# Методы машинного обучения. Активное обучение (Active Learning)

Воронцов Константин Вячеславович www.MachineLearning.ru/wiki?title=User:Vokov вопросы к лектору: voron@forecsys.ru

материалы курса:

github.com/MSU-ML-COURSE/ML-COURSE-21-22 орг.вопросы по курсу: ml.cmc@mail.ru

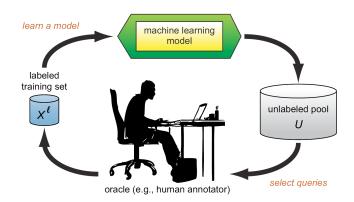
ВМК МГУ • 17 мая 2022

#### Содержание

- Стратегии активного обучения
  - Постановка задачи активного обучения
  - Отбор объектов из выборки
  - Синтез объектов (планирование экспериментов)
- ② Активное обучение с изучающими действиями
  - Компромисс «изучение-применение»
  - ullet Алгоритм arepsilon-active
  - Экспоненциальный градиент
- Обрания по помения в праудсорсинге править править
  - Задача краудсорсинга
  - Согласование оценок аннотаторов
  - Активное распределение заданий по аннотаторам

## Постановка задачи активного обучения

**Задача:** обучение модели  $a: X \to Y$  по выборке  $(x_i, y_i)$ , когда получение ответов  $y_i = y(x_i)$  стоит дорого.



Burr Settles. Active Learning Literature Survey. 2010.

#### Постановка задачи активного обучения

**Задача:** обучение модели  $a\colon X\to Y$  по выборке  $(x_i,y_i)$ , когда получение ответов  $y_i=y(x_i)$  стоит дорого.

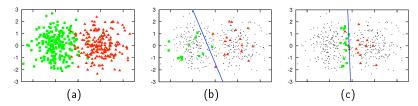
```
Вход: X^{\ell} = (x_i, y_i)_{i=1}^{\ell} — выборка размеченных объектов; U = (u_i)_{i=1}^{K} — выборка (пул) неразмеченных объектов; Выход: модель a и размеченная выборка (u_i, y_i^*)_{i=1}^{k}, k \leqslant K; обучить модель a по начальной выборке (x_i, y_i)_{i=1}^{\ell}; пока есть неразмеченные объекты и модель не обучилась u_i = \arg\max_{u \in U} \phi(u) — выбрать неразмеченный объект; узнать для него y_i^* = y(u_i); дообучить модель a(x) ещё на одном примере (u_i, y_i^*);
```

**Цель:** достичь как можно лучшего качества модели a, использовав как можно меньше дополнительных примеров k.

#### Почему активное обучение быстрее пассивного

**Пример 1.** Синтетические данные:  $\ell = 30$ ,  $\ell + k = 400$ ;

- (а) два гауссовских класса;
- (b) логистическая регрессия по 30 случайным объектам;
- (с) логистическая регрессия по 30 объектам, отобранным с помощью активного обучения.



Обучение по смещённой неслучайной выборке требует меньше данных для построения алгоритма сопоставимого качества.

Burr Settles. Active Learning Literature Survey. 2010.

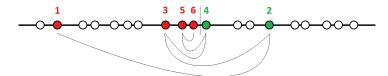
#### Почему активное обучение быстрее пассивного

#### Пример 2. Одномерная задача с пороговым классификатором:

$$x_i \sim \text{uniform}[-1, +1], \qquad y_i = [x_i > 0], \qquad a(x, \theta) = [x > \theta].$$

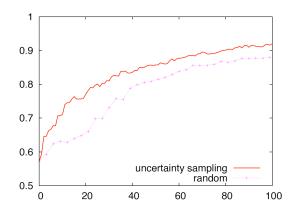
Оценим число шагов для определения heta с точностью  $rac{1}{k}$ .

