1195–1201.
- Thompson, T., Smith, P., and Boyle, J. (1998). Finite mixtures models with concomitant information: assessing diagnostic criteria for diabetes. *Applied Statistics*, 47(3):393–404.



- Titterington, D. (1996). Mixture distributions(update). In Kotz, S., Johnson, N., and Banks, D., editors, *Encyclopedia of Statistical Sciences*, pages 399–407. New York:Wiley.
- Titterington, D., Smith, A., and Makov, U. (1985). *Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions*. John Wiley & Sons.
- Turner, T. (2000). Estimating the propagation rate of a viral infection of potato plants via mixtures of regressions. *Applied Statistics*, 49(3):371–384.
- Viele, K. and Tong, B. (2002). Modeling with mixtures of linear regressions. *Statistics and Computing*, 12:315–330.
- Wang, P., Puterman, M., Cockburn, I., and Le, N. (1996). Mixed poisson regression models with covariate dependent rates. *Biometrics*, 52:381–400.
- Wang, S., Woodward, W., Gray, H., Wiechecki, S., and Sain, S. (1997). A new test for outlier detection from a multivariate mixture distribution. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 6:285–299.
- Ward, J. (1963). Hierarchical groupings to optimize an objective function. *Journal of the American Statistical Association*, 58:236–244.
- Wedel, M. and DeSarbo, W. (1995). A mixture likelihood approach for generalized linear models. *Journal of Classification*, 12:21–55.
- Withers, C. (1991). Moment estimates for mixtures with common scale. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 20(4):1445–1461.
- Wood, G. R. (1999). Binomial mixtures: Geometric estimation of the mixing distribution. *Annals of Statistics*, 27(5):1706–1721.
- Woodward, W., Parr, W., Schucany, W., and Lindsey, H. (1984). A comparison of minimum distance and maximum likelihood estimation of a mixture proportion. *Journal of the American Statistical Association*, 79:590–598.
- Zhang, H. and Merikangas, K. (2000). A frailty model of segregation analysis: understanding the familial transmission of alcoholism. *Biometrics*, 56:815–823.
- Zhang, H. and Zhu, H. (2004). Hypothesis testing in mixture regression models. *Journal of the Royal Statistical Society B*, 66(1):3–16.