- Наивная стратегия: выбирать  $u_i \sim \text{uniform}(U)$ ; число шагов O(k).
- Бинарный поиск: выбирать  $u_i$ , ближайший к середине зазора между классами  $\frac{1}{2} \left( \max_{v_i=0} (x_j) + \min_{v_i=1} (x_j) \right)$ ;
  - число шагов  $O(\log k)$ .



## Оценивание качества активного обучения

Кривая обучения (learning curve) — зависимость точности классификации на тесте от числа размеченных объектов k.



Burr Settles. Active Learning Literature Survey. 2010.

## Стратегии активного обучения

- ullet Отбор объектов из выборки (pool-based sampling): какой следующий  $u_i$  выбрать из множества  $U=\{u_i\}_{i=1}^K$
- Синтез объектов (query synthesis): на каждом шаге синтезировать оптимальный объект  $u_i$
- Отбор объектов из потока (selective sampling): для каждого приходящего  $u_i$  решать, стоит ли узнавать  $y_i^*$

Функционал качества модели  $a(x,\theta)$  с параметром  $\theta$ :

$$\sum_{i=1}^{\ell} \mathscr{L}(x_i, y_i; \theta) + \sum_{i=1}^{k} C_i \mathscr{L}(u_i, y_i^*; \theta) \rightarrow \min_{\theta},$$

где  $\mathscr{L}$  — функция потерь,  $C_i$  — стоимость информации  $y(u_i)$  для методов, чувствительных к стоимости (cost-sensitive)

## Примеры приложений активного обучения

- сбор асессорских данных для информационного поиска, анализа текстов, сигналов, речи, изображений, видео
- в том числе на платформах краудсорсинга
- планирование экспериментов в естественных науках (пример комбинаторная химия)
- оптимизация трудно вычислимых функций (пример — поиск в пространстве гиперпараметров)

#### Применения в бизнесе:

- управление ценами и ассортиментом в торговых сетях
- выбор товара для проведения маркетинговой акции
- проактивное взаимодействие с клиентами
- выборочный контроль качества
- выявление аномалий в данных, случаев мошенничества

## Сэмплирование по неуверенности (uncertainty sampling)

**Идея:** выбирать  $u_i$  с наибольшей неопределённостью  $a(u_i)$ .

Задача многоклассовой классификации:

$$a(u) = \arg\max_{y \in Y} P(y|u)$$

 $p_m(u)$ , m=1...|Y| — ранжированные по убыванию P(y|u),  $y \in Y$ .

• Принцип наименьшей достоверности (least confidence):

$$u_i = \arg\min_{u \in U} p_1(u)$$

• Принцип наименьшей разности (margin sampling):

$$u_i = \arg\min_{u \in U} (p_1(u) - p_2(u))$$

• Принцип максимума энтропии (maximum entropy):

$$u_i = \arg\min_{x \in U} \sum_m p_m(u) \ln p_m(u)$$

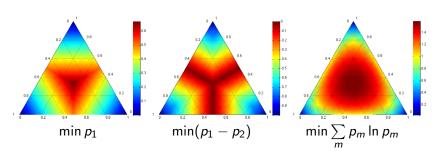
## Сэмплирование по неуверенности (uncertainty sampling)

В случае двух классов эти три принципа эквивалентны.

В случае многих классов появляются различия.

**Пример.** Три класса,  $p_1 + p_2 + p_3 = 1$ .

Показаны линии уровни трёх критериев выбора объекта:



Burr Settles. Active Learning Literature Survey. 2010.

# Сэмплирование по несогласию в комитете (query by committee)

**Идея:** выбирать  $u_i$  с наибольшей несогласованностью решений комитета моделей  $a_t(u_i) = \arg\max_{y \in Y} P_t(y|u_i), \ t=1,\ldots,T.$ 

• Принцип максимума энтропии: выбираем  $u_i$ , на котором  $a_t(u_i)$  максимально различны:

$$u_i = \arg\min_{u \in U} \sum_{y \in Y} \hat{p}(y|u) \ln \hat{p}(y|u),$$

где 
$$\hat{p}(y|u) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \left[ a_t(u) = y \right].$$

• Принцип максимума средней KL-дивергенции: выбираем  $u_i$ , на котором  $P_t(y|u_i)$  максимально различны:

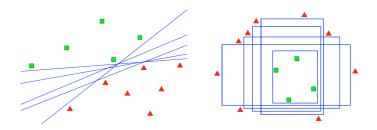
$$u_i = \arg\max_{u \in U} \sum_{t=1}^{T} \mathsf{KL} \big( P_t(y|u) \bigm\| \bar{P}(y|u) \big),$$

где 
$$\bar{P}(y|u) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} P_t(y|u)$$
 — консенсус комитета.

## Сокращение пространства решений (version space reduction)

**Идея:** выбирать  $u_i$ , максимально сужая множество решений.

**Пример.** Пространства допустимых решений для линейных и пороговых классификаторов (двумерный случай):



Бустинг и бэггинг находят конечные подмножества решений. Поэтому сэмплирование по несогласию в комитете — это аппроксимация принципа сокращения пространства решений.

#### Ожидаемое изменение модели (expected model change)

**Идея:** выбрать  $u_i$ , который в методе стохастического градиента привёл бы к наибольшему изменению модели.

Параметрическая модель многоклассовой классификации:

$$a(u, \theta) = \arg \max_{y \in Y} P(y|u, \theta);$$

Для каждого  $u \in U$  и  $y \in Y$  оценим длину градиентного шага в пространстве параметров  $\theta$  при дообучении модели на (u,y); пусть  $\nabla_{\theta} \mathscr{L}(u,y;\theta)$  — вектор градиента функции потерь.

Принцип максимума ожидаемой длины градиента:

$$u_i = \arg \max_{u \in U} \sum_{y \in Y} P(y|u, \theta) \|\nabla_{\theta} \mathcal{L}(u, y; \theta)\|.$$

## Ожидаемое сокращение ошибки (expected error reduction)

**Идея:** выбирать  $u_i$ , который после дообучения даст наиболее уверенную классификацию неразмеченной выборки  $U \setminus u_i$ .

Для каждого  $u \in U$  и  $y \in Y$  обучим модель классификации, добавив к размеченной обучающей выборке  $X^{\ell}$  пример (u,y):

$$a_{uy}(x) = \arg \max_{z \in Y} P_{uy}(z|x).$$

• Принцип максимума уверенности на неразмеченных данных:

$$u_i = \arg\max_{u \in U} \sum_{y \in Y} P(y|u) \sum_{u_i \in U \setminus u} P_{uy} (a_{uy}(u_j)|u_j).$$

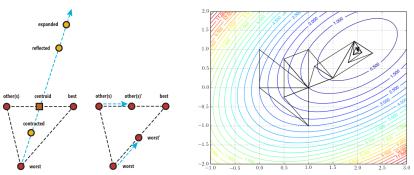
• Принцип минимума энтропии неразмеченных данных:

$$u_i = \arg\max_{u \in U} \sum_{y \in Y} P(y|u) \sum_{u_i \in U \setminus u} \sum_{z \in Y} P_{uy}(z|u_j) \log P_{uy}(z|u_j).$$

#### Безградиентная оптимизация. Метод Нелдера-Мида

Идея: выбирать объекты  $u_i$  не из конечного пула, а из всего X, максимизируя  $\max_{u \in X} \phi(u)$  любым безградиентным методом.

Метод Нелдера-Мида: перемещение и деформирование симплекса из n+1 точек в пространстве X размерности n



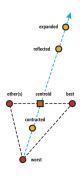
J.A.Nelder, R.Mead. A simplex method for function minimization. 1965.

#### Метод Нелдера-Мида: «отражение-растяжение-сжатие»

#### повторять

сортировка 
$$n+1$$
 точек:  $\phi(x_w) < \phi(x_o) < \cdots < \phi(x_b)$ ; центроид  $x_c$ : по всем точкам кроме  $x_w$ ; отражение:  $x_r := x_c + \alpha(x_c - x_w)$ ; если  $\phi(x_b) < \phi(x_r)$  то растяжение:  $x_{exp} := x_c + \gamma(x_r - x_c)$ ;  $x_w := (\phi(x_r) < \phi(x_{exp}))$ ?  $x_{exp} : x_r$ ; иначе если  $\phi(x_o) < \phi(x_r) < \phi(x_b)$  то  $x_w := x_r$ ; иначе  $(x_o) := x_c + \beta(x_w - x_c)$ ; если  $(x_w) := x_c + \beta(x_w - x_c)$ ; иначе  $(x_w) := x_c + \beta(x_w - x_c)$ ; иначе  $(x_w) := x_c + \beta(x_w - x_c)$ ; иначе  $(x_w) := x_c + \beta(x_w - x_c)$ ;

Рекомендуемые параметры: lpha=1,  $eta=rac{1}{2}$ ,  $\gamma=2$ ,  $\sigma=rac{1}{2}$ 





## Сокращение дисперсии (variance reduction)

**Идея**: выбирать  $u \in X$ , который даст наименьшую оценку дисперсии  $\sigma_a^2(u)$  после дообучения модели  $a(x,\theta)$ .

Задача регрессии, метод наименьших квадратов:

$$S^{2}(\theta) = \frac{1}{\ell} \sum_{i=1}^{\ell} (a(x_{i}, \theta) - y_{i})^{2} \rightarrow \min_{\theta}.$$

Из теории *оптимального планирования экспериментов* (OED, optimal experiment design):

$$u = \arg\max_{u \in U} \sigma_{\mathsf{a}}^2(u), \quad \sigma_{\mathsf{a}}^2(u) \approx S^2 \bigg(\frac{\partial \mathsf{a}(u)}{\partial \theta}\bigg)^{\mathsf{T}} \bigg(\frac{\partial S^2}{\partial \theta^2}\bigg)^{-1} \bigg(\frac{\partial \mathsf{a}(u)}{\partial \theta}\bigg).$$

В частности, для линейной регрессии

$$\sigma_a^2(u) \approx S^2 u^{\mathsf{T}} (F^{\mathsf{T}} F)^{-1} u,$$

где F — матрица объекты—признаки.

# Взвешивание по плотности (density-weighted methods)

Идея: понижать вес нерепрезентативных объектов.

**Пример.** Объект А более пограничный, но менее репрезентативный, чем В.



Любой критерий выбора объектов, имеющий вид

$$u = \arg \max_{u \in U} \phi(u),$$

может быть уточнён локальной оценкой плотности:

$$u = \arg \max_{u \in U} \phi(u) \left( \sum_{u' \in U} \operatorname{sim}(u, u') \right)^{\beta},$$

sim(u, u') — оценка близости u и u' (чем ближе, тем больше).

#### Необходимость изучающих действий в активном обучении

## Недостатки стратегий активного обучения:

- ullet остаются не обследованные области пространства X,
- в результате снижается качество обучения,
- увеличивается время обучения.

#### Идеи применения изучающих действий:

- ullet брать случайный объект с вероятностью arepsilon
- ullet адаптировать параметр arepsilon в зависимости от успешности изучающих действий
- использовать обучение с подкреплением

Diallel Bouneffouf. Exponentiated gradient exploration for active learning. 2016. Diallel Bouneffouf et al. Contextual bandit for active learning: active Thompson sampling. 2014.

## **А**лгоритм $\varepsilon$ -active

Алгоритм — обёртка над любой стратегией активного обучения

```
Вход: размеченная выборка X^\ell = (x_i, y_i)_{i=1}^\ell и пул U = (u_i)_{i=1}^K; Выход: модель a и размеченная выборка (u_i, y_i^*)_{i=1}^k; обучить модель a по начальной выборке (x_i, y_i)_{i=1}^\ell; пока есть неразмеченные объекты и модель не обучилась выбрать неразмеченный u_i случайно с вероятностью \varepsilon, либо u_i = \arg\max_{u \in U} \phi(u) с вероятностью 1 - \varepsilon; узнать y_i^* = y(u_i) для объекта u_i; дообучить модель a ещё на одном примере (u_i, y_i^*);
```

#### Проблема:

как подбирать вероятность  $\varepsilon$  исследовательских действий? как её адаптировать (уменьшать) со временем?

## Экспоненциальный градиент (Exponential Gradient)

 $arepsilon_1,\ldots,arepsilon_H$  — сетка значений параметра arepsilon;  $p_1,\ldots,p_H$  — вероятности использовать значения  $arepsilon_1,\ldots,arepsilon_H$ ;  $eta,\ au,\ \kappa$  — параметры метода.

**Идея** алгоритма EG-active: аналогично алгоритму AdaBoost, экспоненциально увеличивать  $p_h$  в случае успеха  $\varepsilon_h$ :

• экспоненциальное обновление весов  $w_h$  по значению критерия  $\phi(u_i)$  на выбранном объекте  $u_i$ :

$$w_h := w_h \exp\left(\frac{\tau}{p_h}(\phi(u_i) + \beta)\right);$$

• перенормировка вероятностей:

$$p_h := (1 - \kappa) \frac{w_h}{\sum_j w_j} + \kappa \frac{1}{H}.$$

Diallel Bouneffouf. Exponentiated gradient exploration for active learning. 2016.

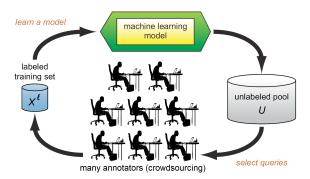
## Алгоритм EG-active

```
Вход: X^{\ell} = (x_i, y_i)_{i=1}^{\ell}, U = (u_i)_{i=1}^{K}, параметры \varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_H, \beta, \tau, \kappa;
Выход: модель a и размеченная выборка (u_i, y_i^*)_{i=1}^k;
инициализация: p_h := \frac{1}{H}, \ w_h := 1;
обучить модель a по начальной выборке (x_i, y_i)_{i=1}^{\ell};
пока есть неразмеченные объекты и модель не обучилась
    выбрать h из дискретного распределения (p_1, \ldots, p_H);
    выбрать неразмеченный u_i случайно с вероятностью \varepsilon_h
    либо u_i = rg \max_{u \in U} \phi(u) с вероятностью 1 - \varepsilon_h;
    узнать y_i^* для объекта u_i;
    дообучить модель a ещё на одном примере (u_i, y_i^*);
    w_h := w_h \exp\left(\frac{\tau}{n}(\phi(u_i) + \beta)\right);
    p_h := (1 - \kappa) \frac{w_h}{\sum_i w_i} + \kappa \frac{1}{H};
```

#### Активное обучение, когда аннотаторов много

 $y_{it}$  — ответы аннотаторов  $t \in \mathcal{T}$  на объекте  $u_i$ 

**Задача:** сформировать согласованный «правильный» ответ  $\hat{y}_i$  и оценить надёжность каждого аннотатора  $q_t = P[y_{it} = \hat{y}_i]$ 



Р.А.Гилязев, Д.Ю.Турдаков. Активное обучение и краудсорсинг: обзор методов оптимизации разметки данных. 2018.

## Согласование оценок аннотаторов

 $y_{it} \in Y$  — ответ аннотатора  $t \in T$  на объекте  $u_i$   $T_i \subseteq T$  — множество аннотаторов, разметивших объект  $u_i$ 

Взвешенное голосование аннотаторов:

$$\hat{y}_i = \arg\max_{y \in Y} \sum_{t \in T_i} w_t [y_{it} = y]$$

 $w_t$  — вес аннотатора при голосовании

 $w_t=1$  при голосовании по большинству (majority voting, MV)

 $w_t = \log rac{q_t}{1-q_t}$  при предположении, что аннотаторы независимы

 ${\sf EM}$ -подобный алгоритм согласования аннотаций объекта  $u_i$ :

пока оценки не сойдутся

оценить правильный ответ  $\hat{y}_i$ ;

оценить надёжности  $q_t$  и веса  $w_t$  аннотаторов;

если  $q_t < \delta$  то исключить аннотатора из оценки;

#### Варианты моделирования надёжности аннотаторов

- По результатам выполнения тестовых заданий.
- Моделирование матрицы ошибок  $|Y| \times |Y|$ :

$$\pi_{yz}^t = Pig[$$
аннотатор  $t$  ставит  $z$  вместо  $yig], \quad y,z \in Y$ 

• Моделирование трудности объектов:

$$q_t(u_i) = \sigma\left(\frac{\alpha_t}{\beta_i}\right) = \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{\alpha_t}{\beta_i}\right)},$$

 $\alpha_t$  — частотная оценка надёжности аннотатора t;  $\beta_i$  — оценка трудности объекта  $u_i$  (по большому  $|T_i|$ ).

• Моделирование тематической компетентности аннотаторов:  $p(\mathsf{topic}|u_i)$  — тематическое векторное представление объекта  $u_i$ , например, если объект является текстом

 $P.A. \Gamma$ илязев, Д.Ю. Турдаков. Активное обучение и краудсорсинг: обзор методов оптимизации разметки данных. 2018.

## Задача назначения заданий аннотаторам

Общая схема распределения заданий:

$$\left\{egin{aligned} u_i &= rg\max_{u \in U} \phi(u) & -$$
 выбор неразмеченного объекта в AL  $t = rg\max_{t \in T} q_t(u_i) & -$  выбор наиболее уверенного аннотатора

Обучение вероятностной модели уверенности аннотатора  $q_t(u_i, \theta_t) = \sigma(\theta_t^{\mathsf{T}} u_i)$  на размеченных им объектах  $U_t$ :

$$\sum_{u_i \in U_t} (y_{it} = \hat{y}_i) q_t(u_i, \theta_t) + (y_{it} \neq \hat{y}_i) (1 - q_t(u_i, \theta_t)) \rightarrow \max_{\theta_t}$$

**Недостаток:** одни аннотаторы будут выбираться слишком часто, другие не будут выбираться совсем

Сэмплирование аннотаторов:  $t \sim q_t(u_i)p(t)$  с учётом априорной информации p(t) о средней надёжности  $q_t$ , опыте, текущей доступности, объёме проделанной работы.

#### Резюме

- Активное обучение используется для уменьшения обучающей выборки, когда размеченные данные дороги
- При малом объёме размеченных данных оно достигает того же качества, что пассивное при полной разметке
- Два основных типа активного обучения:
   выбор объектов из пула и синтез новых объектов
- Введение изучающих действий в активном обучении позволяет ещё быстрее обследовать пространство X
- В краудсорсинге активное обучение совмещается с оцениванием надёжности аннотаторов и трудности заданий при распределении заданий по аннотаторам

P.Kumar, A.Gupta. Active learning query strategies for classification, regression, and clustering: a survey. 2020

Pengzhen Ren et al. A survey of deep active learning. 2020 Burr Settles. Active learning literature survey. 2010

 $C.C.Aggarwal\ et\ al.$  Active learning: a survey // Data classification: algorithms and applications. 2014

Р.А.Гилязев, Д.Ю.Турдаков. Активное обучение и краудсорсинг: обзор методов оптимизации разметки данных. 2018